COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT QUATRE-VINGT-DOUZIÈME.

JANVIER — JUIN 1931.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1931

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1931

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

PAINLEVÉ (*Paul*), ✻.
HADAMARD (*Jacques*-Salomon), O. ✻.
GOURSAT (*Édouard*-Jean-Baptiste), O. ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), O. ✻.
LEBESGUE (*Henri*-Léon), ✻.
. . . .

SECTION II. — *Mécanique.*

VIEILLE (*Paul*-Marie-Eugène), G. C. ✻.
LECORNU (*Léon*-François-Alfred), C. ✻.
KŒNIGS (*Gabriel*-Xavier-Paul), C. ✻.
MESNAGER (*Augustin*-Charles-Marie), C. ✻.
DRACH (*Jules*), ✻.
JOUGUET (Jacques-Charles-*Émile*), O. ✻.

SECTION III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), O. ✻.
BIGOURDAN (*Guillaume*), O. ✻.
BAILLAUD (Édouard-*Benjamin*), G. O. ✻.
HAMY (*Maurice*-Théodore-Adolphe), O. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), ✻.
MAURAIN (*Charles*), O. ✻.

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

LALLEMAND (Jean-Pierre, *dit Charles*), O. ✻.
FOURNIER (François-*Ernest*), G. C. ✻, ✻.
BOURGEOIS (Joseph-Émile-*Robert*), G. C. ✻.
FERRIÉ (*Gustave*), G. O. ✻.
FICHOT (Lazare-*Eugène*), C. ✻.
PERRIER (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), C. ✻.

Section V. — *Physique générale.*

VILLARD (*Paul*), O. ✻.
BRANLY (*Édouard*-Eugène-Désiré), C. ✻.
BRILLOUIN (Louis-*Marcel*), O. ✻.
PERRIN (*Jean*-Baptiste), C. ✻.
COTTON (*Aimé*-Auguste), O. ✻.
FABRY (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), O. ✻.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

LE CHATELIER (*Henry*-Louis), G. O. ✻.
BÉHAL (*Auguste*), G. O. ✻.
URBAIN (*Georges*), O. ✻.
BERTRAND (*Gabriel*-Émile), O. ✻.
MATIGNON (Arthème-*Camille*), O. ✻.
DELÉPINE (*Marcel*-Stéphane), O. ✻.

Section VII. — *Minéralogie.*

BARROIS (*Charles*-Eugène), C. ✻.
DOUVILLÉ (Joseph-*Henri*-Ferdinand), O. ✻.
WALLERANT (*Frédéric*-Félix-Auguste), O. ✻.
LAUNAY (*Louis*-Auguste-Alphonse DE), O. ✻.
CAYEUX (Lucien), O. ✻.
. . . .

SECTION VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

MANGIN (*Louis*-Alexandre), C. ✻.
COSTANTIN (*Julien*-Noël), O. ✻.
LECOMTE (Paul-*Henri*), O. ✻.
DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), O. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

ROUX (Pierre-Paul-*Émile*), G. C. ✻.
LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
VIALA (Pierre), C. ✻.
CALMETTE (Léon-Charles-*Albert*), G. C. ✻.
LAPICQUE (*Louis*-Édouard), O. ✻.
. . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), C. ✻.
JOUBIN (*Louis*-Marie-Adolphe-Olivier-Édouard), C. ✻.
MESNIL (*Félix*-Étienne-Pierre), O. ✻.
GRAVIER (*Charles*-Joseph), O. ✻.
CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), O. ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques-*Arsène* D'), G. O. ✻.
RICHET (Robert-*Charles*), G. O. ✻.
QUÉNU (*Édouard*-André-Victor-Alfred), C. ✻.
BAZY (*Pierre*-Jean-Baptiste), C. ✻.
VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. O. ✻.
ACHARD (Émile-*Charles*), O. ✻.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), G. O. ✻, pour les sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), C. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BLONDEL (*André*-Eugène), C. ✻.
JANET (*Paul*-André-Marie), C. ✻.
BRETON (*Jules-Louis*).
OCAGNE (Philibert-*Maurice* D'), O. ✻.
BROGLIE (le duc Louis-César-Victor-*Maurice* DE), O. ✻.
DESGREZ (*Alexandre*), O. ✻.
SÉJOURNÉ (Aignan-*Paul*-Marie-Joseph), G. O. ✻.
CHARCOT (*Jean*-Baptiste-Étienne-Auguste), C. ✻.
HELBRONNER (*Paul*), O. ✻.
. . . .

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), C. ✻, à Toulouse.
FLAHAULT (*Charles*-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
COSSERAT (*Eugène*-Maurice-Pierre), ✻, à Toulouse.
GRIGNARD (François-Auguste-*Victor*), O. ✻, à Lyon.
WEISS (*Pierre*-Ernest), O. ✻, à Strasbourg.
NICOLLE (*Charles*-Jules-Henri), O. ✻, à Tunis.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE À L'INDUSTRIE.

CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), C. ✻, à Neuilly-sur-Seine.
LAUBEUF (Alfred-*Maxime*), C. ✻, à Toulon.
CLAUDE (*Georges*), ✻, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), C. ✻, à Paris.
REY (*Jean*-Alexandre), C. ✻.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

VOLTERRA (*Vito*), G. O. ✻, à Rome.
HALE (*Georges* Ellery), à Pasadena (Californie).
THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
MICHELSON (*Albert* Abraham), à Chicago.
BRÖGGER (*Waldemar Christofer*), C. ✻, à Oslo.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), C. ✻, à Bruxelles.
PATERNO DI SESSA (*Emanuele*), G. O. ✻, à Rome.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
TORRES QUEVEDO (*Leonardo*), C. ✻, à Madrid.
RUTHERFORD (Sir *Ernest*), à Cambridge (Angleterre).
WILSON (*Edmund* Beecher), à New York.
....

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
BAIRE (*René*-Louis), ✻, à Thonon (Haute-Savoie).
NÖRLUND (*Niels Erik*), ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Kharkow.
BIRKHOFF (*George* David), à Cambridge (Massachusetts).
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
....

SECTION II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

LEVI-CIVITA (*Tullio*), à Rome.
SPARRE (le comte *Magnus*-Louis-Marie DE), ✻, à Lyon.
WADDELL (*John Alexander Low*), à New York.
ANDRADE (*Jules*-Frédéric-Charles), ✻, à Cayeux (Somme).
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, à Toulouse.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), ✻, à Paris.
ROY (*Louis*-Maurice), à Toulouse.
AUCLAIR (Noël-Marie-*Joseph*), O. ✻, à Bellevue.
STODOLA (*Aurel*), à Zurich.
LOVE (*Augustus Edward Hough*), à Oxford.

SECTION III. — *Astronomie* (10).

VERSCHAFFEL (*Aloys*), ✻, à Hendaye (Basses-Pyrénées).
DYSON (Sir *Frank* Watson), à Greenwich.
GONNESSIAT (*François*), ✻, à Alger.
CAMPBELL (*William Wallace*), O. ✻, au Mount Hamilton (Californie).
FABRY (*Louis*), ✻, à Marseille.
FOWLER (*Alfred*), à Londres.
BROWN (*Ernest William*), à New-Haven (Connecticut).
PICART (Théophile-*Luc*), ✻, à Bordeaux.
....
....

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron Antonio Luiz DE), à Petropolis (Brésil).
HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
DAVIS (*William Morris*), ✻, à Cambridge (Massachusetts).
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), C. ✻, à Tien-Tsin (Chine).
BERLOTY (Camille-Marie-Antoine-*Bonaventure*), ✻, à Ksara (Syrie).
BOWIE (*William*), à Washington.
GERLACHE DE GOMERY (le baron *Adrien* DE), O. ✻, à Bruxelles.
RICHARD (*Jules*), O. ✻, à Monaco.
....
....

SECTION V. — *Physique générale* (10).

Messieurs :

GUILLAUME (*Charles-Édouard*), C. ✻, à Sèvres.
MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), ✻, à Clermont-Ferrand.
ZEEMAN (*Pieter*), à Amsterdam.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABRERA (*Blas*), à Madrid.
GUTTON (*Camille*-Antoine-Marie), ✻, à Nancy.
. . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10 + 1).

FORCRAND DE COISELET (Hippolyte-*Robert* DE), O. ✻, à Nice.
GUNTZ (*Antoine*-Nicolas), O. ✻, à Nancy.
WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
PICTET (*Amé*), O. ✻, à Genève.
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
SENDERENS (*Jean-Baptiste*), ✻, à Rabastens-de-Bigorre (Hautes-Pyrénées).
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), O. ✻, à Londres.
POPE (Sir *William* Jackson), à Cambridge (Angleterre).
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Paris.
SWARTS (*Frédéric*-Jean-Edmond), O. ✻, à Gand (Belgique).
NASINI (*Raffaello*), à Rome.

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

HEIM (*Albert*), à Zurich.
GROSSOUVRE (Marie-Félix-*Albert* DURAND DE), O. ✻, à Bourges.
BECKE (*Friedrich* Johann Karl), à Vienne (Autriche).

Messieurs :

FRIEDEL (*Georges*), O. ✱, à Strasbourg.
BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), ✱, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), C. ✱, à Lausanne.
MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✱, à Paris.
OSBORN (*Henry Fairfield*), à Garrisson (États-Unis).
VERNADSKY (*Wladimir*), à Leningrad.
CESÁRO (*Giuseppe* Raimondo Pio), à Liége.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

DE VRIES (*Hugo*), à Lunteren (Pays-Bas).
VUILLEMIN (Jean-*Paul*), ✱, à Malzéville (Meurthe-et-Moselle).
SAUVAGEAU (*Camille*-François), ✱, à Bordeaux.
CHODAT (*Robert*-Hippolyte), ✱, Palmella, Pinchat, près de Genève.
LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✱, à Vénéjan (Gard).
JUMELLE (*Henri*-Lucien), ✱, à Marseille.
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✱, à Alger.
THAXTER (*Roland*), à Cambridge (Massachusetts).
SCOTT (*Dukinfield Henry*), à Oakley, Hants (Angleterre).
DANIEL (*Lucien*-Louis), ✱, à Rennes.

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

PERRONCITO (*Edoardo*); C. ✱, à Turin.
IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✱, à Nancy.
EFFRONT (*Jean*), ✱, à Bruxelles.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
RAVAZ (Étienne-*Louis*), O. ✱, à Montpellier.
PORCHER (*Charles*-Casimir-Toussaint), O. ✱, à Lyon.
SERGENT (Étienne-Louis-Marie-*Edmond*), O. ✱, à Mustapha-Alger.
ERIKSSON (*Jakob*), à Stockholm.
THEILER (Sir *Arnold*), à Lucerne.
LAGATU (*Henri*), à Montpellier.

Section X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

Messieurs :

RAMON CAJAL (*Santiago*), C. ✻, à Madrid.
BOULENGER (*George-Albert*), à Bruxelles.
BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✻, à Montpellier.
CUÉNOT (*Lucien*-Claude), ✻, à Nancy.
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✻, à Marseille.
LAMEERE (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston, ✻, à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
SCHMIDT (Ernst *Johannes*), O. ✻, à Copenhague-Valby.
KŒHLER (*René*-Jean-Baptiste-François), O. ✻, à Lyon.
LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✻, à Grenoble.
....

Section XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

PAVLOV (*Jean* Petrovitch), à Leningrad.
YERSIN (*Alexandre*-John-Émile), C. ✻, à Nha-Trang (Annam).
BRUCE (Sir *David*), à Londres.
WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Oxford.
FREDERICQ (*Léon*), à Liége.
FORGUE (*Émile*), C. ✻, à Montpellier.
CARREL (*Alexis*), C. ✻, à New York.
LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), C. ✻, à Lyon.
....

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 JANVIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU, PUIS DE M. LOUIS DE LAUNAY.

M. **Léon Lecornu**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1930.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1931.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 188 (1er semestre de l'année 1929) et 189 (2e semestre de l'année 1929) sont parus avec leurs tables et le premier a été mis en distribution.

Les numéros des 1er et 2e semestres de l'année 1930 sont parus, chaque semaine, avec la régularité habituelle. Les tables du 1er semestre sont à l'impression. Le volume des tables générales pour la période 1911-1925, *Auteurs*, est à l'impression.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 60 est à l'impression.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de tables générales est à l'impression.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1931 est paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1930.

Section de Géométrie. — M. **Paul Appell**, le 24 octobre, à Paris.

Section de Mécanique. — M. **Hippolyte Sebert**, le 23 janvier, à Paris.

Section de Minéralogie. — M. **Pierre Termier**, le 23 octobre, à Grenoble.

Section d'Économie rurale. — M. **Théophile Schlœsing**, le 9 juillet, à Paris.

Académiciens libres. — M. **Achille Le Bel**, le 6 août, à Paris.

Applications de la Science à l'Industrie. — M. **Auguste Rateau**, le 13 janvier, à Neuilly-sur-Seine.

Membres élus depuis le 1er janvier 1930.

Section de Mécanique. — M. **Émile Jouguet**, le 8 décembre, en remplacement de M. Hippolyte Sebert, décédé.

Section d'Astronomie. — M. **Charles Maurain**, le 12 mai, en remplacement de M. Henri Andoyer, décédé.

Section de Chimie. — M. **Marcel Delépine**, le 20 janvier, en remplacement de M. Charles Moureu, décédé.

Section d'Économie rurale. — M. **Louis Lapicque**, le 2 juin, en remplacement de M. Léon Lindet, décédé.

Applications de la Science à l'Industrie. — M. **Jean Rey**, le 16 juin, en remplacement de M. Auguste Rateau, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Géométrie. — M. **Paul Appell**, mort à Paris, le 24 octobre 1930.

Section de Minéralogie. — M. **Pierre Termier**, mort à Grenoble, le 23 octobre 1930.

Section d'Économie rurale. — M. **Théophile Schlœsing**, mort à Paris, le 9 juillet 1930.

Académiciens libres. — M. **Achille Le Bel**, mort à Paris, le 6 août 1930.

Associés étrangers. — Sir **Ray Lankester**, mort à Londres, le 15 août 1929.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1930.

Pour la section d'Astronomie. — M. **Herbert Hall Turner**, le 18 août, à Stockholm.

Pour la section de Géographie et Navigation. — M. **Fridtjof Nansen**, le 13 mai, à Oslo.

Pour la section de Physique générale. — M. **René Blondlot**, le 24 novembre, à Nancy.

Pour la section de Minéralogie. — M. **Philippe Glangeaud**, le 8 septembre, à Clermont-Ferrand.

Pour la section de Botanique. — M. **Adolf Engler**, le 10 octobre, à Berlin-Dahlem.

Pour la section d'Économie rurale. — M. **Georges Neumann**, le 28 juin, à Saint-Jean-de-Luz; M. **Paul Wagner**, le 25 août, à Lucerne; M. **Émile Godlewski**, le 11 septembre, à Krakóv.

Pour la section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Camille Viguièr**, le 17 février, à Lison, Calvados; M. **Albert Brachet**, le 27 décembre, à Bruxelles.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1930.

Pour la section de Mécanique. — M. **Augustus Edward Hough Love**, à Oxford, Angleterre, le 24 février, en remplacement de Sir George Greenhill, décédé.

Pour la section de Chimie. — M. **Raffaello Nasini**, à Rome, le 3 mars.

Pour la section de Minéralogie. — M. **Giuseppe Cesaro**, à Liége, le 17 mars.

Pour la section de Botanique. — M. **Lucien Daniel**, à Rennes, le 10 mars.

Pour la section d'Économie rurale. — M. **Charles Porcher**, à Lyon, le 17 novembre, en remplacement de M. Ulysse Gayon, décédé; M. **Edmond Sergent**, à Mustapha-Alger, le 24 novembre, en remplacement de M. Louis

Trabut, décédé; M. **Jakob Eriksson**, à Stockholm, le 1er décembre, en remplacement de M. Georges Neumann, décédé; Sir **Arnold Theiler**, à Lucerne, le 8 décembre, en remplacement de M. Paul Wagner, décédé; M. **Henri Lagatu**, à Montpellier, le 29 décembre, en remplacement de M. Émile Godlewski, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la section de Géométrie. — M. **Charles Riquier**, mort à Caen, le 17 janvier 1929.

Pour la section d'Astronomie. — M. **Auguste Lebeuf**, mort à Besançon, le 13 juillet 1929; M. **Herbert Hall Turner**, mort à Stockholm, le 18 août 1930.

Pour la section de Géographie et Navigation. — M. **Georges Lecointe**, mort à Uccle, le 27 mai 1929; M. **Fridtjof Nansen**, mort à Oslo, le 13 mai 1930.

Pour la section de Physique générale. — M. **René Blondlot**, mort à Nancy, le 24 novembre 1930.

Pour la section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Albert Brachet**, mort à Bruxelles, le 27 décembre 1930.

Pour la section de Médecine et Chirurgie. — M. **Charles Nicolle**, élu membre non résidant, le 2 décembre 1929.

Pour les sections qui seront désignées par l'Académie :

A. — Le correspondant suivant pour la section de Minéralogie : M. **Jules Cornet**, mort à Mons, Belgique, le 17 mai 1929.

B. — Le correspondant suivant pour la section de Chimie : M. **William Henry Perkin**, mort à Oxford, le 17 septembre 1929.

C. — Le correspondant suivant pour la section d'Anatomie et Zoologie : M. **Camille Viguier**, mort à Lison, Calvados, le 17 février 1930.

D. — Le correspondant suivant pour la section de Minéralogie : M. **Philippe Glangeaud**, mort à Clermont-Ferrand, le 8 septembre 1930.

E. — Le correspondant suivant pour la section de Botanique : M. **Adolf Engler**, mort à Berlin-Dahlem, Allemagne, le 10 octobre 1930.

M. **Léon Lecornu**, Président sortant, s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Me voici parvenu au terme du mandat que vous m'aviez fait l'honneur de me confier. Si je n'ai pas été trop inférieur à ma tâche, je le dois aux conseils éclairés de nos secrétaires perpétuels, que je tiens à remercier cordialement.

Je cède à M. de Launay le fauteuil de la présidence et j'invite le nouveau vice-président, M. le général Bourgeois, à venir prendre place auprès de lui.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. **Louis de Launay** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La mort si imprévue et si douloureusement ressentie de mon vieil ami Pierre Termier, en même temps qu'elle me remplissait le cœur de tristesse, m'apportait soudain l'honneur périlleux et intimidant de vous présider sans le nécessaire apprentissage d'une année de vice-présidence. Plus que tout autre, j'aurai besoin de votre indulgence et des secours éclairés de nos secrétaires perpétuels qui, je le sais, ne me feront pas défaut. Dans mon embarras, je n'ai rien de mieux à faire que de chercher à imiter mes prédécesseurs et surtout le plus immédiat, M. Lecornu, dont vous venez d'apprécier la sagesse, le tact et la compétence.

Et d'abord, puisque c'est devenu un usage traditionnel, je vous demanderai comme eux instamment de ne pas couvrir par vos conversations la voix des orateurs. Dans une assemblée comme la nôtre qui tire une si grande force d'être traditionnelle tout en enregistrant le progrès, il ne faut jamais manquer à un usage, à une tradition. Mais je le ferai, l'avouerai-je, par devoir et sans aucun espoir de succès. Les géologues sont habitués à constater ainsi des phénomènes naturels devant la proportion desquels l'homme leur semble impuissant : des éruptions volcaniques, des tremblements de terre, des soulèvements montagneux, des charriages. Ils en remarquent avec curiosité les effets. Ils cherchent à en démêler les causes. Mais ils abandonnent le noble souci de vouloir les empêcher ou les guérir aux mécaniciens, aux physiciens, aux architectes et aux pouvoirs publics.

La nécessité d'écouter les communications est d'ailleurs devenue beaucoup moindre depuis qu'elles ont pris exclusivement la forme de monologues : l'habitude s'étant perdue — et, pour ma part, je le regrette — de les discuter. Ce changement s'est produit à peu près dans le même temps où nos séances sont devenues publiques et ont été officiellement soumises au contrôle de la presse. Je ne prétends pas qu'il y ait lien de cause à effet entre les deux phénomènes. Je me contente de remarquer leur rapprochement historique. Un jour, après avoir beaucoup et très vivement discuté cette dernière question de la publicité de nos séances, on a paru admettre qu'il n'y avait plus lieu à en discuter d'autres, à moins d'exceptions de plus en plus rares et que nos réunions devaient se tenir désormais dans une maison de verre d'autant plus silencieuse en fait de controverses qu'elle éveillait maintenant au dehors de plus bruyants échos. Il a semblé alors que les avantages de la mesure surpassaient les inconvénients.

Donc aujourd'hui il y a chose jugée. Dans cette salle où l'on entend si mal et où, comme les laborieux ouvriers de la Tour de Babel, on ne se comprend plus toujours quand on s'entend, on ne discute plus, mais on cause. C'est peut-être un moyen d'entretenir la vie. C'est devenu une sorte de tradition qui est désormais — peut-être ne devrais-je pas le faire remarquer — assez vieille pour que nous puissions nous estimer forcés de la respecter ou de l'endurer comme les autres. Inclinons-nous donc devant l'usage qui, déjà du temps d'Horace, faisait loi en matière de langage et, malgré le bruit des conversations inévitables, essayons de saisir au vol et d'apprécier les communications où, chaque lundi, se font connaître au monde entier les merveilleux pas en avant de la Science! Nous allons, si vous le voulez bien, reprendre notre travail!

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

J'ai, dès mon entrée en fonctions, le regret de vous annoncer la mort d'un de nos correspondants dans la Section de zoologie, M. **Brachet**, professeur d'anatomie et de zoologie à l'Université de Bruxelles.

M. Brachet, né à Liége, le 1er janvier 1869, lauréat du prix Serres en 1903, avait été élu correspondant le 27 mai 1918.

Ses travaux, qui se sont poursuivis pendant plus de quarante ans, ont surtout porté sur une question qui intéresse à la fois les zoologistes, les paléontologues et les philosophes : la reproduction accélérée des types ancestraux dans l'embryogénie des vertébrés. La plupart de ceux qui avaient étudié ce sujet s'étaient bornés à rechercher dans l'évolution d'un embryon la succession généalogique des formes adultes admise par la géologie et l'anatomie comparée. Ils partaient d'un point quelconque arbitrairement choisi, changeaient souvent de criterium dans la détermination des homologies entre les organes, constataient les lacunes sans s'y arrêter et acceptaient de nombreuses corrections attribuées à l'adaptation de l'embryon. M. Brachet, moins systématique, a cherché à apporter plus de précision en étudiant les Batraciens, choisis comme les plus inférieurs des vertébrés marcheurs.

Il a montré le premier que le plan de symétrie de l'œuf de la grenouille est la conséquence de l'entrée du spermatozoïde et que cette symétrie persiste dans l'embryon indépendamment du premier plan de segmentation. Il a mis en lumière que le système nerveux se forme dans une région de l'embryon destinée à devenir la tête. Il a étudié l'origine du cœur, et des vaisseaux sanguins, le développement du foie et du pancréas. Enfin il s'est attaché à prouver que l'hérédité réside dans la composition chimique et physique de l'œuf entier.

Ses travaux, entrepris en dehors de toute préoccupation phylogénétique, ont témoigné d'une rare habileté expérimentale.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau l'*Annuaire de l'Académie des Sciences* pour 1931.

BACTÉRIOLOGIE. — *Le sort des bacilles de Koch contenus dans le lait après séparation du beurre et du caséum.* Note de M. **Auguste Lumière** et Mme **A. Dubois.**

En vue d'éviter la contamination par le lait bacillifère, les hygiénistes nous recommandent de faire bouillir cet aliment, mais ils ne nous engagent point à stériliser le beurre et le fromage, obtenus à partir de ce produit infecté.

Or, si la transmission de la tuberculose par le lait était bien effective, il

y aurait le plus grand intérêt à savoir comment sont répartis les microbes dans les éléments de dislocation de l'émulsion lactée.

Plusieurs auteurs, et notamment Schroeder et Cotton, Herr et Beninde, Ostermann, Bang, Roth, Broers, Cookson, Harisson, Kankaanpa, ont recherché la présence du bacille de Koch dans divers échantillons de crème, de beurre et de fromage provenant de lait de vaches tuberculeuses.

Si les bacilles ont pu être retrouvés en général, à l'état vivant et virulent, dans ces différents dérivés du lait, ces auteurs ne s'accordent pas sur la teneur relative, en micro-organismes de chacun d'eux.

Nous avons étudié la question sous un autre angle, en contaminant artificiellement un échantillon de lait donné au moyen d'une culture homogène de bacilles, et en examinant comment les corps microbiens se répartissent dans les divers produits retirés du lait bacillifère.

A cet effet, on a additionné un demi-litre de lait de 10^{cm^3} d'une culture homogène de bacilles de Koch âgée de 8 jours; après avoir intimement mélangé les germes par agitation, afin de les répartir uniformément dans la masse, on s'est assuré, par un examen microscopique, précédé d'une coloration au Ziehl, que les microbes étaient bien régulièrement disséminés dans le milieu.

On a alors préparé le beurre par deux procédés distincts :

1° En laissant lever la crème pendant 24 heures, à la glacière, et en la battant, le petit-lait étant éliminé ensuite par expression de la matière grasse.

2° En centrifugeant le lait tuberculeux pendant 5 minutes, ce qui fournit une crème épaisse qu'il suffit de battre quelques instants pour retirer le beurre.

Dans l'un comme dans l'autre cas, nous n'avons pas pu mettre le bacille en évidence.

Le caséum a été isolé aussi par deux moyens :

1° En portant le lait écrémé à l'étuve pendant 24 heures;

2° En ajoutant trois gouttes de présure concentrée à un demi-litre de lait écrémé.

Dans les deux cas, un étalement, coloré au Ziehl, a montré la présence de nombreux amas de bacilles de Koch.

Le petit-lait a été trouvé dépourvu de germes. Par conséquent les bacilles se sont localisés dans le caséum, au moment de la floculation de la caséine; ils ont été englobés par les floculats, par un phénomène mécanique analogue à celui qui est utilisé dans le collage des vins.

D'après ces expériences, s'il y avait risque de contamination par les produits dérivés du lait tuberculeux, ce serait le fromage frais qui présenterait le maximum de dangers.

Nous nous permettons de signaler ces faits aux partisans du contagionnisme et principalement à ceux d'entre eux qui sont des hygiénistes, et nous soumettons ces expériences à leur critique, car s'ils les admettent, la bonne logique ne voudrait-elle pas qu'ils recommandassent de faire cuire le fromage avant de l'ingérer.

M. **Henri Villat**, en déposant sur le Bureau de l'Académie le *Cours de Mécanique des Fluides* dont il est l'auteur, s'exprime comme il suit :

Le présent livre, dont nous avons l'honneur de faire hommage à l'Académie, a pour but d'exposer, avec le plus de précision et de concision qu'il a été possible, les principales méthodes dont on s'est servi jusqu'à ce jour pour édifier les diverses théories auxquelles se rattachent les principes de la science des fluides.

Les matières traitées concernent les exemples les plus essentiels qui se rattachent à la pratique expérimentale. Les mouvements des fluides parfaits, sans discontinuités ni tourbillons, interviennent souvent dans les cas où les vitesses sont faibles; les mouvements avec circulation, qui donnent naissance au théorème de Kutta-Joukowski, sont à la base de la théorie de Prandtl, elle-même en usage dans les bureaux d'études aérodynamiques. Les mouvements d'un solide dans un fluide peu visqueux conduisent à des configurations tourbillonnaires, et notamment aux tourbillons alternés. Avec des vitesses plus grandes, on obtient des configurations dont la théorie des sillages donne une image approchée; une autre traduction des phénomènes est fournie, dans d'autres conditions, par la théorie d'Oseen.

Nous avons essayé de donner, de ces théories, des développements simples, et nous espérons avoir pu en simplifier l'exposé sur un certain nombre de points importants.

Le présent volume a été édité par la maison Gauthier-Villars, qui s'est acquittée de sa tâche avec une distinction et une célérité auxquelles nous tenons à rendre hommage.

CORRESPONDANCE.

Sir **Robert Hadfield** adresse un télégramme de condoléances à l'occasion du décès de M. le Maréchal *Joffre*.

MM. **Marcel Avel**, **Emilio Damour** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Tout le corps humain*. Encyclopédie illustrée des connaissances médicales, publiée sous la direction de Henri Bouquet. Tomes III et IV. (Présenté par M. Ch. Achard.)

2° Les deux premiers fascicules des *Memoirs* (1929 et 1930) et le premier *Annual Meteorological Report* (1928) du National Research Institute of Meteorology of China. Academia Sinica.

3° Le premier fascicule des *Reports* du Ryojun College of Engineering.

ALGÈBRE. — *Sur les unités d'un corps algébrique.*
Note [1] de M. **J. Herbrand**, présentée par M. J. Hadamard.

Nous avons montré dans une Note précédente [2] comment la généralisation d'un théorème de Minkowski conduisait à étudier le groupe de matrices défini comme suit : K étant un corps algébrique galoisien sur k de groupe G, $H_i (i = 1, 2, \ldots, E)$ un système d'unités fondamentales, α une substitution quelconque de G, on a $\alpha H_i = \prod_{(k)} H_k^{a_{ik}}$ (à des racines de l'unité près; voir la Note citée); les matrices (a_{ik}) forment alors une représentation H de G. Nous avons indiqué, sans la démontrer, l'équivalence

(1) Séance du 22 décembre 1930.

(2) *Nouvelle démonstration et généralisation d'un théorème de Minkowski* (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1282).

de $H + C_0$ et de $X_{K,k}$ (pour toutes les notations nous renvoyons à la Note citée plus haut). Nous allons dans la présente Note démontrer cette équivalence.

1. $H + C_0$ *et* $X_{K,k}$ *supposés décomposés en représentations irréductibles, contiennent le même nombre de fois* C_0.

En effet, il est bien connu que A la contient une seule fois; il en est de même de chacun des B_i d'après un théorème de Frobenius ([1]) (nous n'utiliserons d'ailleurs ce résultat que pour les groupes cycliques, où une démonstration directe est très aisée); donc $X_{K,k}$ la contient $\rho_1 + \rho_2 + r_2 = e + 1$ fois. D'autre part, H la contient e fois; le nombre cherché est en effet comme on sait égal au nombre des formes linéaires indépendantes invariantes par le groupe H. $\Sigma L_i x_i$ étant une telle forme, $\varepsilon = \prod_{(i)} H_i^{L_i}$ est invariante par les substitutions de G (à des racines de l'unité près); ε^p est alors invariante par toutes ces substitutions et est donc une unité de k (si la puissance $p^{\text{ième}}$ de toute racine de l'unité de K est égale à 1). D'autre part, toute unité de k donne lieu à une forme linéaire invariante. On voit donc qu'il y a essentiellement e telles formes, les autres en étant des combinaisons linéaires.

2. Soient g un sous-groupe de G d'indice m, $\bar{k}$ le sous-corps de K que le théorème fondamental de la théorie de Galois fait correspondre à g; $\bar{k}$ est de degré absolu mN.

H et $X_{K,k}$ donnent des représentations de g. *Nous allons montrer que* $X_{K,k}$ *donne précisément* $X_{K,\bar{k}}$.

Soit $G = gT_1 + gT_2 + \ldots + gT_m$ une décomposition de G; posons $\lambda_i = T_i \sigma T_i^{-1}$, appelons a la représentation de g définie dans g comme A l'est dans G, et b_i la représentation de g définie à partir de λ_i comme B_i l'est dans G à partir de σ_i. On obtient les mN conjugués de $\bar{k}$ en prenant les différents conjugués de k, et dans chacun d'eux les m conjugués $T_i^{-1}\bar{k}$ de $\bar{k}$, auxquels correspondent les groupes $T_i^{-1} g T_i$. Nous considérons désormais k ou un quelconque de ses conjugués; nous supprimerons les indices correspondants.

a. Si k et K sont réels (ainsi donc que $\bar{k}$) il leur correspond un terme A dans $X_{K,k}$. Il faut montrer que A dans g est équivalent à ma. Or A étant

---

([1]) Voir par exemple, Speiser, *Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung*, (*Th.* 175, p. 198).

considéré comme groupe de permutations, la permutation de A correspondant à β remplace α_i de G par $\beta\alpha_i$; si β est un élément de g, la permutation correspondante permute donc entre eux les éléments de chaque complexe gT_i, γT_i étant remplacé par $\beta\gamma T_i$. D'où le résultat.

b. Si k et K sont imaginaires (ainsi donc que $\bar{k}$), à k et à son imaginaire conjugué correspond un terme A dans $X_{K,k}$; même raisonnement.

c. Supposons enfin k réel et K imaginaire; un conjugué $T_i^{-1}\bar{k}$ de $\bar{k}$ n'est réel que si $T_i^{-1}gT_i$ contient σ, donc si g contient $\lambda_i = T_i\sigma T_i^{-1}$: c'est là précisément l'élément qui correspond à σ dans un isomorphisme convenable appliquant $T_i^{-1}gT_i$ sur g. Dans le cas contraire, on a $T_i\sigma = \nu_i T_j$, ν_i étant dans g et $i \neq j$. Supposons les indices des T_i choisis de sorte que λ_1, $\lambda_2, \ldots, \lambda_p$ soient dans g et que $T_x\sigma = \nu_x T_{x+q}$ $(p \leqq x < p+q; m = p+2q)$. Il faut alors montrer que dans g, B est équivalent à

$$pa + b_p + b_{p+1} + \ldots + b_{p+q-1}.$$

Considérons B comme un groupe de permutations des couples $(\mu_i, \mu_i\sigma)$, la permutation correspondant à β faisant passer de $(\mu_i, \mu_i\sigma)$ à $(\beta\mu_i, \beta\mu_i\sigma)$.

α. Si $\alpha = \gamma T_i (i < p; \gamma$ dans $g)$, on a $\alpha\sigma = \gamma\lambda_i T_i$; la permutation correspondant à β remplace alors le couple $(\gamma T_i, \gamma T_i\sigma) = (\gamma T_i, \gamma\lambda_i T_i)$ par $(\beta\gamma T_i, \beta\gamma\lambda_i T_i)$; les permutations correspondantes à tous les β de g permutent donc ces couples entre eux suivant le groupe b_i.

β. Si $\alpha = \gamma T_i (p \leqq i < p+q; \gamma$ dans $g)$ on a $\alpha\sigma = \gamma\nu_i T_{i+q}$; la permutation correspondant à β remplace alors le couple $(\gamma T_i, \gamma T_i\sigma) = (\gamma T_i, \gamma\nu_i T_{i+q})$ par $(\beta\gamma T_i, \beta g\nu_i T_{i+q})$; les permutations correspondant à tous les β de g permutent donc ces couples entre eux suivant le groupe a.

En réunissant les résultats précédents on trouve bien que, considéré dans g, $X_{K,k}$ est équivalent à $X_{K\bar{k}}$.

3. Écrivons désormais X au lieu de $X_{K,k}$. Supposons le théorème démontré pour tous les couples de corps de groupe relatif cyclique. Tout élément α de G étant dans un g cyclique, et $H + C_0$ et X étant équivalents dans ce g, on en déduit que tout α a même caractéristique dans $H + C_0$ et X; ces représentations sont donc équivalentes.

4. On est ramené au cas ou G est cyclique. Supposons le théorème démontré pour tout couple de corps K, k dont le groupe relatif est un sous-groupe de G. Soient m le degré de G, σ une substitution génératrice, χ une racine $m^{\text{ième}}$ primitive de l'unité, $C_0, C_1, \ldots, C_{m-1}$ les différentes représentations irréductibles de G (ici de degré 1, G étant abélien), σ ayant dans C_u

le caractère χ^a. Soient $\sum_0^{m-1} y_i C_i$ et $\sum_0^{m-1} z_i C_i$ les décompositions de $H + C_0$ et X en représentations irréductibles; et $y_i - z_i = x_i$. L'expression

$$f(X^a) = x_0 + x_1\chi^a + \ldots + x_{m-1}\chi^{a(m-1)},$$

différence des caractères de σ^a dans $H + C_0$ et dans X, a une valeur entière rationnelle. Pour tous les a premiers à m, elle a une même valeur ρ, les χ^a correspondants étant conjugués; si a n'est pas premier à m, elle est nulle, σ^a étant alors dans un sous-groupe de G, ou $H + C_0$ et X sont équivalentes. D'autre part on a vu au paragraphe 1 que $y_0 = z_0$; donc $x_0 = 0$. En additionnant les $f(\chi^a)$ $(a = 0, 1, \ldots, m-1)$ on trouve donc $\rho = 0$; on a dès lors $f(\chi^a) = 0$ pour tout a; d'où $x_i = 0$ par un calcul élémentaire.

C. Q. F. D.

GÉOMÉTRIE DE SITUATION. — *Une propriété caractéristique des variétés de Jordan.* Note de M. **J. Rey Pastor**.

On dit, d'après Schœnflies, qu'un point P de la frontière d'un domaine est *accessible* (*erreichbar*) si, pour chaque point intérieur A, il existe un arc simple de Jordan, dont les extrémités sont A, P, et dont tous les points autres que P sont intérieurs.

L'accessibilité des points d'une courbe fermée par les deux côtés est caractéristique pour les courbes de Jordan, mais déjà pour l'espace E_3 la propriété ne subsiste plus. M. Brouwer a donné un exemple très intéressant d'une surface fermée F à connexion simple, dont les points sont accessibles dans les deux régions : « Aber ein gegen den Punkt $H(\rho = 0, z = 2)$ konvergierender Punkt von F lässt sich nicht durch einen gegen H konvergierender einfachen Kurvenbogen mit H verbinden, sodass F keine Jordansche Fläche ist (1). »

Quelle est donc la propriété caractéristique des surfaces fermées de Jordan par rapport aux domaines desquelles est frontière commune?

Dans un autre mémoire, nous avons étudié ce problème en introduisant la notion d'*accessibilité simple*, laquelle est caractérisée par la condition d'être équivalente pour tous les arcs AP par déformation continue dans le

---

(1) L. E. J. Brouwer, *Ueber Jordansche Mannigfaltigkeiten* (*Math. Annalen*, 71, 1912, p. 321).

domaine. On démontre alors que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une variété V_{n-1} de E_n soit de Jordan est que ses points soient accessibles simplement dans les deux domaines. La connexion simple est donc incluse dans l'accessibilité simple.

Ce résultat acquis, si nous voulons le confirmer pour la surface de M. Brouwer, nous trouvons que l'accessibilité de ses points dans les deux régions est simple. Il existerait donc une contradiction entre le résultat de M. Brouwer et notre théorème; mais en étudiant plus profondément cette surface on trouve, non seulement la courbe de Jordan demandée, aboutissant au point H, mais aussi une représentation homéomorphe simple de la surface sur la sphère, ce qui démontre que ladite surface de M. Brouwer est une variété de Jordan.

La surface est donnée en coordonnées semi-planes par les équations

Pour $0 < \rho < 1$: $\pm z = 2 + \cos\varphi(1 - \sqrt{\cos^2\varphi}) \sin\frac{\pi}{\rho}$;

Pour $\rho = 1$: $-2 - \cos\varphi \leqq z \leqq 2 + \cos\varphi$;

Pour $\rho = 0$: $1 \leqq z \leqq 3, \quad -3 \leqq z \leqq -1.$

Elle est composée d'un anneau cylindrique et de deux disques ondulés. Maintenant, nous établirons une correspondance entre la moitié du disque supérieur défini par la condition $-\pi \leqq \varphi \leqq 0$ et le plan (x, y) au moyen de la formule très simple

$$y = z - k\rho|\varphi|; \quad x = \rho \quad (k > 0).$$

On démontre sans difficulté que cette correspondance est biunivoque et bicontinue et elle donne comme image homéomorphe de la moitié du disque supérieur le trapèze

$$(1) \qquad 0 \leqq x \leqq 1; \quad 1 - k\pi x \leqq y \leqq 3.$$

Les mêmes formules transforment l'autre moitié du disque par un trapèze identique au précédent et relié à celui-ci par trois de ses côtés. Par conséquent, le disque supérieur (de même que l'inférieur) est une cellule, c'est-à-dire est homéomorphe avec le cercle.

D'autre part, la projection de l'anneau cylindrique sur le plan $y = 0$ se compose de deux trapèzes identiques,

$$(2) \qquad -1 < x \leqq 1, \quad -2 - x \leqq y \leqq 2 + x,$$

reliés par deux côtés opposés, les côtés libres étant correspondants des

côtés libres des trapèzes (1). La surface de M. Brouwer est donc homéomorphe de la sphère. Si le point P $(\rho, \varphi, 2)$ de F tend vers H $(\rho = 0, z = 2)$ l'arc PH de la courbe $\sin\frac{\pi}{\rho} = -\frac{\cos\varphi}{-1+|\cos\varphi|}$, section de F par le plan $z = 2$, laquelle est comprise dans un angle $\frac{\pi}{3}$, tend vers zéro avec $P \to H$.

Ceci ne compromet pas l'exactitude du fait général énoncé par M. Brouwer. Pour démontrer élémentairement (sans faire appel à notre théorème) que la connexion simple et l'accessibilité des points d'une surface dans chacune des régions en lesquelles elle divise l'espace ne suffisent pas pour caractériser les surfaces de Jordan, il faut donc construire une surface avec accessibilité multiple. Voici un exemple fort simple :

$$z = \cos\varphi \operatorname{sg}\varphi + \sin\varphi \sin\frac{\pi}{\rho};$$

pour $\varphi = 0$, $\varphi = \pm\pi$, $\operatorname{sg}\varphi$ étant la fonction définie ainsi :

$$\operatorname{sg}\varphi = +1 \quad \text{pour } \varphi > 0; \qquad \operatorname{sg}0^{+} = +1,$$
$$\operatorname{sg}\varphi = -1 \quad \text{pour } \varphi < 0; \qquad \operatorname{sg}0^{-} = -1$$

pour $\rho > 0$, φ variant de $-\pi$ à π; et $-1 \leqq z \leqq 1$.

Cette surface divise l'espace en deux régions (¹) :

$$z_1(\rho, \varphi) < \min z(\rho, \varphi); \qquad z_2(\rho, \varphi) > \max z(\rho, \varphi)$$

et dans chacune d'elles sont les points $\rho = 0$, $-1 < z < 1$, doublement accessibles. Aucun morceau de cette surface contenant à son intérieur ce segment n'est une cellule; si l'on prend un morceau dont la projection horizontale soit par exemple un cercle de centre O, il résulte par homéomorphisme d'un cercle dont les points correspondants de deux segments symétriques OA et OA′ sont unis.

On remarque que les deux conditions infinitésimales caractéristiques des surfaces de Jordan (la division de l'espace en deux régions dans l'entourage de chaque point n'appartenant pas au contour et l'accessibilité simple dans chacune des régions) enferment tout le contenu de l'idée intuitive exprimée par le mot *avoir deux côtés*. Cette idée de *côté* est quelque chose de plus que l'idée de région, et ce complément est précisément l'accessibilité simple.

(¹) On peut, naturellement, limiter la surface par un cylindre, sphère ou quelque autre surface simple, mais cela n'est pas nécessaire.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la convergence absolue des séries de Dirichlet.* Note de MM. **H. F. Bohnenblust** et **E. Hille**, présentée par M. Hadamard.

1. Soient $\sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s}$ une série de Dirichlet, σ_u son abscisse de convergence uniforme et σ_a son abscisse de convergence absolue. Établissant et analysant la relation qui existe entre les séries de Dirichlet proprement dites d'une part et les séries de Taylor d'une infinité de variables d'autre part, M. H. Bohr [1] a démontré que $\sigma_a - \sigma_u \leqq \frac{1}{2}$. M. O. Tœplitz [2] se bornant aux formes quadratiques à une infinité de variables a obtenu un exemple d'une série de Dirichlet pour laquelle $\sigma_a - \sigma_u = \frac{1}{4}$. La question de savoir s'il existe des séries de Dirichlet proprement dites, pour lesquelles $\sigma_a - \sigma_u$ est plus grand que $\frac{1}{4}$, était, pour autant que nous savons, restée ouverte.

Dans un autre ordre d'idées, M. J. E. Littlewood [3] a démontré certaines inégalités concernant les formes bilinéaires. Nous allons généraliser cette méthode et appliquer nos résultats aux séries de Dirichlet; en particulier nous obtiendrons, en considérant successivement certaines formes de tous les degrés, des exemples pour lesquels les différences $\sigma_a - \sigma_u$ tendront vers $\frac{1}{2}$; démontrant ainsi que la limite $\frac{1}{2}$ indiquée par M. Bohr ne peut pas être abaissée [4].

2. Nous dirons que H est une borne de la forme linéaire

$$(1) \qquad \sum_{i_1, \ldots, i_m = 1}^{\infty} a_{i_1 \ldots i_m} x_{i_1}^1 x_{i_2}^2 \ldots x_{i_m}^m$$

des m vecteurs $x_{i_\nu}^{(\nu)}$ ($i_\nu = 1, 2, \ldots$) si, pour tous les vecteurs $x^{(\nu)}$ du do-

---

(1) H. Bohr, *Göttinger Nachrichten*, 1913, p. 441-488.

(2) O. Toeplitz, *Göttinger Nachrichten*, 1913, p. 417-432.

(3) J. E. Littlewood, *Quarterly Journal of Math.* (Oxford Ser.), 1, 1930, p. 164-171.

(4) M. Neder (*Math. Zeitsc.*, 14, 1922, p. 149-158) a démontré que cette limite ne peut pas être abaissée si l'on considère la classe des séries de Dirichlet des types λ_n, pour lesquels $\overline{\lim} \frac{\log n}{\lambda_n} = 1$. L'exemple qu'il construit n'est pas du type $\lambda_n = \log n$.

maine S : $|x_{i_\nu}^{(\nu)}| \leqq 1$, toutes les formes réduites

$$\sum_{1}^{n} a_{i_1\ldots i_m} x_{i_1}^{1} \ldots x_{i_m}^{m}$$

sont inférieures ou égales à H en valeur absolue. On démontre alors, m étant fixe, qu'il existe une constante A_m, telle que, pour toute forme linéaire de l'ordre m,

$$\left\{ \sum_{1}^{\infty} |a_{i_1\ldots i_m}|^{\frac{2m}{m+1}} \right\}^{\frac{m+1}{2m}} \leqq A_m . H,$$

inégalité qui se réduit à celle de M. Littlewood pour $m=2$. Appliquant ce résultat aux séries de Dirichlet, on obtient le théorème :

Si l'on remplace dans une série de Dirichlet proprement dite tous les coefficients a_n par zéro toutes les fois que l'indice n, décomposé en un produit de nombres premiers, contient plus de m facteurs, on obtient une série de Dirichlet qui converge absolument dans le demi-plan $\sigma > \sigma_u + \frac{m-1}{2m}$, σ_u étant l'abscisse de convergence uniforme de la série donnée.

Ce théorème avait été démontré par M. Bohr dans les cas extrêmes $m=1$ et $m=\infty$; posant $m=2$, c'est-à-dire considérant les formes quadratiques, on voit que l'exemple de M. Toeplitz atteint la meilleure limite possible.

3. La démonstration du fait que nos inégalités ne peuvent pas être remplacées par de plus serrées, se base sur la construction (pour chaque m et pour tous les n puissances d'un nombre premier p quelconque, mais toutefois plus grand que m) de formes linéaires symétriques

$$(2) \qquad \sum_{1}^{n} a_{i_1\ldots i_m} x_{i_1}^{1} \ldots x_{i_m}^{m}$$

pour lesquelles

$$\left\{ \sum_{1}^{n} |a_{i_1\ldots i_m}|^{\frac{2m}{m+1}} \right\}^{\frac{m+1}{2m}} \geqq B_{m,p} H_n ;$$

$B_{m,p}$ est une constante déterminée par m et p, et H_n le maximum de la valeur absolue de la forme (2) dans le domaine S. On obtient de telles formes en posant tout d'abord

$$a_{i_1\ldots i_m}^{*} = a_{i_1 i_2} a_{i_2 i_3} \ldots a_{i_{m-1} i_m} \qquad (i_1, \ldots, i_m = 1, \ldots, p^{\alpha}),$$

où la matrice $\|a_{rs}\|$ est celle qui résulte de $\left\| e^{\frac{2\pi i rs}{p}} \right\|$ $(r, s = 1, \ldots, p)$ par juxtaposition (cf. Toeplitz ou Littlewood); puis en additionnant toutes les formes conjuguées que l'on obtient en permutant les indices. Ces formes sont caractérisées par le fait qu'il n'existe (m et p étant fixes) qu'un nombre fini de coefficients différents entre eux, et qu'aucun d'entre eux n'est égal à zéro.

On obtient ainsi, pour chaque m, des séries de Dirichlet qui sont uniformément, mais non pas absolument convergentes, dans des bandes de largeur $\frac{m-1}{2m}$.

Une description plus détaillée des démonstrations et de la construction de ces exemples paraîtra prochainement.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le théorème des accroissements finis.* Note (¹) de M. **L. Tchakaloff**, présentée par M. Émile Borel.

La fonction $f(x)$ étant continue dans l'intervalle $a \leqq x \leqq b$, si elle a une dérivée à l'intérieur de cet intervalle, le théorème des accroissements finis affirme l'existence d'un ξ entre a et b tel que

$$f(b) - f(a) = (b-a) f'(\xi) \qquad (a < \xi < b). \tag{1}$$

Il est évident que pour certaines classes de fonctions $f(x)$ les limites a et b, entre lesquelles varie ξ, peuvent être remplacées par d'autres plus restreintes. Ainsi dans le cas d'un polynome du second degré l'équation (1) n'est vraie que pour $\xi = \frac{a+b}{2}$ [2]. Dans la présente Note nous donnons la résolution complète du problème suivant :

Soit $\mathcal{E}_m$ l'ensemble des polynomes réels de x tout au plus de degré m; déterminer le plus petit intervalle $(a+\delta, b-\delta)$, concentrique à l'intervalle (a, b) et tel que pour tout polynome $f(x)$ de l'ensemble $\mathcal{E}_m$ il existe un ξ de l'intervalle $(a+\delta, b-\delta)$ qui satisfait à l'équation (1).

(¹) Séance du 22 décembre 1930.

(²) M. D. Pompeiu a remarqué le premier (*Annales scientifiques de l'Université de Jassy*, 15, p. 335-337) que pour les polynomes réels du troisième degré le nombre ξ dans la formule (1) varie entre $\frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$ et $\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$. Voir aussi E. Abason, *Bulletin de mathématiques et de physique pures et appliquées de l'École polytechnique de Bucarest*, 1re année, n°s 1, 2 et 3.

1. Nous pouvons supposer, sans restreindre la généralité, que l'intervalle (a, b) coïncide avec l'intervalle $(-1, 1)$. Soit $f(x)$ un polynome de l'ensemble $\mathcal{E}_{2n}$ (n désignant un nombre naturel supérieur à 1) et posons

$$\varphi(x) = 2f'(x) - f(1) + f(-1).$$

Désignons par $P_n(x)$ le $n^{\text{ième}}$ polynome de Legendre,

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n(x^2-1)^n}{dx^n},$$

par $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ses racines et par $\psi(x)$ le polynome

$$\psi(x = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{P_n(x)}{(x-x_k)P'_n(x_k)} \right)^2 \varphi(x_k);$$

on voit aisément que $\psi(x_k) = \varphi(x_k)$ pour $k = 1, 2, \ldots, n$, c'est-à-dire que la différence $\varphi(x) - \psi(x)$ est divisible par $P_n(x)$. On a donc

$$(2) \qquad \varphi(x) = \psi(x) + P_n(x)Q(x),$$

$Q(x)$ désignant un polynome dont le degré ne surpasse pas $n-1$. En tenant compte de l'équation $\int_{-1}^{1} \varphi(x)\,dx = 0$ et des propriétés bien connues des polynomes de Legendre, on déduit de (2) en intégrant de -1 à $+1$, l'équation $\int_{-1}^{1} \psi(x)\,dx = 0$ ou bien

$$(3) \qquad \sum_{k=1}^{n} \varphi(x_k) \int_{-1}^{1} \left(\frac{P_n(x)}{(x-x_k)P_n(x_k)} \right)^2 dx = 0.$$

Si les quantités réelles $\varphi(x_k)$ ne sont pas toutes nulles, l'équation (3) montre que parmi ces quantités il y en a deux de signes contraires, ce qui prouve que le polynome $\varphi(x)$ s'annule au moins une fois dans l'intervalle

$$-\alpha \leqq x \leqq \alpha,$$

α et $-\alpha$ désignant la plus grande et la plus petite racine de $P_n(x)$. Pour $n > 2$, on peut même affirmer que l'équation $\varphi(x) = 0$ possède [laissant à part le cas banal où $\varphi(x)$ est identiquement nulle] au moins une racine ξ d'ordre impair à l'intérieur du même intervalle.

2. Soit ε un nombre positif et posons

$$\varphi(x) = (x - \xi) \left[\left(\frac{P_n(x)}{x - \alpha} \right)^2 + \varepsilon \right],$$

$P_n(x)$ et α ayant la même signification que plus haut. Si l'on soumet $\varphi(x)$ à la condition $\int_{-1}^{1}\varphi(x)dx = 0$, la constante ξ est déterminée par l'équation linéaire

$$(\alpha - \xi)\int_{-1}^{1}\left[\frac{P_n(x)}{x-\alpha}\right]^2 dx - 2\xi\varepsilon = 0,$$

et tend évidemment vers α lorsque ε tend vers zéro. On peut donc trouver un polynome réel $\varphi(x)$ de degré $2n - 1$ qui remplit la condition

$$\int_{-1}^{1}\varphi(x)\,dx = 0$$

et n'a qu'une seule racine réelle ξ, telle que la différence positive $\alpha - \xi$ peu être faite arbitrairement petite. Il suffit de poser $f(x) = \int\varphi(x)\,dx$ pour obtenir un polynome $f(x)$ de degré $2n$ tel que l'équation

$$(4)\qquad f(1) - f(-1) = 2f'(\xi)$$

soit satisfaite par un seul nombre réel ξ, aussi rapproché de α qu'on le veut. En remplaçant α par $-\alpha$, on voit de même que ξ peut être arbitrairement voisin de $-\alpha$.

3. ε désignant toujours un nombre positif, tâchons de déterminer le nombre réel δ de manière que le polynome

$$\varphi(x) = (x - \alpha - \delta)(x + \alpha - \delta)\left[\varepsilon + \frac{P_n^2}{(x^2 - \alpha^2)^2}\right]$$

de degré $2n - 2$ satisfasse à la condition $\int_{-1}^{1}\varphi(x)\,dx = 0$. Après quelques réductions faciles, on obtient pour δ l'équation

$$\delta^2\left[2\varepsilon + \int_{-1}^{1}\frac{P_n^2}{(x^2-\alpha^2)^2}dx\right] = 2\varepsilon\left(\alpha^2 - \frac{1}{3}\right),$$

qui a deux racines réelles et de signes contraires si α est $> \frac{1}{\sqrt{3}}$, c'est-à-dire lorsque n est supérieur à 2. Ces deux racines tendent vers zéro avec ε, de sorte que les racines réelles $\alpha + \delta$ et $-\alpha + \delta$ du polynome $\varphi(x)$ tendent vers les extrémités de l'intervalle $(-\alpha, \alpha)$; on peut de plus disposer du signe de δ de manière que celle des racines $\alpha + \delta$ et $-\alpha + \delta$, qui tombe dans l'intervalle $(-\alpha, \alpha)$, tende vers $-\alpha$ ou vers $+\alpha$. On en conclut

comme plus haut que l'intervalle $(-\alpha, \alpha)$ est minimal aussi par rapport à l'ensemble $\mathcal{E}_{2n-1}$.

Les résultats ci-dessus peuvent être formulés ainsi :

Le nombre α étant la plus grande racine du polynome $P_n(x)$ de Legendre $(n > 1)$, l'intervalle $(-\alpha, \alpha)$ est caractérisé par les propriétés suivantes : 1° *à tout polynome réel $f(x)$ de degré $\leqq 2n$ correspond une racine ξ de l'équation* (4) *contenue dans cet intervalle;* 2° *il y a des polynomes $f(x)$ de degré $2n$ ou $2n-1$ tels que l'équation* (4) *a une seule racine ξ dans l'intervalle $(-\alpha, \alpha)$, arbitrairement voisine de l'une quelconque des extrémités $-\alpha, \alpha$.*

HYDRODYNAMIQUE. — *Cavitations naissantes dans un liquide pesant.* Note de M. **Georges Bouligand.**

1. Le problème dont nous nous occupons met l'hydrodynamique en relations avec la théorie des ensembles. Soit un fluide incompressible, emplissant au temps t_0 un domaine Ω_0 où règne alors un champ donné de vitesses, de divergence nulle. On connaît aussi les conditions γ réalisées à la frontière Σ_0 de Ω_0. On cherche s'il existe un ensemble de points de Ω_0 sur lequel peut se produire une rupture de continuité du liquide, faisant apparaître sur cet ensemble une pression nulle à l'instant $t_0 + 0$ immédiatement postérieur. Comme p est continue, c'est sur un ensemble ouvert ω_0 que $p(t_0+0)$ sera positive : on la calcule dans Ω_0 comme solution d'une équation $\Delta p = f$, attachée à la valeur 0 aux points frontières de ω_0 situés dans Ω_0 et aux conditions γ aux points frontières de ω_0 situés sur Σ_0. La fonction f se déduit du champ des vitesses. L'ensemble ω_0 peut être vide : car pour un liquide en chute libre, abandonné à partir d'un champ convenable de vitesses $\overrightarrow{V}_0(M)$, on peut avoir la *dissémination totale*, les éléments fluides se relâchant de suite pour décrire, sans gêne mutuelle, leurs trajectoires paraboliques : la dynamique élémentaire donne alors, en fonction de $\overrightarrow{V}_0(M)$, la transformation ponctuelle τ opérant à partir de la configuration initiale. On est donc conduit à ce problème : choisir $\overrightarrow{V}_0(M)$ pour que τ soit biunivoque et ne diminue aucun volume, pendant une certaine durée, de manière à permettre le relâchement.

L'ensemble fermé $\sigma = \Omega_0 + \Sigma_0 - \omega_0$ sera dit : *ensemble de scission.* Ses points intérieurs forment un ensemble ouvert (*ensemble de relâchement*) sur lequel le mouvement commençant s'obtient en traitant les éléments matériels correspondants comme libres $(p = 0)$,

2. Soit donnée une solution s, holomorphe en t (pour t_0, pendant une durée bien définie pour chaque particule) des équations du mouvement irrotationnel d'un liquide parfait pesant. A l'instant t_0, la pression interne (surharmonique) correspondant à s est partout positive, mais s'annule sur certaines portions de Σ_0 et cela soulève cette question : la continuité du liquide subsiste-t-elle à partir de cette configuration ? D'abord, l'ensemble de relâchement est vide, car l'harmonicité du potentiel initial des vitesses entraîne que tout volume, pour t_0, ait sa dérivée première nulle et sa dérivée seconde négative. Donc, tout ensemble éventuel de scission σ sera dépourvu de points intérieurs. Si σ était *impropre* (voir pages 38-39 du fascicule XI du *Mémorial* Villat), on aurait $p(t_0+0) \equiv p(t_0)$. La relation

$$(1) \qquad 2(\varphi'_t + p + gz) + \overline{\text{grad}}^2 \varphi = 0 \qquad (\rho = 1)$$

exigerait la coïncidence des dérivées de tous ordres de $\varphi(t)$, par rapport à t, pour t_0 d'une part et t_0+0 de l'autre. De notre hypothèse d'holomorphie, résulte donc la persistance de la continuité. Reste le cas où σ serait une *frontière réduite* de ω_0 (quant au problème de Dirichlet, *loc. cit.*). Dès lors, $p(t_0+0) \neq p(t_0)$. Remplaçant p dans (1) par $p(t_0+0)$, on tire φ'_{t_0}. Étudions pour t_0 le volume cavitationnel, représenté pour t très petit de la manière suivante : soit Ω_t l'ensemble occupé par le liquide à l'instant t; l'ensemble des points de Ω_0 extérieurs à Ω_t est un ensemble ouvert K_t qui tend vers σ quand t tend vers t_0. La dérivée seconde pour t_0 du volume de K_t est le flux rentrant dans ω_0, à travers σ, de $\overrightarrow{\text{grad}}\,\varphi'_t$ (la dérivée première est $= 0$). Le signe de cette dérivée seconde est donc opposé à celui du flux rentrant dans ω_0 par σ du gradient de p, accru du flux analogue du gradient de $\overline{\text{grad}}^2 \varphi$. Le premier de ces flux est positif, car $p(t_0+0)$ est positif dans ω_0 et le second est l'intégrale sur σ du laplacien de $\overline{\text{grad}}^2 \varphi$, il est aussi positif. Donc, la dérivée seconde du volume de K_t est négative.

Des raisonnements précédents, complétés sur divers points en vue de la rigueur (et cela fera l'objet d'un exposé développé), je conclus à l'impossibilité, dans le cas ci-dessus, de l'apparition de cavitations. Je montre par là même l'importance en Mécanique des Fluides des notions d'*ensemble impropre* (voir mon fascicule déjà cité) et de *flux généralisé* (voir page 7 de mon volume : *Sur divers problèmes de Dynamique des liquides*, Coll. Inst. Méc. Fl.) que j'avais introduites en théorie du potentiel à un point de vue purement analytique.

PYROMÉTRIE. — *Détermination de la température de fusion du platine.* Note de MM. **G. Ribaud** et **P. Mohr**, présentée par M. A. Cotton.

Pour cette détermination nous avons utilisé l'extrapolation optique, à partir du point de fusion de l'or ($T_0 = 1336^\circ K$), telle qu'elle a été précisée dans l'échelle internationale des températures ($C_2 = 14320$).

Réalisation du corps noir au point de fusion du platine. — La méthode employée a été la méthode de fusion d'un tube, déjà décrite ailleurs à propos du palladium [1]: visées pyrométriques à travers un trou, de diamètre $0^{mm},3$, percé dans la paroi d'un tube de platine de diamètre $1^{mm},5$, de longueur 80^{mm}, et d'épaisseur $0^{mm},05$.

La technique des mesures a été perfectionnée par l'emploi d'une pile thermo-électrique sur laquelle on formait une image de la partie centrale du tube opposée au trou ; la force électromotrice de cette pile était partiellement compensée par un montage potentiométrique, et les variations de température du tube décelées par la déviation du galvanomètre associé au montage (7^{mm} de l'échelle par degré); une telle disposition permet de suivre sans fatigue l'évolution de la température du tube.

Le courant électrique dans le tube était accru par sauts successifs correspondant à environ 1 degré et, pour les 10 derniers degrés avant la fusion, on mesurait simultanément le courant tare du pyromètre de mesures et la déviation fournie par la pile thermo-électrique ; la courbe qui relie ces deux grandeurs est une droite fournissant une détermination précise du courant tare au moment de la fusion.

Le courant tare, déduit de 15 fusions différentes, a été trouvé égal à 276,74 *milliampères*, avec un écart moyen de 0,2 milliampère (correspondant à $1^\circ,5$ environ). Dans de très grandes limites ce courant s'est montré indépendant de la tension mécanique supportée par le tube.

Extrapolation optique. — Le pyromètre ayant servi aux mesures précédentes a été ensuite pointé sur un corps noir dont la température était réglée de façon à équilibrer le courant tare ci-dessus; par interposition d'un secteur tournant d'angle convenable, on amenait la brillance du corps noir à correspondre à une température T'_0, voisine du point de fusion de l'or et préalablement repérée au pyromètre.

---

(1) Ribaud et Nikitine, *Annales de Physique*, 11, 1929, p. 451.

La température T cherchée était déduite de T'_0 par la relation

$$C_2\left(\frac{1}{T'_0} - \frac{1}{T}\right) = \lambda_e \operatorname{colog}_n \tau,$$

τ désignant le facteur de transmission du secteur et λ_e la longueur d'onde effective du verre rouge du pyromètre pour l'extrapolation entre T'_0 et T. Cette dernière longueur d'onde était déterminée par comparaison avec un écran étalon, étudié par J. Mendousse [1]; l'incertitude sur cette grandeur n'entraîne pas d'erreur sur T supérieure à 0°,5.

La pureté du platine des tubes a été étudiée, par une méthode physique, comparativement avec un échantillon extrêmement pur fourni par Heraeus; la quantité d'impuretés, inférieure à 0,01 pour 100, n'entraîne pas d'erreur sur T supérieure à 0°,2.

Résultats. — La température T extrapolée a été trouvée égale à 1762°C. (2035°K); la discussion des erreurs montre en outre que cette température ne doit pas comporter une incertitude supérieure à 2°.

Des mesures en cours permettront de préciser l'accord entre la méthode ci-dessus et la méthode du bain de platine en fusion.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un nouvel aspect de la décharge en haute fréquence.* Note de Mlle **M. Chenot**, présentée par M. G. Ferrié.

Au cours de recherches sur la décharge en haute fréquence, nous avons observé, pour des fréquences correspondant à des longueurs d'onde inférieures à 10^m et des pressions inférieures au $\frac{1}{1000}$ de millimètre de mercure, un nouvel aspect du tube.

Un tube de verre de 50^{cm} de longueur et de $1^{cm},8$ de diamètre intérieur, est muni de deux électrodes extérieures cylindriques en papier d'étain. Ces électrodes sont reliées à une boucle de fil couplée à un oscillateur à deux lampes triodes du modèle Métal E_4, la tension de plaque est 1100 volts. On accorde le circuit comprenant le tube, sur l'oscillateur, en choisissant convenablement la longueur de la boucle de fil. Différentes intensités d'excitation sont obtenues en modifiant le chauffage des triodes. Le tube est vidé au moyen d'une pompe à vapeur de mercure.

---

(1) Ribaud, Nikitine et Mendousse, *Revue d'optique*, 7, 1928, p. 196. — Mendousse, *Soc. Franç. de Phys.* (*Bull.*, **282**, 1929, p. 4).

Avec un oscillateur de longueur d'onde 340^{cm}, on observe, pour une excitation suffisamment intense, une suite de fuseaux brillants, de longueurs égales, séparés par des régions sombres. Leur aspect est celui d'un système d'ondes stationnaires. Les fuseaux sont d'autant plus longs que les filaments des triodes sont plus chauffés et la décharge plus intense. Le passage d'une longueur à une autre se produit d'une façon discontinue pour un très faible changement du chauffage. Les fuseaux apparaissent pour des pressions de l'ordre de quelques centièmes de millimètre de mercure, mais ne deviennent très nets qu'à des pressions plus faibles. Nous avons obtenu des fuseaux dont les longueurs étaient $5^{cm},6$, $7^{cm},5$, $10^{cm},6$, $12^{cm},8$, 14^{cm}. Ces longueurs ne paraissent pas dépendre de la distance des électrodes. Pour des longueurs d'onde 287^{cm}, 671^{cm} et 945^{cm}, on retrouve le même aspect; il devient cependant d'autant plus difficile d'obtenir des fuseaux courts que la fréquence est plus faible. Nous retrouvons le même aspect de la décharge dans différents tubes, l'un de 31^{cm} de longueur et $2^{cm},2$ de diamètre, l'autre de 74^{cm} de longueur et $1^{cm},3$ de diamètre. Dans ce dernier on pouvait déplacer à l'aide d'un aimant une petite tige de fer portant une rondelle de mica qui limite à volonté la longueur de la colonne lumineuse.

Nous avons illuminé le tube, sans aucune électrode, en approchant seulement une de ses extrémités d'une des triodes de l'oscillateur. Lorsqu'on augmente lentement l'amplitude des oscillations, on voit la luminosité s'étendre le long du tube, à partir de l'extrémité voisine de l'oscillateur, sans se diviser en fuseaux, mais dès que la lueur atteint l'extrémité éloignée de l'oscillateur, il suffit d'un très faible accroissement d'amplitude pour voir la décharge se diviser.

Le long d'un tube de 50^{cm} de longueur, excité sans électrodes, nous avons déplacé un résonateur de Hertz. Il est constitué par un carré en fil de cuivre, coupé par un très petit condensateur variable, sur lequel est intercalée une petite lampe à incandescence. Le résonateur est accordé sur la fréquence de l'oscillateur. On observe alors exactement les mêmes effets que le long d'un fil métallique siège d'ondes stationnaires dont l'internœud est de longueur égale à celle des fuseaux lumineux. Les ventres de courant correspondent au milieu des fuseaux, les nœuds aux espaces sombres qui les séparent. En effet, si le plan du résonateur est normal au tube, la lampe du résonateur s'allume au maximum lorsque ce plan coïncide avec un espace sombre; si, au contraire, le résonateur est dans un plan passant par l'axe du tube, la lampe s'allume lorsque la ligne de symétrie du résonateur, qui joint la coupure au milieu du côté opposé, passe par le milieu du fuseau.

Afin de n'être pas gêné par l'action directe de l'oscillateur, il est bon de faire passer le tube à travers un trou percé dans une large plaque métallique servant d'écran et d'observer le système d'ondes stationnaires le long de la partie du tube qui dépasse du côté opposé à l'oscillateur. Les extrémités du tube sont toujours obscures, les internœuds sont égaux sauf celui qui est le plus voisin de l'extrémité excitée.

L'expérience précédente montre qu'il se produit une propagation par ondes le long du tube à partir de l'extrémité excitée et une réflexion à l'autre extrémité. Pour les diverses longueurs de fuseaux aux internœuds observés, les vitesses de propagation sont comprises entre 3 et 5 centièmes de la vitesse de la lumière.

Remarques de M. G. Ferrié *au sujet de la Communication de M*[lle] M. Chenot.

Les très intéressantes recherches de M[lle] Chenot montrent qu'on observe le long d'un tube, siège d'une décharge à très haute fréquence, des phénomènes de propagation dont la vitesse n'est qu'une très petite fraction de la vitesse de la lumière. On peut se demander si les phénomènes récemment signalés par M. Mahout et M. Guillet ([1]) ne sont pas déterminés par une propagation de mouvements des électrons libres d'un métal, analogue à celle que trouve M[lle] Chenot dans un milieu discontinu constitué par des particules électrisées.

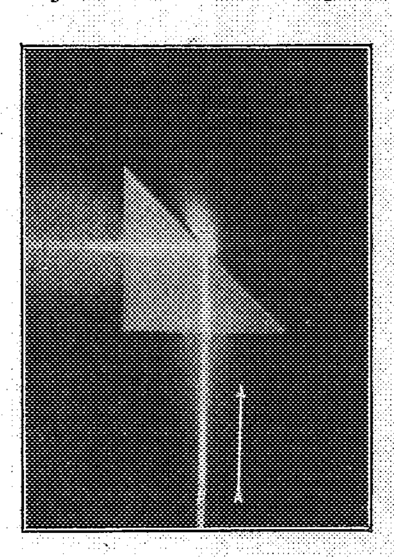
Nous rappellerons que nous avons nous-même émis l'idée ([2]) que les échos retardés observés par les radiotélégraphistes pourraient être dus à de telles propagations à vitesse très réduite.

OPTIQUE. — *Sur la lumière transmise dans le cas de réflexion dite totale.* Note de M. Armand de Gramont, présentée par M. Charles Fabry.

Si l'on fait tomber un pinceau de lumière sur la face hypoténuse d'un prisme sous un angle d'incidence supérieur à l'angle limite, l'observation visuelle montre que la tache formée par l'intersection du faisceau avec le plan du verre diffuse vers l'extérieur du prisme une certaine quantité de lumière, laquelle ne suit pas la loi de Lambert : elle présente un maximum dans une direction nettement déterminée.

([1]) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1328 et 1331.
([2]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 50.

En posant directement un prisme parfaitement poli sur une plaque photographique dans une chambre obscure et en provoquant la réflexion d'un mince faisceau lumineux sur la face hypoténuse dans une région aussi voisine que possible de la plaque, on obtient une représentation sommaire du phénomène comme on peut s'en rendre compte sur la figure ci-dessous.



La lumière diffusée se présente dans le plan d'incidence sous la forme d'une aigrette fortement inclinée sur la face du prisme. Ainsi il n'y a pas, à proprement parler, de réflexion totale; quelle que soit la qualité de la surface optique réfléchissante, une partie de la lumière est transmise à l'extérieur du prisme.

Nous avons étudié dans le plan d'incidence ainsi que dans le plan perpendiculaire à ce plan et à la surface réfléchissante, la distribution photométrique de la lumière de l'aigrette, non seulement pour des surfaces polies mais pour des surfaces doucies et même sablées. Nous avons mesuré dans ces deux mêmes plans la polarisation de la lumière transmise.

L'examen des aigrettes dans le cas des surfaces polies, doucies ou sablées montre que pour chaque cas il existe une direction où l'intensité de la lumière transmise est maxima; cette direction est d'autant plus voisine de la face hypoténuse que la qualité du polissage est meilleure.

Nous avons établi les courbes polaires représentant la brillance de la tache diffusante en fonction de l'angle d'émergence dans les trois cas : verre poli, douci et sablé. Pour les prismes douci et poli la brillance la plus

grande est perçue dans une direction faisant un angle de 18° avec la face du prisme. Cet angle est d'environ 28° pour un prisme sablé.

L'intensité des maxima diffère également; l'accroissement est considérable de la surface polie à la surface doucie; mais si l'on passe au sablé, le phénomène s'inverse : le maximum n'atteint pas la moitié de celui de la surface doucie.

Les chiffres suivants donnent pour les surfaces polies, doucies et sablées la valeur du facteur de la brillance [tel qu'il a été défini par M. Blondel (¹)] relative au maximum :

Surface.	Facteur de brillance.
Polie	$0,46.10^{-5}$
Doucie	$0,65.10^{-2}$
Sablée	$0,29.10^{-2}$

Influence de l'incidence sur la direction et l'intensité du maximum de la lumière diffusée. — Si l'on fait varier l'angle d'incidence, le maximum que nous avons noté change de direction et d'intensité. Sur une surface parfaitement polie, ces variations ne sont pas perceptibles avec notre dispositif; pour les prismes douci et sablé, quand l'incidence varie de l'angle-limite (41°30′ pour le verre utilisé) à l'incidence rasante, les angles formés par le faisceau incident et la direction de la lumière émergente avec la normale à la face hypoténuse varient dans le même sens.

Polarisation de la lumière dans l'aigrette. — La lumière qui s'est propagée dans l'aigrette suivant la direction du maximum ne semble pas polarisée; par contre, cette direction divise l'aigrette en deux régions dans chacune desquelles la lumière est partiellement polarisée, les deux polarisations étant orthogonales entre elles.

Dans la zone comprise entre le maximum et l'hypoténuse du prisme, le plan de polarisation est le même que s'il s'agissait d'une *réfraction*. Au contraire, dans la zone extérieure à cet angle, le plan de polarisation est le même que si le faisceau émergent du prisme provenait d'une *réflexion* sur le verre; on peut dire aussi que dans ce cas le verre diffuse la lumière de la même façon que le ferait un liquide.

Quand on s'éloigne de la direction du maximum, la polarisation augmente rapidement; elle est de $\frac{6}{10}$ à $\frac{7}{10}$ dans une direction voisine de la normale au prisme.

(¹) Rapport de la brillance dans la direction considérée à l'éclairement reçu par la face hypoténuse du prisme.

Puisque la lumière diffusée varie très rapidement avec l'état de la surface, en particulier depuis le poli récent jusqu'au douci très fin, il semble qu'il y ait là un phénomène pouvant servir à fixer une « constante de polissage » comparable à celle que M. Urbanek a proposée en utilisant la diffusion de la lumière par une surface polie.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la préparation de membranes cellulosiques renfermant des protides*. Note (1) de MM. **Jean Loiseleur** et **Léon Velluz**, présentée par M. H. Vincent.

Il est connu que les membranes artificielles, purement cellulosiques, diffèrent notablement, au point de vue physico-chimique, des membranes animales. On peut déjà supposer qu'il suffirait d'incorporer certains protides à ces membranes pour leur conférer des propriétés essentiellement nouvelles et les rendre, dès lors, plus voisines des membranes naturelles. Mais si les recherches poursuivies jusqu'ici permettent de réaliser, à l'aide des celluloses nitrées ou acétylées, des membranes de perméabilité cherchée, on ne dispose encore d'aucune méthode permettant de préparer, de façon analogue, des membranes artificielles constituées par l'association *étroite et homogène* de celluloses et de protides. A la suite des recherches poursuivies par l'un de nous (2) sur les propriétés des protides en solutions organiques anhydres, nous avons pu établir plusieurs procédés pour la réalisation pratique de ces membranes mixtes, d'un type nouveau (*membranes protéocellulosiques*).

La cellulose, nitrée ou acétylée, n'est soluble qu'en milieu organique neutre (alcool-éther, acétone) ou acide (acides formique ou acétique); on utilise notamment la solution acétique de nitro- ou d'acétylcellulose. La réalisation des membranes protéocellulosiques homogènes a donc exigé :

1° La préparation de solutions organiques anhydres homogènes de celluloses et de protides;

2° L'utilisation de solvants tels que l'homogénéité de ces solutions soit strictement maintenue lors de la séparation de ces solvants.

Nous avons satisfait à ces deux conditions en utilisant, pour solubiliser les protides, les premiers termes des acides aliphatiques. En effet, d'une

(1) Séance du 29 décembre 1930.

(2) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1477.

part, les solutions de gélatine dans l'acide acétique cristallisable, ou d'autres protides dans l'acide formique anhydre, sont miscibles, en toutes proportions, aux solutions cellulosiques acétiques, sans aucune floculation; et, d'autre part, ces solutions protéocellulosiques acides restent stables au cours de l'évaporation.

Nous avons donc ainsi réalisé la continuité, nécessaire et suffisante, d'état physico-chimique entre les solutions et les membranes qui en dérivent, pour pouvoir considérer ces membranes comme de véritables *solutions solides* dont la structure dépend du rapport $\frac{\text{protides}}{\text{celluloses}}$.

1° *Incorporation de gélatine aux solutions cellulosiques acétiques.* — La gélatine, finement pulvérisée, est dissoute (à 10 pour 100), à froid, dans l'acide acétique cristallisable. Selon le pourcentage de gélatine que l'on désire obtenir dans la membrane (pourcentage qui peut varier de 5 à 75 pour 100), on incorpore la quantité convenable de cette solution à la solution cellulosique, à 10 pour 100, dans l'acide acétique [1]. On agite énergiquement pour homogénéiser et l'on prépare des membranes par les méthodes usuelles. Si la dessiccation est totale on obtient une membrane résistante, dont la perméabilité, c'est-à-dire la grandeur du diamètre des microspores, dépend des conditions d'évaporation de la solution primitive. A 5 pour 100 de gélatine, les membranes sont transparentes; à 25 pour 100, elles sont opalescentes.

2° *Incorporation d'autres protides aux solutions cellulosiques acétiques.* — La technique précédente est applicable, mais, pour dissoudre le protide, on doit substituer à l'acide acétique l'acide formique anhydre [2]. C'est ainsi qu'en solubilisant, à 10 pour 100, à froid ou à douce température (30°-40°), la caséine pure et finement pulvérisée, dans l'acide formique, nous avons préparé des membranes renfermant 5 à 75 pour 100 de ce protide. Une membrane, parfaitement sèche, renfermant, en poids, 20 parties de caséine pour 80 parties d'acétate de cellulose sec, est parfaitement claire et ne présente même pas l'effet Tyndall.

Nous avons encore réalisé, par ce même procédé, des séries de membranes renfermant de l'ovalbumine, de la gliadine, des protides du sérum, etc.

On peut donc incorporer, d'après cette technique, différents protides aux

---

(1) Par exemple, pour une membrane à 20 pour 100 de gélatine, on ajoute 20^{g} de solution du protide à 80^{g} de la solution cellulosique.

(2) A 99-99,5 pour 100 en H. CO OH.

solutions cellulosiques acétiques. Mais l'étude faite précédemment par l'un de nous(¹) sur l'action des solvants organiques neutres vis-à-vis des solutions formiques ou acétiques de protides permet de présumer qu'on peut encore utiliser, pour le même but, une solution cétonique d'acétate de cellulose, et incorporer aux membranes, outre des protides, d'autres constituants biochimiques.

L'étude des propriétés nouvelles conférées, aux membranes protéocellulosiques, par le protide associé à la cellulose, peut trouver son intérêt dans le fait que la nature et le taux de l'élément *actif* — le protide — que nous introduisons artificiellement, sont parfaitement déterminés.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'équilibre fer-carbure de fer-oxygène.* Note de M. **P. Pingault**, transmise par M. G. Charpy.

La majeure partie des études entreprises sur le diagramme complet fer-carbone-oxygène ont porté sur les équilibres fournis par les mélanges d'oxyde de carbone et de gaz carbonique en présence soit du carbone, soit des mélanges fer-oxyde de fer. Je me suis proposé de compléter ce diagramme par la détermination de la courbe d'équilibre fer-carbure de fer en présence des mélanges d'oxyde de carbone et de gaz carbonique.

Afin d'opérer les mesures avec une précision suffisante, j'ai employé un appareil où les gaz parcouraient un circuit fermé d'une manière continue. Il est, en effet, impossible de compter sur la diffusion seule pour assurer l'homogénéité de la phase gazeuse, surtout si l'on veut mettre en jeu un volume de gaz suffisant pour en déterminer la composition avec précision.

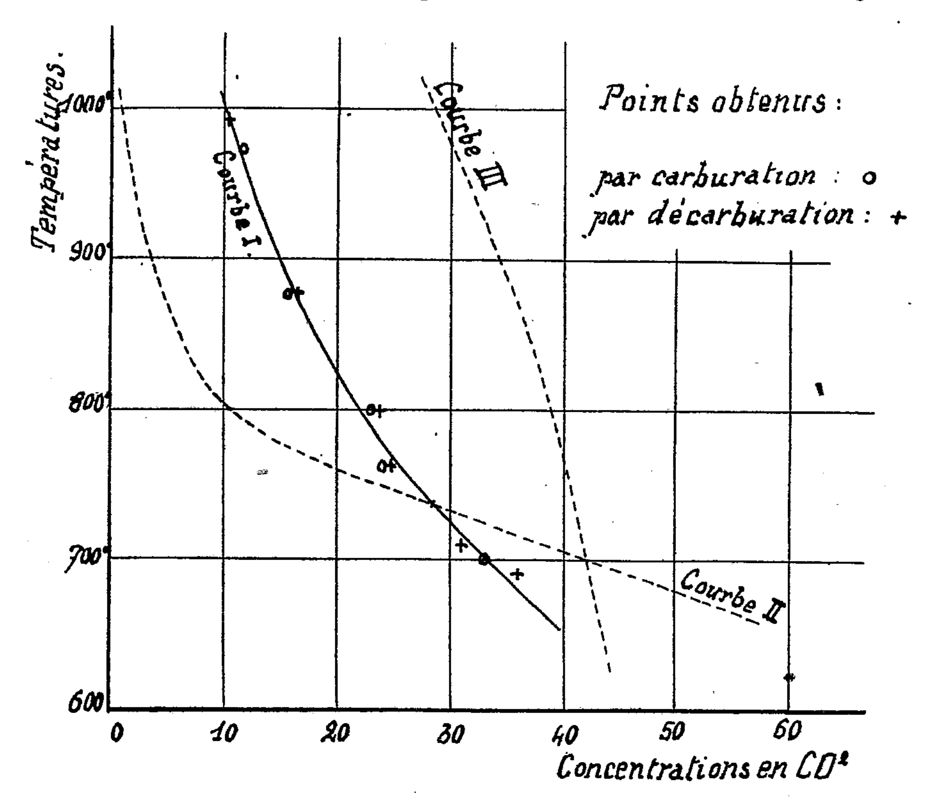
Pour effectuer l'analyse de ces gaz, j'ai écarté les méthodes de mesures physiques, d'une interprétation parfois discutable et qui peuvent être la cause d'erreurs systématiques importantes. Je ne me suis servi que de l'analyse chimique, qui, en opérant sur un volume de gaz d'environ 50^{cm^3}, donne sans aucune difficulté une précision des mesures supérieure à 0,5 pour 100 lorsqu'on dispose d'un volume de gaz assez important pour qu'un prélèvement de cet ordre de grandeur ne fasse pas varier sensiblement la pression.

L'appareil employé remplissait ces diverses conditions. Je signalerai seulement que le contact entre des gaz et des solides étant assez difficile à réaliser lorsque l'on opère sur des poudres plus ou moins fines, j'ai

(¹) Loiseleur, *loc. cit.*

employé du fil de fer fin, forme sous laquelle il est possible d'obtenir, avec un faible poids de matière, une surface de réaction assez importante et de garnir toute la section du tube laboratoire.

Afin d'être sûr de ne pas être en présence d'un faux équilibre dû à des résistances passives, j'ai opéré soit par carburation du fer dans un mélange riche en oxydé de carbone, soit par décarburation dans un mélange riche



en gaz carbonique et vérifié que l'analyse fournissait les mêmes chiffres dans les deux cas pour une même température, en considérant l'équilibre comme atteint dans chaque cas lorsque la composition de la phase gazeuse ne variait plus dans l'intervalle de deux mesures. J'ai pu ainsi déterminer la courbe représentative de l'équilibre $CO^2 + Fe^3C \rightleftharpoons 3Fe + 2CO$, en me limitant au cas où la pression est égale à la pression atmosphérique. Cette courbe est représentée en trait plein sur la figure ci-dessus, sur laquelle j'ai porté quelques-uns des points obtenus soit par carburation, soit par décarburation.

J'ai tracé également sur cette figure les courbes représentatives des équi-

libres $CO^2 + C \rightleftharpoons 2CO$, obtenue par M. Boudouard (courbe 2) et $CO^2 + Fe \rightleftharpoons FeO + CO$, obtenue par M. Chaudron (courbe 3). La courbe 2 coupe celle du système fer-carbure de fer en un point correspondant environ à une température de 740° et à une teneur en CO^2 de 28 pour 100, et celle du système fer-oxyde de fer en un point correspondant environ à 700° et à 42 pour 100.

Ceci permet de préciser certains points importants de la pratique métallurgique. Contrairement à ce qui se passe lorsqu'on maintient du fer en présence d'oxyde de carbone pur, cas où l'on obtient, quelle que soit la température, du carbure de fer, le phénomène change d'aspect et varie avec la température lorsqu'on maintient un mélange de fer et de carbone en présence d'une quantité limitée d'oxygène.

Dans ce deuxième cas, tant que la température est supérieure à 740° environ, on se trouve dans la zone de formation du carbure de fer, et la proportion de CO^2 dans la phase gazeuse varie entre 0 et 28 pour 100 environ. C'est le phénomène industriel de la cémentation carburante. Pour des températures comprises entre 740° et 700° environ, la proportion de CO^2 varie entre 28 et 42 pour 100, et le carbure de fer est oxydé et transformé en fer et oxyde de carbone. On est en présence d'un phénomène semblable à la cémentation oxydante de la fonte. Enfin, pour des températures inférieures à 700°, la teneur en CO^2 devient suffisante pour oxyder le fer.

D'autre part, si, au lieu de considérer les mélanges gazeux en équilibre avec le carbone, on considère ceux qui, pour des températures supérieures à 740°, sont compris entre les courbes (1) et (2), on voit que l'oxydation se portera sur le carbone, sans décomposer le carbure de fer. C'est le cas de la dégraphitisation des fontes contenant à la fois du graphite et de la cémentite.

La connaissance de cette courbe d'équilibre permet de plus de calculer la chaleur de la réaction $CO^2 + Fe^3C = 3Fe + 2CO$.

J'ai ainsi trouvé comme valeur moyenne entre 700° et 1000° :

$$CO^2 + Fe^3C = 3Fe + 2CO - 14,5 \text{ calories.}$$

En admettant d'autre part que l'on a

$$CO^2 + C = 2CO - 42 \text{ calories.}$$

on peut calculer la chaleur de formation de la cémentite. Il vient, en effet :

$$3Fe + C = Fe^3C - 27,5 \text{ calories.}$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide borique sur les chlorures et nitrates alcalins.* Note (1) de MM. **L. Hackspill, A.-P. Rollet** et **L. Andrès**, présentée par M. H. Le Chatelier.

1° *Chlorures.* — On a souvent signalé le déplacement de l'acide chlorhydrique par l'acide borique (2). Il est généralement admis que la réaction n'est pas complète par suite de la formation d'une couche imperméable de diborate.

En chauffant entre 100 et 150° dans un courant de vapeur d'eau un mélange intime de chlorure de potassium et d'acide borique en grand excès, nous sommes parvenus à éliminer rapidement la totalité de l'acide chlorhydrique. Il est facile de suivre cette élimination en fonction du temps en dosant constamment l'acidité dans l'eau de condensation. La courbe ClK de la figure 1 a été obtenue ainsi. Si l'on poursuit l'expérience assez long-

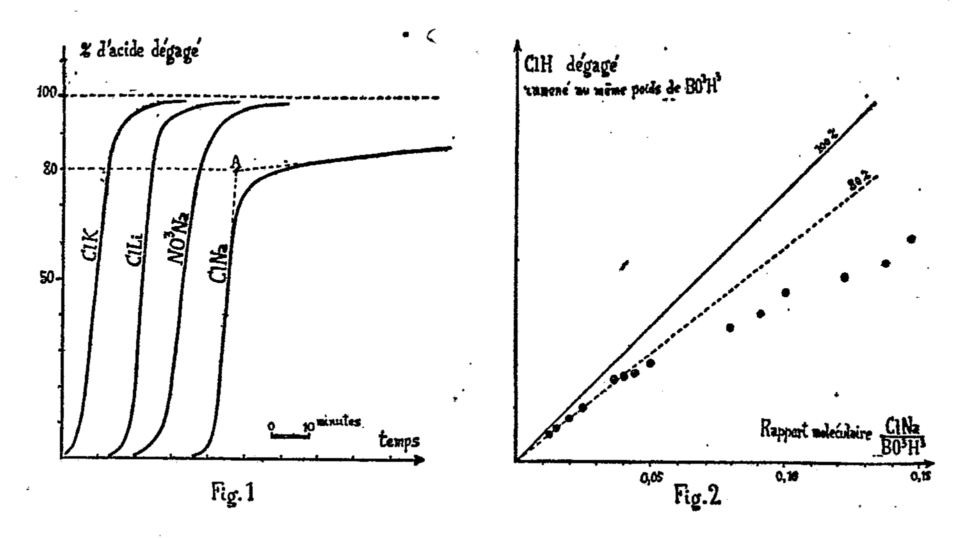


Fig. 1 Fig. 2

temps sur une petite quantité de matière on peut entraîner par la vapeur l'excès d'acide borique. Le résidu fixe a alors une formule correspondant au pentaborate de potassium anhydre.

Lorsque le mélange solide traité contient un excès de chlorure (une à

(1) Séance du 22 décembre 1930.

(2) Le mémoire le plus récent sur cette question est celui de Levi et Garavivi *Gazz. chim. ital.*, 41, 1911, p. 756).

quatre molécules pour une d'acide borique), l'acide chlorhydrique est entraîné à partir de 107° en même temps qu'un peu d'acide borique. Au bout d'une demi-heure environ il n'y a plus aucun départ d'acide, même si l'on élève la température à 200°. Le rapport entre le chlorure transformé et l'acide borique fixé fournit la formule du même pentaborate $5B^2O^3, K^2O$. Le sel $5B^2O^3, K^2O, 8H^2O$ est connu, il constitue une phase solide du système $H^2O - B^2O^3 - K^2O$, mais jusqu'ici on ne l'avait pas obtenu anhydre directement.

Les chlorures de cæsium, de rubidium et de lithium se comportent d'une manière identique et fournissent les trois pentaborates anhydres correspondants.

Le chlorure de sodium en excès semble, lui aussi, fournir la même réaction et le calcul donne la formule du borate $5B^2O^3, Na^2O$. Mais si l'on opère entre 100 et 150° avec un excès, même considérable, d'acide borique (50^{mol} pour 1^{mol} de chlorure), le départ d'acide chlorhydrique d'abord rapide se ralentit lorsque 80 pour 100 ont été éliminés, comme le montre la courbe ClNa de la figure 1.

En portant en abscisse le rapport initial $\frac{ClNa}{BO^3H^3}$ et en ordonnée ClH dégagé, on voit que les différentes expériences donnent des points qui se placent très bien sur la droite correspondant à 80 pour 100, tant que le rapport $\frac{ClNa}{BO^3H^3}$ n'est pas supérieur à 0,05 (*fig.* 2). Il y a donc stabilisation d'une partie du chlorure de sodium, autrement dit formation d'un chloroborate voisin de la formule $(5B^2O^3.Na^2O)^2.ClNa$.

2° *Nitrates.* — Le déplacement de l'acide nitrique par l'acide borique ne semble pas avoir été étudié.

Cependant les nitrates de potassium et de lithium, intimement mélangés à de l'acide borique et chauffés entre 100 et 200° dans un courant de vapeur d'eau, sont rapidement transformés en pentaborates anhydres quelles que soient les proportions relatives de sel et d'acide.

La réaction est en tous points comparable à celle qui se produit avec les chlorures des mêmes métaux. Par contre, avec le nitrate de sodium et un excès même énorme d'acide borique le borate fixe obtenu n'est pas le penta, mais bien le triborate : $3B^2O^3, Na^2O$.

Ce fait souligne le rôle du chlorure de sodium qui stabilise le pentaborate de sodium en donnant naissance à un chloroborate. Le tétraborate isolé par H. Le Chatelier $4B^2O^3.Na^2O$ doit aussi se décomposer jusqu'au triborate qui est le composé stable dans les conditions de l'expérience.

En résumé, l'acide borique en présence de vapeur d'eau déplace avec facilité l'acide des chlorures et nitrates alcalins. La réaction commence vers 110° et donne naissance au borate le plus acide stable dans les conditions de l'expérience, c'est-à-dire en général au pentaborate. Le sodium se distingue de ses congénères en donnant soit le triborâte, soit un chloroborate.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la purification du phosphate disodique*. Note [1] de MM. **M. Lemarchands** et **C. Tranchat**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On prépare industriellement le phosphate disodique par l'action du carbonate de soude sur le phosphate tricalcique naturel. Après cristallisation le phosphate disodique obtenu renferme diverses impuretés parmi lesquelles la plus importante est le sulfate de sodium.

L'élimination de ce sel offre d'assez grandes difficultés. J'ai pensé à éliminer le sulfate de sodium à l'état de sulfate de baryum en traitant la solution de phosphate impur par le phosphate dibarytique. Pour résoudre entièrement la question nous avons étudié l'équilibre de la réaction :

$$PO^4BaH + NaSO^4 \rightleftharpoons PO^4Na^2H + BaSO^4. \quad (1)$$

En présence des deux phases solides PO^4BaH et $BaSO^4$, le système à pression et température fixes est monovariant. La fixation de la concentration d'un des sels dans la solution équilibrée permettra de fixer celle du deuxième sel. La loi d'action de masse donne en effet :

$$K = \frac{C_{PO^4Na^2H}}{C_{SO^4Na^2}}. \quad (2)$$

Cette constante d'équilibre a été déterminée à 100 et à 18 degrés. Dans le premier cas, on dosait, dans la solution où l'équilibre était établi, le phosphate à l'état de pyrophosphate de magnésium. Dans le deuxième cas (18°), on a opéré de même, mais comme l'élimination du sulfate était très poussée, on dosait également le sulfate sur un volume assez important de solution afin d'éviter des erreurs relatives trop fortes sur la concentration en sulfate de la solution.

Après 4 heures d'ébullition l'équilibre était établi et le dosage

---

[1] Séance du 22 décembre 1930.

de PO^4Na^2H a permis de déterminer la valeur de la constante d'équilibre K. Voici les résultats expérimentaux :

Durée d'ébullition.	Concentration initiale en $SO \pm Na^2$ dans 10^{cm^3}.	Poids de PO^4Na^2H formé dans 10^{cm^3}.	K.
4 heures	0,594	0,530	8,32
6 »	0,612	0,547	8,40
4 »	0,734	0,662	8,62
4 »	0,734	0,556	8,40

La valeur moyenne est donc :

$$K_{100} = 8,36,$$

à 18° l'équilibre fut réalisé après plusieurs jours de contact avec agitation. En partant d'une solution à 1,91 pour 100 en SO^4Na^2 les dosages des ions PO^4 et SO^4 ont conduit à la valeur

$$K_{18^\circ} = 100.$$

Avec une solution à $4^g,764$ pour 100 en Na^2SO^4, nous avons observé la formation de cristaux de PO^4Na^2H. Nous avons cherché à diriger cette cristallisation, en l'amorçant, pour produire du PO^4Na^2H pur cristallisé, au-dessus de la phase insoluble. La phase solide supplémentaire qui prend naissance rend le système invariant, lorsque l'équilibre est réalisé. A ce moment, la concentration du sulfate de sodium dans la solution est déterminée par l'équation (2) :

$$\frac{C_{PO^4Na^2H}}{C_{SO^4Na^2}} = 100.$$

Or à 18° la solution saturée du PO^4Na^2H contient $47^g,8$ pour 100 d'eau, la solution renferme donc $0^g,478$ de SO^4Na^2 dans le même poids d'eau.

La valeur de la constante d'équilibre à 100 et à 18° nous a permis de calculer la chaleur de la réaction (1) au moyen de l'équation de Le Chatelier-Van't Hoff intégrée, nous avons trouvé Q = 6528 calories alors que cette quantité de chaleur déduite des données thermochimiques est égale à 6200^{cal}.

Les résultats qui précèdent montrent que la purification du phosphate de sodium commercial est parfaitement réalisable à la température ordinaire par le procédé étudié.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage des sulfocyanures dans les eaux de cokerie.* Note (1) de MM. **A. Travers** et **Avenet**, présentée par M. Matignon.

Les eaux de cokerie — eaux de condensation et eaux résiduaires — renferment des proportions appréciables de sulfocyanures, à côté de cyanures en quantité d'ailleurs beaucoup plus faible.

En raison de la complexité de ces eaux, qui renferment une série d'anions Cl, SO^3, SS^2O^3, SO^4, CN, etc., et en plus des phénols (de 4 à 5^g par litre), il est nécessaire d'employer une réaction *spécifique.* La plus intéressante est certainement la précipitation de l'ion CNS à l'état de sulfocyanure cuivreux *tout à fait insoluble dans une solution saturée de gaz* sulfureux.

L'élimination préalable des sulfures (précipitation à l'état de CdS ou de ZnS) est nécessaire.

En présence de quantités importantes d'hyposulfites [de l'ordre de quelques grammes au litre (2)] on doit faire la précipitation de sulfocyanure *à froid :* dans ces conditions, l'hyposulfite double de cuivre et de sodium ne précipite pas; on ajoute un excès de sulfate de cuivre (10 pour 100 environ), et l'on sature la solution de gaz sulfureux; on laisse reposer le précipité 2 à 3 heures (3).

La pesée du sulfocyanure cuivreux n'est pas à recommander en raison de la complexité du milieu où il est précipité.

Le procédé de dosage de l'ion, CNS, qui nous a donné les meilleurs résultats est le suivant :

Le précipité de sulfocyanure, lavé, est dissous dans l'ammoniaque *en excès ;* il se forme un complexe d'addition *cuivreux*, incolore, qui se transforme rapidement à l'air (4) en complexe ammonié *cuivrique*. La transfor-

(1) Séance du 22 décembre 1930.

(2) Ces hyposulfites proviennent de l'oxydation à l'air des polysulfures, leur teneur croît quand la proportion de sulfures décroît.

(3) La précipitation à l'ébullition, toujours en présence de gaz sulfureux, donne un précipité qui se rassemble plus rapidement; mais en présence d'hyposulfite, l'hyposulfite double de cuivre et de sodium se décompose avec formation de sulfure cuivreux.

(4) En opérant en atmosphère d'azote pur, on obtient une dissolution tout à fait incolore.

mation est complète après ébullition d'une dizaine de minutes; on l'accélère par addition de quelques gouttes d'eau oxygénée à 12 volumes.

Après refroidissement le complexe cuivrique est détruit par l'acide sulfurique en excès (15 pour 100 d'acide libre); on titre aussitôt *à froid* au permanganate. L'ion CNS passe à l'étal d'ion CN, *qui ne réagit pas sur cet oxydant*, et le soufre est oxydé en acide sulfurique.

6 MnO^4K oxydent donc 5 CNS.

Cette méthode présente un avantage très net sur celle décrite par Parr (¹), qui dose le sulfocyanure cuivreux, en milieu *alcalin* par MnO^4K ; il obtient d'abord un virage peu net, correspondant à l'oxydation de l'ion cuivreux en ion cuivrique, puis il termine l'oxydation par le même réactif, mais cette fois, en milieu acide. L'auteur indique dans une Communication ultérieure que le procédé ne fournit pas toujours de bons résultats.

La méthode que nous venons de décrire donne le sulfocyanure dans les eaux industrielles à une précision de 1 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Spectres d'absorption du dibenzyle et de ses dérivés.* Note (²) de Mme **Ramart-Lucas** et M. **J. Hoch**, présentée par M. Georges Urbain.

Poursuivant des recherches entreprises sur la configuration des molécules dans l'espace (³), nous avous étudié divers dérivés disubstitués symétriques de l'éthane (dibenzyle-diparaméthyl; diparaéthyldibenzyle; acide phénylpropionique, etc.). L'absorption du dibenzyle avait déjà été étudiée par Baly (⁴) et par Castille (⁵) qui, tous deux, avaient attribué à ce composé deux bandes importantes, l'une (bande *a*) entre 3300 et 2700 Å, l'autre (bande *b*) entre 2700 et 2300 Å.

Or nous avons observé qu'aucun des dérivés de substitution sur la chaîne alphatique du dibenzyle ne possède cette bande *a*; nous avons alors pensé que les échantillons de dibenzyle étudiés jusqu'ici contenaient une même impureté absorbante, ou que, pour le dibenzyle d'une

(¹) *Amer. Chem. Soc.*, **22**, 1900, p. 68.
(²) Séance du 29 décembre 1930.
(³) Mme Ramart-Lucas et F. Salmon-Legagneur, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 915; Mme Ramart-Lucas et J. Hoch, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 100.
(⁴) Baly et Tuck, *Journ. Chem. Soc. Lond. Trans.*, 93, 1908, p. 1913.
(⁵) Castille, *Bull. Acad. Roy. de Belgique*, 5e série, **12**, 1926, p. 496.

part et pour ces dérivés d'autre part, les deux phényles ont des orientations ou des distances différentes, ce qui, stéréochimiquement, serait fort intéressant.

Afin d'obtenir plusieurs échantillons de dibenzyle *ne pouvant contenir une même impureté nous l'avons préparé :*

A. *Par action de* Mg *et de* Na *sur* $C^6H^5.CH^2.Cl$; ce dernier composé ayant été obtenu : 1° par la méthode de Sommelet ($CH^3.O.CH^2.Cl$ sur C^6H^6 en présence de $SnCl^4$); 2° par action de $SOCl^2$ sur $C^6H^5.CH^2.OH$ purifié lui-même par sa combinaison chlorocalcique; 3° en rectifiant soigneusement le produit commercial.

B. *Par condensation de* $C^6H^5.CH^2.CH^2.Br$ *et de* C^6H^6 en présence de $AlCl^3$. On a préparé $C^6H^5.CH^2.CH^2.Br$ en traitant l'alcool correspondant par PBr^3, alcool lui-même obtenu par deux méthodes différentes : 1° en traitant $C^6H^5.Mg.Br$ par $Cl.CH^2.CH^2.OH$; 2° en réduisant le phénylacétate d'éthyle.

La mesure de l'absorption de chacun des échantillons de dibenzyle ainsi obtenus (soigneusement purifiés par cristallisation répétées) nous a donné les résultats inattendus suivants :

I. Tous les échantillons obtenus par les synthèses A possèdent les bandes *a* et *b* comme l'indiquent Baly et Castille, mais l'intensité de la bande *a* change d'un échantillon à l'autre.

II. Les méthodes de synthèses B fournissent par contre du dibenzyle qui ne contient plus que la bande *b* comprise entre 2700 et 2300 Å.

D'autre part l'aspect cristallin du dibenzyle possédant les deux bandes *a* et *b* (lames hexagonales) diffère franchement de celui qui ne possède que la bande *b* (aiguilles prismatiques). Ajoutons que nous avons observé des faits analogues pour le diparaméthyl, diparaéthyl, diparabromodibenzyle et pour l'acide β phênylpropionique.

Devant ces faits nous avons été tentés de penser que les synthèses A et B donnaient deux dibenzyles stéréoisomères par orientation. Mais ayant vu que la bande *a*, en structure et en position, se superpose sensiblement avec une bande du stilbène, nous avons mélangé de petites quantités de stilbène avec du dibenzyle ne possédant que la bande *b*. Il suffit de 1/2000 de stilbène pour retrouver sensiblement le spectre du dibenzyle obtenu par les synthèses A. De plus cette trace de stilbène suffit pour que l'évaporation de la solution donne, au lieu d'aiguilles prismatiques, des lamelles hexagonales.

Enfin, l'examen aux rayons X d'une part de nos différents échantillons de dibenzyle et d'autre part des dérivés diparadibromodibenzyle (synthèse A comme synthèse B), examen qu'a bien voulu faire M. Mathieu, n'a révélé pour les cristaux aucune différence de structure.

La bande *a* du dibenzyle (synthèse A) est donc probablement due à une trace de stilbène. Il est au reste curieux que ce corps puisse se former au cours de cette synthèse puisqu'on emploie un chlorure de benzyle exempt de chlorure de benzylidène.

Nous avons aussi montré une fois de plus que pour être assuré du spectre d'absorption d'un composé organique même très connu, il faut non seulement avoir purifié ce corps par un fractionnement dont on ne sait jamais s'il est suffisant, mais encore l'avoir préparé par des méthodes très différentes.

GÉOLOGIE. — *Sur la répartition des faciès dans le Rif espagnol et sur leur caractère particulier.* Note (1) de MM. **A. Marin** et **P. Fallot.**

En collaboration avec M. Blumenthal (2), nous avons souligné les caractères géologiques de la partie Nord-Ouest du Rif espagnol. L'idée a, d'autre part, été émise (3) que l'arc paléozoïque qu'il dessine, avec la série calcaire qui en est solidaire, appartient à la carapace de la plus élevée des nappes bétiques, les fronts des charriages étant orientés Est-Nord-Est et Ouest-Sud-Ouest, et passant en Espagne méridionale sans décrire, comme on le croyait, une courbe au pourtour du Rif.

Observations et hypothèses étaient basées sur l'étude de la chaîne de Ceuta à l'Oued M'ter.

Nous avons pu compléter ces recherches, en octobre 1930, par l'étude du tronçon de chaîne compris entre la Punta Pescadores et l'Oued Bu Frah, raccordant ainsi nos premières observations avec la zone levée par M. et Mme Russo (4) que nous avons de même parcourue. Sans adopter l'interprétation tectonique de nos confrères, nous pouvons utiliser avec

(1) Séance du 22 décembre 1930.

(2) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 144, 382, 436.

(3) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1463.

(4) P. et L. Russo, *Recherches géologiques sur le Nord-Est du Rif* (*Mém. Soc. Sc. Nat. du Maroc*, 20, 1929, p. 1 à 159).

fruit leurs observations, grâce auxquelles tout le Rif nous est désormais connu, dans ses grandes lignes, jusqu'au Cap Quilates.

Nous n'avons rien à ajouter aux caractères précédemment décrits du Paléozoïque et du Secondaire de la zone calcaire.

A partir de l'est de Bab-Taza apparaît, au sud de cette dernière, sous le Flysch, un complexe de marnes schisteuses noires, où la schistosité est toujours parallèle à la stratification, sauf en de rares endroits où s'observe une fragmentation en aiguilles. Cette formation, qui donne des sols brillants et satinés, a reçu, plus à l'Est, de M. Russo, le nom, que nous préférons éviter à cause de ses trop précises évocations alpines, de « schistes à faciès lustré ». Hormis son type franc, cette série admet des variations assez fortes, par intercalation de niveaux plus grossiers ou en certains points de bancs gréseux. Mais on peut, faute de fossiles, la considérer en bloc. Sa base fait suite à des calcaires du Lias ou du Jurassique moyen. Vers Bou-Zineb M. Russo a trouvé des marno-calcaires noirs à Rosalines, qui indiquent le Sénonien et qui se rattacheraient à sa partie supérieure.

Entre Talamrecht à l'Est, le sud de Targuist, et, vers l'Ouest, la région de Ancod, ce complexe affleure sur plus de 30^{km} de large sous le Flysch qui, vers l'Ouest, va le recouvrir à peu près complètement à partir de Bab-Taza.

Dans toute la partie de la chaîne qui est orientée Est-Ouest, la poussée Nord-Sud, particulièrement forte, a porté la schistosité au maximum. Vers le Nord-Ouest, dans la portion incurvée de la chaîne, la schistosité diminue, mais, à ce caractère près, peut-être faudra-t-il voir, dans le Sénonien de la boutonnière de l'oued Ras-Tanger, une réapparition de la partie supérieure du complexe secondaire, où, néanmoins, les faciès à Ostracés indiqueraient une sédimentation moins profonde.

Vers le Sud et le Sud-Ouest (vers la zone française) nous pouvons, sans aborder les régions étudiées par MM. Bourcart, Lacoste et Marçais, prévoir le passage latéral de cette série à des formations moins régulièrement bathyales, notamment par augmentation des intercalations gréseuses, au moins dans le Crétacé.

Le Flysch qui repose sur cette série compréhensive secondaire est bien connu dans le nord-ouest de la zone espagnole, où il débute au Lutétien, atteint sans doute le Rupélien vers Lexkrex, et admet vers le haut les faciès gréseux de l'Arenisca del Aljibe.

Ce Nummulitique, susceptible de variations de faciès verticales, s'étend vers le Sud-Est jusqu'après Bab-Taza, puis devient plus gréseux et stérile dans le Dj. Tisighen. Souvent crevé par l'érosion, il laisse voir son subs-

tratum de schistes noirs, mais il couronne les sommets de la crête principale, du Dj. Tisighen aux hauteurs dominant Targuist, et aux abords de Adjdir. Il réapparaît dans maints sommets plus au Sud. Si ses faciès, trop mal connus, ne présentent pas un intérêt particulier pour le moment, la série schisteuse offre un type sédimentaire dont il importe de souligner la signification.

Alors que le Cristallin rifain et le Jurassique de la grande chaîne calcaire correspondent à la partie Sud-Ouest de la carapace de la nappe du Bétique de Malaga, *cette série secondaire marno-schisteuse embrassant sans doute une grande partie du Jurassique et du Crétacé, est limitée à l'Afrique. Aucun faciès similaire, même à la schistosité près, n'est connu dans la série secondaire du front des nappes andalouses.*

Inversement, en Andalousie, les zones isopiques, correspondant plus ou moins aux nappes et aux accidents du Pénibétique externe ou du Subbétique, ne tournent pas autour du Rif, ne se retrouvent pas en Afrique. Ni le Lias alpin, ni le Dogger à Céphalopodes, ni surtout la série du Jurassique supérieur caractérisée par ses intercalations de faciès moduleux ou de fausses brèches rouges, ne se retrouvent à l'extérieur de l'arc calcaire. Il en est de même des faciès à Ammonites du Crétacé et jusqu'au Sénonien rose à Rosalines d'Andalousie, qui sont absents de cette monotone série schisteuse marocaine.

Il faut aller au Sud, à la marge externe de cette zone à faciès schisteux du Rif, pour retrouver, encore que localisés, du Tithonique à faciès de fausses brèches et du Crétacé à fossiles pyriteux.

Ces observations stratigraphiques apportent une confirmation importante aux vues générales exposées antérieurement.

Pas plus que les accidents frontaux, les zones isopiques connues dans les parties frontales des nappes et de l'avant-pays andalou ne se retrouvent au pourtour de l'arc calcaire rifain.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur un* Ectocarpus *parasite provoquant des tumeurs chez le* Laminaria flexicaulis (Ectocarpus deformans *nov. sp.*). Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Depuis plusieurs années nous observons régulièrement en toutes saisons et en diverses stations (Quiberon, Roscoff, Wimereux) l'existence de tumeurs irrégulières et de zones déformées sur les stipes et parfois même sur les lames de *Laminaria flexicaulis*. Or nous trouvons constamment dans

la région déformée, et là seulement, des filaments d'un *Ectocarpus* endophyte dont le thalle pénètre jusqu'à plusieurs millimètres de profondeur et se ramifie dans les espaces intercellulaires de l'hôte.

Au début de l'attaque, le parasite ne décèle sa présence à l'extérieur que par une tache brun-noir d'étendue variable, visible à l'œil nu à la surface des stipes ou des lames. La présence du parasite détermine bientôt la formation de bosses dues à une prolifération cellulaire plus active dans la région attaquée et, suivant les cas, il peut se former soit des pustules isolées, soit de véritables tumeurs noueuses très saillantes, isolées ou groupées, résultant d'une attaque localisée mais intense, soit des zones boursouflées qui s'étendent sur tout ou partie de la longueur des stipes où elles créent une dissymétrie de structure et déterminent assez souvent l'enroulement du stipe en spirale.

Les stipes enroulés en tire-bouchon se rencontrent assez souvent chez le *L. flexicaulis* et, dans tous les cas examinés par nous, la déformation était due à une attaque unilatérale de l'*Ectocarpus deformans*. Il faut donc dans ces conditions abandonner l'idée d'un enroulement provoqué par un tactisme de contact.

Les coupes de stipes parasités montrent que, même dans les régions très envahies et déformées, aucune partie du parasite n'est visible au dehors. La plupart des filaments endophytes ont une direction générale perpendiculaire à la surface épidermique de l'hôte et viennent se terminer par une extrémité libre entre les cellules superficielles qu'ils désorganisent et dont ils ne dépassent pas le niveau. C'est seulement sur les tumeurs âgées que s'observent de rares poils hyalins, simples et, de place en place, des sporanges pluriloculaires unisériés qui font à peine saillie au dehors (*fig. d, e*).

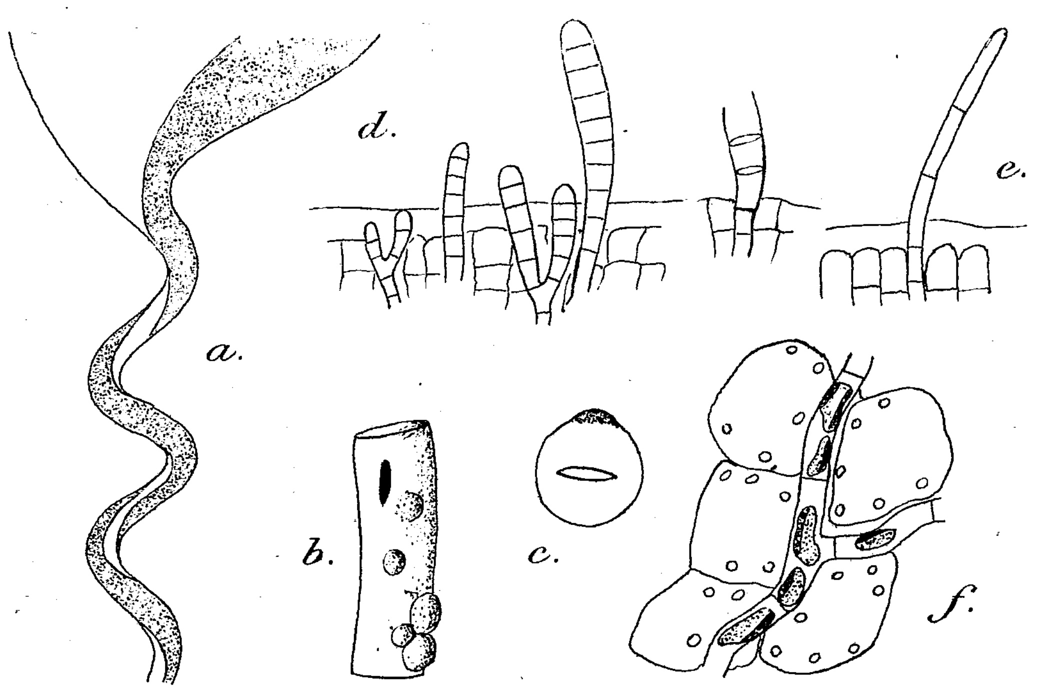
Toutes les parties du thalle de l'*Ectocarpus*, même les plus profondément situées, ont des cellules d'environ 10^{μ} de large sur 30^{μ} de long, pourvues de phéoplastes très colorés, ordinairement groupés par deux dans chaque cellule. La forte pigmentation des filaments du parasite contraste avec la faible coloration des cellules du tissu intermédiaire de *L. flexicaulis* (*fig. f*).

Deux Ectocarpacées, décrites l'une par Sauvageau ([1]), l'autre par Rosenvinge ([2]), présentent plusieurs traits communs avec l'*E. deformans*, mais

([1]) C. Sauvageau, *Sur quelques Algues Phéosporées parasites* (*Journ. de Bot.*, 6, 1892, p. 1-48).

([2]) K. Rosenvinge, *Meddelelser om Grœnland*, 3, 1893, p. 894.

s'en distinguent formellement. La première est l'*E. parasiticus* observé sur les *Cystoclonium*, *Gracilaria* et *Ceramium*. Bien qu'une partie importante du parasite soit formée de filaments endophytes, presque toujours intercellulaires, il ne provoque pas de déformation des algues sur lesquelles il s'implante. L'autre est le *Phycocelis* (*Ectocarpus*) *æcidioides* décrit sur les lames âgées de *Laminaria longicruris* et de *L. grœnlandica* dont le thalle est endophyte, mais dont les fructifications sont groupées en sores définis à la manière d'un *æcidium*.



Ectocarpus deformans nov. sp. : *a*, stipe tordu en hélice et base de la fronde de *L. flexicaulis* parasité (en gris, région attaquée); *b*, tumeurs sur un stipe; *c*, coupe transversale au niveau d'une tumeur; *d*, sporanges pluriloculaires de l'*E. deformans* à divers états de développement × 750; *e*, poil hyalin du même; *f*, filament endophyte dans le tissu intermédiaire de *L. flexicaulis* × 750.

En ce qui concerne l'action déformante sur l'hôte, la comparaison est difficile avec le *Streblonemopsis irritans* de Valiante, dont la présence cause bien des sortes de petites galles chez le *Cystoseira ericoides*, mais dont le thalle pénètre à peine et très exceptionnellement au-dessous des cellules épidermiques de l'hôte ([1]).

([1]) C. Sauvageau, *loc. cit.*

L'*Ectocarpus deformans* occupe donc une place toute particulière parmi les Ectocarpacées endophytes. Il s'attaque fort bien à de jeunes Laminaires, mais c'est principalement sur les thalles âgés qu'il abonde et provoque des déformations variées. C'est un organisme commun sur nos côtes et qui paraît être un parasite exclusif de *Laminaria flexicaulis*.

ZOOLOGIE. — *Le genre* Pteroclava *n. gen., l'interprétation systématique des* Pteronemidæ (*Hydraires*) *et la valeur taxonomique du cnidome*. Note de M. **Robert Weill**, présentée par M. M. Caullery.

Tous les auteurs reconnaissent l'imperfection de la classification actuelle des Hydraires. Quels que soient les caractères utilisés pour grouper les formes polypes d'une part, les formes méduses de l'autre, les deux classifications quelquefois ne concordent pas : certains polypes très semblables donnent des méduses très différentes, ailleurs des méduses presque identiques proviennent de polypes très dissemblables, cas pour lesquels Allman (1864) a créé les termes nullement explicatifs d'hétérogonisme et d'isogonisme. Ces cas, pour n'être qu'une minorité, n'en montrent pas moins que la classification actuelle repose sur des bases défectueuses; les contradictions auxquelles elle aboutit sont une conséquence obligée de la méthode qui classe séparément polypes et méduses, d'après des caractères spéciaux à chacune de ces formes.

Je rapporte ici un nouveau cas d'isogonisme; son grand intérêt réside dans le fait qu'une étude plus minutieuse permet d'entrevoir ici une issue au dilemne embarrassant depuis si longtemps.

En 1919, A. Billard (*Bull. Mus. Hist. Nat.*, Paris, 25, p. 187-188), décrivit un hydraire gymnoblaste colonial, récolté par A. Krempf à Nha-Trang, Annam, et qui avait la particularité de vivre en parasite sur un Alcyonnaire, *A. Krempfi* Hickson. Les hydrantes ne portaient pas trace d'organes sexués; par leurs tentacules tous capités, non groupés, ils appartenaient au genre *Clava*, dans lequel Billard rangea provisoirement l'espèce sous le nom de *C. Krempfi*.

J'ai retrouvé cette espèce à Nha-Trang, dans les mêmes conditions écologiques. Mais, plus heureux que mon prédécesseur, j'ai pu en observer la phase sexuée; or, contrairement à ce qu'on devait attendre, celle-ci n'est

pas représentée par un gonophore fixe, comme dans toutes les *Clava*, mais par une méduse libre appartenant à la famille des *Pteronemidæ* (¹).

Les méduses bourgeonnent par groupes de 2 à 4 à la base de l'hydrante. A son éclosion, la méduse, transparente et très agile, est de forme légèrement surélevée, avec une hauteur de $0^{mm},8$ à 1^{mm}. Le manubrium est court, presque hémisphérique, fortement pigmenté en rouge brun; pas trace de gonades. Il y a un vélum étroit, un canal circulaire, et quatre canaux radiaires simples. La méduse est déterminée incontestablement comme Ptéronémide par deux formations caractéristiques de cette famille : ce sont deux « nematocyst tubes » et deux tentacules à « cnidophores » correspondant exactement aux descriptions données par les auteurs, et auxquelles je renvoie (voir en particulier GÜNTHER, *Mitt. Zool. St. Neapel.*, 16, 1903, et BRÜCKNER, *Z. wiss. Zool.*, 111, 1914).

Toutes les Ptéronémides connues jusqu'ici dérivent de polypes *Syncoryninæ*, à tentacules filiformes; dans cette espèce-ci, on voit, pour la première fois, une Ptéronémide être bourgeonnée par un polype à tentacules capités. Je crée pour elle le genre *Pteroclava*.

Les *Syncoryninæ* étaient un exemple d'hétérogonisme : des polypes anatomiquement identiques produisent, soit des méduses Ptéronémides, soit des méduses *Sarsidæ*, soit encore des gonophores fixes. Le genre *Pteroclava* reproduit un cas identique chez les *Clavulinæ*, dont d'autres genres se reproduisent par méduses *Tiaridæ*, d'autres encore par gonophores fixes. Mais, en plus, il introduit un cas d'isogonisme dans la famille *Pteronemidæ*, ainsi que le montre la confrontation des deux classifications :

Polypes.			Gonophore fixe.	Méduses.
Clavulinæ.	Clavidæ :	*Clava*	+	
	Clavulidæ.	*Clavula*		Tiaridæ.
		Pteroclava		Pteronemidæ.
Syncoryninæ.	Syncorynidæ.	*Gemmaria*		
		Syncoryne		Sarsidæ.
	Corynidæ :	*Coryne*	+	

On aboutit ainsi à une série de contradictions et d'incompatibilités que même une terminologie savante ne réussit pas à éclaircir.

(¹) J'emploie ici le terme de *Pteronemidæ* dans le sens de Vanhöffen (1891), Günther (1903) et Hartlaub (1917), et non dans celui de Haeckel (1879), Mayer (1911) et Poche (1914). C'est-à-dire que je considère comme appartenant à cette famille les seuls genres *Zanclea* Geg., *Gemmaria* McGr., *Halocharis* Ag., *Pteronema* Haeck., *Ctenaria* Haeck. et *Mnestra* Krohn., les synonymies possibles étant réservées.

De ces impasses, la considération des nématocystes, et elle seule, permet de sortir d'une façon à la fois rationnelle, concordante, et non équivoque. *Pteroclava Krempfi*, en effet, et les Ptéronémides en général, possèdent un cnidome qui, par deux caractères, les distinguent de tous les autres Gymnoblastes, et cela tant au stade polype qu'au stade méduse.

C'est d'abord la possession d'un type particulier de nématocystes, que j'ai appelés (¹) les eurytèles macrobasiques. Allman (1870) et Brückner (1914) les ont signalés, quoique avec une interprétation erronée, dans le polype de *Gemmaria implexa* Alder, où leur armature est mérotriche. Je les ai retrouvés dans la méduse de *G. gemmosa* McGr., et dans une méduse du même genre, mais d'espèce probablement différente, récoltée dans le Golfe de Siam. On les trouve également, mais avec une armature télotriche, dans la paroi de l'hydrante de *P. Krempfi*, et dans les *nematocyst tubes* de sa méduse. On ne les trouve chez aucun autre Cnidaire.

D'autre part les Ptéronémides en général, et *P. Krempfi* en particulier, ne possèdent jamais de nématocystes desmonèmes. Or, ceux-ci se trouvent chez tous les autres Gymnoblastes étudiés jusqu'ici (²); Billard lui-même les a signalés (1905) chez *Clava squamata*, et eût été à même de voir, par conséquent, que les polypes indochinois ne ressemblaient que superficiellement à cette espèce. Il n'y a pas, au moins ici, d' « hétérogonisme », mais seulement une ressemblance anatomique entre polypes foncièrement différents par leurs cnidomes autant que par leur reproduction. Il me paraît probable que les autres cas d' « isogonisme » et d' « hétérogonisme » seront résolus de la même façon.

On ne pourra donc faire autrement, dorénavant, que de classer les Hydraires, et, je crois, les Cnidaires en général, par leurs cnidomes. Envisagées ainsi, les Ptéronémides forment, tant par leurs polypes que par leurs méduses, un groupe homogène, bien défini, à caractéristiques toujours reconnaissables, et complètement séparé de l'ensemble des autres Gymnoblastes, à côté duquel il mérite une place d'importance taxonomique égale. Je suis persuadé que, dans les cas non étudiés encore, on trouvera un cnidome sans desmonèmes, mais à eurytèles macrobasiques, dans tous les polypes de *Syncoryninæ* qui bourgeonnent des Ptéronémides, et un cnidome à desmonèmes, mais sans eurytèles macrobasiques, dans tous les autres.

(¹) R. Weill, *Bull. Biol. Fr. Belg.*, 64, 1930, p. 141-153.
(²) R. Weill, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1244-1247.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le tryptophane et l'histidine sont des* anabolites. Note de MM. **Georges Fontès** et **Lucien Thivolle**, présentée par M. A. Desgrez.

Pour étudier l'action exercée sur le métabolisme par la supplémentation d'un organisme en tryptophane ou en histidine et, aussi, en tryptophane + histidine, il a été procédé de la manière suivante : des chiens adultes, de même sexe et de poids comparables, sont mis, pendant plusieurs semaines, en équilibre avec un régime invariable constitué quotidiennement par : lait 750ᵍ, pain 100ᵍ, sucre 10ᵍ, sel 2ᵍ, os de côtelette nº 1. Ensuite, les animaux sont enfermés dans des cages à métabolisme et l'expérience commence. On récolte la totalité des urines sur cyanure mercurique, en prenant toutes les précautions pour que ni les aliments ni les fèces ne viennent les souiller et pour que les cages ne s'infectent pas. On détermine chaque jour le poids et l'on dose le carbone urinaire total (micro-Nicloux) et l'azote urinaire total (micro-Kjeldahl).

	Variations du poids au cours de la période.	C total par jour.	N total par jour.	C/N.
Expérience I (thyptophane). — Chiens ♂ 15ᵏᵍ,800.				
Avant les injections (3 semaines)......	g −300	g 3,18	g 5,08	g 0,60
Pendant les injections quotidiennes de 100ᵐᵍ de tryptophane (3 semaines)...	+450	3,52	5,21	0,67
Après les injections (3 semaines)......	+150	3,46	4,92	9,70
Expérience II (histidine). — Chiens ♀ 17ᵏᵍ,100.				
Avant les injections (3 semaines)......	−300	3,49	5,24	0,66
Pendant les injections quotidiennes de 200ᵐᵍ d'histidine (3 semaines).......	−450	3,45	5,36	0,64
Après les injections (3 semaines)......	−400	3,08	4,70	0,65
Pendant les injections quotidiennes de 100ᵐᵍ de tryptophane (1 semaine)....	+550	–	–	–
Expérience III (tryptophane + histidine). — Chiens ♂ 13ᵏᵍ,960).				
Avant les injections (3 semaines)......	± 0	3,66	5,87	0,72
Pendant les injections quotidiennes de 100ᵐᵍ de tryptophane + 200ᵐᵍ d'histidine (3 semaines).................	+625	3,59	4,36	0,83
Après les injections (3 semaines)......	+750	3,74	5,01	0,72

Dans une première période de 3 semaines, on note le comportement normal de l'animal. Au cours d'une deuxième période de 3 semaines, on injecte, par jour, sous la peau soit 100^{mg} de tryptophane, soit 200^{mg} d'histidine, soit le mélange 100^{mg} de tryptophane + 200^{mg} d'histidine.

Une dernière période, de 3 semaines aussi, est identique à la première. Voir les résultats moyens enregistrés (p. 63).

Ces chiffres permettent de tirer les conclusions suivantes :

1° *Le poids.* — Il est influencé d'une manière très favorable par l'injection de tryptophane. Dans la première expérience (tryptophane seul) les animaux perdent 300^{g} au cours de la prépériode. La perte aurait été, sans tryptophane, de même ordre dans les deux périodes suivantes, de telle sorte que le gain de poids réel (et non apparent comme l'indiquent les chiffres ci-dessus) peut être évalué à 750^{g} pour la période des injections et à 450^{g} pour la période subséquente. L'histidine seule n'a aucune action sur le poids (expérience II) mais paraît renforcer néanmoins l'action du tryptophane. Ce fait ressort de l'expérience III (mélange de tryptophane et d'histidine). Dans la première période, les animaux demeurent équipesants. Dans la seconde, le gain est de 625^{g}, c'est-à-dire du même ordre que celui, réel, enregistré avec le tryptophane seul. Mais ensuite le gain est de 750^{g} contre 450^{g}.

2° *Carbonurie, azoturie*, C/N. — Les gains de poids ne s'accompagnent jamais d'une rétention carbonée.

Au contraire, dans l'expérience III, on assiste, au cours des injections du mélange de tryptophane et d'histidine à une diminution très nette de l'azoturie qui se traduit par une augmentation considérable du rapport $\frac{C}{N}$. Cette économie d'azote est de $0^{g},70$ par jour, ce qui, évalué en albumine, représente un gain d'environ 90^{g}, au cours des trois semaines que durent les injections.

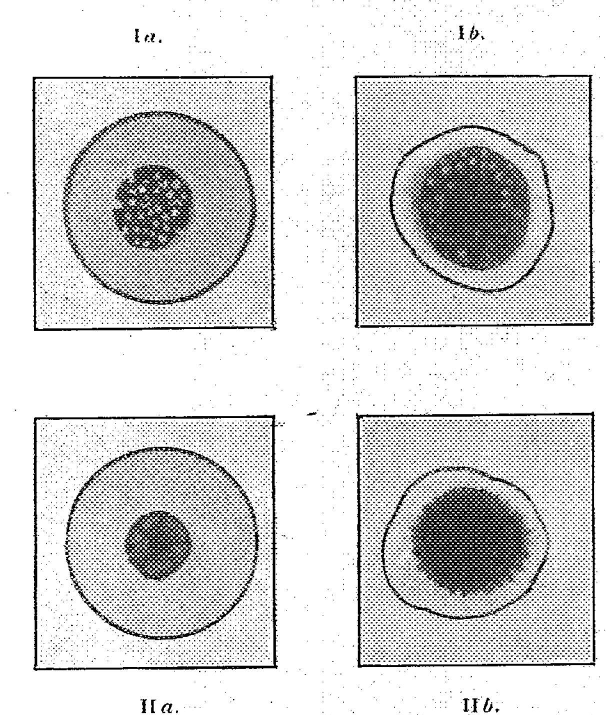
Pendant les injections de tryptophane seul, on n'enregistre pas une telle diminution de l'azoturie qui ne peut donc être rapportée qu'à l'action adjuvante de l'histidine.

En résumé, l'injection simultanée de tryptophane et d'histidine permet à un organisme vivant, en équilibre avec une ration alimentaire invariable, des gains de poids très nets, rapidement obtenus et longtemps maintenus. Ces gains ne peuvent s'expliquer que par une amélioration des processus généraux d'assimilation et, plus particulièrement, de ceux qui se rapportent au métabolisme azoté.

C'est pourquoi paraît justifié le nom d'*anabolites* que nous proposons pour les acides aminés dont le pouvoir hématogène a été précédemment mis en évidence (¹).

MÉDECINE. — *Diagnostic de la syphilis par specto-réaction.* Note de M. L. Septilici, présentée par M. d'Arsonval.

Les travaux de Kopaczewski sur les modifications des propriétés physico-chimiques des humeurs au cours des divers états pathologiques (syphilis, cancer, tuberculose), d'une part, et ceux de St. Leduc sur le changement



Aspect de la diffusion : I, sérum normal. *a*, schéma; *b*, observation réelle.
II, sérum syphilitique. *a*, schéma; *b*, observation réelle.

des aspects morphologiques au cours de la diffusion de diverses substances dans les milieux colloïdaux, m'ont suggéré l'idée d'utiliser ces variations d'aspect pour mettre en évidence un état pathologique, en particulier la syphilis.

(¹) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1395.

Voici comment nous procédons :

On mélange du sérum humain normal avec de l'encre de Chine en proportions de 30 parties du premier pour une partie de la seconde; ce mélange doit être opalescent, mais non opaque. On dépose une certaine quantité de sérum sur une plaque de porcelaine blanche, de sorte qu'elle occupe une sphère de 10^{mm} environ; on introduit dans le centre de cette grosse goutte sérique une petite goutte du mélange précédent et l'on observe l'aspect de la diffusion qui s'accomplit lentement.

Cet aspect est caractéristique pour le sérum normal et diffère d'une façon très nette pour le sérum syphilitique; les figures obtenues ne laissent aucun doute à ce sujet (*fig.* I-II), à condition d'être observées au début de la diffusion. De plus, le sérum doit remplir les conditions suivantes :

1° Il doit être clair, inaltéré; le sérum dit « inactivé » est inutilisable;

2° Il ne doit contenir aucun élément étranger (alcool, eau, acides, anesthésiques).

L'observation de la diffusion doit être faite à 16°-22° C. et à l'abri des rayons solaires.

L'aspect de la diffusion ne permet pas l'appréciation quantitative de l'infection syphilitique : on ne peut se prononcer que d'une manière tranchante : le sérum est normal ou syphilitique.

Cette réaction, essayée sur environ 3000 sérums de sujets syphilitiques, comparativement à d'autres réactions de sérodiagnostic, a donné 82 pour 100 de résultats positifs.

Appliquée à l'étude de divers états pathologiques autres que la syphilis, dans environ 2000 cas, la réaction proposée s'est montrée négative, l'aspect différait de celui constaté avec le sérum provenant des sujets syphilitiques.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Action préventive du bismuth liposoluble dans la syphilis expérimentale du Chimpanzé.* Note de MM. C. Levaditi et P. Lépine, présentée par M. Roux.

Nous avons montré, dans des travaux antérieurs [1], que le bismuth administré préventivement à des animaux susceptibles de contracter la syphilis (lapins et singes catarrhinins) leur confère non seulement une immunité antichancreuse [Fournier et Schwartz [2], Kolle et Evers [3]],

[1] Lavaditi, Sanchis-Bayarri, Schœn et Manin, *Annales de l'Institut Pasteur*, 42, 1928, p. 105.

[2] Fournier et Schwartz, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 545.

[3] Kolle et Evers, *Deutsch. med. Woch.*, 52, 1926, n° 14, p. 537.

mais, en outre, les met totalement à l'abri de l'infection syphilitique, ainsi que le prouve la stérilité complète de leurs ganglions lymphatiques. Il était intéressant de vérifier ces données sur une espèce animale dont la réceptivité à l'égard du virus syphilitique est en tous points comparable à celle de l'homme, en occurrence le Chimpanzé [*Troglodytes niger;* cf. les recherches de Metchnikoff et Roux ([1])]. Nous avons réalisé une telle expérience, dont nous rapportons les résultats dans la présente Note.

Chimpanzé femelle Roza. — L'animal, pesant 8100g, reçoit à douze reprises des injections intramusculaires de α-carboxéthyl-β-méthylnonoate basique de bismuth liposoluble (*Bivatol*) du 10 janvier au 28 mai 1930. Il est inoculé aux deux arcades sourcillières, le 12 février, le 19 mars, le 11 avril et le 22 mai, avec du virus syphilitique prélevé sur des chancres humains riches en tréponèmes. Le tableau ci-dessous résume les données concernant cette expérience :

Date.	Poids.	Quantité de Bi injectée.	Inoculation du virus syphilitique.	Nombre de jours écoulés entre la 1re injection et l'inoculation virulente.	Examen local.
Du 10 janvier au 8 février.	g 8,000	4 inj. 0g,032	–	–	–
12 février.....	–	–	1re = 2 malades Sp. = + + +	33e jour	aucune lésion
Du 19 février au 17 mars.....	8,600	2 inj. 0g,32 et 0g,020	–	–	–
19 mars.......	–	–	2e = 1 malade Sp. +	69e jour	aucune lésion
10 avril.......	8,900	0g,032	–	–	–
11 avril.......	–	–	3e = 1 malade Sp. + +	92e jour	aucune lésion
Du 24 avril au 17 mai......	10,500	3 inj. 0g,032	–	–	–
22 mai........	–	–	4e = 1 malade Sp. + +	133e jour	aucune lésion
28 mai........	10,800	0g,030	–	-	aucune lésion

Le Chimpanzé est mort le 23 octobre, soit 283 jours après le début de l'expérience, sans avoir jamais présenté le moindre accident syphilitique, ni local, ni général. *Nécropsie :* bronchopneumonie et entérite chronique. Cinq heures après la mort, on prélève les ganglions lymphatiques inguinaux et axillaires que l'on inocule, par voie sous-scrotale, à quatre lapins. Les lapins 829 L et 832 L meurent le 23e jour sans présenter de chancres; les lapins 835 L et 839 L sont encore vivants (78 jours après la greffe) et ne montrent aucune lésion locale.

Cette expérience prouve qu'un Chimpanzé auquel il a été administré

([1]) Metchnikoff et Roux, *Annales de l'Institut Pasteur*, 19, 1905, p. 673.

$0^g,358$ de Bi-liposoluble en 12 injections de $0^g,02$ à $0^g,032$ Bi (soit $0^g,004$ de Bi par kilogramme) est resté à l'abri de l'infection syphilitique, malgré qu'il ait été soumis à quatre inoculations de *virus humain* les 33e, 69e, 92e et 133e jours. Cent quarante-cinq jours après la dernière piqûre bismuthique, le muscle, au point d'injection, montrait un foyer inflammatoire chronique et un dépôt de graisse, sous forme de fines gouttelettes incluses dans les éléments mononucléaires, *dépôt totalement dépourvu de* Bi. L'analyse chimique, pratiquée par Mlle Y. Manin (méthode de Girard et Fourneau), a révélé $14^{\mu g}$ de Bi par gramme de rein, $2^{\mu g}$ par gramme de foie et *nulle trace de métal dans le muscle*, la rate et le poumon.

Il en résulte que, longtemps après la dernière piqûre médicamenteuse, le *potentiel bismuthique* rénal était encore assez élevé ($14^{\mu g}$ par gramme), voire même supérieur au potentiel qui, chez le lapin, assure la prévention antisyphilitique. La résorption métallique au niveau du muscle était cependant intégrale.

Conclusions. — *A la condition de maintenir l'organisme du Chimpanzé sous une « pression » métallique suffisamment élevée, le bismuth liposoluble, administré à la dose de* $0^g,004$ *par kilogramme, confère une immunité antisyphilitique totale, quelle que soit la fréquence des inoculations infectantes et malgré la haute virulence du virus inoculé.*

La séance est levée à 16^h.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 22 décembre 1930.)

Note de MM. *J. Dourgnon* et *P. Waguet*, Théorèmes relatifs à la brillance des sources secondaires :

Page 1315, ligne 17, *au lieu de* $4\pi^2 R_2 B''_1 +$, *lire* $4\pi^2 R_1^2 B''_1 +$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JANVIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. G. **Urbain**, membre de la Délégation française du Comité international des *Tables annuelles de Constantes et Données numériques*, en déposant sur le Bureau un Ouvrage publié récemment par ce Comité, s'exprime comme il suit :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie, au nom du Comité International des Tables de Constantes, la *Table des Matières* des volumes I à V de cette importante collection correspondant à la période 1910-1922.

Cet Ouvrage présente un intérêt exceptionnel. Tous ceux qui ont besoin de documentation numérique savent que les recherches dans les *Recueils de Constantes* présentent toujours une certaine difficulté, surtout pour ceux qui ne sont pas appelés à les consulter quotidiennement. Il n'est pas non plus possible, sans une peine et des pertes de temps considérables, de savoir quelles ont été les déterminations effectuées sur une substance donnée.

La Table des Matières que nous présentons à l'Académie représente à ce point de vue un progrès sur lequel il convient d'insister. Elle permet en effet grâce à une méthode systématique de classement de savoir si un corps chimique ou une substance quelconque (minérale, animale, végétale, technique, etc.) ont été étudiés au point de vue quantitatif dans la période 1910-1922, de connaître dans l'affirmative les déterminations dont elle est l'objet, et enfin de retrouver sans aucune peine les nombres correspondants dans les volumes eux-mêmes.

Cette Table constitue, par suite, dans la littérature documentaire un progrès indéniable et d'autant plus important qu'avec le développement

incessant des recherches scientifiques et techniques, l'effort demandé par la documentation devient de jour en jour plus considérable.

La rédaction de cet Ouvrage a demandé à son auteur M. Kravtzoff un effort de plusieurs années; tous ceux qui utilisent les *Tables annuelles de Constantes* doivent lui être reconnaissants. Nous devons également ne pas oublier le Secrétaire général du Comité international, M. C. Marie, qui depuis plus de vingt ans s'est consacré à la publication de ces Tables qui constituent à l'heure actuelle une source de renseignements d'une inestimable valeur.

CORRESPONDANCE.

Le **Consejo de la Federación Española de Sociedades Químicas** invite l'Académie à se faire représenter au *IXe Congrès universel de Chimie pure et appliquée*, qui aura lieu à Madrid au printemps de 1932.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° J. Le Roux. *Principes mathématiques de la théorie de la gravitation.*

2° Jacques de Lapparent. *Les bauxites de Provence.* (Présenté par M. de Launay.)

3° Les trois premiers tomes (1923-1929) des *Annales de l'École nationale des Eaux et Forêts et de la Station de recherches et expériences forestières.* (Présenté par M. L. Mangin.)

4° Ministère de l'Agriculture. Administration des Eaux et Forêts. *Commission des ennemis des arbres, des bois abattus et des bois mis en œuvre.* Bulletins nos 1-6. (Présenté par M. L. Mangin.)

5° E. Guyénot. *L'Hérédité.* (Présenté par M. M. Caullery.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le problème du schéma des urnes.* Note (¹) de M. A. **Guldberg**, transmise par M. Émile Borel.

M. Borel définit le problème général de la statistique mathématique :

Déterminer un système de tirages effectués dans des urnes de composition fixe, de telle manière que les résultats d'une série de tirages, interprétés à l'aide de coefficients fixes convenablement choisis, puissent avec une très grande vraisemblance conduire à un tableau identique au tableau des observations.

Je considère le cas dit normal :

Une série statistique soit donnée. Établir les critères nécessaires et suffisants pour qu'elle puisse être représentée — approximativement — par une fonction de fréquence.

Dans la présente Note j'établis ces critères et je montre l'avantage qu'on peut tirer de l'équation aux différences finies de la fonction de fréquence. Pour fixer les idées je considère la fonction de fréquence binome

$$f(x)=\binom{k}{x}p^{x}(1-p)^{k-x},$$

$f(x)$ est la probabilité pour qu'un événement E, dont la probabilité est p, ait lieu x fois dans un nombre donné k d'épreuves.

L'équation aux différences finies de $f(x)$ est

$$f(x+1)\frac{P}{1-p}\frac{k-x}{x+1}f(x). \tag{1}$$

Je désigne le moment du $r^{\text{ième}}$ ordre (autour de l'origine) par σ_r où

$$\sigma_r=\sum_0^k x^r f(x).$$

J'écris l'équation (1)

$$(1-p)(1+x)f(x+1)=pkf(x)-pxf(x).$$

Je multiplie cette équation par $(1+x)^n$ et prends la somme de x de 0 à k. En remarquant que $f(k+1)=0$ on a, après une petite réduction, la for-

(¹) Séance du 5 janvier 1931.

mule de récurrence

$$\sigma_{n+1} = pk\sigma_n + \binom{n}{1} pk\sigma_{n-1} + \ldots + pk - p\binom{n}{1}\sigma_n - p\binom{n}{2}\sigma_{n-1}\ldots\sigma_1.$$

Pour $n = 0, 1$, on a les résultats connus

$$\sigma_1 = pk, \qquad \sigma_2 = p^2k^2 + pk - p^2k.$$

Comme on sait (J. Steffeneen, *Matematisk iagtagelser laere*, p. 35), les $(k+1)$ premiers moments ou les $(k+1)$ premiers semi-invariants sont équivalents à la fonction de fréquence $f(x)$.

Désignons le semi-invariant du $r^{\text{ième}}$ ordre par μ_r, ou

$$\mu_1 = \sigma_1 = pk,$$

et la formule de récurrence, donnée par M. R. Frisch,

$$\mu_r = p(1-p)\frac{\partial\mu_{r-1}}{\partial p}.$$

Éliminant les constantes p et k entre les $(k+1)$ premiers moments ou les $(k+1)$ premiers semi-invariants, on aura les équations de condition nécessaires et suffisantes pour que ces fonctions représentent la fonction de fréquence binome. Les deux premières équations entre les semi-invariants sont :

$$\frac{\mu_3\mu_1}{2\mu_2^2 - \mu_1\mu_2} = 1, \qquad \frac{\mu_4\mu_1^2}{\mu_1^2\mu_2 - 6\mu_1\mu_2 + 6\mu_2^2} = 1.$$

Soit donnée une série statistique $H(x)$, $x = 0, 1, \ldots, k$. On forme les semi-invariants de la série donnée. Si les semi-invariants de la série satisfont (approximativement) les équations de conditions des semi-invariants de la fonction de fréquence binome, la série peut se représenter (approximativement) par la fonction de fréquence binome.

La méthode est générale, elle s'applique aussi aux fonctions de fréquences continues, les conditions de convergences des moments supposés.

On peut aussi procéder de la manière suivante :

En exprimant les constantes p et k par les deux premiers semi-invariants, on peut donner à l'équation (1) la forme

$$\psi(x) \equiv \frac{f(x+1)}{f(x)}(x+1) + \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2} x = \frac{\mu_1^2}{\mu_2}.$$

Pour la fonction de fréquence binome $\psi(x)$ est toujours const. $= \frac{\mu_1^2}{\mu_2}$.

Il faut donc que l'expression $\psi(x)$, formée par la série statistique donnée,

pour $x = 0, 1, \ldots, k$, soit (approximativement) constante égale à $\frac{\mu_1^2}{\mu_2}$, si la série est (approximativement) représentée par la fonction de fréquence binome.

Ce procédé est général. Son application aux fonctions de fréquence (Poisson, *Hypergéométrie*) est facile.

GÉOMÉTRIE DES MASSES. — *Sur les propriétés géométriques des ellipses d'inertie d'un système plan.* Note de M. **David Wolkowitsch**, présentée par M. M. d'Ocagne.

En appliquant les propriétés utilisées dans mon Ouvrage *Applications de la Géométrie à la Stabilité des constructions*, j'ai pu démontrer, par voie géométrique, plusieurs propriétés générales intéressantes dont quelques-unes avaient été obtenues par les méthodes analytiques.

Soit O le centre de gravité d'un système de masses M_i, appliquées aux points P_i du plan; appelons R_i la distance du point P_i à une droite D du plan; nous pouvons déterminer un certain point d, centre de gravité du système des $M_i R_i$.

1. Le point d et la droite D se correspondent dans une transformation dualistique réciproque dont la conique de base est une ellipse ε, conjuguée de l'ellipse centrale d'inertie E du système M_i (Maurice Levy a montré que la droite D était l'antipolaire du point d dans l'ellipse E).

2. Considérons l'ellipse E' d'inertie du système des M_i par rapport à un point quelconque du plan O', dont les coordonnées sont α, β, rapportées aux axes de l'ellipse centrale E; soit en outre ω l'antipolaire du point O' dans l'ellipse E; elle est parallèle au diamètre OV conjugué de la direction OO' dans cette même ellipse.

Les directions OV et OO' sont conjuguées dans l'ellipse E', autrement dit les directions asymptotiques des ellipses E et E' sont conjuguées harmoniques par rapport aux directions OO' et OV.

3. Les ellipses E' dépendent de deux paramètres; elles sont, en effet, déterminées par les deux coordonnées de leurs centres. Or il existe une ellipse E' et une seule tangente à deux droites du plan, c'est-à-dire satisfaisant à deux conditions linéaires tangentielles; les ellipses E' forment donc un *réseau linéaire tangentiel*. Leur équation tangentielle est d'ailleurs

$$a^2u^2 + b^2v^2 - w^2 - 2w(\alpha u + \beta v) = 0.$$

4. Ces ellipses sont par suite assujetties à trois conditions, parmi elles se trouve la condition 2. Les deux autres conditions consistent à être bitangentes aux asymptotes de l'ellipse centrale, la corde des contacts est la droite ω. Déjà obtenue par le calcul par Culmann (*Graphische Statik*) cette propriété se démontre en constatant la coïncidence du faisceau des diamètres conjugués de l'ellipse E avec le faisceau involutif des droites issues de O et conjuguées dans l'ellipse E'.

On voit de même que les asymptotes des ellipses E' enveloppent l'ellipse ε.

5. Si l'ellipse centrale est un cercle, le centre de gravité O est foyer commun à toutes les ellipses E'.

6. L'ellipse E' devient un cercle quand O' coïncide avec un des foyers de l'ellipse ε; ces deux points sont réels et situés sur le petit axe de l'ellipse E.

7. Les tangentes communes réelles, à deux ellipses E' quelconques, sont parallèles à la ligne des centres.

8. Les cordes communes aux ellipses E' et E sont deux parallèles à ω équidistantes de cette dernière.

Considérons les cordes réelles communes à une ellipse E'_1 fixe et à une ellipse E' variable, dont le centre O' varie sur une droite Δ qui passe par O'_1; ces cordes communes passent par un point fixe, antipôle de Δ dans l'ellipse centrale.

9. La Cayleyenne du réseau dégénère en le point O et en une conique qui n'est autre que l'ellipse ε.

La Hessienne, qui comprend déjà les deux asymptotes de l'ellipse centrale, comprend aussi la droite de l'infini, polaire du point O par rapport à l'ellipse ε.

Le lieu des centres des ellipses E' dont les ellipses conjuguées ε' sont harmoniquement circonscrites à l'ellipse E est cette ellipse elle-même.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La caractéristique analytique des singularités d'intégrales de systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels arbitraires.* Note de M. **J. A. Lappo-Danilevski**, transmise par M. Hadamard.

Nous avons établi [1] que la matrice intégrale $Y(x)$ du système

$$\frac{dY}{dx} = \sum_{h=1}^{m} \sum_{r=1}^{s} \frac{YU_h^r}{(x-a_h)^r},$$

[1] *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 848.

se réduisant à I pour $x = b$, est représentable sous la forme

$$Y(x) = E_j(x)\,\overline{Y}_j(x),$$

où

$$E_j(x) = (x - a_j)^{W_j^{(1)}}\left[I + \sum_{p=1}^{\infty} C_j^p \frac{1}{(x-a_j)^p}\right],$$

est la matrice intégrale d'un système élémentaire

$$\frac{dE_j}{dx} = \sum_{r=1}^{s} \frac{E_j W_j^r}{(x-a_j)^r},$$

et les matrices $\overline{Y}_j(x)$ et $\overline{Y}_j(x)^{-1}$ restent holomorphes dans un voisinage du point a_j. Nous avons indiqué que les matrices $W_j^{(r)}$ $(r = 1, \ldots, s)$, qui caractérisent la nature de la singularité de la matrice $Y(x)$ au point a_j, sont des fonctions holomorphes des matrices $U_h^{(r)}$ $(h = 1, \ldots, m; r = 1, \ldots, s)$ au voisinage du système des matrices nulles, représentables dans ce voisinage par les séries de composition. Nous allons construire maintenant des représentations analytiques des matrices $W_j^{(r)}$, valables dans tout le domaine de leur existence. A cet effet nous introduisons les matrices $F_j(x)$ et $G_j(x)$, définies sur un contour (a_j) entourant le point a_j, et à l'intérieur de ce contour à l'aide des équations intégrales (1)

$$(1)\quad \begin{cases} F_j(x) = Y(x)^{-1}(x-a_j)^{W_j^{(1)}} \\ \qquad + \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{(a_j)} F_j(\xi)\left[I - (\xi - a_j)^{-W_j^{(1)}} Y(\xi)\,Y(x)^{-1}(x-a_j)^{W_j^{(1)}}\right]\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi - x}, \\ G_j(x) = (x-a_j)^{-W_j^{(1)}}\,Y(x) \\ \qquad + \dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{(a_j)} \left[I - (x-a_j)^{-W_j^{(1)}} Y(x) Y(\xi)^{-1}(\xi - a_j)^{W_j^{(1)}}\right] G_j(\xi)\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi - x}. \end{cases}$$

où $2\pi i W_j^{(1)} = \log V_j$ est une détermination analytique arbitraire du logarithme de la substitution V_j que subit la matrice $Y(x)$, quand la variable x décrit un circuit entournant le point a_j. Les matrices $Y(x)$ et V_j sont des fonctions entières des matrices $U_h^{(r)}$, représentables par les séries de composition que nous avons établies dans notre Note mentionnée ci-dessus. Outre cela on a la représentation (2)

$$\log V_j = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_j^{(k)} V_j^k,$$

(1) Cf. Birkhoff, *Math. Ann.*, 74, 1913, p. 124.

(2) Voir la formule (6) de notre Note (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1235).

où λ_j^k sont des fonctions rationnelles des nombres caractéristiques de la matrice V_j et des fonctions linéaires des logarithmes de ces nombres caractéristiques. Donc, la matrice $(x-a_j)^{-W_j^1}Y(x)$ est une fonction entière des matrices U_h^r et des paramètres λ_j^k et l'on démontre le même résultat pour la matrice inverse. Il en résulte que les solutions $F_j(x)$ et $G_j(x)$ des équations intégrales (1) sont des fonctions méromorphes des matrices U_h^r et des paramètres λ_j^k, dont on obtient les expressions explicites à l'aide des formules (3), (5) et (6) de notre Note précédente (¹). On déduit aisément des équations (1) la relation

$$Y(x)=K_j(x)\,T_j(x),$$

où

$$K_j(x)=(x-a_j)^{W_j^1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{(x-a_j)^p}\,\frac{1}{2\pi i}\int_{(a_j)}G_j(\xi)\,(\xi-a_j)^{p-1}\,d\xi$$

est une matrice intégrale d'un système élémentaire

$$\frac{dK_j}{dx}=\sum_{r=1}^{s}\frac{K_jH_j^2}{(x-a_j)^2}$$

et la matrice

$$T_j(x)=I-\frac{1}{2\pi i}\int_{(a_j)}F_j(\xi)\,(\xi-a_j)^{-W_j^1}\,Y(\xi)\,\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi-x}$$

est holomorphe par rapport à x dans un voisinage du point a_j. Outre cela, on a

$$K_j(x)^{-1}=\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{(x-a_j)^p}\,\frac{1}{2\pi i}\int_{(a_j)}F_j(\xi)\,(\xi-a_j)^{p-1}\,d\xi\,(x-a_j)^{-W_j^1},$$

$$T_j(x)^{-1}=I-\frac{1}{2\pi i}\int_{(a_j)}Y(\xi)^{-1}\,(\xi-a_j)^{W_j^1}\,G_j(\xi)\,\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi-x}$$

et les matrices H_j^r se trouvent définies par les formules

$$H_j^r=\frac{1}{2\pi i}\int_{(a_j)}K_j(x)^{-1}\frac{dK_j(x)}{dx}(x-a_j)^{r-1}\,dx\qquad(r=1,\,\ldots,\,s).$$

On établit ensuite que les matrices $T_j(x)$, $\overline{Y}_j(x)$, H_j^r, W_j^r sont liées par les relations

$$\overline{Y}_j(x)=\int_{(a_j)}\frac{G_j(\xi)}{\xi-a_j}\,d\xi\,T_j(x);\qquad W_j^r=\int_{(a_j)}\frac{G_j(\xi)}{\xi-a_j}\,d\xi\,H_j^2\int_{(a_j)}\frac{F_j(\xi)}{\xi-a_j}\,d\xi.$$

(¹) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1112.

On démontre ainsi que les matrices W_j^r, caractérisant la nature de la singularité de la matrice $Y(x)$ au point a_j, sont des fonctions méromorphes des matrices U_h^r et des paramètres λ_j^k et l'on obtient leurs représentations générales sous forme de quotients de fonctions entières.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelle méthode de réduction du problème biharmonique fondamental à une équation de Fredholm.* Note de M. N. **Mouskhelichvili** (**Muschelišvili**), transmise par M. Hadamard.

Je vais montrer que la méthode des intégrales de Cauchy qui m'a permis de résoudre, d'une façon élémentaire, le problème biharmonique à deux dimensions (et les problèmes relatifs d'élasticité) pour certains domaines particuliers [1], fournit aussi la solution complète dans le cas du domaine arbitraire S (fini ou infini) limité par un contour fermé, simple C. Cette fois-ci on est conduit à une équation de Fredholm, d'ailleurs fort simple.

Toute solution $U(x, y)$ de l'équation $\Delta\Delta U = 0$ sera dite *fonction biharmonique* dans S, si les dérivées $\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}$ sont des fonctions *uniformes*, régulières et *bornées* dans S. *Le problème biharmonique fondamental*, auquel se ramène un grand nombre de problèmes d'élasticité, consiste à trouver une fonction biharmonique d'après les conditions aux limites

$$(1)\qquad \frac{\partial U}{\partial x} = u, \qquad \frac{\partial U}{\partial y} = v \qquad (\text{sur C}),$$

u, v étant des fonctions données de l'arc de C. Le problème est dit *intérieur* ou *extérieur*, selon que S est fini ou infini. On vérifie aisément que la solution (si elle existe) est unique, à une constante additive près.

D'après une formule de M. Goursat [2], on a toujours :

$$2U = \bar{z}\varphi_1(z) + z\bar{\varphi}_1(\bar{z}) + \psi_2(z) + \bar{\psi}_2(\bar{z}),$$

en désignant par $\varphi_1(z)$, $\psi_2(z)$ des fonctions analytiques de la variable

---

(1) Cf. *Sur l'intégration de l'équation biharmonique* (*Bull. de l'Acad. des Sc. de Russie*, 2, 1919, p. 663); *Applications des intégrales analogues à celles de Cauchy*, Tiflis, édition de l'Université, 1922. La connaissance de ces travaux n'est pas indispensable pour comprendre ce qui suit.

(2) E. Goursat, *Sur l'équation* $\Delta\Delta U = 0$ (*Bull. de la Soc. math. de France*, 26, 1898, p. 236).

complexe $z = x + iy$ et en indiquant par le trait le passage à l'expression conjuguée. On en déduit :

$$(2) \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + i\frac{\partial U}{\partial y} = \bar{\psi}_1(\bar{z}) + z\bar{\varphi}'_1(\bar{z}) + \varphi_1(z) \qquad \text{avec} \quad \psi_1(z) = \frac{d\psi_2(z)}{dz}.$$

Dans le cas intérieur, les fonctions $\varphi_1(z)$ et $\psi_1(z)$ sont holomorphes dans S. On voit immédiatement qu'on peut toujours fixer arbitrairement les valeurs de $\varphi_1(0)$ et de la partie imaginaire de $\varphi'_1(0)$, en supposant que $z = 0$ appartient à S. Dans le cas extérieur, on peut toujours supposer φ_1 et ψ_1 holomorphes même pour $z = \infty$ et fixer arbitrairement la valeur de $\varphi_1(\infty)$. Cela fait, il ne reste rien d'arbitraire dans le choix des fonctions φ_1 et ψ_1. Dans ce qui suit, nous admettrons $\varphi_1(0) = 0$ (cas intérieur) ou $\varphi_1(\infty) = 0$ (cas extérieur).

Soit maintenant $z = \omega(\zeta)$ la relation qui effectue la représentation conforme de S sur le cercle $|\zeta| \leq 1$. Nous admettrons que le contour C est suffisamment régulier pour que $\omega(\zeta)$, $\omega'(\zeta)$, $\omega''(\zeta)$ soient continues et $\omega'(\zeta) \neq 0$ sur la circonférence γ de ce cercle. Dans le cas de S infini, nous supposerons, ce qui est toujours permis, que $\omega(z) = \frac{c}{\zeta} +$ fonction holomorphe à l'intérieur de γ. En posant $\varphi(\zeta) = \varphi_1[\omega(\zeta)]$, $\psi(\zeta) = \psi_1[\omega(\zeta)]$ et en désignant par σ un point sur γ, on peut écrire les conditions aux limites sous la forme

$$(3) \qquad \bar{\psi}(\bar{\sigma}) + \frac{\omega(\sigma)}{\bar{\omega}'(\bar{\sigma})}\bar{\varphi}'(\bar{\sigma}) + \varphi(\sigma) = u + iv.$$

Multiplions cette relation par $\frac{1}{2\pi i}\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta}$, ζ étant *un point arbitraire à l'intérieur de* γ, et intégrons le long de γ; effectuons la même opération sur l'équation qu'on déduit de (3) en y remplaçant i par $-i$. En remarquant que pour toute fonction $f(\zeta)$, holomorphe à l'intérieur de γ et continue sur γ, on a

$$(4) \qquad \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{f(\bar{\zeta})}{\sigma - \zeta}\, d\sigma = \bar{f}(0)$$

et que $\varphi(0) = 0$, on obtient les deux équations

$$(5) \qquad \varphi(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{(\omega\sigma)}{\bar{\omega}'(\bar{\sigma})}\bar{\varphi}'(\bar{\sigma})\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} + \alpha - i\beta = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{u + iv}{\sigma - \zeta}\, d\sigma \equiv A(\zeta),$$

$$(6) \qquad \psi(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\bar{\omega}(\bar{\sigma})}{\omega'(\sigma)}\varphi'(\sigma)\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{u - iv}{\sigma - \zeta}\, d\sigma \equiv B(\zeta)$$

où $\alpha + i\beta = \psi(0)$. D'après un théorème de Harnack [1], les équations (5) et (6) sont équivalentes à la condition aux limites (3). Il suit de (4) que l'équation (5) peut être mise sous la forme

$$(7)\qquad \varphi(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\omega(\sigma) - \omega(\zeta)}{\overline{\omega}'(\sigma)}\,\overline{\varphi}'(\bar{\sigma})\,\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} + \frac{\overline{\varphi}'(0)}{\overline{\omega}'(0)}\,\omega(\zeta) = \mathrm{A}(\zeta) - \alpha + i\beta.$$

Enfin, en dérivant cette équation par rapport à ζ et en faisant tendre ζ vers un point du contour [2], on obtient une équation fonctionnelle qui se réduit immédiatement à une équation de Fredholm.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le rayon d'univalence des polynomes.* Note [3] de M. J. **Dieudonné**.

1. Rappelons qu'on appelle *rayon d'univalence* d'une fonction $f(z)$ le rayon du plus grand cercle ayant pour centre l'origine où cette fonction est univalente.

Théorème. — *Le rayon d'univalence d'un polynome*

$$f(z) \equiv a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n$$

est égal au minimum du module de la racine de plus petit module de l'équation

$$a_1 + a_2 \frac{\sin 2\theta}{\sin\theta} z + a_3 \frac{\sin 3\theta}{\sin\theta} z^2 + \ldots + a_n \frac{\sin n\theta}{\sin\theta} z^{n-1} = 0$$

lorsque le paramètre θ *varie de* 0 *à* π.

2. Cette proposition permet de trouver des limites inférieures et supérieures pour le rayon d'univalence R en fonction des coefficients et du degré du polynome.

On a d'abord $R \geqq R_0$, R_0 étant la racine positive de l'équation

$$|a_1| - 2|a_2|x - 3|a_3|x^2 \ldots - n|a_n|x^{n-1} = 0.$$

La proposition suivante permet de comparer les rayons d'univalence de deux polynomes.

---

[1] A. Harnack, *Beiträge zur Theorie des Cauchy'schen Integrals* (*Math. Annalen*, 33, 1889, p. 1).

[2] Il suffit pour justifier toutes nos opérations de supposer que u et v admettent des dérivées deuxièmes continues par rapport à l'arc.

[3] Séance du 5 janvier 1931.

THÉORÈME. — *R et R′ étant les rayons d'univalence respectifs des polynomes*

$$f(z) \equiv a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n$$

et

$$\varphi(z) \equiv b_1 z + b_2 z^2 + \ldots + b^n z^n \qquad (b_1, b_2, \ldots, b_n \neq 0),$$

on a $R \geqq |\lambda| R'$, *λ étant la racine du plus petit module de l'équation*

$$\psi(z) \equiv \frac{a_1}{b_1} + C_{n-1}^1 \frac{a_2}{b_2} z + C_{n-1}^2 \frac{a_3}{b_3} z^2 + \ldots + \frac{a_n}{b_n} z^{n-1} = 0.$$

Comme cas particuliers de ce théorème, on retrouve les théorèmes de MM. Alexander (*Annals of Mathematics*, 2e série, 17, 1915) et Kakeya [1], en prenant respectivement

$$\psi(z) = \frac{f(z)}{z} \qquad \text{et} \qquad \psi(z) = f'(z).$$

3. Pour des polynomes de forme particulière, il est possible d'obtenir des limites supérieures de R, meilleures que la limite générale $2\left|\frac{a_1}{a_2}\right|$ valable pour toutes les fonctions holomorphes. C'est ainsi que, pour le polynome à trois termes

$$f(z) \equiv z + z^2 + a z_n,$$

on à

$$R \leqq \frac{1}{2\cos\frac{\pi}{n}} \qquad (\text{si } n \geqq 7),$$

$$R \leqq \frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad (\text{si } n = 3),$$

$$R \leqq \frac{3\sqrt{6} - 2}{2\sqrt[4]{216}} = 0,697 \qquad (\text{si } n = 4);$$

pour $n = 5$ et $n = 6$, les limites exactes s'obtiennent par la résolution d'équations du 6e et du 8e degré respectivement, et ont pour valeurs approchées

$$0,6158 \quad \text{et} \quad 0,57734.$$

Toutes ces valeurs sont effectivement atteintes par des polynomes de la forme considérée.

---

[1] *On zeros of a polynomial and its derivatives* (*The Tohoku Math. Journal*, 11, 1917, p. 5).

Pour le polynome $f(z) \equiv z + z^p + az^n$, on a

$$R \leqq \sqrt[p-1]{\frac{1}{p}},$$

si $p-1$ ne divise pas $n-1$; si $n-1 = h(p-1)$, on a

$$R \leqq \sqrt[p-1]{\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\sin\frac{p\pi}{n}}},$$

et la limite est atteinte dès que $h > h_0$, h_0 étant un entier inférieur à 10. Cette dernière limite est encore valable pour le polynome plus général

$$f(z) \equiv z + a_1 z^n + a_2 z^{2n} + \ldots + a_k z^{kn} + z^p + a_{k+1} z^{(k+1)n} + \ldots + a_m z^{mn}.$$

4. On peut enfin avoir encore d'autres limites en faisant des hypothèses sur les arguments des coefficients; c'est ainsi que, pour le polynome

$$f(z) \equiv z + z^2 + a_2 z^4 + a_3 z^6 + \ldots + a_n z^{2n},$$

où l'on suppose tous les coefficients positifs, on a

$$R \leqq \cos\frac{\pi}{2n+1}.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctionnelles linéaires et continues.* Note [1] de M. **O. Nikodym**, présentée par M. Émile Borel.

1. On sait qu'une fonctionnelle linéaire et continue $a = U(f)$, dont les valeurs a sont des nombres réels et définis pour les fonctions formant un champ S, peut être représentée, dans des conditions diverses, par la formule

$$U(f) = \int f\,dh.$$

On trouve la même formule non seulement dans le cas où S est défini comme la classe des fonctions continues, la continuité de $U(f)$ étant correspondante à la convergence uniforme des f, mais aussi dans le cas, où S désigne la classe de toutes les fonctions sommables et la continuité

(1) Séance du 22 décembre 1930.

de $U(f)$ est relative à la convergence en moyenne, etc. Seulement le signe d'intégration désigne une fois l'intégration dans le sens de Stieltjes, l'autre fois celle au sens de M. Lebesgue. Bien que la formule reste toujours la même dans beaucoup de cas, ces démonstrations connues sont différentes, de sorte qu'il ne serait pas sans intérêt, si l'on essayait d'en rechercher une source commune qui apparaît être cachée jusqu'à maintenant. C'est précisément le but de la Note présente.

2. En désignant par I une variété non vide dont les éléments sont des objets quelconques, appelons *corps relatif à* I [voir mon travail : *Sur une généralisation des intégrales de M. J. Radon* (*Fund. Math.*, 15, 1929; voir aussi une remarque à la fin du tome); *Sur les fonctions d'ensembles* (*Comptes rendus du Ier Congrès des Mathématiciens des Pays slaves*, Varsovie, 1929)] toute classe K non vide de sous-ensembles de I satisfaisant aux conditions suivantes :

1° Si $E \in K$, on a $I - E \in K$;

2° Si $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots, \in K$, on a $\sum_{n=1}^{\infty} E_n \in K$. Une fonction $f(x)$ (aux valeurs réelles) définie pour tous les éléments $x \in I$ s'appelle *agrégée au corps* K, si l'ensemble des k, où $\alpha < f(x) < \beta$, appartient toujours au corps K quels que soient les nombres α et β. Une fonction $f(x)$ agrégée au corps s'appelle *simple* (1), si l'ensemble de valeurs qu'elle admet est au plus dénombrable.

Une fonction F(E) d'ensembles définie dans K (et dont les valeurs sont réelles) s'appelle *parfaitement additive*, si, quelle que soit la suite infinie $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ d'ensembles disjoints de K, on a

$$F\left(\sum_{n=1}^{\infty} E_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} F(E^n).$$

Fixons une fonction $\mu(\varepsilon)$ parfaitement additive et partout non-négative; elle sera appelée *fonction mesure de* K, ou plus brièvement : *mesure*. Une mesure étant admise, on peut définir la notion correspondante de l'intégration, trouvée par M. Fréchet (2) et qui est une généralisation de l'inté-

(1) Voir GIUSEPPE VITALI, *Geometria dello spazio hillarziano*. Bologne, N. Zanichelli, 1929.

(2) M. FRÉCHET, *Sur l'intégrale d'une fonctionnelle étendue à un ensemble abstrait* (*Bull. de la Soc. math. de France*, 43, 1915, p. 999).

grale de M. J. Radon ([1]). La définition de cette intégrale ainsi que les propriétés sont analogues à celles de l'intégrale de M. Lebesque. Il est aisé de voir ce que nous allons comprendre par une fonction $f(x)$ *μ-sommable*.

Une fonction d'ensembles $f(\varepsilon)$ s'appelle *μ-continue*, si la relation $\mu(\varepsilon - \varepsilon_p) + \mu(\Sigma_p - \Sigma) \to 0$ entraîne $f(\varepsilon) \to f(\varepsilon_n)$.

3. Soit S un champ (non vide) quelconque composé de fonctions μ-sommables (c'est-à-dire si f, $g \in S$, on a aussi $\alpha f + \beta g \in S$, quels que soient les nombres réels α, β). Supposons, en outre, qu'on a envisagé *une notion de convergence* pour les fonctions du champ S, cette convergence « lim » jouissant des propriétés usuelles de la limite abstraite ([1]).

Cela étant, supposons que S et « lim » jouissent des propriétés suivantes :

1° Si $f \in S$ et $\sigma > 0$, il existe une fonction simple φ appartenant au champ S et telle que $|f - \varphi| < \sigma$ partout dans I;

2° Si $f \in S$ et $\varepsilon \in K$, la fonction f_ε, c'est-à-dire la fonction qui est égale à f pour $x \in \varepsilon$ et à 0 pour $x \in I - \varepsilon$, appartient aussi à S;

3° Si $\mu(\varepsilon - \varepsilon_n) + \mu(\varepsilon_n - \varepsilon) \to 0$ et $f \in S$, on a

$$\lim_{n \to \infty} f_{\varepsilon_n} = f_\varepsilon;$$

4° Si f_n tend vers f d'une manière uniforme, on a aussi

$$\lim_{n \to \infty} f_n = f.$$

Soit maintenant $u(f)$ une fonctionelle linéaire, c'est-à-dire

$$u(\alpha f + \beta g) = \alpha u(f) + \beta u(g),$$

définie pour toutes les fonctions du champ S [les valeurs $u(f)$ étant réelles] et y continue dans le sens de la convergence « lim ». Cela veut dire que, si

$$\lim_{n \to \infty} f_n = f,$$

on a

$$u(f_n) \to u(f).$$

Or, *dans ces conditions, on peut démontrer qu'il existe une fonction* $h(x)$

([1]) J. Radon, *Sitzber. d. Math.-Naturw. Klasse d. Kais. Akad. d. Wiss.*, Wien 1913, Bd 112, Abt. II *a*/2.

telle que

$$u(f) = \int hf\,d\mu, \qquad (1)$$

pour tout $\varepsilon \in S$.

La démonstration s'appuie sur le théorème suivant [1] :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction $f(\varepsilon)$ *parfaitement additive d'ensembles soit* μ*-continue est qu'il existe une fonction* $f(x)$ *telle que*

$$f(\varepsilon) = \int_{\varepsilon} f\,d\mu$$

pour tout $\varepsilon \in K$.

4. Remarquons que les conditions (1), (2), (3) et (4) sont essentielles pour la possibilité de la formule (1) *ub*, si l'on n'envisage que des intégrales parfaitement additives et des fonctions sommables. En effet, dans tous les cas où (1) subsiste, le champ S peut être, dans le cas le plus pire, amplifié convenablement et la notion de continuité généralisée de sorte que les conditions (1), (2), (3) et (4) se trouvent vérifiées.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *L'étoile variable d Cygni.* Note [2] de MM. **J. Dufay** et **R. Gindre**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. M. Danjon a découvert en 1920 la variabilité de l'étoile *d* 20 Cygni et montré qu'il s'agissait d'une étoile du type β Lyræ, de période de $1^j,0803$ [3].

Cette étoile présente la particularité intéressante d'être une géante du type KO [4], fait rare parmi les variables à éclipses. D'autre part, les quelques données spectroscopiques dont on dispose ne permettent pas de supposer que la vitesse radiale varie de plus en plus de quelques kilomètres par seconde [5].

---

(1) Voir mon travail cité (1).

(2) Séance du 29 décembre 1930.

(3) A. Danjon, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 901. La période donnée en 1920 était en réalité légèrement différente. La période donnée ci-dessus résulte de nouveaux éléments inédits que M. Danjon a eu l'amabilité de nous communiquer.

(4) Magnitude absolue spectroscopique : 0,2 (Adams et Joy, *Astrophysical Journal*, 53, 1921, p. 82).

(5) *Publications Dominion Astrophysical Observatory, Victoria, B. C.*, 2, 1921, p. 105; *Lick Observatory Publications*, 16, 1928, p. 292; F. Henroteau, *Ciel et*

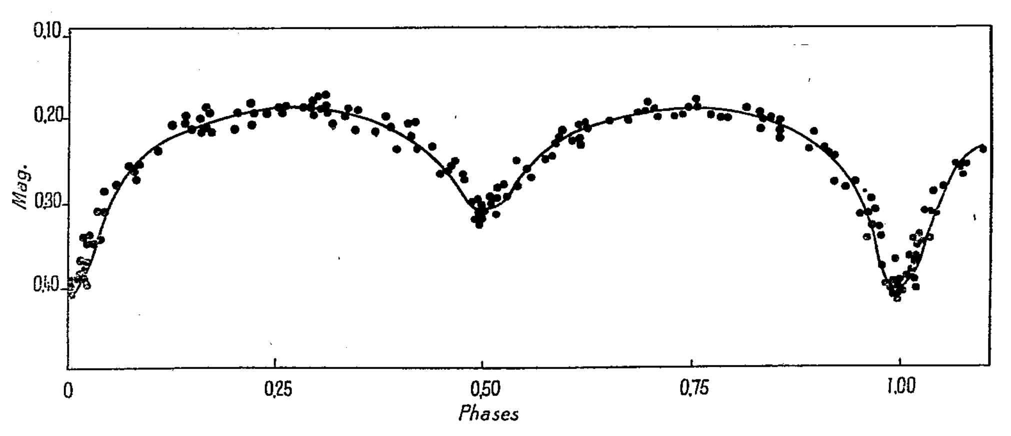
II. Nous avons effectué, en 1929 et 1930, 156 comparaisons photométriques entre les étoiles *d* et ψ Cygni. L'instrument utilisé est le photomètre à plages décrit par l'un de nous et adapté au sidérostat de l'Observatoire de Lyon ([1]). Les observations sont faites à travers le filtre vert Wratten n° 59.

Nos résultats confirment, en les précisant, ceux de M. Danjon. La période résultant de nos observations est $1^j,08032$; en utilisant, en outre, le minimum donné par M. Danjon, nous obtenons les éléments suivants :

$$\text{Min. princ.} = \text{j. j. t. m. a. G. hélioc. } 2.426.035,499 + 1^j,080301\,E,$$

l'erreur à craindre sur la période étant de quelques unités du dernier ordre décimal.

La courbe de lumière paraît tout à fait symétrique : elle présente deux minima inégaux, distants d'une demi-période, de profondeurs respectives 0,22 et 0,12 magnitude. Ce sont bien les caractères habituels d'une courbe du type β Lyræ.



Courbe de lumière théorique et observations individuelles.
En ordonnées : différences de magnitude entre les étoiles *d* et ψ Cygné.

III. On est donc tenté d'expliquer les variations lumineuses par les éclipses mutuelles de deux étoiles en mouvement orbital (orbite circulaire). La courbe de lumière *rectifiée* donne le rapport des brillances des deux

---

Terre, 38, 1922, p. 75. — Les mesures d'Henroteau donnent une vitesse radiale plus de deux fois plus grande que les mesures faites à Victoria et à Lick, mais la différenée paraît devoir être attribuée à une erreur systématique plutôt qu'à une variation réelle.

([1]) J. Dufay, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 166. Cette Note donnait un bref résumé de nos premières observations de *d* Cygni.

étoiles : 2,12. Mais, lorsque la profondeur des minima est aussi faible, la méthode de Russell ne permet pas d'atteindre les éléments du système sans hypothèse supplémentaire [1].

Comme on ne voit pas le spectre de la composante la plus faible, nous admettons qu'elle est inférieure de deux grandeurs au moins à l'étoile principale. Suivant qu'on attribue la plus grande brillance à l'étoile la plus petite (et la moins lumineuse), ou à l'étoile la plus grande (et la plus lumineuse), on trouve, pour le rapport k des rayons des deux étoiles, 0,27 ou 0,58 à 0,36. Dans tous les cas le rapport du rayon de la grande étoile au rayon de l'orbite relative est peu différent de 0,4.

Les courbes de lumière théoriques construites dans ces diverses hypothèses diffèrent trop peu pour que nos observations permettent de choisir entre elles. La courbe représentée correspond à $k = 0,4$, en attribuant la plus grande brillance à la grande étoile et en supposant les limbes complètement assombris vers les bords, 90 pour 100 de la lumière, de la petite étoile sont supprimés au minimum secondaire et les deux composantes diffèrent de 2,90 magnitudes. L'écart moyen, par rapport à cette courbe, de nos observations individuelles est 0,015 magnitude.

IV. La constance approximative de la vitesse radiale soulève par ailleurs une grave difficulté. Comme il s'agit d'une géante dont le rayon serait de l'ordre d'une vingtaine de rayons solaires [2], il faudrait admettre, dans l'hypothèse d'un système double, que la masse soit presque entièrement concentrée dans la grande étoile. La densité du compagnon serait ainsi extrêmement faible.

D'autre part, si l'on supposait, comme à l'ordinaire, que chaque étoile tourne sur elle-même dans le temps où s'effectue la révolution orbitale, on serait conduit à prévoir un élargissement considérable des raies.

Une étude spectroscopique détaillée paraît indispensable pour préciser la nature physique du système de *d* Cygni. Elle permettrait peut-être d'éprouver dans quelle mesure la théorie usuelle des systèmes à éclipses s'applique aux étoiles géantes de faible densité.

---

(1) H. N. Russell et H. Shapley, *Astrophysical Journal*, 36, 1912, p. 395.

(2) Rayon calculé par la formule usuelle, en prenant la magnitude absolue 0,2 et la température 4000° K.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application des conceptions statistiques classiques à la mécanique ondulatoire.* Note de M. **Jean Ullmo**, transmise par M. Hadamard.

Étant donnée l'équation de Schrödinger pour trois degrés de liberté xyz

$$\Delta\psi - \frac{h^2}{8\pi^2 m_0} V\psi = \frac{4\pi i m_0}{h} \frac{\partial\psi}{\partial t}$$

où V est le potentiel scolaire des forces extérieures, nous avons été amenés à considérer que ψ définit la probabilité de présence et la quantité de mouvement au point géométrique xyz d'électrons explorateurs soumis au champ de potentiel V. Désignant par ψ' la fonction conjuguée de ψ, la probabilité et les composantes de la quantité de mouvement sont respectivement

$$\psi\psi', \qquad p_x = \frac{h}{4\pi i} \frac{\psi' \frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial\psi'}{\partial x}}{\psi\psi'}, \qquad p_y = \frac{h}{4\pi i} \frac{\psi' \frac{\partial\psi}{\partial y} - \psi \frac{\partial\psi}{\partial y}}{\psi\psi'}, \qquad p_z = \ldots.$$

Ce sont les expressions mêmes de Gordon, généralement acceptées.

On en déduit la valeur moyenne de l'abscisse des électrons explorateurs

$$\overline{x} = \int x\psi\psi'\, d\tau \qquad (d\tau = dx\, dy\, dz) \tag{1}$$

et aussi la valeur moyenne de leur quantité de mouvement

$$\overline{p_x} = \int p_x \psi\psi'\, d\tau = \frac{h}{4\pi i} \int \left(\psi' \frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial\psi'}{\partial x} \right) d\tau. \tag{2}$$

En transformant cette seconde expression par intégration par parties et tenant compte des conditions aux limites imposées aux ψ on trouve

$$\overline{p_x} = \frac{h}{2\pi i} \int \psi' \frac{\partial\psi}{\partial x}\, d\tau. \tag{3}$$

On peut dire ainsi que l'opérateur x, que nous désignerons par X, et l'opérateur $\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x}$, que nous désignerons par P_x, *correspondent* respectivement à l'abscisse et à la quantité de mouvement conjuguée, en ce sens qu'il faut les substituer à la place de l'opérateur indéfini M dans l'expression $\int \psi' M \psi\, d\tau$ pour obtenir la valeur moyenne de la fonction *correspondante* des coordonnées de l'électron explorateur dans le champ.

Il est facile de déduire de ce résultat qu'à toute fonction (suffisamment simple, par exemple entière) de x et p_x où ces quantités sont *séparées*, fonction de la forme $f(x)+g(p_x)$ *correspond* l'opérateur $f(X)+g(p_x)$:

On peut ensuite mettre la valeur moyenne $\overline{f(x)}$, $\overline{g(p_x)}$ ou $\overline{f(x)+g(p_x)}$:

$$\overline{f(x)}+\overline{g(p_x)}=\int\psi'[f(X)+g(P_x)]\psi\,d\tau \tag{4}$$

sous une forme différente correspondant à la notion ordinaire de moyenne arithmétique, par exemple

$$\Sigma A(p_x)g(p_x)dp_x,$$

c'est-à-dire considérer le *nombre relatif* d'électrons explorateurs pour lesquels $g(p_x)$ [ou $g(p_x)+f(x)$] a une valeur quelconque et faire la somme pour toutes les valeurs possibles de $g(px)$. En mettant l'expression (4) de la valeur moyenne sous cette forme, ce qui peut se faire au moyen d'un certain développement de ψ en série de fonctions orthogonales u_n, on passe de la valeur moyenne d'une fonction $f(x)+g(p_x)$ aux probabilités de distribution des valeurs de cette fonction. On démontre que les u_n sont les solutions propres de l'équation

$$[f(X)+g(P_x)]\,u_n=\lambda_n u_n \quad (\lambda_n \text{ const.}); \tag{5}$$

les valeurs propres λ_n de (5) sont les valeurs possibles de $f(x)+g(p_x)$ dans le champ considéré, le carré du module du coefficient du développement de ψ en série des u_n est la probabilité correspondant à ces valeurs. Ce sont les résultats connus de la théorie des transformations de Dirac et Jordan déduits par une méthode directe.

Si l'on cherche de la même façon la valeur moyenne de xp_x (exemple d'une fonction $h(x, p_x)$ où l'abscisse et la variable conjuguée *ne sont pas séparées* on voit qu'on a en intégrant par parties :

$$\overline{xp_x}=\int xp_x\psi\psi'=\frac{h}{4\pi i}\int x\left(\psi'\frac{\partial\psi}{\partial x}-\psi\frac{\partial\psi'}{\partial x}\right)=\frac{h}{2\pi i}\int\psi' x\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{h}{4\pi i}\int\psi'\psi.$$

Ce n'est plus l'opérateur XP_x, mais l'opérateur $XP_x+\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi i}$ qui *correspond* à xp_x. De même à $p_x x$ correspond l'opérateur $P_x X\ \frac{1}{2}\frac{h}{2\pi i}$.

La relation de non-commutativité classique : $XP_x-P_xX=-\frac{h}{2\pi i}$, correspond alors au fait que la valeur moyenne $\overline{xp_x}$ ne saurait, dans les idées

classiques, différer de la valeur moyenne $\overline{p_x x}$. On voit que l'opérateur qui *correspond* à xp_x (ou $p_x x$) est $\frac{XP_x - P_x X}{2}$. Ce résultat purement mathématique se généralise sans difficulté. A une fonction $h(x, p_x)$ correspond l'opérateur *symétrisé*, que nous désignerons symboliquement par $\frac{h(XP_x) + h(P_x X)}{2}$. Par exemple à la fonction $p_x^3 x$ correspond l'opérateur

$$\frac{P_x^3 X + 3 P_x^2 X P_x + 3 P_x X P_x^2 + X P_x^3}{8}.$$

Deux conclusions :

1° Pour établir une théorie cohérente des « nombres q » de Dirac, il faut que le nombre q (soumis à un algèbre spécial) qui remplace dans les calculs un nombre c (fonction classique de x, y, z, p_x, p_y, p_z) soit justement l'opérateur *correspondant* au sens du texte. Car alors seulement les raisonnements précédents s'appliquent, relatifs à la distribution en probabilités et surtout aux *valeurs propres*. C'est l'explication de la notion de *nombres bien ordonnés* qui s'introduisait dans la théorie primitive de Dirac et Heisenberg. Les résultats que Dirac n'a pu obtenir qu'en *symétrisant* ses équations en nombres q, en particulier dans les changements de coordonnées $\left(\text{par exemple remplaçant } xp_x \text{ de la théorie classique par } \frac{PX_x + P_x X}{2}\right)$, sont autant de preuves de l'exactitude de la présente théorie.

Elle explique le privilège dans la théorie quantique des coordonnées cartésiennes, qui sont celles pour lesquelles les coordonnées et les moments conjugués sont séparés dans l'expression de l'énergie.

2° Une conséquence très importante est de ruiner la non-commutativité de la position et de la quantité de mouvement conjugué des électrons. Les conditions quantiques

$$P_x X - X P_x = \frac{h}{2\pi i}$$

ne contiennent rien de plus que leur signification formelle relative aux opérateurs. Il ne semble plus permis d'en tirer un principe d'indétermination au moins sous la forme extrême d'Heisenberg. Pour la forme qu'a donnée Bohr au principe d'indétermination, elle nous semble valable, mais de nature essentiellement différente de celle d'Heisenberg, point que nous espérons discuter prochainement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la variation de $\int p\,dt$ avec la densité de chargement pour différents types de poudres.* Note [1] de MM. **H. Muraour** et **G. Aunis**, présentée par M. G. Urbain.

Nous étudierons dans la présente Note les variations de $\int p\,dt$ avec la densité de chargement pour des poudres de différentes compositions. Le mode opératoire utilisé pour les expériences a été le même que celui indiqué dans une précédente Note (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 713). Les essais ont été exécutés avec les poudres suivantes étirées sous forme de brins cylindriques (type cordite) [2].

Échantillon n° 1 : Poudre à 20 pour 100 de centralite préparée avec un mélange de 66 coton-poudre et 25 nitroglycérine (B 81-82 et 83).

Échantillon n° 2 : Poudre à 9 pour 100 de centralité préparée avec le même mélange (B 75-76 et 77).

Échantillon n° 3 : Poudre sans centralite préparée avec un mélange de 50 pour 100 nitroglycérine et 50 pour 100 coton-poudre (B 72-73 et 74).

Échantillon n° 4 : Poudre B à la nitrocellulose (BG4) en lamelles.

Les échantillons n°s 1, 2 et 3 ont été étirés sous 3 épaisseurs (2^{mm}, 2^{mm},5 et 3^{mm} de diamètre). Les essais ont montré que la variation pour 100 de $\int p\,dt$ est indépendante de l'épaisseur d'étirage, sauf peut-être aux très faibles densités de chargement pour les poudres à 50 pour 100 de nitroglycérine.

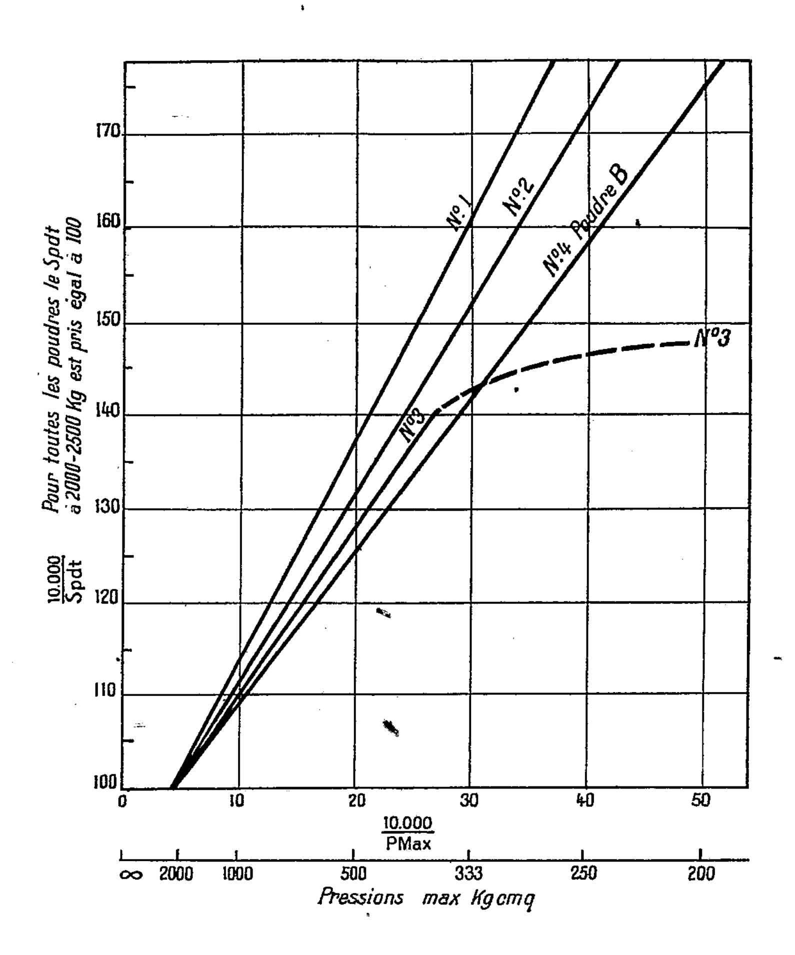
Sur le graphique ci-contre nous avons tracé les droites moyennes en portant en abscisse l'inverse de la pression maximum, en ordonnée l'inverse de $\int p\,dt$ $\left(\text{le } \int p\,dt\right.$ mesuré sous une pression maximum voisine de $2000\text{-}2500^{kg}$ par centimètre carré étant représenté par $\left.100\right)$. De l'ensemble de nos expériences on peut tirer les conclusions suivantes :

---

[1] Séance du 22 décembre 1930.

[2] Nous avons constaté que pour les essais à la bombe l'étirage sous forme de cylindres est préférable, au point de vue de la régularité des tirs, à l'étirage sous forme de tubes. En exécutant des essais avec des poudres tubulaires ou en lamelles nous avons d'ailleurs vérifié que la variation de $\int p\,dt$ ne dépend pas de la forme géométrique des brins.

Entre 2500 et 300^{kg} de pression maximum, l'inverse de $\int p\,dt$ *est sensiblement, pour toutes les poudres, une fonction linéaire de l'inverse de la pression maximum.*



Pour les poudres à basse température d'explosion la loi linéaire se vérifie jusqu'à des pressions maxima relativement basses, de l'ordre de 150^{kg} par centimètre carré. Pour les poudres à 50 pour 100 de nitroglycérine au contraire, la déformation se produit déjà pour des pressions maxima voisines de 300^{kg}.

La plus forte réduction d'aire s'observe pour la poudre à 20 pour 100 de centralite dont la température d'explosion est la plus basse. Pour les très

basses pressions, l'écart entre la poudre froide (20 pour 100 de centralite) et la poudre chaude (50 pour 100 de nitroglycérine) devient considérable, c'est ainsi que pour une pression maximum voisine de 130^{kg} par centimètre carré la réduction d'aire, en prenant pour base le $\int p\,dt$ observé à 2000^{kg} par centimètre carré, est d'environ 40 pour 100 pour la poudre chaude tandis qu'elle est d'environ 60 pour 100 pour la poudre froide. Le rayonnement calorifique de la masse gazeuse, qui doit jouer un rôle pour les poudres très chaudes, n'est donc pas la cause unique de la réduction de $\int p\,dt$ observée aux basses pressions. Il y a ici accord avec les conclusions de notre dernière Note (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 713).

Pour les différents échantillons examinés et si l'on ne tient compte, ni de la poudre très chaude, ni de la poudre très froide, l'*aire déterminée à* 2000^{kg} *par centimètre carré tombe à* 50 *pour* 100 *de sa valeur pour une pression maximum comprise entre* 150 *et* 200^{kg} *par centimètre carré.*

Il est important de noter que les réductions d'aire observées à basse densité de chargement ne peuvent s'expliquer ni par un fonctionnement particulier du crusher, ni par une influence du refroidissement par les parois. L'écrasement plus lent du crusher aux faibles pressions devrait tendre en effet à augmenter légèrement le $\int p\,dt$. En ce qui concerne les phénomènes de refroidissement par les parois nous avons vérifié, par l'addition de lames d'acier dans la bombe, qu'ils n'étaient pas la cause de la diminution de $\int p\,dt$. Pour les poudres très chaudes et aux très faibles densités de chargement le refroidissement par les parois devrait même s'opposer à la décroissance de l'aire en diminuant l'importance du rayonnement calorifique de la masse gazeuse.

La vérification de ce dernier point fera l'objet d'une étude spéciale.

COLLOÏDES. — *Phénomènes d'adsorption et de protection dans les milieux colloïdaux complexes*. Note de MM. **Charles Marie** et **N. Marinesco**, présentée par M. J. Perrin.

L'étude de la polarisation diélectrique d'un colloïde hydrophile permet de déterminer la quantité d'eau fixée sur les micelles ; en effet, tout blocage

ou fixation des dipôles se produisant dans le système se traduit macroscopiquement par un abaissement de la constante diélectrique.

D'autre part, en connaissant l'action relative de deux substances différentes sur le pouvoir inducteur spécifique de l'eau, on peut préciser quelle est l'action de ces deux substances l'une sur l'autre quand elles sont mélangées dans la solution. En vue d'étudier les processus d'adsorption qui ont lieu dans ces conditions, nous avons exécuté plusieurs séries de mesures sur des systèmes colloïdes complexes, contenant au moins un composant polarisé à l'état permanent et différent de l'eau.

1. Les solutions aqueuses de gélatine, glycocolle et leucine gauche, donnent, chacune séparément, des constantes diélectriques notablement supérieures à celles de l'eau, ce qui dénote une polarité permanente des substances dissoutes. Ce sont d'ailleurs des corps ayant au moins une fonction amino-acide par molécule; ils possèdent ainsi une forte dissymétrie au point de vue de la distribution des charges électriques.

2. D'autre part les suspensions aqueuses de charbon animal donnent aussi des constantes diélectriques plus grandes que celles de l'eau, mais dans ce cas la polarisabilité du système n'est pas imputable à l'existence de forts moments; le charbon possède à un haut degré la polarité électronique (déformabilité), et à chaque inversion de champ les particules se polarisent par déplacement électronique. Il s'agit donc dans ces conditions de moments induits et non pas de moments permanents.

3. Les suspensions binaires faites avec le charbon et avec une substance polarisée à l'état permanent du premier groupe, diminuent au contraire la constante diélectrique de l'eau, ce qui prouve que des dipôles libres sont soustraits à la polarisation globale du système. En fait, le charbon est un excellent adsorbant qui fixe les molécules du corps polarisé (gélatine, amino-acides), en les saturant diélectriquement d'autant plus que le moment permanent de celles-ci est plus grand. Mais du fait de cette adsorption, se produisent à l'intérieur des particules de charbon, des moments induits qui diminuent sa polarisation par rapport au champ électrique extérieur. De sorte que l'adsorption des dipôles libres du système d'une part, l'abaissement de la polarité électronique de l'adsorbeur d'autre part, interviennent tous les deux dans le sens d'un abaissement de la polarisation globale du système.

D'autre part la particule de charbon n'ayant pas de dipôles permanents, n'a pas non plus de direction privilégiée d'attraction pour le corps adsorbé; elle s'enrobe uniformément des molécules polarisées se trouvant dans le

milieu et qui l'isolent ainsi du reste du liquide intermicellaire. Cette adsorption n'est en somme qu'un phénomène de protection : Zsigmondy a montré dans des travaux classiques que le corps protecteur (polarisé) entoure le colloïde protégé (corps déformable) en masquant entièrement ses propriétés. Ainsi le charbon et le platine colloïdaux protégés par la gélatine ne décomposent plus que très lentement l'eau oxygénée.

4. La gélatine polarisée à l'état permanent ajoutée à une solution d'amino-acide, diminue également le pouvoir inducteur du système, alors que chacun des composants l'augmente s'il se trouve tout seul en solution. Il s'agit bien ici, comme précédemment, d'une condensation des dipôles de l'amino-acide par la gélatine mais il n'est pas question d'une protection colloïdale. La micelle polarisée à l'état permanent a deux directions d'attraction privilégiées pour le corps adsorbable, alors que ses parties interpolaires n'adsorbent pas et se trouvent en contact direct avec le milieu dispersant. Bref, il s'agit dans ce cas d'un simple phénomène d'association ou de couplage moléculaire, alors que l'adsorption des corps polarisés à l'état permanent par une particule déformable de charbon constitue un phénomène pur de protection.

En résumé :

I. Il y a lieu de séparer les phénomènes de protection des phénomènes d'association en milieu colloïdal complexe. Le colloïde protégé est en réalité un corps électroniquement très déformable (comme toutes les suspensions métalliques), favorisant l'adsorption de dipôles permanents qui enrobent les particules et les isolent du milieu dispersant.

II. L'analyse diélectrique permet de choisir un colloïde protecteur *a priori* en ce sens qu'il doit être aussi polarisé que possible à l'état permanent. Elle permet de préciser quelle est la quantité nécessaire et suffisante de colloïde protecteur à employer, car on peut saisir, par la mesure de la constante diélectrique, le moment où le protecteur introduit dans le système ne s'adsorbe plus (1).

---

(1) La méthode de mesure et les résultats obtenus ont été publiés dans un autre Recueil.

COLLOÏDES. — *Sur l'accélération produite par la lumière dans la floculation des solutions colloïdales en milieu fluorescent.* Note de MM. **Augustin Boutaric** et **Jean Bouchard**, présentée par M. C. Matignon.

On a signalé que l'addition de matières fluorescentes à des cultures microbiennes favorisait la destruction des microbes par la lumière. Nous nous sommes proposé de rechercher si des actions analogues ne s'exerceraient pas sur la floculation des colloïdes.

I. Après avoir ajouté à la solution colloïdale une faible quantité d'une matière fluorescente, nous avons déterminé la durée de floculation sous l'influence de divers électrolytes : 1° le mélange formé par la solution colloïdale, la matière colorante et l'électrolyte étant maintenu dans l'obscurité; 2° le même mélange étant soumis à l'action d'une lumière intense ou d'un rayonnement ultraviolet.

Le rayonnement lumineux utilisé était celui d'une lampe à incandescence de 1000 B. privé de ses rayons infrarouges par passage à travers une cuve de 5^{cm} d'épaisseur contenant une solution à 5^{g} par litre d'acétate de cuivre dans l'eau. La cuve à expérience où se trouvait le mélange de solution colloïdale, de matière fluorescente et d'électrolyte était disposée à 35^{cm} environ de la lampe et était elle-même immergée dans une cuve de plus grande dimensions contenant de l'eau, afin de supprimer tout échauffement. Le rayonnement ultraviolet était produit par une lampe en quartz à vapeur de mercure devant laquelle on disposait un verre de Wood; la solution était contenue dans une cuve en quartz de $0^{cm},5$ d'épaisseur disposée à 20^{cm} de la source.

On suivait simultanément la floculation pour la cuve maintenue à l'obscurité et pour celle exposée à l'action de la lumière par des mesures intermittentes faites au spectrophotomètre. La durée de floculation de chaque solution était évaluée d'une manière précise par le temps nécessaire pour que l'opacité de la solution atteigne sa valeur limite. Afin d'avoir des mesures comparables dans tous les cas, on choisissait par tâtonnements la quantité d'électrolyte nécessaire pour produire dans l'obscurité la floculation en 75 minutes.

II. Nos expériences ont porté sur des suspensions de résine-mastic et de gomme-gutte (en présence d'éosine et de fluorescéine) sur des sols de sulfure d'arsenic (en présence d'éosine, de fluorescéine et d'érythrosine) et

d'hydrate ferrique (en présence de rhodamine (1). Dans un très grand nombre de cas, nous avons constaté que la floculation est accélérée par la lumière. C'est ce que montrent les résultats contenus dans le tableau suivant qui donne, pour un sol de As^2S^3 (à 58 p. l.) la durée de floculation sous l'influence de la lumière ou des rayons ultraviolets en présence de matière fluorescente (la durée de floculation étant de 75 minutes dans l'obscurité).

Électrolyte floculant.	Lumière.			Ultraviolet.		
	Éosine.	Fluorescéine.	Érythrosine.	Éosine.	Fluorescéine.	Érythrosine.
	min	min	min	min	min	min
LiCl	55	45	60	35	12	40
KCl	60	45	60	35	12	40
KCNS	65	60	65	50	30	50
NH^4Cl	60	50	60	40	15	40
KI	65	55	70	50	30	55
$Na^2S^2O^3$	75	60	75	50	40	55
K^2SO^4	65	60	65	50	30	45
H^2SO^4	–	75	–	–	75	–

III. Nous avons vérifié que, dans les limites de durée des expériences, les radiations ne produisent aucune accélération de la floculation en l'absence de substance fluorescente et qu'elles n'agissent pas davantage sur le mélange de la solution colloïdale avec la substance fluorescente en l'absence d'électrolyte. Pour que se manifeste l'action des radiations, il faut qu'il y ait en présence : la solution colloïdale, la matière fluorescente et l'électrolyte.

La dose d'électrolyte nécessaire pour produire la floculation est souvent abaissée d'une manière très considérable, comme cela résulte de mesures dont le détail sera donné ailleurs. A titre d'indication, signalons qu'en présence de fluorescéine, la dose limite de LiCl provoquant la floculation du sulfure d'arsenic est environ 10 fois moindre sous l'influence du rayonnement ultraviolet que dans l'obscurité. La plupart des résultats négatifs que nous avons observés se rapportent aux cas où l'électrolyte utilisé pour produire la floculation appartient à la catégorie des substances antioxygène qui, d'après Francis Perrin, agissent comme inhibitrices vis-à-vis de la fluorescence; l'acide sulfurique qui ne produit aucune accélération de la floculation en présence de fluorescéine supprime également la fluo-

(1) Avec les sols d'hydrate ferrique, on n'a pas pu utiliser l'éosine, la fluorescéine et l'érythrosine qui, même en petites quantités, déterminent la floculation du sol.

rescence de cette substance. Avec toutes les matières colorantes non fluorescentes que nous avons essayées jusqu'ici, nous n'avons jamais observé la moindre accélération de la floculation sous l'influence de la lumière ou des rayons ultraviolets. Au contraire toutes les substances fluorescentes dont nous avons pu disposer ont déterminé cette accélération.

CHIMIE MINÉRALE. — *Formation d'un sesquioxyde de fer ferromagnétique par décomposition de l'hydrate de sesquioxyde de van Bemmelen.* Note de MM. **G. Chaudron** et **A. Girard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

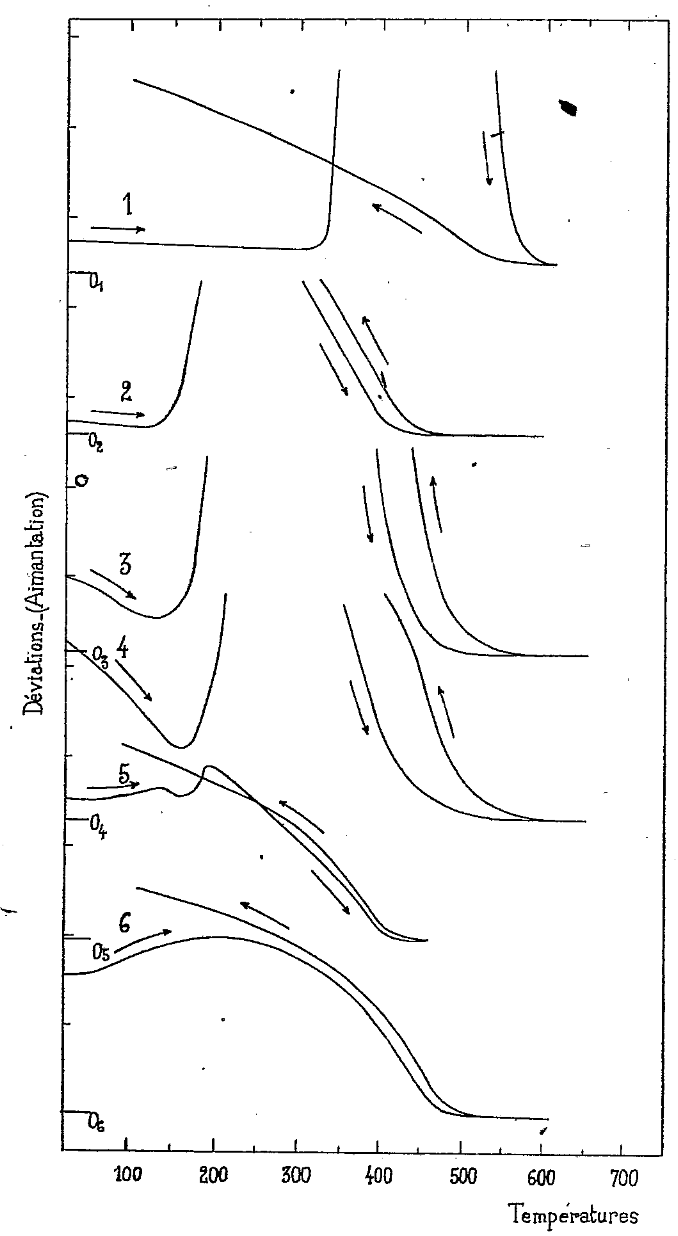
On sait qu'il existe deux variétés naturelles de sesquioxyde de fer monohydraté : la goethite et la lépidocrocite. Par l'analyse thermomagnétique, on peut différencier nettement ces deux hydrates : la goethite perd son eau vers 300° en donnant de l'oligiste, sesquioxyde de fer ordinaire dont le point de Curie est à 675°; la lépidocrocite se déshydrate à peu près à la même température, mais le départ de la molécule d'eau est corrélatif d'un brusque accroissement de l'aimantation (voir courbe 1 de la figure). L'interprétation de ce phénomène est assez délicate car tous les échantillons de lépidocrocite contiennent de petites quantités d'oxyde ferreux.

Nous avons donc cherché un processus chimique qui nous donne de la lépidocrocite rigoureusement exempte de sels ferreux. L'hydrolyse des ferrites nous a paru devoir donner les meilleurs résultats. Van Bemmelen [1] a montré que par hydrolyse du ferrite de sodium $Fe^2O^3Na^2O$, on peut préparer un sesquioxyde de fer monohydraté $Fe^2O^3H^2O$. Ce corps est cristallisé et a le même aspect, après déshydratation, que les cristaux de ferrite de sodium dont il provient.

L'analyse thermique montre que le monohydrate de van Bemmelen, comme celui-ci l'avait du reste signalé, est beaucoup moins stable que les hydrates naturels. Il perd son eau rapidement à 140°. A cette température il se forme un corps fortement ferromagnétique (voir courbe 2 de la figure). Dans ce cas l'interprétation est évidente : l'oxyde anhydre est ferromagnétique. La stabilité de cette variété est relativement grande et ce n'est qu'à 675° qu'elle se transforme rapidement en oligiste ou sesquioxyde ordinaire. Cette grande stabilité est comparable à celle du sesquioxyde de Malaguti

---

(1) Van Bemmelen et A. Klobbie, *J. pr. Ch.*, 2e série, 46, 1892, p. 520.



Courbe 1, lépidocrocite; *courbe* 2, monohydrate de van Bemmelen; *courbe* 3, monohydrate maintenu 10 minutes à 100°; *courbe* 4, monohydrate maintenu 30 minutes à 100°; *courbe* 5, monohydrate maintenu 48 heures à 100°; *courbe* 6, oxyde ferromagnétique chauffé avant analyse à 500°. Sensibilité de l'appareil : 10^{mg} de Fe^3O^4 donnent une déviation égale à une division.

préparé par Huggett [1] à partir d'oxyde salin de fer Fe^3O^4 contenant des traces de ferrite de sodium.

Le monohydrate de Van Bemmelen peut perdre sa molécule d'eau par simple chauffage dans l'eau bouillante en se transformant comme précédemment; les courbes 3, 4, et 5 correspondent respectivement à des temps de chauffage à 100° de 10 minutes, 30 minutes, et 48 heures. Dans le cas de la courbe 5, la déshydratation est presque terminée. La courbe 6 a été obtenue avec un oxyde préalablement chauffé jusqu'à 500°. Comme on l'a déjà observé avec les ferrites instables [2] de cadmium et de calcium et le sesquioxyde ferromagnétique de Malaguti [3], le point de Curie de tous ces corps varie avec les traitements thermiques subis par l'échantillon.

Le ferrite de sodium, le monohydrate et l'oxyde ferromagnétique se présentent en tablettes hexagonales biréfringentes. On peut donc penser que cet oxyde est différent de la forme obtenue par oxydation lente de la magnétite (oxyde de Malaguti). On sait en effet, d'après les travaux de Welo et Baudisch [4], que ce sesquioxyde de fer ferromagnétique a conservé la structure cubique de la magnétite.

CRISTALLOGRAPHIE. — *L'influence des impuretés sur quelques propriétés physiques et cristallographiques de l'acide hémimellitique.* Note [5] de M. V. Agafonoff.

A la suite de recherches effectuées il y a 30 ans sur l'absorption des spectres visibles et ultraviolets par les cristaux (*Comptes rendus*, 123, 1896, p. 490; 125, 1897, p. 87; 124, 1897, p. 855; (*Annales de la Société minéralogique russe*, 1902, 130 pages, avec résumé en français), j'étais arrivé à la conclusion que chaque combinaison chimique possède à l'état cristallisé son *spectre d'absorption typique* correspondant à l'*épaisseur critique maximum*, caractéristique de chaque espèce. Ces recherches m'avaient conduit, d'autre part, à émettre l'hypothèse que l'absorption de la lumière par les cristaux est fonction de la composition chimique et que le polychroïsme n'est pas une propriété générale des corps cristallisés anisotropes, mais serait dû à la pré-

---

(1) J. Huggett, *Ann. Ch.*, 10e série, 11, 1929, p. 487.
(2) H. Forestier et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 182, 1927, p. 777.
(3) J. Huggett et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1619.
(4) Welo et Baudisch, *Phil. Mag.*, 50, 1925, p. 399.
(5) Séance du 22 décembre 1930.

sence de matières étrangères ou de polymères, répartis régulièrement dans le réseau cristallin, mais différemment (au point de vue chimique), suivant les différentes directions. Les études aux rayons X nous montrent maintenant qu'il faut retenir seulement la première hypothèse. C'est en me basant sur elle que j'ai repris l'étude de l'acide hémimellitique ($C^3H^6O^6.2H^2O$), l'un des trois acides organiques dont j'avais découvert le polychroïsme dans l'ultraviolet.

Étude des impuretés de l'acide hémimellitique. — Des cristallisations fractionnées de ce corps donnent, au début, des cristaux faiblement brun jaunâtre, mais dès la deuxième cristallisation les cristaux qui se déposent sont incolores, tandis que la solution devient jaunâtre. Si l'on pousse jusqu'au bout l'évaporation de cette solution, on obtient, outre les formes habituelles, deux sortes de cristaux : des cristaux α en lamelles aplaties ou en prismes allongés jaunâtres (quelques décigrammes pour 100^g), des cristaux β en aiguilles (quelques centigrammes pour 100^g). Voici la composition de ces substances :

	Acide hémimellitique du commerce.	Cristaux α.
Ca	0,006	0,44
Al	0,016	0,09
Mn	0,013	0,013
Matière organique	99,965	99,457
	100,000	100,000

	Cristaux β.
C	41,58
H	3,87
O	44,50
Résidu de la combustion	10,05
	100,000

L'analyse microchimique ci-dessus des cristaux β a été faite par M. Walter de Strasbourg. J'ai constaté que le résidu de la combustion est entièrement constitué par de la chaux. Ces cristaux sont donc de l'hémimellate de calcium.

Les cristaux α et β sont monocliniques et s'éteignent suivant leur allongement. Leur densité est de 1,54 pour les cristaux α et 1,65 à 1,66 pour la forme β. Tandis que la forme β est presque insoluble, 28,5 parties d'eau à 20° dissolvent une partie de la forme α. La forme β est infusible; la forme α fond à 182-185°. Les indices de réfraction sont (méthode d'immersion) :

$$\text{Forme } \alpha \begin{cases} n_p = 1,515 \\ n_g = 1,63 \end{cases} \qquad \text{Forme } \beta \begin{cases} n_p = 1,52 \\ n_g = 1,68 \end{cases}$$

La présence de la forme α dans les cristaux jaunâtres de l'acide hémimel-

litique explique la couleur de ces cristaux et l'abaissement de leur point de fusion (191°) à 185°.

Propriétés physiques de l'acide hémimellitique. — Les caractères cristallographiques ont été déterminés sur 15 cristaux de différentes dimensions (2^{mm} à 3^{cm}). Leur symétrie est triclinique. Leur densité, mesurée à l'aide de la balance de Westphal, est de 1,543 à 1,546 à 20°. La solubilité à 20° est de 1 partie d'acide dans 15,7 parties d'eau. Le point de fusion est de 190°C. pour la substance la plus pure possible. Ces cristaux présentent un clivage facile suivant $h^1(100)$ et un plan de glissement suivant $p(001)$. Les paramètres ont pour valeur [1] :

$$a : b : c = 1,705 : 1 : 0,6185.$$

Les formes observées sont : $h^1(100)$, $p(001)$, $m(1\bar{1}0)$, $a^{\frac{1}{2}}(\bar{2}01)$, $b^{\frac{1}{2}}(\bar{1}\bar{1}1)$, $e^{\frac{1}{2}}(0\bar{2}1)$, $g^1(010)$, $e^1(0\bar{1}1)$.

Au début de la cristallisation, les cristaux sont allongés suivant l'arête h^1g^1, mais à la fin de la cristallisation des grands cristaux cet allongement a lieu suivant h^1e^1.

L'angle des axes optiques dans l'huile varie de 52°2′ pour la longueur d'onde de $0^{\mu},615$, à 54°44′ pour $0^{\mu},4078$. $2V = 47°$.

Les indices pour la raie D sont :

$$n_p = 1,4316, \qquad n_m = 1,6358, \qquad n_g(\text{calculé}) = 1,6744.$$

La biréfringence de l'acide hémimellitique est donc plus grande que celle des cristaux α et β.

L'étude de la cristallisation de l'acide hémimellitique sous le microscope donne des résultats en complet accord avec les précédents. La cristallisation commence par le dépôt de grands cristaux d'acide hémimellitique, puis on observe des dépôts de cristaux α seuls ou mélangés à des agrégats d'acide hémimellitique recouverts parfois de cristaux β. Si l'on chauffe ces préparations jusqu'à 400° la substance β subsiste seule, et l'on constate alors que cette substance étrangère existait même dans les grands cristaux d'acide hémimellitique.

On peut donc affirmer avec une grande probabilité que ces deux substances α et β restent en petites quantités dans le réseau de l'acide hémimellitique et créent ainsi le polychroïsme que nous avions signalé jadis dans la partie ultraviolette du spectre.

---

(1) Les calculs cristallographiques ont été exécutés par M. A. Richard.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure géologique de la presqu'île de Crozon* (*Finistère*). Note de M. V. **Gouzien**, transmise par M. Barrois.

La tranchée récente du chemin de fer de Châteaulin à Camaret traverse les couches paléozoïques de la partie occidentale du synclinorium médian de la Bretagne où les affleurements sont mauvais et localisés. Son étude détaillée permet de préciser les contours tracés par M. Barrois de 1876 à 1880 et de 1898 à 1901.

1° C'est ainsi qu'il convient de prolonger de 2^{km} vers le Sud-Ouest le synclinal dévonien du Fret; près de Perros j'ai trouvé les termes suivants :

a. Schistes et quartzites de Plougastel;
b. Grès à *Orthis Monnieri*, Rouault;
c. Grauwacke coblencienne;
d. Schistes de Porsguen à *Phacops Potieri*, Bayle.

2° Dans la région centrale la continuation de l'est à l'ouest des anticlinaux de Grès armoricain devient visible et le déplacement horizontal de 3^{km} exprimé par la faille F dite de rejet de M. Kerforne ne rend plus compte des faits observés.

Comme M. Barrois je considère que les plissements qui ont déterminé la tectonique de la presqu'île sont dus à de puissantes poussées tangentielles contemporaines du Carbonifère et que les plis sont faillés suivant leurs flancs étirés.

3° Enfin j'ai été assez heureux pour découvrir la faune seconde silurienne dans l'intercalation gréseuse locale dite de Kerarvail.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie du Trias de la zone du Briançonnais.* Note de MM. **M. Gignoux** et **E. Raguin**, présentée par M. H. Douvillé.

Jusqu'à ces dernières années, on admettait, à la suite des publications de W. Kilian, que le Trias briançonnais comportait, de haut en bas, les termes suivants :

Rhétien : schistes noirs et lumachelles à *Avicula contorta*.

Trias supérieur : dolomies capucin, schistes bariolés, épaisse série de cargneules et de gypses dits supérieurs.

Trias moyen : Calcaires « francs », dolomitiques au sommet [dolomies dites à

Gyroporelles [1]], Schistes et calcaires mal définis, complexe peu épais de cargneules et de gypses dits inférieurs.

Trias inférieur : quartzites.

Si nous laissons de côté les quartzites, dont l'âge n'a jamais été discuté, on peut dire que les points de repère les plus aisément reconnaissables dans cette série étaient fournis par les deux niveaux de cargneules et gypses, inférieurs et supérieurs. Sur les cartes géologiques, on s'efforçait donc de répartir les gypses briançonnais entre ces deux niveaux.

Néanmoins, et depuis longtemps déjà, quelques obscurités étaient apparues : W. Kilian, en particulier, avait déjà remarqué qu'en certains points des gypses attribués au niveau supérieur venaient se fondre avec d'autres qui, d'après leurs rapports stratigraphiques au voisinage, se montraient appartenir au niveau inférieur. Il fallait donc admettre que là toute la masse des calcaires francs avait disparu, ce que W. Kilian expliquait par la gypsification de ces calcaires, théorie due à Marcel Bertrand.

Une autre conséquence particulièrement importante de cette stratigraphie était que, dans le puissant complexe des calcaires du Briançonnais, on ne se croyait autorisé à séparer une partie liasique et une partie triasique que si l'on pouvait voir s'intercaler entre elles les gypses du Keuper.

Au cours de ces dernières années, les observations faites par nous dans diverses régions briançonnaises très éloignées (depuis la Haute-Isère jusqu'au Guil) nous ont amenés, en commun accord, à modifier cette conception, et à admettre que :

1° Dans la zone du Briançonnais, il n'y a qu'un seul niveau stratigraphique de gypses, celui des gypses inférieurs qui, associé à des cargneules et à des schistes, surmonte plus ou moins directement les quartzites de base.

2° Le passage du Trias au Lias se fait sans interposition d'un horizon gypseux : les bancs supérieurs des dolomies à Gyroporelles prennent les caractères des dolomies capucin ; il y apparaît des intercalations schisteuses, auxquelles s'associent les premiers bancs de lumachelles rhétiennes ; certains bancs de dolomies capucin sont parfois un peu cargneulisés en

---

[1] En réalité, le seul exemple d'une Gyroporelle vraiment typique était celui figuré par Kilian et Hovelacque dans une coupe mince des dolomies d'Escreins. Mais en 1930, D. Schneegans, seul, puis en compagnie de l'un de nous, en a récolté dans la région de Névache de magnifiques échantillons macroscopiques, actuellement en cours d'étude.

surface; mais il n'y a pas à ce niveau de véritables cargneules, et en tout cas pas de gypses [1].

Ajoutons que cette zone de passage est toujours assez mince (quelques mètres, par exemple) et qu'elle peut fort bien passer inaperçue; ainsi, dans les puissantes falaises de calcaires briançonnais, il peut arriver que la base soit triasique et le sommet liasique sans qu'une coupure bien apparente à première vue vienne les séparer.

3° Dans tous les cas où l'on croyait voir autrefois des gypses « supérieurs », qui apparaissaient superposés aux grandes masses de calcaires, il s'agit en réalité de superpositions anormales; d'ailleurs ces gypses ainsi déplacés tectoniquement se montrant avec une épaisseur bien plus considérable que ceux qui sont demeurés à leur place stratigraphique normale, c'est-à-dire à la base des calcaires. Le gypse a ainsi « changé d'étage » (P. Termier) ou pris de l'« avance tectonique » (M. G.); et les points où l'on croyait voir autrefois une réunion de gypses inférieurs et supérieurs sont précisément ceux où l'on peut saisir sur le vif ce changement d'étage, cette avance tectonique : ce sont les racines nourricières des injections gypseuses.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Observations magnétiques à Tananarive.* Note de MM. **Ch. Poisson** et **J. Delpeut**, présentée par M. Ch. Maurain.

Les observations magnétiques organisées autrefois par le père Colin ont été reprises régulièrement depuis le 1er janvier 1929. Le service est assuré par le père Delpeut.

L'Observatoire a pour coordonnées : lat. 18°55'S., long. 3h10m12sE. Gr. Son altitude est 1370m. Le sous-sol est de quartzite surmontant un gneiss granitique. Le pavillon magnétique est celui qu'utilisait le père Colin; la toiture en chaume a été remplacée par une toiture en fibro-ciment avec clous et crochets en cuivre.

---

[1] Nous généralisons ainsi une observation locale déjà publiée par l'un de nous, (M. Gignoux, *C. R. sommaire des séances de la Société géologique de France*, 1929, p. 139) à propos de la coupe Trias-Lias de Saint-Crépin; nos conclusions s'accordent d'ailleurs, sur ce point, avec celles que vient de formuler C. Pussenot (*La nappe du Briançonnais et le bord de la zone des schistes lustrés entre l'Erc et le Guil*, Grenoble, Imprimerie Allier, 1930).

Les mesures absolues sont faites tous les quinze jours avec un théodolite Chasselon moyen modèle et une boussole d'inclinaison Brunner. Les enregistreurs des variations sont du modèle Mascart; le déclinomètre et le bifilaire sont ceux qui avaient servi antérieurement; une balance neuve a été acquise grâce à une subvention de l'Académie des Sciences; les deux premiers appareils sont montés, comme l'avait fait déjà le père Colin, avec des fils d'araignée, moins hygroscopiques et de torsion plus faible que les fils de cocon; l'étalonnage est fait deux fois par mois.

Les valeurs moyennes pour l'année 1929 ont été :

Déclinaison	D = 8°6′,7 W
Composante horizontale	H = 0,21649
Composante verticale	Z = 0,29073
Inclinaison	I = 53°19′,6
Force totale	F = 0,36249

Les tableaux suivants donnent, pour l'année 1929, les moyennes mensuelles et les moyennes de chaque heure pour l'année, pour D, H et Z. Les heures sont celles du temps zonal, qui est en avance de 3 heures sur le temps moyen de Greenwich. Le détail des résultats par mois sera donné ailleurs.

Moyennes mensuelles.

	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
D...	8°5′,55	6′,36	6′,57	8′,99	9′,45	7′,11	4′,22	5′,44	6′,15	7′,34	6′,62	7′,12
H...	0,21644	651	689	688	682	698	715	697	640	576	543	567
Z...	0,29070	64	51	83	131	83	78	97	80	46	37	53

Moyennes annuelles pour chaque heure.

	1h.	2h.	3h.	4h.	5h.	6h.	7h.	8h.	9h.	10h.	11h.	12h.
D...	8°7′,02	6′,99	7′,04	7′,15	7′,13	7′,36	7′,64	8′,67	9′,48	9′,53	8′,17	6′,18
H...	0,21643	641	639	638	637	637	638	642	646	654	664	671
Z...	0,29077	79	80	82	83	83	84	83	80	73	68	63

	13h.	14h.	15h.	16h.	17h.	18h.	19h.	20h.	21h.	22h.	23h.	24h.
D...	8°4′,41	3′,47	3′,34	4′,12	5′,63	6′,52	6′,76	6′,85	7′,02	7′,10	7′,12	7′,10
H...	0,21670	668	662	655	654	652	650	645	646	645	643	644
Z...	0,29060	61	63	65	67	68	69	70	71	73	74	76

ENTOMOLOGIE. — *Les soies hypopleurales d'*Orygma luctuosa *Meig.* (*Myodaire inférieur*) *et le principe de la connexion des organes.* Note de M. L. **Mercier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

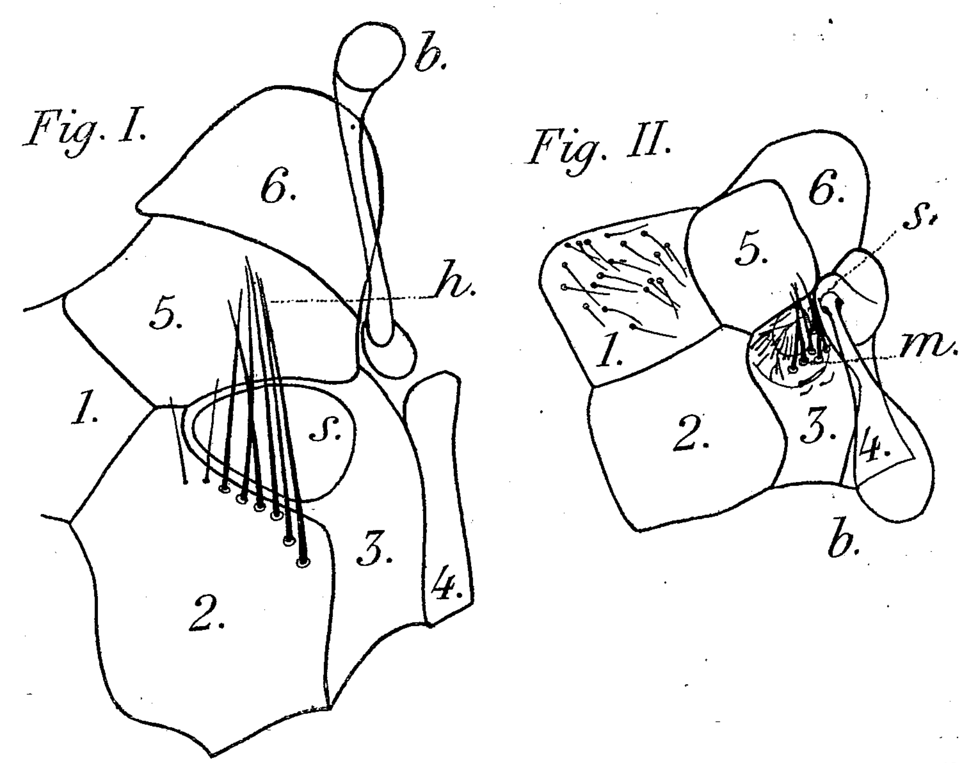
Les observations d'Osten-Sacken (*Trans. Ent. Soc. Lond.*, 1884) et de Pandellé (*Rev. Ent. Caen*, 1888) ont établi que les *Tachinidæ* se distinguent des *Anthomyidæ* par la présence de soies hypopleurales formant une herse au-devant du stigmate métathoracique. Ce caractère chétotaxique, d'une réelle importance, offre cependant quelques rares exceptions. C'est ainsi que, d'après Villeneuve (1924) (¹), les deux *Tachinidæ* suivants : *Pododexia arachna* B. B. et *Beria lanata* Villen. ne présentent pas de soies hypopleurales, alors que l'*Anthomyidæ*, *Syllegoptera ocypterata* Zett. en possède. « Même, un Myodaire inférieur, *Orygma luctuosa* Meig., a des soies hypopleurales. » Mais Villeneuve fait remarquer que celles-ci « sont, cependant, autrement situées que d'ordinaire ».

On sait que chacun des trois segments thoraciques (pro-, méso- et métathorax) d'un Diptère se compose d'une plaque dorsale (*notum*), d'une plaque ventrale (*sternum*) et d'une paire de plaques latérales (*pleura*). Avec Hendel (1928) (²), j'admets que chaque pleurite est composée de deux pièces : l'une antérieure, l'épisternite, et l'autre postérieure, l'épimérite. Le complexe formé de chaque côté du thorax par le méropleurite (pièce résultant de la fusion du mérite et de l'épimérite ventral du mésothorax), l'épisternite et l'épimérite du métathorax constitue l'hypopleure (Hendel, *loc. cit.*, p. 31, remarque 2). Le terme d' « hypopleure » n'a donc qu'une valeur purement descriptive; il répond à un complexe de pièces appartenant au mésothorax et au métathorax. Les macrochètes insérées sur les hypopleures peuvent, à la rigueur, être désignées sous le nom de soies hypopleurales. Mais, comme nous allons le voir en étudiant comparativement les soies hypopleurales de *Pollenia rudis* F. (*Tachinidæ*) et celles d'*Orygma luctuosa* Meig. (Myodaire inférieur), cette façon de faire est contraire au principe de la connexion des organes. En effet, comme le dit E. Geoffroy Saint-Hilaire (*Philosophie zoologique*, 1830, p. 214) : « La

(¹) J. Villeneuve, *Contribution à la classification des* Tachinidæ *paléarctiques* (*Ann. des Sc. Nat. zool.*, 10ᵉ série, 7, 1924, p. 5).

(²) Fr. Hendel, *Die Tierwelt Deutschlands.* 11 T., *Zweiflüger oder* Diptera. II Allgem. T., Fischer, Iéna, 1928, p. 29.

nature n'a, pour former les animaux, qu'un nombre limité d'éléments organiques, qu'elle peut raccourcir, amoindrir, effacer, mais non déranger de leurs places respectives. »



Une partie des pleures de *Pollonia rudis* F. (Fig. I × 45) et d'*Orygma luctuosa* Meig. (Fig. II × 65) après traitement par la potasse et montage en baume. 1, épimérite dorsal du mésothorax; 2, épimérite ventral du mésothorax (hypopleure p. p.); 3, épisternite du mésothorax; 4, épimérite du métathorax; 5, pleurotergite ventral; 6, pleurotergite dorsal; *s*, stigmate métathoracique *b*, balancier; *h*, soies hypopleurales; *m*, soies métastigmatiques.

Les soies hypopleurales de Pollenia rudis *F.* — La figure I représente une portion des pleures de *P. rudis* F. On constate que les soies hypopleurales (*h*) sont insérées le long du bord postérieur de l'épimérite ventral du mésothorax (2), et que le stigmate métathoracique (*s*) est situé sur l'épisternite du métathorax (3).

*Les soies hypopleurales d'*Orygma luctuosa *Meig.* — L'examen de la figure II montre que chez *O. luctuosa*, l'épimérite ventral du mésothorax (2) ne porte aucune soie. Les soies protectrices (*m*) du stigmate métathoracique (*s*) sont insérées sur l'épisternite du métathorax (3).

Conclusions. — Si l'on conserve la dénomination de « soies hypopleu-

rales », expression consacrée par l'usage, pour désigner les soies portées par l'épimérite ventral du mésothorax (hypopleure p. p.) chez les *Tachinidæ*, on ne peut parler de soies hypopleurales chez *O. luctuosa* sans créer une confusion regrettable. A mon avis, c'est méconnaître le principe de la connexion des organes que donner le même nom à des soies qui sont portées par deux pièces différentes de l'exosquelette thoracique.

Pour éviter toute confusion, je propose de donner le nom de « soies métastigmatiques » aux soies annexées aux stigmates métathoraciques chez *O. luctuosa*.

PHYSIOLOGIE. — *Variations, au cours du scorbut aigu expérimental, de la teneur en chlore et de la teneur en eau des muscles striés, du foie et des reins.* Note de Mme **Lucie Randoin** et Mlle **Andrée Michaux**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans une récente Note, nous avons montré que l'usage d'un régime scorbutigène détermine une diminution importante de l'excrétion chlorurée et qu'une partie de l'excès de chlore se retrouve dans le sérum sanguin [1]. Mais cette rétention chlorurée ne se produit-elle pas aussi dans certains tissus? Telle est la nouvelle question que nous nous sommes posée.

Technique. — Nous avons recherché, au moyen de la méthode de Laudat adaptée [2], les teneurs en chlore des *tissus musculaire, hépatique et rénal*, chez des Cobayes recevant : les uns, un *régime naturel* (lot I); d'autres, notre *régime artificiel complet* (lot II); d'autres enfin, ce même *régime, mais privé exclusivement de vitamine antiscorbutique ou vitamine* C [3] (lot III). Parallèlement, nous avons déterminé les teneurs en eau.

Enfin, les régimes donnés aux individus des lots II et III étant relativement riches en chlore, nous avons effectué les mêmes dosages chez des Cobayes recevant ces régimes artificiels plus ou moins déchlorurés.

Les résultats obtenus sont groupés dans les trois tableaux ci-après (voir pages 109 et 110).

---

(1) Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1378.

(2) Le détail de la technique sera publié dans un autre Recueil.

(3) Régime scorbutigène de L. Randoin, composé comme suit : farine de haricots blancs, 83; levure de bière sèche, 3; graisse de beurre, 5,5; lactate de calcium, 5; *chlorure de sodium*, 1,5; papier filtre, 2 (*Bull. Soc. Chim. biol.*, 5, 1923, p. 806).

Résultats et conclusions. — I. Chez le Cobaye adulte normal, pour 1000^g de tissu frais, les muscles striés renferment, en moyenne : 778^g *d'eau* et 0^g,50 *de chlore;* le foie, 747^g *d'eau* et 0^g,85 *de chlore;* les reins, 795^g *d'eau* et 1^g,92 *de chlore* (voir les deux premiers tableaux).

II. Chez le Cobaye exclusivement privé de vitamine antiscorbutique, il ne se produit tout d'abord aucune variation notable, mais, à partir du moment où s'aggravent les symptômes caractéristiques du scorbut, les teneurs en eau et en chlore s'élèvent plus ou moins dans les trois sortes de tissus. En ce qui concerne le foie et les reins, cette augmentation s'explique en partie par la perte de poids subie par ces organes à la fin du scorbut aigu, car les quantités totales de chlore et d'eau que renferment le foie entier ou les reins entiers demeurent normales jusqu'à la mort (voir les trois tableaux).

Mais il n'en est pas de même pour le chlore musculaire qui augmente dans des proportions considérables : de 0^g,50 pour 1000, *la teneur s'élève à* 1^g *et peut même atteindre* 1^g,46 *et* 1^g,67 pour 1000.

III. *Cette rétention chlorurée dans les muscles du Cobaye scorbutique*, tout comme les lésions de néphrite observées antérieurement, *paraît bien due au seul défaut de vitamine* C, car la rétention chlorurée est également déterminée, — à un degré un peu moindre, — par les régimes scorbutigènes pauvres en chlore (voir les régimes *b'* et *c'* à la fin du troisième tableau).

Cobayes recevant le régime naturel (lot I).

	Muscles.		Foie.			Reins.		
	Eau pour 1000^g.	Chlore pour 1000^g.	Eau pour 1000^g.	Chlore pour 1000^g.	Chlore du foie total.	Eau pour 1000^g.	Chlore pour 1000^g.	Chlore des deux reins.
	^{g} 776,82	^{g} 0,54	^{g} -	^{g} 0,87	^{g} 0,022	^{g} 786,91	^{g} 1,77	^{g} 0,006
	—	0,47	—	0,92	0,033	—	2,26	0,015
	776,33	0,50	743,66	0,95	0,019	818,20	1,91	0,010
	785,24	0,50	740,89	0,88	0,019	808,11	2,12	0,009
	781,00	0,43	750,85	0,85	0,016	792,06	2,16	0,009
Moy.	779,85	0,49	745,13	0,89	0,022	801,32	2,04	0,010

Cobayes soumis au régime artificiel complet (lot II).

Jours.	Muscles. Eau pour 1000g.	Muscles. Chlore pour 1000g.	Foie. Eau pour 1000g.	Foie. Chlore pour 1000g.	Foie. Chlore du foie total.	Reins. Eau pour 1000g.	Reins. Chlore pour 1000g.	Reins. Chlore des deux reins.
a. — Régime habituel renfermant 1,5 pour 100 de NaCl :								
15e......	g 784,93	g 0,45	g 751,14	g 0,66	g 0,014	g 800,43	g 1,80	g 0,007
20e......	776,80	0,56	739,91	0,76	0,023	800,28	1,77	0,010
24e......	776,41	0,56	750,92	0,93	0,030	773,72	1,86	0,009
39e......	768,66	0,46	755,05	0,92	0,028	777,48	1,79	0,008
Moy...	**776,70**	**0,51**	**749,25**	**0,82**	**0,023**	**787,98**	**1,81**	**0,009**
b. — Régime ne renfermant que 0,5 pour 100 de NaCl :								
33e......	769,00	0,43	737,28	0,82	0,017	761,44	1,32	0,004
c. — Régime sans NaCl :								
41e......	774,27	0,42	743,35	0,55	0,017	767,82	1,34	0,006

Cobayes soumis au régime privé de vitamine antiscorbutique. (lot III).

Jours.	Muscles. Eau pour 1000g.	Muscles. Chlore pour 1000g.	Foie. Eau pour 1000g.	Foie. Chlore pour 1000g.	Foie. Chlore du foie total.	Reins. Eau pour 1000g.	Reins. Chlore pour 1000g.	Reins. Chlore des deux reins.
a'. — Régime habituel renfermant 1,5 pour 100 de NaCl :								
14e......	760,17	0,56	752,89	0,92	0,013	823,22	1,93	0,010
21e......	778,13	0,51	725,31	1,08	0,018	821,93	2,02	0,009
25e......	769,73	0,67	737,83	1,03	0,018	801,01	1,23	0,004
Période pré-mortelle	—	1,04	—	0,94	0,015	—	2,47	0,010
Période pré-mortelle	783,51	0,89	739,21	0,93	0,013	800,04	2,03	0,009
Période pré-mortelle	778,06	1,05	731,88	1,03	0,015	807,01	2,21	0,007
Période pré-mortelle	779,35	0,94	796,73	1,82	0,033	827,42	1,89	0,009
Période pré-mortelle	808,15	1,46	780,32	1,52	0,023	833,64	1,89	0,011
Période pré-mortelle	808,41	1,67	770,66	1,31	0,023	798,61	2,25	0,009
Période pré-mortelle	819,80	1,13	775,45	1,60	0,027	829,91	1,79	0,008
Moy...	**796,21**	**1,17**	**765,81**	**1,30**	**0,021**	**816,10**	**2,07**	**0,009**
b'. — Régime ne renfermant que 0,5 pour 100 de NaCl :								
35e......	773,79	1,04	765,55	1,29	0,020	816,07	1,38	0,005
c'. — Régime sans NaCl :								
36e......	774,20	0,95	743,63	1,24	0,018	830,08	1,33	0,006

PHARMACODYNAMIE. — *Sur l'antagonisme cardiaque de la pilocarpine et de la tropine.* Note [1] de M. RAYMOND-HAMET, transmise par M. Charles Richet.

Depuis que les chimistes leur ont appris que l'atropine est l'éther tropique de la tropine, les pharmacologistes se sont efforcés de déterminer le groupement auquel il faut, dans la molécule de l'atropine, attribuer l'action vagolytique de cette substance.

Pour Hazard, la tropine paralyserait réellement le vague et posséderait par conséquent une action atropinique que l'éthérification ne ferait qu'exalter. Mais nous avons montré que si la tropine supprime les effets cardiaques de l'excitation électrique du vague au cou, elle laisse subsister l'action cardio-inhibitrice de l'acétylcholine, ce qui nous a permis d'affirmer que l'action de la tropine sur le vague est nicotinique et non atropinique.

Depuis lors, Hazard [2] a dit que la tropine « n'agit pas ou n'agit pas seulement comme la nicotine, en paralysant les ganglions », car, quand on injecte une dose considérable de tropine à un chien dont le cœur subit l'action cardio-inhibitrice forte et prolongée d'une dose élevée de pilocarpine, « on voit presque immédiatement le cœur reprendre ses battements, puis accélérer son rythme et augmenter l'amplitude de ses contractions d'une façon parfois considérable et assez prolongée ».

D'après Hazard cette phase d'excitation cardiaque ne pourrait être attribuée à une action cardiotonique de la tropine; car il résulterait de ses travaux antérieurs [3] que cette base provoque chez le chien « d'une manière constante, un ralentissement du rythme cardiaque, avec diminution de l'amplitude des systoles auriculaires et ventriculaires » et que le « rythme cardiaque est d'autant plus ralenti que la dose injectée est plus forte ».

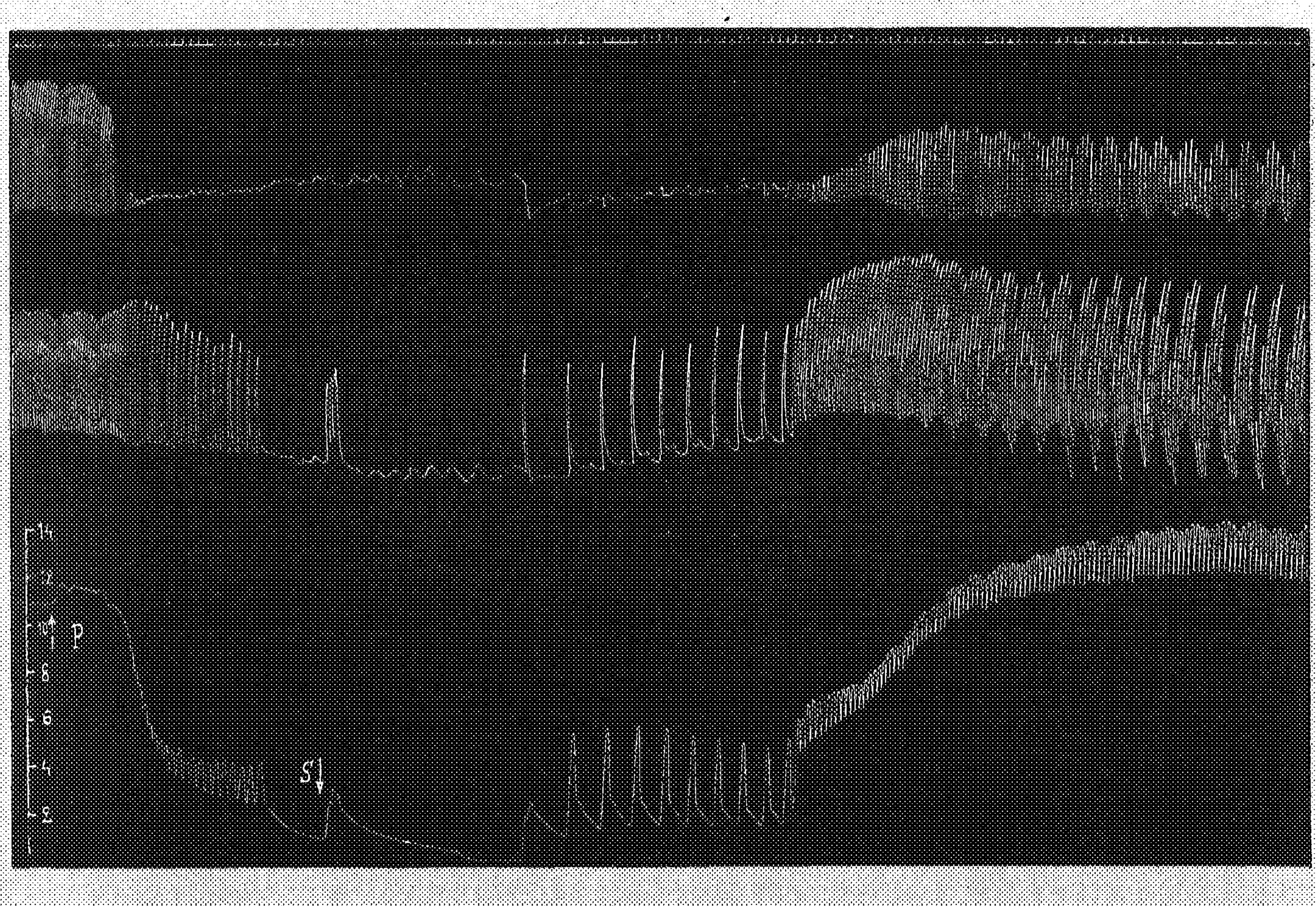
Mais nos recherches sur la tropine nous ont montré que :

1° La tropine exerce souvent sur le cœur une action stimulante. Cette action que l'on constate parfois après l'injection des doses moyennes (40^{mg} par kilogramme) s'observe très souvent après l'injection des doses fortes

(1) Séance du 5 janvier 1931.

(2) R. HAZARD, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 874-876, et in *Arch. internat. de Pharmacodynamie*, 38, 1930, p. 273.

(3) R. HAZARD et L.-J. MERCIER, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 526-528 et 934-936.



Expérience du 17 novembre 1920. Chien de 8kg anesthésié par le chloralose (12cg par kilogramme) ayant ses vagues coupés et soumis à la respiration artificielle. — Première ligne : temps en secondes; deuxième ligne : contractions auriculaires enregistrées par la méthode « de suspension »; troisième ligne : contractions ventriculaires enregistrées par la méthode « de suspension »; quatrième ligne : variations de la pression carotidienne enregistrées par le manomètre à mercure. En P injection dans la saphène de 16mg de chlorhydrate de pilocarpine dissous dans 8cm³ de soluté physiologique de chlorure de sodium. En S injection dans le ventricule de 160mg de sulfate de spartéine dissous dans 16cm³ de soluté physiologique de chlorure de sodium.

(100mg par kilogramme) c'est-à-dire de celles qu'a employées Hazard lorsqu'il a étudié l'antagonisme de la tropine et de la pilocarpine.

2° Il est exceptionnel que chez un chien, soumis à l'action d'une dose forte de pilocarpine, l'injection de tropine fasse apparaître des contractions cardiaques plus amples et plus fréquentes qu'elles ne l'étaient avant l'action de la pilocarpine. D'ordinaire la tropine se borne à supprimer l'inhibition cardiaque pilocarpinique et à faire apparaître des contractions cardiaques dont la fréquence et l'amplitude restent inférieures à ce qu'elles étaient initialement.

Ainsi donc le phénomène caractéristique de l'antagonisme cardiaque de la pilocarpine et de la tropine est la réapparition, sous l'action de celle-ci, des contractions cardiaques inhibées par celle-là.

Or c'est là un phénomène qu'on peut observer si l'on remplace la tropine par la spartéine, c'est-à-dire par une substance qui n'agit pas comme l'atropine mais qui, à la façon de la nicotine, paralyse les synapses. Le tracé qui illustre cette Note montre que, quand on administre à un chien une dose de pilocarpine suffisante pour provoquer une inhibition cardiaque forte et durable, il suffit d'injecter, soit intraventriculairement, soit intraveineusement, une dose forte de sulfate de spartéine pour faire réapparaître les contractions cardiaques.

Il est donc permis de conclure que l'existence d'un antagonisme pilocarpine-tropine (1) ne démontre nullement l'existence d'une action atropinique de la tropine.

---

(1) Ajoutons que, pour Hazard, l'antagonisme de la tropine et de la pilocarpine se trouve encore démontré par un autre phénomène. D'après cet auteur, si l'on pratique deux injections d'une même dose de pilocarpine, la première avant l'administration de tropine, la seconde après celle-ci, on constate que cette seconde injection n'a que des effets « très atténués par rapport à l'action primitive ». Mais ce phénomène se produit déjà en l'absence de tropine et il suffit d'ouvrir un traité de pharmacologie pour y apprendre que, sur le cœur, la deuxième application de la pilocarpine se montre toujours beaucoup moins efficace que la première.

PHARMACODYNAMIE. — *Influence de la concentration des ions hydrogène sur la fixation du chlorhydrate de cocaïne, par adsorption, sur les fibres nerveuses.* Note de MM. **Jean Régnier** et **Guillaume Valette**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans une Note précédente [1], nous avons montré que le chlorhydrate de cocaïne se fixait sur le charbon animal et sur les fibres nerveuses par un processus d'adsorption normale. Il nous a paru intéressant de rechercher quelle influence exerçait la variation du pH des solutions anesthésiques sur ce processus physico-chimique.

1° *Action du* pH *sur l'adsorption de la cocaïne par le charbon animal.* — Les essais ont été faits en utilisant des solutions de chlorhydrate de cocaïne 0,005 N ($1^g,697$ pour 1000), faites avec des liquides de Ringer équilibrés à des pH déterminés par addition de quantités calculées de potasse N/10 et d'acide chlorhydrique N/10. Ces pH étaient déterminés colorimétriquement par les indicateurs aux nitrophénols (Michaelis).

Après avoir agité mécaniquement, pendant 2 heures, $0^g,25$ de charbon avec 50^{cm^3} de solution, on mesurait de nouveau le pH de ces solutions et l'on dosait la cocaïne restante sur 25^{cm^3} de filtrat.

Les résultats indiqués dans le tableau suivant montrent que le charbon, purifié par lavages à l'acide fluorhydrique et extractions répétées à l'acide chlorhydrique, et ainsi presque privé de cendres ($0^g,65$ pour 100), conserve un pouvoir tampon appréciable.

pH initial des solutions.	pH final des solutions.	Quantité fixée par gramme de charbon en gramme.	Quantité fixée par gramme de charbon en molécule.
3	4,4	0,083	$0,247.10^{-3}$
4,2	6,3	0,092	0,271 »
4,6	6,5	0,094	0,279 »
6	6,8	0,097	0,286 »
7	7	0,116	0,342 »
7,5	7,3	0,127	0,377 »

On voit que l'adsorption de la cocaïne par le charbon animal croît avec l'alcalinisation des solutions. Il est, de plus, remarquable que la courbe

---

[1] Jean Régnier et Guillaume Valette, *Étude du mode de fixation du chlorhydrate de cocaïne sur les fibres nerveuses* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1453).

exprimant les quantités adsorbées en fonction des pH initiaux se relève sensiblement à partir de pH = 6.

2° *Action du pH sur l'adsorption de la cocaïne par les nerfs isolés.* — Comme dans l'expérience précédente, nous avons utilisé des solutions de chlorhydrate de cocaïne 0,005 N, faites avec des liquides de Ringer amenés à différents pH. Deux fragments de pneumogastrique de bœuf, débarrassés de leur gaine conjonctive, de poids voisins de 10^g, étaient laissés pendant deux heures en contact avec 50$^{cm^3}$ de solution. La cocaïne restante était dosée sur 25$^{cm^3}$ de filtrat, et le pH des solutions était déterminé de nouveau après contact avec les nerfs. Les résultats suivants ont été obtenus :

pH initial des solutions.	pH final des solutions.	Quantité fixée par gramme de nerf en milligramme.	en molécule.
3	6,6	0,08	$0,24.10^{-6}$
4	6,8	0,09	0,26 »
5,6	6,8	0,15	0,45 »
6,2	7	0,17	0,53 »
7,2	7	0,32	0,97 »
7,6	7,4	0,45	1,35 »

Nous voyons, d'après ces nombres et par l'examen de la courbe correspondante, que l'adsorption croît, comme tout à l'heure, au fur et à mesure de l'augmentation du pH. Mais, alors que, pour le charbon, l'adsorption augmente assez peu et devient simplement 1,5 fois plus grande quand le pH passe de 3 à 7,5, pour le nerf, l'augmentation se montre bien plus prononcée à partir de pH 6, et l'adsorption devient, quand on passe de pH 3 à pH 7,6, plus de 5 fois plus grande.

Ces résultats physico-chimiques, obtenus sur le nerf en survie, peuvent donc être rapprochés des résultats physiologiques obtenus par l'un de nous sur les terminaisons nerveuses de la cornée [1].

Nous y retrouvons notamment l'augmentation nette du processus à partir d'un certain pH voisin de la neutralité, et nous y voyons des valeurs d'augmentation qui sont du même ordre.

Il ressort enfin nettement, de la comparaison des expériences faites sur le charbon et sur le nerf, que le tissu vivant constitue un élément ayant une importance tout à fait particulière dans les phénomènes produits par l'accroissement de la concentration des ions OH.

---

[1] J. Régnier, *Influence de la concentration des ions hydrogène sur un phénomène physiologique : anesthésie de la cornée par le chlorhydrate de cocaïne* (*Thèse Doct. Sc.*, Paris, 1925, Brulliard imp., Saint-Dizier).

Ces résultats nous semblent venir à l'appui de l'hypothèse selon laquelle l'alcalinisation augmenterait l'action anesthésique du chlorhydrate de cocaïne, non seulement en modifiant, dans un sens plus favorable à la fixation, les propriétés physico-chimiques de la solution anesthésique, mais encore en renforçant le pouvoir de fixation de la cellule nerveuse elle-même.

ÉPIDÉMIOLOGIE. — *Sensibilité du renard au spirochète marocain*, Sp. hispanicum *var.* marocanum *Ch. Nicolle et Ch. Anderson*, 1928. *Le renard réservoir de virus de ce spirochète*. Note (¹) de M. **P. Delanoë**, présentée par M. F. Mesnil.

J'ai signalé que les ornithodores des terriers des renards étaient infectants dans la moitié des cas (²). Le rôle susceptible d'être joué par le renard méritait donc d'être envisagé de très près.

J'ai pu démontrer d'une manière irréfutable *la sensibilité du renard au spirochète marocain* grâce à trois jeunes renards provenant du Parc zoologique d'Alger. Ces animaux étaient évidemment indemnes puisque le spirochète marocain est inconnu à Alger. Le sang du cœur de ces renards, injecté à des cobayes à dose variable de 5 à 7^{cm^3},5, n'en a infecté aucun.

Le jeune renard d'Algérie n° 1 a été inoculé dans le péritoine avec la forte dose de 3^{cm^3} de sang d'un cobaye riche en spirochètes. Au bout de 24 heures, l'examen du sang montre de *non rares* spirochètes. Au bout de 2 jours, spirochètes *rares*. Au bout de 3 jours, spirochètes *très rares*. Puis les spirochètes disparaissent définitivement pour ne plus reparaître à l'examen microscopique du sang. Mais une ponction du cœur pratiquée le 14ᵉ jour permet de ramener 6^{cm^3} de sang qui, inoculés à deux cobayes, les infectent tous les deux. Par contre le sang retiré du cœur le 25ᵉ jour et le 27ᵉ jour après l'inoculation péritonéale n'infecte plus le cobaye.

A la suite de la forte inoculation péritonéale faite à ce renard, celui-ci s'est donc infecté. Infection peu grave en vérité et qui ne permet même pas d'affirmer qu'il y a eu *pullulation* des spirochètes dans le sang puisque le nombre des spirochètes est allé en diminuant à partir du moment où ils ont été constatés pour la première fois, c'est-à-dire dès le lendemain de l'inoculation.

(¹) Séance du 5 janvier 1931.

(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1013.

Le jeune renard d'Algérie n° 2 est traité de même façon que le précédent. Dès le lendemain de l'inoculation péritonéale, spirochètes *très rares* dans le sang. Au bout de 48 heures, spirochètes *nombreux*. Au bout de 3 jours, spirochètes *très nombreux*. *Cette fois la pullulation du spirochète dans l'organisme du renard ne fait plus aucun doute.* A partir du troisième jour, les spirochètes disparaissent de la circulation pendant 7 jours consécutifs pour reparaître le 13e jour : spirochètes *rares*. Ce deuxième et dernier accès parasitaire ne dure que 24 heures, après quoi les spirochètes disparaissent définitivement. Saigné le 25e jour, 5^{cm^3} de sang du cœur n'arrivent pas à infecter 2 cobayes. Enfin sacrifié le 33e jour après l'inoculation péritonéale, soit 21 jours après que les spirochètes aient apparu pour la dernière fois dans le sang, le produit de broyage des centres nerveux n'arrive pas à infecter 4 cobayes sur 4 : *preuve que les spirochètes ne semblent pas se réfugier dans les centres nerveux du renard pour s'y conserver à l'état latent.*

Cette deuxième observation a le mérite de nous apprendre que l'infection du renard par le spirochète marocain peut être typiquement *récurrente*. Elle confirme que l'infection du renard est bénigne et ne dépasse guère deux septénaires.

Le jeune renard d'Algérie n° 3 fut piqué par une cinquantaine d'ornithodores et par un plus grand nombre encore de larves d'ornithodores. Nous savions que, dans ce lot d'insectes, il y en avait sûrement d'infectants. Quoique quotidiennement examiné pendant plus d'un mois, ce renard ne présenta jamais de spirochètes dans le sang. Mais le sang recueilli par ponction du cœur le 10e jour se montre infectant : deux cobayes sur deux, inoculés chacun avec $2^{cm^3},5$ de sang, s'infectent. Au bout du 16e jour, mêmes résultats : les deux cobayes inoculés s'infectent. Par contre les saignées du 23e et du 28e jour ne sont plus infectantes et les cobayes inoculés restent indemnes.

Chez ce renard donc, des suites des piqûres d'un grand nombre d'ornithodores, une infection très nette est résultée, quoique peu apparente, puisque les spirochètes n'ont jamais été vus au microscope. Cette infection a duré un peu plus de deux septénaires.

Nos recherches sur les renards marocains sont assez limitées puisqu'elles ne portent jusqu'ici que sur cinq animaux.

Renards marocains jeunes. — Trois jeunes renards marocains sur trois se sont montrés spontanément infectés par le spirochète marocain. L'infection des jeunes renards marocains est donc très répandue. Il est vrai de dire que nos recherches ont été faites pendant la saison chaude à un moment évidemment propice pour déceler les infections naturelles.

Deux de ces jeunes renards marocains ayant leurs deux membres antérieurs brisés par le piège n'étaient point viables. L'injection du produit de broyage des centres nerveux de l'un d'entre eux n'a pas infecté des cobayes,

ce résultat négatif étant à opposer au pouvoir infectant du sang : preuve que chez le renard du Maroc tout comme chez le renard d'Algérie, *le spirochète paraît incapable de demeurer dans les centres nerveux*.

Le troisième jeune renard marocain, qui me fut amené en parfait état, d'un poids de $2^{kg},700$, fut capturé dans les Oulad Fredj. Le jour même de son arrivée au laboratoire, 10^{cm^3} de sang du cœur sont inoculés à quatre cobayes à raison de $2^{cm^3},5$ de sang par animal. *Les quatre cobayes s'infectent et font une infection récurrente des plus typiques*. Le sérum du renard se montre très nettement protecteur à l'égard d'un spirochète, dit spirochète Abbo (isolé d'ornithodores provenant d'un terrier de porc-épic).

Le mélange d'une goutte de sang citraté de cobaye renfermant 2 à 3 spirochètes par champ microscopique et de $0^{cm^3},2$ de sérum, maintenu en contact un quart d'heure à la température du laboratoire, n'infecte pas le cobaye. La présence d'anticorps sériques chez ce renard coïncide donc avec celle du spirochète dans le sang; ces anticorps sont le témoignage d'une infection en cours et non d'une immunité acquise.

Le sang, prélevé 9 jours et 19 jours après l'arrivée du renard au laboratoire, ne s'est plus montré infectant. Enfin 21 jours après sa capture, ce renard est sacrifié : le produit de broyage des centres nerveux n'infecte pas le cobaye, confirmation nouvelle du fait que le spirochète ne se maintient pas dans les centres nerveux.

Renards marocains adultes. — Les deux individus examinés n'étaient pas en état d'infection : le sang du cœur inoculé à des cobayes ne les a pas infectés. L'inoculation des centres nerveux de l'un de ces renards à des cobayes n'a pas été suivie d'infection.

L'un d'eux, capturé dans les Oulad Fredj, fut l'objet d'une étude systématique, son sérum fut reconnu doué de propriétés nettement protectrices à l'égard du spirochète Abbo. Enfin la *solide immunité* de ce renard fut démontrée par sa résistance complète à la forte inoculation péritonéale de 3^{cm^3} de sang d'un cobaye renfermant de très nombreux spirochètes Abbo : observé quotidiennement pendant un mois, les spirochètes n'ont jamais été vus dans le sang; le sang de ce renard, prélevé par ponction du cœur, 10 et 15 jours après l'inoculation péritonéale, ne s'est pas montré infectant pour des cobayes.

Conclusions. — Le renard est sensible au spirochète marocain. Son rôle, comme réservoir de virus, est indéniable car les jeunes renards du Maroc sont fréquemment infectés par le spirochète, les renards adultes pouvant manifester une immunité acquise des plus solides.

Dans des pays comme l'Espagne où le porc-épic est très rare (communication orale de M. le Dr Sadi de Buen), le rôle du renard doit être fortement soupçonné et des recherches systématiques doivent être entreprises. De même, dans la zone internationale de Tanger, où la fièvre récurrente peut être contractée, l'exploration systématique des terriers des renards s'impose ainsi que des recherches faites sur les renards eux-mêmes.

A 15^h50^m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La section d'Économie rurale, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *A.-Th. Schlœsing* :

En première ligne. . . . . M. **Pierre Mazé**.

En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique . . . . MM. **Émile Demoussy**, **Richard Fosse**, **Maurice Javillier**, **Émile Schribaux**, **Henri Vallée**.

A ces noms l'Académie adjoint celui de M. **Gustave Moussu**.

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 16^h45^m.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 29 décembre 1930.)

Note de M. *H. Deslandres*, Relations simples du spectre moléculaire avec la structure de la molécule :

Page 1406, ligne 26, *au lieu de* KBr qui serait émise dans l'élément Br, *lire* qui serait émise dans l'élément K.

Page 1407, ligne 11 du tableau, consacrée à $CaFl^2$:

au lieu de $316,5 = d_1/10 - 2,2$, *lire* $316,5 = 3d_1/10 - 2,2$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JANVIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOLOGIE. — *Les roches éruptives du Pic de Rébenacq.* Note de M. **H. Douvillé**.

Le Pic de Rébenacq a de tous temps attiré l'attention des géologues; il a été l'objet de nombreux travaux. On sait qu'il est surtout constitué par des couches crétacées, mais on a signalé des affleurements jurassiques sur le versant méridional et les argiles gypsifères du Trias ont été exploitées à son pied.

Dans une première Note, en 1928, j'ai montré qu'il présentait, en outre, de nombreux affleurements d'une roche éruptive particulière que M. A. Lacroix a étudiée à plusieurs reprises et qu'il rapproche des bérondrites de Madagascar (groupe des théralites). J'avais essayé de les grouper en une série de filons (de I à VI), de même direction que les couches et j'avais été amené à considérer un de ces gisements comme un laccolite ou filon couche, tandis que sur d'autres points la roche formait de véritables dykes traversant les sédiments. Il m'a paru nécessaire de reprendre à ce point de vue l'étude de tous ces affleurements et de préciser les conditions de leur gisement.

J'avais considéré comme laccolite le gisement découvert par M. Viennot à l'extrémité des calcaires du Pic (ancien filon IV); c'est une roche noire, dure, à texture intersertale, rappelant les ophites; elle se prolonge à l'Est sur une cinquantaine de mètres, mais elle est alors très décomposée et sa texture est devenue grenue. Elle s'appuie sur les schistes noirs également décomposés; le laccolite se trouve ainsi compris entre les calcaires du Pic, gargasiens à la base et les schistes bédouliens. La texture intersertale au

sommet indique une consolidation rapide de la roche, tandis qu'à la base une cristallisation plus lente a permis aux éléments de cristalliser plus largement.

Dans une course récente, avec M. O'Gorman, M. Castéras a reconnu, le long de la limite des calcaires du Pic, plusieurs affleurements de la roche éruptive, venant se relier avec celui que j'avais signalé à l'Est de la ferme Ballongue. Il présente la même structure intersertale et constitue la partie supérieure du même laccolite, tandis que plus bas, sur le vieux chemin, une belle roche franchement grenue en représente la base, reposant directement sur les schistes bédouliens.

Nous sommes là à l'extrémité de ce que j'ai appelé le filon II; on peut le suivre au Sud-Est dans la direction de la ferme Carrère : à la traversée du chemin neuf de Ballongue, il se présente comme un dyke de 3^{m} environ d'épaisseur, au milieu des assises du Lias inférieur. La roche est très décomposée, de couleur jaune, mais en lame mince elle présente encore nettement la texture intersertale; on la retrouve plus loin à la traversée de la haie, puis sur le chemin d'accès de la ferme, dans un petit emprunt, creusé au milieu de la dolomie jurassique, où elle devient grenue.

On arrive à la ferme Carrère, où apparaissent les calcaires noirs gargasiens, qui un peu plus loin renferment *Terebratula subsella* et *Exogyra Tombecki*. Au-dessous la roche éruptive reparaît très décomposée et grenue, sur une centaine de mètres, dans le fossé de la route; le grain est beaucoup plus fin dans le chemin d'accès de la ferme. Nous retrouvons ainsi la roche laccolitique dans sa position normale, au-dessous des calcaires gargasiens; c'est la fin du filon II et il est particulièrement intéressant de la voir se relier au laccolite de l'autre extrémité du même filon par un dyke traversant le Jurassique.

Continuant plus à l'Est nous retrouverons dans les lapiaz du Jurassique un petit faisceau de dykes de théralite à texture intersertale, près de la limite des propriétés Carrère et Bourdet (filon III), puis de nouveau un peu avant cette dernière ferme, un dyke plus important de 8^{m} environ d'épaisseur de la roche décomposée (filon IV), que l'on peut suivre au Nord dans la prairie jusqu'au vieux chemin (passade) qui limite la propriété. En remontant au Nord par ce chemin on retrouve à une centaine de mètres, au croisement des haies, la roche noire intersertale, et l'on peut la suivre jusqu'à l'affleurement Viennot à l'Est des calcaires du Pic; elle s'appuie toujours à l'Est sur les schistes noirs, mais de l'autre côté, elle arrive au contact du Jurassique.

Nous sommes revenus à notre point de départ en suivant un même laccolite dont les deux branches sont reliées au Nord de la ferme Carrère par un dyke au travers du Jurassique.

Si maintenant nous nous transportons sur le chemin transversal du Sud à la ferme Guedon, nous trouverons derrière la ferme un bel affleurement du calcaire noir gargasien à *Exogyra Tombecki*; un peu plus loin au Nord nous verrons affleurer largement au-dessous la théralite grenue très décomposée qui se prolonge à mi-côte sur la route et recouvre les dolomies jurassiques; c'est toujours le même laccolite et dans la même position; il semble bien que nous avons affaire à un seul et même filon-couche, presque partout laccolitique.

Nous avons laissé de côté les trois affleurements de mon ancien filon I; ils sont situés le long de la route de Laruns. Celui du milieu a été signalé par Seunes entre les kil. 9,8 et 9,9, comme une « porphyrite à texture microlithique enchevêtrée », c'est notre type intersertal. M. O'Gorman l'a retrouvé un peu plus loin, vers le kil. 10; la roche est là immédiatement surmontée par les calcaires albiens à *Toucasia*.

A 200^{m} au Sud la roche très décomposée affleure au commencement du chemin qui monte à Ballongue; elle repose sur les schistes gargasiens à *Exogyra latissima* et serait ainsi intercalée entre l'Albien et le Gargasien. Je l'ai retrouvée plus an Nord dans le haut de la grande carrière du kil. 9, 6, où elle constitue un filon presque horizontal de 2 à 3^{m} d'épaisseur au-dessus des calcaires noirs exploités. Ces trois affleurements paraissent bien faire partie d'un même filon-couche, mais à un niveau un peu plus élevé que celui que nous venons d'étudier.

Les gisements de l'Est (ancien filon VI) sont beaucoup plus complexes; ils sont associés aux argiles bariolées du Trias. De ce côté le versant du Pic présente une pente assez rapide, aboutissant à une légère dépression qui se prolonge au Nord de la ferme Guédon. Le terrain se relève légèrement vers l'Est pour aboutir à la ferme Coig et au Nord à Pédecoing, le sous-sol étant formé par les argiles rouges triasiques. Au-dessus, la butte qui supporte la première de ces fermes est constituée par la théralite exploitée pour sable un peu plus loin, à côté des cargneules signalées par M. Viennot.

La roche éruptive affleure également sous la ferme Pédecoing; si l'on se dirige à l'Ouest vers le Pic, on trouve au bas de la montée les argiles rouges triasiques, surmontées par la roche éruptive très décomposée, puis par la dolomie jurassique. A l'Est de Pédecoing au contraire et notamment à la croisée des chemins vers Moulat, affleurent les schistes cénomaniens plongeant

nettement au Sud-Ouest, sous les argiles triasiques; comme dans toute la région au Nord-Est, les couches sont renversées, l'intercalation du Trias dans la série des couches crétacées est ici très nette.

Il faut rapprocher ces derniers gisements de roche éruptive, de celui que Seunes a signalé au château de Bitaubé, immédiatement à l'Ouest de Rébenacq. Là aussi elle affleure entre les argiles gypsifères, anciennement exploitées et des calcaires schisteux cénomaniens; comme sur la route de Laruns, les argiles succèdent aux schistes noirs albiens, on voit que le complexe argile-théralite est également ici intercalé entre l'Albien et le Cénomanien.

Cette situation anormale des argiles triasiques est, comme on le sait, fréquente dans les régions plissées; elle s'explique par la nature éminemment plastique de ces couches qui cèdent facilement aux actions dynamiques et sont ainsi refoulées en dehors de leur position primitive. Au Pic de Rébenacq elles ne sont pas à leur vraie place; elles y ont été amenées par les mouvements tectoniques qui ont accompagné la formation de la chaîne, probablement à l'époque tertiaire. Pour rétablir la situation normale, il faut, par la pensée, supprimer ces argiles; il ne nous restera alors que des lambeaux disjoints de la roche éruptive, débris du laccolite primitif disloqué par la venue, par l'injection de l'argile refoulée, et ce laccolite sera, comme les précédents, régulièrement intercalé au milieu des couches du Crétacé, entre l'Albien et le Cénomanien. Il est même probable que la montée des argiles a été facilitée par la solution de continuité correspondant au filon lui-même.

En résumé nous avons reconnu l'existence d'une succession de filons-couches ou laccolites, intercalés à différents niveaux du Crétacé depuis l'Aptien jusqu'au Cénomanien et qui auraient été alimentés par les filons-dykes du Jurassique. Nous n'avons là qu'une limite inférieure de l'âge de ces éruptions; il semble cependant bien qu'elles avaient cessé avant le Turonien.

ÉLECTRICITÉ. — *Perfectionnement du système actuel d'unités électromagnétiques.* Note de M. **André Blondel**.

Dans une Note précédente (*Comptes rendus*, 17 novembre 1930) j'ai fait remarquer qu'on pouvait satisfaire suffisamment aux besoins de la pratique pour les unités magnétiques, notamment en matière de calcul de

machines, en choisissant dans le système Q. E. S. de Maxwell une unité de flux = 10^8 C. G. S. (Weber) égale au volt-seconde, une unité de force magnétomotrice égale, au facteur 4π près, à l'ampère-tour déjà employé universellement [1] et éventuellement une unité de perméance = 10^9 C. G. S. (Nivlek) égale en fait à l'henry. Les perméabilités exprimées en henrys par centimètre sont 15^{-7} fois les perméabilités mesurées en C. G. S.

Cette solution force à donner à la perméabilité du vide une valeur 10^{-9}, différente de l'unité; mais la même obligation s'impose aussi bien aux autres systèmes hybrides que l'on a proposés plus récemment; d'ailleurs la perméabilité relative de l'air des corps magnétiques n'est pas changée pour autant. En tout cas, le caractère hybride du système ohm, ampère, seconde, centimètre, est beaucoup moins marqué que celui des systèmes qui prétendent souder ensemble, par une unité de puissance commune, un système électromagnétique avec un système mécanique, dont les unités de base sont complètement différentes. Par exemple, dans le système proposé fondé sur les unités électromagnétiques volt, kilo-ampère, milli-ohm, a forcément, pour éléments fondamentaux, le myriamètre (10^4 cm), le centigramme (10^{-2} gramme) et la seconde; seule l'unité de puissance est commune avec le système mètre, tonne, seconde, et l'on est obligé de faire appel au mètre pour former les unités électriques ou magnétiques dérivées tout comme au centimètre dans le système ohm, ampère, seconde centimètre. Cette hybridation conduit à la valeur 10^{-4} pour la perméabilité du vide. Ce système est donc construit exactement suivant les mêmes principes que le système O. A. S. C. ou le système C. G. S. S.; il substitue au quadrant le myriamètre, qui est aussi gênant.

En fait, tous les systèmes proposés actuellement sont des systèmes hybrides. Le système O. A. S. C. est, croyons-nous, le plus simple, parce qu'il permet d'écrire les mêmes équations que dans le système C. G. S. au lieu des équations hybrides du système dualiste

$$E = -10^{-8} N \frac{d\Phi}{dt}, \qquad F = 10^{-1} 4\pi n I; \qquad L = 10^9 \frac{\Phi}{I},$$

parce qu'il a même unité de longueur que le système C. G. S. et enfin parce

(1) On peut d'ailleurs se contenter en pratique de l'ampère-tour comme mesure de l'*excitation*, $\frac{nI}{l}$ de l'ampère-tour par centimètre comme mesure du *champ ou vecteur d'excitation* $\frac{nI}{l}$ proportionnel au champ magnétique.

qu'il permet d'utiliser pour le calcul des effets pelliculaires (skin effect) dans les conducteurs et les tôles les mêmes variables numériques que le système C. G. S.

Dans ces calculs, on utilise comme argument des séries de Bessell l'argument

$$q^2 r^2 = j 4\pi\omega \frac{\mu}{\rho} r^2,$$

en appelant j le symbole $\sqrt{-1}$, ω la vitesse de pulsation, μ la perméabilité, ρ la résistivité en C. G. S., r les épaisseurs ou rayons en centimètres.

Dans le système O. A. S. C., r ne change pas; les perméabilités s'expriment en henrys par centimètre par des nombres 10^9 fois plus grands qu'en C. G. S. et les résistivités en ohms-cm s'expriment aussi par des nombres 10^9 fois plus grands; $\frac{\mu}{\rho}$ ne change donc pas.

Par contre, dans le système M. K. S. O. et kilo-ampère, volt, seconde, qui utilisent une unité hybride, le mètre, il faut évaluer r aussi en *mètre*, unité moins commode que le centimètre.

C'est encore pire dans le système *dualiste* (Q. E. S. électrique, C. G. S. magnétique), car si l'on emploie l'ohm-centimètre et le centimètre, le nombre q^2 se trouve multiplié par 10^9 comme $\frac{\mu}{r}$, et l'on ne peut corriger cette erreur par un choix simple de l'échelle des r; et si ρ est, au contraire, mesuré en ohm-quadrant, donc numériquement 10^{18} fois plus petit qu'en C. G. S., il faut s'astreindre à exprimer r en quadrant, qu'il s'agisse d'un fil de cuivre ou de tôles de $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur. Il en serait de même dans un système O. E. S. cohérent.

Nous sommes en droit de conclure que le système dualiste constitue, de toutes les solutions connues, la plus compliquée et la plus sujette à erreur.

Si l'on ne veut pas se contenter de compléter le système O. A. S. C., déjà universellement employé pour les unités électriques composées, on ne voit qu'une autre solution possible; c'est de compléter l'un des systèmes mécaniques absolus existants par des unités électriques et magnétiques *cohérents* avec lui. Le système M. T. S. et le système M. K. S., très employés en mécanique, donnent des valeurs trop complexes (¹). Le seul système

---

(¹) Par exemple, dans le système M. T. S., l'unité de résistance proportionnelle à l'unité de longueur est égale à 10^{-7} ohm, l'unité de courant à 10^4 C. G. S. $= 10^5$ ampères, l'unité de tension à 10^6 C. G. S. $= 10^{-2}$ volt. Ces unités ne sont pas pratiques.

absolu (c'est-à-dire admettant 1 comme perméabilité du vide et comme densité de l'eau) utilisable reste donc le système C. S. S.

Le reproche qu'on a fait au système C. G. S. d'avoir des unités trop grandes ou trop petites et qui a provoqué en 1881 la création du système pratique (ohm, ampère, volt) a conduit à une erreur initiale : la création de noms indépendants pour ces unités pratiques et l'affectation de grandeurs trop petites au volt et à l'ampère. Ce choix était explicable en 1881 par le faible développement des distributions électriques, des difficultés d'isolement qui existaient à l'époque et parce que l'industrie électrique était alors entre les mains de télégraphistes habitués à manier des courants faibles; il n'a plus de raison d'être actuellement.

On aurait pu éviter la grande complication des trop nombreux multiplicateurs : 10^{-10}, 10^9, 10^8, 10^{-1}, 10^7, 10^{-9}, qui figurent dans les unités en adoptant, au lieu du système Q. E. S., un système Q.N.S. (10 C., 10^9 G., 1 S.) utilisant un multiple 10^{-9} du gramme (au lieu de 10^{-11} G.) comme unité de masse.

Il suffisait de prendre les unités de tension et de courant respectivement égales à 10 volts et 10 ampères et l'unité de puissance égale à l'hectowatt, sans changer ohm, ni farad; un tel système ne contient plus que des puissances 9 ou —9 de 10, dans tous ses éléments. On peut en conserver tous les avantages en introduisant dans le système C. G. S. lui-même quelques préfixes clairs venant s'ajouter à ceux qui existent déjà (kilo, méga, milli, micro); par exemple néa $= 10^9$ (du grec εννεα, neuf, dont la première syllabe est simplement euphonique) et cato $= 10^{-9}$ (du grec κατω, en dessous), et en donnant alors à toutes les unités C. G. S. non dénommées soit des noms nouveaux tels que ceux qu'on a proposés pour les unités magnétiques C. G. S. (Maxwell, Gauss, Gilbert, Œrsted), soit les mêmes noms qu'aux unités Q. E. S. actuelles mais avec le préfixe *ab*, abréviation de absolu déjà proposé il y a un quart de siècle par Kennelly. Le néovalt est égal au décavolt actuel, le abampère au déca-ampère actuel, le néawatt à l'hectowatt actuel; l'ohm, l'henry, le farad deviennent néohm, néhenry, catofarad, sans changer de valeur. Le microhm devient le kilateohm. Pour éviter la petite complication de noms du méganéohm (mégohm actuel) et du microcatofarad (microfarad actuel) on n'aurait qu'à créer deux autres préfixes per $= 10^{15}$ (du grec περι en dessus), et hypo $= 10^{-15}$ (du grec υπο au-dessous) pour les appeler perohm, et hypofarad. Au bout d'un certain délai fixe, par exemple 10 ans, on supprimerait le préfixe *ab*, devenu inutile quand on serait habitué aux nouvelles dénominations. Les ouvrages anciens seraient interprétés d'après leur millésime sans erreur possible.

La réforme très simple qu'on vient d'indiquer, ferait du système C. G. S. un système unique, à la fois théorique et pratique, sans porter pour autant préjudice au système M. T. S. dans le domaine de la mécanique industrielle (¹).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des aires planes multiplement connexes* (²). Note (³) de M. **C. de La Vallée Poussin.**

1. Soient $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n$ des nombres positifs donnés, rationnels ou non, et $a_1, a_2, \ldots, a_n$ des points donnés dans un plan u. Formons la fonction de u,

$$(u-a_1)^{\Omega_1}(u-a_2)^{\Omega_2}\ldots(u-a_n)^{\Omega_n}.$$

Les lignes sur lesquelles le module de cette fonction est constant forment une *famille de cassiniennes*, dont les points $a_1, a_2, \ldots$ sont les *foyers*. Les exposants $\Omega_1, \Omega_2, \ldots$ sont les *ordres relatifs* de ces foyers. Les cassiniennes sont *algébriques* ou *transcendantes* selon que les ordres de leurs foyers sont dans un rapport rationnel ou non.

Si le module assigné sur la cassinienne est suffisamment grand, la courbe comporte un contour unique enfermant tous les foyers. Par contre, si ce module est assez petit, la courbe *complète* se compose de n contours extérieurs les uns aux autres et ne contenant plus qu'un seul foyer chacun.

2. Considérons, dans un plan $z = x + yi$, une aire A de l'ordre $n+1$ de connexion, bornée par un contour extérieur C et n contours internes $C_1, C_2, \ldots, C_n$. Formons la fonction $U_0(x, y)$, harmonique dans A (⁴), qui s'annule sur C et prend *la même valeur* -1 sur tous les contours internes. Soient $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n$ les *périodes* (toutes positives) de son associée V_0 sur les contours $C_1, C_2, \ldots, C_n$. Nous avons le théorème suivant :

L'aire A *se représente d'une manière conforme, avec correspondance des contours extérieurs, sur une aire* Δ *limitée par deux cassiniennes* (*à* n *foyers*) *de la même famille, l'une extérieure formée d'un seul contour, l'autre formée*

(¹) Pour faciliter le passage de l'un à l'autre, on pourrait adopter le préfixe Ka (abréviation du grec δεκα) pour le multiplicateur 10^{10} et appeler Kawatt le kilowatt actuel.

(²) Séance du 12 janvier 1931.

(³) Voir la Note précédente. *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1414-1418.

(⁴) Cette fonction est désignée par $-U_0$ dans la Note précédente.

des n contours internes contenant chacun un foyer. On peut choisir les foyers a_1, a_2, ... de telle sorte que ces deux cassiniennes aient respectivement pour équations

$$|(u-a_1)^{\Omega_1}(u-a_2)^{\Omega_2}\dots|=1, \qquad |(u-a_1)^{\Omega_1}(u-a_2)^{\Omega_2}\dots|=e^{-2\pi}.$$

Ce théorème est le cas limite de celui démontré dans la Note précédente. Soit M un nombre positif, soient ensuite m_1, m_2, ..., m_n les plus grands entiers contenus respectivement dans les nombres

$$\frac{M\Omega_1}{2\pi}, \quad \frac{M\Omega_2}{2\pi}, \quad \dots, \quad \frac{M\Omega_n}{2\pi}.$$

Formons la fonction, analytique dans A,

$$F(z)=e^{U+iV},$$

avec les conditions que U, constant sur tous les contours de l'aire A, soit nul sur C et que V admette la période $2m_k\pi$ sur le contour C_k de même indice ($k=1, 2, \dots, n$). Nous savons (¹) que si M est suffisamment grand, la dérivée de $F(z)$ ne s'annulera pas sur les frontières de A. Nous pouvons alors construire un polynome

$$P(u)=(u-a_1)^{m_1}(u-a_2)^{m_2}\dots(u-a_n)^{m_n},$$

dont la somme de toutes les racines est nulle et tel que la relation

$$P(u)=F(z)$$

établit une correspondance uniforme entre l'aire A et une aire D attachée au polynome $P(u)$.

Donnons au nombre M une suite de valeurs croissant à l'infini; nous définirons une suite d'aires D attachées à une suite de polynomes P et une suite de fonctions, $u=\varphi(z)$, faisant correspondre uniformément les points de l'aire A à ceux des aires D. Mais, comme $|P(u)|=1$ sur la cassinienne extérieure, les racines de P et les fonctions $\varphi(z)$ sont bornées dans leur ensemble. On peut extraire des précédentes, des suites telles que les racines des polynomes P tendent respectivement vers des limites a_1, a_2, ... et que les fonctions φ convergent vers une fonction limite $\varphi(z)$, holomorphe dans l'intérieur de l'aire A. Cette fonction limite établit une correspondance uniforme entre l'aire A et l'aire limite des aires D, que nous appellerons Δ.

(¹) Note précédente.

Quand M tend vers l'infini, les périodes de l'argument de la fonction $F(z)^{\frac{1}{M}}$, c'est-à-dire celles de V : M, tendent vers Ω_1, Ω_2, ..., Ω_n. Donc la fonction $F(z)^{\frac{1}{M}}$ tend vers $e^{U_0+iV_0}$ et les cassiniennes frontières de l'aire limite Δ ont pour équations

$$\lim \left| P(u)^{\frac{1}{M}} \right| = 1, \qquad \lim \left| P(u)^{\frac{1}{M}} \right| = e^{-1}.$$

ces équations élevées à la puissance 2π sont celles de l'énoncé.

3. *Si l'aire A admet deux représentations différentes Δ et Δ' dans les conditions du théorème précédent, elles sont semblables.*

Soient $u = \varphi(z)$ et $v = \psi(z)$ les correspondances de l'aire A avec les aires Δ et Δ' dans les plans u et v. Soient a_1, a_2, ... les foyers de Δ et a'_1, a'_2, ... ceux de Δ'; ω_1, ω_2, ... et ω'_1, ω'_2, ... leurs ordres respectifs. Désignant par A, B, λ, μ des constantes, formons les deux fonctions de z

$$A^\lambda (u - a_1)^{\lambda\omega_1} (u - a_2)^{\lambda\omega_2} \ldots = \Phi(z),$$
$$B^\mu (v - a'_1)^{\mu\omega'_1} (v - a'_2)^{\mu\omega'_2} \ldots = \Psi(z).$$

Nous pouvons d'abord choisir A et B de façon que ces deux fonctions Φ et Ψ aient le module 1 sur C, puis λ et μ de façon qu'elles aient le même module e^{-1} sur tous les contours C_k. Alors ces deux fonctions ont leurs arguments de mêmes périodes Ω_1, Ω_2, ... et elles ne diffèrent que par un facteur constant. Les premiers membres des deux équations précédentes ne différant que par un facteur constant et les périodes étant les mêmes, les parenthèses correspondantes ont même exposant (car v est fonction uniforme de u dans Δ). Mais alors la fonction v, qui est déjà continue et uniforme dans Δ, l'est dans tout le plan u, car elle l'est autour des foyers a (seuls points critiques possibles à distance finie hors de Δ). Enfin v a un pôle simple pour $u = \infty$: c'est donc une fonction linéaire de u, ce qui prouve le théorème.

Cette analyse conduit aux corollaires suivants :

4. *Si une aire A de l'ordre $n + 1$ de connexion admet plusieurs représentations sur elle-même avec correspondance du contour extérieur, l'aire Δ qui la représente admet le centre des foyers comme centre de symétrie, et les diverses représentations de l'aire Δ sur elle-même s'obtiennent par rotation de cette figure autour de son centre.*

5. *Si deux aires A et A' se représentent l'une sur l'autre avec correspondance des contours extérieurs, elles définissent les mêmes périodes $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n$ sur les contours internes correspondants. En particulier, si l'aire A se représente*

sur elle-même, la représentation fait correspondre entre eux des contours de même période Ω_k.

Dans cette Note, comme dans les précédentes, il n'est question que des représentations de sens direct. Les représentations de sens inverse s'en déduisent par une symétrie axiale.

GÉOCHIMIE. — *Les isotopes et les organismes vivants.* Note (¹) de M. **W. Vernadsky.**

1. MM. F. Loring et J. Druce (²) ont récemment publié une détermination du poids atomique du potassium extrait des pommes de terre. Ils y ont trouvé la valeur de 40,40-40,59 au lieu du poids 39,1 du potassium ordinaire. Ils y voient un « enrichissement biologique » de l'isotope lourd (41) du potassium et expliquent cet enrichissement par la radioactivité de ce composé du potassium ordinaire. En partant des idées du professeur Zwaardemaker ils voient dans la radioactivité l'explication de la nécessité pour la vie du composé lourd. Ils ont pu vérifier que le potassium du poids 40,4-40,59 possède une radioactivité beaucoup plus intense que le potassium ordinaire. Cette découverte de MM. F. Loring et J. Druce a été contestée par M. H. Lawry (³) qui a extrait le potassium du coton et de la farine et il y a trouvé le poids ordinaire 39,31-39,09.

2. Depuis 1927 je poursuis en Russie, l'étude du poids atomique des éléments chimiques extraits des organismes, m'appuyant sur l'hypothèse *que les organismes vivants possèdent la propriété de séparer les isotopes au cours de leur vie.*

J'ai publié en 1926 une notice *Les isotopes et la matière vivante* dans les *Comptes rendus* de l'Académie des sciences de l'Union (⁴) et j'ai indiqué plusieurs fois la nécessité de vérifier cette hypothèse (⁵). Malheureusement je n'ai pas réussi à obtenir les moyens nécessaires pour mener ce travail avec l'intensité voulue.

(¹) Séance du 5 janvier 1931.

(²) F. Loring et J. Druce, *Chem. News*, 141, L, 1930, p. 345.

(³) H. Lawry, *The Journ. of Amer. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 4332.

(⁴) W. Vernadsky, *C. R. de l'Acad. des Sc. de l'Union*, série A, L, 1926, p. 215-218.

(⁵) Voir par exemple W. Vernadsky, *La Biosphère*, P, 1930, p. 87 (en russe, 1926, p. 66), *Geochemie in ausgew. Kapit.*, L, 1930, p. 249.

L'installation défectueuse et surannée des laboratoires, qui sont à ma disposition ne m'a pas permis d'en venir à bout aussi vite que cela aurait pu être. Tout de même nous avons fini par surmonter les difficultés et à l'heure présente nous avons entre nos mains les composés des éléments suivants extraits des organismes vivants : le potassium, le fer (de l'hémoglobine), le magnésium (de la chlorophylle), le zinc (de l'*Aspergillus niger*), le calcium, le silicium et le soufre. M. le professeur W. Chlopin est en train de déterminer le poids du potassium, dans les deux échantillons, extraits par Mme M. Pasvik Chlopina dans l'Institut du Radium, des grains du pois et de la fève. Cette détermination doit résoudre la contradiction existant entre le résultat de MM. Loring et Druce et celui de M. Lawry.

3. L'hypothèse de la fonction probable de la vie, celle d'influencer les mélanges isotopiques des éléments chimiques — en contradiction de tous les autres phénomènes naturels connus — prend en considération le fait du manque de la détermination du poids atomique des éléments chimiques extraits des organismes vivants (1).

Elle s'appuie sur les considérations suivantes :

1° L'étude des faits géochimiques indique que la vie s'y manifeste par l'état de ses atomes.

2° La prédominance des éléments purs dans les organismes vivants (sans mélanges isotopiques) : oxygène, carbone, hydrogène, azote, phosphore.

3° L'existence dans la biosphère des cycles géochimiques indépendants pour les éléments chimiques des êtres vivants. Un élément entré dans le cycle vital y reste et ne quitte ce cycle que dans des cas extraordinaires. C'est une ancienne généralisation de C. de Baer, qu'il a faite pour l'azote et que le progrès de la géochimie a permis d'étendre sur les autres éléments le calcium, le potassium (très caractéristique), le fer (très caractéristique) le magnésium (très caractéristique), etc.

Les considérations énergétiques permettent d'appuyer cette hypothèse.

---

(1) Il n'existait en 1926 qu'une ancienne détermination du poids du calcium. Les déterminations du poids du chlore de l'urine faites depuis ne doivent certainement pas être prises en considération, dans la discussion de l'hypothèse, comme faites sur les déchets de la vie. Il s'agit de même pour la même raison de la détermination du potassium du coton, faite par M. Lawry et peut-être de sa détermination du potassium de la farine.

L'insuccès de l'abiogenèse expérimentale y trouve une de ses explications (une autre, la non-considération dans ces expériences de la dissymétrie spécifique du milieu comme l'a indiqué L. Pasteur).

M. E.-L. **Bouvier** fait hommage à l'Académie du Tome VIII de l'Encyclopédie biologique : *Introduction à la Biologie expérimentale. Les Êtres organisés, Activités, Instincts, Structures*, par Paul Vignon, dont il a écrit la *Préface*.

M. J. **Costantin** fait hommage à l'Académie de deux opuscules qui viennent de paraître, publiés par lui dans le Tome VI des *Archives du Muséum*, qui est entièrement consacré au Centenaire de la mort de Lamarck. La première Note est intitulée : *Les derniers jours de Lamarck, sa mort, sa philosophie morale;* la seconde : *Une importante application du Lamarckisme à l'Agriculture tropicale (Examen critique du Lamarckisme)*. Le Lamarckisme expérimental est certainement destiné à rendre les plus grands services à la science.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *A.-Th. Schlœsing*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 54,

M. Richard Fosse	obtient	....	21 suffrages
M. Pierre Mazé	»	....	17 »
M. Gustave Moussu	»	....	11 »
M. Émile Schribaux	»	....	3 »
M. Maurice Javillier	»	....	1 »
M. Émile Demoussy	»	....	1 »

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 57,

M. Richard Fosse	obtient	....	34 suffrages
M. Pierre Mazé	»	....	12 »
M. Gustave Moussu	»	....	11 »

M. **Richard Fosse**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

M. **Eugène Fabry** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie par 44 suffrages contre 5 à M. *Émile Cotton* en remplacement de M. *Riquier* décédé.

Il y a 1 bulletin nul.

CORRESPONDANCE.

M. **Henri Lagatu**, élu Correspondant pour la Section d'Économie rurale, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **Niels Nielsen** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la place de membre titulaire du Bureau des Longitudes vacante par le décès de M. *P. Appell*.

(Renvoi à la Division des Sciences mathématiques.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

René Danger. *Mesures rapides de précision*. (Présenté par M. E. Perrier.)

THÉORIE DES VECTEURS. — *Sur l'inclusion des théories métriques et affines des surfaces dans la géométrie des systèmes spécifiques.* Note de M. A. **Norden**, présentée par M. Émile Borel.

Nous dirons qu'une surface s est complète relativement à un C-système si l'on a en chaque point x de cette surface un vecteur $\mathfrak{X}$ invariablement lié à ce point et tel que les plans tangents aux surfaces x et $x+\mathfrak{X}$ sont parallèles aux points correspondants. Le vecteur $\mathfrak{X}$ sera nommé complémentaire et la droite qui passe par le point d'application de ce vecteur et qui le contient sera dite droite complémentaire.

Nous nous proposons de considérer les propriétés des C-systèmes qui restent invariantes dans une transformation affine unimodulaire.

Posons

$$W = \left| \frac{\partial x}{\partial u^1} \frac{\partial x}{\partial u^2} \mathfrak{X} \right| \qquad \text{et} \qquad b_{ij} = \frac{\left| \frac{\partial^2 x}{\partial u^i \partial u^j} \frac{\partial x}{\partial u^1} \frac{\partial x}{\partial u^2} \right|}{W}.$$

Les b_{ij} sont les composantes d'un tenseur symétrique; les lignes

$$b_{\alpha\beta}\, du^\alpha\, du^\beta = 0$$

coïncident avec les lignes asymptotiques de la surface s.

Les surfaces développables de la congruence des droites complémentaires coupent la surface s en un système de lignes conjuguées. Ces lignes seront nommées lignes de courbure.

La décomposition du vecteur $\frac{\partial^2 x}{\partial u^i \partial u^j}$ suivant les vecteurs $\mathfrak{X}$ et $\frac{\partial x}{\partial u_i}$ nous fournit

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 x}{\partial u^i \partial u^j} = \Gamma^\alpha_{ij} \frac{\partial x}{\partial u^\alpha} + b_{ij} \mathfrak{X},$$

où

$$(2) \qquad \Gamma^\alpha_{\alpha i} = \frac{\partial \log W}{\partial u^i}.$$

Les quantités Γ^k_{ij} définissent sur la surface s une géométrie de connection affine et permettent d'effectuer une dérivation covariante. Elles permettent encore d'introduire la notion de lignes géodésiques et des réseaux de Tchebichef; ces dernières sont caractérisées par ce fait que le vecteur tangent aux lignes d'une classe subit un déplacement parallèle suivant les lignes de l'autre classe. En introduisant le tenseur symétrique $R_{ij} = -R_{\alpha ij}{}^\alpha$

où $R_{kij}{}^{e}$ est le tenseur de Riemann par rapport aux Γ^k_{ij}, on obtient les conditions d'intégrabilité du système (1),

$$(3)\qquad \Delta_{[k} b_{j]} i = 0,$$

$$(4)\qquad \Delta'_{\alpha}(b^{\alpha\beta} R_{\beta i}) = 0.$$

Les quantités Γ^k_{ij} et b_{ij} qui vérifient ces équations définissent un C-système. Les lignes $R_{\alpha\beta}\,du^\alpha du^\beta = 0$ peuvent être définies géométriquement. Considérons le plan contenant le vecteur $\mathfrak{X}$ et tangent à une des lignes de courbure en son point d'application M. Soit C_1 le point d'intersection des droites complémentaires du point M et d'un point voisin sur cette ligne de courbure. Prenons C_1 pour centre d'une ellipse située dans le même plan et ayant au point M un contact du deuxième ordre avec la surface. En portant le diamètre conjugué à MC_1 dans le plan tangent et en effectuant la même opération pour la seconde ligne de courbure, on considère les vecteurs ainsi obtenus comme les diamètres conjugués d'une troisième ellipse. Les asymptotes de cette ellipse sont tangentes aux lignes $R_{\alpha\beta}\,du^\alpha du^\beta = 0$. Les mêmes vecteurs et le vecteur $\mathfrak{X}$ définissent une ellipsoïde dont ils sont les semi-diamètres conjugués. Le cône asymptotique de cet ellipsoïde sera nommé cône absolu du point M. Pour que la géométrie définie par les quantités Γ^k_{ij} soit riemannienne, il faut et il suffit que les lignes $R_{\alpha\beta}\,du^\alpha du^\beta = 0$ soient géodésiques et forment un réseau de Tchebichef. Dans ce cas, tous les cônes absolus ont la même section infiniment éloignée. Si on la prend pour le cercle absolu, la métrique ainsi introduite dans tout l'espace définit pour la surface s un tenseur métrique, et les quantités Γ^k_{ij} seront les symboles de Christoffel pour ce tenseur. La géométrie de la surface complétée avec les Γ^k_{ij} riemanniens coïncide avec la théorie classique des surfaces.

D'autre part, les surfaces dont le réseau asymptotique est celui de Tchebichef sont des surfaces complétées par les vecteurs de leurs normales affines. Ainsi *la théorie classique et la géométrie affine de* M. Blaschke *sont des cas particuliers de la géométrie des surfaces complétées*. Pour les surfaces complétées en chaque point par le vecteur de leur normale affine le tenseur $\nabla_i b_{jk}$ coïncide avec le tenseur V de Blaschke [1], les équations (2) sont VA_{ijk} équivalentes à la condition de l'apolarité [2] et les équations (4) prennent la forme

$$(5)\qquad b^{\alpha\beta}\nabla_\alpha R_{\beta i} = 0,$$

(1) W. Blaschke, *Differentialgeometrie*, II, § 59, F. (122).
(2) *Ibid.*, § 59, F. (128).

en introduisant le tenseur $\mathcal{L}^{ij}$ de manière que $\mathcal{L}^{11}=\mathcal{L}^{22}=0$; $\mathcal{L}^{12}=-\mathcal{L}^{21}=\frac{1}{W}$ le tenseur

$$(6) \qquad S_{ij}=\mathcal{L}^{\alpha\beta}\mathcal{L}^{\lambda\mu}\nabla_\lambda R_{i\alpha}\nabla_j R_{\beta\mu},$$

on a pour le cas où $S_{ij}\neq 0$ en tirant la valeur b_{ij} des équations (5)

$$(7) \qquad b_{ij}=\frac{W}{\sqrt{\begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22}\end{vmatrix}}}, \qquad S_{ij}.$$

En tenant compte de (2), on voit que la surface est définie par la seule connaissance des Γ^k_{ij}. Les équations (3) donnent d'ailleurs les conditions qui s'imposent au Γ^k_{ij} :

$$(8) \qquad \mathcal{L}^{\alpha\lambda}\mathcal{L}^{\beta\mu}(S_{\lambda\mu}\nabla_i S_{\alpha\beta}-2S_{i\mu}\nabla_\lambda S_{\alpha\beta})=0.$$

THÉORIE DES VECTEURS. — *Sur les congruences à plusieurs dimensions.* Note de M. **Rachevsky**, présentée par M. Émile Borel.

On appelle *congruence* dans un espace euclidien à $n+1$ dimensions un système de droites qui est en correspondance univoque et réciproque avec une variété à n paramètres $u^1, \ldots, u^n$.

Prenons pour origine un point arbitraire O et considérons la droite de la congruence qui correspond au point $u^1, \ldots, u^n$. Soient $\vec{a}$ le vecteur de longueur égale à 1 ayant la direction et le sens de cette droite et $\vec{r}$ la perpendiculaire à cette droite passant par le point O.

Formons pour la variété $u^1, \ldots, u^n$ la forme différentielle quadratique de courbure constante et égale à 1 :

$$(1) \qquad a_{ij}=\frac{\partial\vec{a}}{\partial u^i}\frac{\partial\vec{a}}{\partial u^j}.$$

C'est par rapport à cette forme qu'on effectue dans la suite la dérivation covariante. En introduisant le tenseur $\beta_i=\vec{r}\vec{a}_i$ et l'invariant

$$b=\frac{1}{n}\nabla_\alpha\beta_\gamma a^{\alpha\gamma},$$

on construit enfin les tenseurs

$$(2) \qquad B_i=\beta_i+\nabla_i b,$$

$$(3) \qquad b_{ij}=\nabla_i\nabla_j b+b a_{ij}.$$

On peut montrer que ces tenseurs vérifient les conditions

$$\nabla_{\cdot k} b_{rj} = 0, \tag{4}$$

$$(b_{ij} - \nabla_i \mathfrak{B}_j) a^{ij} = 0. \tag{5}$$

THÉORÈME. — *Si une congruence est définie dans E_{n+1} à un mouvement près, on a dans la variété $u^1, \ldots, u^n$ correspondante les tenseurs* (1), (2) *et* (3) *définis d'une manière univoque, indépendants du choix du pôle et vérifiant les conditions* (4) *et* (5).

Inversement, si dans une variété $u^1, \ldots, u^n$ on a une forme différentielle quadratique de courbure constante égale à 1 *et des tenseurs B_i et b_{ij} vérifiant les conditions* (4) *et* (5), *on peut faire correspondre à cette variété une congruence bien déterminée dans E_{n+1} à un mouvement près.*

En considérant les tenseurs a_{ij} et b_{ij} comme la troisième et deuxième forme quadratique d'une certaine hypersurface dans E_{n+1} on arrive à l'interprétation géométrique suivante du dernier résultat :

La détermination d'une congruence est équivalente à la détermination d'une hypersurface ayant dans chaque point M un vecteur tangent $\overrightarrow{MP}$ dont les composantes vérifient une certaine équation différentielle. D'ailleurs la droite de la congruence qui correspond au point M est parallèle à la normale en ce point et passe par le point P. La coordonnée du point P *sur cette droite* est la moyenne arithmétique des coordonnées des points focaux (en nombre n); donc pour E_3 le point P est le milieu du segment focal et l'hypersurface considérée est *l'enveloppée moyenne.*

THÉORIE DES VECTEURS. — *Sur la divisibilité des trivecteurs et des quadrivecteurs par un vecteur.* Note de M. **G. Gourewitch**, présentée par M. Émile Borel.

Si un s-vecteur (un tenseur covariant symétrique gauche d'ordre s) peut être représenté dans la forme

$$v_{i_1 i_2 \ldots i_s} = u_{[i_1 i_2 \ldots i_{s-1}} p_{i_s]} \qquad (i_1, i_2, \ldots, i_s = 1, 2, \ldots, n), \tag{1}$$

on dit que le s-vecteur se divise par le vecteur p (le signe [ ] est celui d'alternation). On sait que pour l'existence de l'égalité (1) il faut et il suffit que l'on ait

$$v_{[i_1 i_2 \ldots i_s} p_{k]} = 0. \tag{2}$$

Afin d'obtenir les conditions qu'un s-vecteur doit vérifier pour que

l'égalité (1) ait lieu avec u et p *quelconques*, il est nécessaire d'éliminer p des équations (2). L'application de la théorie usuelle conduit à des conditions de forme très compliquée.

En utilisant la méthode de *décompositions de l'alternation suivant un indice* [1], on obtient des conditions assez simples pour $s = 3$ et $s = 4$.

Pour qu'un trivecteur $v_{i_1 i_2 i_3}$ soit divisible par un vecteur p, il faut et il suffit que l'on ait

$$v_{[i_1 i_2 i_3} v_{j_1 j_2][j_3} v_{k_1 k_2 k_3]} = 0;$$

pour qu'un quadrivecteur se divise par deux vecteurs linéairement indépendants, il faut et il suffit que l'on ait

$$v_{[i_1 i_2 i_3 i_4} v_{j_1 j_2] j_3 j_4} v_{k_1 k_2 k_3 k_4]} = 0;$$

enfin, pour qu'un quadrivecteur $v_{i_1 i_2 i_3 i_4}$ se divise par un vecteur, il faut et il suffit que l'on ait

$$v_{[i_1 i_2 i_3 i_4} v_{j_1 j_2][j_3 [j_4} v_{k_1 k_2 k_3 k_4]} v_{l_1 l_2 l_3 l_4]} = 0$$

(le signe de l'alternation extérieure ne s'étend pas aux indices entre les parenthèses de l'alternation intérieure).

Il suit des conditions précédentes que dans un espace à six dimensions chaque trivecteur peut être représenté dans la forme

$$v_{ijk} = u_{[ij} p_{k]} + r_{[i} s_j q_{k]}$$

ou bien comme une somme d'au plus trois trivecteurs simples du type $r_{[i} s_j q_{k]}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une certaine classe de points de Peano.* Note [2] de Mlle **Marie Charpentier.**

Certains résultats de ma dernière Note [3] se rencontrent avec d'autres énoncés dont je n'ai eu que tout récemment connaissance et qui appartiennent à M. Tonelli et M. Montel [4].

---

(1) Voir mon article *Sur quelques problèmes intégraux du calcul tensoriel* (*Travaux du séminaire mathématique en analyse tensorielle et vectorielle à l'Université de Moscou*, sous presse).

(2) Séance du 12 janvier 1931.

(3) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 912.

(4) Il suffit de renvoyer à la synthèse de M. Montel : *Bulletin des Sciences mathématiques*, 50, juillet 1926, p. 205-217.

Toutefois mes méthodes [1] m'ont fourni d'autres résultats que je vais maintenant énumérer.

I. Désignant toujours par $\mathcal{H}(P)$ l'ensemble des intégrales issues de P pour l'équation $y' = f(x, y)$, j'indique d'abord cette conséquence immédiate de la semi-continuité supérieure de $\mathcal{H}(P)$.

THÉORÈME. — *Si pour un point* P_0, $\mathcal{H}(P_0)$ *se réduit à une courbe unique, à tout nombre positif* ε *arbitrairement petit, on peut faire correspondre un nombre positif* η, *tel que pour tout point* P *situé à une distance de* P_0 *inférieure à* η, $m(P)$ *soit contenue dans la bande de largeur* ε *construite au-dessous de* $\mathcal{M}(P)$.

II. Le théorème B [2] entraîne immédiatement la proposition suivante :

Toute courbe $J[y = \varphi(x), \varphi'$ continue$]$ qui ne contient aucun arc d'intégrale peut être décomposée en une infinité dénombrable d'arcs positifs $\mathcal{A}$ satisfaisant aux conditions du théorème B et en un ensemble non dense de points Q [où elle est nécessairement tangente à $\mathcal{H}(P)$].

Il en résulte :

Les points de discontinuité de $\mathcal{H}(P)$ *sur une courbe* (J) *ne contenant aucun arc d'intégrale forment un ensemble de première catégorie.*

De plus en considérant successivement les branches gauche et droite des intégrales supérieure et inférieure en P, P variant sur une intégrale de $y' = f$; la suite d'intégrales formée en prenant en chaque point P une seule de ces branches (l'intégrale supérieure à droite par exemple) est monotone, par conséquent ne possède que des discontinuités de première espèce et ceci en infinité dénombrable au plus.

Donc :

Les points de discontinuité de $\mathcal{H}(P)$ sur une intégrale forment un ensemble dénombrable.

Il vient donc :

---

[1] *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 509.

[2] [Voir [1].] Le théorème B tel qu'il est alors énoncé ne s'applique qu'aux courbes à tangente continue non tangentes à $\mathcal{H}(P)$, dans le cas d'une courbe $C[y = \varphi(x)$, φ continue sans plus$]$ il doit être modifié ainsi :

B'. Si une courbe (C) en un de ses points P est extérieure à $\mathcal{H}(P)$, le long d'un arc positif $\mathcal{A}$, à tout point P' de $\mathcal{A}$ on peut faire correspondre un point P'' (situé sur $\mathcal{A}$ entre P et P', à une distance positive de P) tel que l'arc P''P de C appartienne (extrémités exclues) au domaine situé entre $\mathcal{H}(P)$ et $\mathcal{H}(P')$. La généralité des conséquences I, II, III de B n'est d'ailleurs pas diminuée.

Théorème. — *Sur une courbe* $y = \varphi(x)$ [φ' continue] $\mathcal{H}$ (P) *est ponctuellement discontinue.*

Si, par analogie avec la théorie de M. Baire, on appelle fonction ponctuellement discontinue une fonction dont les points de discontinuité forment au plus un ensemble de première catégorie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème mixte dans l'anneau.* Note (1) de M. **Basile Demtchenko.**

Dans une Note antérieure (2) nous avons donné la solution du problème mixte suivant : Trouver une fonction F holomorphe à l'intérieur d'un cercle unitaire, connaissant les valeurs ψ de sa partie imaginaire sur n arcs λ_i de la circonférence et les valeurs φ de sa partie réelle sur les n autres arcs ω_i (3). Nous nous proposons ici de résoudre le même problème dans le cas de l'anneau circulaire (4). Effectuons la représentation conforme de la couronne circulaire limitée par les cercles $r = 1$ et $r = e^{-\frac{\pi\omega_1}{i\omega_3}} < 1$ sur un rectangle dans le plan $u = u' + iu''$ dont les côtés sont $2\omega_1$ et $\frac{\omega_3}{i}$.

La formule maintenant classique de M. H. Villat (5) qui détermine la fonction analytique f dans l'anneau d'après sa partie réelle sur les frontières prend dans ces conditions la forme suivante :

$$(1)\qquad f(u) = \frac{i}{\pi}\int_0^{2\omega_1} [\varphi_e(u')\zeta(u-u') - \varphi_i(u')\zeta_3(u-u')]\,du' + i\mathrm{K}$$

où φ_e et φ_i sont les valeurs de la partie réelle de f sur les frontières extérieure et intérieure. Déterminons une fonction auxiliaire $\mathrm{S}(u)$ uniforme et intégrable sur les frontières, telle qu'elle soit réelle sur les segments ω_i et

(1) Séance du 5 janvier 1931.

(2) Demtchenko, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 415.

(3) Ce problème a été traité aussi par : Volterra, *Annali di Matematica*, 11, 1883, p. 1-55; Signorini, *Annali di Mat.*, 25, 1916, p. 253-273; *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 712; H. Villat, *Acta mathematica*, 40-41, 1916-1918, p. 101-178.

(4) Ce n'est qu'un cas particulier d'un problème général étudié par M. Villat (*LVIIe Congrès des Sociétés savantes*, Poitiers, 1926, p. 75).

(5) H. Villat, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 33, 1912, p. 134-175.

imaginaire pure sur les segments λ_i. On peut prendre

$$(2)\quad S(u)=A\prod_{i=1}^{n_1}\frac{H(u-a_i)}{\sqrt{H(u-\alpha_i)H(u-\beta_i)}}\prod_{j=1}^{n_2}\frac{\Theta(u-b_j)}{\sqrt{\Theta(u-\mu_j)\Theta(u-\nu_j)}}\qquad(n_1+n_2=n),$$

où α_i, β_i et $\omega_3+\mu_j$, $\omega_3+\nu_j$ sont les points extrémités des segments λ_i sur les frontières extérieure et intérieure. Les points a_i de la frontière extérieure et les points ω_3+b_j de la frontière intérieure sont soumis à la seule condition

$$(3)\quad \sum_{i=1}^{n_1}\left[a_i-\frac{1}{2}(\alpha_i+\beta_i)\right]+\sum_{j=1}^{n_2}\left[b_j-\frac{1}{2}(\mu_j+\nu_j)\right]=\begin{cases}2N\omega_1\\(2N+1)\omega_1\end{cases}\ [1].$$

Parmi une infinité de fonctions $S(u)$, satisfaisant à la condition (3), il y en a seulement $n=n_1+n_2$ linéairement indépendantes. Nous les désignerons par $S_\sigma(u)$ $(\sigma=1, 2, \ldots, n)$. En appliquant au produit $S(u)F(u)$ la formule (1) on trouve

$$(4)\quad F(u)=\frac{i}{\pi}\frac{1}{S(u)}\left\{\int_0^{2\omega_1}[c_e(u')S(u')\zeta(u-u')-c_i(u')S(u'+\omega_3)\zeta_3(u-u')]\,du'+\pi K\right\},$$

où $c(u)=\varphi$ sur les arcs ω_i et $c(u)=\psi$ sur les arcs λ_i. Cette formule donne la solution du problème posé à condition, bien entendu, qu'elle existe.

Conditions nécessaires. — On les obtient immédiatement en appliquant au produit $S(u)F(u)$ la condition d'uniformité. D'où n relations

$$(5)\quad \int_0^{2\omega_1}[c_e(u')S_\sigma(u')-c_i(u')S_\sigma(u'+\omega_3)]\,du'=0\qquad(\sigma=1, 2, 3, \ldots, n).$$

Ces conditions (5) sont aussi suffisantes. En effet, les seuls pôles possibles de la fonction $F(u)$ donnée par la formule (4) sont les points a_i et $b_j+\omega_3$. Pour que la fonction $F(u)$ soit régulière en ces points, il faut et il suffit que l'on puisse déterminer la constante K de manière que le produit $F(u)\,S(u)$ s'y annule. On obtient $n=n_1+n_2$ équations

$$(6)\quad \int_0^{2\omega_1}[c_e(u')S(u')\zeta(a_i-u')-c_i(u')S(u'+\omega_3)\zeta_3(a_i-u')]\,du'+\pi K=0,$$

$$(7)\quad \int_0^{2\omega_1}[c_e(u')S(u')\zeta_3(b_j-u')-c_i(u')S(u'+\omega_3)\zeta(b_j-u')]\,du'+\pi K=0$$

$$(i=1, 2, \ldots, n_1),\qquad (j=1, 2, \ldots, n_2).$$

[1] On prend $2N$ ou $2N+1$ d'après les données du problème $\pm N=0, 1, 2, \ldots$.

Or ce système de n équations se réduit, en vertu de (5), à une seule équation qui sert à déterminer la constante K. Car les trois types de fonctions

$$S(u')[\zeta(a_i-u')-\zeta(a_j-u')]; \quad S(u')[\zeta(a_i-u')-\zeta_3(b_j-u')];$$
$$S(u')[\zeta_3(b_i-u')-\zeta_3(b_j-u')]$$

sont tous de la forme (2) et, par conséquent, ne sont que des combinaisons linéaires des fonctions $S_\sigma(u)$ ($\sigma=1, 2, \ldots, n$). Il est facile de voir ainsi que la fonction $F(u)$ est régulière sur toutes les frontières et que, par conséquent, la formule (4) donne une solution effective du problème posé.

Cas particulier. — Les raisonnements précédents exigent quelques modifications dans le cas limite connu où l'on a la partie réelle φ sur une frontière et la partie imaginaire ψ sur l'autre ([1]), soit par exemple φ_e et ψ_i. La fonction auxiliaire $S(u)$ doit prendre des valeurs réelles sur la frontière extérieure et des valeurs imaginaires pures sur la frontière intérieure. Cette fonction ayant obligatoirement des pôles simples sur la frontière, la formule (1) n'est plus applicable au produit $S(u)F(u)$. Il faut recourir à la formule généralisée que nous avons donnée récemment ([2]). Si la fonction $f(u)$ a un pôle simple $\omega_3+\alpha$ sur la frontière intérieure, cette formule prend la forme

$$(8) \qquad f(u)=\frac{i}{\pi}\int_0^{2\omega_1}\{\varphi_e(u')[\zeta(u-u')-\zeta_3(u-\alpha)] \\ -\varphi_i(u')[\zeta_3(u-u')-\zeta_3(u-\alpha)]\}\,du'+iK,$$

où l'intégrale a sa valeur principale. Il est à noter que dans ce cas la condition d'uniformité ne donne aucune relation entre les valeurs frontières φ_e et φ_i. Construisons une fonction $S(u)$. Il est manifeste que la fonction $dn u$ de Jacobi est bien une fonction de cette espèce.

Appliquons la formule (8) au produit $F(u)\,dn u$ en choisissant la constante K de manière que ce produit s'annule au point $u=\omega_2$. On obtient

$$(9) \qquad F(u)=\frac{1}{dn u}\,\frac{i}{\pi}\int_0^{2\omega_1}\Big\{\varphi_e(u')\,dn u'[\zeta(u-u')-\zeta_3 u+\zeta_2 u'] \\ -\psi_i(u')\frac{cn u'}{sn u'}[\zeta_3(u-u')-\zeta_3 u+\zeta_1 u']\Big\}\,du'.$$

Il existe donc toujours une solution de ce problème. La formule (9) est identique à celle donnée par M. Villat ([1]).

([1]) H. VILLAT, *Acta mathematica*, **40-41**, 1916-1918, p. 130.

([2]) DEMTCHENKO, *Sur la formule de Villat résolvant le problème de Dirichlet dans un anneau* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*) (sous presse).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Conditions nécessaires et suffisantes pour que des constantes arbitrairement données a_n, b_n soient les coefficients de Fourier d'une fonction sommable* (1). Note de M. **Raphael Salem**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Les conditions suivantes sont nécessaires et suffisantes :

1° *La série*

$$\sum_1^\infty \frac{a_n}{n}\sin nx - \frac{b_n}{n}\cos nx$$

doit converger vers une fonction continue $F(x)$;

2° *La quantité*

$$\sum_1^\infty \frac{a_n v_n - b_n u_n}{n}$$

doit tendre uniformément vers zéro quand

$$\sum_1^\infty \left(\frac{u_n}{n}\right)^2 - \left(\frac{v_n}{n}\right)^2$$

tend vers zéro : Σu_n, Σv_n *étant deux séries absolument convergentes quelconques, telles seulement que la fonction*

$$\sum_1^\infty \frac{u_n}{n}\sin nx - \frac{v_n}{n}\cos nx$$

reste, en valeur absolue, inférieure à une constante M.

I. Si $\sum_1^\infty a_n\cos nx + b_n\sin nx$ est la série de Fourier d'une fonction sommable (2) $f(x)$, la nécessité de la première condition est classique, $F(x)$ étant une intégrale indéfinie de $f(x)$. Soit maintenant une série

(1) Le problème ne présente d'intérêt que si la série $\sum(a_n^2+b_n^2)$ est divergente. Dans le cas contraire, on sait que les a_n, b_n sont les coefficients de Fourier d'une fonction de carré sommable (Fischer-Riesz).

(2) Au sens de M. Lebesgue. Toutes nos intégrales s'entendent en ce sens.

trigonométrique absolument convergente, quelconque,

$$\omega(x) = \sum_1^\infty u_n \cos nx + v_n \sin nx,$$

et soit

(1) $$\Omega(x) = \sum_1^\infty \frac{u_n}{n} \sin nx - \frac{v_n}{n} \cos nx.$$

Posons

$$\varepsilon = \sum_1^\infty \left(\frac{u_n}{n}\right)^2 + \left(\frac{v_n}{n}\right)^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [\Omega(x)]^2 \, dx.$$

et considérons l'expression

(2) $$\sum_1^\infty \frac{a_n v_n - b_n u_n}{n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x) \omega(x) \, dx = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \Omega(x) \, dx.$$

Supposons $|\Omega(x)| < M$. La mesure m de l'ensemble E où $|\Omega(x)| > \varepsilon^{\frac{1}{3}}$ est inférieure à $\pi\varepsilon^{\frac{1}{3}}$. En partageant la dernière intégrale en deux, l'une étendue à E, l'autre à son complémentaire, on voit qu'elle est inférieure en valeur absolue à $M\lambda + C\varepsilon^{\frac{1}{3}}$, λ tendant vers zéro avec ε indépendamment de $\omega(x)$, et C étant une constante indépendante de $\omega(x)$.

II. *Réciproque*. — Il suffit de prouver que si nos conditions sont satisfaites, $F(x)$ est absolument continue ([1]). Soient $(c_1 d_1) \ldots (c_\nu d_\nu)$, ν intervalles non empiétants dans $(0, 2\pi)$; p étant un entier aussi grand qu'on voudra, considérons la fonction $\omega(x)$ égale à $\frac{p\pi}{c_i} \sin\left(\frac{2p\pi}{c_i} x\right)$ entre c_i et $c_i\left(1 + \frac{1}{2p}\right)$ et à $\frac{p\pi}{d_i} \sin\left(\frac{2p\pi}{d_i} x\right)$ entre $d_i\left(1 - \frac{1}{2p}\right)$ et d_i, pour $i = 1, 2, \ldots, \nu$, enfin nulle partout ailleurs. $\omega(x)$ est continue et à nombres dérivés bornés : sa série de Fourier est donc absolument convergente ([2]). Par le

---

([1]) Car alors $F(x)$ est une intégrale indéfinie, et des formules donnant ses coefficients de Fourier, on déduira, en intégrant par parties, que a_n, b_n sont les coefficients de Fourier de la fonction dont $F(x)$ est l'intégrale indéfinie.

([2]) Cf. S. BERNSTEIN, *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1661-1664.

théorème de la moyenne, on trouve

$$\pi\sum_1^\infty \frac{a_n v_n - b_n u_n}{n} = \int_0^{2\pi} F(x)\,\omega(x)\,dx = \sum_1^\nu F(\gamma_i) - F(\delta_i),$$

γ_i étant compris entre c_i et $c_i\left(1+\frac{1}{2p}\right)$ et δ_i entre $d_i\left(1-\frac{1}{2p}\right)$ et d_i. D'autre part $\Omega(x)$, définie par (1), reste toujours inférieure à 2 en valeur absolue. Enfin, on a

$$\pi\sum_1^\infty \left(\frac{u_n}{n}\right)^2 + \left(\frac{v_n}{n}\right)^2 = \int_0^{2\pi} [\Omega(x)]^2\,dx < \sum_1^\nu (d_i - c_i).$$

Si donc nos hypothèses sont vérifiées, quand $\sum_1^\nu (d_i - c_i)$ tend vers zéro, il en est de même uniformément de $\sum_1^\nu F(\gamma_i) - F(\delta_i)$; mais cette expression est aussi voisine qu'on veut, pour p assez grand, de $\sum_1^\nu F(c_i) - F(d_i)$. Donc $F(x)$ est absolument continue.

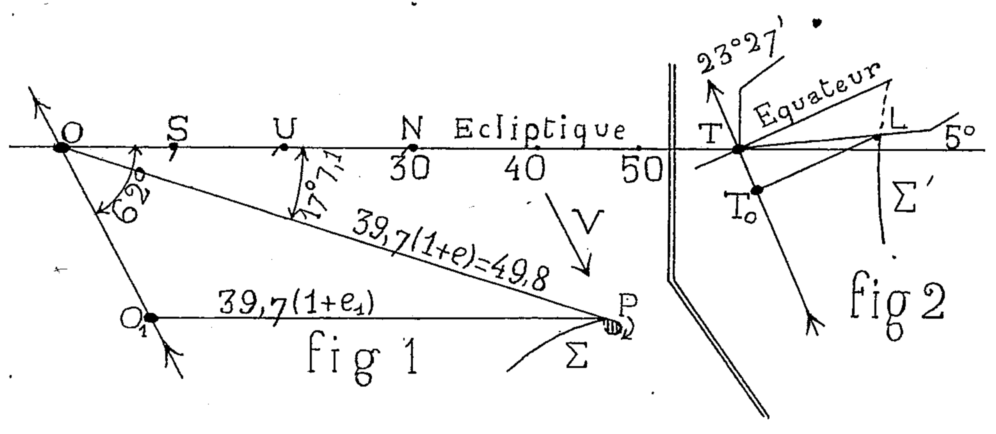
III. Si $\sum (a_n^2 + b_n^2)$ converge, il en est de même de $\sum\left|\frac{a_n}{n}\right|$ et $\sum\left|\frac{b_n}{n}\right|$. Donc $F(x)$ est continue. De plus

$$\sum_1^\infty \left|\frac{a_n v_n}{n}\right| \leqq \sqrt{\sum_1^\infty a_n^2 \sum_1^\infty \left(\frac{v_n}{n}\right)^2}.$$

Donc $\sum\left|\frac{a_n v_n}{n}\right|$ tend uniformément vers zéro avec $\sum\left(\frac{v_n}{n}\right)^2$, et, de même, $\sum\left|\frac{b_n u_n}{n}\right|$ avec $\sum\left(\frac{u_n}{n}\right)^2$. La série $\sum a_n \cos nx + b_n \sin nx$ est donc une série de Fourier. On retrouve, comme cas particulier, le théorème de Fischer-Riesz.

ASTRONOMIE COSMOGONIQUE. — *Origine et formation de Pluton d'après la Cosmogonie dualiste.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Pluton, comme toutes les planètes d'après notre Cosmogonie dualiste, doit son origine à un anneau du genre de tube-tourbillon émis par l'Équateur du protosoleil géant de rayon 0,29 u. a. dans sa pulsation par son choc sur la nébuleuse primitive. Il faut faire $n = 15$ dans la loi exponentielle des distances planétaires pour obtenir la distance théorique 62,4 de Pluton dans l'écliptique. Son anneau a donc été émis à la distance $15 \times 6.281 = 94,2$ u. a. mesurée sur OO_1 trajectoire du protosoleil et au-dessous de l'écliptique (*fig.* 1). Prenons les éléments de l'orbite calculés



par MM. Esclangon et Stoyko

$$a = 39,74 - e = 0,25467 - i = 17°7',1 - T = 250,58 \text{ ans.}$$

Le rayon de l'anneau de Pluton s'est donc dilaté de 0,29 à 39,74 u. a. La loi des masses planétaires (*Comptes rendus*, 171, 1920, p. 704) donne pour la masse de Pluton dans l'écliptique 2,1 ou 6,8 suivant qu'on prend sa distance théorique 62,4 ou sa distance réelle 39,74. Cette masse a été diminuée de toute la masse nébuleuse que l'anneau de Pluton arrêté en O_1P aurait amassée en montant jusqu'à l'écliptique. La faible masse de l'anneau et sa grande expansion font prévoir qu'il a pu se rompre et former plusieurs planètes de rayons d'orbite peu différents.

Dès que le rayon de cet anneau a atteint 20 u. a. son bord a été rebroussé par la vitesse relative V de la nébuleuse et l'a transformé en tore-tourbillon

en sorte que Pluton doit avoir son axe de rotation fortement couché sur l'écliptique comme cela s'est produit pour Uranus et Neptune.

Montrons maintenant que pour Pluton existe entre e et i une relation simple analogue à celle que nous avons démontrée pour la Lune.

Sur la figure 2 on voit que l'anneau lunaire T_0L tournant circulairement autour de la Terre en T_0 ne pouvait après sa condensation en L que donner à la Lune une orbite excentrée quand la Terre de T_0 est arrivée en T dans l'écliptique. Dans le triangle TT_0L on a

$$1 = (1 + e)\cos(23^\circ 27' - 5^\circ), \qquad \text{d'où} \qquad e = 0,0542 \quad (\text{excentricité réelle } 0,0549).$$

Les variations séculaires de e calculées par Tisserand s'obtiennent en remplaçant $23^\circ 27'$ par ses limites $21^\circ 59'$ et $24^\circ 36'$. C'est la composante nébuleuse d'arrière en avant du plan des figures qui condense en L (ou en P) chacun des anneaux lunaire et plutonien.

Faisons un calcul analogue pour Pluton. Son anneau monte dans la nébuleuse jusqu'en O_1P en se dilatant le long de la méridienne logarithmique Σ. Il peut en O_1P avoir une excentricité e_1 due à la composante de la vitesse V dans le sens O_1P. Mais la cause principale de l'excentricité de l'orbite de Pluton résulte du fait qu'en moins de 2 ans le protosoleil se transporte de O_1 en O tandis que P reste presque immobile en raison de la durée T = 250 ans. Dès lors le triangle OO_1P nous donnera :

$$(1 + e)\sin(62^\circ - 17^\circ 7',1) = (1 + e_1)\sin 62^\circ,$$

d'où

$$e = 0,251 + 1,251\,e_1.$$

L'excentricité réelle 0,25467 peu différente de e calculé montre que e_1 a dû être très faible comme l'excentricité très faible de l'orbite de Neptune pouvait le faire prévoir.

Ainsi la théorie précédente assignant à la résistance du milieu nébuleux l'arrêt de l'ascension dans la nébuleuse de l'anneau de Pluton en raison de sa faible masse montre en même temps la relation numérique existant entre l'inclinaison et l'excentricité de cette planète, ce que nous faisait prévoir le calcul précis donnant l'excentricité de l'orbite lunaire.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la mécanique ondulatoire des champs d'ondes*. Note de M. **Gr.-C. Moisil**, présentée par M. M. de Broglie.

Pour constituer une mécanique ondulatoire des champs, il faut d'abord montrer qu'il existe dans l'espace de la configuration un phénomène ondulatoire au sens de l'optique géométrique. Considérons, par exemple, le champ d'ondes dans l'espace phénoménal (x, y, z)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \tag{1}$$

Cette équation provient du principe variationnel

$$\delta \frac{1}{2} \int\int\int\int_D \left[\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)^2 - \operatorname{grad}^2 \varphi\right] dx\, dy\, dz\, dt = 0, \tag{2}$$

où l'intégrale quadruple est étendue à un domaine D de l'espace-temps. En introduisant la fonctionnelle lagrangienne

$$L = T - U = \frac{1}{2}\int\int\int_V \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)^2 dx\, dy\, dz - \frac{1}{2}\int\int\int_V \operatorname{grad}^2 \varphi\, dx\, dy\, dz, \tag{3}$$

on peut montrer que le principe variationnel (2) est identique au principe

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L\, dt = 0 \tag{4}$$

pour toutes les variations $\delta\varphi$ nulles aux instants $t = t_0$ et $t = t_1$. Ce principe a une forme hamiltonienne. Il rappelle le principe d'Hamilton pour la mécanique analytique des systèmes continus [1]. Il nous conduit à envisager l'espace fonctionnel (φ) de toutes les fonctions $\varphi(x, y, z)$ continues et deux fois dérivables, comme un espace de configuration pour le phénomène (1). Nous attachons à un champ d'ondes (1) les courbes de l'espace fonctionnel (φ) qui sont les extrémales de (4). Ces extrémales admettent l'intégrale première

$$T + U = E \text{ (const.)}. \tag{5}$$

---

(1) Gr.-C. Moisil, *La mécanique analytique des systèmes continus* (Paris, Gauthier-Villars, 1929).

Le principe (4) conduit à un principe qui a la forme maupertuisienne

$$(6) \qquad \delta \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \sqrt{2(E-U)}\, ds,$$

où

$$(7) \qquad ds^2 = 2T\, dt^2 = \frac{1}{c^2} \int\int\int_V [\delta\varphi(x, y, z)]^2\, dx\, dy\, dz$$

est l'élément d'arc hilbertien dans l'espace fonctionnel (φ). De cette manière le principe maupertuisien (6) peut être envisagé soit comme un principe de géodésiques dans l'espace fonctionnel (φ) doué d'une métrique riemannienne ([1]), soit comme un principe de Fermat pour les rayons d'une optique géométrique de l'espace fonctionnel (φ) dont l'indice de réfraction est

$$(8) \qquad n = \frac{c\sqrt{2E - \int\int\int_V [\operatorname{grad}\varphi]^2\, dx\, dy\, dz}}{E}.$$

En introduisant la phase

$$(9) \qquad \Phi = S - et,$$

où

$$(10) \qquad S = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} n\, ds,$$

on trouve pour ces deux fonctionnelles les équations aux dérivées fonctionnelles suivantes :

$$(11) \qquad \int\int\int_V [S'_{\varphi(x,y,z)}]^2\, dx\, dy\, dz = n^2,$$

$$(12) \qquad \int\int\int_V [\Phi'_{\varphi(x,y,z)}]^2\, dx\, dy\, dz - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2 = 0,$$

généralisant l'équation de Hamilton-Jacobi et permettant d'introduire dans l'optique de l'espace (φ) les surfaces d'ondes. Les rayons (6) sont les caractéristiques de l'équation (11).

Le théorème de M. L. de Broglie reste vrai : la vitesse v_g du groupe d'ondes et la vitesse v_p du point représentatif φ sur sa trajectoire de l'espace (φ) sont égales. On a

$$(13) \qquad v_g^2 = v_p^2 = \frac{1}{c^2} \int\int\int_V \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2 dx\, dy\, dz.$$

([1]) Gr.-C. Moisil, *Sur les variétés fonctionnelles* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 796).

ce qui nous permet d'envisager ces vitesses comme des moyennes quadratiques des vitesses $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ dans l'espace phénoménal (x, y, z).

Ces remarques montrent que la théorie classique des champs d'ondes (1) est identique à l'optique géométrique de l'espace fonctionnel. Nous montrerons dans un autre travail comment, en envisageant les groupes de transformations de contact dans l'espace fonctionnel, on peut associer aux champs électrodynamiques de Maxwell et aux champs de M. Dirac, une propagation ondulatoire dans l'espace fonctionnel de la configuration.

Le passage à la mécanique ondulatoire, au sens de M. M. de Broglie, des champs d'ondes est facile. Il suffit d'appliquer la méthode de M. M. de Broglie.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la conduction électrique des hydrocarbures liquides en couches minces.* Note de M. **L. Brüninghaus**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une précédente Note [1], j'ai signalé l'apparition d'un *régime conducteur*, passage de courants intenses, de l'ordre de l'ampère, dans des films d'hydrocarbures liquides de 10^{μ} d'épaisseur. Voici sur ce phénomène, quelques résultats nouveaux qui en confirment l'existence, et qui ont été obtenus dans des conditions nouvelles plus rigoureuses.

1° *Mesure précise des épaisseurs.* — J'ai fait usage pour cela d'une machine à diviser, que j'ai transformée de façon à obtenir aisément dans les deux sens, sans temps perdus, un mouvement continu de l'électrode mobile, l'électrode fixe étant solidaire de la plate-forme de la machine. Le système de commande de la vis permet d'imprimer à l'électrode mobile des déplacements lus à $\frac{1}{20}$ de micron près. Dans toutes les expériences, les électrodes sont soigneusement polies; dans les expériences définitives, elles sont en outre lavées à l'alcool bouillant.

2° *Précision d'appréciation d'un contact électrique entre électrodes plongées dans l'air.* — En observant ces précautions, et en opérant dans un local à température à peu près constante, on évite les incertitudes observées d'ordinaire, et l'appréciation du contact électrique sous 110 volts ne comporte pas un jeu supérieur à $0^{\mu},3$.

(1) L. Brüninghaus, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1386.

3° *Étude du régime conducteur.* — C'est dans ces conditions que j'ai repris l'étude du régime conducteur des hydrocarbures liquides. En voici les premiers résultats :

a. Une goutte d'huile de vaseline *fraîche*, insérée entre deux électrodes distantes de 11^{μ} au plus, ferme un circuit (sur 110 volts continus) comme le ferait une goutte de mercure.

b. Cet état hautement conducteur est aboli pour un écart des électrodes de l'ordre de 15^{μ}; il ne se rétablit alors que pour une distance critique, soit très faible (1^{μ}), soit peut-être nulle.

c. A partir de ce moment, l'huile restera hautement conductrice dans le sens des épaisseurs croissantes, jusqu'à 10 à 15^{μ}, pour redevenir isolante au delà et le rester jusqu'à une épaisseur à nouveau presque nulle.

Ce dernier résultat est susceptible d'applications concernant la régularisation des contacts électriques dans les instruments de précision comportant des pièces sujettes à de très petits déplacements relatifs.

d. Le régime isolant usuel de l'huile n'est pas simple : un état stable hautement isolant, et un état semi-conducteur instable y superposent en général leurs effets. Le régime semi-conducteur précède toujours l'apparition du régime conducteur et paraît relever d'une même origine que lui.

4° *Esquisse d'une théorie.* — Ces faits s'expliquent par l'existence dans les liquides étudiés d'ions naturels analogues à ceux de l'air, et qui, dans un champ assez intense, provoquent l'apparition d'un régime comparable à celui de l'amorçage de l'arc dans les gaz. L'absence de lumière est une propriété caractéristique de la décharge dans les hydrocarbures, ainsi que l'a montré récemment Linder (¹) pour ces corps à l'état de vapeur. L'état conducteur est aboli par écart suffisant des électrodes, car alors la masse du liquide est privée de ses ions naturels, et les autres ions sont concentrés aux électrodes (régime de l'arc), où existent en circuit ouvert deux couches doubles. Lorsqu'on rapproche les électrodes, le courant intense ne peut s'amorcer dans un liquide vide d'ions. Mais, de temps à autre, sous l'action de l'agitation moléculaire, un ion est lancé hors de sa couche d'équilibre, y revient avec une vitesse qui peut être suffisante pour produire quelques ions par chocs; on aura le courant momentané observé de temps à autre au galvanomètre.

Ce n'est qu'en rapprochant les électrodes, assez pour que les deux

(¹) E. G. Linder, *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 1375.

atmosphères d'ions qu'elles portent se compénètrent, qu'une nouvelle multiplication rapide des ions deviendra possible, avec rétablissement du régime conducteur, pour une distance de l'ordre du micron.

RAYONS X. — *Changement de longueur d'onde des rayons X traversant un milieu absorbant* (*observé dans la direction de transmission*). Note de M. **J. M. Cork**, présentée par M. M. de Broglie.

M. B. B. Ray a observé récemment [1] que, lors du passage d'un faisceau de rayons X monochromatiques dans une couche absorbante, une fraction de la radiation traversant le milieu dans la direction de propagation montrait une augmentation définie de longueur d'onde. Utilisant comme absorbant l'oxygène, l'azote, le carbone, il trouve que le déplacement de longueur d'onde observé dans ces corps pouvait s'expliquer en supposant qu'une partie du quantum lumineux incident était employé à exciter l'atome, à transporter un électron du niveau K, par exemple, à un niveau plus extérieur L. Cette expérience mettrait en évidence un nouveau type d'interaction entre le photon et l'électron. (On connait déjà : l'effet photo-électrique dans lequel l'énergie du photon est absorbée totalement par l'électron et convertie en énergie cinétique; l'effet Compton, dans lequel une portion seulement de l'énergie du photon se transforme en énergie cinétique de l'électron.)

Ce nouvel effet apparaît d'une telle importance que nous avons cherché à en répéter l'observation expérimentale.

1. Appareillage. — Source de radiations : tube Siemens à refroidissement à eau, anticathode cuivre, fenêtre transparente en verre Lindemann. Spectromètre à cristal de calcite : la distance fente-cristal, égale à la distance cristal-plaque étant suffisante pour obtenir sur la plaque photographique une résolution de 12 unités X par millimètre. En employant un dispositif mécanique à vitesse uniforme pour l'oscillation du cristal, on obtint fréquemment des lignes diffuses sur la plaque, effets de bande correspondant aux positions pour lesquelles la rotation du cristal changeait de sens. Pour cette raison, nous n'avons utilisé en définitive que la portion centrale de la face d'un bon cristal, ce dernier demeurant *fixé*, exactement

[1] *Nature*, 125, 1930, p. 856; *Zeit. f. Phys.*, 66, 1930, p. 261.

dans la même position, pour les enregistrements avec l'écran absorbant et sans celui-ci.

Pour estimer l'intensité des lignes spectrales, un écran opaque recouvrait sur la plaque photographique, pendant l'exposition, une partie des lignes $K\alpha_1$, α_2 du cuivre. Les poses duraient de 10 à 30 heures, le tube fonctionnant en tension constante, au régime de 10 milliampères et 35 kilovolts. A la fin de l'exposition l'écran qui recouvrait les lignes $K\alpha_1$, α_2 était retiré et une pose de 2 minutes était faite pour ces lignes. Ainsi, en comparant les temps d'exposition et les noircissements relatifs, l'intensité de chaque raie pouvait être déterminée en fonction de celle de la radiation primaire $K\alpha_1$, α_2 cuivre.

2. Résultats. — *a. Carbone.* — Employé sous la forme de noir de fumée sous les épaisseurs de 1 à 5^{mm}, aussi bien que sous forme de graphite. L'écran de carbone était disposé entre l'anticathode du tube et la fente du spectromètre. Avec le dispositif employé il aurait été possible de détecter une raie modifiée dont l'intensité ne serait que 1 : 3000 de l'intensité de la raie primaire $K\alpha$ (1). Malgré cela aucune trace de raie déplacée n'a été observée dans la position prévue.

b. Bore. — Écran formé de bore métallique pulvérisé. Cet élément est également présent en quantité importante dans le verre Lindemann de la fenêtre du tube à rayons X. Aucune raie modifiée n'a été observée.

c. Nous devons faire remarquer que sur tous les clichés se trouvait une faible ligne d'émission, d'intensité inférieure à 1 : 1000 de celle de la raie primaire $K\alpha$Cu.. Son quantum est inférieur de 105 volts à celui de la raie $K\alpha$Cu. Si l'on devait l'interpréter comme une ligne modifiée, elle serait due au glucinium, bien que l'accord ne soit pas particulièrement satisfaisant (énergie K du glucinium $= 117$ volts). Le glucinium ne se trouve dans la fenêtre Lindemann que dans la proportion de 0,9 pour 100 et l'adjonction d'un écran de glucine n'a pas augmenté l'intensité relative des lignes, si bien que nous pensons que la ligne en question n'est pas une ligne modifiée du type observé par M. Ray.

On doit remarquer que le fait de n'avoir pas réussi à répéter les effets observés par M. Ray ne doit pas être nécessairement interprété comme une preuve de leur non-existence. Il est possible que les résultats positifs

---

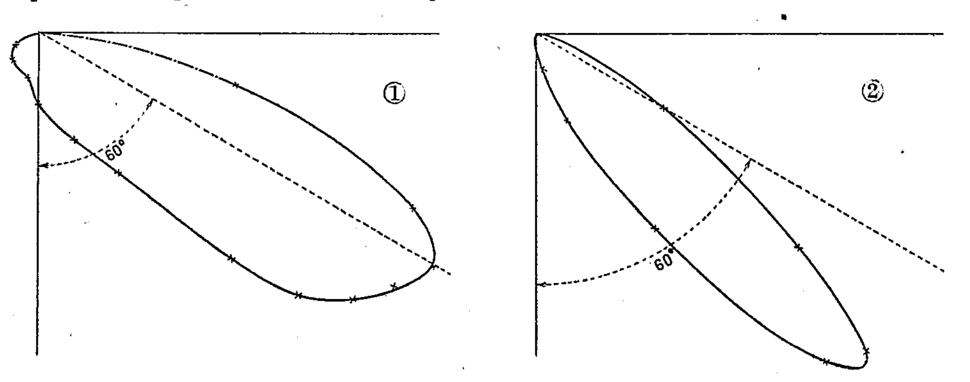
(1) B.-B. Ray estime l'intensité des raies modifiées qu'il observe être 1 : 400 ou 1 : 500 de celle de la raie primaire (*Zeit. f. Phys.*, *loc. cit.*, p. 266).

annoncés par lui soient dus au genre d'écrans qu'il employait. Ceux qu'il utilisait pour l'oxygène et l'azote n'ont pas été décrits par lui. Pour le carbone il employait également le noir de fumée.

PHOTOMÉTRIE. — *Remarques sur certaines propriétés photométriques des verres dépolis et grenus.* Note de MM. **J. Dourgnon** et **P. Waguet**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans le but d'obtenir des données intéressant la technique de l'éclairage, nous avons entrepris au début de 1927 quelques études expérimentales sur des verres diffusants que nous avions trouvés dans le commerce.

Les échantillons de verre incolore qui ont servi à nos expériences se présentaient sous la forme de lames épaisses dont l'une des faces était toujours plane et claire, et dont l'autre face était, selon l'échantillon, soit plane et dépolie; soit grenue, claire ou dépolie.



Indicatrices de transmission d'une lame de verre dépolie au granit sur une face pour une incidence de 60°. (1), la face d'incidence est la face dépolie; (2), la face d'incidence est la face lisse.

Pour des angles d'incidence donnés, on traçait l'indicatrice de transmission en valeur relative et l'on mesurait le facteur de transmission, la face d'incidence étant soit la face grenue ou dépolie, soit la face lisse.

Les conclusions qu'on peut tirer de ces expériences sont les suivantes :

1° Quand le flux incident tombe sur la face grenue ou dépolie, le maximum de l'indicatrice de transmission se trouve dans la direction du faisceau incident (*fig.* 1).

2° *Quand le flux incident tombe sur la face lisse, le maximum de l'indicatrice de transmission se trouve dans une direction beaucoup plus voisine de la normale que celle des rayons incidents* (*fig.* 2).

3° Le facteur de transmission décroît quand l'angle d'incidence croît.

4° Enfin, pour des incidences voisines de la normale, le facteur de transmission est plus grand quand le flux incident tombe sur la face grenue que quand il tombe sur la face lisse. Au contraire pour des incidences très obliques, le facteur de transmission est plus grand quand le flux incident tombe sur la face lisse.

OPTIQUE. — *Sur un procédé de mesure du dichroïsme circulaire.* Note de M. **J.-P. Mathieu**, présentée par M. A. Cotton.

En traversant un système qui présente le phénomène du dichroïsme circulaire, une vibration lumineuse polarisée rectilignement subit une rotation de son plan de polarisation et acquiert en même temps une faible ellipticité (¹). La symétrie du phénomène est telle que les valeurs de la rotation et de l'ellipticité sont indépendantes de l'orientation de la vibration rectiligne incidente.

La mesure de la rotation se fait ordinairement au moyen d'un analyseur à pénombres comme si la vibration restait rectiligne. La mesure de l'ellipticité a été faite soit par diverses méthodes utilisant un parallélépipède de Fresnel ou une lame quart d'onde (²), soit par la méthode de Brace (³). La méthode du compensateur quart d'onde exige la préparation de plusieurs lames de retard bien déterminé si l'on veut étendre les mesures à l'ensemble du spectre visible. La méthode de Brace nécessite ou l'emploi d'un quart d'onde accessoire, ou une modification assez importante du montage optique pour passer des mesures d'ellipticité aux mesures de rotation. J'ai cherché à réaliser un dispositif qui permît d'effectuer sur le même appareil les mesures de rotation et d'ellipticité et d'utiliser comme compensateur une seule lame biréfringente dans toute l'étendue du spectre visible.

Un faisceau de lumière monochromatique traverse successivement un polariseur, la lame compensatrice dont l'une des lignes neutres est d'abord parallèle à la section principale du polariseur, et un analyseur à pénombres. L'égalité d'éclairement des plages observées dans l'analyseur étant réalisée,

---

(¹) A. Cotton, *Annales de Chimie et de Physique*, 8, 1896, p. 384.

(²) A. Cotton, *loc. cit.* — G. Bruhat, *Annales de Physique*, 3, 1915, p. 232.

(³) Mac Dowell, *Physical Review*, 20, 1905, p. 163. — Olmstead, *Physical Review*, 35, 1912, p. 31. — Wedeneewa, *Annalen der Physik*, 72, 1923, p. 122.

on place le système à étudier sur le trajet du faisceau, entre le polariseur et la lame compensatrice, puis on retire cette lame portée par une monture à charnière. L'égalité des pénombres est rétablie en tournant le polariseur d'un angle égal et de sens contraire à la rotation produite par le système étudié. S'il y a du dichroïsme, l'analyseur ne pointe plus une vibration rectiligne, mais le grand axe d'une vibration elliptique très aplatie. On rabat le compensateur normalement au faisceau lumineux. S'il existe du dichroïsme circulaire, l'égalité des pénombres est rompue. Le grand axe de l'ellipse à étudier, d'ellipticité I, est parallèle à l'une des lignes neutres de la lame compensatrice, caractérisée par la différence de phase φ qu'elle introduit entre ses composantes principales. A la sortie de cette lame, on a une autre ellipse, dont l'ellipticité E est donnée par la formule

$$\sin 2\mathrm{E} = \sin 2\mathrm{I} \cos\varphi,$$

et dont le grand axe fait avec celui de l'ellipse à étudier l'angle θ.

On peut rétablir l'égalité des plages dans l'analyseur en tournant le compensateur dans son plan d'un angle i $\left(\text{différent de } \frac{\pi}{4}\right)$; on a la relation :

$$\tan 2\mathrm{I} = \sin 2i \tan\frac{\varphi}{2}, \tag{1}$$

qui donne I quand φ est connu.

On montre que l'effet de la lame compensatrice après sa rotation est de rétablir une ellipse identique à l'ellipse à étudier, mais dont le sens de parcours est inversé. L'éclairement des plages, lors de l'égalité, est donc le même dans la mesure de l'ellipticité et dans la mesure de la rotation.

Le sens de parcours de l'ellipse à analyser est déterminé par la règle suivante : la direction avancée de la lame compensatrice coïncidant initialement avec le grand axe de l'ellipse, le sens de parcours de cette ellipse est le même que le sens dans lequel l'observateur doit tourner d'un angle aigu la lame pour rétablir l'égalité des pénombres.

L'ordre de grandeur de la différence de phase φ est fixé par les considérations suivantes. Afin de pouvoir rétablir l'égalité des plages pour une valeur de l'angle i inférieure à $\frac{\pi}{4}$, la relation (1) montre qu'il faut satisfaire à la condition

$$\varphi > 4\mathrm{I}, \tag{a}$$

et comme en pratique, on n'a guère pour I de valeurs atteignant 4°, cette

condition devient $\varphi > 16^\circ$. Si l'on donne à φ une valeur trop forte, la rotation i de la lame compensatrice sera, pour une ellipse donnée, trop faible pour que sa mesure soit faite avec une bonne précision relative. Mais, par ailleurs, si l'on donne à φ la valeur minimum compatible avec la condition (a), l'expérience montre que le réglage préliminaire dans lequel on amène la direction avancée de la lame à être parallèle à la vibration issue du polariseur ne se fait pas avec une grande précision, car l'angle de pénombre dans l'analyseur doit être pris assez grand, par suite du manque de lumière produit par l'absorption généralement considérable des substances étudiées.

On a utilisé une lame pour laquelle $\varphi = 30^\circ$ environ pour la raie verte du mercure. Le choix d'une lame d'épaisseur approximativement convenable est fait en mesurant le nombre des cannelures comprises entre deux longueurs d'onde connues dans l'un des spectres cannelés que fournit la lame par réflexion d'un faisceau lumineux sur ses deux faces.

La mesure exacte de φ pour toutes les radiations utilisées peut ensuite être faite par diverses méthodes classiques, comme il l'a été supposé jusqu'ici. Mais cette mesure peut s'effectuer sur l'appareil tel qu'il a été décrit, pourvu que l'analyseur soit muni d'un cercle divisé. On peut, en effet, lors de la mesure de l'ellipticité, rétablir l'égalité des pénombres non plus par rotation de la lame compensatrice, mais en tournant l'analyseur d'un angle θ, ce qui fournit la relation

$$(2) \qquad \operatorname{tang} 2\theta = \operatorname{tang} 2I \sin\varphi.$$

L'élimination de I entre les relations (1) et (2) donne l'équation

$$\operatorname{tang}^2 \frac{\varphi}{2} = \frac{\operatorname{tang} 2\theta}{2 \sin 2i - \operatorname{tang} 2\theta}.$$

La mesure des angles i et θ permet donc de faire les mesures d'ellipticité et l'étalonnage du compensateur avec le même dispositif.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'association de constituants biochimiques et de certains éthers cellulosiques.* Note (¹) de MM. **Jean Loiseleur** et **Léon Velluz**, présentée par M. H. Vincent.

Ainsi que nous l'avons montré (²) on peut introduire des protides, de façon parfaitement homogène, dans des membranes cellulosiques artificielles. Mais, parmi les méthodes auxquelles nous avons été conduits, le procédé cétonique seul nous a permis d'incorporer *simultanément*, dans une même membrane, des protides (gélatine, caséine, etc.), des glucides (glycogène, gommes) et des lipides (lécithines, stérols, glycérides, acides gras, etc.). Une technique, valable pour les protides et utilisant les propriétés particulières de l'acide formique anhydre, l'est, dès lors, pour les glucides et la plupart des lipides, l'un de nous ayant montré (³) que ces divers constituants biochimiques possèdent, vis-à-vis de ce solvant acide, le même état physico-chimique. Néanmoins l'emploi de l'acétone, pour solubiliser l'acétate de cellulose, permet une plus grande généralisation. Il facilite en outre la préparation ultérieure des membranes.

Nous nous limitons ici à l'incorporation des protides par le procédé cétonique : l'association des glucides ou des lipides aux dérivées cellulosiques obéit aux mêmes principes.

Il s'agissait d'ajouter une solution formique anhydre d'un protide à une solution cétonique d'acétate de cellulose, sans entraîner aucune floculation. Nous y sommes parvenus de la façon suivante :

a. En employant, pour solubiliser le protide, un taux suffisant d'acide formique par rapport au solvant organique neutre qui dissout l'éther cellulosique ;

b. En dissolvant l'acétate de cellulose non dans l'acétone seule, mais dans un mélange convenable d'acétone (10 parties) et d'alcool méthylique (7 parties) ;

c. En opérant le plus souvent en présence d'aldéhyde formique pour éviter toute évolution ultérieure des solutions protéo-cellulosiques. L'aldé-

(¹) Séance du 12 janvier 1931.

(²) J. Loiseleur et L. Velluz, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 43.

(³) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, 191, 1931, p. 1477.

hyde a été introduite, dans ce cas, sous forme d'alcool méthylique formolé anhydre (10 à 40 pour 100 en H.CHO).

Les proportions nécessaires des différents solvants mis en œuvre [1] dépendent étroitement des concentrations du protide par rapport à l'acétate de cellulose et de la concentration des solutions protéo-cellulosiques finales en matières fixes [2]. Mais nous avons en outre observé que ces proportions respectives influent notablement sur le parallélisme entre l'homogénéité des solutions et celle des membranes qui résultent de l'évaporation des solvants.

Si l'obtention préalable d'une solution protéo-cellulosique parfaitement homogène est nécessaire pour que les membranes aient le même caractère, cette condition est aussi suffisante au cas où l'évaporation respecte les rapports entre les concentrations des solvants. Cette condition n'est pas satisfaite, d'après notre méthode, en raison des écarts qui existent entre les points d'ébullition de ces solvants : l'évaporation a pour effet d'augmenter dans le milieu le taux du solvant le moins volatil. Pour qu'aucune floculation ne se produise au cours de cette variation continue, il est donc nécessaire et suffisant que le solvant le moins volatil soit *solvant commun* de tous les constituants de la membrane. C'est pourquoi, par la mise en œuvre d'un taux suffisant d'acide formique anhydre, et malgré l'excès des solvants organiques neutres, le procédé cétonique nous a permis de réaliser des membranes *homogènes*.

Nous avons ainsi préparé des membranes renfermant, à toutes concentrations (5 à 75 pour 100), de la gélatine, de la caséine, de l'ovalbumine desséchée, de l'osséine. Soit, comme exemple, la préparation d'une membrane à 10 pour 100 de caséine.

On dissout, d'une part, 9^g d'acétate de cellulose sec dans un mélange de 47^g,6 d'acétone et 33^g,4 d'alcool méthylique absolu, et, d'autre part, 1^g de caséine pure, très finement pulvérisée, dans 9^g d'acide formique à 99-99,5 pour 100. On mêle les deux solutions en agitant rapidement pour homogénéiser. La solution finale ne doit jamais être chauffée. On coule sur une plaque de verre maintenue dans une étuve à 40°; une fois la solution évaporée, on plonge la plaque dans l'eau pour décoller la membrane et on lave à l'eau chaude (50°-60°) pour enlever les dernières traces d'acidité. On

(1) On doit remarquer que chacun d'eux (alcool, aldéhyde, cétone, acide) est le premier terme de sa série.

(2) Matières fixes = acétate de cellulose + protide *secs*.

obtient ainsi des membranes solides parfaitement claires, ne présentant même aucun effet Tyndall.

Comme il est dit au début, nous avons pu incorporer, dans une même membrane, des protides distincts et des constituants biochimiques d'ordre différent, solubilisés par l'acide formique ou, dans quelques cas particuliers, par l'acétone.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le potentiel du fer passif.* Note (¹) de MM. **A. Travers** et **J. Aubert**, présentée par M. Matignon.

Nous avons effectué une série de mesures sur le potentiel du fer passivé dans divers milieux.

L'électrode de fer était un barreau de fer électrolytique, poli au papier 0000, et l'on mesurait son potentiel par rapport à l'électrode normale au calomel (KCl saturé).

a. Passivation par les ions OH. — L'électrode étant plongée dans une solution de SO^4Na^2 à 1 pour 100, soigneusement désaérée et dans laquelle passe un courant d'azote *pur*, son potentiel se fixe à — 0,730 volt au bout de 7 heures. Nous prendrons cette valeur comme potentiel du fer actif (²).

Dans une solution de sulfate de soude à 1 pour 100, amenée au pH = 10 par addition de soude et exposée à l'air libre, immergeons une électrode de fer électrolytique, polie au papier 0000 : son potentiel, initialement de — 0,46 volt, baisse, en 24 heures, à — 0,63 volt; l'électrode s'attaque en plusieurs points.

Dans une solution amenée au pH = 12, le potentiel, initialement de — 0,33 volt, ne descend pas au-dessous de — 0,54 volt. L'attaque du métal est très faible; elle est tout à fait nulle, même au bout de 8 jours, dans une solution de SO^4Na^2 à 1 pour 100, de pH = 14.

Les ions OH protègent le métal, qui devient plus noble que le fer actif.

b. Passivation par les oxydants. — Nous avons pris le potentiel de l'électrode de fer, préparée comme ci-dessus, dans des solutions à 1 pour 100 de chromate, iodate, periodate, permanganate de potasse.

(¹) Séance du 5 janvier 1931.

(²) Les valeurs trouvées dans la littérature oscillant entre — 0,5 volt et 0,8 volt. Nous remarquerons que dans nos expériences, le potentiel du fer, observé *tout au début*, a toujours été de l'ordre de 0,5 volt. Le réactif détruit lentement la passivité due à l'air.

Dans la solution de chromate et bichromate en proportions telles que pH = 7, le potentiel, d'abord de — 0,24 volt, se fixe en 3 heures à — 0,32 volt.

Dans l'iodate, il se fixe à........................	— 0,12 volt
Dans le periodate, il se fixe à..................	+ 0,46 volt
Dans le permanganate, il se fixe à.............	+ 0,58 volt

Le potentiel obtenu *dépend de l'oxydant;* et le classement des oxydants, fixé par ces mesures, est le même que celui que fournit la mesure du potentiel d'une électrode de *platine* ([1]), immergée dans les mêmes solutions. Il caractérise donc, non le métal, mais l'oxydant.

L'expérience montre que le fer reste inattaqué dans les solutions employées : il est passivé.

Cette passivation ne subsiste qu'en présence du passivant. Si l'on sort l'électrode du bain, qu'on la lave à grande eau, on observe une baisse brusque du potentiel, qui, de — 0,38 volt au début de l'immersion dans SO^4Na^2 à 1 pour 100, descend à — 0,7 volt, valeur voisine du potentiel du fer actif.

Si l'on fait passer un courant d'hydrogène dans la solution de l'oxydant, on constate une baisse légère du potentiel de l'électrode de fer; par exemple dans la solution de MnO^4K à 1 pour 100, il descend de + 0,58 volt à + 0,46 volt : en présence du passivant, l'hydrogène gazeux a donc peu d'influence.

c. Passivation par une couche d'oxyde de fer. — L'électrode a été recouverte par une couche d'oxyde obtenue :

Soit par oxydation superficielle à 380° dans un courant d'air (coloration de lames minces);

Soit par réaction sur la vapeur d'eau à 800° (Fe^3O^4).

Le potentiel de l'électrode immergée ensuite dans SO^4Na^2 à 1 pour 100, d'abord de l'ordre de — 0,3 volt à — 0,45 volt, s'est fixé, au bout de quelques heures, vers 0,6 volt à — 0,65 volt, c'est-à-dire s'est rapproché du potentiel du fer « actif ».

d. Passivation par l'air ou l'oxygène. — Evans ([2]) a montré qu'entre la partie aérée et la partie non aérée, ou moins bien aérée d'une électrode de fer, il se produisait un couple, où la zone aérée jouait le rôle de métal noble,

---

([1]) MALAPRADE, *Ann. Chimie*, 10e série, 11, 1929, p. 125.

([2]) EVANS, *Chem. Soc.*, 1, 1929, p. 92.

c'est-à-dire de pôle *positif;* la f. e. m. du couple d'aération différentielle atteindrait 0,2 volt, et pourrait même dépasser cette valeur.

Nous n'avons pu réussir à passiver *entièrement* par l'oxygène gazeux une électrode de fer; en raison du défaut de poli de la surface, il existe toujours, sur la zone aérée, des parties où l'oxygène accède plus difficilement, et qui jouent le rôle d'anodes corrodables; et si l'on mesure le potentiel de l'électrode ainsi aérée, on trouve, à l'équilibre, des nombres très voisins du potentiel du fer « actif ». Nous montrerons, dans une Note ultérieure, qu'il n'y a là rien de paradoxal.

Toutefois, l'expérience démontre, d'une façon frappante, l'influence de l'aération : si le courant d'oxygène ne se dégage que le long de *l'une* des faces de l'électrode (¹), cette face reste polie pendant plusieurs heures, alors que les autres faces sont corrodées. De même si, sur la surface exposée au courant d'air ou d'oxygène, on a fait à l'avance une rayure profonde, la rouille n'apparaît *d'abord* que le long de la rayure, c'est-à-dire dans la zone où l'oxygène accède le plus difficilement.

Des expériences qui précèdent, nous croyons pouvoir conclure :

1° Que l'expression « fer passif » n'a pas de sens absolu, qu'il n'y a que des *degrés de passivité*.

2° Qu'il paraît assez difficile d'admettre, dans *tous les cas* de passivation, l'hypothèse du film d'oxyde d'Évans, puisque le potentiel du fer immergé dans les divers oxydants, est très différent suivant l'oxydant.

3° Que les valeurs du potentiel des métaux susceptibles de se passiver, comme le fer, dépendent essentiellement des conditions où l'on a placé ces métaux. Et l'on s'explique ainsi les variations, souvent très grandes, des nombres donnés par les divers auteurs.

C'est pourquoi, dans les mesures que nous avons rapportées, nous n'avons recherché que des ordres de grandeur, sans nous attacher à une précision dépassant 20 et 30 millivolts.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Revenus des aciers rapides trempés.* Note de MM. **André Michel** et **Pierre Benazet**, présentée par M. Léon Guillet.

M. Sasagawa a déjà montré (²) que si l'on effectue, sur une éprouvette d'acier à coupe rapide trempée à haute température, un revenu à 600° dans le dilatomètre, et si l'on maintient cette température pendant 15 minutes,

(¹) L'électrode est plongée dans une solution de Cl Na à 1 pour 100.

(²) *Revue de Métallurgie*, 22, 1925, Mémoires, p. 99.

il ne se manifeste aucun phénomène pendant ce maintien, et que la transformation austénite → martensite, provoquant la dureté secondaire, se produit au cours du refroidissement vers les basses températures. Il a signalé également que la présence de cobalt dans l'acier augmente ces effets de trempe secondaire.

Nous avons étudié l'influence de la durée des revenus et de leur succession; nous avons opéré au dilatomètre différentiel Chévenard, à enregistrement photographique, particulièrement avec un acier à coupe rapide à haute teneur en cobalt de composition suivante :

C = 0,72; Si = 0,33; Mn = 0,26; Cr = 5,20;
Tu = 18,83; Va = 1,02; Co = 11,09.

Pour supprimer l'influence de la décarburation les éprouvettes ont été usinées après traitement, dans des tiges de 7^mm de diamètre, trempées à 1325°-1350° à l'huile. Après ce traitement, la dureté relativement faible, le faible magnétisme et le coefficient de dilatation élevé indiquent que l'acier est en grande partie austénitique; des courbes dilatométriques effectuées jusqu'à 600°, avec maintiens de 5 minutes, 20 minutes et 1 heure à cette température, ne mettent en évidence aucun phénomène se produisant au cours du maintien. Au refroidissement les courbes sont superposables; elles sont, quelle que soit la durée du maintien, d'allure austénitique jusque dans les environs de 200°, où se produit une forte dilatation; après refroidissement complet, l'éprouvette s'est dilatée, a durci et est devenue plus magnétique; de plus, au chauffage suivant, le coefficient de dilatation est beaucoup plus faible, indiquant qu'il y a eu transformation d'austénite en martensite. Ces phénomènes sont bien ceux signalés par M. Sasagawa.

En opérant, dans le dilatomètre, une deuxième opération identique à la première, on constate qu'au refroidissement le même phénomène de transformation se reproduit, mais moins accentué, prouvant que le premier revenu, même maintenu pendant 1 heure, n'a pas permis l'achèvement de le transformation.

Les mesures sont résumées dans le tableau suivant, pour des durées de 20 minutes à 600°-620°.

	Température de revenu.	Durée de maintien.	Température de la transf. au refroidis.	Après revenu. $\frac{dl}{l} \times 10^3$.	Δ.	$\alpha \times 10^6$ 0 à 500°.
Trempe 1350° huile.					455	16,6
1er Revenu.........	600°	20 min.	180°	4,8	600	12,6
2e Revenu.........	600°	20 min.	240°	1,6	655	11,4
3e Revenu.........	620°	20 min.	néant		665	

La cinquième colonne chiffre l'importance de la transformation à chaque opération; la sixième colonne donne les nombres de dureté Brinell après chaque opération; la septième colonne donne les valeurs du coefficient moyen de dilatation entre 0° et 500° après chaque opération. Le coefficient de dilatation moyen de l'acier recuit est de $11,4 \times 10^{-6}$ entre 0° et 500°.

Dans les conditions où nous avons opéré, il a fallu deux revenus pour achever la transformation martensitique.

Nous avons vérifié qu'en maintenant la température de 600° pendant 4 heures au premier revenu, on ne modifie presque pas les résultats. Avec une durée de maintien de 24 heures à 600°, on constate une faible dilatation isotherme correspondant à la transformation directe $\gamma \rightarrow \alpha +$ carbures; la transformation martensitique se produit un peu plus tôt au cours du refroidissement, vers 280°, son ampleur est de $5,7 \times 10^{-3}$; la dureté monte à 630 et le coefficient de dilatation baisse à 11,5. Au deuxième revenu à 600° opéré sans maintien, on ne constate plus qu'une très faible transformation martensitique à 80° portant la dureté à 670 et le coefficient de dilatation à 11,4.

D'autre part, nous avons vérifié qu'en augmentant d'une façon assez considérable la lenteur du refroidissement, on ne changeait pas l'allure des phénomènes.

En opérant des revenus en dessous de 600°, on trouve que vers 500-520°, il faut 7 revenus successifs pour arriver à achever la transformation, qui, à chaque revenu, s'amorce en dessous de 100°, la dureté augmente graduellement jusqu'à 760.

Vers 550°, la transformation est achevée en 4 revenus et la dureté monte à 710.

Si, au contraire, la température de revenu est comprise entre 600 et 700°, vers 650°, par exemple, les phénomènes constatés sont accentués : une durée de revenu de 1 heure augmente la transformation au premier revenu : une durée de 4 heures produit une transformation, en revenu isotherme $\gamma \rightarrow \alpha +$ carbures, plus considérable que par maintien de 24 heures à 600°.

Si l'on pousse le chauffage au premier revenu jusque juste en dessous du point A*c*, on provoque une transformation explosive $\gamma \rightarrow \alpha +$ carbures, à partir de 700°, mais qui est loin d'achever toute la destruction de l'austénite; car, au refroidissement, cette transformation s'achève à partir de 450°.

Nous avons donc montré que, sur les aciers à coupe rapide à haute teneur en cobalt, un revenu unique à température inférieure à 700°

n'achève pas la destruction de l'austénite. Le nombre de revenus nécessaires est d'autant plus faible que la température est plus élevée. La dureté maximum obtenue est d'autant plus élevée que la température de revenu est moins élevée. La durée de maintien et la lenteur du refroidissement ont peu d'influence. Si la durée de maintien est trop longue, une partie de la transformation se produit sous la forme $\gamma \rightarrow \alpha +$ carbures moins durcissante que la forme austénite → martensite et par conséquent défavorable pour l'utilisation. Ce dédoublement de la transformation par revenu isotherme prolongé est le même que nous avons déjà signalé [1] sur des aciers de natures différentes.

Industriellement ces constatations se répercutent sur l'endurance des outils de coupe. Nous donnerons comme exemple les résultats suivants obtenus avec le même acier, dans une opération de chariotage sur acier à 50^kg de charge de rupture à la traction (profondeur de passe 5^mm, avance 0^mm,94) :

Traitements : Trempe 1325°, huile.	Vitesses-type Taylor.
	m
1er Revenu (600°, 20 minutes)	22
2e » »	24
3e » »	24,8

Les phénomènes que nous venons de décrire sur un acier à 11 pour 100 de cobalt, nous les avons constatés, mais avec moins d'ampleur, sur les aciers rapides moins chargés en cobalt ou dépourvus de cet élément, après trempes à températures très élevées; nous les avons constatés également, amplifiés, sur les aciers à 16 pour 100 de cobalt.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les alcoyl-oxy-vanadylsalicylates d'alcoyles et d'aryles.* Note de M. **P. Brauman**, présentée par M. G. Urbain.

Quand, à une solution de chlorure de vanadyle hydraté ($VOCl^2$, aq) dans l'alcool méthylique ou l'alcool éthylique à 99,5 pour 100, on ajoute peu à peu du salicylate de méthyle, la solution, d'abord bleu clair, vire au vert. Si, à cette solution verte, on ajoute une solution alcoolique du dérivé lithiné du salicylate de méthyle, jusqu'à ce que le liquide soit devenu vert

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 912; *Revue de Métallurgie*, 26, 1929, p. 455.

très foncé, la liqueur noircit peu à peu et laisse déposer de petits cristaux, bleu vif par réflexion, gris bleu par transparence. Ces cristaux sont lavés à l'alcool, puis à l'éther anhydre et séchés dans le vide.

On obtient les mêmes corps en ajoutant un excès de carbonate de lithium à une solution de chlorure de vanadyle et de salicylate de méthyle dans l'alcool méthylique ou éthylique. L'agitation du mélange détermine un dégagement de gaz carbonique; et dans la solution, rapidement filtrée, les cristaux prennent naissance.

L'analyse montre que les produits obtenus sont, suivant le solvant employé, soit un méthoxy-, soit un éthoxy-vanadylsalicylate :

$$O = \underset{\displaystyle OCH^3}{\overset{|}{V}} - OC^6H^4CO^2CH^3, \qquad O = \underset{\displaystyle OC^2H^5}{\overset{|}{V}} - OC^6H^4CO^2CH^3$$

°/o.	Calculé pour $VO^5C^9H^{10}$.	Trouvé.	°/o.	Calculé pour $VO^5C^{10}H^{12}$.	Trouvé.
V......	19,39	19,14	V......	20,48	20,41
C......	45,61	45,27	C......	43,36	43,26
H......	4,57	4,74	H......	4,05	4,08
O......	30,43	30,85	O......	32,11	32,25

Des réactions analogues se produisent quand on remplace l'alcool méthylique ou éthylique par d'autres alcools de la série aliphatique, et le salicylate de méthyle par d'autres éthers salicyliques d'alcoyles ou d'aryles.

Ces produits se présentent sous la forme de petits cristaux bleus, généralement foncés; ils sont insolubles ou très peu solubles dans l'eau, l'alcool, l'éther, l'acétone; ils sont stables dans le vide et dans l'air sec, et se décomposent assez rapidement dans l'air humide.

Ils ont une constitution analogue à celle du méthoxy-molybdyl-salicylate de méthyle et de l'éthoxy-molybdyl-salicylate d'éthyle, signalés par Rosenheim et Bertheim (1) d'une part; à celle des méthoxy et éthoxy-cupri et nickelo-salicylates de méthyle signalés par Doak et Packer (2) d'autre part. Ce fait confirme l'analogie du radical vanadyle $(VO)^{II}$ avec le radical molybdyle $(MoO^2)^{II}$, le cuivre et le nickel divalents.

---

(1) Rosenheim et Bertheim, *Zeitschrift für anorganische Chemie*, 34, 1903, p. 440.

(2) Doak et Packer, *Journal of the Chemical Society*, 1928, p. 2763.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie du Gabon (A. E. F.).* Note [1] de M. **Raymond Furon**, présentée par M. L. Cayeux.

La région sur laquelle porte cette étude est limitée au Nord par l'Ogooué, au Sud par la région de Mayumba, à l'Ouest par l'océan Atlantique, à l'Est par la N'Gounié.

En dehors d'une carte générale de l'Afrique équatoriale [2], aucun document récent n'a été publié sur la géologie de cette région encore très peu connue.

Au point de vue stratigraphique, les séries observées sont comparables à celles du Congo français [3] et du Congo belge [4].

J'ai pu reconnaître cinq séries principales : *a.* cristalline et cristallophyllienne; *b.* métamorphique; *c.* schisto-calcaire; *d.* schisto-gréseuse; *e.* Crétacé et Tertiaire.

a. Série cristalline et cristallophyllienne. — Cette série est représentée dans le Mayombe. Le Mayombe est une chaîne de montagnes parallèles à l'Océan (SE-NW) depuis les environs de Mayumba jusqu'à l'ouest des Echiras, puis s'incurvant vers l'Est; couverte de forêts et profondément découpée par l'érosion, cette chaîne mesure environ 30^{km} de largeur, son altitude moyenne étant de 300^{m}. Ayant traversé complètement le Mayombe en quatre endroits (Mayumba-Tchibanga, le Mbari-les Echiras, les Echiras-Agouma et les Echiras-Mocabo), j'ai observé que la partie centrale est toujours constituée par des roches cristallines et cristallophylliennes : des granites, des gneiss et des micaschistes.

Les granites, rares dans le Sud, entre Mayumba et Tchibanga, deviennent fréquents au Nord, dès la région des Echiras; ce sont presque toujours des granites écrasés.

---

(1) Séance du 12 janvier 1931.

(2) M. Denaeyer, *Esquisse géologique de l'Afrique équatoriale française, du Cameroun et des régions voisines.* Carte au $\frac{1}{3000000}$. Uccle, 1928.

(3) V. Babet, *Étude géologique de la zone du chemin de fer Congo-Océan et de la région minière du Niari et du Djoué.* Paris, Larose, 1929.

(4) Delhaye et Sluys, *Esquisse géologique du Congo occidental. Étude du système schisto-calcaire* [*Annales de la Société géologique de Belgique.* Publications relatives au Congo belge et aux régions voisines. 1923-1924 (1929), 47, 2e livraison, p. 45-50 et 149-184, et Annexe au Tome 52, 1928-1929 p. C.69-C.114].

b. Série métamorphique. — Cette série comporte des schistes, des quartzites et beaucoup de quartz, en couches et en lentilles; elle est visible dans le Mayombe, de chaque côté de la dorsale cristalline et cristallophyllienne, mais elle n'est très développée que sur le versant oriental.

Cette série et la précédente sont intensément plissées. Le sens de l'allongement des plis est celui de la chaîne (SE-NW) et les pendages les plus fréquents s'enfoncent au Sud-Ouest, soit perpendiculairement à l'orientation habituelle de la chaîne.

c. Série schisto-calcaire. — La série schisto-calcaire peut être divisée en trois zones, d'après ses caractères lithologiques constants.

Cette formation s'étend de la bordure orientale du Mayombe jusqu'à la N'Gounié et même au delà. Très plissée dans la région de Tchibanga, elle est presque tabulaire dans la vallée de la N'Gounié où elle ne laisse guère voir qu'un léger pendage vers l'Ouest.

Dans toute la région intermédiaire, elle disparaît sous les formations de la série supérieure.

Aux calcaires moyens et supérieurs sont liées constamment les grandes formations latéritiques et la savane.

d. Série schisto-gréseuse. — Elle est constituée à la base par des schistes argileux, bariolés, au sommet par des assises importantes de grès rouges et violets, plus ou moins feldspathiques et micacés.

Cette série forme un grand plateau, très accidenté et recouvert de forêts séparant le bassin de la Moukalaba de celui de la N'Gounié. Ce plateau schisto-gréseux, dont la base est constituée par les calcaires de la série précédente, se termine avec la pointe Nord des Monts Tandou qui dominent la vallée de l'Ovigui.

e. Crétacé et Tertiaire. — Crétacé et Tertiaire, actuellement difficiles à séparer, constituent une série (parfois fossilifère) s'étendant depuis la côte jusqu'à plus de 100 kilomètres dans l'intérieur. Il faut y incorporer, sans crainte d'erreur, la série antérieurement connue sous le nom de schistes et phtanites du Gabon et probablement celle des grès sublittoraux.

Les Crétacé et Tertiaire comprennent des grès calcaires, des marnes bleues, des grès schisteux, des bancs de silex, des grès grossiers à débris de poissons, des grès à plantes, etc. J'ai découvert le conglomérat de base de cette formation sur la bordure externe du Mayombe, entre les Echiras et Agouma.

Une grande partie des sédiments crétacés et tertiaires est recouverte par des formations récentes.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Un radiogoniomètre enregistreur. Son application aux parasites atmosphériques.* Note [1] de M. **R. Bureau**, présentée par M. G. Ferrié.

Ivo Ranzi [2] a réalisé un enregistrement très simple des parasites atmosphériques à l'aide d'une lampe à néon qu'il place sur le secondaire d'un transformateur élévateur de tension dont le primaire est en série dans le circuit plaque de la dernière lampe de l'amplificateur. La lampe s'illumine à chaque atmosphérique et impressionne un papier photographique qui se déroule derrière une fente perpendiculaire à l'axe du déroulement.

J'ai modifié le système de Ranzi de manière à lui faire inscrire non seulement les variations des atmosphériques, mais également leur direction : entre la lampe au néon et le papier photographique, j'ai interposé, en plus de la fente verticale, une fente hélicoïdale découpée dans un cylindre fixé sur l'axe du cadre collecteur d'ondes et entraîné, en même temps que ce cadre, dans un mouvement de rotation uniforme. On voit de suite que chaque parasite impressionne le papier à une hauteur définie par l'azimut du cadre. On peut, soit mettre la lampe au néon à l'intérieur du cylindre, soit la mettre à l'extérieur et placer alors le papier photographique sur un cylindre ordinaire d'enregistreur entraîné par un mouvement d'horlogerie et placé à l'intérieur du cylindre qui porte la fente hélicoïdale. Les diagrammes ci-après ont été obtenus par cette dernière méthode. Le cadre peut être monté avec ou sans dispositif de lever de doute. Le moteur qui actionne le cadre peut être d'une très faible puissance. Il suffit qu'il ne provoque aucun brouillage dans l'appareil récepteur. J'ai utilisé un moteur électrique construit pour l'entraînement de disques phonographiques. Enfin, j'ai employé deux moyens d'enregistrement, suivant que la lampe au néon est branchée (comme dans l'enregistreur de Ranzi) sur le secondaire d'un transformateur (diagramme n° 2), ou qu'elle est mise en action par un relais Baudot, commandé lui-même par le récepteur (diagramme n° 1). Ce dernier système convient particulièrement aux périodes d'atmosphériques faibles. Il permet également d'isoler les atmosphériques dépassant une certaine énergie.

---

[1] Séance du 12 janvier 1931.

[2] Ivo Ranzi, *Nuovo Cimento*, 5, 1928, p. 326.

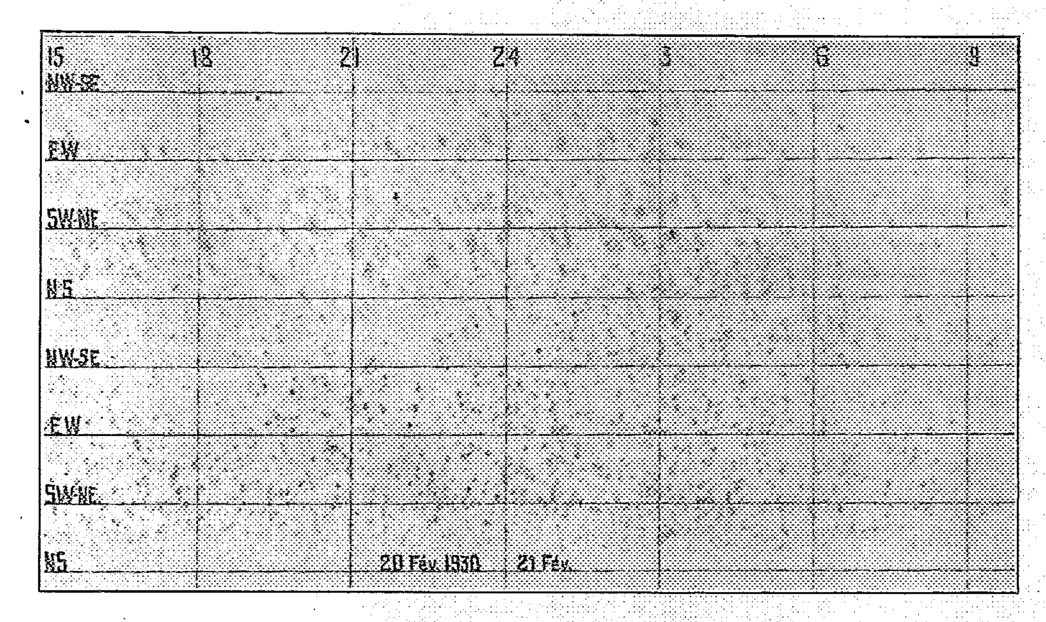

15
18
21
24
3
6
9
NW-SE
EW
SW-NE
NS
NW-SE
EW
SW-NE
NS
20 Fév. 1930
21 Fév.

Fig. 1.

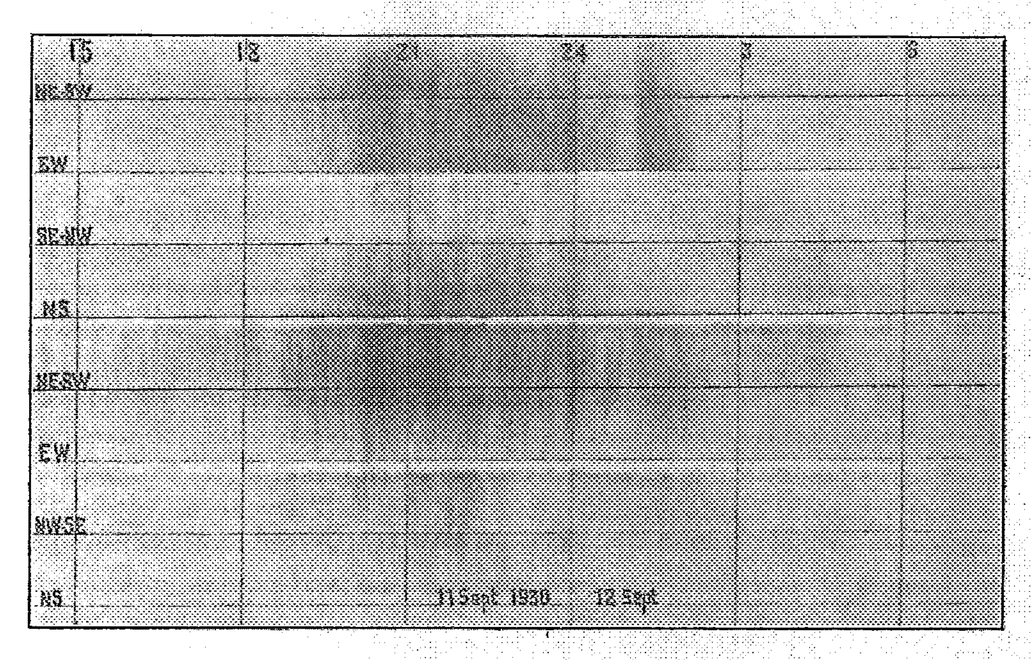

15
18
21
24
3
6
NE-SW
EW
SE-NW
NS
NE-SW
EW
NW-SE
NS
11 Sept. 1930
12 Sept.

Fig. 2.

Voici quelques caractéristiques des appareils qui ont fourni les deux diagrammes ci-dessus :

	Diagramme n° 1 (Saint-Cyr).	Diagramme n° 2 (Saint-Cyr).
Fréquence................	Env. 50 Kc/s.	Env. 50 Kc/s.
Vitesse de rotation du cadre.	Env. un tour en 2 minutes.	Env. un tour par seconde.
Mode d'attaque de la lampe au néon................	Par relais Baudot.	Par transformateur.
Date......................	20 au 21 février 1930.	11 au 12 septembre 1930.
Dimensions du cadre........	22 spires de $1^{m^2},7$ chacune.	22 spires de $1^{m^2},7$ chacune.
Système d'amplificateur.....	Changeur de fréquence; 3 étages basse fréquence; 2 étages ultra-basse fréqu.	Changeur de fréquence; 3 étages basse fréquence; 2 étages ultra-basse fréqu.
Lever de doute............	Sans.	Sans.

Cet enregistreur peut également servir à étudier les variations de la direction apparente d'une émission déterminée.

Enfin il est possible d'y remplacer l'inscription photographique par une inscription chimique analogue à celles utilisées dans les récepteurs d'images.

Suivant les cas on aura intérêt à utiliser l'un ou l'autre procédé.

PALÉONTOLOGIE. — *Algues inférieures dans le calcaire concrétionné de la Limagne*. Note de M. Louis Dangeard, présentée par M. L. Cayeux.

La série de couches tertiaires lacustres de la Limagne comporte, à la partie supérieure, des masses de calcaire concrétionné, encore appelé *calcaire choux-fleur* ou *calcaire à Phryganes* et attribué au Stampien supérieur ou à l'Aquitanien. L'âge de ces calcaires peut d'ailleurs varier d'une région à l'autre.

Il s'agit d'une formation très polymorphe, composée de masses plus ou moins arrondies ou cylindriques atteignant un ou deux mètres de hauteur et séparées par du sable calcaire : ces masses se désagrègent en croûtes concentriques qui enveloppent des amas de tubes de Phryganes. Ailleurs le calcaire concrétionné est représenté seulement par de petits nodules disposés en rangées et contenant un noyau variable. La surface des enveloppes concentriques se montre d'ordinaire régulièrement mamelonnée, d'où le nom de calcaire choux-fleur.

La ressemblance qui existe entre ces dépôts et des travertins actuels a

depuis longtemps attiré l'attention ([1]) et, pour expliquer l'accumulation du calcaire, les auteurs ont fait appel, soit à l'intervention de sources incrustantes analogues à celles qui existent encore en Auvergne, soit simplement à une précipitation réalisée en dehors de tout griffon. On a généralement admis que la végétation lacustre jouait un rôle dans cette précipitation, mais, à ma connaissance, aucun fait précis n'a été apporté en faveur de l'influence, que je considère comme prépondérante, des Algues inférieures.

En effet l'examen microscopique d'un grand nombre d'échantillons m'a permis d'observer des cellules d'Algues inférieures analogues à celles qui s'incrustent de calcaire dans les travertins actuels.

Voici les principaux faits remarqués à ce sujet sur des échantillons recueillis dans la localité classique de Gannat, au nord de Clermont-Ferrand.

A. Un fragment de calcaire concrétionné montre une surface mamelonnée et passe insensiblement à la partie inférieure à du calcaire pisolithique et oolithique : il ressemble d'une façon frappante à un calcaire à Mélobésiées. Les coupes tangentielles montrent des amas ou des traînées de loges arrondies (diamètre : 60 à 90$^{\mu}$) groupées en une sorte de réseau ; en coupe perpendiculaire on constate que ces éléments sont allongés (150 à 195$^{\mu}$); ils sont nettement disposés suivant des zones concentriques. Je les attribue à des Algues.

B. D'autres échantillons sont formés d'une purée d'Ostracodes mélangés à des débris anguleux de calcaire zoné : il s'agit d'une véritable *brèche d'Algues*. En effet des débris qui ont de 3 à 20^{mm} environ d'épaisseur montrent d'innombrables cellules ([2]) arrondies (diamètre : 110 à 145$^{\mu}$) alignées suivant des zones concentriques d'épaisseur inégale.

Ces cellules peuvent être assimilées aux *Chlorellopsis* signalées par Reis ([3]) dans le Miocène lacustre d'Allemagne, par Bradley ([4]) dans l'Éocène lacustre d'Amérique.

([1]) JEAN GIRAUD, *Études géologiques sur la Limagne* (Auvergne). *Bull. serv. Carte géol.*, 13, n° 87, 1902, p. 282 et 295. — L. DE LAUNAY, *Notes sur le terrain tertiaire de la Limagne bourbonnaise* (*Bull. serv. Carte géol.*, 26, n° 147, 1923, p. 65 et 134).

([2]) Le terme de cellule est employé dans un sens large : il peut s'agir de colonies sphériques.

([3]) REIS, *Kalkalgen and Seesunterkalk aus dem rheinpfälzischen Tertiär* (*Geognostische Jahresb.*, 36, 1923, p. 107).

([4]) WILMOT H. BRADLEY, *Algae reefs and oolites of the Green River Formation* (*U. S. Geol. Surv. Prof. Paper* 154-G, 1929).

C. Enfin dans du calcaire concrétionné typique, les cellules précédentes ont été retrouvées, pour ainsi dire, « en place » remplissant une partie des zones. Elles ont en moyenne 130$^{\mu}$ de diamètre et sont généralement remplies de calcite claire.

Le calcaire concrétionné de la Limagne contient donc plusieurs formes d'Algues inférieures parmi lesquelles des *Chlorellopsis*. On peut prouver, dans certains cas, que les zones concentriques sont déterminées par l'accumulation périodique de ces Algues incrustées de calcaire.

Ces dépôts sont comparables aux concrétions calcaires formées dans beaucoup de lacs actuels sous l'influence d'Algues inférieures et principalement de Cyanophycées et aux récifs à *Chlorellopsis* signalés dans diverses formations géologiques ([1]) marines ou d'eau douce.

PHYSIOLOGIE. — *Hydrodiffusion et brouillards mortels.* Note ([2]) de M. **Jules Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

I. A propos du *brouillard mortel* de la vallée de la Meuse, qui fit 65 victimes autour de Liége le 5 décembre dernier, nous allons montrer qu'à lui seul il explique cette mortalité, et les accidents relevés partout où il s'est constitué. L'importance de cette cause pathologique est d'autant plus grande que les circonstances déterminantes des brouillards sont devenues plus fréquentes : poussières industrielles, corpuscules électriques, fumées des moteurs, locomotion rapide, et, peut-être, séismes plus fréquents.

L'adoucissement constaté de la température moyenne de l'air a, d'autre part, accru son état hygrométrique et rend plus facile la condensation de la vapeur d'eau. Or, dès que l'humidité dépasse un certain taux dans l'atmosphère, la respiration est gênée, la transpiration diminuée fortement. Nous l'avons établi à plusieurs reprises dans le cas du *travail des textiles*, en milieu presque toujours saturé ([3]). On comprend parfaitement *l'effet toxique* de l'eau retenue dans l'organisme, et qui est normalement éliminée par les poumons et la peau, quand l'air extérieur est peu humide.

Reste la question des échanges respiratoires. A ce point de vue, l'expérience nous a conduit aux résultats suivants :

([1]) Louis Dangeard, *Récifs et galets d'Algues dans l'Oolithe ferrugineuse de Normandie* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 66).

([2]) Séance du 5 janvier 1931.

([3]) Jules Amar, *Le Moteur humain*, p. 341 (chez Dunod).

En respirant de la *vapeur saturée et chaude*, les respirations s'accélèrent sans profondeur, passant de 16 à 24 et 26. A mesure que la température s'abaisse, l'accélération diminue et le caractère superficiel des inspirations s'atténue. Il faudrait pouvoir réaliser de véritables *brouillards froids* et constater cette dyspnée d'origine hydrique.

II. Nous allons maintenant en donner la théorie et les vérifications. Et d'abord cette expérience :

Des poumons de lapin sont placés à l'intérieur d'une cloche fermée, comme dans l'expérience de respiration artificielle; l'air de la cloche est saturé; celui des poumons est maintenu sous une pression de quelques centimètres de mercure. Au bout de peu de temps, on observe une légère baisse de cette pression, révélant une diffusion de l'air pulmonaire vers la cavité de la cloche. J'appelle *hydrodiffusion* ce passage vers l'air humide d'un air moins humide.

Si, au lieu de poumons, j'emploie un ballon de baudruche (pas trop sèche), la dépression est plus accentuée. Le phénomène rappelle une vieille observation de Dufour, en 1874, selon laquelle *tout gaz humide attire le même gaz sec*.

Telle est la loi des échanges respiratoires en milieu brumeux, à brouillard plus ou moins épais, milieu nocif à cet égard. D'un côté, l'expiration tend à éliminer de l'air relativement saturé, celui des poumons. De l'autre, l'inspiration tend à introduire l'air nettement saturé du brouillard, dont les gouttelettes quand ce dernier est lourd sont pleines. Alors, la diffusion gazeuse se ralentit au point de s'arrêter totalement. On peut affirmer que, *dans un épais brouillard, l'asphyxie se produit à la longue*: aggravée par l'absence de transpiration, elle peut devenir mortelle.

Que, dans une zone de brouillards de ce type dangereux, il se rencontre des insuffisants respiratoires, des cardiaques, des malades souffrant de broncho-pneumonies ou même d'asthme, de laryngites chroniques, et la mort par asphyxie sera leur sort, en un ou deux jours, souvent en quelques heures. C'est du reste ce que la statistique médicale apprend en tous les pays; elle attire justement l'attention sur *l'empoisonnement par l'humidité*, auquel plusieurs états morbides doivent leur aggravation, sinon leur origine.

Ajoutons que, dans les brouillards lourds, les gaz carbonique et autres demeurent immobiles; on en éprouve des picotements aux muqueuses qui feraient croire à des gaz de combat. Cela est aisément réalisé dans les

vallées, surtout dans les périodes de pluies ou d'inondations qui suppriment la capacité d'imbibition du sol. Et tel fut, malheureusement, le cas de la région belge.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'étamine chez* Knautia arvensis *Coult. Polymorphisme des fleurs et des capitules.* Note (¹) de M. **Pierre Lavialle.**

Müller (²) est, à ma connaissance, le seul auteur qui ait décrit, chez la scabieuse des champs, un polymorphisme staminal. Selon lui, *K. arvensis* présente deux catégories de fleurs : 1° des fleurs à 4 étamines fertiles, déhiscentes, qu'il nomme hermaphrodites : ces fleurs sont portées par certains capitules; 2° des fleurs à 4 étamines plus ou moins avortées, indéhiscentes, renfermant des grains de pollen petits et plus ou moins difformes qu'il nomme femelles : ces fleurs sont portées par des capitules distincts. Quelques auteurs (³) reproduisent les figures de Müller.

Je décrirai ici mes observations relatives aux variations morphologiques de l'androcée dans les fleurs, et la répartition des diverses fleurs sur les capitules : observations qui complètent, sur plusieurs points, une Note antérieure (⁴).

Variations de l'androcée. — En ce qui concerne la morphologie de l'androcée, les fleurs se répartissent en cinq catégories *principales :* 1° fleurs à 4 *étamines égales, longues, exsertes, déhiscentes ;* 2° fleurs à 4 *étamines égales, courtes, incluses, indéhiscentes;* 3° fleurs, assez rares, à 4 *étamines inégales* (⁵), parmi lesquelles les étamines longues, et les étamines courtes sont dans des rapports variables : 1 et 3, 2 et 2, 3 et 1 ; 4° fleurs, rares, à pistil normal, mais à *étamines complètement avortées* où l'anthère fait entiè-

---

(¹) Séance du 12 janvier 1931.

(²) Hermann Müller, *Die Befruchtung der Blumen durch Insekten*, Leipzig, 1873, p. 367.

(³) Höck, *in* Engler et Prantl, *Natürliche Pflanzen Familien*, IV Teil, IV et V Abt., p. 182.

(⁴) P. Lavialle, *Sur le polymorphisme de l'androcée chez* Knautia arvensis (*Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 333).

(⁵) Parmi les fleurs de cette catégorie, on rencontre des cas, assez rares il est vrai, où dans la même fleur, figurent, à côté d'étamines longues et courtes, des étamines de *longueur intermédiaire*, déhiscentes ou indéhiscentes.

rement défaut et où le filet n'est reconnaissable, pour un œil exercé, qu'à son point d'insertion situé au fond de la gorge corolline; 5° fleurs, rares, asexuées, *sans étamines et sans style développés*.

Répartition des diverses fleurs sur les capitules. — Il existe six catégories *principales* de capitules :

1° Capitules *homogènes*, portant uniquement des fleurs à *étamines longues*, exsertes et déhiscentes (cas assez fréquent);

2° Capitules *homogènes*, portant uniquement des fleurs à *étamines courtes*, incluses et indéhiscentes (cas assez fréquent);

3° Capitules *hétérogènes*, portant, en proportions très variables, des fleurs à *étamines longues* et des fleurs à *étamines courtes* (cas fréquent). J'ai examiné des capitules très nombreux qui portaient, le plus souvent, de 50 à 70 fleurs. Parmi les capitules *hétérogènes* observés, j'ai trouvé les rapports les plus variés entre les fleurs à étamines longues et les fleurs à étamines courtes : l'un d'eux portait 58 fleurs à étamines longues et 3 à étamines courtes; un deuxième portait 49 fleurs à étamines courtes et 1 à étamines longues; les autres présentaient, par exemple, $\frac{1}{5}$ des fleurs à étamines longues et $\frac{4}{5}$ à étamines courtes, ou l'inverse;

4° Capitules *hétérogènes*, portant, en proportions très variables, des fleurs à *étamines égales* longues ou courtes, et des fleurs à *étamines inégales* (cas assez rare);

5° Capitules *homogènes*, portant uniquement des fleurs à *étamines complètement avortées*, mais à pistil normal (cas rare);

6° Les fleurs de la périphérie des capitules sont ordinairement de même catégorie que celles du centre. Cependant, j'ai rencontré des capitules à fleurs centrales hermaphrodites, et à fleurs périphériques toutes ou presque toutes complètement asexuées (sans étamines et sans style développés) : fait qui rappelle les cas de polygamie frustranée qu'on rencontre sur les capitules de certaines Composées.

Répartition des capitules sur les individus. — Aucun caractère extérieur appréciable ne permet de prévoir, dans un capitule très jeune loin de l'épanouissement, la catégorie d'étamines qu'il va produire; de sorte que, si les capitules des diverses constitutions naissaient sur un même individu, il serait impossible de faire, pour chaque catégorie d'étamines, une étude complète du développement de l'anthère et du pollen, à partir des premiers stades. Mais, un fait important vient simplifier le problème et donner toute sécurité : l'observation de nombreux individus pendant toute la durée de la

floraison m'a montré qu'un même pied ne produit qu'une seule catégorie de capitules. De la composition des premiers capitules épanouis, on peut donc déduire celle des capitules plus jeunes.

Cette régularité de composition est des plus nettes. J'ai divisé les souches de plusieurs individus en éclats; chaque éclat a fourni un pied et tous les pieds issus d'une même souche m'ont montré, pendant deux ans, des capitules de même catégorie.

Pour l'étude du développement des diverses formes de l'androcée, si polymorphe chez *Knautia arvensis*, il suffit donc de choisir, au début de la floraison, des pieds à capitules bien homogènes, ne portant qu'une seule catégorie de fleurs et d'étamines.

INDUSTRIE AGRICOLE. — *La précipitation de la chaux par l'acide sulfureux dans les solutions sucrées.* Note de M. **Émile Saillard**, présentée par M. P. Viala.

L'extraction des jus de betterave se fait, en industrie sucrière, par le procédé de diffusion. Les jus de diffusion contiennent 13 à 14 pour 100 de sucre. On les épure par le procédé dit de « double carbonatation » qui consiste à faire agir à chaud (75° à 95°) et successivement de la chaux et de l'acide carbonique obtenus dans un four à chaux.

Quelquefois on a recours, en plus, à l'acide sulfureux, soit en sulfitant les jus de diffusion légèrement chaulés avant la première carbonatation, soit en sulfitant les jus filtrés de première carbonatation (de l'alcalinité de 1^g par litre jusqu'à l'alcalinité de $0^g,6$ par litre, exprimée en chaux), soit en sulfitant les jus filtrés de deuxième carbonatation, jusqu'à presque neutralité. Quelquefois aussi, on sulfite légèrement les jus de diffusion non additionnés de chaux.

Je ne m'occuperai que de la sulfitation des jus alcalinisés par la chaux.

L'addition de chaux aux jus de diffusion décompose les sels de potasse et de soude dont les acides, en se combinant avec la chaux, peuvent donner un sel de chaux insoluble, ou peu soluble (phosphates, sulfates, oxalates, tartrates, etc.), et met en liberté de la potasse et de la soude.

L'acide sulfureux, introduit dans le jus alcalinisé, trouve donc devant lui et à l'état libre de la chaux ainsi que de la potasse et de la soude.

L'acide sulfureux va-t-il se porter d'abord sur la chaux, puis, sur la potasse et la soude, ou, en même temps, sur la chaux, la potasse et la soude? C'est la question que nous avons étudiée.

Le sulfate de chaux est peu soluble dans l'eau; il est un peu moins soluble dans les solutions sucrées que dans l'eau. La solubilité diminue très légèrement quand la teneur en sucre des solutions augmente. Elle est plus faible aussi dans les solutions sucrées alcalinisées avec de la chaux que dans les solutions neutres.

Voici les coefficients de solubilité auxquels nous sommes arrivés pour les solutions sucrées contenant de 14 à 72 pour 100 de sucre, et pour les températures jusqu'à 62° :

Eau distillée (°/₀ gr)	0,047 à 0,048
Solutions sucrées pures et neutres	0,047 à 0,040
Solutions sucrées contenant 0,02 pour 100 d'alcalinité, exprimée en chaux CaO (°/₀ gr)	0,038 à 0,033
Solutions sucrées contenant 0,10 pour 100 d'alcalinité exprimée en chaux CaO (°/₀ gr)	0,20 à 0,018

Nous avons étudié la précipitation de la chaux par SO^2 dans les solutions sucrées pures à 10 ou 20 pour 100 de sucre, alcalinisées avec de la chaux et de la soude.

Les solutions sucrées ont été préparées avec du sucre raffiné et de l'eau de chaux.

L'eau de chaux a été préparée avec du lait de chaux d'usine; l'eau sulfureuse a été préparée en faisant barboter de l'anhydride sulfureux dans de l'eau bouillie.

On a recherché la présence de l'acide sulfurique dans l'anhydride sulfureux en faisant barboter de l'anhydride sulfureux dans une solntion sucrée pure à 40 pour 100 de sucre préparée avec de l'eau bouillie.

D'après nos essais [1], le sucre est un catalyseur qui ralentit ou empêche l'oxydation de SO^2 : d'où absence de formation d'acide sulfurique pendant le barbotage.

L'addition d'acide chlorhydrique et de chlorure de baryum à la solution sucrée sulfureuse n'a pas donné de sulfate de baryte.

L'acide sulfureux a été dosé avec une liqueur titrée d'iode.

Lss solutions initiales, avant la sulfitation, et le filtrat, ont été analysés (sucre, alcalinité et SO^2).

Première série d'essais.

Les essais ont porté sur des solutions sucrées à 10 ou 20 pour 100 de sucre ayant reçu environ 1g de chaux par litre et des doses croissantes de soude. L'acide sulfureux employé est équivalentairement inférieur à la chaux. Les solutions ont été abandonnées à la température ordinaire pendant 24 heures sous fréquentes agitations, puis filtrées.

Voici quelques-uns des résultats que nous avons obtenus. Les alcalinités et l'acide sulfureux sont exprimés en CaO par litre :

Sucre pour 100^{cm^3}	10 à 12 °/₀	20 °/₀
Chaux employée	1g,16	1g,10
Alcalinité soude et chaux, de	1,50 à 2,66	2,25 à 4,95
SO^2 employé par litre	0,430	0,892
Alcalinité du filtrat	1,10 à 2,24	1,36 à 4,06
SO^2 combiné passé dans le filtrat, pour 100 de SO^2 employé	18 à 97 °/₀	13 à 57 °/₀

[1] Voir *Comptes rendus*, 160, 1915, p. 318.

Deuxième série d'essais.

Sucre pour 100^{cm^3}	10 %	10 %
Chaux employée	1^g	1^g
Alcalinité totale	1,98	2,40
SO^2 employé	0,437 à 0,875	0,437 à 0,875
Alcalinité du filtrat	0,55 à 1,11	0,97 à 1,53
SO^2 non précipité pour 100 de SO^2 employé.	94 à 21 %	98 à 27 %

Conclusions. — Elles se rapportent à des solutions sucrées alcalines dont l'alcalinité est réalisée avec de la chaux (environ 1^g par litre) et des doses croissantes de soude et qui renferment des quantités de SO^2 inférieures équivalentairement à la quantité de chaux employée.

1° L'acide sulfureux introduit dans lesdites solutions se porte sur la chaux et sur la soude. Il se porte sur la soude en quantités plus grandes s'il y a plus de soude dans la solution. Sous alcalinité égale en chaux et en soude, il se porte en plus grande proportion sur la chaux si la solution sucrée est plus concentrée (première série d'essais).

2° Sous alcalinité égale en chaux et en soude, l'acide sulfureux se porte en plus grande quantité sur la chaux si la quantité d'acide sulfureux employée est plus grande (deuxième série d'essais).

Ce travail a été fait avec la collaboration de MM. Dartois et Jolly.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur les conditions du métabolisme qui peuvent permettre la réalisation du changement de sexe.* Note [1] de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, transmise par M. d'Arsonval.

D'après la conception physico-chimique [2], la sexualité traduit un certain état physiologique de l'organisme. L'état sexuel est l'expression de qualités *physico-chimiques* des tissus et ces qualités constituent les caractères *primitifs et fondamentaux* de la sexualité.

L'organisme, mâle ou femelle, assure la genèse et le développement des spermatozoïdes ou des ovules parce qu'il réalise, en lui, les conditions *physico-chimiques* qui assurent la polarisation des cellules germinales, soit vers le sens mâle, soit vers le sens femelle. Si un organisme est capable de réaliser, en lui, soit simultanément, soit successivement, les conditions de

(1) Séance du 12 janvier 1931.

(2) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 682.

polarisation vers l'un ou l'autre sexe, il constitue un type hermaphrodite.

Le changement de sexe est la conséquence de l'apparition des conditions d'une polarisation sexuelle nouvelle. L'état physico-chimique correspondant aux conditions physiologiques de cette polarisation nouvelle étant réalisé, le changement de sexe s'effectuera, d'une façon plus ou moins profonde suivant la plasticité de l'organisme, et en particulier des cellules germinales, au moment considéré.

L'inversion sexuelle nous apparaît comme un phénomène parfaitement réalisable pour deux raisons. D'une part, parce que nous savons, aujourd'hui, quelles sont les qualités précises que l'organisme devra acquérir pour la réaliser; ce sont les qualités fixées par les lois de sexualisation. D'autre part, parce que la nature de ces conditions, qui sont des conditions de métabolisme, ne nous laisse pas impuissants. Agir sur le métabolisme pour provoquer, d'une façon sûre, les modifications physico-chimiques déterminées qui doivent entraîner le succès de l'opération est une question de progrès dans la technique physiologique.

Nous avons d'ailleurs la preuve que lorsque les conditions physico-chimiques dont nous parlons se trouvent réalisées, le changement de sexe s'effectue dans le sens prévu par les lois de sexualisation.

Si un organisme ♂ réalise, en lui, des conditions qui placent les cellules germinales dans une zone où elles disposent d'une plus grande quantité de graisses, ces cellules subissent une polarisation nouvelle (2me loi) et, au lieu de donner des spermatozoïdes, elles donnent des ovules. Dans le changement de sexe décrit par Champy (1), ces conditions étaient réalisées, car le triton mâle qui se transforma en femelle avait effectivement acquis, avant son inversion, une bande supplémentaire de graisse dans la région du testicule.

Si un organisme ♀ réalise, en lui, des conditititions physiologiques nouvelles, exprimées par un métabolisme plus élevé, par une diminution du pouvoir réducteur de ses tissus, ses cellules germinales devront se polariser dans le sens ♂ (1re loi). Crew (2) décrit le changement de sexe total d'une poule qui, après avoir été une femelle normale fonctionnelle pendant une partie de sa vie, devint un mâle fonctionnel, père de poussins normaux. C'est une tumeur tuberculeuse qui, envahissant graduellement les divers organes abdominaux, avait provoqué, graduellement, cette inversion. Or,

---

(1) C. Champy, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1204.

(2) F. A. E. Crew, *Proceed. of the Royal Society*, B, 95, 1923, p. 256.

nous savons que l'action de la tuberculose entraîne les modifications suivantes : 1° une élévation du métabolisme; 2° une diminution du pouvoir réducteur des tissus; 3° un changement dans la composition chimique du sang qui rapproche ce tissu d'un sang mâle. Toutes ces modifications expriment la réalisation des conditions de polarisation vers le sens ♂ et l'inversion sexuelle constatée en fut la conséquence.

Puisque l'élévation du métabolisme est en corrélation avec la polarisation vers le sens ♂ (1re loi), cette élévation du métabolisme pourra provoquer le changement d'une femelle en mâle mais non le changement inverse. Lorsque Witschi (¹), par l'action d'une température de 32°, élève le taux du métabolisme des larves de grenouilles, il obtient 53 transformations de ♀ en ♂ alors que les 62 ♂ des expériences conservent leur sexe.

Ainsi, chaque fois que les conditions physiologiques de l'organisme siège d'une inversion sexuelle ont été décrites avec une précision suffisante, nous constatons que ces conditions ont apporté à l'organisme les qualités physico-chimiques qui, d'après les lois de sexualisation, devaient entrainer la polarisation sexuelle de ses cellules germinales dans le sens même où le changement de sexe a été effectivement constaté.

Aucun des savants dont nous avons parlé n'a donné des faits qu'il a décrits l'explication que nous proposons ici. Cette explication est la conséquence logique des lois de sexualisation. Elle montre que des faits considérés, jusqu'à ce jour, comme sans liens apparents entre eux, sont, en réalité, les cas particuliers d'un phénomène très général, le mécanisme suivant lequel s'effectuent les inversions sexuelles.

MÉDECINE. — *Sur la sensibilité du Spermophile de Macédoine* (Spermophilus citillus) *à l'infection tuberculeuse expérimentale.* Note de MM. **Georges Blanc** et **Jean Valtis**, présentée par M. Calmette.

On sait que Metchnikoff avait constaté (²), que les Spermophiles des steppes russes (*Spermophilus citillus*, *S. guttatus*, *S. fulvus*) sont peu sensibles à la tuberculose expérimentale, l'infection restant limitée au point d'inoculation sans tendance à la généralisation et à l'envahissement du système lymphatique et des viscères, alors que, d'après Mac Goy et

(¹) E. Witschi, *Journ. exper. Zool.*, 52, 1929, p. 267.
(²) Metchnikoff, *Virchow's Archiv.*, 113, 1888, p. 63.

Charles W. Chapin, un autre rongeur d'un groupe zoologique voisin, l'écureuil des prairies de San Francisco, le *Citellus beecheyi Richardson*, est parfaitement sensible à l'infection tuberculeuse spontanée.

Il nous a paru intéressant de reprendre, sur une espèce de Spermophile commune en Macédoine, le *Spermophilus citillus*, l'étude de la sensibilité de ce rongeur à l'infection tuberculeuse expérimentale.

Nous avons effectué trois séries d'expériences :

Dans l'une nous avons inoculé des Spermophiles par voie sous-cutanée avec une dose de $\frac{1}{1000}$ de milligramme de bacilles tuberculeux (souche bovine Vallée). Dans la seconde, nous avons inoculé d'autres Spermophiles par la même voie, mais avec une forte dose ($\frac{1}{10}$ de milligramme) de la même souche de bacilles. Enfin, dans la troisième série, nous avons inoculé $\frac{1}{10}$ de milligramme du même bacille, par voie péritonéale.

Première série. — Trois Spermophiles ont été inoculés sous la peau, le 22 septembre 1930, avec $\frac{1}{1000}$ de milligramme de bovine Vallée.

Le 22 octobre suivant, soit un mois après l'inoculation, le poids moyen des deux animaux restants est de 270g. Pas de ganglions perceptibles autour du point inoculé.

Le 5 novembre, le poids moyen est de 286g. Pas de ganglions perceptibles.

Le 12 novembre, poids moyen 291g. L'épreuve dermique à la tuberculine ($\frac{1}{10}$ de centimètre cube de la solution au $\frac{1}{10}$) est restée négative. Seul un des animaux a fait un petit œdème insignifiant.

Le 3 décembre, les deux animaux présentent un petit ganglion voisin du point inoculé. L'épreuve intradermique ($\frac{1}{10}$ de centimètre cube de la solution de tuberculine au $\frac{1}{10}$) est restée négative.

Le 10 décembre, inoculation sous-cutanée (sous la peau du ventre) de $\frac{1}{1000}$ de milligramme de bovine Vallée. Le 11 décembre, les trois Spermophiles présentent au point inoculé un nodule. Le 12 décembre, on observe sur l'un, au point inoculé, une petite plaque de peau sèche avec un nodule de la grosseur d'un petit pois. Chez les deux autres on trouve seulement un nodule de la grosseur d'un petit pois.

Deux animaux sont sacrifiés le 12 décembre 1930; poids moyen 263g. L'un montre un petit ganglion caséeux voisin du point inoculé, avec nombreux bacilles. Dans les autres organes, aucune lésion macroscopiquement visible.

Chez le second un ganglion caséeux de la grosseur d'un petit pois, voisin du point inoculé. Foie et rate normaux; les poumons présentaient de nombreuses granulations de la dimension d'une tête d'épingle avec nombreux bacilles.

Le troisième et dernier Spermophile est conservé.

Deuxième série. — Trois Spermophiles ont été inoculés le 22 octobre 1930 sous la peau avec $\frac{1}{10}$ de milligramme de bacilles tuberculeux (bov. Vallée). Poids moyen, 325g.

L'un meurt le 30 octobre 1930 de maladie intercurrente.

Le 5 novembre, le poids moyen des deux survivants est de 339g. Les ganglions avoisinant le point inoculé ne sont pas augmentés de volume.

Le 21 novembre, poids moyen de 275g.

Le 26 novembre, les deux animaux présentent au point inoculé un gros ganglion de la grosseur d'un petit pois.

Le 3 décembre, l'un des Spermophiles présente une ulcération au point d'inoculation et l'autre une grosse masse fluctuante.

L'intradermo-réaction à la tuberculine ($\frac{1}{10}$ de centimètre cube de la solution au $\frac{1}{10}$), effectuée le même jour, est restée négative.

Le 10 décembre, on inocule sous la peau du ventre $\frac{1}{1000}$ de milligramme de bacilles tuberculeux (bov. Vallée). Aucune modification locale le 11 et le 12 décembre.

Le 12 décembre les deux animaux ont été sacrifiés. Leur poids moyen est de 254^g.

A l'autopsie, chez l'un, gros ganglion caséeux voisin du point d'inoculation; rate grosse sans granulations; ganglions sous-lombaires volumineux, sans bacilles. Poumon parsemé d'innombrables granulations contenant des bacilles assez abondants. Les ganglions trachéo-bronchiques sont augmentés de volume et caséeux. Sur frottis, nombreux bacilles de Koch.

Chez le second, ganglion inguinal caséeux un peu moins gros que chez le précédent. Rate augmentée de volume mais sans granulations. Sur les poumons quelques granulations contenant des bacilles.

Troisième série. — Trois Spermophiles ont été inoculés dans le péritoine, le 22 octobre 1930, avec $\frac{1}{10}$ de milligramme de bacilles tuberculeux (bov. Vallée). Poids moyen 327^g.

Le 5 novembre, poids moyen 291^g.

Le 21 novembre, poids moyen 202^g.

Le 23 novembre, un des animaux meurt. On trouve, à l'autopsie, un liquide péritonéal hémorragique; tout l'intestin est enveloppé dans une masse caséeuse. Il est parsemé, ainsi que l'estomac, de nombreuses granulations, le tout contenant des bacilles en abondance. Rate légèrement hypertrophiée, à surface rugueuse, sans granulations nettement visibles. Dans les frottis, quelques rares bacilles. Foie gros, présentant un aspect feuille morte et une dégénérescence graisseuse. Sur le diaphragme, deux granulations et enfin, sur le poumon, nombreuses granulations avec bacilles en amas. Par contre les ganglions inguinaux et trachéo-bronchiques étaient à peine visibles.

Le second Spermophile meurt le 26 novembre. A l'autopsie, énormes lésions épiploïques et intestinales englobant les anses qui présentaient des tubercules. Ganglions mésentériques caséeux, riches en bacilles. Lésions caséeuses sur les organes génitaux. Foie gros, en partie caséeux. La rate un peu volumineuse, mais sans tubercules visibles. A l'ouverture de la cage thoracique, double pleurésie; quelques granulations sur la base du poumon gauche. Enfin ganglions trachéo-bronchiques augmentés de volume et caséeux. Dans leurs frottis, nombreux bacilles de Koch.

Le troisième Spermophile est mort le 8 décembre. Il présentait à l'autopsie de gros ganglions épiploïques et mésentériques caséeux. Tout le mésentère était parsemé de nodules caséeux. Rate un peu augmentée de volume. Foie et poumon d'aspect normal.

Il ressort de ces expériences que :

1° Le Spermophile (*Citillus citillus*) est sensible à l'infection expérimentale par le bacille tuberculeux du type bovin.

2° L'infection du Spermophile se différencie pourtant de celle du cobaye en ce que la rate reste à peu près indemne, alors que le foie, au contraire, est presque toujours lésé.

3° Le Spermophile est plus sensible à l'inoculation par voie péritonéale qu'à celle réalisée par voie sous-cutanée.

4° Bien que l'infection tuberculeuse se manifeste par des lésions nodulaires typiques, l'épreuve intradermique à la tuberculine reste négative.

5° En général, la réinoculation de bacilles au Spermophile tuberculeux ne détermine pas de phénomène de Koch, ou bien celui-ci se montre atypique et abortif.

HYGIÈNE. — *Stérilisation des eaux par les métaux.* Note de MM. **F. Dienert** et **P. Etrillard**, présentée par M. Roux.

Raulin a obtenu l'absence complète de culture d'*Aspergillus niger* en plaçant son liquide nutritif dans une cuvette d'argent. En 1903 (¹) l'un de nous a étudié l'action antiseptique du zinc et du magnésium.

Dernièrement Rudolf Degkwitz, Krause etc. ont étudié tout particulièrement l'action stérilisante de l'argent et sont arrivés à créer un métal très spongieux que Krause a désigné sous le nom de *Katadyn*.

En 1929 (²) M. G. Lakhowsky a fait connaître le résultat de quelques essais, en utilisant des spires d'argent qu'on trempait dans une eau à stériliser.

Le *B. coli*, les germes pathogènes disparaissent en quelques heures dans une eau ainsi traitée. Quand on enlève la spirale argentée, l'eau conserve ses propriétés abiotiques, elle les perd quand on la filtre sur bougie Chamberland, M. Lakhowsky donne une explication physique de la disparition de ces germes dans ses expériences.

Nous avons répété les expériences de ce dernier, avec des spirales en argent, en zinc, en aluminium et en nickel.

Le *B. coli* disparaît peu à peu de l'eau. Avec l'argent et le zinc, il y a une diminution très nette du nombre des germes, pendant les trois premiers jours (passe de 800 à 150), puis une automultiplication faible avec le zinc (150 à 1100), beaucoup plus forte avec l'argent (150 à 3760000), malgré

(¹) *Comptes rendus*, 136, 1903, p. 707.
(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1069.

la présence de la spirale métallique. Devant ces résultats, plusieurs fois confirmés, nous ne pensons pas qu'on doive admettre l'explication physique de M. Lakhowsky, c'est-à-dire que les spires du métal altèrent la fréquence de l'oscillation cellulaire, supposée exister dans l'intérieur des cellules, par cet auteur.

Les expériences sont plus faciles à réaliser au moyen de sable argenté par le procédé bien connu de Kayser.

On fait passer l'eau chargée de *B. coli* ou de germes pathogènes, à travers ce sable métallisé. On constate une disparition très nette du *B. coli*, si le contact de l'eau avec le sable est de plusieurs minutes.

Dans certaines expériences avec de l'eau de Seine brute, contenant 45600 germes, nous avons obtenu une disposition des germes après que l'eau eut séjourné une demi-heure au contact de ce sable.

La disparition du *B. coli* est plus rapide. Les colonies noircissant sur la gélose au plomb, et parmi lesquelles se rencontrent les germes pathogènes, comme le B. d'Eberth, disparaissent encore plus vite.

L'eau ayant passé sur le sable argenté, contient moins de $0^{mg},003$ d'argent par litre. Elle est bactéricide pour les germes non sporulés. Le *B. coli*, introduit dans une telle eau, disparaît en quelques heures. Le bactériophage est rapidement détruit. Les diastases, comme la présure, la sucrase, la pepsine, la pancréatine, sont insensibles à l'action de l'eau ayant passé à travers le filtre à sable métallisé. Celle-ci peut être diluée avec de l'eau ordinaire, son action microbicide est d'autant plus lente qu'elle contient plus de cette dernière eau.

Eau étudiée.	*B. coli* au litre. Temps 0.	Après 1 heure.	Après 3 heures.	Après 48 heures.
Eau ordinaire	27 000	25 000	23 000	5 500
9/10 eau ordinaire + 1/10 eau argentée	26 000	3 600	1 000	30
3/4 » + 1/4 »	20 000	1 600	200	10
1/2 » + 1/2 »	16 000	500	20	0

Il suffit de filtrer rapidement sur sable ordinaire, l'eau ayant passé à travers le sable métallisé, pour qu'elle perde ses propriétés microbicides. Le sable ordinaire acquiert peu à peu des propriétés antiseptiques.

Ce pouvoir abiotique, contenu dans l'eau ayant passé sur sable argenté, n'est altéré ni par le temps, ni par l'ébullition.

Il est fortement ralenti par l'introduction de sel marin.

Eau ayant passé sur sable argenté.	*B. coli* au litre. Temps 0.	Après 15 min.	Après 1 heure.	Après 24 heures.
Sans sel marin........................	78 000	900	0	0
Additionnée de 5 pour 1000 de sel marin.	78 000	42 000	46 000	0

La température augmente l'effet abiotique de l'eau sortant du filtre à sable argenté. Ainsi à 37°, le *B. coli* disparaît en moins de 1 heure, tandis qu'il faut 3 heures à 20°.

L'eau d'égout peut être débarrassée du *B. coli*, en passant pendant quelques minutes à travers ce sable métallisé.

L'agitation d'eau de Seine, pendant 2 minutes avec 10 pour 100 de sable argenté, suffit pour tuer les germes pathogènes et le *B. coli*, et réduire, de 32000 à 2000, le nombre de germes ordinaires et disparition complète des bactéries liquéfiantes au bout d'un repos d'une heure.

En résumé, si une eau quelconque, renfermant cependant moins de $0^g,200$ de sel marin, passe pendant quelques minutes à travers du sable métallisé avec de l'argent, elle se dépouille de ses germes pathogènes.

Par sécurité, il suffit de la faire rester quelque temps dans un réservoir, de la filtrer rapidement à travers du sable ordinaire, pour qu'elle sorte épurée, sans goût ni odeur, et débarrassée de substances microbicides qu'elle renfermait au sortir du sable argenté.

A 16^h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^h 15^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 22 décembre 1930.)

Note de M. *J. Herbrand*, Nouvelle démonstration et généralisation d'un théorème de Minkowski :

Page 1285, ligne 4, ajouter 1 après le signe =.

(Séance du 5 janvier 1931.)

Note de M. *J. Herbrand*, Sur les unités d'un corps algébrique :

Page 25, ligne 10 en remontant,
au lieu de $gT_1 + gT_2 + \ldots + gT_m$, *lire* $gT_0 + gT_1 + \ldots + gT_{m-1}$.
Page 26, lignes 11 et 12, *au lieu de* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$; *lire* $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{p-1}$; ligne 23, *au lieu de* $\beta g \nu_i T_{i+q}$, *lire* $\beta \gamma \nu_i T_{i+q}$.
Page 27, ligne 3, *au lieu de* $f(X^a)$, *lire* $f(\chi^a)$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JANVIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 24 janvier 1931, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Richard Fosse** pour occuper dans la Section d'Économie rurale la place vacante par le décès de M. *Alphonse-Théophile Schlœsing*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Richard Fosse** prend place parmi ses Confrères.

LITHOLOGIE. — *Les pegmatites de la syénite sodalitique de l'île Rouma (archipel de Los, Guinée française). Description d'un nouveau minéral* (sérandite) *qu'elles renferment.* Note [1] de M. **A. Lacroix**.

Au cours de mon exploration des îles de Lòs, en 1913 [2], j'ai particulièrement étudié la syénite feldspathoïdique très riche en soude constituant l'île Rouma. Elle présente de très nombreux accidents pegmatiques consistant en taches, en traînées, plutôt qu'en véritables filons. Ces accidents sont riches en minéraux rares, parmi lesquels se trouve l'espèce nouvelle (NaF) que j'ai appelée villiaumite. Leur composition est, d'ailleurs, variable d'un point à un autre. M. Sérand, qui m'avait servi de guide,

---

[1] Séance du 19 janvier 1931.

[2] *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 653.

a bien voulu, depuis lors, profiter de toutes les occasions possibles pour exploiter, à l'aide d'explosifs, beaucoup de points intéressants. J'ai pu ainsi réunir au Muséum un très grand nombre de documents précieux; le moment est venu de résumer les conclusions de leur étude dont le détail sera publié ailleurs.

Les minéraux constituant ces pegmatites peuvent être répartis en un certain nombre de groupes qui vont être passés en revue suivant l'ordre de leur formation principale; plusieurs d'entre eux ayant des périodes de cristallisation plus étendues, empiètent sur les précédents.

I. L'ossature de la roche consiste en lames (4 à 5^{cm}) de feldspaths alcalins (microperthite de microcline à macles de l'albite seule et d'albite), aplaties suivant $g^1(010)$ et implantées irrégulièrement sur les épontes ou enchevêtrées, en laissant entre elles des intervalles remplis par les minéraux suivants :

II. Dans le cas le plus simple, se trouve d'abord la sodalite incolore ou jaunâtre en grands cristaux possèdant des clivages rhombododécaédriques très éclatants; la néphéline (éléolite) est moins abondante. Il existe aussi des amas pegmatiques essentiellement formés par cette sodalite; j'en signalerai une variété finement grenue, d'un rose carmin très vif sur la cassure fraîche, mais se décolorant presque immédiatement à la lumière.

Fort souvent une partie plus ou moins importante de ces feldspathoïdes est remplacée par d'autres minéraux; les plus fréquents sont l'astrophyllite et l'arfvedsonite; leurs dimensions dépassent souvent plusieurs centimètres, de telle sorte qu'ils englobent ophitiquement un nombre plus ou moins considérable de cristaux de feldspaths. L'eucolite, transparente ou translucide, d'un jaune orangé, est parfois extrêmement abondante en individus de grandes dimensions, alors que le leucophane, jaune citron, est fort rare; ce minéral n'était connu jusqu'alors que dans les syénites néphéliniques de la baie d'Oslo. Je dois signaler de singuliers groupements graphiques de villiaumite dans l'eucolite, bien que la cristallisation du fluorure soit pour la plus grande partie postérieure.

La fluorine, légèrement violacée, est fréquente, mais généralement de petites dimensions. Par contre, une espèce minérale nouvelle qui sera décrite plus loin, sous le nom de *sérandite*, forme localement des cristaux, d'un beau rose.

La blende jaune clair, très fréquente, la molybdénite, exceptionnelle, accompagnent ces minéraux et, comme eux, n'ont pas de formes géométriques distinctes. Par contre, l'ægyrine qui ne manque jamais et qui

souvent est abondante, constitue de longues et grêles aiguilles prismatiques, à formes nettes, isolées, ou enchevêtrées; ce minéral forme aussi des agrégats fibreux de formes très variées.

Tous ces minéraux, à l'exception de l'ægyrine, renferment des minéralisateurs; ils sont fluorés, chlorés ou hydroxylés ou enfin sulfurés.

La sodalite et la néphéline leur sont généralement postérieures.

III. Une phase zéolitique a suivi la précédente; elle consiste en production d'analcime, incolore et translucide, et plus rarement de mésotype; ces minéraux englobent ceux déjà énumérés et, lorsqu'ils ne remplissent pas entièrement les intervalles des feldspaths, ils présentent des formes géométriques, sur quoi sont implantées de petites aiguilles d'ægyrine de seconde formation.

IV. La villiaumite, en cristaux d'un rouge carmin superbe, à trois clivages rectangulaires, comble d'ordinaire toutes les cavités et elle est souvent fort abondante. Alors que jusqu'à présent, je n'avais pu l'étudier que sur de petits cristaux dépassant rarement un millimètre, j'ai actuellement des individus de plus d'un centimètre de côté dont la couleur est extrêmement foncée. Il est du plus haut intérêt théorique de voir que la cristallisation de ces pegmatites s'est terminée dans un véritable bain de fluorure de sodium, manifestation éclatante de l'exactitude de l'importance génétique des minéralisateurs sur laquelle depuis si longtemps les lithologistes français ont insisté.

La villiaumite englobe souvent des aiguilles d'ægyrine; quand, aux affleurements, elle a disparu par dissolution, ces aiguilles apparaissent, implantées sur des cavités miarolitiques secondaires sous forme d'élégantes touffes drusiques.

La composition qui vient d'être exposée est celle de la roche normale, mais il s'est produit plus tard des phénomènes pneumatolytiques sur quoi je voudrais insister. Dans certaines veines de pegmatites, les cristaux d'eucolite rouge orangé, mesurant plusieurs centimètres de diamètre, sont devenus caverneux et ont été partiellement transformés en un agrégat miarolitique de cristaux de catapléite de couleur crème. Cet autre silicozirconate de sodium et de calcium constitue aussi de véritables géodes occupant la place d'eucolite entièrement disparue; elles sont tapissées de cristaux hexagonaux basés, petits, mais très éclatants, et présentant toutes les formes décrites par M. Brögger dans la catapléite du Langesundfjord; c'est donc un second gisement de semblables cristaux. Il n'est pas douteux que la production de catapléite ne soit postérieure à celle de tous les

minéraux précédents; en effet, elle n'est recouverte ni par des zéolites ni par la villiaumite et j'ai même rencontré quelques-uns de ses cristaux implantés sur les parois de cavités de corrosion de la villiaumite.

Il est intéressant de constater que dans les nouveaux échantillons étudiés qui ont été recueillis à quelques décimètres de profondeur, on ne trouve que la forme eucolite, alors que dans les pegmatites que j'ai décrites autrefois [1], d'après des échantillons provenant de la surface de rochers balayés par la mer, cette eucolite était devenue en partie violette et très polychroïque, optiquement positive et par suite transformée en eudialyte. Ce dernier minéral est donc, au moins dans ce gisement, le résultat d'une modification de l'eucolite et vraisemblablement par altération atmosphérique.

Quelques remarques sont nécessaires pour comparer la composition minéralogique de la syénite normale à celle de ses pegmatites. La sérandite, le leucophane, l'eucolite (et par suite la catapléite) sont spéciaux aux pegmatites et celles-ci ne renferment pas la låvénite, le silicozirconate caractéristique de la syénite; cette dernière contient, en outre, du pyrochlore, de la galène, non observés dans les pegmatites, mais ni blende ni molybdénite.

Certains des minéraux de ce gisement si remarquable présentent une particularité digne de remarque, une fluorescence très intense pour les rayons ultraviolets. C'est d'abord le cas pour la sodalite; sa fluorescence jaune orangé est extraordinairement vive : un échantillon de la roche placé dans l'appareil à lampe de quartz produit une véritable illumination; cet examen montre que dans la syénite, aussi bien que dans ses pegmatites, la sodalite est infiniment plus abondante que ne peut le faire supposer l'examen microscopique qui permet mal sa distinction avec l'analcime; aussi les syénites de Rouma sont-elles plus correctement appelées syénites *sodalitiques* que néphéliniques. Cette même fluorescence peut être constatée dans la sodalite rouge de Rajputana (Indes) possédant aussi la propriété de se décolorer à la lumière, et aussi dans la sodalite de la naujaite d'Ilimansuk (Groenland), qui perd également sa couleur d'un violet rouge à la lumière, pour devenir ensuite d'un vert clair. Ces deux propriétés paraissent donc liées l'une à l'autre. Il faut remarquer, qu'aux îles de Los même, la sodalite bleue de la syénite à ægyrine de la côte orientale de Kassa et celle, incolore ou jaune, de la syénite à hornblende de Tamara ne sont pas fluorescentes.

---

(1) *Nouvelles Archives Muséum*, 5e série, 3, 1911, p. 29 (pl. I, fig. 6).

Les autres minéraux suivants sont aussi très fluorescents : la catapléite, en vert d'urane très brillant ; le leucophane, en rose fleur de pêcher foncé, semblable à celui de de l'érythrite ; la fluorine, en violet rappelant celui de l'hétérosite. L'eucolite n'est généralement pas fluorescente, mais, çà et là, quelques grains le sont, avec une couleur rouge écarlate.

Je noterai, en passant, que le leucophane du Langesundfjord présente la même fluorescence que celui de Rouma, alors que la catapléite du même gisement est inerte.

Chacun de ces minéraux ayant une fluorescence spéciale, et les feldspaths, les zéolites, la néphéline ainsi que tous les autres minéraux qui les accompagnent ne présentant pas cette propriété, l'examen de la roche elle-même à la lumière ultraviolette constitue un procédé d'étude extrêmement rapide et précieux.

Il me reste à décrire le minéral nouveau que je dédie à M. Sérand. Il forme des cristaux allongés, atteignant jusqu'à 5^{cm} de longueur, sa couleur est un rose fleur de pêcher remarquablement frais. Les cristaux sont monocliniques, allongés suivant ph^1, zone dans laquelle se trouvent deux clivages en apparence parfaits dont l'un, p(001), est plus facile que l'autre, h^1(100), mais en réalité ils ne donnent que de très mauvaises mesures goniométriques : l'angle ph^1 paraît être voisin de 85°30' ; h^1 est strié parallèlement à l'allongement.

Le minéral est optiquement positif. La bissectrice et le plan des axes optiques sont perpendiculaires au plan de symétrie. La fragilité de la sérandite est telle qu'il n'a pas été possible de tailler de plaques perpendiculairement à l'allongement et par suite aux clivages. Pour déterminer les propriétés optiques dans le plan de symétrie, j'ai eu recours à M. l'abbé Gaudefroy qui les a déduites de l'étude d'un clivage par le procédé qu'il a récemment décrit. Autour de la bissectrice aiguë positive, $2V = 35°30'$ (raie D), n_p fait 57° avec h^1, dans l'angle aigu ph^1 ; $n_g - n_p = 0{,}035$.

La mesure des indices, effectuée par M. Gaubert à l'aide de la méthode de l'immersion, donne des résultats assez peu précis, sans doute par suite de variations de composition chimique ; il a été trouvé $n_g = 1{,}688$; $n_p = 1{,}660$. Quant à l'indice n_m, il oscille autour de 1,664.

L'analyse chimique suivante a été faite par M. Raoult : SiO^2 48,72 ; Al^2O^3 0,29 ; Fe^2O^3 0,03 ; FeO 1,33 ; MnO 28,99 ; MgO 0,06 ; CaO 10,42 ; Na^2O 7,38 ; K^2O 0,26 ; H^2O + 2,67 ; H^2O − 0,11 ; total 100,46.

Sous réserve d'une quantité de H^2O + un peu trop élevée, due peut-être

à un commencement d'altération, cette composition correspond au rapport suivant : $SiO^2 : (MnO, CaO) : (Na^2O, K^2O) : H^2O = 10 : 7,5 : 1,5 : 1$, c'est-à-dire à un rapport de métasilicate acide, voisin de la pectolite, minéral dans quoi ce même rapport est $6 : 4 : 1 : 1$, mais la caractéristique la plus importante tient à ce que la pectolite est entièrement calcique, alors que dans notre minéral la chaux est en partie remplacée par du manganèse ($MnO : CaO : = 2,2 : 1$). On connaît bien une variété manganésifère de pectolite, la *manganpectolite* de Magnet Cove (Arkansas), mais le manganèse n'y existe qu'en petite quantité ($MnO : CaO = 0,11 : 1$), aussi la densité de ce minéral (2,88) est-elle très voisine de celle de la pectolite (2,78), tandis que le minéral de Rouma a une densité de 3,215. De plus, les propriétés optiques données par J. Francis Williams sont différentes de celles indiquées plus haut. Pour toutes ces raisons, il me semble légitime de désigner la sérandite sous ce nom spécial.

ÉPIDÉMIOLOGIE. — *Sur l'existence, en Tunisie, de la fièvre récurrente espagnole.* Note de MM. **Charles Nicolle, Charles Anderson** et **F. Le Chuiton.**

L'existence d'une fièvre récurrente, transmise par des tiques, a été reconnue en Espagne par Sadi de Buen, en 1926. Nous avons décelé la présence, au Maroc, de son agent pathogène, *Spirochæta hispanicum*, en 1928, chez *Ornithodorus erraticus* (alors désigné sous le nom d'*Orn. marocanus*). Plus tard, des cas de la maladie ont été signalés, chez l'homme, dans le même pays.

L'habitat d'*Orn. erraticus*, s'étendant de l'Espagne à l'Égypte, nous avions annoncé l'expansion actuelle ou prochaine de la maladie à l'Algérie et à la Tunisie ([1]). La présente Note justifie cette prévision.

Observation du malade. — Marin, traité à l'hôpital de Sidi Abdallah; atteint de fièvre récurrente; deux accès, le premier de 5 jours, le second de 4, séparés par une période apyrétique de 10 jours. Présence de spirochètes nombreux pendant les accès. Guérison rapide par le 914.

L'inoculation du sang à un cobaye a montré que le spirochète appartient au groupe *Sp. hispanicum*, caractérisé par son pouvoir pathogène élevé pour

([1]) Rôle d'*Orn. erraticus* dans la transmission naturelle de deux spirochètes récurrents. Danger de la propagation de la fièvre récurrente hispano-marocaine à l'Algérie et à la Tunisie (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1220).

le cobaye, auquel il donne une fièvre récurrente véritable (accès fébriles, avec présence de spirochètes nombreux).

Étude expérimentale. — *Pouvoir pathogène*. — *Cobaye* très sensible. Sur 31 exemplaires, inoculés à ce jour, il y a eu 14 morts. Le nombre des accès a été de 4 une fois, de 3 trois fois, de 2 six fois, de 1 douze fois. Sur ces douze derniers cas, il y a eu 10 morts au cours de l'accès. — *Rats et souris*, sensibles. Spirochètes nombreux. 5 animaux; 2 morts; 3 accès une fois, 2 accès deux fois, 1 une fois. — *Singe* (*Macacus cynomolgus*). Un exemplaire inoculé; incubation trois jours; deux accès de 5 et 3 jours, séparés par un intervalle apyrétique de 4 jours; spirochètes nombreux.

Vaccinations croisées. — L'infection, déterminée par le nouveau spirochète, ne laisse après elle aucune immunité vis-à-vis de *Sp. duttoni*, *Sp. normandi* et de deux souches de *Sp. hispanicum* (souche espagnole humaine; souche des ornithodores du Maroc). Les mêmes spirochètes n'immunisent pas contre le spirochète tunisien (expériences encore en cours pour *Sp. duttoni*).

Transmission expérimentale par des Invertébrés. — Nous avons pu faire transmettre le nouveau spirochète par *Orn. erraticus* et *Orn. savignyi*. Les conditions de la transmission sont les mêmes que celles que nous avons reconnues pour tous les spirochètes et les ornithodores, étudiés antérieurement par nous : Tiques adultes et nymphes s'infectent; mais les nymphes seules transmettent par leurs piqûres.

Par contre, nous n'avons pu faire transmettre par le pou le spirochète nouveau.

Mode de transmission naturel. Réservoir du virus. — Le malade habitait à Sidi Salem, petit poste situé à la sortie même de Bizerte. Une enquête, menée en ce point, n'a pas permis, en raison de la saison tardive, d'y récolter des tiques. La présence de nombreux rongeurs nous a été signalée. Il se trouve dans le voisinage, d'autre part, deux porcheries qui seront à explorer plus tard. Aucun porc-épic aux environs.

Au sujet du rôle, attribué par P. Delanoë au porc-épic comme réservoir du virus de la récurrente hispano-marocaine, nous ferons observer que, des renseignements pris à notre demande auprès du Muséum d'Histoire naturelle de Madrid par S. de Buen, il résulte que le porc-épic est totalement disparu de l'Espagne depuis plus de soixante ans.

Unicité des spirochètes du groupe Sp. hispanicum. — Si l'on attachait une importance aux expériences d'immunité croisée, la souche tunisienne devrait être considérée comme constituant une espèce ou une variété particulière

de spirochètes. Nous avons, à plusieurs reprises, insisté sur le fait que tous les échantillons de spirochètes récurrents diffèrent les uns des autres par les réactions d'immunité croisée, comme par celles de l'agglutination. Il n'y a donc ni espèces ni variétés chez les spirochètes récurrents, mais des groupes, et, dans chacun des groupes, des échantillons. Le spirochète tunisien nouveau ne saurait donc être présenté que comme un échantillon du groupe *Sp. hispanicum*.

GÉOMÉTRIE. — *Une généralisation à n dimensions du dernier théorème de géométrie de Poincaré*. Note (¹) de M. **George D. Birkhoff.**

Soit T une transformation, continue, biunivoque et directe d'une région R en une région T(R), R étant simplement connexe et entourant le point invariant O. Supposons de plus que T est *conservative*, c'est-à-dire conserve les aires. Alors le théorème de Poincaré (²), tel que je l'ai déjà étendu (³), peut être énoncé de la manière suivante :

Si la transformation T *fait tourner tous les points de la frontière de* R *dans un même sens autour de* O, *et tous les points suffisamment voisins de* O *dans le sens contraire, il existera au moins deux autres points invariants.*

Évidemment ce théorème est étroitement lié au suivant :

Si la transformation T *ne fait tourner autour de* O *aucun point d'une courbe fermée*, C, *entourant* O *et coupée une seule fois par chaque ligne radiale issue de* O, *il existera au moins deux points invariants sur cette courbe* C.

La démonstration de ce dernier théorème est immédiate. En effet l'image T(C) ne peut, ni contenir C dans son intérieur, ni être contenue dans C, à cause de l'invariance des aires. Donc T(C) doit couper au moins deux fois la courbe C, et les points communs seront nécessairement des points invariants.

Notre but ici est d'indiquer comment on peut généraliser à $n = 2m$ dimensions ce théorème en apparence presque banal, et en donner l'application à la Dynamique.

(¹) Séance du 5 janvier 1931.

(²) Voir son article, *Sur un théorème de Géométrie* (*Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 33, 1912, p. 375).

(³) *An Extension of Poincaré's Last Geometric Theorem* (*Acta mathematica*, 47, 1926, p. 297). Voir aussi mon livre, *Dynamical Systems*, New-York, 1927, Chap. V, VI.

Nous considérons une transformation T :

$$(1)\qquad x_i^{(1)}=\varphi_i(x_1,\ \ldots,\ y_m),\qquad y_i^{(1)}=\psi_i(x_1,\ \ldots,\ y_m)\qquad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ m),$$

où les φ_i, ψ_i sont réelles, analytiques et toutes nulles à l'origine

$$x_1=x_2=\ldots=y_m=0$$

(point invariant de T) tandis que leur déterminant fonctionnel n'est pas nul en ce point. Nous appelons une telle transformation *conservative* si l'on peut écrire identiquement

$$(2)\qquad d\mathrm{I}(x_1,\ \ldots,\ y_m)\equiv\sum_{i=1}^{m}[(x_i^{(1)}dy_i^{(1)}-y_i^{(1)}dx_i^{(1)})-(x_i dy_i-y_i dx_i)],$$

où I est une fonction analytique de x_1, x_2, ..., y_m. La signification de cette relation connue est que la somme des aires incluses par m courbes situées dans les m plans de $x_i y_i$ est conservée par la transformation T.

Supposons maintenant qu'il existe une surface C à m dimensions ayant les propriétés suivantes :

1° Les équations de C sont de la forme

$$r_i=f_i(\theta_1,\ \ldots,\ \theta_m)\qquad (i=1,\ \ldots,\ m)$$

où r_i, θ_i sont les coordonnées polaires qui correspondent à x_i, y_i et les f_i des fonctions analytiques, positives et périodiques de période 2π en θ_1, ..., θ_m.

2° La transformation T ne fait « tourner » autour de l'origine O aucun point de C, c'est-à-dire qu'on a toujours $\theta_i^{(1)}=\theta_i (i=1,\ \ldots,\ m)$ pour un tel point.

Selon le théorème que nous voulons démontrer, *il existera au moins* 2^m *points invariants de la transformation conservative* T *à* $2m$ *dimensions sur une telle surface* C *à m dimensions.*

En effet la relation (2) peut s'écrire

$$d\mathrm{I}=\sum_{i=1}^{m}(r_i^{(1)2}\,d\theta_i^{(1)}-r_i^2\,d\theta_i).$$

Mais sur la surface C, on a $d\theta_i^{(1)}=d\theta_i$ (pour $i=1,\ \ldots,\ m$), donc

$$d\mathrm{I}=\sum_{i=1}^{m}(r_i^{(1)2}-r_i^2)\,d\theta_i.$$

D'autre part, la fonction I aura sur cette surface au moins 2^m points

auxquels $dI = 0$, ce qui implique $r_i' = r_i$ (pour $i = 1, \ldots, m$). Tous ces points sont nécessairement invariants.

L'application de ce théorème à la Dynamique demande une étude spéciale des transformations conservatives. Comme je l'ai déjà démontré (*loc. cit.*), celles-ci peuvent se mettre sous une forme normale essentiellement unique

$$(3)\quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_i^{(1)} = \bar{x}_i \dfrac{\partial F}{\partial u}, \qquad \bar{y}_i^{(1)} = -\bar{y}_i \dfrac{\partial F}{\partial u_i} \qquad (i = 1, \ldots, m), \\ \left[u_i = \bar{x}_i \bar{y}_i,\ F(u_1, \ldots, u_m) = \displaystyle\sum_{i=1}^{m} \lambda_i u_i + \sum_{i,j=1}^{m} c_{ij} u_i u_j + \ldots \right]. \end{array} \right.$$

Pour atteindre cette forme normale il faut en général employer des séries divergentes à coefficients imaginaires. Dans le cas d'un mouvement périodique stable, les constantes λ_i et c_{ij} sont des constantes purement imaginaires.

En employant cette forme normale, on peut démontrer l'existence d'un nombre infini de valeurs de k avec des transformations T^k correspondantes (puissances de T) qui donnent des surfaces C_k du type demandé par notre théorème, d'où la conclusion principale :

Si les constantes λ_i associées avec un mouvement périodique stable d'un système dynamique de $m+1$ degrés de liberté ne sont liées par aucune relation $\lambda_1 p_1 + \ldots + \lambda_m p_m = 0$, $p_1, \ldots, p_m$ étant des entiers, et si le déterminant $|c_{ij}|$ n'est pas nul, il existera un nombre infini de mouvements périodiques dans le voisinage immédiat du mouvement périodique donné.

Donc le résultat que j'avais seulement démontré dans le cas de deux degrés de liberté (*loc. cit.*) subsiste encore dans le cas général.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'autohydrolyse des dextrines diastasiques.* Note [1] de M. **Jean Effront.**

Au cours de la saccharification de l'amidon, il se forme des dextrines dont le pouvoir réducteur (P. R.) peut s'exprimer par leur teneur en maltose pour 100 (M/A). Au début de l'hydrolyse on obtient des produits de M/A = 0,2 à 0,6; ensuite, le P. R. augmente progressivement pour arriver à la fin à une valeur de 30-35. Ces données m'ont amené à admettre que la saccharification s'effectue en deux phases : formation d'une

[1] Séance du 12 janvier 1931.

dextrine réductrice, puis dédoublement de cette dextrine en maltose et en dextrine non réductrice, celle-ci s'hydratant à son tour pour donner une nouvelle dextrine réductrice ayant un poids moléculaire inférieur, et par conséquent un M/A supérieur. L'amidon apparaît donc comme un complexe des groupements d'anhydrides du maltose dans lequel l'hydratation n'affecte qu'un seul groupement à la fois qui donne naissance au maltose, lequel reste cependant combiné avec le reste du complexe. Exemple :

$$(C^{12}H^{20}O^{10})^{100} + H^2O = [(C^{12}H^{20}O^{10})^{99}C^{12}H^{22}O^{11}].$$

Dextr. non réduct. Dex. réd.: M/A = 1,055; P. Mol. 32418.

Le P. R. est donc lié au poids moléculaire des dextrines. En effet :

1. Dextrine M/A = 2,11 Poids mol : calc. = 16226; trouvé = 16500 } cryosc.
2. Dextrine M/A = 10,55 Poids mol : calc. = 3259; trouvé = 3259 }

Cependant ces résultats favorables ne se vérifient pas avec d'autres échantillons de dextrines, vraisemblablement en raison de différences dans l'état de pureté de celles-ci. Pour certains auteurs, le P. R. des dextrines serait dû principalement au maltose adhérent qui ne se laisse pas enlever complètement par purification. Mes recherches m'ont prouvé qu'en réalité la difficulté de l'épuration des dextrines n'est pas due à une adhérence du maltose libre, mais au fait que les disolvants agissent sur la dextrine en formant du maltose. Cette saccharification, peu sensible dans l'empois, se montre très active avec l'amylo-dextrine; elle est plus faible avec l'érythrodextrine et nulle avec l'achroo-dextrine.

	Dextrine gr. Volume H^2O.	Répartition des réducteurs en milligrammes (de maltose).				M/A des dextrines.	
		Début.	Fin.	Solution.	Résidu.	Début.	Fin.
1.	1g,78 + 500cm³ H^2O...	10,8	21,4	11,4	10	0,606	0,584
2.	1,78 + 2 × 500 » ...	9,8	64,4	46,0	18,4	0,553	1,33
3.	10 + 5 × 500 » ...	58,5	150,7	32,6	118,1	0,585	1,59
4.	7 + 4 × 300 » ...	18,9	45,4	2,8	42,6	0,270	0,74

Dans 1, nous prenons 1g,78 de dextrine contenant au début 10mg,8 de réducteurs; après 24 heures de séjour dans H^2O avec agitation, ils en contiennent déjà 21,4 dont 10 dans la partie non dissoute. Dans 2, l'eau a été renouvelée après 24 heures ce qui a augmenté 6,5 fois la quantité de réducteurs. Dans 3, l'hydrolyse est ralentie par suite de l'augmentation de la concentration, l'extrait total étant 5 fois plus élevé que dans 1. Or, l'hydrolyse est favorisée par la grande dilution. Le M/A dans 1 nous montre

que l'auto-hydrolyse s'est portée sur la partie dissoute. Il n'y a pas eu d'augmentation des réducteurs dans la partie non dissoute. En renouvelant le dissolvant, l'action se porte également sur la partie restée insoluble de l'expérience 2.

Une dextrine brute ayant un M/A de 4,7, traitée à 5 reprises par l'alcool, est soumise à l'action de H^2O froide. Le filtrat est évaporé et de nouveau traité par l'alcool. Ces traitements successifs nous révèlent l'action de « l'épuration » sur la nature des dextrines.

Dextrine et dissolvant.	Analyse du filtrat : teneur °/₀. Extrait.	Maltose.	M/A de la solut.	M/A de la dextrine résiduaire.	Réducteurs en plus.
1. Dextrine M/A = 4,7; 5 épuisem. alc. b. 82°..	3,09	53	78,3-2,4	2,15	0
2. Dextrine M/A = 4,7; 5 épuisem. alc. b. 75°..	6,1	79	63-28	1,725	15,8 °/₀
3. Dextrine M/A = 4,7; 6 épuisem. H^2O fr.....	36	109	23-6,6	1,74	30 °/₀
4. Dextrine résid. de (1) M/A = 2,15; 6 ép. H^2O.	14,15	61,9	20-15	1,53	22,5 °/₀
5. Dextrine résid. de (2); M/A = 1,725; 6 ép. H^2O.	17	33,9	5,3	1,54	4,5 °/₀
6. Partie sol. de (5), trait. par alc...............	7,7	53,9	64	2,93	-

Le traitement de la dextrine par l'alcool bouillant (essai 1) amène en solution 3,09 pour 100 de la matière totale et 53 pour 100 des réducteurs. Les chiffres relatifs au M/A de la solution correspondent au premier et au dernier épuisement. Le M/A = 2,4 du dernier épuisement se rapproche de celui de la dextrine restée non dissoute (2,15). Avec l'alcool à 75° (2) l'extraction augmente et 79 pour 100 des réducteurs passent en solution. Avec l'eau, la quantité des réducteurs s'accroît de 30 pour 100. La dextrine non dissoute par l'alcool (1) subit un grand changement lorsqu'on la traite par H^2O (4) : 61,9 pour 100 des réducteurs passent de nouveau dans la solution et l'auto-hydrolyse amène une augmentation des réducteurs de 22,5 pour 100. Quant au (6) il nous renseigne sur la nature des produits formés par l'auto-hydrolyse. Le filtrat de (5) évaporé à sec et traité par l'alcool à 75° et 82° laisse finalement un liquide de M/A 64 dans lequel on a pu caractériser le maltose libre. On voit que le traitement des dextrines débarrassées du maltose adhérent amène un changement dans le P.R. de la partie non dissoute. Dans (5) le M/A tombe de 1,725 à 1,54 pour remonter

dans (6) à 2,93. Une élévation analogue se manifeste dans les essais du tableau précédent.

La diminution du P.R. pourrait s'expliquer par le ralentissement ou l'arrêt de l'hydrolyse au moment du passage du stade dextrine réductrice au stade dextrine non réductrice, passage qui abaisse le P.R. de la masse. L'augmentation, au contraire, correspondrait à la marche normale de la saccharification décrite plus haut et qui amène une augmentation du M/A par suite de l'abaissement du poids moléculaire.

On peut donc conclure que les dextrines réductrices se forment au cours d'une phase préliminaire de la saccharification. Le maltose que l'on retrouve au cours de l'épuisement des dextrines a son origine dans le dédoublement de ces dextrines réductrices. Dans l'épuration par les dissolvants ou par dialyse, l'auto-hydrolyse joue un rôle prédominant auquel s'ajoutent des phénomènes de polymérisation. Il s'ensuit que les produits obtenus ne sont pas seulement épurés, mais surtout dénaturés, fait qui se rapproche de celui que nous avons constaté en étudiant la rétrogradation de l'amidon [1].

M. **M. d'Ocagne** fait hommage à l'Académie du compte rendu récemment paru de la *Conférence des Sociétés savantes, littéraires et artistiques de Seine-et-Oise* tenue, sous sa présidence, à Argenteuil, du 1er au 3 juin 1928.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Ch. Fabry**, **Ch. Maurain**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **E. Roux**, **G. Urbain**, pour la Division des Sciences physiques; MM. **P. Janet**, **A. Desgrez**, Académiciens libres, sont élus membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, présentera une liste de candidats à la place d'Académicien libre vacante par le décès de M. *Achille Le Bel*.

---

[1] *Ann. de la Soc. de Zymologie pure et appliquée*, **2**, 1, 1930, p. 5, et *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1170.

PLIS CACHETÉS [1].

Observation d'une émission particulière par la cathode métallique refroidie d'un arc électrique. Note de M. **Georges Laudet**, retirée, sur sa demande, du pli cacheté n° 8975, déposé le 6 mars 1922.

Les expériences exécutées en 1912 sur des arcs à négatif refroidi nous ont amené à constater des phénomènes visibles d'émission et de propagation d'électrons dans l'air ambiant.

L'arc électrique était produit par un courant de 60 ampères au moins, le charbon positif était du type courant employé pour les projections (20^{mm} de diamètre environ), la cathode était en cuivre rouge mince ayant la forme d'un charbon négatif ordinaire; un tube intérieur amenait un courant d'eau froide au point où devait aboutir l'arc, l'eau s'écoulait librement par un conduit situé à la base.

On remarque tout d'abord que, si les électrodes sont trop rapprochés, un champignon se forme sur la cathode au moyen des particules issues du charbon positif comme dans les arcs à deux charbons. Dès que l'arc est assez grand pour que le champignon disparaisse il se concentre sur la cathode froide en un point très petit qui devient absolument instable et se déplace d'autant plus rapidement que l'arc est plus grand. On constate que le point de contact de l'arc et de la cathode est un lieu d'émission d'électrons invisibles qui tendent à souffler l'arc et qui, jaillissant tout autour de son point de contact avec la cathode, le restreignent au minimum.

Dans le cas où l'arc est écarté sous l'influence du champ créé par sa courbure, on atteint, dans certaines conditions de surface ou d'incidence de la cathode, une position dans laquelle l'arc se fixe. Il part alors du point de contact et normalement à la cathode, une ligne lumineuse absolument droite, créée par l'émission électronique de la cathode et que nous avons vu atteindre jusqu'à 10 et 15^{cm} de longueur.

L'éclairement de la trajectoire est-il dû à des particules provenant du charbon positif entraînées dans l'air par les électrons après avoir touché la cathode? Ou bien provient-il de l'air ambiant rendu lumineux au passage

---

(1) Séance du 19 janvier 1931.

d'une grande quantité d'électrons circulant sur une trajectoire unique et provenant d'un point infiniment petit?

Les circonstances de cet essai, qu'il ne nous a pas été donné de répéter depuis, ne nous permettent pas d'être fixé à ce sujet.

CORRESPONDANCE.

M. **Eugène Fabry**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse des remercîments à l'Académie.

Le **Président de la Royal Institution of Great Britain** invite l'Académie à déléguer un de ses membres à la célébration du *Centenaire de la découverte de l'Induction électromagnétique*, par Michael Faraday, le 21 septembre 1931, à Londres.

Le **Comité exécutif** invite l'Académie à se faire représenter au Cinquième Pacific Science Congress, qui se tiendra à Victoria et Vancouver (British Columbia, Canada) du 23 mai au 4 juin 1932.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *The Minutes of the Inaugural Meeting of the* African Academy, tenu à Sekondi (Gold Coast, West Africa) le vendredi 27 juin 1930.

2° J. Goursat. *Le bassin houiller du sud-ouest de Madagascar.*

3° Adrien Favre. *Les origines du Système Métrique.*

4° *Faune de France*, 21 : *Mollusques terrestres et fluviatiles* (première partie), par Louis Germain. (Présenté par M. L. Joubin.)

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur la réciprocité de deux complexes descriptibles par congruences linéaires.* Note de M. **Paul Mentré**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Dans une Note récente ([1]), dont j'utiliserai les notations, j'ai étudié les complexes G engendrés par une congruence linéaire non spéciale V

([1]) Paul Mentré, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 644.

subissant un déplacement projectif à un paramètre et ayant pour directrices S et S'.

Je vais montrer qu'à toute complexe G on peut faire correspondre, d'une manière réciproque, un autre complexe $\overline{G}$ de même nature.

2. Nous avons vu [1] qu'un complexe G est formé par ∞^2 demi-quadriques Q se répartissant en ∞^1 faisceaux ponctuels dont les bases sont des quadrilatères gauches (de côtés S, T, S', T'). La famille des ∞^1 quadrilatères gauches n'est d'ailleurs pas quelconque. Les côtés opposés T et T' s'appuient sur deux positions successives, infiniment voisines, des deux autres côtés S et S'.

Mais en vertu du théorème général de réciprocité de deux complexes linéaires mobiles [2] (appliqué au cas de deux complexes linéaires spéciaux dont les directrices sont deux côtés adjacents), les côtés S et S' s'appuient sur deux positions successives, infiniment voisines, des deux autres côtés T et T'. Le déplacement des deux côtés T et T' est, par suite, réciproque du déplacement des deux côtés S et S'.

Il est donc naturel d'associer à un complexe G le complexe $\overline{G}$ engendré par la congruence linéaire V qui a pour directrices T et T'.

3. Le complexe $\overline{G}$ est de même nature que le complexe G. Les ∞^2 quadriques $\overline{Q}$ qui forment le complexe $\overline{G}$ doivent se répartir en ∞^1 faisceaux ponctuels; elles coïncident manifestement avec les demi-quadriques complémentaires des demi-quadriques Q. Les deux complexes G et $\overline{G}$ sont engendrés simultanément par les génératrices de l'un et de l'autre système d'une quadrique subissant un déplacement (non arbitraire) à deux paramètres.

4. Le complexe G est enveloppé, comme nous l'avons remarqué [1], par un complexe linéaire non spécial γ ne dépendant que de deux paramètres u et f. La famille des ∞^2 complexes linéaires est formée par les ∞^1 faisceaux linéaires définis par les congruences linéaires V. D'ailleurs chaque demi-quadrique Q est une surface principale du complexe G, car le complexe linéaire γ reste non seulement stationnaire mais fixe quand la droite génératrice de G se déplace sur Q.

Le complexe $\overline{G}$ est enveloppé par un complexe linéaire $\overline{\gamma}$ dépendant des deux paramètres de position de $\overline{Q}$, c'est-à-dire des deux paramètres u et f.

---

(1) Paul Mentré, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 644.
(2) Paul Mentré, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 724.

Remarquons que la demi-quadrique Q est la caractéristique du complexe linéaire mobile γ. Par suite les complexes γ et $\gamma + d\gamma$ ont en commun Q; de même les complexes $\bar{\gamma}$ et $\bar{\gamma} + d\bar{\gamma}$ ont en commun $\overline{Q}$. Il en résulte que les complexes γ et $\gamma + d\gamma$ sont conjugués aux complexes $\bar{\gamma}$ et $\bar{\gamma} + d\bar{\gamma}$. Autrement dit les deux complexes enveloppant γ et $\bar{\gamma}$ prennent un déplacement simultané à deux paramètres de telle sorte que γ soit conjugué à deux positions successives de $\bar{\gamma}$ et vice versa.

Résumons ce qui précède :

Soit un quadrilatère gauche K. *Il définit un faisceau ponctuel de quadriques* R. *Si l'on donne au quadrilatère un déplacement à un paramètre de telle sorte que chaque côté soit tangent aux surfaces réglées décrites par les deux côtés contigus, les génératrices de l'un et de l'autre système des ∞^2 quadriques* R *constituent respectivement l'un et l'autre de deux complexes remarquables* G *et* $\overline{G}$ *qui se correspondent d'une manière réciproque. Chacun de ces deux complexes est enveloppé par un complexe linéaire γ ou $\bar{\gamma}$ ne dépendant que de deux paramètres. De plus les génératrices d'un système d'une quadrique* R *constituent une surface principale de* G *ou* $\overline{G}$.

Deux des quatre foyers inflexionnels de Kœnigs d'une droite de G *ou* $\overline{G}$ *décrivent les mêmes surfaces réglées que deux côtés opposés du quadrilatère* K.

5. Plaçons-nous dans le cas particulier où le déplacement des droites S et S′ est tel que deux congruences linéaires successives V et $V + dV$ sont situées dans un même complexe linéaire γ.

Deux directrices successives S et les deux directrices S′ correspondantes seront alors situées sur une même demi-quadrique D; deux génératrices quelconques de la demi-quadrique $\overline{D}$ complémentaire pourront jouer le rôle des directrices T et T′. Le complexe G admet donc une infinité de complexes réciproques $\overline{G}$.

Le complexe linéaire γ ne dépend plus que d'un paramètre, tandis que le complexe $\bar{\gamma}$ dépend encore en général de deux paramètres. Le complexe G étant enveloppé par un complexe linéaire ne dépendant que d'un seul paramètre a des propriétés remarquables que nous avons déjà étudiées ailleurs (1).

6. Restons dans le cas particulier. Parmi l'infinité de complexes $\overline{G}$ réciproques du complexe G, il en est un remarquable qui est, comme G, enveloppé par un complexe linéaire dépendant d'un seul paramètre $\bar{\gamma}$.

(1) P. Mentré, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 941; 183, 1926, p. 724; 184, 1927, p. 428; 185, 1927, p. 1179.

Les droites T et T' s'appuient alors sur trois génératrices S et S' successives infiniment voisines. Le déplacement simultané des deux complexes linéaires γ et $\overline{\gamma}$ s'effectue de telle sorte que γ soit conjugué à cinq positions successives de $\overline{\gamma}$ et vice versa.

Quand un quadrilatère gauche K *se déplace de telle manière que chaque côté est une direction asymptotique des surfaces engendrées par les deux côtés contigus, les demi-quadriques complémentaires* Q *et* $\overline{Q}$, *qui constituent le faisceau ponctuel des quadriques s'appuyant sur une position de* K, *engendrent deux complexes remarquables et réciproques* G et $\overline{G}$, *qui sont enveloppés par un complexe linéaire* (γ *ou* $\overline{\gamma}$) *ne dépendant que d'un paramètre.*

Il n'y a sur chacune des droites de G *ou de* $\overline{G}$ *que deux foyers inflexionnels de Kœnigs qui sont doubles et sont situés sur les surfaces réglées décrites par deux côtés opposés du quadrilatère* K (¹).

7. La méthode de calcul extérieur de M. Cartan se prête facilement à la démonstration analytique des propriétés précédemment énoncées.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la structure des ensembles de capacité nulle.* Note de M. **Marcel Brelot.**

1. Soit dans l'espace à $n \geqq 3$ dimensions un ensemble E *borné, fermé, de capacité nulle.* On obtient immédiatement des propriétés importantes de sa structure à l'aide du théorème suivant de MM. Kellog-Vasilesco (²) :

Soit un domaine borné Ω de frontière Σ sur laquelle est un ensemble s de capacité nulle; il ne peut exister deux fonctions distinctes, harmoniques et bornées sur Ω, prenant en tout point de $(\Sigma - s)$ une même valeur déterminée.

2. *Toute section sphérique de* E *est de mesure nulle.* — Montrons que, si s est un ensemble fermé de capacité nulle tracé sur une sphère Σ, s est de mesure nulle. Considérons l'intégrale de Poisson pour la sphère, définie par la distribution égale à 0 sur s, à 1 sur $\Sigma - s$. Comme l'allure en un point de la sphère ne dépend que de la distribution au voisinage de ce point, la fonction ainsi définie, qui est harmonique et bornée à l'intérieur de Σ, prendra en tout point de $\Sigma - s$ (ouvert sur Σ) la valeur déterminée 1. Donc elle coïncide avec la fonction const. $= 1$ qui jouit de la même propriété. En

(¹) Voir la note de la page 205.

(²) Vasilesco, *Journal de Math.*, 9, xxiii, 1930, p. 95.

particulier elle est égale à 1 au centre de Σ, ce qui signifie, d'après l'intégrale de Poisson qui se réduit au théorème de la moyenne, que la mesure de s est nulle.

3. E *ne saurait partager l'intérieur d'une sphère* Σ *en deux domaines au moins*, ce qui entraîne que l'extérieur de E soit connexe.

Sinon soient ω un des domaines et σ une sphère dans un autre.

Les fonctions harmoniques entre les deux sphères, prenant les valeurs 1 sur Σ et respectivement 0 et 1 sur σ, sont partout différentes et elles devraient coïncider sur ω.

Le théorème revient à M. Bouligand, qui m'avait esquissé une démonstration qu'on peut présenter ainsi : la frontière de ω admet une portion intérieure à Σ, formée de points de E et sur laquelle on peut trouver des points M de la frontière *extérieure*; en M, la frontière de ω serait de capacité nulle, ce qui est impossible [1].

3. Dire que E est de capacité nulle, c'est dire que toute fonction harmonique et bornée au voisinage peut être définie sur E de façon à y être aussi harmonique. Donc une transformation conforme, une inversion, transforment E en un ensemble de même nature.

Par suite *les sections planes de* E *sont aussi de mesure nulle, ce qui entraîne que la mesure spatiale aussi soit nulle*.

4. On peut voir de façon plus directe que l'extérieur de E est connexe et que toute section sphérique est de capacité nulle.

Soient Σ une sphère contenant E complètement intérieur, Ω la portion du domaine extérieur à E s'étendant à l'infini, qui est contenu dans Σ. La frontière de Ω comprend Σ et un sous-ensemble e de E. Le problème de Dirichlet au sens de M. Wiener pour Ω, avec la valeur 0 sur Σ et la valeur 1 sur e, admet la solution 0; cela entraîne que toute fonction harmonique et bornée sur Ω, prenant la valeur 0 sur Σ, soit nulle. On en déduit l'impossibilité de l'existence d'un ensemble ouvert ω intérieur à Σ et n'appartenant pas à Ω; en considérant une sphère σ dans ω et la fonction harmonique > 0 entre Σ et σ, nulle sur Σ, égale à 1 sur σ; ce qui montre à la fois que Σ n'a pas de points intérieurs et que son extérieur est connexe.

Soient δ_n une suite de systèmes polycubiques emboîtés de contour γ_n d'extérieur connexe et se réduisant à E quand $n \to +\infty$, S une sphère d'intérieur S_i et rencontrant E, Σ une sphère d'intérieur Σ_i contenant S et δ_n. Soient h_n harmonique sur $(\Omega - \delta_n)$, nulle sur γ_n, égale à 1 sur Σ; h'_n et h''_n deux inté-

(1) VASILESCO, *loc. cit.*, XVIII et XXVII.

grales de Poisson pour S correspondant respectivement : h'_n à la distribution continue sur S égale à o dans δ_n et à h_n ailleurs, h''_n à la distribution égale à o dans δ_n et à 1 ailleurs. Il est immédiat que : $0 < h_n < h'_n < h''_n < 1$ (n assez grand) sur l'ensemble commun à S_i et $(\Sigma_i - \delta_n)$. Or $h_n \to 1$ sur $(\Sigma_i - E)$ (¹); donc $h''_n \to 1$ sur l'ensemble ouvert Δ commun à S_i et $(\Sigma_i - E)$. Or h''_n est croissante et tend donc vers une fonction harmonique; celle-ci, égale à 1 sur Δ, est égale à 1 sur S_i. Donc, au centre o de S : $h''_n(0) \to 1$ d'où l'on conclut.

5. Tout ce qui précède est valable pour le plan en prenant simplement comme condition de capacité nulle d'un ensemble borné fermé E, celle que : Σ étant un cercle contenant E complètement intérieur, Ω la portion formée dans Σ du domaine extérieur à E et s'étendant à l'infini, le problème de Dirichlet au sens de M. Wiener pour Ω, les valeurs étant o et 1 pour les points frontière suivant qu'ils appartiennent ou non à Σ, admette la solution o (²). Ajoutons que *la section de* E *par un arc analytique est de mesure nulle.*

MÉCANIQUE. — *Sur un perfectionnement du pendule de Foucault et sur l'entretien des oscillations.* Note (³) de M. **Charron**.

I. L'expérimentateur qui veut improviser l'expérience du pendule de Foucault se heurte à de grandes difficultés. La précaution la plus élémentaire consiste à éviter toute vitesse initiale par rapport au sol. C'est un point sur lequel il n'y a pas lieu d'insister.

Supposons donc cette condition remplie; le pendule part dans un plan vertical déterminé que l'expérimentateur note. Quand il veut faire une seconde observation, quelques heures plus tard, il retrouve en général le pendule décrivant une trajectoire elliptique. S'il essaye de prendre, comme plan moyen d'oscillation, le plan vertical contenant le grand axe de l'ellipse, il trouve une déviation considérable, ne correspondant en aucune manière au résultat attendu, et parfois même contraire au sens prévu.

II. La principale difficulté provient de la dissymétrie du corps suspendu, du fil et du point d'attache par rapport à la verticale de ce point. Cette

---

(¹) Car $1 - h_n$ est la fonction harmonique sur $\Sigma_i - \delta_n$, nulle sur Σ, égale à 1 sur γ_n; et celle-ci doit tendre vers zéro.

(²) On peut voir que cette définition est indépendante du choix de Σ.

(³) Séance du 19 janvier 1931.

dissymétrie est généralement très faible, elle suffit cependant à imposer au pendule des durées d'oscillation légèrement inégales dans des directions différentes; c'est de là que résulte l'ovalisation de la trajectoire suivant une sorte d'ellipse qui se déforme très lentement.

On sait d'ailleurs que le grand axe de l'ellipse tourne, dans le sens même où elle est parcourue, indépendamment de la rotation terrestre, de sorte que la déviation apparente due au mouvement de la Terre se trouve faussée ou même inversée. Le déplacement angulaire du grand axe de l'ellipse est d'autant plus lent que le pendule est plus long. C'est pour cette raison que l'expérience du pendule de Foucault est d'autant moins difficile à réaliser que le fil est plus long, outre l'avantage dû à la moindre réduction d'amplitude en fonction du temps.

Ces difficultés n'avaient pas échappé à Foucault, qui essaya différents modes d'attache. Il préconisa même celui qui consistait à suspendre le fil à la filière d'où il était incomplètement sorti. Lui-même et, plus tard, d'autres physiciens obtinrent de bons résultats avec des suspensions à la Cardan soigneusement réglées.

Ainsi, d'une part la difficulté d'empêcher l'ovalisation de la trajectoire, d'autre part la grande longueur désirable, qui rend l'ovalisation moins préjudiciable quand elle se produit et permet aux oscillations de persister longtemps, telles sont les raisons qui s'opposent à la diffusion de cette belle expérience.

III. Le procédé suivant la rend particulièrement facile.

Imaginons, sur la verticale du point de suspension et à quelque distance au-dessous, un petit anneau horizontal. Le frottement entre le fil et l'anneau suffit à empêcher toute ovalisation de la trajectoire. *Il n'y a plus, pour ainsi dire, aucune précaution à prendre*. Le fil peut être pincé d'une manière quelconque, dans un petit étau renversé par exemple. On lance le pendule à la main n'importe comment. Même s'il commence par décrire une ellipse, au bout de quelques oscillations, la trajectoire du fil devient plane, à partir de ce moment, son plan dévie régulièrement.

Le diamètre de l'anneau, sa position, ne sont pas sans exercer une légère influence sur la vitesse angulaire apparente du plan d'oscillation. En effet, si nous nous supposons placés dans un trièdre de référence lié aux étoiles, l'anneau est animé d'une vitesse angulaire dont la projection sur le fil est $\omega \sin \lambda$ ($\omega =$ rotation terrestre, $\lambda =$ latitude du lieu). Le fil vient en contact avec cet anneau tournant et l'on peut démontrer facilement que, de ce fait, le plan d'oscillation doit tourner en sens contraire de l'anneau. Il en résulte

donc que le mouvement apparent est un peu plus rapide. Nous verrons plus bas dans quelle mesure.

IV. *Entretien des oscillations.* — Outre l'avantage que présente ce dispositif, de rendre l'expérience facile, il permet d'entretenir très simplement les oscillations.

Il suffit de placer sous le poids, constitué par une sphère de fer doux, un électro-aimant à noyau rectiligne vertical. Le circuit d'une pile comprenant l'enroulement de l'électro-aimant est relié, d'un côté, au point de suspension et de l'autre à l'anneau métallique isolé. Le pendule, en oscillant, ouvre et ferme le circuit. Ces attractions du noyau sur la sphère produisent un travail positif grâce à la self-induction et, sans autre dispositif, les oscillations persistent.

V. *Résultats.* — Le pendule installé au laboratoire de physique de la Faculté libre des Sciences d'Angers a $1^m,70$ de longueur. La sphère de fer doux pèse 860^g. Une petite pile sèche de 8 volts suffit à l'entretenir; elle débite, par intermittences, dans la bobine, un courant de 3 à 4 milliampères. Les oscillations persistent pendant plusieurs jours si l'on veut.

La latitude d'Angers est de $47°28'$, à laquelle devrait correspondre une durée de révolution complète du pendule égale à 32 heures 34 minutes. La durée observée est plus courte, conformément aux remarques ci-dessus. On trouva $T = 32$ heures ± 15 minutes.

L'appareil est de dimensions suffisamment réduites pour tenir dans les locaux les plus exigus et apte, par conséquent, à la diffusion dans l'enseignement de cette célèbre expérience.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le mouvement limite d'Oseen.* Note de M. Joseph Pérès.

Dans ses travaux sur le mouvement d'un fluide visqueux, M. Oseen caractérise un *mouvement limite* (coefficient de viscosité μ tendant vers zéro) qui est base de recherches modernes sur le problème de la résistance. Pour arriver à ce *mouvement limite*, on peut dire M. Oseen suit la marche suivante : il déduit des équations différentielles du mouvement des équations intégrales dans lesquelles il fait ensuite tendre μ vers zéro. Ainsi se trouve éclairée l'étude des fluides de faible viscosité et précisée la valeur physique du *mouvement limite*. Mais, ces résultats essentiels acquis, il y a un intérêt, au moins pédagogique, à obtenir plus directement les conditions caractéristiques

du *mouvement limite*, en évitant le délicat passage à la limite dans les équations intégrales. Dans son récent *Cours de mécanique des Fluides* (Gauthier-Villars, 1930), M. H. Villat expose, d'après un Mémoire de J.-M. Burgers, comment on peut ainsi traiter directement le cas d'un mouvement plan.

Dans le même ordre d'idées, mais en ce qui concerne le cas du mouvement à trois dimensions, je ne sais s'il a déjà été signalé que les conditions caractéristiques de la solution d'Oseen résultent simplement des équations différentielles mêmes dans lesquelles, *ab initio*, on prend $\mu = 0$.

Soit en effet un solide *fixe* dans un courant dont la vitesse générale (parallèle à Ox_1) est $-U$ (mouvement stationnaire). Soient $u_1 - U$, u_2, u_3 les composantes de la vitesse du fluide, fonctions des coordonnées x_1, x_2, x_3. En posant $q = p + \frac{1}{2}\rho \sum_k u_k^2$, les équations du mouvement s'écrivent

$$(1) \qquad \mu \Delta u_j + \rho U \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - \frac{\partial q}{\partial x_j} = \rho \sum_k u_k \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \qquad (j = 1, 2, 3),$$

avec

$$(2) \qquad \sum_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0.$$

La solution de M. Oseen est relative au cas où l'on néglige les seconds membres (produits de composantes du tourbillon et de la vitesse relative au courant général). Si, de plus, on fait $\mu = 0$, il reste

$$(1') \qquad \rho U \frac{\partial u_j}{\partial x_1} = \frac{\partial q}{\partial x_j}.$$

L'équation (2) entraîne d'abord que q soit harmonique. Si l'on pose

$$q = \rho U \frac{\partial \varphi}{\partial x_1},$$

il y a dans φ une fonction arbitraire de x_2, x_3 dont on peut évidemment profiter pour faire en sorte que φ soit elle aussi harmonique. Les (1') donnent d'ailleurs

$$(3) \qquad u_j = \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + m_j(x_2, x_3),$$

équations où s'introduisent trois fonctions, *a priori* arbitraires, $m_j(x_2, x_3)$.

Il résulte de (3), ou de (1'), que le vecteur tourbillon ne dépend pas de la variable x_1. Comme les tourbillons ne peuvent exister en avant de l'obs-

tacle, le mouvement régi par (1') et (2) sera irrotationnel sauf dans le domaine Ω limité, à l'arrière de l'obstacle, par les demi-tangentes parallèles à Ox_1. En choisissant convenablement la fonction φ, nous pouvons donc assurer que les m_j soient nulles sauf dans le sillage Ω.

Supposons de plus φ partout régulière en dehors du solide et voyons les conditions à satisfaire aux parois (pour la justification de ces conditions nous renvoyons à l'élégant exposé de M. H. Villat, p. 166). A l'arrière de l'obstacle, c'est-à-dire sur la portion S_2 de sa paroi qui limite Ω, on a $u_1 = U$, $u_2 = u_3 = 0$, ce qui détermine les m_j. L'équation de S_2 étant $x_1 = f(x_2, x_3)$, on a ainsi les formules d'Oseen : dans Ω, on a

$$(3') \qquad u_1 = U + \frac{\partial\varphi}{\partial x_1} - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}\right)_{x_1=f}, \qquad u_j = \frac{\partial\varphi}{\partial x_j} - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}\right)_{x_1=f} \qquad (j = 2, 3).$$

Reste à déterminer φ. D'une part, sur la paroi avant S_1 de l'obstacle, on a (glissement des filets) :

$$\frac{d\varphi}{dn} = \alpha_1 U \qquad (\alpha_j : \text{cos. dir. de la normale}).$$

D'autre part l'équation de continuité (2) entraîne

$$\frac{\partial}{\partial x_2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}\right)_{x_1=f}\right] + \frac{\partial}{\partial x_3}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_3}\right)_{x_1=f}\right] = 0$$

ou

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1\,\partial x_2} f'_{x_2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1\,\partial x_3} f'_{x_3} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_3^2} = 0,$$

c'est-à-dire, puisque φ est harmonique et que les cosinus directeurs de la normale à S_2 sont proportionnels à -1, f'_{x_2}, f'_{x_3}, cela donne, sur l'arrière S_2,

$$\frac{d}{dn}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x_1} = 0.$$

De plus enfin les dérivées premières de φ sont nulles à l'infini.

On a ainsi retrouvé toutes les conditions caractérisant le *mouvement limite* d'Oseen.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur certains mouvements à trois dimensions.* Note de M. **Alayrac.**

J'ai montré (¹) que l'équation $Ax + By + Cz + D = 0$, ou ABCD représentant quatre fonctions de la variable complexe $\alpha = U + Vi$ satisfaisant à la condition $A^2 + B^2 + C^2 = 0$, définit une congruence de droites telles que la famille de surfaces réglées $U = \text{const.}$ est la fonction potentielle d'un écoulement autour des surfaces $V = \text{const.}$, les lignes de courant étant les trajectoires orthogonales des génératrices.

D'une manière générale, à toute courbe du plan complexe correspond une surface réglée de la congruence et à tout écoulement plan du plan complexe un écoulement autour des surfaces réglées correspondant aux lignes de courant de l'écoulement plan. Je vais étudier ici les propriétés particulières de cette congruence, la détermination des vitesses, et montrer qu'on peut en déduire des mouvements physiquement possibles.

Si je me donne une congruence particulière $\Phi_\alpha = Ax + By + Cz + D = 0$, tout point de l'espace pourra être défini par les coordonnées U et V du plan complexe définissant une droite de la congruence et une longueur ρ à partir d'une origine choisie sur la génératrice, et la grandeur et la direction de la vitesse en chaque point du mouvement initial (fonction potentielle U) s'obtiendront facilement en fonction de U, V et ρ.

Si maintenant nous considérons dans le plan complexe un écoulement plan $\beta = f(\alpha)$, à cet écoulement correspondra un écoulement autour d'une surface de la congruence, et les vitesses de cet écoulement le long de la génératrice D s'obtiendront en multipliant la vitesse de l'écoulement initial par la vitesse de l'écoulement plan, et en faisant tourner le vecteur d'un angle égal à l'angle de la vitesse de l'écoulement plan avec l'axe des U, donc d'un angle constant le long de la génératrice. Deux surfaces de la congruence passant par une même génératrice se coupent donc sous un angle constant le long de cette droite. Le point central est le même pour toutes les surfaces et pourra être pris comme origine sur la génératrice, et il n'existe pas de surfaces focales. Enfin, de l'étude des vitesses pour un écoulement particulier on pourra déduire les vitesses de tous les écoulements autour des surfaces de la congruence.

(¹) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 290.

Recherche d'un écoulement physiquement utilisable. — Nous allons chercher à déterminer un écoulement ne présentant aucune singularité, et tel que la vitesse à l'infini soit constante et parallèle à Ox.

La première condition est de choisir une congruence telle que les génératrices puissent être rejetées à l'infini pour une valeur de la variable α.

Si nous supposons que A, B, C, D sont des fonctions rationnelles de U, V, il suffira que D soit de degré supérieur à celui de A, B et C. La génératrice sera rejetée à l'infini pour $\alpha = \infty$.

La congruence

$$\Phi(\alpha) = y\left(\alpha - \frac{a^2}{\alpha}\right) - xi\left(\alpha + \frac{a^2}{\alpha}\right) + 2az + i\mathrm{F}(\alpha) = 0$$

satisfera à cette condition si $\mathrm{F}(\alpha)$ est de degré supérieur à 1. Si $\mathrm{F}(\alpha)$ est de degré 2, les vitesses à l'infini du mouvement initial seront constantes et parallèles à Ox.

Choisissons la congruence particulière

$$y\left(\alpha - \frac{a^2}{\alpha}\right) - xi\left(\alpha + \frac{a^2}{\alpha}\right) + 2az + i\left(\alpha^4 - \frac{a^2}{\alpha^4}\right) = 0.$$

L'écoulement initial satisfait aux conditions imposées mais c'est un écoulement autour de surfaces infinies dans tous les sens. En particulier les surfaces $\mathrm{V} = 0$ et $\mathrm{U} = 0$ représentent respectivement les deux systèmes de génératrices du paraboloïde hyperbolique $xy + 2az = 0$.

Si maintenant je considère dans le plan complexe l'écoulement circulaire plan $\beta = 2\mathrm{V}_0\left(\alpha + \frac{b^2}{\alpha}\right)$, écoulement autour d'une courbe composée du cercle $\mathrm{U}^2 + \mathrm{V}^2 = b^2$ et de l'axe $\mathrm{V} = 0$, je vois que la transformation $\beta = 2\mathrm{V}_0\left(\alpha + \frac{b^2}{\alpha}\right)$ me donnera un écoulement autour de la surface S de la congruence définie par l'équation $\mathrm{U}^2 + \mathrm{V}^2 = b^2$ et du paraboloïde hyperbolique $xy + 2az = 0$.

Comme dans le cas de l'écoulement plan, les lignes de courant se sépareront pour entourer la surface S sur les deux génératrices communes à la surface S et au paraboloïde. Ces génératrices seront les lignes neutres à vitesse nulle, mais les lignes de courant qui se seront séparées en un point de la première ne se rencontreront plus au même point de la seconde.

Le calcul de la surface déterminée par l'équation $\mathrm{U}^2 + \mathrm{V}^2 = b^2$ permet d'en donner la définition suivante :

Considérnos dans le plan $z = 0$ la courbe $\rho = \frac{4a^2b}{a^2 - b^2}\cos^2\omega - \frac{(b^2 + a^2)^2}{b^2(a^2 - b^2)}$

en coordonnées polaires, et menons en chaque point de cette courbe une droite perpendiculaire au rayon vecteur OM et faisant un angle constant avec le plan $z = 0$. On voit que la génératrice est celle d'un hyperboloïde dont le cercle de gorge serait remplacé par une ovale et que la surface ne présentera pas de singularités. L'écoulement ainsi défini autour de ce pseudo-hyperboloïde est analogue à l'écoulement autour du cylindre circulaire, mais les vitesses ne sont pas constantes le long d'une génératrice. Elles ont leur valeur maxima au point central et s'annulent à l'infini. Cet écoulement provient de la substitution $\beta = 2V_0\left(\alpha + \frac{b^2}{\alpha}\right)$ dans l'équation initiale. On peut encore introduire une circulation par la substitution $\beta = \alpha + \frac{b^2}{\alpha} + iL\frac{\alpha}{b}$. Le nouvel écoulement se produit encore autour du même pseudo-hyperboloïde, mais la surface limite des deux nappes d'écoulement n'est plus le paraboloïde hyperbolique, et les deux génératrices neutres sont différentes.

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur la puissance récupérable dans l'échappement des moteurs Diesel à deux temps.* Note [1] de M. **P. Dumanois**, présentée par M. Léon Guillet.

Étant donné l'intérêt que présente au point de vue industriel, et particulièrement maritime, la récupération sous forme d'énergie mécanique de la puissance contenue dans les gaz d'échappement des moteurs Diesel pour la suralimentation, il paraît nécessaire de déterminer quel est, au point de vue théorique, le maximum que l'on peut obtenir en utilisant ces gaz d'échappement dans une turbine à pression variable ainsi que l'a réalisé Rateau. Il a pour valeur la surface sensiblement triangulaire du diagramme correspondant à la détente prolongée de la fin de l'échappement jusqu'à la pression atmosphérique.

Il suffit donc de calculer le rendement d'un cycle théorique comprenant une compression adiabatique, une combustion isobare et une détente adiabatique jusqu'à la pression atmosphérique.

Soient :

$P_1 T_1$ la pression et la température absolues au début de la compression;
$P_2 T_2$ la pression et la température absolues en fin de la compression;
$P_2 T_3$ la pression et la température absolues en fin de la combustion;

(1) Séance du 19 janvier 1931.

$P_4 T_4$ la pression et la température absolues en fin de la détente;
C la chaleur spécifique à pression constante;
K le rapport des chaleurs spécifiques;
E le rapport de compression volumétrique;
δ le rapport du volume en fin de combustion à celui de l'espace mort.

Le rendement théorique ρ a pour valeur

$$\rho = \frac{C(T_3 - T_2) - C(T_4 - T_1)}{C(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Or

$$E^{K-1} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} = \frac{T_3}{T_4},$$

d'où

$$\rho = 1 - \frac{1}{E^{K-1}}.$$

Le rendement ainsi trouvé a précisément la même valeur que le rendement du cycle théorique du moteur utilisant le cycle de combustion à volume constant usuel, à détente non prolongée et de même compression volumétrique.

Si l'on prend à titre d'exemple le cas d'un moteur normal avec $E = 12$, $\delta = 2,5$, $K = 1,41$ le rendement du cycle Diesel est de 0,55, celui du cycle à explosion pour $E = 12$ est de 0,64; le gain de rendement maximum pour le cycle Diesel par récupération de la perte triangulaire est donc de 17 pour 100.

Dans le cas du moteur à deux temps l'échappement a lieu, les gaz occupant alors une fraction α du volume du cylindre avant l'arrivée au point mort.

On peut donc considérer que le rendement théorique du cycle ordinaire à deux temps est le même que celui d'un cycle à quatre temps ayant un rapport de compression volumétrique égal à αE.

Dans ces conditions, si l'on prend la même hypothèse que précédemment, en admettant que $\alpha = 0,8$, le rendement du cycle théorique à deux temps ordinaire sera le même que celui d'un moteur Diesel à quatre temps ordinaire ayant un rapport de compression volumétrique $0,8 \times 12$, soit 9,6, ce rendement est de 0,506. Dans ces conditions, la récupération correspond à un gain de 24 pour 100 environ.

En réalité, le diagramme vrai correspondant à la puissance indiquée ϖ de la machine n'est qu'une fraction du diagramme théorique et l'on peut admettre que le coefficient de réduction du diagramme vrai par rapport au

diagramme théorique est sensiblement le même aux différents points du diagramme. Donc pour 1 cheval de puissance indiquée on peut récupérer 0,24 cheval indiqué.

Si l'on désigne par ϖ_e la puissance effective, ρ_0 le rendement organique, on a $\varpi_e = \rho_0 \varpi_i$; par conséquent on peut récupérer par cheval effectif $\frac{0,24}{\rho_0}$ cheval indiqué, soit 0,33 avec $\rho_0 = 0,73$.

Ceci étant, imposons-nous une pression de remplissage de $1^{kg},300$ absolu avec un excès d'air de 30 pour 100 pour le balayage.

On peut compter dans les moteurs actuels sur un volume d'air par cheval effectif, nécessaire à la combustion de $5^{m^3},30$ à la pression atmosphérique. Un excès d'air de 30 pour 100 correspond à un volume d'air à la pression atmosphérique de $5,30 \times 1,3 = 7$.

Le travail nécessaire à la compression adiabatique de cet air à $1^{kg},300$ est de

$$\frac{7 \times 10000}{0,41}(1,30^{0,29} - 1) = 13800^{kgm}.$$

Toutefois la nécessité de ne pas élever la température peut conduire à refroidir cet air. Le travail nécessaire à une compression rigoureusement isothermique serait de

$$2,3026 \times 7 \times 10000 \log. 1,30 = 18400^{kgm}.$$

On est donc conduit à admettre un chiffre intermédiaire, soit 17000^{kgm}. Ce travail correspond à une puissance indiquée nécessaire de :

$$\frac{17000}{75 \times 3600} = 0,063 \text{ CV}.$$

Si l'on admet qu'on utilise seulement la quantité de gaz correspondant à la bouffée, l'échappement se terminant librement dans l'atmosphère, elle représente pour un moteur à deux temps sensiblement 0,7 de la masse des gaz d'échappement.

Nous avons vu que par cheval effectif on pouvait récupérer 0,33 CV en utilisant toute l'énergie disponible dans les gaz d'échappement. Avec 0,7 de cette énergie on récupérera $0,33 \times 0,7 = 0,22$ CV.

Si nous admettons par suite de pertes diverses : laminage, fuites, refroidissement, un rendement de 0,8, il reste :

$$0.22 \times 0,8 = 0,176 \text{ CV}.$$

Pour produire la puissance de 0,063 il suffit d'un rendement de groupe turbo-compresseur de

$$\frac{0,063}{0,176} \quad \text{(soit sensiblement 0,36).}$$

Or les groupes turbo-compresseur réalisés par Rateau pour la suralimentation de moteur Diesel à quatre temps ont dépassé 0,60 comme rendement.

On peut donc affirmer qu'il est possible avec le moteur à deux temps de réaliser le balayage et la suralimentation par la récupération d'une partie de l'énergie contenue dans les gaz d'échappement.

ACOUSTIQUE. — *Sur la comparaison à distance de la fréquence des diapasons.* Note de MM. **R. Jouaust** et **B. Decaux**, présentée par M. G. Ferrié.

L'un de nous (1) a précédemment indiqué le procédé employé au Laboratoire National de Radioélectricité pour l'étalonnement du diapason servant de base aux mesures des fréquences radiotélégraphiques.

Pour se rendre compte de la précision obtenue, il était intéressant de comparer les résultats obtenus avec ceux des Établissements similaires de l'étranger qui utilisent également des diapasons comme point de départ pour leurs mesures de fréquence.

Le mode opératoire était le suivant : Pendant une demi-heure le poste radiotéléphonique de la Tour Eiffel était modulé par le diapason du Laboratoire National de Radioélectricité, cet appareil étant étalonné au cours même de l'émission. La hauteur du son de modulation était mesurée par nos correspondants employant leurs procédés habituels de mesure.

Les résultats de ces comparaisons auxquels prenaient part le National Physical Laboratory à Teddington (Angleterre) et le Laboratoire de Radiotélégraphie de l'Académie Navale de Livourne ont été les suivants (exprimés en périodes par seconde) :

1930.	Teddington.	Livourne.	Paris.
21 octobre	1024,089	–	1024,091
28 octobre	1024,052	–	1024,049
18 novembre	1024,043	–	1024,046
25 novembre	–	1024,060	1024,060
2 décembre	–	1024,049	1024,045

(1) B. Decaux, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 316.

Ces nombres montrent que, malgré les difficultés que les irrégularités des indications des pendules introduisent dans la mesure du temps, il est possible, en moins d'une heure, de déterminer la fréquence d'un diapason avec une précision de quelques millionièmes et que, grâce à la radiotélégraphie, il est possible de transmettre avec la même précision une fréquence étalon.

ASTRONOMIE. — *Sur les perturbations diurnes de la réfraction.* Note [1] de M. **Thadée Banachiewicz**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La nouvelle édition des *Tabulæ Refractionum* de Poulkovo, récemment parue, contient une Table donnant les variations de δk du coefficient de réfraction k (nous appelons ainsi un nombre k tel que la réfraction soit égale à $k \tang z_0$, z_0 étant la distance zénithale apparente), basée sur un grand ouvrage de M. Harzer [2] et correspondant aux variations annuelles et diurnes de la constitution de l'atmosphère. Ces variations δk sont assez considérables : elles oscillent entre $-0'',209$ et $+0'',124$. Nous avons cependant indiqué un *corrigendum* à la théorie de M. Harzer, et ce savant donne maintenant [3] une nouvelle Table de δk, d'après laquelle les δk diurnes ne varient, pour les distances zénithales inférieures à 70°, qu'entre $+0'',027$ et $-0'',045$. Ces variations sont déjà assez petites, mais elles ne s'accordent pas encore suffisamment avec ce qu'on appelle le théorème de Laplace-Oriani. En conséquence j'ai pensé qu'il y avait intérêt à examiner indépendamment le sujet.

Considérons, à peu près comme le fait M. Harzer, deux différentes constitutions de l'atmosphère : l'une vraie et l'autre fictive; cette dernière correspondant à la température vraie et à la pression vraie à la hauteur de 4^{km} avec une distribution normale de la température au-dessous de 4^{km}. Soient R_v la réfraction vraie, et R_f la réfraction correspondant à la constitution fictive, toutes deux pour la même distance zénithale z_0. Si l'on réduit R_f, à l'aide des Tables de réfraction, pour la différence de température et de pression au niveau de la mer entre l'état atmosphérique vrai et l'état fictif, on obtiendra le δk cherché de l'équation

$$(1) \qquad \delta k \tang z_0 = R_v - (R_f + \text{réduction}).$$

(1) Séance du 19 janvier 1931.

(2) *Publik. der Sternw. in Kiel*, 1922-24, XIII.

(3) *Astronomische Nachrichten*, **240**, 1930, n° 5759, p. 421-424.

Pour calculer $R_v - R_f$ il suffit — en négligeant la différence $z_v - z_f$ à la hauteur de 4^{km}, comme le fait implicitement M. Harzer et ce qui n'importe pas pour les z_0 dont il s'agit ici — de se borner aux réfractions dans les couches au-dessous de 4^{km}. On obtient

$$(2)\qquad R_v - R_f = -\int \operatorname{tang}(z + \delta z)\, d\operatorname{Log} n\left(1 + \frac{1}{n}\delta n\right) + \int \operatorname{tang} z\, d\operatorname{Log} n,$$

en désignant par δz et δn les différences de z (distances zénithales) et de n entre les valeurs vraies et les valeurs fictives, et en intégrant entre 0^{km} et 4^{km} de hauteur. Sur la base des données météorologiques rapportées par M. Harzer, on trouve d'ailleurs

$$\left|\frac{1}{n}\delta n\right| < 1'',34.$$

La première intégrale dans (2) se simplifie en y omettant δz qui est inférieur à $1'',34 \operatorname{tang} z_0$, ce qui ne conduit dans l'intégrale qu'à une erreur inférieure, en valeur absolue, à $0'',000147 \operatorname{tang} z_0 \sec^2 z_0$.

L'équation (1) donne alors, en affectant de l'indice $_0$ les valeurs se rapportant au niveau de la mer :

$$(3)\qquad \delta k \operatorname{tang} z_0 = \left(\operatorname{tang} z_0 \frac{1}{n_0}\delta n_0 - \text{réduction}\right) - \int (\operatorname{tang} z - \operatorname{tang} z_0)\, d\operatorname{Log}\left(1 + \frac{1}{n}\delta n\right).$$

J'ai déterminé le premier terme du second membre de (3) directement, d'après les données météorologiques citées, et j'ai trouvé qu'il est inférieur, en valeur absolue, à $0'',0017 \operatorname{tang} z_0$, pour $z_0 < 60°$, et à $0'',0026 \operatorname{tang} z_0$, pour $z_0 < 70°$. Quant à l'intégrale du second membre de (3), remarquons que $\operatorname{tang} z - \operatorname{tang} z_0$ est une fonction décroissante de la hauteur. Ceci permet d'appliquer la seconde formule de la moyenne de Bonnet. On obtient ainsi

$$(4)\qquad \int (\operatorname{tang} z_0 - \operatorname{tang} z)\, d\operatorname{Log}\left(1 + \frac{1}{n}\delta n\right) = [\operatorname{tang} z_0 - \operatorname{tang} z]_{4^{km}} \operatorname{Log}\left(1 + \frac{1}{n}\delta n\right),$$

δn désignant, dans le second membre, la valeur de l'indice de réfraction au point inconnu de l'atmosphère au-dessous de 4^{km}. Il s'ensuit que l'intégrale en question est inférieure à $0'',00085 \sec^2 z_0 \operatorname{tang} z_0$, c'est-à-dire inférieure à $0'',0034 \operatorname{tang} z_0$, tant que $z_0 < 60°$, et à $0'',0073 \operatorname{tang} z_0$, tant que $z_0 < 70°$. On en conclut qu'en somme, $|\delta k| < 0'',006$, tant que $z_0 < 60°$, et $< 0'',012$, tant que $z_0 < 70°$. On voit que les perturbations en question sont extrêmement petites.

En s'inspirant de la méthode élégante suivie par Andoyer ([1]) on pourrait même trouver très facilement, pour les observations à peu près zénithales,

$$|\partial k| < 0'',000022,$$

ce qui donnerait une autre confirmation partielle de la justesse de la proposition de Laplace-Oriani. Si les observations indiquent donc réellement les perturbations diurnes régulières du coefficient de réfraction, il n'est pas permis d'y voir l'influence de la constitution de l'atmosphère, mais il faut rechercher d'autres causes.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes d'existence relatifs au problème biharmonique et aux problèmes d'élasticité à deux dimensions.* Note ([2]) de M. N. **Mouskhelichvili** (**Muschelišvili**), présentée par M. Hadamard.

Je vais appliquer les résultats de ma Note précédente ([3]), à la démonstration d'existence de solutions du problème biharmonique fondamental. En dérivant l'équation (7) de cette Note par rapport à ζ, on obtient

$$(1) \qquad \varphi'(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{\omega(\sigma)-\omega(\zeta)}{\overline{\omega}'(\overline{\sigma})(\sigma-\zeta)}\right)\overline{\varphi}'(\overline{\sigma})\,d\sigma + k\omega'(\zeta) = A'(\zeta),$$

avec $k = \dfrac{\overline{\varphi}'(0)}{\overline{\omega}'(0)}$ et, en faisant tendre ζ vers un point σ_0 de γ ([4]) :

$$(2) \qquad \varphi'(\sigma_0) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\partial}{\partial\sigma_0}\left(\frac{\omega(\sigma)-\omega(\sigma_0)}{\overline{\omega}'(\overline{\sigma})(\sigma-\sigma_0)}\right)\overline{\varphi}'(\overline{\sigma})\,d\sigma + k\omega'(\sigma_0) = A'(\sigma_0).$$

Commençons par le problème extérieur. Dans ce cas, $k=0$, car $\omega'(0)=\infty$. En posant $\varphi'(\sigma)=p+iq$, $\overline{\varphi}'(\overline{\sigma})=p-iq$ et en séparant les parties réelles et imaginaires dans (2), on obtient un système de deux équations de Fredholm qu'il est inutile d'écrire car il suffit de savoir que (2) est équivalent à un tel système. Il est évident que si (p, q) est une solution quelconque de ce système, $p+iq$ représentera la valeur sur γ d'une certaine

---

([1]) *Cours d'Astronomie*, 1re Partie, 1923, p. 149-151.

([2]) Séance du 19 janvier 1931.

([3]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 77.

([4]) Par $A'(\sigma_0)$ nous désignons, bien entendu, la limite $\lim_{\zeta\to\sigma_0} A'(\zeta)$ (ζ restant toujours à l'intérieur de γ); les notations antérieures : $\varphi(\sigma)$, $\psi(\sigma)$ etc., ont des significations analogues.

fonction $\varphi'(\zeta)$, holomorphe à l'intérieur de γ; à savoir, cette fonction sera fournie par (1), si l'on y remplace $\overline{\varphi'}(\overline{\sigma})$ par $p - iq$. On déduit alors $\varphi(\zeta)$ par une quadrature [en tenant compte de la condition $\varphi(0) = 0$] et l'on obtient $\psi(\zeta)$ par l'équation (6) de la Note précédente :

$$(3) \qquad \psi(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\overline{\omega}(\overline{\sigma})}{\omega'(\sigma)}\varphi'(\sigma)\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{u - iv}{\sigma - \zeta}\, d\sigma.$$

Il est aisé de voir que les fonctions $\varphi(\zeta)$, $\psi(\zeta)$ ainsi définies fournissent effectivement une solution du problème primitif aux limites. On en conclut, en tenant compte de l'unicité de la solution, que l'équation homogène déduite de (2) en faisant $A'(\sigma_0) \equiv 0$ n'a pas de solutions non nulles. Par conséquent, l'équation (2) admet toujours une solution (unique).

Ainsi *le problème biharmonique fondamental extérieur admet toujours une solution* et cette solution est unique à une constante additive arbitraire près (¹).

Envisageons maintenant le problème intérieur (²). Il est aisé de voir que toute solution de (1), si elle existe, est de la forme

$$\varphi'(\zeta) = -K\omega'(\zeta) + \varphi'_0(\zeta);$$

$\varphi'_0(\zeta)$ désignant la solution de l'équation qu'on déduit de (1) en supprimant le terme $K\omega'(\zeta)$. Par conséquent, pour obtenir $\varphi'_0(\zeta)$, il suffit de résoudre l'équation (2) en y supprimant le terme $K\omega'(\sigma_0)$.

On démontre, comme dans le cas précédent, que cette dernière équation

---

(¹) J'ai énoncé ce théorème comme très vraisemblable dès 1918 (cf. mes travaux cités dans la Note précédente). Autant que je sache, M. G. Lauricella est le seul auteur qui ait traité les questions d'existence dans le cas extérieur (*Acta math.*, 32, 1909, p. 201-256). Il se contente de démontrer qu'il existe toujours une solution telle que $\frac{\partial U}{\partial x}$ et $\frac{\partial U}{\partial y}$ se comportent à l'infini comme $hx + a$, $hy + b$ (h, a, b étant des constantes). Comme nous venons de le voir, il existe toujours une solution telle que $\frac{\partial U}{\partial x}$, $\frac{\partial U}{\partial y}$ restent *bornées* à l'infini; et l'on voit aisément qu'il existe une *infinité de solutions qui croissent moins vite que celles de M. G. Lauricella.* La méthode de M. G. Lauricella laisse donc échapper des solutions particulièrement importantes au point de vue des applications à l'élasticité.

(²) La solution du problème intérieur a été obtenue depuis longtemps par plusieurs auteurs avec des méthodes diverses. Comme il me semble, la solution qui va être indiquée est plus simple que les solutions connues jusqu'à présent.

admet toujours une solution (unique). Pour que la fonction $\varphi'(\zeta)$, qui s'en déduit par la relation (4), corresponde effectivement au problème en question, il faut et il suffit que l'on ait $k = \frac{\overline{\varphi}'(o)}{\overline{\omega}'(o)}$, d'où, d'après (3), $k + \overline{k} = \frac{\varphi''_0(o)}{\omega'(o)}$. Cette formule détermine la partie réelle de k et montre que pour la possibilité du problème intérieur, il faut et il suffit que la partie imaginaire de $\frac{\varphi'_0(o)}{\omega'(o)}$ soit nulle. Cette condition de possibilité, comme on le démontre sans peine, se réduit à la condition, évidente *a priori :*

$$\int_C u\,dx + v\,dy = 0, \tag{5}$$

l'intégrale étant prise le long du contour C de S. La partie imaginaire de k reste arbitraire et n'a aucune influence sur la fonction cherchée U, comme il est aussi évident *a priori* (cf. Note précédente).

L'application des résultats précédents aux problèmes de l'élasticité à deux dimensions fournit immédiatement les théorèmes fondamentaux d'existence. On obtient en particulier tous les théorèmes relatifs au problème extérieur que j'ai énoncé depuis longtemps comme vraisemblables (cf. mes travaux cités). Il va sans dire que les théorèmes relatifs au problème intérieur de l'élasticité découlent aussi de ce qui précède. Récemment M. Fock [1] a donné la solution directe de ce problème (sans intermédiaire de la fonction biharmonique) en partant des formules de M. G. Kolossoff et en utilisant aussi la représentation conforme.

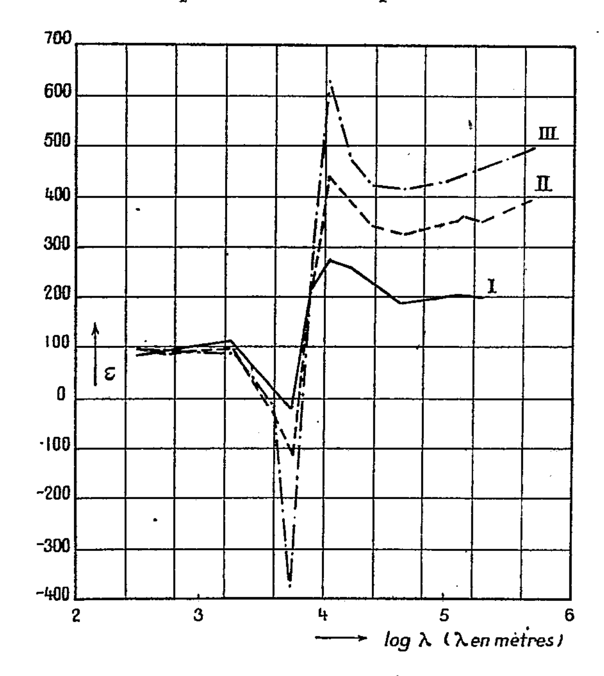
ONDES HERTZIENNES. — *La dispersion des ondes hertziennes dans les solides.* Note [2] de M. **J. Errera**, présentée par M. Brillouin.

Comme suite à nos premières expériences sur la dispersion des ondes hertziennes dans les solides, glace, etc. dont la théorie a été faite par P. Debye (*Polare Molekerln*, 1929), nous avons mesuré la dispersion dans le sel de Seignette. Le pouvoir inducteur spécifique (ε) de ce corps piézoélectrique a été étudié principalement par Valazek, qui a montré que suivant l'axe a du cristal orthorhombique, ε avait des valeurs très élevées variant avec la température et l'intensité du champ. Frayne, Kobeko et Kurtschatov

(1) *Comptes rendus*, 186, 1926 p. 264.
(2) Séance du 19 janvier 1931.

ont recherché la dispersion, ils l'ont trouvée nulle : ε était le même à haute et basse fréquence.

Les courbes suivantes, donnant une de nos expériences, confirmée par de nombreuses autres; montrent au contraire l'existence d'une dispersion. ε était déterminé par la méthode du pont de capacités ; la capacité formée par le cristal à mesurer était semblable à celle utilisée par les auteurs russes. Chacune des courbes correspond à un champ alternatif différent : ε est beau-



coup plus grand à basse fréquence que dans le domaine de haute fréquence où il est indépendant de l'intensité du champ. Pour des fréquences de l'ordre de 10^5, on constate la dispersion anomale correspondant à la fréquence de vibration du cristal (on entend le cristal siffler et d'autre part des essais effectués sur de la poudre de cristal comprimée montrent une augmentation régulière de ε avec l'abaissement de fréqueuce, sans cette anomalie). L'augmentation du pouvoir inducteur spécifique, à basse fréquence constante, avec le champ alternatif que l'on peut lire sur la figure, peut être interprétée en supposant que le nombre de dipôles libres (au sens de Debye) augmente à l'intérieur du cristal ; ceux-ci étant plus nombreux, le courant alternatif augmente, ce qui correspond à une valeur plus élevée de ε. Cette hypothèse est confirmée par la diminution de la résistance ohmique du cristal lorsque nous augmentons le champ alternatif de mesure.

La superposition d'un champ continu sur le cristal, les grandeurs alternatives restant constantes, diminue la mobilité ou la possibilité d'arrachement des dipôles libres et par suite la valeur du pouvoir inducteur spécifique et de la conductivité.

Exemple : la capacité d'un cristal de 2^{mm} d'épaisseur qui, pour une fréquence de 2300 et un champ alternatif de 100 v/cm, était de 62°,5 du condensateur de mesure prend une valeur de 58°,5 pour un champ supplémentaire continu de 50 volts, 46°,5 pour 100 volts, 35°,5 pour 200 volts, 28° pour 300 volts, 24°,5 pour 400 volts et 21°,5 pour 585 volts.

D'après les essais préliminaires, les mêmes conséquences des variations des champs alternatif et continu se retrouvent, mais dans une proportion beaucoup moindre (de l'ordre du $\frac{1}{1000}$), pour la poudre de sel de Seignette comprimée, la glace et le nitrobenzène solide.

La zone de forte dispersion est accompagnée d'une absorption, se traduisant par une diminution de résistance. L'effet mesuré serait dû aux « dipôles libres » d'eau parmi les quatre molécules formant l'eau de cristallisation du sel.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption des solutions aqueuses d'acide tartrique.* Note [1] de MM. **René Lucas** et **Marcel Schwob**, présentée par M. A. Cotton.

L'absorption dans l'ultraviolet des solutions aqueuses d'acide tartrique a déjà fait l'objet de plusieurs travaux récents [2]. Les résultats (déduits de mesures photographiques) indiqués successivement par les auteurs ont présenté entre eux des divergences assez grandes. Ainsi, par exemple, pour la longueur d'onde $\lambda = 2804$ Å une solution à 50^{g} d'acide dans 100^{cm^3} de solution a été indiquée d'abord comme présentant une densité optique 0,50 dans un mémoire [3], puis, dans un second mémoire [4], la densité 0,115.

Ces divergences sont en partie attribuées par les auteurs au rôle des parois de verre des cuves ou des flacons dans les premières expériences.

(1) Séance du 19 janvier 1931.

(2) G. Bruhat et R. Legris, *Ann. de Phys.*, 10e série, 13, 1930, p. 1. — G. Bruhat et J. Terrien, *Journ. de Phys.*, 7e série, 1, 1930, p. 364. — G. Bruhat et J. Terrien, *Journ. de Phys.*, 7e série, 1, 1930, p. 375.

(3) G. Bruhat et R. Legris, *loc. cit.*

(4) G. Bruhat et J. Terrien, *loc. cit.*, p. 364.

Mais des écarts importants subsistent en employant des cuves en silice. Ainsi [1] pour $\lambda = 2537$ Å et un même acide, les densités optiques mesurées présentent des écarts relatifs de plus de 20 pour 100.

Néanmoins la conclusion des auteurs [2] est la suivante : « L'absorption des solutions d'acide tartrique depuis les plus concentrées ($c = 50^g$ pour 100^{cm^3}) jusqu'aux solutions diluées à 2,5 pour 100 suit exactement la loi de Beer. Rien n'indique l'existence d'une modification chimique de la molécule d'acide tartrique. »

La présente Note a pour objet de donner quelques résultats relatifs aux pouvoirs absorbants dans l'ultraviolet des solutions aqueuses d'acide tartrique.

Au lieu d'utiliser la méthode photographique des auteurs précédents, nous avons utilisé une méthode de zéro à l'aide de cellules photo-électriques. La disposition du montage, assez voisin de celui utilisé par von Halban et Siedentopf [3] sera donnée dans un prochain Mémoire.

L'absorption d'une solution déterminée peut, avec ce montage, être évaluée à moins de 1 pour 100 près en valeur relative.

Les mesures ont été faites avec des solutions d'acide tartrique droit de deux désignations différentes, l'un « acide pur pour analyse » (Rhône-Poulenc), l'autre « acide pur Poulenc type Congrès 1922 ». En mettant à profit les observations des auteurs précités, nous nous sommes servis uniquement de flacons de silice fondue, de cuves d'observation en silice avec des fenêtres de quartz fixées sans collage.

L'eau des solutions est de l'eau bidistillée dans un alambic de platine pour éviter tout contact avec du verre. Les solutions ont été déduites les unes des autres par dilution. Le tableau suivant résume les observations; c désigne le poids d'acide dans 100^{cm^3} de solution (température 18 à 20° C.); les mesures sont corrigées de l'absorption de la cuve et de l'eau.

A désigne l'acide pur pour analyse, B l'acide type Congrès 1922, y la densité optique pour 1^{cm} d'épaisseur de solution.

---

(1) G. Bruhat et J. Terrien, *loc. cit.*, p. 375.

(2) G. Bruhat et J. Terrien, *loc. cit.*, p. 364.

(3) Von Halban et Siedentopf, *Zeitsch. f. physik. Chem.*, 100, 1922, p. 208-230.

	λ = 2654 Å.				λ = 2536 Å.			
c.	y_A.	y_B.	$\frac{100 y_A}{c}$.	$\frac{100 y_B}{c}$.	y_A.	y_B.	$\frac{100 y_A}{c}$.	$\frac{100 y_B}{c}$.
50.........	0,218	0,151	0,436	0,302	0,257	0,234	0,514	0,468
25.........	0,123	0,103	0,492	0,412	0,221	0,212	0,884	0,848
12,5.......	0,079	0,055	0,632	0,440	0,169	0,149	1,352	1,192
6,25......	0,044	0,030	0,704	0,480	0,109	0,100	1,74	1,60

Ces valeurs sont systématiquement plus petites que celles publiées jusqu'à présent, l'absorption est plus petite pour l'acide B que pour l'acide A.

Contrairement aux conclusions des auteurs précités, *la loi de Beer n'est pas vérifiée*, les rapports $\frac{100 y}{c}$ ne sont pas constants, les écarts sont particulièrement importants pour λ = 2536 Å, l'absorption spécifique variant de plus de 200 pour 100, les solutions diluées ont un pouvoir absorbant plus grand que les solutions concentrées. Cette dernière propriété a été également contrôlée par des observations faites au spectrographe.

Les conclusions déduites de la validité de la loi de Beer pour les solutions tartriques sont privées de tout fondement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une théorie de la combustion, en vase clos, des poudres colloïdales.* Note (¹) de M. **Henri Muraour**, présentée par M. G. Urbain.

Dans la présente Note nous chercherons à formuler une théorie permettant d'expliquer l'ensemble des faits observés au cours de nos expériences.

Nous prendrons pour base les hypothèses suivantes :

1° La poudre brûle parce qu'elle est portée à sa température de décomposition par le choc des molécules gazeuses déjà dégagées.

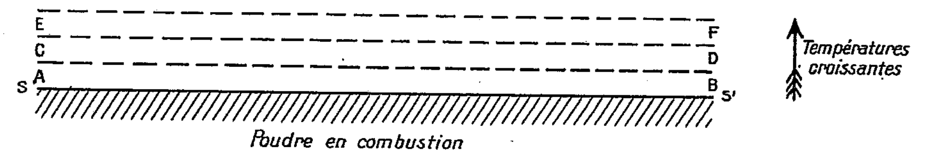
2° Dans la couche gazeuse AB (figure ci-après) en contact avec la surface SS′ de la poudre en combustion *les réactions ne sont pas terminées* (présence de NO n'ayant pas encore réagi sur CO et H^2). La température de cette couche est donc *inférieure* à la température d'explosion calculée. *C'est la température de cette couche et non la température finale qui règle, pour une pression donnée, la vitesse de combustion de la poudre.*

(¹) Séance du 5 janvier 1931.

3° A mesure qu'on s'éloigne de la surface de la poudre on trouve des couches gazeuses dans lesquelles les réactions sont de plus en plus complètes. La couche CD est donc plus chaude que la couche AB, la couche EF plus chaude que la couche CD, etc.

4° *Aux hautes pressions, par suite de la grande densité des gaz, ces couches ne se mélangent pratiquement pas.*

Aux basses pressions les couches CD, EF, etc. *pénètrent dans la couche* AB



Nota. — Les couches gazeuses peuvent être, en réalité, de faible épaisseur et très rapprochées de la surface de la poudre.

et élèvent sa température. Aux basses densités de chargement la poudre brûle donc *plus vite* que ne le comporterait la simple proportionnalité à la pression $\left(\text{nous avons en effet montré que l'inverse de } \int p\,dt \text{ est une fonction linéaire de l'inverse de la pression maximum}\right)$.

5° Les réactions dans les couches AB, CD, EF étant d'autant plus rapides que la température des gaz est plus élevée, *l'écart entre la température de la couche de contact* AB *et la température d'une couche plus éloignée de la surface de la poudre*, EF *par exemple, sera d'autant moindre que la poudre sera à température de combustion plus élevée.* La diminution de $\int p\,dt$ (augmentation de la vitesse relative de combustion) *sera donc particulièrement accentuée pour les poudres à basse température d'explosion* ([1]).

Cependant pour les poudres très chaudes (50 pour 100 de nitrocellulose et 50 pour 100 de nitroglycérine) l'action du rayonnement calorifique de la masse gazeuse, qui ne paraît plus ici négligeable, produit le même effet qu'une différence de température entre les couches gazeuses, c'est-à-dire tend à accentuer la diminution de $\int p\,dt$.

6° La vitesse de combustion d'une poudre étant réglée, pour une pression donnée, par la température de la couche de contact et l'écart entre la tem-

---

([1]) Le mélange des couches étant d'autre part favorisé pour ces poudres par la faible vitesse des gaz émis.

pérature de cette couche, et la température finale d'explosion étant d'autant plus faible que la poudre est à combustion plus complète, c'est-à-dire à plus haute température, il en résulte que *la vitesse de combustion d'une poudre n'est pas simplement proportionnelle à la température finale d'explosion, mais augmente plus rapidement que celle-ci* (1)...

Pour les poudres à très haute température le rayonnement agit dans le même sens.

7° Pour les très basses densités de chargement (pressions maximum voisines ou inférieures à 100^{kg} par centimètre carré) la réaction cesse d'être complète, même dans les couches éloignées de la surface de la poudre. *Il en résulte qu'à ces basses pressions le* $\int p\,dt$ *cesse de diminuer.*

La théorie que nous venons d'exposer nous permet donc d'expliquer l'ensemble des faits mis jusqu'ici en évidence au cours de notre étude.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur un procédé de stabilisation tensiométrique des hydrates cristallins.* Note (2) de M. **Maurice Auméras**, transmise par M. Victor Grignard.

Au cours d'un précédent travail (3) nous nous étions proposé d'évaluer l'état d'hydratation d'un sel peu soluble dans l'eau, l'oxalate de calcium. La méthode préliminaire de dessiccation dite *des poids constants à température fixe* nous ayant fourni des résultats peu satisfaisants, nous avons utilisé la méthode de M. Guichard, légèrement modifiée, et nous avons montré par déshydratation *à températures régulièrement croissantes* l'influence de *l'eau d'adsorption*, influence qui, à la température ambiante, peut atteindre 0,2 molécule d'eau pour une molécule de C^2O^4Ca.

---

(1) Pratiquement, pour les poudres à la nitroglycérine et à la centralite, nous avons montré que le logarithme de la vitesse de combustion est une fonction linéaire de T (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 374). Il faut cependant noter que l'écart entre la température de la couche de contact et la température finale d'explosion peut aussi dépendre de la vitesse avec laquelle réagit le produit (centralite, vaseline) ajouté à la poudre pour abaisser sa température d'explosion. *La vitesse de combustion d'une poudre peut donc ne pas être uniquement fonction de sa température finale d'explosion* (abstraction faite de toute inhomogénéité possible de la masse). Si le produit ajouté ne réagit que lentement la poudre peut présenter un K2 faible (forte vitesse de combustion). sa température finale et son pouvoir érosif étant cependant normaux.

(2) Séance du 19 janvier 1931.

(3) *J. Ch. Phys.*, 24, 1927, p. 30.

Nous avons voulu envisager le problème inverse, qui consiste à réaliser des conditions d'équilibre telles, qu'un sel puisse conserver sensiblement, et durant un temps *pratiquement* infini, son état d'hydratation.

Nous avons opéré sur le sel cristallisé $SO^4Na^2, 10H^2O$. Il est bien connu que cet hydrate s'effleurit rapidement à l'air et à la température ambiante. Nous sommes parvenu cependant à conserver au sulfate de sodium ses 10 molécules d'eau de cristallisation en le plaçant dans un exsiccateur contenant une solution d'acide sulfurique de concentration convenablement choisie. Le titre de cette liqueur acide était tel que sa tension de vapeur était comprise entre celle de la solution saturée de sulfate de sodium et la tension de dissociation de l'hydrate $SO^4Na^2, 10H^2O$.

Remarquons que l'équation classique de Clapeyron sous la forme

$$N\,d\log P \neq \frac{E\,\Delta Q}{RT^2}\,dT \quad (^1)$$

s'applique aussi bien aux systèmes monovariants qu'aux systèmes d'une variance plus élevée, à la condition toutefois que dans ce dernier cas *la composition de la solution reste constante* (²). Par suite, dans les deux cas, si l'on admet, en premiére approximation, que *la chaleur latente de transformation* (*de vaporisation par exemple*) *ne varie pas avec la température*, la relation précédente donne par intégration et en remplaçant les logarithmes népériens par les logarithmes vulgaires :

$$N\log_{10}\frac{P_2}{P_1} \neq \frac{\Delta Q}{4,573}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Le logarithme de la pression d'équilibre est, alors, fonction linéaire de l'inverse de la température absolue.

Il en résulte un mode de représentation graphique des trois systèmes considérés qui permet de contrôler rapidement l'exactitude des données de l'expérience, ou de dresser des courbes avec un nombre de points très limité (voir la figure).

Ainsi la concentration de la liqueur acide utilisée étant convenablement choisie, les variations de température, quelle que soit leur importance, ne peuvent en aucune façon influencer l'état d'hydratation du sel de sodium, *à la seule condition* que ces variations se produisent toujours au-dessous de la température de 30° C. $\left(\frac{1}{T} = 329,9.10^{-5}\right)$.

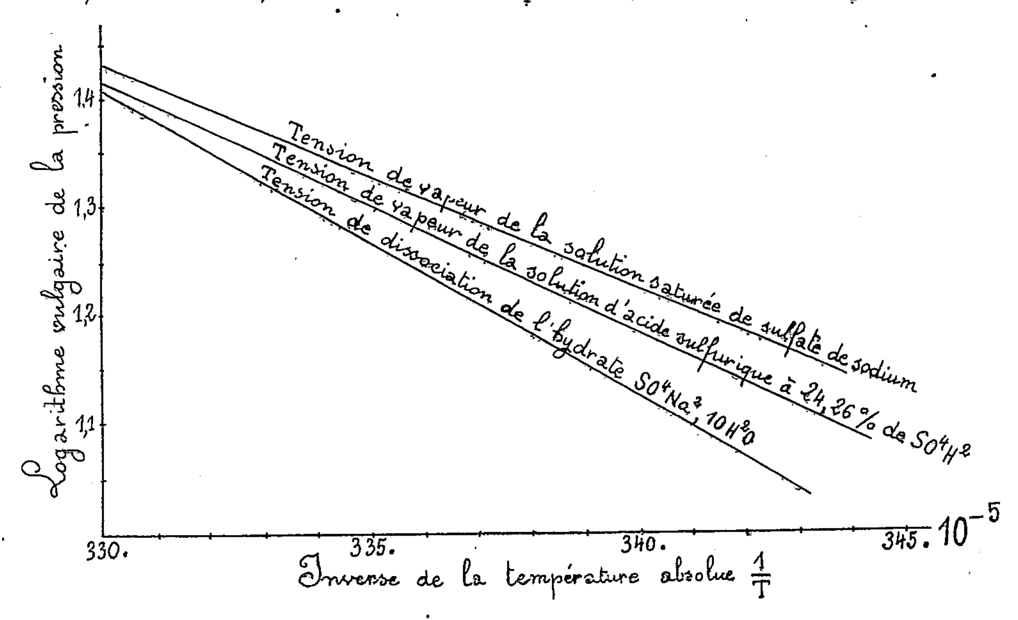
(¹) Nous convenons de donner au signe $\neq$ la signification : peu différent de.

(²) Il en est bien ainsi pour la solution d'acide sulfurique dans l'exemple qui nous intéresse.

Un raisonnement simplifié permet, du reste, d'expliquer la stabilisation de l'hydrate :

Si le sel s'effleurit, l'hydrate cristallisé est en présence du sel anhydre, sa tension de vapeur est nécessairement *au plus* égale à la tension de dissociation de l'hydrate SO^4Na^2, $10H^2O$.

Si, inversement, le sel devenait déliquescent, sa tension de vapeur serait



au moins égale à la tension de vapeur de la solution saturée de sulfate de sodium.

Il s'ensuit qu'en imposant au sel cristallisé la tension de vapeur de la solution d'acide sulfurique à 24, 26 pour 100 de SO^4H^2 son état d'hydratation se conserve indéfiniment.

Ces considérations théoriques ont été vérifiées par l'expérience,

Le sel, récemment préparé et encore humide, était placé dans l'exsiccateur contenant la solution d'acide sulfurique au titre voulu. Une série de dosages, à l'état de sulfate de baryum, effectués sur le sel après des temps plus ou moins longs, donnaient les résultats suivants :

Temps.	SO^4Na^2 pour 100 trouvé.	Formule.
Après 12 heures...........	43,94	$SO^4Na^2 . 10,08 H^2O$
» 24 »	44,03	$SO^4Na^2 . 10,03 H^2O$
» 15 jours............	44,03	$SO^4Na^2 . 10,03 H^2O$
» 20 »	44,09	$SO^4Na^2 . 10,02 H^2O$

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la séparation à l'état de carbonates des constituants de la sylvinite.* Note (¹) de M. **Édouard Urbain**, transmise par M. G. Urbain.

La préparation du carbonate acide potassico-magnésien par action de CO^2 sur $MgCO^3$ et KCl (²) en solution concentrée exige un grand excès de KCl qui diminue la solubilité de CO^3MgCO^3KH dans les solutions de $MgCl^2$, cependant seulement 33 pour 100 du potassium passe en combinaison insoluble.

La préparation indiquée par Borsche et Brunje (*Dingler Polyt. Journ.*, 1885), qui font intervenir une double décomposition entre le sel de Schaffgotsch $(CO^3)^2Mg(NH^4)^2$ et le chlorure de potassium dans un courant de CO^2, donne des résultats encore moins bons par suite de la solubilité plus considérable encore du sel potassico-magnésien dans les sels ammoniacaux.

On obtient une précipitation presque complète du potassium à l'état de carbonate acide potassico-magnésien, en éliminant le chlore du KCl à l'etat de NaCl, et en employant à cet effet le bicarbonate de sodium, qui ne fournit pas de carbonate acide sodico-magnésien.

La réaction s'exprime ainsi :

$$CO^3Mg + CO^3NaH + KCl = CO^3MgCO^3KH + NaCl.$$

On peut appliquer cette réaction à la séparation industrielle du potassium et du sodium contenus dans le mélange des chlorures connu sous le nom de sylvinite, et qui constitue le minéral le plus important des mines de potasse.

Cette sylvinite qui contient environ 20 pour 100 de KCl et 80 pour 100 de NaCl est dissoute à saturation dans l'eau, additionnée ensuite de CO^3NaH et de CO^3Mg, puis, agitée dans une atmosphère de CO^2.

Le potassium est fixé presque théoriquement à l'état de carbonate acide potassico-magnésien d'où on l'extrait ensuite à l'état de CO^3K^2 avec régénération de CO^3Mg.

Le grand excès de NaCl existant dans la phase liquide est sans action appréciable sur la phase solide qui contient (CO^3MgCO^3KH) et un excès de CO^3Mg.

(¹) Séance du 19 janvier 1931.

(²) Engel, *Comptes rendus*, 92, 1881, p. 725.

La solution salée après séparation de la phase solide est traitée par le procédé dit de la soude à l'ammoniaque et l'on obtient CO^3NaH.

Il est alors avantageux de faire cristalliser par refroidissement vers — 10° les solutions de NH^4Cl et d'utiliser les eaux résiduelles à dissoudre de nouvelles quantités de sylvinite, on récupère ainsi une quantité importante de CO^3NaH ordinairement perdue qui est utilisée pour la formation du carbonate acide potassico-magnésien.

Le cycle de ces opérations permet donc d'obtenir quantitativement le carbonate de potassium et le carbonate de sodium à partir des chlorures de la sylvinite.

CHIMIE MINÉRALE. — *Chlorogermanites d'alcaloïdes et chlorogermanite de césium.* Note de M. **Arakel Tchakirian**, présentée par M. G. Urbain.

Le chlorure germaneux Cl^2Ge forme avec les alcaloïdes, quinine et pilocarpine, des sels doubles du type : Cl^2Ge, A.2ClH (alcaloïde bibasique) ou Cl^2Ge, A.ClH (alcaloïde monobasique), où A représente la molécule d'alcaloïde.

Préparation. — On mélange à molécules égales le chlorure germaneux et le chlorhydrate de l'alcaloïde. On emploie une solution à 10 pour 100 de Cl^2Ge, obtenue en dissolvant dans l'acide chlorhydrique 4 à 5 fois normal, l'hydroxyde germaneux préparé par la méthode de J. Bardet et A. Tchakirian [1] et une solution à 10 pour 100 de l'alcaloïde dans l'acide chlorhydrique deux à trois fois normal. Le sel précipite immédiatement; on l'isole par filtration, et on le sèche dans le vide jusqu'à poids constant.

Le précipité obtenu dans ces conditions avec le chlorhydrate de quinine (la quinine est bibasique) présente une composition constante et correspond à la formule : Cl^2Ge, $C^{20}H^{24}N^2O^2$.2ClH. Avec le chlorhydrate de pilocarpine (la pilocarpine est monobasique), on obtient un composé correspondant à la formule Cl^2Ge, $C^{11}H^{16}N^2O^2$.ClH.

Propriétés. — Les sels doubles de Cl^2Ge et des chlorhydrates d'alcaloïdes se présentent sous forme de poudres blanches, microcristallines, très hygroscopiques, décomposables par la chaleur. L'eau les hydrolyse, avec dépôt d'hydrate germaneux. Ils sont peu solubles dans l'eau acidulée par l'acide chlorhydrique.

Le sel de quinine est insoluble dans l'alcool et dans le chloroforme, mais il est soluble à chaud (60°) dans un mélange à parties égales de ces deux solvants.

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 637.

Ce sel chauffé, même à 80°, dans un courant de HCl sec n'abandonne pas Cl^2Ge avec formation de $GeHCl^3$; cependant HCl éthérifie le groupement alcoolique de la quinine, comme l'indique la condensation d'eau sur les parties froides du tube. A une température supérieure à 80° la quinine se décompose. Dans les mêmes conditions, avec l'hydrogène, il ne se produit aucune réaction.

Chlorogermanite de césium. — Si la solution du Cl^2Ge, préalablement acidulée par l'acide chlorhydrique (5*n*), est additionnée d'une solution de chlorure de césium (en solution chlorhydrique 2 ou 3 fois normal) on obtient un précipité, blanc, microcristallin, très peu soluble.

Le précipité isolé par filtration et séché dans le vide jusqu'à poids constant présente une composition constante et correspond à la formule $Cl^2Ge.ClCs$. On obtient avec ClRb un sel analogue. Avec ClLi, ClNa et ClK on n'obtient pas de précipité.

A la température de 100° et dans un courant d'acide chlorhydrique sec, le sel de césium n'abandonne pas le chlorure germaneux. Il fond sans se décomposer.

Étant donnée la stabilité du chlorogermanite de césium qui même à la température de fusion, dans un courant d'acide chlorhydrique sec, ne libère pas Cl^2Ge, pour donner $GeHCl^3$, on peut conclure qu'il y a interpénétration des molécules de $GeCl^2$ et de ClCs pour former le complexe $[GeCl^3]Cs$, dans lequel Ge a la valence électrolytique deux comme dans $GeCl^2$ mais avec la coordinence trois.

CHIMIE ORGANIQUE — *Remarque sur la structure des nitrocelluloses.* Note de MM. **Desmaroux** et **Mathieu** présentée par M. G. Urbain.

I. En nous servant de coton comme matière première nous avons obtenu des nitrocelluloses ayant des taux d'azote variant de 13,9 pour 100 à 11,35 pour 100.

Le procédé d'obtention de ces cotons nitrés est celui utilisé habituellement dans l'industrie des cotons-poudres. On trempe le coton pendant une heure à 30° dans un mélange sulfonitrique contenant 22 pour 100 de NO^3H et ayant une teneur en eau variable suivant le taux d'azote à obtenir. Dans les domaines ainsi définis de la surface de nitration, la réaction se fait facilement. Les cotons nitrés ont été stabilisés par ébullition avec de l'eau distillée pendant 40 heures. La méthode de dosage de l'azote est celle

du nitromètre de Lunge. Le coton nitré à 13,9 a été obtenu en poursuivant avec P^2O^5 une nitration déjà avancée avec SO^4H^2, puis stabilisé par lavage à l'alcool [1].

Les Rœntgennogrammes, type Debye et Scherrer de ces cotons nitrés présentent les caractères suivants (le diaphragme limitant le faisceau incident était de $\frac{4}{10}$ de millimètre de diamètre; la radiation X employée était celle du cuivre $\lambda = 1,54$) :

a. Ils ont tous en commun un cercle net, de diamètre correspondant à un intervalle réticulaire bien défini compris entre 6,6 et 7,5 Å. Cette dimension s'accroît régulièrement de la plus petite valeur correspondant au coton le moins nitré à celle correspondant au coton le plus nitré, ainsi que le montre le tableau suivant :

Pour 100 d'azote de l'échantillon.	2 tang 2θ.	*d* en angströms.
13,9	0,41	7,5
13,4	0,42	7,3
12,10	0,43	7,2
11,7	0,435	7,1
11,55	0,4575	6,7
11,35	0,465	6,6

On rappelle que la trinitrocellulose possède théoriquement un taux d'azote de 14,77 pour 100 et la dinitrocellulose 11,11 pour 100.

Ces résultats sont très semblables à ceux publiés dernièrement par Miles [2]. Cet auteur s'attache surtout aux nitrocelluloses obtenues dans la zone de la surface de nitration où les produits sont tout près de passer en solution.

b. La trinitrocellulose (coton à 13,9 d'azote) présente deux cercles nets intenses, aussi précis que le cercle intérieur décrit dans le paragraphe *a*. Ils correspondent à des angles θ définis par

$$2\,\mathrm{tang}\,2\theta = 0,70, \qquad 2\,\mathrm{tang}\,2\theta = 0,88,$$

ce qui donne des distances réticulaires respectivement égales à 4,5 et 4 Å.

Les cotons de taux d'azote inférieur à 13,9 donnent ces deux cercles élargis et ayant leur intensité diminuée, ces caractères deviennent de plus en plus remarquables à mesure que le taux d'azote baisse davantage. Déjà

(1) Cette préparation a été faite par M. Muraour.

(2) Miles, *J. of Phys. Chem.*, 34, 1930, p. 2607.

pour le coton à 12,10 on ne peut plus distinguer deux anneaux mais on a deux plages concentriques uniformes, se touchant, la plus extérieure étant plus claire que l'autre. Nous devons ajouter que nous avons eu le soin de contrôler l'homogénéité de nos produits par l'examen au microscope polarisant suivant les méthodes indiquées par de Chardonnet, puis par Tissot [1] et rappelées dans l'ouvrage de Hess [2], au moins autant que cela peut se faire en opérant sur des fibres de coton. Des produits qui à l'examen au microscope se présentent comme hétérogènes, c'est-à-dire qui donnent sur la surface des fibres des teintes tirant sur celle de la trinitrocellulose et à leur intérieur des couleurs caractérisant une nitration moindre, donnent des diagrammes mixtes sur lesquels on distingue plus ou moins facilement deux cercles nets se détachant sur un halo.

II. Si avec les cotons nitrés à 12,10 pour 100 et au-dessous, on fait des films par évaporation d'une solution dans le mélange éther-alcool, et si l'on prend les Rœntgennogrammes avec le faisceau incident perpendiculaire au film, on voit que *le cercle net intérieur décrit en premier lieu disparaît* complètement et laisse place à un halo central faible qui s'étend de la tache centrale et va diminuant lentement en intensité pour s'évanouir là où était le cercle net du coton nitré.

Par contre, *les plages extérieures sont fondues en un halo* qui recouvre toute la région qu'elles occupaient sur le diagramme du coton nitré.

GÉOLOGIE. — *Sur la constitution géologique et l'origine de la Crau.* Note [3] de M. I. **Repelin.**

De nombreux auteurs ont écrit sur la Crau [4], je ne retiendrai que celles de ces publications qui traitent plus spécialement de la constitution géologique et de l'origine de cette région [5].

---

[1] Tissot, *Mém. des Poudres*, 22, 1926, p. 31.

[2] K. Hess, *Chemie der Zellulose*, p. 360; Leipzig, 1928.

[3] Séance du 22 décembre 1930.

[4] On trouvera dans le volume *Le Sol* de *l'Encyclopédie des Bouches-du-Rhône*, 12, p. 87 et suivantes, une description géographique de la Crau ainsi qu'une bibliographie.

[5] Coquand, *La Crau, sa composition géologique, son origine* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 2e série, 26, p. 54); Fontannes, *Note sur la constitution du sous-sol de la Crau* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 3e série, 12, p. 463 et suiv.); Collot, *Pliocène et Quaternaire du Bas-Rhône* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 4, 1904, p. 401-415).

Coquand fut le premier à apporter quelque lumière dans cette question en montrant que les poudingues classés dans un même étage par l'auteur de la statistique des Bouches du Rhône appartenaient au contraire à des niveaux très différents. Les travaux de Fontannes, puis ceux de Collot ont, dans une certaine mesure, confirmé l'opinion de Coquand quant à l'existence de deux poudingues dans la Crau, mais en précisant le rôle de la Durance dans cette formation. Collot admet deux poudingues mais non superposés, plutôt juxtaposés. C'est l'opinion que nous avons admise en partie antérieurement ([1]). En ce qui concerne le substratum considéré jusqu'ici comme constitué par le *Miocène moyen* nos observations modifient entièrement cette manière de voir. Le Tortonien apparaît bien sous forme de lambeaux pointant à travers la formation caillouteuse dans la partie nord-est de la Crau comme le représente la Carte géologique à 1/80000e feuille d'Arles, mais le clar d'Entressen montre, sous un lit de cailloux de Crau, une argile rouge à graviers appartenant incontestablement au Miocène supérieur et, plus à l'Ouest celui de Deseaume repose sur les argiles blanchâtres ou jaunâtres du Pliocène. Elles sont là à une altitude de + 10 et ne m'ont pas fourni de fossiles. Mais, à 1500^m environ au nord ouest du Mas de Deseaume, un sondage effectué à l'usine de dynamite de Saint-Martin de Crau (altitude + 20^m) en vue du forage d'un puits profond, a rencontré ces argiles blanchâtres ou jaunâtres à 20^m environ de profondeur et n'a pas quitté cette formation de plus en plus bleuâtre à partir de ce niveau jusqu'à 130^m,60. Nous avons trouvé dans les déblais des débris de coquilles marines pliocènes, et quelques Nasses en parfait état de conservation. Nous avons reconnu *Venus multilamella* L^k. *Nassa crypsigona* Font, *Nassa Bollensi* Tournouër.

La découverte du Pliocène marin dans le sous-sol de la Crau est un fait nouveau qui nous permet de nous faire une idée plus précise de l'extension de la mer à cette époque dans ce qui sera plus tard la Crau. Fontannes avait dès 1884 reconnu la présence du Pliocène fossilifère dans les environs d'Eyguières, et notamment dans le défilé de Saint-Pierre de Vence près du Mas de Gras et aux environs du château de Roquemartine. Tout le pays compris entre ce défilé et l'étang de Deseaume était donc couvert par la mer pliocène dont d'autres bras vraisemblablement passaient par la dépression d'Eyguières et celle de Lamanon.

Comment dès lors ne pas admettre que le Rhône qui a déposé les allu-

([1]) *Loc. cit.*

vions de Châteauneuf de Gadagne à plus de 100^m d'altitude et surtout celles de Cavaillon à 181^m n'ait pas déposé les cailloutis de la cote 163, à l'ouest du Mont Menu, et, par suite, n'ait pas contribué à la formation des parties élevées qui constituent la Crau du Nord. La Durance contemporaine du Pliocène marin se jetait dans un golfe limité aux environs de Saint-Christophe. Mais quand le bras du Rhône, postérieurement, passait vers la cote 163 elle se jetait dans ce fleuve comme en témoignent les cailloutis des environs de Lauris à 180^m d'altitude. Ce bras du Rhône creusait son lit dans la dépression Miocène et Pliocène de la Crau formée en grande partie par l'affaissement des dépôts miocènes qui de la cote 200 dans les Alpines passent à des cotes inférieures à 70 dans la Crau, et par celui du Pliocène marin qui d'une cote voisine de 200 aux environs d'Eyguières et de Roquemartine passe à l'altitude maxima de + 10 dans la région de Saint-Martin de Crau. A la période de déblaiement succéda une période de dépôt. La Durance retenue par la hauteur du seuil Orgon-Cheval-Blanc s'engage bientôt dans le défilé de Lamanon et la dépression précédemment occupée par la mer entre Saint-Christophe et Lauris devient le lit de la Durance, qui pousse sa tête jusque dans le Briançonnais et apporte dans la Crau des alluvions à éléments de serpentine, de variolite et autres roches des Alpes briançonnaises. Ces apports s'étalent sur le bord des poudingues rhodaniens pliocènes. Des phénomènes complexes de creusement de thalwegs et de remblaiement de ces vallées, aujourd'hui souterraines, ainsi que des érosions facilitent l'apparition du substratum et achèvent de constituer la Crau en rejetant la Durance dans la vallée du Rhône.

PHYSIOLOGIE. — *Reproduction sur le chien des expériences d'empoisonnement curarique partiel réalisées classiquement sur la grenouille.* Note de MM. **A. Tournade** et **J. Malmejac**, présentée par M. H. Vincent.

L'irrigation d'un organe au moyen d'une anastomose de ses vaisseaux avec la carotide et la jugulaire d'un animal perfuseur, représente un procédé très favorable aux études de pharmacodynamie, notamment celles qui se proposent de situer l'action d'un poison. En effet :

1° L'organe se trouve dans des conditions de nutrition vraiment normales ;

2° Il conserve son innervation intacte;

3° L'expérimentateur peut, à son gré, injecter le toxique qu'il étudie, soit au perfuseur, soit au perfusé et en localiser ainsi l'action : dans le premier cas, à l'organe même; dans le second, à l'appareil d'innervation central de cet organe.

Par cette méthode, l'extrémité céphalique, le cœur, la patte, le rein, la glande sous-maxillaire ont été successivement l'objet de telles irrigations.

Un exemple montrera, mieux que tout commentaire, le profit qu'on peut tirer de la méthode.

Dans ses leçons sur l'action physiologique des substances toxiques et médicamenteuses, publiées en 1882, Vulpian (p. 329) exprimait le regret qu'il fût impossible de réaliser sur le chien les expériences de Cl. Bernard et de ses successeurs sur la grenouille, savoir la curarisation après ligature préalable de l'artère iliaque primitive d'un côté. Cette expérience si instructive permettrait en effet d'étudier, chez les mammifères, l'influence de l'excitation de la moelle épinière sur le membre préservé, ainsi que la durée de la persistance des mouvements volontaires chez les animaux curarisés, etc. Mais l'arrêt de la circulation artérielle détermine, chez eux, l'affaiblissement rapide puis l'abolition de toute motilité volontaire ou réflexe.

On est donc forcé, dit Vulpian, de s'en tenir à l'expérimentation sur la grenouille, dont les membres, quoique privés d'irrigation artérielle, conservent plus longtemps leurs mouvements volontaires ou réflexes.

L'expérience que Vulpian concevait, mais jugeait impossible, nous paraît aujourd'hui très aisément réalisable. Par la ligature de sa veine et de son artère iliaque primitive, la patte d'un chien I peut être, en effet, soustraite à l'empoisonnement curarique que subit son propriétaire, sans que sa vitalité soit compromise, grâce à l'anastomose de ses vaisseaux cruraux avec la carotide et la jugulaire (bouts cardiaques) d'un congénère P. Il va sans dire que les nerfs du membre ainsi perfusé sont soigneusement respectés.

C'est sous anesthésie légère à l'éther qu'on exécute cette vivisection préliminaire. Lorsqu'elle est terminée, on curarise le chien I à la limite, selon la méthode de Morat, et l'on vérifie que l'intoxication n'entrave nullement l'exécution des mouvements spontanés ou réflexes de la patte irriguée, alors qu'elle paralyse le reste du corps.

Les mémorables expériences d'empoisonnement curarique partiel que Cl. Bernard avait faites sur les grenouilles se peuvent donc exécuter aussi

sur le chien dont une patte est irriguée par un congénère. Dans les deux cas, elles fournissent les mêmes résultats.

PHYSIOLOGIE. — *Le sucre protéidique dans le plasma sanguin du cheval.* Note de M. **H. Bierry**, présentée par M. A. Desgrez.

La teneur du plasma sanguin, en sucre protéidique, est variable avec les diverses espèces animales et les divers individus. De plus, il est possible de provoquer, chez le même individu, des variations importantes de ce sucre protéidique, soit par injection d'adrénaline (Bierry, Rathery et Levina), soit par injection d'insuline (Bierry et Rathery, Nitzescu et C. Popescu-Inotesti).

Depuis quelque temps, j'ai été amené à reprendre les expériences anciennes, en n'utilisant plus le plasma directement, mais les albumines isolées et purifiées. Ces nouvelles recherches ont porté sur les protides de divers Mammifères : cheval, chien, etc., d'Oiseau (poule), de quelques Invertébrés et enfin sur les protides de l'homme, à l'état normal et pathologique.

Je donne les résultats obtenus en ce qui concerne les albumines plasmatiques du cheval. Les protides sont isolés et purifiés (procédé H. Bierry et Vivario) — les albumines de chaque cheval étaient traitées séparément, — puis dissous dans une solution de KOH N/3 et portés une demi-heure à 120° à l'autoclave, dans le but de mettre en liberté la copule glucidique. Après refroidissement, la liqueur sérique est additionnée de 8 volumes d'alcool à 96°. Il se forme ainsi un précipité qui englobe le polyholoside. Dans ces expériences comparatives, on s'est contenté de débarrasser le complexe hydrocarboné de la plus grande partie des albumines et des impuretés qui l'accompagnent par divers traitements appropriés. Finalement, la poudre, non réductrice, obtenue, est dissoute dans l'eau distillée et soumise à l'action d'acides minéraux à diverses concentrations.

La marche de l'hydrolyse était suivie par l'étude du pouvoir rotatoire, du pouvoir réducteur et par l'obtention de dérivés de condensation avec les hydrazines aromatiques. On est ainsi bien guidé pour observer les caractères des divers glucides à différents stades d'hydrolyse et pour en pratiquer au besoin l'isolement.

Parmi les sucres dextrogyres ainsi libérés, j'ai pu caractériser deux hexoses : le *d*-mannose (¹) et le *d*-galactose (²). D'autre part Dische a signalé, parmi les produits de clivage des albumines plasmatiques du cheval, la présence d'un aminohexose que Rimington a identifié à la *d*-glucosamine. Je puis confirmer les résultats de ces auteurs en ce qui concerne l'aminohexose.

Par divers procédés sur lesquels je n'insiste pas dans cette Note, j'ai évalué le sucre protéidique total ou seulement certains de ses constituants : galactose + mannose, glucosamine, mannose. En ce qui concerne ce dernier, je dirai seulement qu'il a été dosé à l'état de mannosehydrazone. A cet effet, le précipité de mannosehydrazone était recueilli, lavé et séché, en observant les précautions indiquées par Bourquelot et Hérissey.

L'étude de la marche de l'hydrolyse a montré : d'une part, que la liaison du galactose est plus faible que celle des autres unités, car, dans l'hydrolyse ménagée, c'est cet hexose qui est mis d'abord en liberté; que, d'autre part, à un certain stade tout au moins, on peut isoler une osazone spéciale soluble dans l'eau bouillante. Cette osazone n'a pas encore été obtenue en assez grande quantité pour être analysée. Ces expériences sont en effet particulièrement longues et délicates, en raison des petites quantités de sucres réducteurs présents.

Si l'on évalue la glucosamine par son pouvoir réducteur (exprimé en glucose, méthode de G. Bertrand), on constate que ce pouvoir réducteur représente environ le quart du pouvoir réducteur du sucre protéidique total. Dans les albumines étudiées, se rapportant à d'assez nombreux chevaux, j'ai constamment décelé la présence d'aminohexose, sauf une fois. Il s'agit probablement d'un cas pathologique.

En définitive, dans le plasma sanguin du cheval, le complexe glucidique combiné aux protéides (sucre protéidique) représente environ les deux tiers du sucre total. Le taux de ce sucre protéidique oscille autour de deux grammes par litre de plasma. Il y a des variations individuelles parfois marquées.

(¹) H. Bierry, *C. R. Soc. Biol.*, **99**, 1928, p. 1839.

(²) H. Bierry, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1381.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la combinaison des mesures de densité optique et de viscosité d'une suspension pour la détermination du nombre et du volume des éléments dispersés.* Note de Mlle **G. Achard**, présentée par M. d'Arsonval.

M. Boutaric ([1]) a appliqué récemment des mesures combinées de viscosité et de densité optique, pour déterminer le nombre et le volume élémentaire des particules d'une suspension colloïdale telle que du sérum sanguin.

Depuis plusieurs années, nous avons nous-même entrepris des recherches au sujet du recoupement possible de mesures de viscosité et de densité optique, dans le même but ([2]), mais dans un cas un peu différent de celui de M. Boutaric : les suspensions étudiées par nous ont des particules relativement plus grosses (hématies en suspension isotonique : diamètres variant de 5 à 8^{μ}). Les données du problème se présentent alors d'une façon plus complexe que dans le cas envisagé par M. Boutaric.

a. Relation entre la viscosité et le nombre d'hématies. — Nous avons effectué, à l'aide du viscosimètre de Vlès ([3]) une série de mesures de viscosité de suspensions d'hématies de Bœuf en fonction de la concentration (définie par le nombre d'éléments dispersés dans un volume donné mesuré par numération directe à la cellule de Hawksley). La viscosité η de chaque suspension est rapportée à la viscosité η_0 de l'excipient séparé ensuite par centrifugation. Les conditions d'expérience sont telles que la loi de Poiseuille s'applique ([4]). Les résultats peuvent être représentés par la formule empirique $\eta/\eta_0 = 1 + 0,0486\,N^{1,67}$, pour $0,2 < N < 10$ ($N =$ nombre d'éléments par millimètre cube $\times 10^{-6}$) : la fonction $\log(\eta/\eta_0 - 1) = f(\log N)$ est une droite.

N........	0,15.	0,50.	1,00.	1,60.	2,00.	2,65.	3,00.	3,50.	5,00.	6,50.	10.
η/η_0 expér..	1,01	1,02	1,05	1,13	1,16	1,26	1,34	1,42	1,70	2,07	3,30
η/η_0 calculé.	1,00(2)	1,01	1,05	1,10	1,15	1,24	1,30	1,40	1,71	2,11	3,30

Aux concentrations faibles ($N < 0,2$) la loi ne s'applique plus; on

([1]) A. Boutaric, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1332-1334.

([2]) Indiqué autrefois par Vlès, *Arch. Phys. biol.*, **1**, 1921, p. 252.

([3]) F. Vlès, *Cours de Physico-Chimie des pétroles*. Vigot, Paris, 1926.

([4]) G. Achard, *Arch. Phys. biol.*, **3**, 1924, p. 239-274.

observe une fonction $\eta/\eta_0 = f(N)$ mal définie, variable d'une préparation à l'autre et témoignant ainsi de l'irrégularité des conditions des échanges se passant entre l'hématie et son excipient (début d'hémolyse par exemple); les perturbations ainsi introduites deviennent importantes par rapport aux variations de la grandeur à mesurer. Aux concentrations fortes, $N > 10$, la loi empirique ne semble plus s'appliquer, la courbe expérimentale présente des irrégularités; mais il faudrait savoir si, dans ces conditions, la définition de la viscosité garde sa valeur (1).

b. Relation entre l'opacité (mesurée par colog I/I_0) *et le nombre d'hématies.* — Nous avons opéré avec les suspensions ayant servi aux mesures de viscosité, au spectrophotomètre Glan, sous une épaisseur de $0^{cm},018$, sur $\lambda 620^{m\mu}$.

Les courbes obtenues répondent au type exponentiel d'équation déjà donné par Vlès (2) pour des épaisseurs d'un autre ordre, à condition de considérer ici deux formules empiriques, l'une pour les faibles concentrations, l'autre pour les fortes :

$$(1) \qquad \operatorname{colog} \frac{I}{I_0} = 1,22\, N^{0,273} \text{ pour } 0 < N < 2,88,$$

$$(2) \qquad \operatorname{colog} \frac{I}{I_0} = 1,34\, N^{0,185} \text{ pour } 2,88 < N < 10.$$

La loi de forme hyperbolique donnée par Vlès s'applique bien aux fortes concentrations $2 < N < 10$, la formule est alors

$$\frac{I}{I_0} = \frac{0,0637}{N} + 0,0028;$$

mais il est évident que la même formule ne rend plus compte des faibles concentrations et qu'il faut envisager alors d'autres coefficients.

		0,150.	0,500.	2,00.	2,50.	5,00.	6,50.	10.
N								
Colog I/I_0 mesuré		0,75	1,00	1,46	1,56	1,80	1,90	2,04
Colog I/I_0 calculé	f. exponentielle	0,73	1,00	1,47	1,56	1,80	1,89	2,05
		équation (1)				équation (2)		
	f. hyperbolique	–	–	1,46	1,59	1,81	1,91	2,04

Notons que, en ce qui regarde le sang, des applications empiriques de

(1) Les formules généralement employées dans le cas des suspensions (Einstein, Arrhenius, Hess, Hatschek, Kunitz) n'ont pas rendu suffisamment compte de l'ensemble de nos résultats expérimentaux. On a pu avoir des écarts qui dépassent 20 pour 100.

(2) F. Vlès, *Arch. Phys. biol.*, 1, 1921, p. 189-300.

l'opacimétrie ont été reprises récemment [numération des hématies (1), étude de la vitesse d'hémolyse (2)], dans des conditions de mesure assez différentes des nôtres.

Nous avons défini la concentration uniquement par le nombre d'éléments sans faire entrer le volume particulaire, faute de données suffisantes sur la variation de ce volume quand on passe d'une espèce d'hématies à une autre. Vlès, en étudiant une vaste échelle de grosses particules (3) (diamètres variant entre 2 et 890$^{\mu}$), a montré que dans l'exponentielle de l'opacité, l'exposant du volume particulaire devenait pratiquement du même ordre que celui du nombre d'éléments. S'il en est ainsi dans la formule de la viscosité (et les auteurs qui se sont occupés de viscosité de suspensions ont toujours pris comme variable le volume total dispersé), on ne pourrait pas établir de système d'équations, les deux inconnues N et v étant remplacées par une seule inconnue (Nv).

Avec des suspensions d'hématies d'une même espèce animale, qu'il s'agisse de viscosité ou d'opacité, une seule formule empirique ne paraît pas, pour le moment, rendre compte des faits dans toute l'étendue de l'échelle des concentrations. Il semble qu'il y ait passage brusque d'un type de système à un autre. Cela tient sans doute pour une part à des changements de définition des systèmes avec la concentration. Remarquons que les limites d'application des formules empiriques de viscosité et d'opacité ne sont pas les mêmes pour les deux variables. Il y a lieu d'analyser de près les conditions physiques de la mesure.

PHYSIOLOGIE DU TRAVAIL. — *Modifications tardives de la chronaxie après le travail électriquement provoqué.* Note de M. **H. Laugier** et Mlle **B. Neoussikine**, présentée par M. L. Lapicque.

Divers travaux, effectués tant sur l'animal (4) que sur l'homme (5), ont mis en évidence les modifications que subit la chronaxie au cours d'un travail prolongé jusqu'à la fatigue. Cette Note a pour objet de signaler un phénomène de modification (augmentation) de la chronaxie qui se produit et

(1) M. Marcandier, I. Bideau, Y. Dubreuil, *C. R. Soc. Biol.*, 99, 1928, p. 741-742.

(2) M. H. Jacobs, *Biological Bulletin*, 58, 1930, p. 104-122.

(3) Vlès F., *loc. cit.*

(4) L. et M. Lapicque, *C. R. Soc. Biol.*, 82, 28 juin 1919, p. 772.

(5) G. Bourguignon et H. Laugier, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 846.

évolue *un temps notable* après la cessation de l'activité musculaire, lorsque cette activité est intense, et de durée relativement courte.

Les expériences ont été effectuées sur l'homme (12 sujets) et ont porté sur les extenseurs et les fléchisseurs des doigts. Les muscles étudiés n'étaient pas chargés (aucun poids n'était suspendu à l'extrémité des doigts), ils étaient excités électriquement, par des courants de bobines d'induction, appliqués au point moteur, avec l'intensité maxima tolérable par le sujet, et provoquant une contraction musculaire sinon maximale, du moins très importante, se traduisant toujours par un ample mouvement des doigts intéressés.

Les résultats obtenus sont qualitativement semblables sur les fléchisseurs et sur les extenseurs; mais, dans les conditions expérimentales utilisées, le phénomène est plus ample sur les extenseurs que sur les fléchisseurs. Après la tétanisation électrique, la chronaxie des extenseurs augmente jusqu'à trois et quatre fois sa valeur normale; celle des fléchisseurs atteint au maximum le double de la valeur initiale. Mais, et c'est ici le phénomène particulier sur lequel nous attirons l'attention, si la tétanisation est courte (de 1 à 5 minutes), on trouve, entre le moment de la tétanisation et celui où la chronaxie commence à augmenter, un intervalle de 1 à 4 minutes pendant lequel la chronaxie reste sensiblement normale, et c'est seulement au bout de ce temps que l'augmentation de chronaxie évolue. Si, au contraire, l'excitation tétanisante a été prolongée un temps plus long, on trouve la chronaxie d'emblée augmentée après la cessation de l'activité musculaire et, suivant les cas, poursuivant son augmentation encore quelques minutes, ou, au contraire, commençant aussitôt à décroître ([1]). Voici quelques chiffres d'expériences significatives sur les extenseurs.

Expérience du 6 *février* 1930. — Extenseur propre de l'index gauche au point moteur.

a. Déterminations au repos :

Rhéobase (volts).	Chronaxie (microfarads).
54	0,08
52	0,08

([1]) Il y a lieu de rapprocher de ces faits ceux qui ont été signalés par un collaborateur de Bourguignon (PIERRE BOURGEOIS, *La Myasthénie*, Paris, 1929) et par I. M. UFLAND et L. W. LATMANISOVA, *Arbeitsphysiologie*, 3, 22 septembre 1930, p. 360.

b. Le muscle est soumis pendant 2 minutes ($10^h 13^m$ à $10^h 15^m$) à des excitations tétanisantes, comme il a été indiqué plus haut.

c. Déterminations effectuées après la cessation de la tétanisation :

Heure.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (microfarads).
$10^h.17^m$	53	0,10
19	50	0,11
22	48	0,18
24	50	0,19
27	50	0,16
29	50	0,12
32	52	0,09
34	48	0,09
46	48.	0,09
38	48	0,08

Expérience du 5 avril 1930. — Extenseur commun à droite, faisceau du troisième doigt.

a. Déterminations au repos :

Rhéobase (volts).	Chronaxie (microfarads).
80	0,09
78	0,09
79	0,09

b. Le muscle est soumis pendant 3 minutes ($10^h 10^m$ à $10^h 13^m$) à des excitations tétanisantes.

c. Déterminations effectuées après la cessation de la tétanisation :

Heure.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (microfarads).
$10^h.15^m$	78	0,08
17	77	0,10
19	75	0,11
22	75	0,13
25	72	0,16
27	72	0,15
29	73	0,15
32	74	0,13
37	74	0,09
40	72	0,09

Voici une expérience analogue sur les fléchisseurs.

Expérience du 10 mai 1930. — Fléchisseur superficiel du troisième doigt à droite.

a. Déterminations au repos :

Rhéobase (volts).	Chronaxie (microfarads).
33	0,05
33	0,05
33	0,05

b. Le muscle est soumis pendant 3 minutes (10^h47^m à 10^h50^m) à des excitations tétanisantes.

c. Déterminations effectuées après la cessation de la tétanisation :

Heure.	Rhéobase (volts).	Chronaxie (microfarads).
h m 10.54............	31	0,06
57............	26	0,11
59............	30	0,10
11. 2............	31	0,11
5............	30	0,10
7............	32	0,07
9............	32	0,07
10............	32	0,05
12............	32	0,05

Ainsi, dans ces diverses expériences, la chronaxie, sensiblement normale, ou extrêmement peu modifiée, aussitôt après une activité musculaire de peu de durée, a augmenté ensuite de façon importante et a atteint son maximum une dizaine de minutes après la cessation des contractions artificiellement provoquées.

On voit donc que pendant le repos immédiatement consécutif à une tétanisation brève, des phénomènes évoluent et se développent qui se traduisent par une augmentation tardive de la chronaxie. L'idée vient immédiatement à l'esprit de rapprocher ces phénomènes de ceux de chaleur retardée étudiés par A. V. Hill. Mais le choix entre les hypothèses explicatives que suggèrent ces phénomènes ne pourra être fait qu'après des expériences sur l'animal.

A 15^h45^m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h15^m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1930.

Théorie invariantive du calcul des variations, par TH. DE DONDER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 24cm,5. (Présenté par M. Hadamard.)

La méthode des ingénieurs géographes pour le calcul des coordonnées géodésiques, par E. FICHOT. Extrait des *Annales hydrographiques*, 1930. Paris, Imprimerie Nationale, 1930; 1 fasc. 25cm.

Cours d'optique à l'usage de l'enseignement supérieur, par G. BRUHAT. Paris, Masson et Cie, 1931; 1 vol. 24cm,3. (Présenté par M. Cotton.)

L'œuf et les facteurs de l'ontogénèse, par A. BRACHET. In *Encyclopédie scientifique*, publiée sous la direction du Dr Toulouse. Paris, Gaston Doin et Cie, 1931; 1 vol. 17cm,8.

Das Thyreoideagewicht und das Geschlecht, von OSCAR RIDDLE. In *Endokrinologie*. Leipzig, Verlag von Johann Ambrosius Barth, 1929; 1 fasc. 23cm,8.

La technique industrielle, par L. DE LAUNAY. Paris et Liége, Librairie polytechnique Ch. Béranger, 1930; 1 vol. 24cm,5.

Essai sur la probabilité de l'existence d'une règle de symétrie dans l'architecture de l'écorce terrestre, par P. FOURMARIER. Bruxelles, Maurice Lamertin, 1930; 1 fasc. 25cm,5. (Présenté par M. L. Cayeux.)

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 19 janvier 1931.)

Note de MM. *F. Diénert* et *P. Étrillard*, Stérilisation des eaux par les métaux :

Page 186, ligne 12, *au lieu de* disposition des germes, *lire* disparition des germes.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 FÉVRIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

En déposant sur le bureau le *Livre jubilaire* de la Société française de Minéralogie, M. **A. Lacroix** s'exprime en ces termes :

La Société française de Minéralogie a fêté l'an dernier son Cinquantenaire (1878-1928), retardé afin de faire coïncider sa commémoration avec les fêtes du Centenaire de la Société géologique de France.

A cette occasion, elle a publié un beau volume que j'ai l'honneur d'offrir en son nom à l'Académie. Il renferme une Notice sur l'histoire de la Société par M. Wallerant et 24 Mémoires dus à ses membres, dont plusieurs sont Membres (MM. Cayeux, Delépine, A. Lacroix) ou Correspondants (MM. Georges Friedel, Vernadsky) de l'Académie.

Ce volume est orné de nombreuses planches et du portrait de deux des patrons de la Société, Haüy et Bravais.

M. **R. Bourgeois** dépose sur le bureau l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1931. Ce volume contient trois Notices très intéressantes : *Le Bureau des Longitudes* (4e partie), par M. G. Bigourdan, où est rappelée la part qu'a prise le Bureau à l'installation de l'Observatoire de Paris; *L'électricité atmosphérique*, par M. Ch. Maurain; *Sur l'emploi des altimètres*, par M. M. Hamy.

La maison Gauthier-Villars l'a imprimé avec le soin qu'elle met toujours à ses publications.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les β-ènynes et les β-diynes* (1)
Note de MM. **V. Grignard** et **L. Lapayre.**

Une Note récente de M. Truchet (2) nous engage à préciser quelques points d'un travail déjà signalé en 1928 (3) et qui a fait récemment l'objet d'une Thèse d'Université (4).

On connaît depuis longtemps l'influence de deux groupements électronégatifs, CO, CN, CO^2H, en position β, sur le groupement CH^2 intermédiaire, mais l'influence des liaisons multiples, quoique soupçonnée, n'avait guère été étudiée. Nous nous sommes proposé d'amorcer cette étude dans le cas de deux triples liaisons ou de l'association d'une double et d'une triple liaison.

Nous avons, dans ce but, préparé le diphényl-1-5 pentanediyne-1-4, le phényl-1 pentènine-4-1 et le décènyne-1-4.

Le premier de ces hydrocarbures a été obtenu par l'action de l'iodure de méthylène sur le magnésien du phénylacétylène. Il constitue de longues aiguilles fusibles à 88-90° qui retiennent, toutefois, une trace d'iode. Le rendement n'a été que de 8 pour 100 en produit cristallisé.

Analyse.

Trouvé	C = 93,5	H = 5,4
Calculé pour $C^{17}H^{12}$	C = 94,44	H = 5,56

Les β-ènynes sont beaucoup plus faciles à préparer par action du bromure d'allyle sur les magnésiens acétyléniques.

C'est ainsi que le phénylacétylène nous a conduits au phényl-1 pentènine-4-1, liquide mobile, d'odeur aromatique agréable, bouillant à 103-105°, sous 20^{mm}. Rendement 70 %.

Analyse

Trouvé	C = 92,6	H = 7,0
Calculé pour $C^{11}H^{10}$	C = 92,96	H = 7,05

$d_{13}^{13} = 0,940$; $n_D^{18} = 1,558$; d'où $R_m = 48,8$ (calculé 46,9).

(1) Nous employons la désinence *yne* au lieu de *ine* pour nous conformer aux propositions de la Commission internationale de Réforme de la Nomenclature en Chimie organique.

(2) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 854.

(3) *Bull. Soc. chim. France*, **43**, 1928, p. 141.

(4) Lapayre, *Thèse de l'Université de Lyon*, 1930.

L'allylphénylacétylène est hydraté normalement en allylacétophénone, soit par l'acide sulfurique acétique, soit par le bichlorure de mercure alcoolique.

En partant de l'heptine vrai, nous avons obtenu, de même, le décènyne-1-4, liquide d'odeur faiblement acétylénique, bouillant à 82-85°, sous 18-20^{mm}. Il se résinifie lentement.

Analyse

Trouvé	C = 87,8	H = 11,7
Calculé pour $C^{10}H^{16}$..............	C = 88,2	H = 11,8

$d_{14}^{14} = 0,806$; $n_D^{15} = 1,459$; d'où $R_m = 46,3$ (théorie 45,9) (¹).

Pour ces deux derniers hydrocarbures, l'exaltation de la réfraction est très différente, 1,9 et 0,4 : elle doit donc être attribuée, d'une part, à l'association de la double et de la triple liaison, et en plus, dans le premier cas, au voisinage du noyau aromatique (²).

Nous avons eu pour but essentiel de mesurer, dans ces trois hydrocarbures, l'acidité de groupement CH^2 central. Nous avons examiné trois méthodes :

1° Par le sodium, en mesurant l'hydrogène dégagé. Ce procédé est lent et il est difficile d'arriver à la réaction totale.

2° Par chauffage, vers 110°, de l'hydrocarbure, en solution dans le toluène, avec de l'amidure de sodium, puis dosage de l'ammoniac dégagé.

Ce procédé, non plus, ne permet pas un dosage précis, mais il nous a permis de constater un fait intéressant.

Pour les deux ènynes, la quantité d'ammoniac dégagée, même en ne chauffant qu'à 70°, est sensiblement supérieure à une molécule, c'est-à-dire à ce qui correspondrait à l'acidité d'un atome d'hydrogène. Or la méthode suivante va nous montrer qu'à 70°, l'acidité manifestée atteint à peine l'unité dans le cas le plus favorable. Nous pouvons, semble-t-il, en conclure que l'excédent d'acidité provient d'une formation de carbure acétylénique

(¹) M. Truchet a préparé ce même hydrocarbure par action du benzène sulfonate d'allyle sur l'heptine sodé. Il a trouvé des constantes légèrement différentes

$Eb_{12} = 74°,5\text{-}75°,5$; $d_{20} = 0,788$; $n_D^{20} = 1,445$.

(²) Ch. Moureu avait déjà observé des exaltations du même ordre de grandeur dans des cas analogues (*Bull., Soc. chim. France*, 33, 1906, p. 35). En particulier l'exaltation de notre allylphénylacétylène (1,9) est très voisine de celle qu'il avait trouvée (2,1) pour son méthylallylphénylacétylène obtenu par une voie différente, mais de même constitution.

vrai, c'est-à-dire de la transposition

$$R - C \equiv C - CH^2 - CH = CH^2 \rightarrow R.CH = CH - CH^2 - C \equiv CH$$

signalée déjà par Bourguel (¹) dans des cas plus simples.

3° Il est bien préférable de mesurer l'acidité au moyen des organomagnésiens, dans un appareil analogue à celui de Zerewitinof (²), dont l'un de nous s'est déjà servi pour l'étude de l'énolisation (³).

Nous avons obtenu les résultats suivants, en opérant, chaque fois, sur quelques décigrammes, seulement, de matière, et en chauffant pendant un quart d'heure.

Diphénylpentanediyne. — En milieu éthéré, c'est-à-dire vers 35°, le C^2H^5MgBr a donné, en éthane, 95 pour 100 du volume théorique pour un H acide.

En milieu éthérobenzénique, vers 70°, on obtient 92 pour 100 de 2H acides.

On peut donc dire qu'à l'approximation de la méthode, cet hydrocarbure manifeste complètement une ou deux acidités aux températures indiquées.

Allylphénylacétylène. — Dans les mêmes conditions que précédemment, on trouve : à 35°, 50 pour 100 de 1 H acide; à 70°, 93 pour 100 de 1 H acide.

Il faut donc atteindre avec cet hydrocarbure, environ 70°, pour que la première acidité se manifeste intégralement.

Allylheptine. — On a de même : à 35°, 40 pour 100 de 1 H acide; à 70°, 83 pour 100 de 1 H acide; à 175° (dans l'oxyde d'amyle), 77 pour 100 de 2 H acides.

La première acidité n'est donc pas encore complètement développée, dans ce dernier cas, à 70°, et la seconde acidité ne se manifeste que pour moitié, environ (154 pour 100 de 1 H), vers 175°.

En résumé il résulte des mesures précédentes que dans un système de deux liaisons multiples, en position β, la triple liaison a, sur le CH^2 central, une action électronégative nettement plus élevée que celle de la double liaison, quoiqu'il faille, certainement, tenir compte, dans l'exemple étudié, de la présence des noyaux benzéniques voisins qui renforcent cette action. Cette influence du noyau résulte très nettement de la comparaison des deux ènynes.

(¹) *Thèse*, Paris, 1925.
(²) *Ber. D. ch. G.*, 40, 1907, p. 2023.
(³) V. Grignard et H. Blanchon, *Ann. de Chim. Pol.*, 9, 1929, p. 547.

Il n'est pas douteux d'ailleurs que le CH^2 compris entre deux doubles liaisons manifestera également une certaine acidité. Dans des recherches effectuées par l'un de nous en collaboration avec Chambret ([1]), nous avons eu l'occasion de préparer plusieurs β-diènes de ce type et nous avons constaté dans plusieurs cas qu'ils attaquaient nettement le sodium.

P.-S. — Il eût été naturel d'ajouter aux exemples précédents celui de l'allylacétylène que nous avons décrit ([2]) comme préparé en partant du monomagnésien de l'acétylène dont nous avions, semblait-il, découvert une excellente préparation, par action de l'acétylène, sous pression, sur son dimagnésien.

Bien que cette réaction ait été réalisée avec des résultats analogues, et en toute indépendance, par l'un de nous (Lapayre) et par un autre élève du même laboratoire, Tchéou Faki, nous sommes malheureusement obligés, actuellement, de douter de sa réalité. Les nombreux essais qui ont été faits, depuis, dans le même laboratoire et dans d'autres, de France et de l'étranger (communications privées) n'ont jamais permis de reproduire ladite réaction avec des rendements convenables. Il nous est impossible, pour l'instant, d'expliquer ce qui s'est passé, et la production du monomagnésien de l'acétylène reste une question entièrement ouverte et d'un intérêt évident.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Du mode de transmission de la theilériose bovine nord-africaine par la tique* Hyalomma mauritanicum. Note de MM. **Edmond Sergent, A. Donatien, L. Parot, F. Lestoquard.**

Nous avons montré ([3]) que la piroplasmose bovine à *Theileria dispar*, ou theilériose nord-africaine, est transmise par une tique, *Hyalomma mauritanicum*. Les recherches que nous résumons ci-après ont eu pour objet et pour résultat de préciser les conditions biologiques de cette transmission.

Hyalomma mauritanicum est une tique à deux hôtes; elle se fixe et se

([1]) V. Grignard et F. Chambret, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 299; *Thèse* (F. Ch.), Lyon, 1925.

([2]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 517. M. Lespieau qui avait, à peu près en même temps que nous, obtenu par une autre voie un peu d'allylacétylène impur, avait reconnu, en même temps, la formation des dérivés allylé et diallylé de ce corps qui manifestaient bien la forte acidité de son CH^2 central (communication privée).

([3]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 259.

nourrit à l'état larvaire et nymphal sur un premier animal, et, devenue adulte, sur un second. La question était de savoir :

1° A quel stade l'Ixode s'infecte;

2° Si l'infection est héréditaire ou non chez la tique;

3° A quel stade soit de sa propre évolution, soit de l'évolution de sa descendance la tique propage l'infection.

D'expériences réalisées avec des larves, des nymphes et des adultes de *H. mauritanicum* appartenant à la même génération, il ressort que :

1° La tique s'infecte au stade de larve-nymphe et transmet l'infection au stade adulte de la même génération.

Des *H. mauritanicum* nourris à l'état de larves d'octobre à décembre 1929 sur des veaux en accès de theilériose et présentant de petites formes de *Th. dispar* dans la circulation périphérique (infection expérimentale), ont été placées à l'état d'adultes (mâles et femelles mêlés), de juin à octobre 1930, sur 16 veaux d'Aubrac, neufs et gardés dans des stalles à l'abri des tiques. Après une incubation de 9 à 13 jours (11 jours en moyenne), ces 16 veaux ont accusé un accès typique de theilériose.

Des *H. mauritanicum* recueillis dans la nature ont également infecté, au stade adulte, 27 autres veaux d'Aubrac neufs. Ce qui donne 43 résultats positifs sur 43 essais de transmission de le theilériose bovine par cette tique à l'âge adulte.

2° Les tiques mâles seules (2 expériences) peuvent transmettre l'infection, comme les tiques femelles seules (2 expériences).

3° Une tique mâle peut infecter 2 veaux l'un après l'autre (1 résultat positif sur 3 expériences).

4° Lorsque, exceptionnellement, la tique se détache de son premier hôte, au stade larvaire, elle peut transmettre l'infection à l'état de nymphe (1 résultat positif sur 2 expériences).

5° Nuttall et Hindle, puis Theiler et ses collaborateurs ont montré que la piqûre des Rhipicéphales qui transmettent la theilériose sud-africaine à *Theileria parva* ne commence à devenir infectante qu'après 60 heures. La prophylaxie de la theilériose sud-africaine par les bains antitiques, donnés aux bovins toutes les 72 heures, est basée sur cette constatation. Dans une expérience sur deux, des *Hyalomma mauritanicum* infectés ont transmis l'infection *avant* la 60e heure qui a suivi leur fixation sur les bovins.

6° Nous avons voulu voir si l'infection à *Th. dispar* est héréditaire chez la tique.

Une même tique *H. mauritanicum* parasitant deux hôtes animaux au

cours de son évolution, il y avait lieu de rechercher si la tique peut contracter une infection héréditaire sur le premier hôte, qu'elle pique à l'état de larve-nymphe, ou bien sur le second, qu'elle pique à l'âge adulte.

Première série d'expériences. — Tiques nourries à l'état de larves-nymphes sur des veaux infectés de theilériose.

Des *H. mauritanicum*, infectés à l'état de larves-nymphes, transmettent leur infection à 3 veaux, à l'état de tiques adultes. Les larves de première génération auxquelles celles-ci donnent naissance, placées sur 8 veaux, ne les contaminent pas. Les adultes issus de ces larves ne contaminent pas non plus 8 autres veaux. Enfin, les larves de deuxième générations, nées de ces adultes, ne contaminent pas 5 veaux.

Deuxième série d'expériences. — Tiques nourries à l'état adulte sur des veaux infectés de theilériose.

a. Des *H. mauritanicum* adultes se gorgent de sang contenant des petites formes annulaires de *Theileria dispar*, en juin 1928. Les larves nées de ces tiques en automne sont mises, au nombre de plusieurs milliers, sur 20 veaux neufs d'Aubrac, de janvier à avril 1929. Aucun de ces animaux ne contracte la theilériose.

b Les adultes issus de ces larves sont placés, après un délai variant de 4 à 8 mois (pour se conformer aux conditions naturelles), sur 12 veaux neufs : même résultat négatif.

En résumé, *Hyalomma mauritanicum* s'infecte à l'état de larve-nymphe sur les bovins porteurs de *Theileria dispar* et contamine à l'état adulte les bovins neufs ou sensibles. L'infection à *Theileria dispar* n'est pas héréditaire chez la tique. Que la tique ait été nourrie de sang infecté au stade de larve-nymphe ou à l'âge adulte, elle ne transmet pas le virus à sa descendance, immédiate ou lointaine.

ÉLECTIONS.

M. **Émile Cotton** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie par l'unanimité de 48 suffrages.

M. **Seiitiro Ikeno** est élu Correspondant pour la Section de Botanique par 43 suffrages contre 1 à M. *Em. de Wildemann.*

NOMINATIONS.

M. V. **Grignard** est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration du monument destiné à perpétuer la mémoire de *Ch. Depéret* à la Faculté des Sciences de Lyon, le 8 février 1931.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux ou trois candidats à la Chaire de *Chimie agricole et biologique*, déclarée vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers à la suite du décès de M. *A.-Th. Schlœsing*.

(Renvoi aux Sections de Chimie et d'Économie rurale.)

M. **Gabriel Petit** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été attribuée pour ses recherches.

L'**Université de Cambridge** (Angleterre) prie l'Académie de se faire représenter à la commémoration du 100e anniversaire de la naissance de *James Clerk Maxwell*, qui aura lieu les 1er et 2 octobre 1931.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Congrès géologique international. XIVe session, Espagne, 1926. *Géologie de la Méditerranée occidentale*, publiée sous la direction de M. J. Marcet Riba, Vol. I, Partie I, nos 1 et 2, et *Bibliographie géologique de l'Espagne*.

ALGÈBRE. — *Relation entre le nombre de classes d'un sous-corps et celui d'un sur-corps.* Note de M. **Chevalley**, présentée par M. Hadamard.

Nous nous proposons de démontrer le théorème suivant : *Soit k un corps de nombres algébriques, et soit* K *une extension quelconque de k. S'il n'y a entre* K *et k aucun sur-corps abélien non ramifié de k, le nombre de classes de* K *est divisible par celui de k.*

En effet soient h, h' les nombres de classes de k et de K. Soit G le corps de classes absolu pour k : h est le degré d'extension G/k. Mais, d'après un théorème de M. Hasse (¹), GK est corps de classes par rapport à K pour le groupe H des idéaux de K dont la norme relative par rapport à k tombe dans la classe principale. Par hypothèse il n'y a aucun sur-corps de k contenu à la fois dans G et dans K, donc le degré de GK/K est h. H contenant évidemment la classe principale de K, h divise h'.

Nous allons tirer quelques conséquences de ce théorème :

1° Supposons que K/k soit une extension galoisienne. Soit pour chaque idéal premier $\mathfrak{p}$ de k la décomposition

$$\mathfrak{p} = (\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_2 \ldots \mathfrak{P}_9)^e,$$

les $\mathfrak{P}_i$ étant de degré relatif f. Soit d l'ordre de la classe de $\mathfrak{p}$. Posons $(f, d) = x$, $\left(g, \frac{h}{d}\right) = y$; on a la généralisation suivante du théorème précédent :

Le nombre de classes de K *est divisible par tous les nombres* $\frac{h}{xy}$.

En effet, soit $\bar{k}$ le plus grand sur-corps abélien non ramifié de k contenu dans K, et soit n le degré de l'extension $\bar{k}/k$.

En raisonnant comme dans la démonstration précédente, la seule chose à changer est que le degré de KG/K est $\frac{h}{n}$ et non h. Par suite h' est divisible par $\frac{h}{n}$. Il suffit donc de démontrer que n divise tous les nombres xy. Or, soit dans $\bar{k}$: $\mathfrak{p} = \mathfrak{P}'_1 \mathfrak{P}'_2 \ldots \mathfrak{P}'_{g'}$ avec $n = f'g'$. k étant contenu dans K, f' divise f et g' divise g. D'autre part dans G, $\mathfrak{p}$ se décompose en idéaux

(¹) Hasse, *Ein Satz über relativ Galoissche Zahlkörper und seine Anwendung auf relativ Abelscher Zahlkörper* (*Mathemat. Zeitschrift*, 31, 1930, p. 559).

de degré relatif d en nombres $\frac{h}{d}$. Donc f' divise d et g' divise $\frac{h}{d}$. Donc f' divise x et g' divise y. Par suite, n divise xy.

2° Le théorème s'applique immédiatement dans le cas suivant : $K =$ corps des racines $m^{\text{ièmes}}$ de l'unité, $k =$ sous-corps quelconque de K. Donc, le nombre de classes de K est dans ce cas toujours divisible par celui de k. C'est la généralisation d'un théorème que Kummer avait énoncé pour le cas m premier, et dont il avait donné une démonstration insuffisante.

3° Soit K un corps à idéaux tous principaux. Je dis qu'il existe une suite de corps $K_0 = c$, K_1, ..., $K_n = K$, c désignant le corps des rationnels, jouissant des propriétés suivantes :

1° Il n'y a aucun corps entre K_i et K_{i+1} ;

2° Le nombre de classes de K_i est égal à 1.

En effet, soit p un nombre premier qui se ramifie dans K, et soit $\overline{K}$ un corps galoisien contenant K. Soit $\overline{K}_T$ la partie commune aux corps d'inertie des divers facteurs de p et soit K_T la partie commune à K et à $\overline{K}_T$. p n'est pas ramifié dans K_T. Soient K', K'' des corps tels que $K_T \leqq K' < K'' \leqq K$. Je dis qu'il est impossible que K''/K' soit abélien non ramifié. En effet la partie commune aux corps d'inertie des facteurs de p dans $\overline{K}$ pour l'extension $\overline{K}/K'$ est $\overline{K}_T K'$. Donc K'' serait contenu dans $K'\overline{K}_T$. Or considérons $\overline{K}K_T/K$; Le degré de cette extension est égal à celui de $\overline{K}''_T/K_T$ et d'autre part à celui de $K'\overline{K}_T/K'''$, où $K''' = [K'\overline{K}_T,\ K]$. D'autre part, le degré de $\overline{K}_T K'/K'$ est égal à celui de $\overline{K}_T/K_T$. Donc $K' = K'''$, et par suite $K' = K''$.

Il en résulte que K_T et tous les corps compris entre K_T et K ont un nombre de classes égal à 1. Il suffit ensuite d'opérer sur K_T comme on a fait sur K.

N. B. — J'apprends que M. Herbrand vient de démontrer un théorème de même nature que celui du paragraphe 1° par une méthode différente de celle ici exposée. Sa démonstration et des applications du théorème seront publiées ultérieurement.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le gain maximum au cours d'une partie de pile ou face.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

Nous supposerons l'enjeu, à chaque coup, égal à l'unité; nous désignerons par $X = x\sqrt{n}$ le gain après n coups, par Y et $-Y'$ respectivement la plus grande et la plus petite (algébriquement) des valeurs du gain au cours

des n premiers coups, par Z le plus grand des nombres Y et Y′, par $\mathfrak{P}\{e\}$ la probabilité *a priori* d'un événement e, par $\mathfrak{P}_x\{e\}$ sa probabilité *a posteriori* évaluée par quelqu'un qui connaît x. On sait que

$$(1) \qquad \lim_{n\to\infty} \mathfrak{P}\{X > y\sqrt{n}\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_y^\infty e^{-\frac{u^2}{2}}du,$$

la probabilité de $|X| > y\sqrt{n}$ étant naturellement le double de celle de $X > y\sqrt{n}$ (en supposant $y \geqq 0$).

Au sujet des lois de probabilité dont dépendent Y et Z, nous avons établi les formules

$$(2) \qquad \mathfrak{P}\{X > N\} \leqq \mathfrak{P}\{Y > N\} \leqq \mathfrak{P}\{|X| > N\} = 2\mathfrak{P}\{X > N\},$$

$$(3) \qquad \lim_{n\to\infty} \mathfrak{P}\{Y > y\sqrt{n}\} = \lim_{n\to\infty} \mathfrak{P}\{|X| > y\sqrt{n}\},$$

$$(4) \qquad \lim_{n\to\infty} \mathfrak{P}_x\{Y > y\sqrt{n}\} = e^{-2y(y-x)}, \qquad (y > x),$$

$$(5) \qquad \frac{1}{2}\mathfrak{P}\{Z \geqq N\} = \mathfrak{P}\{Y \geqq N\} - \mathfrak{P}\{Y \geqq 3N\} + \mathfrak{P}\{Y \geqq 5N\} - \ldots,$$

$$(6) \qquad \mathfrak{P}\{Z < N\} = \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{k=N'} (-1)^{k-1}\cot\frac{(2k-1)\pi}{2N}\cos^n\frac{(2k-1)\pi}{2N},$$

$N = 2N'$ étant un entier positif pair,

$$(7) \qquad \mathfrak{P}\{Z < N\} \sim \frac{2}{N}\cot\frac{\pi}{2N}\cos^n\frac{\pi}{2N}, \qquad (n \to \infty),$$

$$(8) \qquad \lim_{n\to\infty} \mathfrak{P}\{Z < y\sqrt{n}\} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\int_0^y + \int_{3y}^{5y} + \int_{7y}^{9y} + \ldots\right)e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

$$= \frac{4}{\pi}\left(e^{-\frac{\pi^2}{8y^2}} - \frac{1}{3}e^{-3^2\frac{\pi^2}{8y^2}} + \frac{1}{5}e^{-5^2\frac{\pi^2}{8y^2}} - \ldots\right).$$

La démonstration de ces formules paraîtra dans un autre Recueil.

Au sujet de ma Note antérieure sur la loi forte des grands nombres, (présentée le 20 octobre 1930), je dois signaler que le théorème qui faisait l'objet de cette Note, et que je croyais nouveau, a été obtenu antérieurement par M. A. Khintchine (*Comptes rendus*, 11 février 1924).

GÉOMÉTRIE. — *Sur une propriété caractéristique des surfaces spirales.* Note [1] de M. **P. Vincensini.**

Dans une Note récente [2], j'ai établi la proposition suivante :

Si une congruence rectiligne $(\mathcal{C})$, dont les rayons sont perpendiculaires aux plans tangents à une surface (S) et invariablement liés à ces plans, se déforme avec conservation des longueurs des segments focaux lorsqu'on déforme (S) *arbitrairement*, (S) est *l'enveloppée moyenne* de $(\mathcal{C})$. Réciproquement, si au cours d'une déformation arbitraire de (S), $(\mathcal{C})$ ne cesse d'avoir (S) pour enveloppée moyenne, les longueurs des segments focaux se conservent.

Je me propose, dans la Note actuelle, de rechercher toutes les surfaces (S) auxquelles on peut attacher des congruences $(\mathcal{C})$, arbitrairement déformables avec (S) avec conservation des longueurs des segments focaux.

Les notations sont celles de la Note citée, à laquelle je renvoie pour éviter les longueurs. Pour que $(\mathcal{C})$ reste l'enveloppée moyenne de (S), il faut et il suffit que le coefficient de λ, dans l'équation (1) de la Note rappelée, reste nul pour une déformation arbitraire de (S). Cela exige, vu sa forme linéaire en D, D′, D″, qu'il soit nul identiquement.

On est ainsi conduit au système des trois équations :

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} &\sqrt{G}+\frac{\xi}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}=0,\\ &\frac{\partial\xi}{\partial v}-\frac{\xi}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}=0,\\ &\sqrt{E}+\frac{\partial\xi}{\partial u}=0.\end{aligned}\right.$$

On déduit de la deuxième

$$(2)\qquad \xi=\frac{\sqrt{E}}{U},\qquad U=\text{fonction de } u.$$

La première et la troisième donnent :

$$\sqrt{G}\frac{\partial\xi}{\partial u}-\xi\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}=0,$$

---

[1] Séance du 26 janvier 1931.

[2] *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1278.

d'où

$$(3) \qquad \xi = \frac{\sqrt{G}}{V}, \qquad V = \text{fonction de } v.$$

On tire de (2) et (3) :

$$\frac{\sqrt{E}}{U} = \frac{\sqrt{G}}{V} = \xi(u, v).$$

En disposant des paramètres u et v sur (S), on peut prendre $U = V = 1$, et par suite :

$$\sqrt{E} = \sqrt{G} = \xi.$$

La dernière équation du système (1) donne sans difficulté :

$$\xi = \sqrt{E} = \sqrt{G} = \mathfrak{V} e^{-u};$$

$\mathfrak{V}$ est une fonction arbitraire de v.

Les surfaces (S) cherchées ont pour élément linéaire

$$ds^2 = \mathfrak{V}^2 e^{-2u}(du^2 + dv^2).$$

Cette forme du ds^2 est *caractéristique* des surfaces applicables sur les *surfaces spirales* de Maurice Levy.

Le point I où le rayon D de $(\mathcal{C})$ correspondant au point $M(u, v)$ de (S) perce le plan tangent en M est situé sur la tangente à la déformée de spirale gauche [$v = \text{const.}$], et il est tel que $\overline{MI} = \mathfrak{V} e^{-u}$.

On s'assure aisément que I est le *centre de courbure géodésique* en M de la trajectoire orthogonale [$u = \text{const.}$] issue de M, à la famille des déformées de spirales gauches.

On a ainsi une définition géométrique intéressante, sur laquelle je me réserve de revenir, de la congruence $(\mathcal{C})$ attachée à une déformée quelconque de surface spirale.

THÉORIE DES VECTEURS. — *Sur les caractéristiques tensorielles de certaines classes de surfaces et de leurs réseaux.* Note (¹) de M. **J. Doubnoff**, présentée par M. Émile Borel.

1. Supposons qu'une surface est définie (à une déformation près) en coordonnées arbitraires u^1, u^2 par un tenseur métrique fondamental g_{ij} ou

(¹) Séance du 19 janvier 1931.

bien (à un déplacement près) par deux tenseurs fondamentaux g_{ij}, b_{ij}. Considérons sur cette surface le réseau

$$(1) \qquad \varphi_{\alpha\beta}\,du^\alpha\,du^\beta = 0, \qquad \varphi_{ij} = \varphi_{ji}, \qquad |\varphi_{ij}| \neq 0,$$

où les indices prennent les valeurs 1, 2 (ici et dans la suite) et où l'on convient comme toujours d'omettre le signe de sommation. Le premier problème qui se pose est de reconnaître si le réseau (1) appartient à une classe donnée de réseaux (par exemple à celle des réseaux isothermiques, ou de Tchebichef, etc.). Plus précisément nous cherchons les conditions (algébriques ou différentielles) qu'il faut imposer au tenseur φ_{ij} et qui soient nécèssaires et suffisantes pour que le réseau (1) appartienne à une classe donnée. Un autre problème qui s'y rattache c'est de trouver les conditions (pour le cas d'une surface invariable il faudra les joindre à celles de Gauss-Codazzi) qu'il faut imposer aux tenseurs fondamentaux de la surface pour qu'elle appartienne à une classe donnée de surfaces (par exemple aux surfaces réglées, isothermiques, etc.).

Soient $\vec{r}(u^1, u^2)$ le rayon-vecteur d'un point de la surface, $\vec{n}(u^1, u^2)$ le vecteur unitaire de la normale à la surface; $\vec{r}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u^i}$, $n_i = \frac{\partial \vec{n}}{\partial u_i}$; $\vec{r}^1$, $\vec{r}^2$ les vecteurs du plan tangent, réciproques aux vecteurs $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2 \left(\vec{r}_i \vec{r}^j = \delta_i^j\right)$. On a

$$(2) \qquad g_{ij} = \vec{r}_i \vec{r}_j, \qquad b_{ij} = -\vec{r}_i \vec{n}_j, \qquad L^{ij} = \vec{n}\,\vec{r}^i \vec{r}^j.$$

Dans la suite on considère le tenseur g_{ij} comme fondamental et l'on relève et abaisse les indices des tenseurs du domaine binaire (u^1, u^2) par rapport à g_{ij}; de même la dérivation tensorielle est effectuée selon ce tenseur. Pour étudier le réseau (1), on considère des tenseurs et des invariants qu'on obtient des tenseurs (2) et φ_{ij} au moyen d'opérations algébriques et différentielles.

2. *Les formations algébriques.* — Soient

$$(3) \qquad \begin{gathered} H = g^{\alpha\beta}\varphi_{\alpha\beta} = \varphi^\alpha_\alpha, \qquad K = \frac{1}{2} L^{\alpha\alpha_1} L^{\beta\beta_1} \varphi_{\alpha\beta}\varphi_{\alpha_1\beta_1}; \\ \tilde{\varphi}^{ij} = \frac{1}{K} L^{i\alpha} L^{j\beta} \varphi_{\alpha\beta}. \end{gathered}$$

Les tenseurs φ_{ij} et $\tilde{\varphi}^{ij}$ sont réciproques, c'est-à-dire $\tilde{\varphi}^{i\alpha}\varphi_{j\alpha} = \delta^i_j$. Dans le cas $\varphi_{ij} = b_{ij}$ (réseau asymptotique) H et K se réduisent respectivement à la courbure moyenne $\mathcal{H}$ et totale $\mathcal{K}$ de la surface.

La condition d'orthogonalité du réseau est

$$H \equiv \varphi_\alpha^\alpha = 0, \tag{4}$$

et pour que le réseau soit conjugué,

$$\tilde{b}^{\alpha\beta}\,\varphi_{\alpha\beta} = 0. \tag{5}$$

Le réseau bissécant par rapport au réseau donné est défini par l'équation $L_{(\alpha}^{\cdot\,\omega}\varphi_{\beta)\omega}\,du^\alpha du^\beta = 0$ (où les parenthèses indiquent la symétrisation). Il correspond, en particulier ($\varphi_{ij} = b_{ij}$), au réseau des lignes de courbure du tenseur

$$c_{ij} = L_{(i}^{\cdot\,\omega}\,b_{j)\omega}. \tag{6}$$

3. *Le réseau codazzien.* — Appelons ainsi le réseau (1) pour lequel le tenseur φ_{ij} peut être normé de telle manière que sa dérivée soit symétrique : $\varphi_{ij|k} = \varphi_{ik|j}$ (le trait sépare l'indice de la dérivation tensorielle).

Pour que le réseau (1) *soit un réseau codazzien, il faut et il suffit que le tenseur* [voir (3)]

$$\tau_i = \tilde{\varphi}^{\beta\gamma}(2\varphi_{i\beta|\gamma} - \varphi_{\beta\gamma|i}) \tag{7}$$

soit gradient, c'est-à-dire qu'il existe une fonction $\omega(u^1, u^2)$ telle que $\tau_i = \dfrac{\partial\omega}{\partial u^i}$. On peut exprimer cette dernière condition dans la forme

$$L^{\mu\nu}\tau_{\mu|\nu} = 0. \tag{8}$$

5. *Les caractéristiques tensorielles des réseaux et des surfaces.* — En revenant aux problèmes du n° 1 nous donnerons quelques exemples où l'on peut les résoudre.

a. Réseaux de Tchebichef. — Ces réseaux sont caractérisés par ce fait que *le tenseur τ_i s'annule.*

b. Le réseau géodésique est tel que les deux familles de courbes sont formées de courbes géodésiques; ce réseau est caractérisé par le fait que ou bien le tenseur du troisième degré s'annule.

$$4\varphi_{ij|k} - \tilde{\varphi}^{\alpha\beta}\varphi_{ij}(2\varphi_{\alpha\beta|k} + \varphi_{k\alpha|\beta}) + \text{cykl.} = 0, \tag{9}$$

ou bien il en est ainsi pour le tenseur du premier degré

$$4\varphi_{\alpha|\beta}^{\beta} - 2\varphi_\alpha^\gamma\frac{\partial \log K}{\partial u^\gamma} - H\tau_\alpha = 0. \tag{10}$$

En posant $\varphi_{ij} = b_{ij}$ on obtient la caractéristique tensorielle *des surfaces*

(non développables) *du deuxième ordre* dans l'une des deux formes

$$4\, b_{ij\,|\,k} = b_{ij} \frac{\partial \log \mathcal{K}}{\partial u^k} + \text{cykl.}$$

ou bien

$$4\, \mathcal{K} \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial u^i} = \mathcal{K} \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial u^i} + 2\, b_i^\alpha \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial u^\alpha}.$$

c. Le réseau codazzien semi-géodésique : c'est un réseau codazzien pour lequel les lignes de *l'une* des familles sont géodésiques :

$$4\, K^3 \tilde{\varphi}^{\alpha\alpha_1} \tilde{\varphi}^{\beta\beta_1} \tilde{\varphi}^{\gamma\gamma_1} \varphi_{\alpha\beta\,|\,\gamma}\, \varphi_{\alpha_1\beta_1\,|\,\gamma_1} = 3\, \tilde{\varphi}^{\alpha\alpha_1} \frac{\partial K}{\partial u^\alpha} \frac{\partial K}{\partial u^{\alpha_1}}.$$

En posant $\varphi_{ij} = b_{ij}$ on obtient une caractéristique des *surfaces réglées* (non développables) :

$$4\, \tilde{b}^{\alpha\alpha_1} \tilde{b}^{\beta\beta_1} \tilde{b}^{\gamma\gamma_1} b_{\alpha\beta\,|\,\gamma}\, b_{\alpha_1\beta_1\,|\,\gamma_1} = 3\, \tilde{b}^{\alpha\alpha_1} \frac{\partial \log \mathcal{K}}{\partial u^\alpha} \frac{\partial \log \mathcal{K}}{\partial u^{\alpha_1}}.$$

d. Le réseau rhombique est caractérisé par ce fait que le tenseur

$$\frac{\tau_i (H^2 - 2K) - H \varphi_i^\alpha \tau_\alpha}{H^2 - 4K}. \tag{11}$$

e. Le réseau rhombique orthogonal est *isothermique.* En posant $H = 0$ dans (11), on voit que le réseau isothermique peut être caractérisé comme un réseau orthogonal et codazzien : $H = 0$, $L^{\alpha\beta} \tau_{\alpha\,|\,\beta} = 0$. En appliquant ces conditions à un réseau formé de lignes de courbure [voir (6)], on obtient une caractéristique de la surface isothermique

$$\left(\tilde{c}^{\alpha\beta} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u^\alpha} \right)_{|\,\beta} = 0.$$

f. Le réseau conjugué à invariants égaux est un réseau conjugué et codazzien. Sa caractéristique est donnée par les équations (5) et (8).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les dérivées covariantes des tenseurs.* Note de M. V. **Lalan.**

1. Nous nous proposons d'établir la relation qui existe entre la dérfvée covariante ultérieure d'un tenseur symétrique gauche et la dérivée covariante extérieure du tenseur supplémentaire.

Dans la terminologie de M. Cartan, le tenseur supplémentaire du tenseur symétrique gauche T est un autre tenseur symétrique gauche S dont les

composantes sont

$$(1)\qquad S_{r_{m+1}r_{m+2}\ldots r_n} = \sqrt{g}\,T^{r_1 r_2\ldots r_m}, \qquad S^{r_{m+1}r_{m+2}\ldots r_n} = \frac{1}{\sqrt{g}} T_{r_1 r_2\ldots r_m},$$

formules dans lesquelles g désigne le discriminant de la forme qaadratique fondamentale et où $r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1} \ldots r_n$ représente une permutation de classe paire des n premiers nombres entiers. La relation entre S et T n'est réciproque qu'autant que le produit $m(n-m)$ est pair; si T′ désigne le tenseur supplémentaire de S, on a dans tous les cas :

$$T' = (-1)^{m(n-m)} T.$$

Par ailleurs, les quantités $\sqrt{g}\,T^{r_1 r_2\ldots r_m}$ sont les composantes $\mathfrak{T}^{r_1 r_2\ldots r_m}$ de la densité tensorielle associée au tenseur T, et pareillement les quantités $\frac{1}{\sqrt{g}} T_{r_1 r_2\ldots r_m}$ sont les composantes $\mathfrak{T}_{r_1 r_2\ldots r_m}$ de cette même densité. On a donc, entre la densité tensorielle $\mathfrak{T}$ associée au tenseur T et le tenseur supplémentaire de T, les relations

$$(2)\qquad \mathfrak{T}^{r_1 r_2\ldots r_m} = S_{r_{m+1}\ldots r_n}, \qquad \mathfrak{T}_{r_1 r_2\ldots r_m} = S^{r_{m+1}\ldots r_n}.$$

2. La dérivée covariante ultérieure, où divergence, de la densité tensorielle $\mathfrak{T}$ a pour composuntes $\partial_i \mathfrak{T}^{i r_1 r_2\ldots r_{m-1}}$. Dans cette somme, les termes provenant des valeurs $r_1 . r_1 \ldots r_m$ attribuées à i ne donnent rien, en raison de la symétrie gauche de $\mathfrak{T}$; il reste donc seulement :

$$\partial_i \mathfrak{T}^{i r_1 r_2\ldots r_{m-1}} = \partial_{r_m} \mathfrak{T}^{r_m r_1\ldots r_{m-1}} + \partial_{r_{m+1}} \mathfrak{T}^{r_{m+1} r_1\ldots r_{m-1}} + \ldots + \partial_{r_n} \mathfrak{T}^{r_n r_1\ldots r_{m-1}}$$

(sans sommation dans le membre de droite).

On peut amener aux premiers rangs, dans les termes de droite, les indices $r_1 r_2 \ldots r_{m-1}$, à condition de multiplier simultanément par $(-1)^{m-1}$. On obtient ainsi, en tenant compte des formules (2)

$$(3)\qquad \partial_i \mathfrak{T}^{i r_1 r_2\ldots r_{m-1}} = (-1)^{m-1}(\partial_{r_m} S_{r_{m+1}\ldots r_n} - \partial_{r_{m+1}} S_{r_m r_{m+2}\ldots r_n} + \ldots \pm \partial_{r_n} S_{r_m r_{m+1}\ldots r_{n-1}}).$$

La parenthèse, que nous désignerons pour abréger par $\partial_{[r_m} S_{r_{m+1}\ldots r_n]}$, est la dérivée covariante extérieure de S. D'où ce résultat : *les composantes contrevariantes de la dérivée intérieure de la densité tensorielle associée au tenseur d'ordre* mT *sont, au coefficient près* $(-1)^{m-1}$, *égales aux composantes covariantes de la dérivée extérieure du tenseur supplémentaire de* T. Il est bien connu que, dans le calcul de la divergence d'une densité tensorielle, aussi bien que dans celui d'une dérivée extérieure, on peut remplacer la dérivation

covariante δ par la dérivation ordinaire d : la formule (3) établit un lien entre ces deux singularités.

Un calcul analogue donne pareillement :

$$\partial_{[r_1}\mathfrak{T}_{r_2 r_3 \ldots r_{m+1}]} = (-1)^m \partial_i S^{i r_{m+2} \ldots r_n}. \tag{4}$$

3. En revenant au tenseur lui-même, la formule (3) s'écrit :

$$\partial_i(\sqrt{g}\,T^{i r_1 r_2 \ldots r_{m-1}}) = (-1)^{m-1} \partial_{[r_m} S_{r_{m+1} \ldots r_n]},$$

ou, puisque g se comporte comme une constante vis-à-vis de la dérivation covariante :

$$\sqrt{g}\,\partial_i T^{i r_1 r_2 \ldots r_{m-1}} = (-1)^{m-1} \partial_{[r_m} S_{r_{m+1} \ldots r_n]}.$$

Donc la dérivée extérieure de S est, au coefficient près $(-1)^{m-1}$, le tenseur supplémentaire de la dérivée intérieure de T. Inversement, cette dernière est, au signe près, le tenseur supplémentaire de la dérivée extérieure de S; cette inversion introduit le nouveau facteur $(-1)^{(m-1)(n-m+1)}$ qui, multiplié par $(-1)^{m-1}$, donne le signe $(-1)^{(n-m)(m-1)}$. On a donc cet énoncé : *La dérivée covariante intérieure du tenseur symétrique gauche d'ordre* mT *est égale, au coefficient près* $(-1)^{(n-m)(m-1)}$, *à la dérivée covariante extérieure du tenseur supplémentaire de* T.

La formule (4) donne

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \partial_{[r_1} T_{r_2 \ldots r_{m+1}]} = (-1)^m \partial_i S^{i r_{m+2} \ldots r_n},$$

et conduit, au moyen d'une inversion, à l'énoncé : *La dérivée covariante extérieure du tenseur symétrique gauche d'ordre* mT *est égale, au coefficient près* $(-1)^{(n-m)(m-1)+1}$, *à la dérivée covariante intérieure du tenseur supplémentaire de* T.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros des matrices stocastiques.* Note [1] de M. **V. Romanovsky**, présentée par M. Émile Borel.

Considérons la matrice Φ :

$$\begin{matrix} \varphi_{11}, & \varphi_{12}, & \ldots, & \varphi_{1m}, \\ \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots, \\ \varphi_{m1}, & \varphi_{m2}, & \ldots, & \varphi_{mm}, \end{matrix}$$

[1] Séance du 19 janvier 1931.

dont les membres φ_{gh} sont assujettis aux conditions :

1° $$0 \leqq \varphi_{gh} \leqq 1 \qquad (g, h = 1, 2, \ldots, m);$$

2° $$\sum_{h=1}^{m} \varphi_{gh} = 1 \qquad (g = 1, 2, \ldots, m);$$

3° Chaque colonne de Φ contient au moins un membre φ_{gh}.

Les matrices avec ces propriétés jouent un grand rôle dans la théorie des chaînes discrètes de Markoff. C'est pourquoi nous les appelons matrices stocastiques.

Le but de cette Note consiste dans l'indication de quelques propriétés des zéros de Φ ou, ce qui est le même, des racines de l'équation caractéristique de Φ :

$$(1) \qquad \Phi(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} 1-\lambda\varphi_{11}, & -\lambda\varphi_{12}, & \ldots, & -\lambda\varphi_{1m} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ -\lambda\varphi_{m1}, & -\lambda\varphi_{m2}, & \ldots, & 1-\lambda\varphi_{mm} \end{vmatrix} = 0.$$

Les démonstrations de ces propriétés reposent essentiellement sur la considération des systèmes linéaires

$$(2) \qquad x_h = \lambda \sum_{g=1}^{m} x_g \varphi_{gh} \qquad (h = 1, 2, \ldots, m);$$

$$(3) \qquad y_g = \lambda \sum_{h=1}^{m} \varphi_{gh} y_h \qquad (g = 1, 2, \ldots, m),$$

et des relations

$$(4) \qquad \sum_h |x_h| = |\lambda| \sum_g |x_g| \sum_h \varphi_{gh} \cos(\theta_g - \theta_h + \theta),$$

$$(5) \qquad |y_g| = |\lambda| \sum_h \varphi_{gh} |y_h| \cos(\theta'_g - \theta'_h + \theta),$$

qu'on déduit facilement de (2) et (3) en posant

$$x_h = |x_h|(\cos\theta_h + i\sin\theta_h), \qquad y_g = |y_g|(\cos\theta'_g + i\sin\theta'_g), \qquad \lambda = |\lambda|(\cos\theta + i\sin\theta).$$

Moyennant (2) on trouve sans difficulté le théorème :

I. *Tous les zéros de Φ sont du module* $\geqq 1$.

Moyennant (3) ou une simple transformation de $\Phi(\lambda)$ on obtient :

II. Φ *a toujours le zéro* $\lambda_0 = 1$.

Soient x_{h0} et x_{g0} les solutions non nulles de (2) et (3) pour $\lambda = \lambda_0 = 1$. Alors, à l'aide de (4) et de la condition 2°, on démontre le théorème :

III. *Les x_{h0} sont tous du même signe et l'on peut poser*

$$y_{g0} = 1 \qquad (g = 1, 2, \ldots, m).$$

IV. *Pour que $\lambda_0 = 1$ soit un zéro multiple de Φ il faut et il suffit que Φ soit de la forme*

$$\begin{matrix} \varphi_{11}, & \ldots, & \varphi_{1k}, & 0, & \ldots, & 0, \\ \ldots & \ldots, & \ldots, & \ldots & \ldots, & \ldots \\ \varphi_{k1}, & \ldots, & \varphi_{kk}, & 0, & \ldots, & 0, \\ 0, & \ldots, & 0, & \varphi_{k+1,k+1}, & \ldots, & \varphi_{k+1,m}, \\ \ldots & \ldots, & \ldots & \ldots, & \ldots, & \ldots, \\ 0, & \ldots, & 0, & \varphi_{k+1,m}, & \ldots, & \varphi_{mm}. \end{matrix}$$

Ce théorème se démontre à l'aide du théorème III et de la relation (4). En s'aidant de (5) on démontre :

V. *Pour que $\lambda = -1$ soit un zéro de Φ, il faut et il suffit que Φ soit de la forme*

$$\begin{matrix} 0, & \ldots, & 0, & \varphi_{1,k+1}, & \ldots, & \varphi_{1m}, \\ \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots \\ 0, & \ldots, & 0, & \varphi_{k,k+1}, & \ldots, & \varphi_{km}, \\ \varphi_{k+1,1}, & \ldots, & \varphi_{k+1,k}, & 0, & \ldots, & 0, \\ \ldots, & \ldots, & \ldots, & \ldots & \ldots, & \ldots \\ \varphi_{m,1}, & \ldots, & \varphi_{m,k}, & 0, & \ldots, & 0, \end{matrix}$$

ou puisse être ramenée à cette forme par des permutations identiques des lignes et des colonnes.

Soient maintenant

(6) $$\varphi_{hh} = 0 \qquad (h = 1, 2, \ldots, m);$$
(7) $$\varphi_{hg} = 0 \text{ toutes les fois que } \varphi_{gh} \neq 0.$$

Alors on peut toujours trouver dans Φ des suites de la forme

$$\varphi_{gh_1} \neq 0, \qquad \varphi_{h_1h_2} \neq 0, \qquad \ldots, \qquad \varphi_{h_{k-1}g} \neq 0$$

que nous appelons *cycles de l'indice k*. Φ sera dite matrice cycliquement homéomorphique et de l'indice r si, les conditions (6) et (7) étant satisfaites, les indices de tous les cycles de Φ ont pour le plus grand diviseur commun le nombre $r \neq 1$. La propriété importante d'une telle matrice Φ consiste dans ce que si un membre quelconque $\varphi_{h'h''}$ de Φ occupe dans deux différents cycles les places de numéros n' et n'' ces numéros se diffèrent par un multiple de r. En s'aidant de cette propriété et de (5) on démontre le théorème :

VI. *Pour que Φ ait comme zéros les racines complexes de l'unité*

$$\lambda_l = \cos\frac{2l\pi}{r} + i\sin\frac{2l\pi}{r} \qquad (l = 0, 1, \ldots, r-1;\ r \geqq 3),$$

il faut et il suffit qu'elle soit cycliquement homéomorphique et de l'indice $r \geqq 3$.

Les théorèmes V et VI montrent que Φ n'a comme zéros de module = 1 que $\lambda_0 = 1$ si parmi ses membres φ_{hh} de la diagonale principale il y en a qui diffèrent de zéro. D'après ces théorèmes et les théorèmes précédents, il est facile de préciser les conditions dans lesquelles le théorème fondamental de ma Note (*Comptes rendus*, 191, p. 695) dont l'inexactitude était indiquée par M. Jos. Kancky, sera vrai.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une propriété générale des fonctions méromorphes.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

Le but de cette Note est de démontrer une propriété générale de la distribution des valeurs d'une fonction méromorphe, conséquence très simple du théorème fondamental que j'ai utilisé dans l'étude des directions de Borel de ces fonctions. Je rappelle ce théorème sous sa forme précise : Si la fonction $f(z)$ est méromorphe dans le cercle $|z| < R$ et si pour trois valeurs de x dont les distances sphériques deux à deux sont au moins égales à d le nombre des points de ce cercle où $f(z) = x$ est au plus égal à N, le nombre des points du cercle $|z| < kR$, $(k < 1)$, en lesquels $\psi(z) = x$ est au plus égal à

$$(1) \qquad (1-k)^{-\alpha}\left(KN + K'\log\frac{1}{d} + K''\log\frac{1}{d'} + K'''\right)$$

sauf au plus pour des x dont la représentation sphérique appartient à un cercle η de rayon d'. α, K, K', K'', K''' sont des constantes numériques positives [1].

Soit alors une fonction $f(z)$ méromorphe dans un angle A et sur ses côtés à distance finie. Il est loisible de supposer que cet angle a pour sommet l'origine; il en sera de même pour les angles que nous introduirons. Nous

[1] La forme de ce théorème a été donnée par M. Milloux (*Acta math.*, 52, 1928, p. 189-255); voir aussi G. Valiron (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 935-936). La forme moins précise, où X est remplacé par N log N que j'avais donnée et utilisée dans son Mémoire des *Acta math.*, 52, 1928, p. 67-92, suffirait ici.

considérons dans un angle B complètement intérieur à A (O excepté) les points où $f(z) = x$: soit $r_n(x, \mathrm{B})$ le module du $n^{\text{ième}}$ de ces points rangés par ordre de modules non décroissants. Supposons qu'il existe un nombre fini positif σ tel que la série

$$\Sigma[r_n(x, \mathrm{B})]^{-\sigma} \tag{2}$$

converge pour trois valeurs distinctes a, b, c de x. Soit C un angle complètement intérieur à B. Subdivisons l'angle C en s angles égaux et traçons les circonférences $|z| = \mathrm{R}_p = \left(1 + \frac{1}{s}\right)^p$, $p = 1, 2, \ldots$. Nous formons des rectangles curvilignes; soit $\gamma(p, j)$ le cercle circonscrit à l'un des rectangles appartenant à la couronne $\mathrm{R}_p \leqq |z| \leqq \mathrm{R}_{p+1}$ et soit $\Gamma(p, j)$ le cercle concentrique à $\Gamma(p, j)$ et de rayon double. Il est loisible de prendre s assez grand pour que $\Gamma(p, j)$ appartienne à B. Appliquons le théorème fondamental à $\Gamma(p, j)$, $\gamma(p, j)$; d'après un théorème de M. Borel, on déduit de (2) que le nombre N figurant dans (1) et relatif aux valeurs a, b, c est au plus égal à

$$\left(1 + \frac{1}{s}\right)^{p\sigma}$$

dès que p est assez grand. En posant $d' = d'(p, j) = 2^{-p}$, nous voyons que, dans $\gamma(p, j)$, $f(z) = x$ possède au plus

$$\mathrm{H}\left(1 + \frac{1}{s}\right)^{p\sigma}$$

solutions, H étant fini, pourvu que x soit extérieur à un cercle $\eta(p, j)$ de rayon $d'(p, j)$ de la sphère de Riemann. Comme la série $\Sigma d'(p, j)$ converge, les points x de la sphère qui appartiennent à une infinité de cercles $\gamma(p, j)$ forment un ensemble de mesure linéaire nulle. Pour un point x extérieur à cet ensemble, le nombre des solutions de $f(z) = x$ appartenant à C et au cercle $|z| < r$ est moindre que $\mathrm{H}' r^\sigma$, H′ fini, la série

$$\Sigma[r_n(x, \mathrm{C})]^{-\sigma-\varepsilon}$$

converge si petit que soit $\varepsilon > 0$.

Considérons une demi-droite Δ issue de l'origine et située dans A; si B est un angle de bissectrice Δ et contenu dans A, l'ordre réel de $f(z) - x$ dans B, c'est-à-dire le nombre $\rho(x, \mathrm{B})$ tel que (2) converge si $\sigma > \rho(x, \mathrm{B})$ et diverge si $\sigma < \rho(x, \mathrm{B})$, ne croît pas lorsque l'ouverture de B diminue, lorsque cette ouverture tend vers zéro, $\rho(x, \mathrm{B})$ *a une limite* $\rho(x, \Delta)$ *que*

j'appellerai l'ordre réel de $f(z)-x$ dans la direction Δ. D'après le résultat précédent, si σ est supérieur à trois valeurs $\rho(a, \Delta)$, $\rho(b, \Delta)$, $\rho(c, \Delta)$, on a $\rho(x, \Delta) < \sigma$ presque pour tous les x. Si $\rho_0(\Delta)$, borne inférieure de $\rho(x, \Delta)$, est un point limite de l'ensemble $\rho(x, \Delta)$ (x quelconque), on peut prendre pour a, b, c trois nombres dépendant d'un entier m et dont les $\rho(x, \Delta)$ tendent vers $\rho_0(\Delta)$; à chaque groupe correspond une inégalité $\rho(x, \Delta) < \sigma_m$, $\lim \sigma_m = \rho_0(\Delta)$, valable sauf pour un ensemble de mesure linéaire nulle E_m; par suite $\rho(x, \Delta) = \rho_0(\Delta)$ sauf pour les x d'un ensemble de mesure linéaire nulle. Si $\rho_0(\Delta)$ est isolé, il correspond à un nombre a, on recommence avec la borne de $\rho(x, \Delta)$ pour $x \neq a$ et en introduisant seulement deux autres nombres b_m, c_m. En recommençant encore une fois ce raisonnement s'il y a lieu, on arrive aux résultats suivants :

I. Δ *étant donnée quelconque intérieure à* A, *l'ordre réel* $\rho(x, \Delta)$ *a la même valeur* $\rho(\Delta)$ *pour tous les x sauf pour ceux d'un ensemble* $E(\Delta)$ *dont la représentation sphérique a une mesure linéaire nulle; pour les x exceptionnels* $\rho(x, \Delta) > \rho(\Delta)$ *sauf au plus pour deux valeurs de x.*

II. *Si l'on excepte les x d'un ensemble* $E'(\Delta)$ *dont la représentation sphérique a une mesure linéaire nulle, à tout nombre* ε *positif donné correspond un angle* $B(\varepsilon)$ *de bissectrice* Δ *pour lequel la série* (2) *converge si* $\sigma = \rho(\Delta) + \varepsilon$

L'ordre $\rho(\Delta)$ peut être nul, fini positif ou infini. Dans ce dernier cas on retombe sur des résultats déjà connus, l'ensemble exceptionnel se réduit aux deux points possibles pour lesquels $\rho(x, \Delta) < +\infty$. Il en est de même lorsque $f(z)$ étant méromorphe autour du point à l'infini, d'ordre fini positif ρ, $\rho(\Delta)$ est égal à son maximum ρ, ce qui a lieu au moins pour une direction comme on le voit de suite en appliquant II; on retrouve ainsi qu'il existe au moins une de ces directions que j'ai appelées directions de Borel dans mon Mémoire cité des *Acta mathematica*.

Pour $\rho(\Delta)$ fini, il est fort possible que les ensembles exceptionnels $E(\Delta)$, $E'(\Delta)$ soient en réalité beaucoup moins étendus que le laissent supposer les énoncés. Dans les cas simples (fonctions orientées) l'inégalité $\rho(x, \Delta) > \rho(\Delta)$ est possible pour une valeur de x, mais il n'y a pas alors de valeurs $\rho(x, \Delta) < \rho(\Delta)$. Quoi qu'il en soit, les deux propositions données qui peuvent se généraliser dans diverses directions, mettent déjà en évidence *une certaine homogénéité de la distribution asymptotique des valeurs de* $f(z)$ *dans chaque direction* Δ *pour laquelle* $\rho(\Delta) > 0$.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur quelques applications bidimensionnelles de la théorie cavitationnelle de Riabouchinsky.* Note [1] de M. **Basile Demtchenko.**

Dans la présente Note nous considérons deux cas typiques de cavitations produites par le mouvement de solides [2] : celui de la mise brusque en mouvement d'un solide au repos que nous supposons être un cylindre circulaire infini de rayon $r = 1$, et celui où le même cylindre étant animé d'une vitesse uniforme U, la pression à l'extérieur diminue brusquement. Nous examinons la distribution des accélérations et des pressions et la résistance à l'avancement au moment initial en poussant notre étude jusqu'aux calculs numériques. Pour rendre le problème physiquement possible nous sommes obligés d'admettre que le liquide est limité extérieurement à une distance R par une surface libre S soumise à une pression uniforme p_0. Nous supposons que le rayon R est assez grand pour qu'on puisse négliger l'influence de la surface S sur le mouvement du liquide autour du cylindre.

I. *Premier cas.* — Supposons que nous ayons communiqué au cylindre au repos l'accélération $\dot{U}$ dans le sens négatif de l'axe OX.

Si l'accélération $\dot{U}$ devient suffisamment grande, la pression pourra devenir négative en arrière du cylindre sur l'arc $-\theta_0 < \theta < \theta_0$, $\cos\theta_0$ étant égal à $\frac{p_0}{\rho\dot{U}}$. Il se produit alors le long d'un arc $-\theta_1 < \theta < \theta_1$ le détachement de fluide caractérisé par le potentiel supplémentaire complexe $f = \varphi + i\psi$.

L'angle θ_1 doit satisfaire à l'inégalité $\theta_1 < \theta_0$ [3], mais en dehors de cette restriction il reste pour le moment indéterminé. La partie réelle φ_1 du potentiel $f_1 = \frac{\partial f}{\partial t}$ est déterminée sur l'arc $-\theta_1 < \theta < \theta_1$ par la condition $p = 0$, sa partie imaginaire ψ_1 étant constante sur le reste de la surface du cylindre. La fonction f_1 se comportant à l'infini comme $\log z$, il est utile de se débarrasser préalablement de cette irrégularité. A cet effet introduisons la fonction

$$F = \frac{df_1}{d\log z} = \Phi + i\Psi. \tag{1}$$

---

[1] Séance du 26 janvier 1931.

[2] Riabouchinsky, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1327; 184, 1927, p. 584; *IIIe Congrès de Mécanique appliquée*, 1930, Stockholm (en cours de publication).

[3] Riabouchinsky, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 585.

Cette fonction, étant régulière à l'infini, doit satisfaire aux conditions suivantes : *a*. $\Psi = -\dot{U}\sin\theta$ sur l'arc $-\theta_1 < \theta < \theta_1$; *b*. $\Phi = 0$ sur le reste de la circonférence. On est ramené (¹) à un problème mixte connu (²).

En appliquant la méthode que nous avons utilisée pour la solution des problèmes mixtes (³), on trouve la fonction F sous la forme

$$F = \dot{U}\left[\sqrt{(t+1)(t-k)} - \sqrt{t^2 - 1}\right]. \qquad (2)$$

où

$$t = \cos v = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right), \qquad z = e^{iv}; \qquad k = \cos\theta_1, \qquad v = v_1 + iv_2. \qquad (3)$$

En substituant (2) dans (1) et en intégrant, on obtient le potentiel complexe supplémentaire f_1

$$f_1 = a\dot{U}\,(iu - e^{-iu}), \qquad (4)$$

où $u = u_1 + u_2$ est une nouvelle variable liée aux précédentes par la formule

$$\cos v = a\cos u + b, \qquad a = \sin^2\frac{\theta_1}{2}, \qquad b = \cos^2\frac{\theta_1}{2}. \qquad (5)$$

La variable u_1 varie de $-\pi$ à $+\pi$, et la variable u_2 de 0 à $-\infty$. Sur l'arc $-\theta_1 < \theta < \theta_1$ $u_2 = 0$, u_1 variant de $-\pi$ à $+\pi$. Sur le reste de la circonférence, $u_1 = \pm\pi$. La formule (4) permet d'établir une suite de conclusions importantes.

L'intensité du débit D de la cavitation est égal à $D = 2\pi a\dot{U}$.

Le rayon R de la surface extérieure S étant très grand, on obtient

$$\log R \sim \frac{b - \cos\theta_0 + a\log a}{a}. \qquad (6)$$

3. La distribution des pressions sur le cylindre en dehors de la cavitation ($|\theta| > \theta_1$) est donnée par la formule

$$\frac{P}{\rho\dot{U}} = a(u_2 - \sinh u_2). \qquad (7)$$

(¹) Riabouchinsky, *IIIe Congrès de Mécanique appliquée*, 1930, Stockholm.

(²) Volterra, *Annali di Matematica*, 11; 1883, p. 1-55. — H. Villat, *Acta mathematica*, 40-41, 1916-1918, p. 101-178.

(³) Demtchenko, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 918; *IIIe Congrès de Mécanique appliquée*, Stockholm, 1930.

Le tableau ci-dessous est relatif au cas où $\theta_0 = 20°$:

θ.	20°.	30°.	45°	60°	75°.	90°.	105°.	120°.	135°.	150°.	165°.	180.
$\frac{P}{\rho \dot{U}}$ …	0	0,0413	0,178	0,365	0,590	0,838	1,093	1,327	1,530	1,680	1,795	1,810

4. Il est facile d'obtenir par intégration la résistance totale P qu'éprouve le cylindre. Cette résistance *diminue* quand θ_1 augmente. Ainsi dans le cas où $\theta_1 \to 0$ on a la formule classique $\frac{P}{\rho \dot{U}} = \pi$ et dans le cas où $\theta_1 = 20°$ cette résistance se réduit seulement à $\frac{P}{\rho \dot{U}} = 2,95\ldots$

II. *Deuxième cas.* — Supposons que le cylindre soit animé d'une vitesse uniforme $\dot{U}$ dans le sens positif de l'axe OY. La pression p exercée sur la surface extérieure S diminuant brusquement jusqu'à $p_0 < \rho U^2$, deux cavitations se produisent sur les deux arcs $-\theta_1 < \theta < \theta_1$ et $-\theta_1 < \pi - \theta < \theta_1$. Du point de vue mathématique ce problème est équivalent au problème précédent, et les formules (4), (5), (6), (7), établies ci-dessus, sont encore valables.

Il faut seulement remplacer partout θ, θ_1, θ_0, u_1, u_2 et $\dot{U}$ respectivement par 2θ, $2\theta_1$, $2\theta_0$, $2u_1$, $2u_2$ et U^2.

PIÉZO-ÉLECTRICITÉ. — *Dégagement d'électricité dans les cristaux de quartz par flexion.* Note (¹) de M. **Edgar-Pierre Tawil**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une Note précédente (²) relative au dégagement d'électricité par torsion dans les cristaux de quartz, j'avais mentionné d'autres modes de dégagement d'électricité dus à la flexion.

J'ai hésité à en publier les résultats, car ils paraissent en contradiction avec les conditions de symétrie du cristal et les lois de la piézo-électricité.

Toutefois, si l'on veut s'en tenir aux faits et s'abstenir de tirer des conclusions hâtives, ces résultats peuvent présenter un certain intérêt. En les rapprochant des données déjà acquises ils permettront peut-être d'approfondir la connaissance des propriétés mécaniques du quartz, tandis que d'autre

(¹) Séance du 26 janvier 1931.

(²) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1042.

part, en faisant appel au phénomène réciproque, on a le moyen d'obtenir et d'utiliser des mouvements de flexion et de torsion.

Les déformations pour un effort donné exercé sur un fragment de cristal dépendent non seulement de la direction dans laquelle ce fragment a été extrait du cristal mais aussi de sa forme géométrique.

Néanmoins, des nombreuses expériences que j'ai faites il résulte, chaque fois que des recoupements ont été possibles, que la forme n'intervient pas; que l'on fléchisse des plaques ou des tiges de section droite rectangulaire ou circulaire, le résultat demeure identique. Aussi ai-je donné la préférence à la forme cylindrique parce qu'elle est plus rationnelle et qu'elle permet une exploration continue autour d'un axe. Les expériences dont je consigne ici les résultats ont été effectuées sur trois cylindres dont les axes furent taillés respectivement parallèles à l'axe ternaire, à un axe binaire, à la bissectrice de deux axes binaires (normale à l'axe optique et à un axe binaire). Une autre série de cylindres taillés de la même façon, mais avec des dimensions différentes dans des cristaux d'une autre provenance, me servit à contrôler les résultats.

Les cylindres furent encastrés dans une monture en laiton et maintenus à l'aide de gomme laque, l'effort exercé à l'autre extrémité s'effectuant perpendiculairement à l'axe. Enfin les dégagements furent décelés à l'aide d'un voltmètre amplificateur.

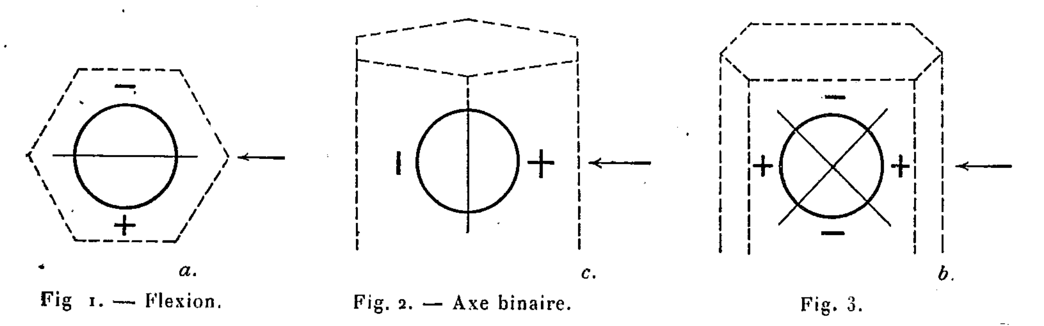


Fig 1. — Flexion. Fig. 2. — Axe binaire. Fig. 3.

Flexion de l'axe optique (*fig.* 1). — Quelle que soit l'orientation du plan de flexion, un dégagement d'électricité se produit sur l'enveloppe du cylindre dont une moitié se charge positivement et l'autre négativement. Le plan de séparation de ces deux zones, ou plan de dégagement nul, comprend l'axe du cylindre, c'est-à-dire l'axe ternaire et la direction dans laquelle la force agit. Le phénomène est donc de révolution.

Flexion d'un axe binaire. — Quand la force agit normalement à l'axe

ternaire, on obtient un dégagement électrique sur l'enveloppe du cylindre qui se charge par moitiés d'électricités de signes contraires. Le plan de dégagement nul comprend l'axe du cylindre, c'est-à-dire l'axe binaire et l'axe optique (*fig.* 2). Si l'on vient à changer l'orientation du plan de flexion, l'orientation du plan de dégagement nul change aussi, mais non suivant une loi proportionnelle, comme on le voit sur la courbe

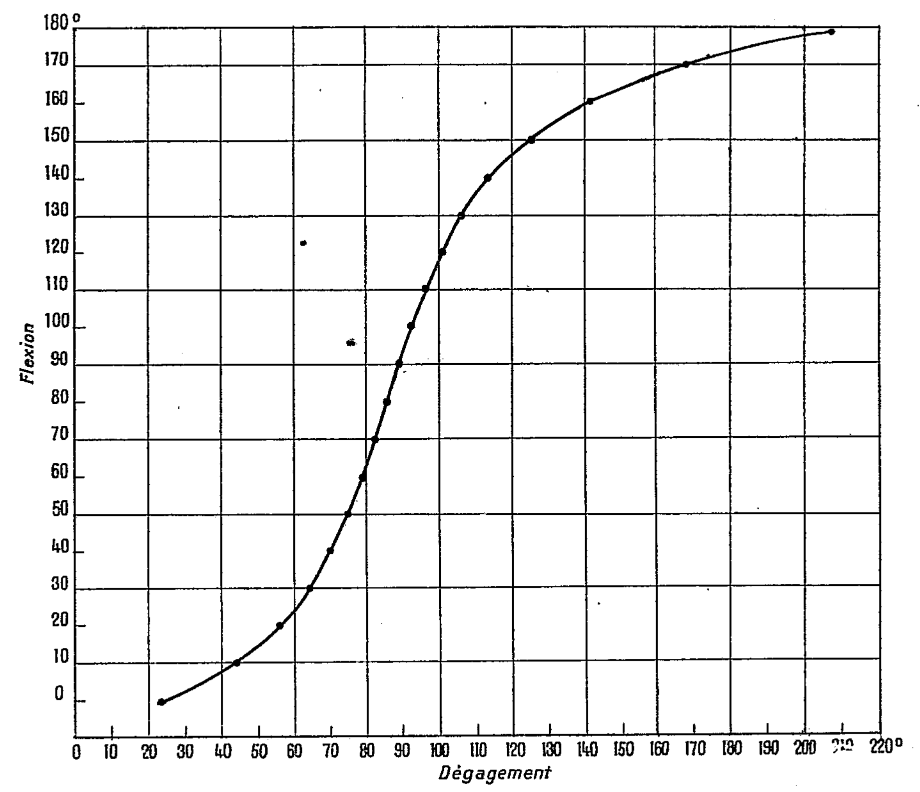


Fig. 4. — Flexion d'un axe binaire.

de la figure 4, qui indique, par rapport à l'axe optique, l'angle que fait le plan de dégagement maximum pour une orientation donnée du plan de flexion.

Flexion d'un axe normal à l'axe ternaire et à un axe binaire (*fig.* 3). — Quelle que soit l'orientation du plan de flexion, il se produit sur l'enveloppe du cylindre des dégagements qui le divisent en quatre zones alternativement chargées de signes contraires. Il existe donc deux plans de dégagement nul qui comprennent l'axe du cylindre et la bissectrice de l'angle formé par l'axe

ternaire et la direction de la force. Ces deux plans ne se coupent pas toutefois rigoureusement à angle droit; j'ai noté des écarts de quelques degrés sans pouvoir déterminer si ces écarts sont dus à des erreurs.

Dans les trois cas, les signes des dégagements s'inversent sitôt que l'effort diminue ou que l'on inverse la direction de la force. Enfin le phénomène réciproque est toujours possible.

ASTRONOMIE. — *Sur une nouvelle expression de l'orientation j du grand cercle de recherche des astéroïdes.* Note de M. **Benjamin Jekhowsky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Considérons la formule ([1]), qui détermine la variation (orientation j du grand cercle de recherche des astéroïdes) de la déclinaison d'un astéroïde correspondant à un déplacement d'une minute en son ascension droite, en l'écrivant sous la forme ([2])

$$(1)\qquad j=\frac{15'\cos\delta\,\{(1-\lambda_3^2)g_3-\lambda_3(\lambda_1 g_1+\lambda_2 g_2)\}}{\lambda_1 g_2-\lambda_2 g_1},$$

λ_1, λ_2, λ_3 étant les cosinus directeurs de la direction calculée.

En remplaçant dans cette expression les quantités g_1, g_2, g_3 par leurs valeurs

$$(2)\qquad \begin{cases} g_1=r(l_2\cos v-l_1\sin v);\\ g_2=r(m_2\cos v-m_1\sin v);\\ g_3=r(n_2\cos v-n_1\sin v);\end{cases}$$

où, pour abréger l'écriture, on pose

$$(3)\qquad \begin{cases} l_1=\sin a\sin A, & m_1=\sin b\sin B, & n_1=\sin c\sin C;\\ l_2=\sin a\cos A, & m_2=\sin b\cos B, & n_2=\sin c\cos C;\end{cases}$$

A, B, C, a, b, c étant les constantes bien connues de Gauss et v étant l'anomalie vraie de la planète.

Il vient en réunissant les termes qui contiennent $\cos v$ et $\sin v$ en facteur.

$$(4)\qquad j=\frac{15'\cos\delta\{[-(\lambda_1 l_2+\lambda_2 m_2)\operatorname{tg}\delta+\lambda_3 n_2\cot\delta]\cos v-[-(\lambda_1 l_1+\lambda_2 m_1)\operatorname{tg}\delta+\lambda_3 n_1\cot\delta]\sin v\}}{(\lambda_1 m_2-\lambda_2 l_2)\,\text{séc}\,\delta\cos v-(\lambda_1 m_1-\lambda_2 l_1)\,\text{séc}\,\delta\sin v}.$$

Mais si A_1, B_1, C_1, a_1, b_1, c_1 désignent les constantes, qui correspondent

---

([1]) M. Jekhowsky, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 777.

([2]) On tient compte de la variation $d\rho$ de la distance géocentrique de la planète.

aux trois directions $O\xi'$, $O\eta'$, $O\zeta'$ du trièdre $O\xi'\eta'\zeta'$, menées par le Soleil O et parallèles à celles qui correspondent aux vraies constantes de Gauss, l'axe $O\xi'$ ayant la direction d'ascension droite α et de la déclinaison δ, on a les relations suivantes [1] :

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} \sin b_1 \sin B_1 &= (\lambda_1 m_1 - \lambda_2 l_1)\,\text{séc}\,\delta,\\ \sin b_1 \cos B_1 &= (\lambda_1 m_2 - \lambda_2 l_2)\,\text{séc}\,\delta,\\ \sin c_1 \sin C_1 &= -(\lambda_1 l_1 + \lambda_2 m_1)\,\text{tang}\,\delta + \lambda_3 n_1 \cot\delta,\\ \sin c_1 \cos C_1 &= -(\lambda_1 l_2 + \lambda_2 m_2)\,\text{tang}\,\delta + \lambda_3 n_2 \cot\delta. \end{aligned}\right.$$

Par conséquent uous pouvons écrire

$$(6)\quad i = 15'\cos\delta\left[\frac{\sin c_1 \cos(v + C_1)}{\sin b_1 \cos(v + B_1)}\right]$$

ou bien si l'on prend pour axes du nouveau système des coordonnées angulaires α', δ' des axés parallèles aux arêtes de la position particulière du trièdre [2], que l'on obtient en dirigeant l'axe $O\xi'$ vers le perihélie et l'axe $O\zeta'$ vers le pôle de l'orbite, on a

$$(6')\quad j = 15'\cos\delta \sin\delta'\,\text{tang}(v - \alpha').$$

Notons enfin que, dans la formule (6), le numérateur et le dénominateur de l'expression entre les crochets sont respectivement les coefficients différentiels de l'inconnue $d\omega$, correction de la longitude du périhélie ω dans les équations de condition en ascension droite et en déclinaison des méthodes de correction des orbites des petites planètes.

POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE. — *Pouvoir rotatoire magnétique des dérivés halogénés des carbures saturés, à l'état gazeux.* Note de MM. **R. de Mallemann** et **P. Gabiano**, présentée par M. A. Cotton.

On a mesuré sur un même échantillon de chacun des corps étudiés : 1° la rotation magnétique à l'état gazeux; 2° la rotation magnétique à l'état liquide; 3° la densité de vapeur; 4° la densité du liquide; 5° l'indice de réfraction du liquide.

Nous désignons toujours par Λ la constante de Verdet (en minutes),

(1) H. Andoyer, *Cours de Mécanique céleste*, 1, p. 111.
(2) H. Andoyer, *loc. cit.*, p. 204.

par [A] la constante ou rotation spécifique $\frac{\Lambda}{d}$, et par $[\Lambda]_M$ la rotation moléculaire. Tous les nombres indiqués ci-dessous correspondent à la raie jaune du mercure $\lambda = 578^{\mu\mu}$.

I. — *État gazeux.*

Corps.	t.	p en mm.	$\Lambda_{0°}^{760mm}$ 10⁶.	[A] 10².	$[\Lambda]_M$ 10².
Chlorure de méthyle	15,5	1785	27	1,19	60
Chlorure d'éthyle	30	986	36,5	1,26	81
Chlorure de propyle (*n*.)	57	751	48	1,31	102
Chlorure d'isopropyle	59	744	50	1,36	106
Chloroforme	75	880	51,5	0,94	112
Tétrachlorure de carbone	85	645	60	0,84	130
Bromure de méthyle	19	1137	40	0,93	88,5
Bromure d'éthyle	53,5	870	53,5	1,07	116,5
Bromure de propyle (*n*.)	80	745	62,5	1,10	135
Iodure de méthyle	56	810	72,5	1,14	162
Iodure d'éthyle	82	758	86	1,21	189

II. — *État liquide* ($t = 20°$).

Corps.	[A] 10².	[A] 10².	$[\Lambda]_M$ 10².	Rapport des rotations spécifiques du gaz et du liquide.
Chlorure d'éthyle ($t = +1°$)	1,39	1,49	96	0,85
Chlorure de propyle (*n*)	1,375	1,54	121	0,85
Chlorure d'isopropyle	1,375	1,60	125	0,85
Chloroforme	1,67	1,13	135	0,83
Tétrachlorure de carbone	1,68	1,06	163	0,80
Bromure d'éthyle	1,92	1,31	142	0,82
Bromure de propyle	1,83	1,35	166	0,81
Iodure de méthyle	3,53	1,54	218	0,74
Iodure d'éthyle	3,02	1,56	243	0,78

Ces nombres et ceux que nous avons publiés antérieurement [1] permettent de calculer approximativement les valeurs moyennes des pouvoirs rotatoires *atomiques* de H, C, Cl, Br, I.

	H.	C.	Cl.	Br.	I.
$[\Lambda]_A$ 10²	5,5	10	33	66	143

Le pouvoir rotatoire magnétique de l'hydrogène dans les combinaisons

[1] R. DE MALLEMANN et P. GABIANO, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1319.

organiques est assez voisin de celui du gaz à l'état libre, mais cependant un peu plus faible. Nous avons trouvé d'autre part (1) pour les *ions* halogènes (en solution aqueuse) :

	Cl.	Br.	I.
$[A]_I 10^2$	108	208	450

On voit que les pouvoirs rotatoires des *ions* sont beaucoup plus grands que ceux des *atomes* correspondants. Le rapport $[A]_I : [A_A]$ est néanmoins sensiblement le même pour les trois éléments, et voisin de 3,2.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la variation de couleur des dissolutions du chlorure de cobalt.* Note de M. **Er. Toporescu**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les explications données jusqu'ici des changements de couleur des solutions de chlorure de cobalt se réduisent aux trois hypothèses suivantes : 1° le chlorure de cobalt en solution se déshydrate sous l'influence de la température, de l'acide chlorhydrique, etc.; 2° le sel se dissocie partiellement en ions; 3° le chlorure de cobalt est susceptible de former avec divers corps des sels complexes (2). Mais ces hypothèses ne permettent pas d'expliquer tous les phénomènes observés.

A la suite de quelques recherches personnelles, j'ai été amené à proposer une explication différente. Ce n'est pas à un changement d'état du chlorure, mais à une transformation interne du dissolvant qu'il faut attribuer les changements de colorations.

J'ai préparé des dissolutions de chlorure de cobalt à la concentration de 0,717 pour 100 dans cinq alcools différents : méthylique, éthylique, *n*-propylique, *n*-butylique et amylique. A la température du laboratoire, la coloration est rose violet dans l'alcool méthylique et bleu intense dans les autres alcools.

J'ai alors déterminé la température à laquelle la couleur de ces dissolu-

(1) R. de Mallemann, M. Paulus et P. Antoine, *Bull. Soc. fr. de Physique*, n° 299, 1930, p. 144 S.

(2) Engel, *Bul. Soc. chim.*, 3e série, 6, 1891, p. 239. — H. C. Jones et H. S. Uhler, *Ann. Chem. Journ.*, 37, 1907, p. 126 et 244. — J. Groh, *Zeit. anorg. Chem.*, 146, 1925, p. 305. — C. Mazzetti, *Gazz. chim. ital.*, 56, 1926, p. 601. — A. Hantzsch, *Zeit. anorg. Chem.*, 159, 1927, p. 273.

tions passe du bleu au rose. Ces déterminations ont été faites au moyen d'un spectroscope à trois prismes à réflexion totale. Le rayon lumineux traversait un vase renfermant 50^{cm^3} de solution.

Alcools.	Température *t*.	Constante diélectrique K.
Méthylique	+ 3°	34,5
Ethylique	−18	32,5
n-propylique	−32	28,5
n-butylique	−45	(37,5)
n-amylique	−65	25,0

On peut interpréter très simplement ces phénomènes en admettant que, sous l'influence des basses températures, le dissolvant se polymérise en prenant une structure réticulaire au milieu de laquelle le chlorure de cobalt est disséminé. Il est difficile de déterminer le degré de polymérisation de ces dissolvants, mais on peut le déduire de la constante diélectrique, en admettant que cette constante dépende des particules conductrices et est d'autant plus grande que le volume de ces particules est plus grand. Les nombres donnés dans le tableau expriment les valeurs des constantes diélectriques aux températures correspondantes (¹). On sait que ces constantes varient proportionnellement à la température.

Pour montrer le rôle prépondérant de ces constantes diélectriques dans le phénomène étudié, nous avons fait les expériences suivantes, Si l'on ajoute à la dissolution rose de chlorure de cobalt dans l'alcool méthylique de l'éther éthylique, qui abaisse la constante diélectrique, la liqueur passe au bleu. Si l'on ajoute au contraire à la même dissolution des corps qui en élèvent la constante diélectrique, comme l'urée, le glycocolle, la couleur passe du rose violet au rose franc.

En partant d'une solution de chlorure de cobalt dans l'eau présentant la couleur rouge violacé, on peut faire des observations analogues. L'acétone, l'acide chlorhydrique, le chlorure de calcium qui diminuent la constante diélectrique, font passer la coloration violacée au bleu. Par contre l'urée et le glycocolle qui augmentent la constante diélectrique (²) font virer la couleur au rouge. Le chlorure de zinc et le chlorure de cadmium, qui ne modifient pas la coloration, modifient très peu la constante diélectrique.

On doit donc admettre que les changements de coloration des dissolutions

(¹) LANDOLT-BÖRNSTEIN, *Physik. Chem. Tabellen*, **11**, 1923, p. 1036.

(²) *Loc cit.*, **11**, 1927, p. 568.

de chlorure de cobalt sont fonction des constantes diélectriques des dissolvants et par suite de leur état de polymérisation. D'autres phénomènes semblent pouvoir également être rattachés aux constantes diélectriques, en particulier la précipitation des substances colloïdales.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude microscopique et cinématographique des anneaux de Liesegang*. Note [1] de Mlle Suzanne Veil et M. L. Bull, présentée par M. G. Urbain.

On sait que, dans des conditions convenables, la précipitation du bichromate de potassium par le nitrate d'argent, au sein de la gélatine, peut

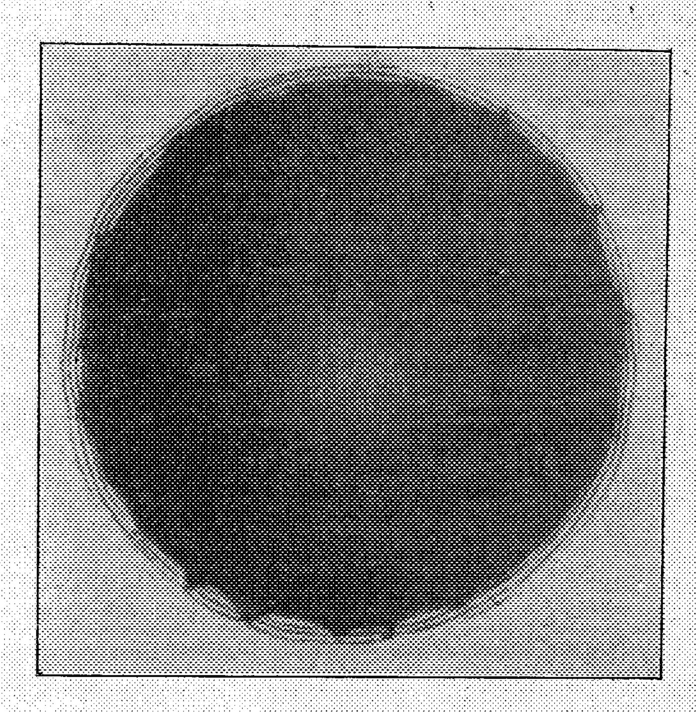


Fig. 1. — Apparition des premiers anneaux dans les évidements de la collerette.

s'effectuer en strates annulaires, distribuées suivant une loi déterminée. J'ai pu suivre la génération du phénomène au moyen du microscope et du cinématographe.

---

(1) Séance du 26 janvier 1931.

La gélatine bichromatée qu'on utilise est déjà prise en gelée, mais encore humide. Sur sa surface, la goutte de nitrate d'argent prend d'abord la forme d'une sphère, à cause des actions capillaires, et elle manifeste une coloration rouge, caractéristique du chromate d'argent dont elle se remplit.

Quelques instants plus tard, après une durée de l'ordre de la minute, le précipité s'accumule à la périphérie de la goutte, qui se ceint bientôt d'une collerette rouge compacte. La collerette s'étend lentement, et reste compacte de 5 à 10 minutes.

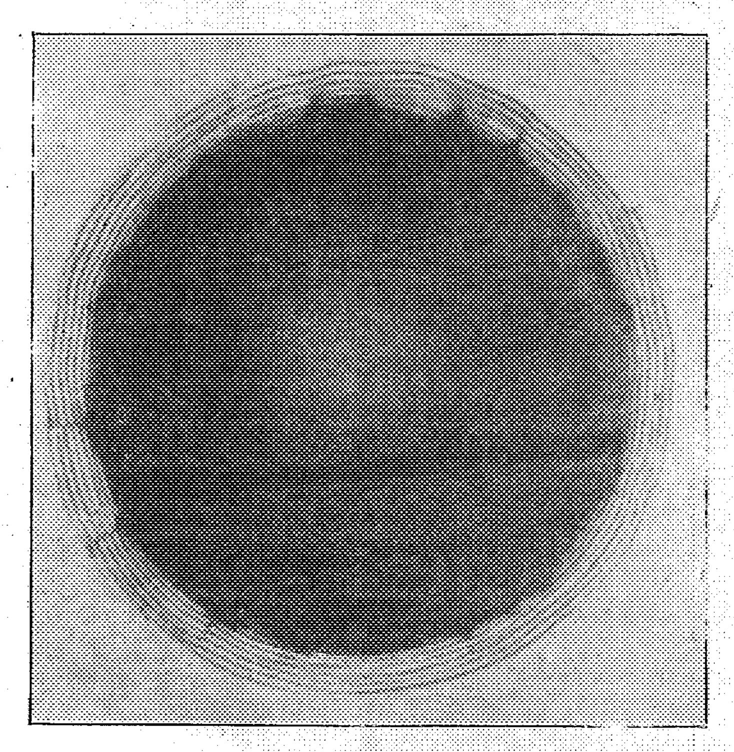


Fig. 2. — Résolution des protubérances en jonctions d'anneaux.

Après ce temps, de place en place, la collerette s'évide. Dans chacun des évidements, on observe des tronçons d'anneaux concentriques (*fig.* 1). A partir de ce moment, le changement d'aspect de la collerette est très rapide. Les évidements deviennent de plus en plus nombreux et creusés plus profondément vers la goutte. Les régions sombres, qui séparent les évidements, s'effilent progressivement, tendent à dépasser la collerette et affectent peu à peu la forme de protubérances.

Dans la suite, les protubérances deviennent de moins en moins nom-

breuses, et s'effilant toujours, se résolvent en jonctions d'anneaux successifs (*fig.* 2). Les extrémités de ces jonctions paraissent, un certain temps, servir de points de départ à des tronçons nouveaux. Puis, en général, les jonctions finissent par disparaître les unes après les autres.

Les anneaux ultérieurs s'édifient sans apport visible de matière. A moins

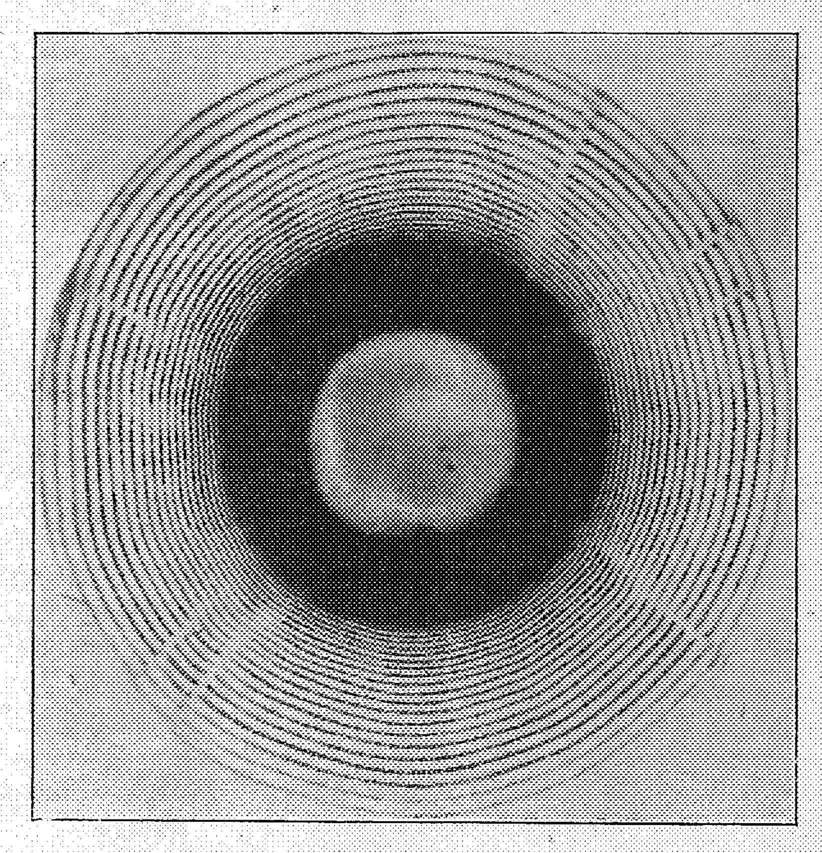


Fig. 3. — Aspect de la préparation au bout de deux heures.

d'admettre, pour ces anneaux, une précipitation sur place, entre réactifs préalablement diffusés, il reste à envisager la possibilité d'un ravitaillement par anneaux secondaires, phénomène resté à la limite de notre perception.

La formation des anneaux successifs se ralentit au cours du temps. La fréquence des prises de vue, nécessaire au début de la visibilité des anneaux, se trouve susceptible d'être considérablement abaissée à la fin d'une expérience de deux heures, la présente préparation ayant eu, à ce moment, l'aspect de la figure 3.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la séparation de la glucine et de l'alumine.* Note ([1]) de MM. **A. Travers** et **Schnoutka**, présentée par M. Matignon.

Les méthodes proposées pour la séparation de l'alumine et de la glucine sont très nombreuses, et ne donnent pas toujours des résultats corrects.

Nous citerons les principales :

1° Le gel de glucine, fraîchement précipité, se dissout dans une solution concentrée de carbonate d'ammoniaque, alors que celui d'alumine résiste ([2]).

Cette méthode a été critiquée par Rivot, Glassmann, Aars ([3]); on a objecté la dissolution incomplète de la glucine d'une part, et la solubilité partielle de l'alumine d'autre part.

Lebeau ([4]) a proposé de laisser séjourner les gels d'alumine et de glucine *plusieurs jours*, au sein du liquide où on les a précipités; l'alumine « vieillirait » et deviendrait insoluble dans le carbonate d'ammoniaque.

En fait, nous avons vérifié, conformément aux vues de Haber et van Oordt ([5]), que le gel de glucine « vieillit » lui-même à la température ordinaire, et devient partiellement insoluble dans le carbonate d'ammoniaque.

2° Gmelin et Schaffgotsch ([6]) basent leur séparation sur la différence de stabilité des solutions de glucinate et d'aluminate alcalin; Haber et van Oordt ([5]) l'ont critiquée.

3° Parson et Barnes ([7]) utilisent la solubilité de la glucine dans une solution de bicarbonate de soude à l'ébullition.

4° Haber et van Oordt ([5]) séparent le glucinium sous forme d'acétate basique, soluble dans le chloroforme. Kling et Gelin ([8]) montrent que la glucine reste en partie dans l'acétate basique d'aluminium, ils conseillent la sublimation de l'acétate basique de glucinium.

5° Tout récemment, Niessner ([9]) a proposé la précipitation de l'alumine par une solution alcoolique d'ortho-oxyquinoléine.

La variété des travaux publiés sur cette question et les contradictions qu'ils ont soulevées, montrent combien la question est difficile.

([1]) Séance du 12 janvier 1931.

([2]) Rose, *Handb. der anal. Chem.*, II, 1871, p. 60.

([3]) Rivot, *Ann. Ch. Phys.*, 3e série, 30, 1850, p. 188. — Glasmann, *Ber.*, 39, 1906, p. 3368. — Aars, *Z. analyt. Chem.*, 46, 1907, p. 445.

([4]) Lebeau, *Comptes rendus*, 121, 1896, p. 641.

([5]) Haber et van Oordt, *Z. anorg. Chem.*, 40, 1904, p. 466.

([6]) Gmelin et Schaffgotsch, *Pogg. Ann.*, 83, 1843, p. 175.

([7]) Parson et Barnes, *Z. analyt. Chem.*, 46, 1907, p. 292.

([8]) Kling et Gelin, *Bull. Soc. ch.*, 15, 1914, p. 205.

([9]) Niessner, *Z. analyt. Chem.*, 76, 1929, p. 135.

Nous avons essayé de reprendre une méthode décrite très anciennement par Berthier ([1]) et dont l'application (même à l'extraction de la glucine du minerai), nous a donné toute satisfaction.

Le glucinium est un élément de *transition*, à la fois proche parent de l'aluminium, et du zinc, et du magnésium; c'est précisément là la raison des difficultés de la séparation.

Berthier avait proposé de dissoudre la glucine gélatineuse dans l'acide sulfureux, et de chauffer à l'ébullition la solution des bisulfites d'aluminium et de glucinium : seule l'alumine précipiterait. Cette méthode fortement critiquée par Debray, Bottinger, Joy ([2]) avait été abandonnée.

Une étude complète des solutions de bisulfites de ces deux métaux nous a permis d'éclairer les contradictions et d'en déduire un mode opératoire assez simple.

La réaction proposée par Berthier classe le glucinium plutôt parmi les alcalino-terreux et l'éloigne de l'aluminium.

Nous avons vérifié :

a. Que les solutions de bisulfite de glucinium, évaporées à sec au bain-marie, ou maintenues à l'autoclave à la pression de 2^{kg}, ne donnent aucune précipitation, même en renouvelant le traitement plusieurs fois.

Au contraire, les solutions de bisulfite d'aluminium, dans les mêmes conditions, précipitent *quantitativement*, sous forme de *sulfite basique*, de formule mal définie; par traitement à l'autoclave, on obtient un sulfite moins basique que par évaporation à sec au bain-marie.

Ce sulfite s'oxyde et devient partiellement soluble dans l'eau chaude, quand il a été préparé à l'autoclave; par simple lavage à l'eau bouillante, on dissout alors de l'alumine sous forme de sulfate.

b. Que les solutions de bisulfite de glucinium, portées à l'ébullition, précipitent lentement de la glucine (renfermant seulement des traces de SO^3); celle-ci se redissout par refroidissement dans l'eau mère, si l'ébullition a été de courte durée, et reste au contraire en partie insoluble, si l'on prolonge l'ébullition, la glucine a « vieilli ».

Dans les mêmes conditions, les solutions de bisulfite d'aluminium précipitent *quantitativement*, et le précipité obtenu est alors *insoluble* dans l'eau.

c. *En présence de bisulfite alcalin*, les traitements *a* donnent les mêmes résultats. Il n'en est pas de même du traitement *b*.

([1]) Berthier, *Ann. Ch. Phys.*, 50, 1832, p. 271.

([2]) Debray, *Ann. Ch. Phys.*, 2e série, 44, 1855, p. 4. — Bottinger, *Lieb. Ann.*, 51, 1844, p. 339. — Joy, *J. f. prakt. Chem.*, 92, 1864, p. 229.

Dans ce cas le bisulfite de glucinium ne précipite qu'en milieu *dilué*, et *d'ailleurs le précipité obtenu se redissout dans son eau mère par refroidissement :* les solutions concentrées renfermant une forte concentration en bisulfite alcalin précipitent très difficilement, et seulement par ébullition prolongée (1 heure par exemple) : il suffit de les diluer pour obtenir un précipité, qui d'ailleurs se redissout par refroidissement.

Le corps obtenu est un *sulfite basique de glucinium*, qui donne, avec le sulfite de soude, un complexe soluble, stable à froid, *partiellement* décomposé par ébullition.

Le bisulfite d'aluminium, en présence de bisulfite alcalin, se comporte comme dans le traitement *b*.

Les expériences qui précèdent donnent un moyen de séparer l'alumine et la glucine.

Les gels d'alumine et de glucine, fraîchement préparés, sont dissous dans un alcali *en excès*, la solution est saturée de SO^2, puis portée à l'ébullition, qu'on prolonge environ 10 minutes, puis on refroidit plusieurs heures.

L'alumine précipite *quantitativement*, en entraînant un peu de sulfite basique de glucine, enrobé mécaniquement. En répétant le traitement sur le sulfite basique d'alumine, on isole la presque totalité de la glucine.

Cette méthode [1] présente l'avantage :

a. De précipiter intégralement l'alumine;

b. De permettre une extraction de la glucine du minerai avec un rendement élevé.

Nous remarquerons d'autre part que la précipitation de l'alumine, dans un milieu de pH voisin de 4, réalisé dans nos essais, rend impossible la formation d'aluminate de glucine. Nous pensons que dans la méthode au carbonate d'ammoniaque ou au bicarbonate de soude, les irrégularités observées tiennent, en partie du moins, à la précipitation de ce corps.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation benzoïnique. Influence de la nature des radicaux sur la formation des benzoïnes mixtes.* Note de M. **M. Tiffeneau** et Mlle **Jeanne Lévy**, présentée par M. A. Béhal.

Depuis la découverte de la benzoïne par Liebig et Wöhler et la fixation des conditions réactionnelles par Zincke, l'application de cette réaction à

(1) Elle sera décrite en détail dans un autre Recueil.

l'obtention des benzoïnes mixtes, par condensation cyanique de deux aldéhydes différentes Ar CHO et Ar′ CHO, a été peu étudiée, aussi bien pour ce qui concerne la nature des produits formés (benzoïnes simples ou mixtes) que pour l'influence exercée sur l'orientation de cette réaction par la nature des radicaux Ar et Ar′.

Hodgson et Rosenberg (1930) ont bien entrepris une telle étude mais uniquement pour les benzoïnes simples et seulement en vue de préciser, comme l'avaient déjà tenté, en 1910, Ekecrantz et Ahlquist, la nature des substitutions qui rendent la réaction impossible. C'est seulement Staudinger en 1913, puis Buck et Ide (1) qui se sont surtout préoccupés de l'étude de cette influence en ce qui concerne les benzoïnes mixtes, mais sans apporter la preuve décisive de leur constitution et parfois même en admettant des structures erronées (2). Robinson et Greene (1922), puis Greene seul (1926) ont bien étudié systématiquement la formation d'un certain nombre de benzoïnes mixtes ou plutôt de leurs dérivés benzoylés; toutefois cette étude a été effectuée non plus en mettant les deux aldéhydes en présence du cyanure, mais en faisant réagir l'une d'elles sur le dérivé benzoylé de la cyanhydrine de l'autre (ou vice versa). Dans chacun des cas on obtient un mélange des deux benzoylbenzoïnes mixtes isomères; mais comme il pourrait y avoir eu, dès le début, interréaction et formation des deux benzoylcyanhydrines, ce travail, si important pour l'étude du mécanisme réactionnel, paraît être sans intérêt au point de vue de l'influence des radicaux.

Nous avons pris comme point de départ pour cette étude l'observation faite par l'un de nous, en commun avec Mc Kenzie, Luiz et Weill (1929), concernant la condensation des aldéhydes anisique et benzoïque, avec formation d'une benzoïne mixte unique (voir tableau ci-après, III).

Nous avons effectué, d'une part, la condensation de la benzaldéhyde avec les deux autres méthoxybenzaldéhydes, ortho (I) et méta (II), ainsi qu'avec le pipéronal (IV) et avec le furfural (V); d'autre part la condensation de l'anisaldéhyde avec son isomère ortho (VI) et avec le pipéronal (VII). La nature des benzoïnes formées a été démontrée par leurs réactions ainsi que par leur oxydation en benziles; leur structure a été prouvée par la nature des acides formés dans l'action de la potasse et par l'hydrogénation de deux d'entre elles (I et IV) en désoxybenzoïnes.

Dans quatre cas (I, IV, V, VI), comme pour celui rappelé ci-dessus (III), il s'est formé, avec des rendements dépassant 50 pour 100, une seule benzoïne mixte, tandis que dans les deux autres (II et VII), on a obtenu, avec des rendements nettement

---

(1) Buck et Ide, *J. Amer. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 220, 4107.

(2) Pour Staudinger, voir Jenkins, Bigelow et Buck, *ibid.*, 52, p. 5198; pour Buck et Ide, on verra dans cette Note que la condensation du pipéronal et de la benzaldéhyde fournit une seule benzoïne (F. 120°), qui est la piperbenzoïne et non la benzpipéroïne.

moindres, les deux benzoïnes mixtes isomères. Ces résultats déjà publiés sommairement [1] sont consignés dans le tableau ci-après.

	Aldéhydes condensées.	Benzoïnes formées.
I.	Benzaldéhyde et *o*-méthoxybenzaldéhyde...	$C^6H^5.CO.CHOH.C^6H^4OCH^3$ [2]. Semicarbazone (F. 178-179°).
II.	Benzaldéhyde et *m*-méthoxybenzaldéhyde...	*m*-$CH^3O.C^6H^4.CO.CHOH.C^6H^5$ et $C^6H^5.CO.CHOH.C^6H^4OCH^3$-*m*.
III.	Benzaldéhyde et anisaldéhyde.............	*p*-$CH^3OC^6H^4.CO.CHOH.C^6H^5$ (F. 105°,5-106°,5).
IV.	Benzaldéhyde et pipéronal...............	$CH^2O^2.C^6H^3.CO.CHOH.C^6H^5$ (F. 120°). Semicarbazone (F. 181-182°).
V.	Benzaldéhyde et furfural.	$C^4H^3O.CO.CHOH.C^6H^5$ (F. 135-136°). Semicarbazone (192-193°).
VI.	Anisaldéhyde et *o*-méthoxybenzaldéhyde...	*p*-$CH^3OC^6H^4COCHOH.C^6H^4OCH^3$-*o* (F. 101-102°). Semicarbazone (F. 204°).
VII.	Anisaldéhyde et pipéronal................	(*a*) *p*-$CH^3O.C^6H^4.CO.CHOH.C^6H^3O^2CH^2$. (*b*) *p*-$CH^3O.C^6H^4.CHOH.CO.C^6H^3O^2CH^2$ (F. 98-99°). Semicarbazone (F. 191°).

Action de KOH *sur ces benzoïnes.* — I. Acide benzoïque. — II. *m*-$CH^3O.C^6H^4CO^2H$ et acide benzoïque. — III et VI. Acide anisique. — IV et VII (*b*). Acide pipéronylique. — VII (*a*). Acides anisique et pipéronylique (mélange des deux benzoïnes).

Quel que soit le mécanisme adopté pour expliquer la réaction benzoïnique : condensation d'une aldéhyde avec le dérivé potassique d'une aldéhydocyanhydrine identique ou différente, réaction entre les deux formes possibles des aldéhydes envisagées, l'une de ces formes pouvant d'ailleurs provenir d'une dissociation de cyanhydrine,

$$\text{Ar.CHOK.CN} + \text{Ar}'\text{CHO} \xrightarrow{-\text{CNK}} \text{Ar.CHOH.CO.Ar}',$$
$$\text{Ar.CH} - \text{O} + \text{Ar}' - \underset{\vdots\atop \text{H}}{\text{C}} = \text{O} \rightarrow \text{Ar.CHOH.CO.Ar}',$$

on constate que dans les deux seuls cas (II et VII) où il y a formation des deux benzoïnes mixtes isomères, les radicaux Ar et Ar′ ont des capacités affinitaires voisines : phényl et *m*-méthoxyphényle, anisyle et pipéronyle. D'autre part, dans les cinq autres cas, où il y a formation d'une benzoïne mixte unique, on observe que, pour quatre d'entre eux (III, IV, V et VI), les radicaux Ar′ sont ceux dont la capacité affinitaire est la plus forte; c'est seulement dans le cas (I) que la capacité affinitaire de Ar′ est plus faible que celle de Ar, car l'*o*-méthoxyphényle l'emporte généra-

---

(1) TIFFENEAU et JEANNE LEVY, *Bull. Soc. chim.*, 47, 1930, p. 773.

(2) Ce produit (F. 58°) a été identifié avec une benzoïne synthétique préparée d'après Asahina et Teresaka (*J. Ph. Soc. Jap.*, 494, 1923, p. 219); Brass (*Ber. D. chem. Ges.*, 63, 1930, p. 2613), se fondant sur des données théoriques dues à Hörbye et dont nous n'avons pas pu avoir connaissance, lui attribue à tort la formule isomère.

lement à cet égard sur le phényle. Toutes réserves faites sur l'importance que peut présenter à ce point de vue la notion de capacités affinitaires des divers radicaux, cette contradiction doit être notée. Peut-être une autre circonstance intervient-elle, à savoir une faible aptitude à donner avec le cyanure une combinaison labile et par conséquent à former des benzoïnes simples, ce qui est sans doute le cas de la diméthylaminobenzaldéhyde récemment élucidé par Jenkkins (*loc. cit.*).

Conclusions. — Dans la condensation benzoïnique de deux aldéhydes cycliques ArCHO et Ar'CHO, il y a, suivant la nature des radicaux Ar et Ar', tantôt formation d'une benzoïne mixte unique dont la structure dépend de ces radicaux, tantôt formation des deux benzoïnes mixtes isomères. Dans la plupart des cas on peut interpréter l'influence des radicaux en invoquant la notion de capacité affinitaire.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Nouvelles utilisations d'un appareil pour mesurer l'angle des axes optiques.* Note de M. C. **Gaudefroy.**

L'appareil d'observation en lumière convergente à deux cercles dont j'ai donné le principe ici même (¹) et une description détaillée dans un autre Recueil (²) n'était destiné qu'à mesurer l'angle des axes dans un cas particulier, celui où le plan de ces axes est parallèle à la lame utilisée. J'ai reconnu depuis qu'avec quelques modifications il est apte à mesurer l'angle des axes dans le cas tout à fait général d'une lame d'orientation quelconque.

Les opérations qui aboutissent à cette mesure sont simplifiées lorsque la lame baigne dans un liquide dont l'indice de réfraction égale l'indice n_m du cristal. Alors, en effet, les ondes normales aux axes optiques ne sont pas déviées à la sortie du cristal; elles ne le sont pas non plus à la sortie du liquide lorsque l'axe optique est dans la direction de la lunette, c'est-à-dire normal aux parois de la cuve où plonge la lame.

Pour faire une mesure, on amène au centre du champ de la lunette successivement les pôles des axes optiques : l'opération se fait à l'aide de deux axes rectangulaires, munis de cercles gradués. Ces deux rotations équivalent à une seule qui n'est autre que l'angle vrai des axes. De plus, elles donnent l'angle que fait la normale à la lame avec chacun des axes optiques; autrement dit, elles donnent la position des axes d'élasticité optique caractéristique des cristaux monocliniques et tricliniques.

La condition pour que ce dispositif suffise à mesurer l'angle des axes dans

(¹) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 877.
(²) *Bull. Soc. fr. Minéralogie*, 1930, Livre jubilaire, p. 172.

tous les cas possibles, est que l'inclinaison de la lame sur l'axe de l'appareil puisse atteindre 45°. Alors, en effet, la lame montée d'abord à la manière ordinaire, parallèlement à l'un des axes de rotation, permet de repérer toute direction d'axe optique située à l'intérieur d'un cône de 45° autour de la normale à la lame; puis, montée normalement au même axe de rotation, elle permet de faire de même à l'extérieur de ce même cône jusqu'à 90°. Or, l'inclinaison de la lame dépend de l'espace où elle évolue entre le condensateur et le collecteur, et un choix convenable de ces deux pièces permet de dépasser largement l'inclinaison de 45°.

Lorsque l'on veut mesurer l'angle des axes par le procédé courant, on est généralement obligé de tailler une lame dans une direction choisie. Avec cet appareil, toute lame de clivage parfait ou tout cristal aplati en forme de table peut être utilisé, et c'est là un avantage notable pour étudier les cristaux fragiles ou trop facilement clivables.

Ce n'est d'ailleurs pas la seule utilité de l'appareil : puisqu'il admet la rotation de la lame dans son plan au sein d'une cuve, il permet aussi la mesure des trois indices principaux par la réflexion totale.

CRYPTOGAMIE. — *Sur les liens phylétiques entre les Agarics Ochrosporés et certains Gastéromycètes.* Note de M. **Roger Heim**, présentée par M. L. Mangin.

Le *Galera Besseyi* Peck, qui doit d'ailleurs être rattaché au genre *Conocybe* Fayod dont il possède tous les caractères essentiels, décrit par Peck ([1]) du Colorado, retrouvé à Madagascar par Decary et Patouillard ([2]), est un Agaric Ochrosporé offrant une particularité morphologique remarquable : son péridium est ovoïde, presque clos, marqué seulement à sa partie inférieure d'une étroite ouverture par laquelle le stipe ligneux pénètre pour traverser le sac hyménien et s'insérer au sommet du chapeau. Grâce à de nombreux échantillons que M. Decary nous a de nouveau envoyés de Madagascar, nous avons pu étudier en détail cette espèce et observer que l'hyménium comprenait, non pas simplement des feuillets verticaux comme on le croyait jusqu'ici, mais des logettes irrégulières, plus ou moins nombreuses limitées par les lamelles et les anastomoses qui réunissent celles-ci.

([1]) *Report of the State Botanist*, 1908, in *New-York St. Mus. Bull.*, 131, 1909, p. 35, pl. V, fig. 15-20.

([2]) *Mémoires Acad. malgache*, 6. 1927, p. 30.

Ces diverses dispositions rapprochent le *Galera Besseyi* d'une espèce éthiopienne, le *Galera paradoxa* Mattirolo, dont ce dernier auteur a signalé (¹) le péridium presque clos et l'hyménium alvéolé, et qui, d'ailleurs, pourrait être identique au *Besseyi*.

Quoi qu'il en soit, l'espèce malgache offre des caractères si particuliers parmi les Agarics, et d'autre part une telle similitude physionomique avec les *Podaxon* dont on pourrait dire qu'elle en constitue une miniature, que nous avons cherché à appuyer ce dernier rapprochement sur d'autres indices.

Pour Peck, la nature angiocarpique du péridium « designed to promote the conservation of moisture in the pileus till the spores can be fully developed » et reflète l'état d'adaptation du champignon à des stations très sèches.

Les indications de M. Decary ne nous permettent pas de penser que le *Conocybe Besseyi* soit particulièrement xérophile. Il croît à Madagascar depuis les sables littoraux jusqu'aux lieux arides ou frais, dans les prés ou les bois, la terre nue ou herbeuse, la latérite ou même les bouses, et jusqu'à Fort Dauphin dans la zone pluvieuse. Il s'agit donc d'une espèce à exigences écologiques atténuées, plutôt mésophile, et la possibilité d'une adaptation xérophytique ne peut être admise.

L'existence d'un hyménium en logettes, dont la trame, très légère, est formée d'hyphes parallèles, cylindriques, de 4 à 15 μ de large, à membrane *très mince*, analogues à celles de la chair, permet de comprendre la rapidité avec laquelle cet hyménium peut se détruire et former alors une masse fructifère rappelant la globa pulvérulente de certains Gastéromycètes agaricoïdes (*Gyrophragmium*, etc.).

Le stipe creux, dur, constitué d'hyphes cylindriques rarement cloisonnées, de 3 à 5 μ de large, fait aussi penser à celui des *Podaxon*.

Les spores à large pore germinatif, munies d'une épaisse et double membrane, sont celles des *Conocybe*. Nous avons rencontré à diverses reprises des spores anormales, notamment à deux pores germinatifs, offrant en général la forme globuleuse et montrant alors une certaine analogie avec celles des *Podaxon* dont les spores jeunes sont semblables aux spores normales du *Besseyi*.

Les basides du *C. Besseyi*, bispores ou tétraspores, claviformes allongées,

---

(¹) *Atti del R. Accad. del. Sc. di Torino*, 49, 1924, p. 714, fig. dans le texte.

naissent directement sur un sous-hyménium rameux. Elles sont accompagnées de poils cystidiformes marginaux non proéminents, ventrus, amincis vert le haut, non muriqués, à membrane mince, non réfringente.

Ainsi, l'hyménium presque angiocarpique des *Conocybe Besseyi* et *paradoxa*, dont la dilacération des éléments se produit aisément, montre qu'entre la gleba des Podaxés et l'hyménium des *Conocybe* le fossé est moindre qu'on pourrait le penser. Quant à la présence de stérigmates aux basides, elle n'est pas incompatible avec ces rapprochements puisque le genre *Chainoderma* Massee, affine aux *Podaxon*, présente ce caractère. De même, si le *Galera paradoxa* possède vraiment des spores sans pore germinatif (ce qui résulte de l'observation faite sur les échantillons de M. Mattirolo, mais nous ne pensons pas qu'il s'agisse de spores mûres), l'existence de spores analogues chez les *Phellorina*, voisins des *Podaxon* et Podaxés eux-mêmes, ne contredit pas la parenté que nous supposons. D'un autre point de vue, on pourrait dire que l'hyménium de ces *Galera* marque une tendance vers une gleba locellée, et là ce serait supposer une parenté avec les *Secotium*, à gleba alvéolée, plutôt qu'avec les Podaxés, à gleba homogène.

En somme, ces *Galera* revêtent un port que leur adaptation ne suffit pas à expliquer, d'autant moins que bien d'autres Agarics sont adaptés à des conditions beaucoup plus xérophytiques sans que leur hyménium offre jamais les caractères remarquables de celui des deux espèces précédentes. On ne peut donc pas dire, à notre avis, que ces dernières représentent des formes xérophiles de Conocybes du groupe *tenera*. Aucune des particularités anatomiques ne s'oppose d'autre part à l'hypothèse d'une parenté entre Agaricacés Ochrosporés et Podaxés ou *Secotium*, à laquelle les données morphologiques nous conduisent.

Cette supposition d'un lien phylétique entre un rameau d'Agaricacés et un rameau de Gastéromycètes ne doit pas d'ailleurs nous surprendre. Plusieurs auteurs (Bucholtz, de Seynes, etc.), et en premier lieu Patouillard, ont déjà montré qu'entre les Agarics Mélanosporés et les *Gyrophragmium* s'établissait, par l'intermédiaire des Coprins et des *Montagnites*, une relation continue; Lohwag entrevoit une parenté entre les Lactario-Russulés et les *Elasmomyces;* tout récemment (1930), A. Maublanc et G. Malençon établissaient sur des données très substantielles les affinités des *Battarraea* avec les Agaricacés.

En tout cas, les précédentes considérations nous incitent à réunir les

Conocybe Besseyi (Peck) et *paradoxa* (Mattir.) dans une section ou sous-genre que nous appelons *Cyttarophyllum* et sur lequel nous nous étendons plus longuement dans un travail qui verra le jour prochainement [1].

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence des substances sécrétées par les radicelles en voie de formation sur le noyau des cellules corticales voisines.* Note de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. L. Blaringhem.

Les observations dont nous rapportons les résultats ont été effectuées tout au début de la germination, pendant le développement des radicelles à l'intérieur de l'axe hypocotylé du Pois, du Ricin et de diverses races de Haricots. Nous n'indiquerons ici que les modifications nucléaires qui apparaissent dans le tissu cortical au voisinage des radicelles en formation.

Lorsque l'on compare la dimension des noyaux dans les assises cellulaires voisines de la masse de tissus néoformés et dans les mêmes assises corticales mais en des points éloignés de la radicelle en voie de formation, on remarque dans le premier cas un accroissement sensible du diamètre nucléaire. On observe également une augmentation de la masse nucléolaire. Nous donnons ci-contre le résultat de nos observations; les dimensions sont calculées en μ, et représentent pour les noyaux sphériques le diamètre réel, pour les noyaux ovoïdes la moyenne des deux dimensions extrêmes.

Ces résultats montrent un accroissement *constant* de la masse du noyau et du nucléole dans les régions voisines des radicelles en formation.

La réaction des noyaux est limitée aux cellules constituant les assises corticales entourant le massif de tissus jeunes. Nous avons noté un accroissement des masses nucléaire et nucléolaire dans l'axe hypocotylé du Haricot jusqu'à la cinquième assise comptée à partir des éléments externes de la radicelle, dans celui du Ricin jusqu'à la troisième, enfin dans celui du Pois jusqu'à la quatrième assise. Mais c'est dans la première et la deuxième assise que le phénomène est le plus sensible.

Nous devons en outre signaler l'observation de trois cas d'amitose dans la deuxième assise corticale entourant des radicelles en voie de développement dans l'axe hypocotylé du Pois. Pour deux cas, la fragmentation

[1] Roger Heim. Le genre *Inocybe*, précédé d'une Introduction générale à l'étude des Agarics Ochrosporés. *Encyclopédie mycologique*, vol. I. Paris, P. Lechevalier, édit., 1931 (*sous presse*).

aboutit à la formation de deux noyaux de même masse et renfermant chacun un nucléole; pour le troisième cas, nous avons observé une fragmentation inégale : le noyau qui s'était divisé avait donné deux masses nucléaires, l'une nucléolée, présentant un diamètre de 8$^{\mu}$, l'autre de taille moitié moindre et représentée par un globule anucléolé.

En résumé, au voisinage des radicelles en formation, on constate dans le tissu cortical périphérique des variations de taille du noyau et du nucléole qui se traduisent par un accroissement de leur masse et peuvent, dans certains cas, aboutir à une division amitotique du noyau. L'augmentation, particulièrement nette dans la première et dans la deuxième assise corticale, entourant les tissus jeunes s'observe encore, mais avec une intensité moindre jusqu'à la troisième et même cinquième rangée. Ces modifications, qui, vraisemblablement, sont l'indice d'un métabolisme cellulaire plus actif, peuvent être attribuées à la diffusion d'excitants chimiques à partir des éléments méristématiques de la jeune radicelle.

	Noyau.		Nucléole.	
	Côté radicelle.	Côté opposé.	Côté radicelle.	Côté opposé.
	Haricot.			
Diamètre moyen..................	21,4	17,8	8	5,2
Amplitude de variation du diamètre.	20-22,5	16-9	7-10	5-6
Diamètre moyen..................	24,8	20,4	7,3	4-9
Amplitude de variation du diamètre.	21-28,5	17,5-25	6-8	4-5
Diamètre moyen..................	21,6	20	6,9	5,2
Amplitude de variation du diamètre.	20-24	19-24	6-8	4-6
Diamètre moyen..................	14,6	11,6	4,9	3,6
Amplitude de variation du diamètre.	13-19,5	10-13	4,5	3-4
	Ricin.			
Diamètre moyen..................	16.5	14	4	3
Amplitude de variation du diamètre.	12,5-22,5	10-15,5	2,5-6,5	2,5-4
	Pois.			
Diamètre moyen..................	15,5	12	4,5	3,35
Amplitude de variation du diamètre.	11-23,5	10-17	3,5-6,5	3-4,5
Diamètre moyen..................	12,5	9,5	4,2	2,4
Amplitude de variation du diamètre.	10-16,5	8-11	2-5,5	2-3,5
Diamètre moyen..................	14,5	10,5	5,2	3,1
Amplitude de variation du diamètre.	11-18	9-11,5	4-6,5	2-5

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Compétition entre* Ustilago Tritici *et* Tilletia Tritici *chez une même plante de blé.* Note de M. O. **Munerati**, présentée par M. Molliard.

Bien que dans l'importante littérature sur les Ustilaginées on parle, parfois, de la possibilité pour *Ustilago Tritici* (Pers.) Jens. et *Tilletia* (spp.) de se trouver simultanément dans une même plante de blé, on n'a pas, jusqu'ici, effectué de recherches spéciales afin d'établir comment, dans le système biologique, tel qu'il va être ainsi formé, la plante réagit vis-à-vis des deux pathogènes, et de quelle manière ces derniers réagissent l'un par rapport à l'autre.

Avant tout il était nécessaire de rechercher la température la plus favorable pour que le promycélium de l'*Ustilago Tritici* puisse se développer sur l'embryon du blé en même temps que l'autre parasite [que nous rapportons ici à *Tilletia Tritici* (Bjerk.) Wint.] et puisse pénétrer le plus sûrement dans l'hôte.

Ayant constaté qu'on atteint facilement le but cherché, à une température entre 6° et 8° C., nous avons choisi, pour notre étude, une variété de blé très largement cultivée dans la vallée du Pô, le *Gentile rosso*, qui se montre extraordinairement réceptif, soit au charbon, soit à la carie. Naturellement, afin de pouvoir disposer à chaque culture, d'un matériel le plus apte possible à la recherche, nous avons procédé chaque année, au moment de la floraison, à des infections par *Ustilago Tritici*.

En tous les cas, au moment du semis, nous avons mis en comparaison :

a. Grains infectés par le charbon;

b. Grains comme en *a*, mais en même temps fortement contaminés avec des spores de carie;

c. Grains normaux (non artificiellement infectés);

d. Grains comme en *c*, mais fortement contaminés avec des spores de carie.

On peut résumer les faits observés (expériences 1925-1929) dans les conlusions suivantes :

1° Lorsque *Ustilago Tritici* et *Tilletia Triciti* se trouvent associés chez une même plante de blé, le pathogène qui se décèle le premier est l'*Ustilago Tritici*, certainement en raison de la plus rapide différenciation de ce parasite dans l'épi.

2° Le nombre des épis atteints de carie, chez les individus logeant les deux champignons, est toujours nettement inférieur à celui que, normalement, on enregistre chez les individus atteints uniquement par *Tilletia Tritici*.

3° Les deux parasites en compétition se localisent le plus souvent chacun sur des épis distincts; quelquefois un épi loge simultanément les deux pathogènes: en ces cas très rares l'*Ustilago Tritici* désorganise simplement les glumes d'où l'épi se présente avec les grains dépouillés, mais intérieurement occupés par les chlamydospores de *Tilletia*.

4° Dans la plus grande partie des plantes frappées simultanément par les deux pathogènes on trouve aussi des épis entièrement normaux.

ANATOMIE. — *Sur les organes sensoriels de quelques Poissons des grandes profondeurs*. Note de M[lle] **M.-L. Verrier**, présentée par M. L. Joubin.

L'anatomie des organes sensoriels des Poissons de grandes profondeurs est connue d'après les travaux de Brauer (¹), de Bierbaum (²).

Nous avons étudié une douzaine d'individus (³) appartenant aux genres *Diaphus*, *Lampanyctus*, *Xenodermichtys*, *Idiacanthus*, *Malacosteus*, *Chauliodus*, *Cyclotone*, *Sternoptyx*. Les exemplaires, de petite taille et fixés au Bouin, ont pu être étudiés, non seulement par des dissections fines, mais aussi à l'aide de diverses méthodes histologiques. Nos observations complètent les travaux des précédents auteurs en ce qui concerne les genres *Chauliodus*, *Cyclotone* et *Sternoptyx*; elles apportent des faits nouveaux sur les autres. Nous nous bornons ici à résumer les particularités les plus intéressantes de la structure et du rôle probable des organes sensoriels.

Les yeux existent chez toutes les espèces. Leurs dimensions, comparées aux dimensions de la tête, sont remarquablement grandes chez *Idiacanthus ferox* Günth, *Malacosteus niger* Ayres, *Chauliodus sloanei* Bloch et Schneider, *Diaphus splendidum* Brauer, *Sternoptyx diaphana* Herm. Par contre elles sont extrêmement réduites chez *Cyclotone microdon* Günth.

(¹) Brauer, *Die Tiefseefische* [*Ergebn. d. Deutsch. Tiefsee Expedit. a. d. Dämpfer Valdivia* (*Anatom. Teil*), 15, 1908, p. 266].

(²) Bierbaum, *Gehörorgane von Tiefseefischen* (*Zeitschr. wiss Zool.*, 111, 1914, p. 281-380, 2 planches, 17 figures).

(³) Ce lot de Poissons a été recueilli au nord de la Nouvelle-Guinée, au cours de la dernière expédition du Dr J. Schmidt.

La forme cylindrique des yeux a été suffisamment bien décrite par Brauer, Il paraît inutile d'y revenir ici. Il est à noter que nous n'avons rencontré cette forme chez aucune des autres espèces que nous avons examinées. Partout ailleurs, la forme globuleuse des yeux et leur position plus ou moins latérale de chaque côté de la tête rappelle la forme et la position des yeux des Téléostéens communs dans nos régions. Dans tous les cas, nous avons constaté l'existence de bâtonnets. Ils sont nettement filiformes chez *Diaphus splendidum*, *Xenodermichtys*, *Chauliodus*, plutôt cylindriques chez *Lampanyctus* et surtout chez *Cyclotone microdon*. L'abondance des cellules ganglionnaires est remarquable; elle est supérieure à celle des rétines des Poissons de nos eaux douces ou de nos côtes, sauf au niveau de la *fovea* chez les espèces qui en possèdent une. Le rapport du nombre des cellules visuelles au nombre des cellules ganglionnaires, voisin de l'unité, est l'indice d'une bonne acuité visuelle. La richesse en pigment est des plus variables d'une espèce à l'autre. C'est ainsi que la rétine d'*Idiacanthus ferox* est très pigmentée; celle de *Lampanyctus* l'est à peine; dans celle de *Diaphus splendidum* sont de larges plages où tout pigment fait défaut et d'autres où il est très abondant.

La choroïde est remarquablement vascularisée, de même l'iris. La sclérotique n'offre aucune particularité vraiment intéressante. Le cristallin, sphérique, comme tous les cristallins de Poissons, est volumineux.

Nos exemplaires se sont montrés généralement dépourvus de bourgeons gustatifs sur la mâchoire, les différentes régions de la bouche et la peau de la tête. Il n'existe de barbillon que chez *Idiacanthus*. Ce barbillon très développé (il atteint le $\frac{1}{10}$ de la longueur totale du corps) est riche en éléments musculaires, en tissu conjonctif, en pigment. Il est parcouru par quelques filets nerveux, quelques vaisseaux sanguins. Son épithélium périphérique est dépourvu de bourgeons sensoriels.

Les narines sont en général réduites. Leur situation est celle de ces mêmes organes chez la plupart des Téléostéens. Leur développement ne paraît pas plus grand. L'état de conservation de notre matériel nous a seulement permis d'y discerner une cavité tapissée d'une muqueuse plissée où les éléments sensoriels étaient difficiles à voir.

Chez toutes les espèces existe un nerf de la ligne latérale, mais ce nerf n'est en rapport avec aucun organe comparable à ceux de la ligne latérale de la majorité des Téléostéens. Chez *Xenodermichtys*, nous avons même constaté, le long de la ligne latérale, au-dessus du nerf, à la place où il serait logique de trouver des organes sensoriels, des organes dont la situa-

tion rappelle, en tous points, celle des organes considérés comme lumineux chez *Idiacanthus* ou *Cyclotone*, par exemple.

Nous n'avons pu faire une étude très complète de l'organe auditif. Nous avons cependant constaté l'existence d'une oreille interne, tout particulièrement chez *Idiacanthus*.

Ainsi, chez les différentes espèces que nous avons étudiées, ce sont les yeux qui, de tous les organes sensoriels, atteignent le maximum de développement et de perfection. Leur taille, la richesse de leur rétine en cellules visuelles et ganglionnaires, en font des organes dont l'appareil dioptrique est encore défectueux, mais dont l'acuité est supérieure à celle de la plupart des Téléostéens. Le sens vibratoire peut exister mais il est sans doute réduit. Olfaction et gustation paraissent plus insignifiantes encore.

De telles dispositions morphologiques, et les conséquences physiologiques et éthologiques qui en dérivent étonnent chez de semblables animaux. Ce sont des espèces de grands fonds (nos exemplaires ont été capturés à 2900 et 3000^{m} de profondeurs). Ce sont donc des espèces de milieux obscurs. Leurs organes supposés lumineux ne peuvent éclairer ces milieux avec une intensité supérieure à celle de la lumière que reçoivent les eaux superficielles. L'existence exclusive de bâtonnets dans les rétines est une indication de lumière très diffuse. On s'attendrait donc à trouver, logiquement, chez les espèces des grandes profondeurs des dispositions morphologiques rappelant celles des espèces obscuricoles de nos régions chez lesquelles on constate un développement exagéré du sens gustatif (cas des Siluridés nocturnes) ou du sens vibratoire (cas des Amblyopsidés cavernicoles). Ici, l'organe sensoriel le plus développé, le plus perfectionné, est celui qui semble devoir le moins s'exercer. Il est difficile de trouver chez ces animaux un rapport entre la morphologie des organes sensoriels et ce que l'on sait de leur mode de vie et de leur habitat.

De même, si les organes visuels sont comparables au point de vue du développement de l'appareil dioptrique et de la nature des cellules visuelles, ils diffèrent souvent, d'une manière considérable, d'une espèce à l'autre par leur position, leur forme, la répartition des cellules visuelles et l'abondance du pigment. Dans ce cas encore, l'influence de l'habitat est insuffisante pour expliquer ces variations.

PHARMACODYNAMIE. — *Sur la 3.4-dioxyéphedrine et la 3.4-dioxynoréphédrine.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Barger et Dale ([1]) ont fait justement observer qu'il ne suffit pas qu'une amine élève la pression artérielle pour qu'on la puisse considérer comme sympathomimétique; il faut encore que tous ses autres effets physiologiques soient semblables à ceux de l'excitation du système nerveux sympathique ou plus exactement à ceux de l'adrénaline. Ayant pourtant constaté que l'action hypertensive de certaines des amines étudiées par eux n'est pas, comme celle de l'adrénaline, inversée par les alcaloïdes de l'ergot, ces auteurs n'ont pas hésité à affirmer que ces substances sont sympathomimétiques au même titre que l'adrénaline. Mais Nagel ([2]), qui avait découvert que l'éphédrine, tenue jusque-là pour une amine sympathomimétique typique, ne devient jamais hypertensive chez l'animal ergotaminisé, admit que l'action de cet alcaloïde est à la fois sympathicotrope et musculotrope. Depuis lors, ayant montré que de nombreuses amines regardées auparavant comme sympathomimétiques typiques possèdent une action hypertensive qui, contrairement à celle de l'adrénaline, n'est ni inversée par les alcaloïdes de l'ergot, ni augmentée par la cocaïne, Tainter ([3]) se basa sur ces deux caractères, qu'il croyait corrélatifs, pour les ranger dans un groupe nouveau, celui des amines pseudosympathomimétiques, dont l'action serait surtout musculotrope.

Nous avons prouvé précédemment ([4]) d'une part que, contrairement aux affirmations de Tainter, la corrélation entre ces deux caractères n'est point générale puisque les effets hypertenseurs de la noradrénaline ne sont pas inversés par les alcaloïdes de l'ergot mais sont augmentés par la cocaïne, d'autre part que les amines qui deviennent hypotensives sous l'action des alcaloïdes de l'ergot le deviennent également sous celle de la yohimbine.

Il nous a donc paru intéressant de rechercher si les substances dont l'action hypertensive se comporte semblablement à l'égard de la yohimbine ont ou non des caractères chimiques communs. Nous avons déjà signalé

([1]) G. Barger et H. H. Dale, *Journ. of Physiology*, 41, 1910, p. 19-59.
([2]) A. Nagel, *Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 110, 1925, p. 129-141.
([3]) M. L. Tainter, *Americ. Journ. of Physiology*, 90, 1929, p. 536.
([4]) Raymond-Hamet, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 869.

que, contrairement à l'adrénaline, la noradrénaline ne provoque pas d'hypotension chez l'animal yohimbiné. Depuis lors nous avons pu constater que l'action hypertensive de la dioxyéphédrine est inversée par la yohimbine alors que celle de la dioxynoréphédrine ne l'est pas. On peut donc admettre que, tout au moins quand il s'agit d'amines dont la structure est analogue à celle de l'adrénaline, la yohimbine inverse les effets hypertenseurs des substances qui possèdent un groupement méthylaminé et non point de celles dont la fonction aminée n'est pas substituée.

Ajoutons que, non seulement la dioxyéphédrine, qui vient seulement d'être préparée pour la première fois et n'a encore été l'objet que d'une courte Note de Schaumann [1], mais encore la dioxynoréphédrine qui a été seulement étudiée sommairement par MM. Tiffeneau, Mulot [2] et Schaumann [1], sont des substances fort intéressantes au point de vue pharmacodynamique puisqu'elles procèdent à la fois de l'adrénaline et de l'éphédrine.

En effet la dioxyéphédrine et la dioxynoréphédrine peuvent être considérées comme dérivées de l'adrénaline et de la noradrénaline dont elles ne diffèrent que par la substitution d'un groupe méthyle sur le carbone β de la chaîne latérale :

Adrénaline.	3.4-Dioxyéphédrine.	Noradrénaline.	3.4-Dioxynoréphédrine.
$CHOH.CH^2.NHCH^3$; OH ; OH	$CHOH.CH(CH^3).NHCH^3$; OH ; OH	$CHOH.CH^2.NH^2$; OH ; OH	$CHOH.CH(CH^3).NH^2$; OH ; OH

Elles peuvent également être regardées comme issues de l'éphédrine dont elles se distinguent seulement par la substitution dans le noyau de deux oxhydryles phénoliques en position 3.4.

Éphédrine.	3.4-Dioxyéphédrine.	Noréphédrine.	3.4-Dioxynoréphédrine.
$CHOH.CH(CH^3).NHCH^3$	$CHOH.CH(CH^3).NHCH^3$; OH ; OH	$CHOH.CH(CH^3).NH^2$	$CHOH.CH(CH^3).NH^2$; OH ; OH

---

(1) O. SCHAUMANN, *Verhandl. d. d. pharmakol. Gesellsch.*, ex *Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 157, 1930, p. 114.

(2) M. T. MULOT, *Contribution à l'étude des iso-adrénalines. Sur la β-méthylnoradrénaline* (*Thèse doct. méd.*, Paris, 1920).

Les recherches que nous avons consacrées à l'étude de la 3.4-dioxyéphédrine et de la 3.4-dioxynoréphédrine, bases qui ont été très aimablement mises à notre disposition par Schaumann lui-même, nous ont montré que :

1° Comme celle de l'adrénaline et contrairement à celle de l'éphédrine qui présente une courbe en plateau, la dioxyéphédrine et la dioxynoréphédrine dessinent une courbe en cloche.

2° De même que celle de l'adrénaline et à l'inverse de celle de l'éphédrine qui est diminuée par la cocaïne, l'hypertension produite par nos deux amines est très nettement accrue par ce dernier alcaloïde.

3° Ainsi que l'adrénaline et à l'inverse de l'éphédrine dont les fortes doses sont hypotensives, ces deux substances demeurent hypertensives même quand on en injecte des quantités très élevées.

4° Semblablement à l'adrénaline et différemment de l'éphédrine qui aux doses moyennes n'exerce sur l'intestin *in situ* que des effets inhibiteurs peu marqués et très fugaces, nos deux dérivés manifestent sur cet organe une action inhibitrice forte et durable.

Nous pouvons donc conclure que l'introduction d'un groupe méthyle sur le carbone β de l'adrénaline et de la noradrénaline ne modifie pas beaucoup l'action physiologique de ces substances, tandis que la substitution dans le noyau de l'éphédrine de deux oxhydriles phénoliques en position 3-4 transforme profondément l'action de cette substance.

ZOOLOGIE. — *Un nouveau cas de condensation embryogénique chez un Nudibranche* (Doridopsis limbata *Cuvier*). Note de M. **Tchang-Si**, présentée par M. Caullery.

Les œufs des Opisthobranches donnent généralement naissance à une larve véligère libre qui possède toujours une coquille operculée et un velum bilobé. Suivant les espèces, cette larve nage plus ou moins activement.

En 1898, Pelseneer [1] signala le premier cas de condensation embryogénique chez les Opisthobranches. En suivant le développement d'un Nudibranche, *Cenia Cocksi* (Alder et Hancock), ce savant observa que l'œuf donnait naissance à un embryon dépourvu de coquille et qui présentait un velum rudimentaire, disparaissant lors de l'éclosion. Récemment Risbec [2]

[1] Pelseneer, *La condensation embryogénique chez un Nudibranche* (Cenia Cocksi) (*Miscell. biol.*, *Travaux Station zool. Wimereux*, 7, 1899, p. 513-520).

[2] Risbec, *Contribution à l'étude des Nubibranches néocalédoniens* (*Thèse*, 1928, Paris, p. 29).

a constaté un fait assez semblable dans le développement de *Vayssierea caledonica*, espèce de Nudibranche qu'il a découverte en Nouvelle-Calédonie. Ici l'embryon n'a pas de coquille et possède deux tubercules symétriques correspondant à un velum très rudimentaire, qui disparaît ensuite. Dans ces deux cas, au moment de l'éclosion, il sort de l'œuf un individu de petite taille présentant presque tous les caractères de l'adulte. Chez une espèce de Tectibranche, *Pelta coronata* (Quatrefages), observée par Vayssière [1], en 1900, la condensation est beaucoup plus accentuée. L'embryon, qui se forme dans l'œuf, ne possède ni coquille ni velum; à l'éclosion, l'individu issu de l'œuf ressemble à l'adulte et n'en diffère que par sa taille moindre.

En examinant le développement de certaines espèces d'Opisthobranches de la rade de Toulon, j'ai constaté un nouveau cas de condensation embryogénique chez *Doridopsis limbata* (Cuvier).

Doridopsis limbata est un Nudibranche de grande taille, de 3 à 10^{cm} de longueur, que l'on trouve rarement dans l'Océan, mais assez fréquemment sur les côtes de la Méditerranée. Sa forme générale ressemble à celle des Doris, mais cette espèce ne possède ni mâchoire, ni radula. Au cours de dragages effectués au mois de mai 1928 dans la rade de Toulon, j'ai pu recueillir deux exemplaires de *Doridopsis limbata*, qui, conservés en aquarium avec des Ulves et des Zostères, ont pondu le 21 et le 28 mai.

Leur ponte a la forme d'un ruban nidamentaire spiralé, présentant d'un tour de spire à un tour et demi. Ce ruban renferme de nombreux œufs de grande taille, riches en vitellus, atteignant $0^{mm},3$ environ de diamètre. Ces œufs sont d'un beau jaune orangé; chacun est enfermé dans une coque ovigère très épaisse. La segmentation de cet œuf appartient nettement au type spiralé. Elle est totale et égale jusqu'au stade de 4 blastomères, mais, après ce stade, apparaissent les quartettes de micromères. Cette segmentation rappelle celle de l'œuf de *Cenia Cocksi*. A partir du stade de 20 blastomères, l'observation devient très difficile à faire sur les œufs *in toto*. Au bout de 6 jours, les macromères sont recouverts par de nombreux micromères. Au 13ᵉ jour, la gastrula est formée, la fente correspondant au blastopore est très allongée; elle se formera d'arrière en avant en laissant au centre une petite ouverture qui persiste pendant un certain temps. Au 17ᵉ jour, les cellules du velum commencent à se différencier et la saillie pédieuse apparaît. Presque en même temps, on observe sur la face dorsale un épais-

(1) A. Vayssière, *Note sur un nouveau cas de condensation embryogénique chez le* Pelta coronata, *type de Tectibranche* (*Zool. Anz.*, 23, 1900, p. 286).

sissement ectodermique, ébauche d'une invagination préconchylienne. La larve commence alors à se mouvoir dans la coque ovigère.

A cause de l'abondance de vitellus, le développement est très lent, et je n'ai pu le suivre complètement sur les premiers œufs recueillis; mais une ponte récoltée le 10 juin m'a permis d'observer des stades plus avancés et même l'éclosion des œufs. Dans cette ponte, les larves tournaient lentement dans leurs coques ovigères; mais elles n'étaient pas toutes au même stade: les unes possédaient un pied pointu et peu développé, un velum bilobé à cils vibratiles très courts et, dans la région du velum, se trouvaient les deux yeux. La région dorsale était pourvue d'une coquille rudimentaire ne rappelant pas celle observée normalement chez les larves des Opisthobranches. A la veille de l'éclosion, la larve ne présente plus de coquille, son pied devient large et très développé, le manteau est granuleux; quant au velum il est bilobé avec des cils à peine visibles.

Lorsque la larve sort de la coque ovigère, elle est dépourvue de coquille operculée et ne nage pas; elle rampe au moyen de sa large sole pédieuse tout comme l'adulte, bien qu'elle soit pourvue d'un velum bilobé.

Parmi les différents types de condensation embryogénique connus actuellement chez les Opisthobranches le cas présenté par *Doridopsis limbata* est le moins accentué et se rapproche plus du développement normal. La larve enfermée dans la coque de l'œuf rappelle beaucoup les larves véligères libres mais sa coquille est rudimentaire; elle la perd à l'éclosion et donne une larve rampante, dont le velum à cils très courts disparaît rapidement. Puis viennent ensuite *Cenia Cocksi* et *Vayssierea caledonica* à embryon dépourvu de coquille et à velum très rudimentaire et finalement *Pelta coronata*, dont l'embryon ne possède ni coquille ni velum. Dans ces trois espèces, il éclot de l'œuf des individus présentant les caractères de l'adulte.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *L'action des rayons X sur les cultures de tissu* in vitro. Note de MM. **L. Doljanski, J.-J. Trillat, P. Lecomte du Noüy** et **An. Rogozinski**, présentée par M. Roux.

Nous avons démontré [1] que les cultures de tissu *in vitro* subissent des altérations profondes sous l'influence des rayons X intenses et de longueur d'onde relativement grande. C'est ainsi qu'une irradiation d'environ

[1] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1147.

5 minutes dans les conditions où nous avons opéré (anticathode en cuivre, 28 kilovolts, 30 milliampères) provoque l'arrêt complet et immédiat du développement d'une culture de fibroblastes.

Nous pouvons maintenant indiquer la valeur des doses appliquées dans nos expériences en unités r internationales. Les mesures ont été effectuées au moyen d'une chambre d'ionisation adaptée au rayonnement utilisé dont la description détaillée sera donnée dans un autre Recueil.

L'intensité des rayons à une distance de 4^{cm} du centre de l'anticathode a été trouvée égale à 1412 r.

La fraction du rayonnement qui passe à travers la feuille de mica derrière laquelle est placée la culture étant en moyenne de 0,27, la culture reçoit, par seconde, 371 r (soit environ I. H. E. D. (¹).

La dose léthale (c'est-à-dire la dose produisant l'arrêt complet et immédiat du développement de la culture) *correspond ainsi à environ* 120000 r.

La forte absorption par la feuille de mica ayant pour conséquence une importante émission secondaire nous a fait penser qu'une partie de l'action constatée pouvait être due à ce dernier phénomène. Or, les expériences faites avec des cultures séparées de la feuille de mica par une couche de plasma de $0^{mm},5$ d'épaisseur donnent sensiblement la même valeur pour la dose léthale. On peut donc conclure que, s'il existe une influence des électrons provenant de la feuille de mica, cette action est peu importante.

Nous tenons à faire remarquer que les résultats de nos expériences prouvent d'une manière concluante que l'idée d'une résistance exceptionnelle des cellules cultivées *in vitro* (²) n'a pas de base réelle. En effet la dose léthale pour les cultures de fibroblastes (120000 r est du même ordre de grandeur et souvent bien inférieure à celle obtenue par d'autres expérimentateurs pour les cultures des microorganismes de différentes espèces (³). Or c'est avec de telles cultures qu'il convient de comparer la

---

(¹) G. Glövekorn et D. Gaertner, *Strahlenther.*, 24, 1927, p. 365.

(²) A. Roffo, *Strahlenther.*, 19, 1925, p. 745. — A. Krontowski, *Strahlenther.*, 21, 1926, p. 12.

(³) *Staph. pyog. aur.* .... 145500 R.
Tricophylon umbil. .... 292000 R.
Amibes, au-dessus de .... 2190000 R.

(Klövekorn et Gaertner, *Strahlenther.*, 24, 1927, p. 548.)

Saccharomyces ellips. .... 410000 R.
($\lambda = 2$ Å, 50 % de morts imméd.)

(Holweck et Lacassagne, *C. R. Soc. Biol.*, 103, 1930, p. 766.)

sensibilité des colonies cellulaires *in vitro* et non pas avec l'organisme entier d'où elles sont issues et dont l'organisation complexe détermine un état de sensibilité particulier.

BIOPHYSIQUE. — *Sur les propriétés des membranes protéocellulosiques.* Note [1] de MM. **Léon Velluz** et **Jean Loiseleur**, présentée par M. H. Vincent.

La présence simultanée de protides et de dérivés cellulosiques dans des membranes parfaitement homogènes confère à ces dernières quelques propriétés spéciales qui traduisent l'association étroite des deux constituants. Nous avons montré précédemment [2] que la continuité entre l'état physico-chimique de ces constituants, dans les solutions primitives et dans les membranes obtenues ultérieurement par évaporation, permet de considérer les membranes protéocellulosiques comme de véritables *solutions solides*.

La structure de ces membranes artificielles mixtes dépend du rapport $\frac{\text{protides}}{\text{cellulose}}$. Pour le mettre en évidence, nous avons comparé entre elles des membranes renfermant un pourcentage croissant de gélatine. Jusqu'à 5 pour 100 [3], les propriétés de la cellulose sont seules apparentes, vers 10 pour 100 l'effet Tyndall peut se manifester. En élevant le taux à 75 pour 100, les propriétés mécaniques de la cellulose sont encore sensibles; mais dès 80 pour 100, les propriétés de la gélatine prédominent : les membranes sont alors solubles en milieu alcalin. L'association de la cellulose et du protide paraît se borner, dans une certaine mesure, à un enrobement mutuel de l'un des constituants par l'autre. Si l'on prépare, comme nous l'avons fait, une série de membranes renfermant un même protide, en concentration croissante, on note que les propriétés d'adsorption n'apparaissent qu'à partir d'un certain pourcentage — 10 à 12 pour 100 pour la caséine. Tout se passe comme si, aux taux inférieurs, le protide était entièrement masqué par la cellulose.

Les membres protéocellulosiques possèdent en outre les propriétés spécifiques de chacun des constituants.

1° *Propriétés spécifiques de la cellulose.* — La cellulose a un rôle essentiellement *statique* : elle rend l'association cellulose-protide insoluble dans

---

(1) Séance du 26 janvier 1931.

(2) J. Loiseleur et L. Velluz, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 43 et 159.

(3) 5 de gélatine pour 100 de matières fixes.

l'eau [1] et lui prête ses propriétés mécaniques typiques, notamment la solidité. Ces membranes protéocellulosiques se prêtent ainsi aux études expérimentales poursuivies jusqu'ici avec les membranes cellulosiques simples (dialyse, ultrafiltration, etc.).

2° *Propriétés spécifiques des protides.* — La nature des protides incorporés — et en particulier leur composition en acides aminés — permet de prévoir, dans une certaine mesure, les qualités de la membrane : c'est ainsi que l'affinité pour les matières colorantes est moins marquée pour la gélatine que pour la caséine, plus riche en noyaux cycliques.

D'une façon générale, ces membranes se prêtent à certaines réactions de coloration des protides :

a. La réaction xanthoprotéique apparaît par simple ébullition dans l'acide azotique dilué.

b. Une membrane à 30 pour 100 de caséine, immergée dans une solution bouillante de sulfate de cuivre (5 pour 100), puis lavée et plongée dans une solution de potasse (1 pour 100) se colore en rose mauve.

c. On peut encore réaliser, sur les membranes protéocellulosiques, la réaction d'Axenfeld, qui doit être d'ailleurs considérée comme une réaction d'adsorption plutôt que comme une réaction spécifique des protides [2].

Le protide associé à la cellulose peut adsorber certains ions métalliques et leur conférer la forme colloïdale. En utilisant des sels réductibles, on provoque la formation d'un colloïde métallique *au sein même* de la membrane.

C'est le cas du chlorure d'or ou du nitrate d'argent soumis, après adsorption sur la membrane, à une réduction par voies chimique (formol) ou physique (radon) : les membranes prennent alors les teintes caractéristiques — bleu ou jaune brun — du métal sous sa forme micellaire. En opérant avec une membrane à 35 pour 100 de caséine, l'adsorption du chlorure d'or est importante et, après réduction, la membrane est brun rougeâtre par *réflexion*, bleu profond par *transmission*, couleurs qui caractérisent l'or colloïdal.

Il importe d'insister sur le caractère parfaitement homogène des colorations réalisées, sur les membranes, par la réduction des sels d'or : il traduit en effet la régularité de l'adsorption, c'est-à-dire la parfaite homogénéité de la répartition des constituants. Par ailleurs, en opérant cette réduction

---

(1) Même à l'ébullition.

(2) L. Hugounenq et J. Loiseleur, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 8, 1926, p. 531.

sur des membranes où la concentration en protide croît régulièrement, on observe que l'intensité de la coloration ([1]) croît parallèlement.

Dans un même ordre d'idées, nous avons pu fixer, sur les membranes protéocellulosiques, diverses matières colorantes *directes*, qu'une membrane cellulosique simple n'adsorbe pas. On doit enfin signaler qu'on modifie quelques-unes des propriétés envisagées ci-dessus (solidité, plasticité, perméabilité, adsorption), quand on réalise des membranes à constituants multiples (protides, lécithines, stérols, glycogène, etc.) ([2]).

En résumé, dans les membranes protéocellulosiques, chaque constituant apporte ses caractères particuliers. La cellulose, par son insolubilité dans l'eau et ses qualités mécaniques, joue un rôle essentiellement *statique*. Les protides, au contraire, confèrent quelques propriétés *actives* qui nous permettent, dans une certaine mesure, de rapprocher ces membranes artificielles des membranes naturelles.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Une nouvelle fonction de l'estomac. Rôle de cet organe dans le métabolisme de l'urée.* Note ([3]) de MM. **R. Vladesco, D. Simci** et **M. Popesco**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Quoique J. M. Luck et T. N. Seth ([4]) aient démontré l'existence d'une uréase dans la muqueuse gastrique de divers animaux, le véritable rôle de l'estomac dans le métabolisme de l'urée a été méconnu jusqu'à présent. En effet Bliss ([5]) a soutenu que l'ammoniac est fabriqué non seulement dans le rein, ainsi que l'avaient affirmé S. Benedict et T. Nash depuis 1921, mais aussi dans d'autres organes.

Il a soutenu ensuite que, dans les néphrites et dans les états urémiques expérimentaux, le sang ne s'enrichit pas en ammoniac, parce que ce

---

([1]) Soit l'intensité du pouvoir adsorbant.

([2]) On doit à M. Fourneau les premières recherches sur les associations celluloses-lipides.

([3]) Séance du 26 janvier 1931.

([4]) *Ammonia production by animal tissues in vitro. The use of mixed tissue extracts* (*Biochem. Journ.*, 18, 1924, p. 814); *The demonstration of urease in the animal body* (*Biochem. Journ.*, 18, 1924, p. 1227); *The physiology of gastric urease* (*Biochem. Journ.*, 19, 1925, p. 357).

([5]) *The site of ammonia formation and the prominent role of vomiting in ammonia elimination* (*Journ. of biol. Chem.*, 67, 1926, p. 109).

corps est éliminé par les vomissements. Benedict et Nash [1] ont infirmé les conclusions de Bliss en ce qui concerne le rôle des autres organes, en dehors du rein, dans la formation de l'ammoniac. Quant à l'ammoniac des vomissements, ils pensent que ce corps provient des fermentations bactériennes et de l'hydrolyse des substances protéiques dans l'intestin et que, de là, il arrive dans l'estomac par les mouvements antipéristaltiques.

Nos recherches antérieures [2] nous ont conduit à étudier à notre tour le rôle de l'estomac dans le métabolisme de l'urée.

Nous avons institué pour cela des expériences dont nous donnons seulement deux exemples :

In vivo. — Chienne, poids 14^{kg}, anesthésie avec 250^{cm^3} de chloralose injecté dans la veine saphène.

Pendant l'anesthésie, on lui a injecté dans les muscles de la cuisse 2^{mg} d'histamine pour exciter la sécrétion gastrique.

Après une première récolte de suc gastrique, on lui a introduit dans la veine jugulaire environ 15^{g} d'urée (60^{cm^3} d'une solution à 25 ponr 100).

On a poursuivi ce corps dans le sang qui irrigue l'estomac et dans le contenu gastrique.

Le dosage de l'urée a été fait toujours par la méthode de Fosse et celui de l'ammoniac par la méthode de Yovanovitch.

Nous avons trouvé :

	Teneur en urée (en gramme pour 1000)		
	Avant l'injection.	45 minutes après.	90 minutes après.
Dans le sang artériel (carotide).......	$0^{g},258$	$1^{g},302$	$0^{g},848$
Dans le sang veineux (veines gastriques)..	$0^{g},331$	$1^{g},176$	$0^{g},816$

Dans le suc récolté.	Volume de suc récolté.	Teneur en azote ammoniacal.	Teneur en urée.
	cm³	mg	
Avant l'injection d'urée........................	65	3,64	nulle
45 minutes après l'injection d'urée..............	32,5	5,44	nulle
45 minutes suivantes..........................	23	9,84	nulle

In vitro. — Nous avons laissé à l'étuve des solutions d'urée en contact

(1) *The site of ammonia formation and the role of vomiting in ammonia elimination* (*Journ. of biol. Chem.*, 69, 1926, p. 381).

(2) *Recherches sur l'urée et l'ammoniac des liquides gastriques à l'état normal et sur l'élimination de l'urée par l'estomac* (*C. R. Soc. Biol.*, 101, 1929, p. 199); *Recherches sur l'urée et l'ammoniac de liquides gastriques à l'état pathologique* (*C. R. Soc. Biol.*, 101, 1929, p. 202).

avec la muqueuse stomacale de chien préalablement lavée avec du sérum physiologique.

	Solution d'urée (environ 3 °/₀₀) + muqueuse.		Solution d'urée seule.	
	Urée °/₀.	Azote ammon. °/₀.	Urée °/₀.	Azote ammon. °/₀.
Après 1 heurs à 37°	0g,152	0g,0605	0g,305	traces
Après 8 heures	0,083	0,094	0,300	traces
Après 20 heures	traces	0,136	0,300	traces

Nous avons toujours constaté la transformation de l'urée en ammoniac.

L'hydratation de l'urée n'est pas empêchée par la présence du chloroforme. Elle est donc due à l'action d'un ferment soluble.

Notons que la muqueuse intestinale est dépourvue de cette propriété.

Les conclusions de nos recherches sont les suivantes :

1° A l'état normal, l'estomac enlève du sang une partie de son urée et la déverse dans son contenu, après l'avoir transformée en ammoniac.

2° Dans les insuffisances rénales cette transformation devient 5-10 fois plus intense.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la présence d'un virus pathogène pour le singe dans certains bubons vénériens de l'homme.* Note de MM. **C. Levaditi**, **P. Ravaut**, **P. Lépine** et Mlle **R. Schœn**, présentée par M. Roux.

S. Hellerström et E. Wassèn [1] ont montré récemment que l'inoculation intracérébrale de suc ganglionnaire provenant de cas étiquetés par eux lymphogranulomatose inguinale (maladie de Nicolas, Favre et Durand) provoque, chez le *Macacus cynomolgus*, une méningo-encéphalite souvent mortelle et transmissible en série. Nous avons entrepris, en collaboration avec M. A. Vaisman, des recherches analogues, dont nous apportons les résultats préliminaires.

Expériences. — Une émulsion préparée avec des ganglions inguinaux suppurés, ayant les caractères de bubons vénériens, a été inoculée par voie intracérébrale à des *Macacus cynomolgus* et à des *Macacus inuus*. Certains animaux sont morts le 8e, le 26e et le 37e jour; d'autres ont été sacrifiés le 32e et le 67e jour. Les premiers présentaient des phénomènes d'irritation

(1) Hellerström et Wassèn, *VIIe Congrès international de Dermatologie et de Syphiligraphie*, Copenhague, 5-9 août 1930.

méningée et de paralysie, les seconds étaient en apparence bien portants. Chez les uns comme chez les autres, nous avons constaté les altérations suivantes :

Au niveau de la pie-mère, dans les cas à évolution aiguë, la méningite est constituée par des éléments polynucléaires en état de cariolyse. Dans les cas chroniques, on observe une véritable néoformation de tissu lymphoïde à disposition nettement périvasculaire, avec, çà et là, de petits foyers de nécrose. Les lésions d'encéphalite sont discrètes. Quelles que soient les méthodes employées (imprégnation argentique, Giemsa, etc.), aucun microorganisme n'a pu être mis en évidence sur coupes. D'ailleurs, l'ensemencement du cerveau, des organes et du sang sur les *milieux habituels* est resté stérile.

Passages. — Les altérations décrites ci-dessus sont provoquées par un virus vivant, ainsi qu'il résulte de l'inoculation en série. Dans un cas (*Kam...*), quatre passages ont pu être effectués et semblent pouvoir être continués.

Maladie inapparente. — Certains singes inoculés soit avec du matériel humain, soit avec du virus de passage, ont été sacrifiés alors qu'ils ne présentaient aucun symptôme morbide. Leur névraxe offrait cependant des altérations intenses. La maladie expérimentale peut donc revêtir l'aspect d'une *infection cliniquement inaparente*.

Origine du matériel humain ayant servi à l'inoculation. — Quatre souches de virus sont actuellement à l'étude; elles proviennent des maladies suivantes :

N° 1. *Kam*... : bubons suppurés des aines, sans porte d'entrée visible, mais le grattage de la région vulvaire et l'intradermoréaction pratiquée sur la malade même, avec les produits de ce grattage, a provoqué une lésion du type chancrelleux [présence du bacille de Ducrey [1]]. — N° 2. *Grim*... : maladie de Nicolas, Favre et Durand. — N° 3. *Clos*... : lymphogranulomatose inguinale. — N° 4. *Roust*... : même diagnostic.

Par ailleurs, nous avons inoculé du pus d'adénite chancrelleuse (3 cas) à des *Macacus cynomolgus*, par la même voie intracérébrale. Les animaux, sacrifiés 20 et 44 jours après l'inoculation, se sont montrés indemnes de lésions névraxiques.

Conclusions. — *Les ganglions inguinaux de certains malades atteints d'adénite (bubons vénériens), renferment un virus jusqu'à présent invisible, et*

---

[1] P. Ravaut, Rabeau et Didier Hesse, *Bull. de la Soc. franç. de Dermatologie et de Syphiligraphie*, 37, viii, 1930, p. 1178.

pathogène pour le Macacus cynomolgus *et le* Macacus inuus. *Administré par voie intracérébrale, ce virus provoque, chez le singe, soit une méningo-encéphalite mortelle transmissible en série, soit une maladie inapparente.*

A $15^h 40^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place d'Académicien libre vacante par le décès de M. *Achille Le Bel* présente, par l'organe de M. le Président de l'Académie, la liste suivante :

En première ligne	M. **Louis Martin.**
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Jacques Cavalier,** **Armand de Gramont.**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 16^h.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 19 janvier 1931.)

Note de M. *André Blondel*, Perfectionnements du système actuel d'unités électromagnétiques :

Page 125, ligne 5, *au lieu de* égale en fait, *lire*, proportionnelle; ligne 6, *au lieu de* 15^{-7}, *lire* $\frac{10^{-7}}{4\pi}$; ligne 7, *au lieu de* 10^{-9}, *lire* 10,9.

Page 126, ligne 14, *au lieu de* kilo-ampère, *lire* et dans le système kilo-ampère; ligne 9 en remontant, *au lieu de* système O. E. S., *lire* système Q. E. S.

Page 127, ligne 11 en remontant, *au lieu de* néovalt, *lire* néovolt; ligne 8 en remontant, *au lieu de* kilateohm, *lire* kilabohm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 FÉVRIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les relations existant entre les divers acides organiques élaborés par le* Sterigmatocystis nigra. Note de M. **MOLLIARD**.

Rappelons que, lorsqu'on vient à cultiver le *Sterigmatocystis nigra* sur des milieux ne contenant que des doses de substances minérales insuffisantes pour assurer dans le minimum de temps l'utilisation d'une quantité donnée de substance organique, le Champignon détermine la formation d'acides organiques dont les plus importants sont les acides gluconique, citrique et oxalique.

Le tableau suivant correspond à des cultures réalisées à 36° C. sur des milieux de 150^{cm^3}, à base de saccharose (14^g), et auxquels on ne fournit que le $\frac{1}{25}$ des doses normales d'azotate d'ammonium et des autres substances minérales reconnues indispensables; on y a porté les quantités d'acides gluconique et citrique qui existent dans les milieux de culture au bout de temps variables:

Durée (jours).	Substance sèche (mg).	Sucre disparu (mg).	Acidité libre cm³ (N).	Acide gluconique (mg).	Acide citrique (mg).
5......	432	2090	4,1	810	0
10......	541	3198	8,3	1500	39
20......	646	4540	10,7	1630	152
40......	824	5684	18,7	1790	650
50......	837	6884	18,7	1800	610
60......	624	8157	23,5	1730	938
75......	675	9081	21	680	1113
90......	872	11997	21,7	320	1320

Au bout de 3 mois, il reste encore une quantité appréciable de sucre réducteur, car la quantité initiale de saccharose a fourni au total 14^g,7 de sucre interverti; en aucun moment il n'est apparu d'acide oxalique. On voit que la quantité d'acide gluconique augmente rapidement au début pour arriver, au bout de 10 jours, à un taux qui ne subit plus que des variations peu considérables entre le 10e et le 60e jour; ensuite, la quantité d'acide gluconique diminue au contraire assez rapidement. Pour l'acide citrique on observe une marche sensiblement inverse; encore peu abondant au 10e jour, cet acide augmente d'une manière continue jusqu'à la fin de la culture.

L'allure de la courbe exprimant le taux d'acide gluconique dans la première phase s'explique aisément, car cet acide provient de l'oxydation du glucose seul et ce dernier sucre diminue assez rapidement dans le milieu de culture; mais le fait que les deux courbes relatives à l'acide gluconique et à l'acide citrique sont inverses l'une de l'autre vers la fin de la culture correspond-il à une dérivation de l'acide citriqne à partir de l'acide gluconique? Doit-on voir dans ce dernier un stade d'oxydation intermédiaire entre le glucose et l'acide citrique?

Sans répondre à cette question j'ai effectué des cultures de *Sterigmatocystis nigra* sur un milieu à base d'acide gluconique préparé à l'aide de gluconate de calcium; ce dernier était obtenu antérieurement à partir de cultures analogues à celle dont je viens de donner quelques caractéristiques et avait été purifié par trois cristallisations successives; il était traité par une quantité convenable d'acide oxalique dissous qui précipitait exactement le calcium et régénérait l'acide dont il était introduit environ 7^g dans un volume de 75$^{cm^3}$ contenant le $\frac{1}{10}$ des substances azotée et minérales nécessaires au développement optimum du Champignon; on obtient avec un tel milieu les nombres suivants relatifs aux récoltes et aux variations d'acidité libre, exprimés en centimètres cubes de solution normale, et correspondant à l'acide gluconique restant :

Durée (jours).	Substance sèche (mg).	Acidité libre.
0	0	34,5
5	693	21,8
10	663	21,1
20	758	21,9
30	665	18,8
40	744	16,1
50	744	16,8
75	845	14,6

Il ne se forme dans ces cultures aucune trace d'acide citrique ni d'acide oxalique; la déviation polarimétrique reste constamment proportionnelle à l'acidité libre. L'acide gluconique se comporte donc comme un aliment au même titre que le glucose, mais il ne donne jamais naissance à l'acide citrique.

Par contre l'acide gluconique est capable de produire, comme les sucres, de l'acide oxalique, lorsque les conditions sont telles que le milieu de culture présente une tendance à l'alcalinité; c'est ce qui se passe en particulier si l'on ensemence la Mucédinée sur un milieu où l'acide gluconique est fourni à l'état de sel de sodium; pour la même quantité d'acide gluconique que précédemment j'ai de la sorte obtenu, au bout de 3 jours, une quantité d'acide oxalique correspondant à 560^{mg}.

On arrive à des conclusions analogues relativement à l'acide citrique; cette substance apparaît comme alimentaire pour le *Sterigmatocystis nigra*, même à des doses assez élevées, de l'ordre de 5 pour 100 par exemple; dans le cas où le milieu tend à devenir alcalin, par emploi de citrate de sodium, le développement devient très lent; il ne correspond, au bout de 18 jours, qu'à un poids très faible (32^{mg}) de matière sèche, mais il s'est déjà formé une quantité de 320^{mg} d'acide oxalique.

Nous devons donc considérer les acides gluconique et citrique comme des produits d'oxydation des sucres dus à une inanition en substances minérales; ils sont tous deux capables d'être utilisés ultérieurement par le Champignon, mais il n'existe pas de dérivation du second à partir du premier; c'est à des conditions différentes présentées par le milieu que chacun doit sa formation et l'on peut penser qu'il s'agit en particulier d'états différents d'inanition relatifs aux divers éléments nécessaires à l'élaboration du mycélium.

Quant à l'acide oxalique de neutralisation, qui se forme aux dépens de nombreuses substances organiques alimentaires, il est incapable d'être utilisé par le *Sterigmatocystis nigra;* des semis effectués sur des solutions minérales ne contenant, comme substance carbonée, que l'acide oxalique à des doses s'étageant, pour un volume de 75^{cm^3}, entre o et 750^{mg}, n'ont donné lieu à aucune trace de germination au bout d'un mois; l'acide en question doit être considéré comme un produit d'excrétion définitive.

BIOLOGIE. — *Le microptérisme et le dimorphisme saisonnier chez les Trichogrammes*. Note de M. **Paul Marchal**.

Nous avons antérieurement signalé (¹) que, lorque l'Hyménoptère parasite *Trichogramma cacæciæ* évolue dans la nature dans les pontes à longue diapause de *Cacæcia rosana*, il présente un dimorphisme saisonnier très net, la génération d'été (juin-juillet) étant normalement ailée, tandis que la post-hivernale (mars-avril) n'a que des ailes vestigiales; de plus, la teinte est notablement plus foncée dans cette dernière génération que dans la première. J'ai recherché quelles pouvaient être les causes déterminantes de ce dimorphisme saisonnier (²). On doit reconnaître d'abord qu'il n'est pas lié à un phénomène d'hérédité cyclique indépendant des conditions de milieu; car, si l'on augmente expérimentalement le nombre des générations annuelles en faisant pondre le *T. cacæciæ* dans des pontes de Lépidoptères sans diapause, c'est toujours dans la génération soumise aux froids de l'hiver que l'on voit se manifester la tendance au microptérisme. Il est à remarquer pourtant que cette tendance se réalise alors d'une façon moins générale et moins complète que lorsque l'évolution s'est effectuée dans des pontes de *Cacæciæ :* suivant les lots, la proportion des microptères par rapport aux ailés est fort inégale et des formes intermédiaires sont fréquemment rencontrées.

Les faits précédents impliquent que le froid a une action déterminante sur le microptérisme, mais qu'il n'est pas le seul facteur en cause. Si le microptérisme ne se manifeste d'une façon plus ou moins complète que dans la génération post-hivernale de *T. cacæciæ*, et s'il ne trouve sa complète expression que lorsque ce parasite a subi une évolution retardée dans un œuf de papillon à diapause prolongée (³), il faut en conclure que, pour déterminer la régression régulière et générale des ailes dans la génération post-hivernale, des facteurs complémentaires interviennent dans les œufs à longue diapause (œufs de *Cacæcia*) et que ces facteurs ralentisseurs du métabolisme s'ajoutent à ceux d'une hivernation simple telle que celle que l'on observe dans les œufs de papillon sans diapause. De plus l'influence du

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 489-493, 521-523; 191, 1930, p. 584-588.

(²) Nous faisons abstraction dans cette Note de l'aptérisme, portant spécialement sur les mâles et que, sauf quelques exceptions individuelles, nous n'avons pu observer jusqu'ici que chez les *Trichogramma evanescens* parasitant les œufs de *Sialis*.

(³) Œuf à diapause estivo-hivernale de *Cacæcia rosana*.

facteur « quantité de nourriture », se joignant à celui de l'hivernation, est loin d'être négligeable. Si l'on élève en effet le *T. cacœciæ* (ou races affines) dans des œufs de papillons sans diapause, on constate que, pour les générations estivales, il est possible de pousser très loin l'amoindrissement de la ration alimentaire sans observer de retentissement sur les ailes, la taille de l'insecte se trouvant seule affectée par la pénurie du régime; par contre, pour la génération post-hivernale, les microptères dominent dans les lots où les Trichogrammes sont de très petite taille, c'est-à-dire dans ceux où la nourriture a été raréfiée, soit par suite de cohabitation de plusieurs parasites dans un même œuf de papillon, soit pour toute autre cause.

Ces données concernant l'action sur le microptérisme des facteurs défavorables au métabolisme ou au développement sont en concordance avec d'autres faits de même ordre déjà signalés pour divers insectes (¹). L'intérêt particulier de nos observations portant sur *T. cacœciæ* réside dans les variations que présente le dimorphisme saisonnier, suivant la nature de l'hôte dans lequel se poursuit le cycle annuel des générations successives : d'une part, alternance de deux générations régulièrement et fortement différenciées (l'une de teinte claire à ailes normales, l'autre pigmentée et microptère), lorsque le cycle se poursuit dans les pontes à diapause de *Cacœcia rosana;* d'autre part, succession de générations multiples (les estivales claires et normalement ailées, l'hivernale foncée et présentant une tendance irrégulière au microptérisme) lorsque le cycle se poursuit dans des pontes sans diapause. Cette opposition de deux cycles différents, suivant l'hôte dans lequel évolue le parasite, met d'une façon particulièrement nette en évidence que ce qui est transmis par hérédité dans la race *Trichogramma cacœciæ*, ce n'est pas le caractère d'une aile vestigiale du type que nous avons

---

(¹) Voir notamment : J. Lichtenstein et F. Picard *Étude morphologique et biologique du* Sycosoter Lavagnei (*Bull. biol. de la France et de la Belgique*, 51, 1918, p. 457); F. Picard, *Les Insectes du Figuier* (*Annales des Épiphyties*, 6, 1919, p. 49-51). Ces auteurs, rappelant les expériences de Dewitz, qui place l'aptérisme sous la dépendance de phénomènes asphyxiques, font justement remarquer que l'action du froid et celle de l'insuffisance alimentaire peuvent se ramener l'une et l'autre à un métabolisme incomplet ou ralenti. — Un Mémoire tout récent de F. Picard, *Recherches biologiques sur un Cynipide* Biorhiza pallida (*Bull. biol. France et Belgique*, 65, 1931, p. 58-99), qui m'est parvenu après la rédaction de cette Note, contient des observations et des considérations d'un grand intérêt sur la part de l'hérédité et celle des causes externes dans le microptérisme.

décrit (¹) et apparaissant dans une génération donnée du cycle annuel; c'est, par contre, la propriété que présente l'organisme de cette race de répondre par le développement de cette aile rudimentaire à l'action de la période froide de l'hiver combinée à divers facteurs agissant sur la nutrition.

En supposant que le *T. cacæciæ* soit né par mutation d'un type voisin tel que *T. evanescens*, le caractère du microptérisme saisonnier rentrerait dans la catégorie des mutations conditionnelles. S'ajoutant à d'autres exemples d'ordre expérimental sur lesquels T. H. Morgan a en particulier attiré l'attention (²), les phénomènes se déroulant dans la nature qui viennent d'être signalés montrent à quel point le milieu extérieur intervient dans la production de particularités morphologiques auxquelles on pourrait être tenté d'attribuer une origine purement génétique.

ÉLECTRICITÉ. — *Rationalisation des équations électromagnétiques.* Note de M. **André Blondel.**

C'est Heaviside qui a eu le premier l'idée de faire disparaître le facteur 4π des équations de l'électromagnétisme par un choix arbitraire de la perméabilité du vide. Plus tard en 1896 (*Congrès de Carthage de l'Ass. fr. pour l'Av. des Sciences*), j'ai proposé l'attribution de la valeur 10^9 à la perméabilité du vide pour introduire, dans le système d'unités pratiques, le centimètre comme unité de longueur normale, sans qu'il cesse d'être un système cohérent O. A. S. C (³). D'autres auteurs ont imaginé des systèmes analogues cohérents : le MKSO seconde avec $\mu_0 = \frac{10^7}{4\pi}$ ou le système M. T. S. O. avec $\mu_0 = 10^4$.

Dans les systèmes non rationalisés tels que le système O. A. S. C., l'unité de perméabilité du vide se traduit par la relation $\mu_0 \frac{1\ \text{henry}}{4\pi\ \text{centimètre}} = L_1$ (en appelant L_1 le quadrant (⁴). Plus généralement, si l'on prend l'unité

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 491.

(²) Morgan, Sturtevant, Muller et Bridges, *Le mécanisme de l'Hérédité mendélienne*, édition française, Bruxelles, 1923, p. 49.

(³) Dans tout le système O. A. S. C., on ne met pas en évidence l'unité de masse ni la densité de l'eau, parce qu'on ne cherche pas à créer un système universel, mais seulement un système pratique. Il suffit donc de savoir que les forces doivent être mesurées en décistènes et les travaux en joules.

(⁴) Dans ma précédente Note du 19 janvier, une faute de copie, facile à corriger, s'est glissée au sujet de cette formule.

de longueur L_0 au lieu du centimètre (1) on a

$$[\mu_0] = \frac{L_1}{L_0} = \frac{1 \text{ henry}}{4\pi L_0}.$$

Dans les systèmes rationalisés, la perméabilité du vide devient

(1) $$[\mu'_0] = \frac{1}{4\pi}\frac{L_1}{L_0} = 1 \text{ henry par } L_0 = \frac{10^9}{4\pi L_0}.$$

Pour voir quelles unités elle permet d'établir, on peut utiliser celles des équations de dimensions de Rücker qui définissent le courant et la résistance en fonction de μ_0,

(2) $$R = L_0 T^{-1} \mu_0 = \frac{1}{4\pi} L_1 T^{-1}$$

et

(3) $$I = L_0^{\frac{1}{2}} M_0^{\frac{1}{2}} T^{-1} \mu_0^{-\frac{1}{2}} = F_0^{\frac{1}{2}} \mu_0^{-\frac{1}{2}}.$$

On en déduit l'unité de force F_0 cohérente avec l'ampère I_1 et L_0 [1]

(4) $$F_0 = \mu_0 I_0^2 = \frac{1}{4\pi}\frac{L_1}{L_0} I_1^2,$$

et cela dispense de mettre en évidence l'unité de masse M_0.

Pour faire disparaître le facteur 4π, il faut, d'après (2), remplacer l'ohm par $R_0 = 4\pi$ ohms, puis satisfaire à l'équation (3). Pour cela :

1° On peut modifier l'unité de force F_0 d'après (4) qui, suivant (2), équivaut à

(5) $$F_0 L_0 = R_0 T I^2$$

(égalité entre les puissances mécaniques et électriques).

2° On peut, au contraire, conserver l'unité de force F_0 et modifier l'unité de courant, en tirant de (4) comme Heaviside

$$I_0 = \frac{I_1}{\sqrt{2\pi}} \text{ ampère.}$$

Suivant que l'on veut prendre l'une ou l'autre de ces deux solutions, l'unité de tension $R_0 I_0$ prend des valeurs différentes.

---

(1) Le fait que $\overline{F}_0$ dépend non seulement de L_0, unité du système considéré, mais encore de l'unité de longueur L_1 d'un système absolu ayant mêmes unités électriques avec $\mu_0 = 1$, suffit à démontrer que tout système où $\mu_0 \neq 1$ est un système hybride par son origine par rapport à un système électromagnétique; mais cela ne l'empêche pas d'être parfaitement cohérent.

C'est seulement au prix de ce bouleversement qu'on peut obtenir la cohérence dans les équations de propagation et de skin effect, dans lequel intervient le rapport $\frac{\mu_0}{\rho}$ de la perméabilité à la résistivité.

Si l'on a cru, à tort, à la facilité d'une rationalisation, c'est parce qu'on a envisagé seulement l'équation des puissances dans laquelle μ_0 ne figure pas.

On peut faire disparaître autrement le facteur 4π, en rationalisant les définitions des *grandeurs* au moyen de nouvelles dénominations, telles que : « excitation » pour le produit NI mesuré en ampères-tours, pente d'excitation ou « Nichamp » (champ de NI) pour le quotient $\frac{\mathrm{NI}}{\mathrm{L}}$ (mesuré en ampères-tours par centimètre). Cela rend inutiles des unités de force magnétomotrice et de champ magnétique (en dehors des problèmes théoriques pour lequel on recourt généralement au système C. G. S.). Il suffit d'une unité nouvelle de flux, qu'on pourrait appeler secvolt (volt-seconde) ou Weber. En définissant le watt comme unité mécanique, on n'a aucun besoin d'introduire une unité de masse, ni la densité de l'eau.

MÉCANIQUE. — *Au sujet du pendule de Foucault.* Note de M. **de Sparre.**

A la suite de l'intéressante Communication de M. Charron, dans la séance du 19 janvier, au sujet des expériences du pendule de Foucault, je ferai remarquer que, s'il s'agit d'expériences se prolongeant pendant un temps suffisamment long faites avec un pendule de faible longueur et dont, par suite, l'angle d'écart n'est pas très petit, il y a lieu de tenir compte de l'influence de l'angle d'écart initial et de son orientation sur la vitesse de rotation du plan d'oscillation.

J'ai en effet indiqué (¹) que, si θ_0 est l'angle d'écart initial, θ_p la demi-amplitude de la $p^{\text{ième}}$ oscillation, λ la latitude du lieu, φ_0 l'azimut du point de départ, ω la vitesse rotation de la terre, on a pour la vitesse de rotation moyenne au plan d'oscillation pendant les p premières oscillations (²)

$$-\omega\sin\lambda\left[1-\frac{3\theta_0}{16}(\theta_0+\theta_p)\right]+\frac{\omega\cos\lambda\cos\varphi_0}{4}\theta_0^3.$$

Si l'on suppose θ_0 assez petit pour que les termes en θ_0^2 soient négligeables

(¹) *Comptes rendus*, 111, 1890, p. 496.

(²) Aux termes en θ^4 près.

on a alors, en effet, pour $\lambda = 47°28'$, pour la durée de la révolution complète 32 heures 34 minutes, mais il n'en est plus de même si θ_0 n'est pas très petit. Si par exemple, on suppose $\theta_0 = \theta_p = 12°$ (1), on trouve que la durée de la révolution totale variera de 31 heures 58 minutes à 32 heures 6 minutes suivant l'azimut du point de départ, il y anrait donc en moyenne une diminution de 32 minutes dans la durée de la révolution et une variation de 8 minutes suivant la variation de l'azimut dn point de départ.

M. **Jules Richard** fait hommage à l'Académie du fascicule LXXXII des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht, par* Albert Ier, *prince souverain de Monaco : Phytoplankton* (*Diatomées*, *Péridiniens*), par Jules Pavillard.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voix du scrutin à l'élection d'un Académicien libre en remplacement de M. *Achille Le Bel*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 60,

M. Louis Martin	obtient...........	29	suffrages
M. Armand de Gramont	»	17	»
M. Jacques Cavalier	»	13	»
M. Rodolphe Soreau	»	1	»

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 60,

M. Louis Martin	obtient...........	29	suffrages
M. Armand de Gramont	»	24	»
M. Jacques Cavalier	»	7	»

Au troisième tour de scrutin, le nombre de votants étant 61,

M. Louis Martin	obtient...........	29	suffrages
M. Armand de Gramont	»	27	»
M. Jacques Cavalier	»	5	»

(1) En admettant que l'amplitude de l'oscillation soit maintenue constante par le dispositif indiqué.

Au scrutin de ballotage entre les deux premiers de ces candidats, le nombre de votants étant 62,

M. Armand de Gramont obtient...........	32 suffrages
M. Louis Martin »	29 »

Il y a 1 bulletin nul.

M. **Armand de Gramont**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la place de Membre titulaire du *Bureau des Longitudes* vacante par le décès de M. *P. Appell:*

M. *Paul Painlevé*, pour la première ligne, obtient 41 suffrages contre 6 à M. *Georges Perrier*.

Il y a 1 bulletin blanc.

M. *Georges Perrier*, pour la seconde ligne, obtient 26 suffrages contre 1 à M. *Marcel Brillouin* et 1 à M. *Charles Fabry*.

Il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne........................	M. **Paul Painlevé**,
En seconde ligne........................	M. **Georges Perrier**.

CORRESPONDANCE.

M. **Émile Cotton**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. l'**Administrateur honoraire** et M. l'**Administrateur du Collège de France** invitent l'Académie à se faire représenter à la Commémoration du quatrième centenaire de cet établissement, du 18 au 20 juin 1931.

M. Constantin Dawydoff adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Luigi Fantappiè. *I funzionali analitici*.
2° Lucien March. *Les principes de la méthode statistique*.
3° J. Vellard. *Les araignées venimeuses du Brésil méridional*. (Présenté par M. M. Caullery.)
4° Faculté des Sciences de Clermont : *Discours prononcés le* 10 *septembre* 1930 *aux obsèques de* M. Philippe Glangeaud.

GÉOMÉTRIE. — *Propagations conoïdales en Géométrie ondulatoire. Ondes dérivées de l'ellipsoïde*. Note (1) de M. A. Buhl.

Soit une surface (S) d'équation

$$F(X, Y, Z) = 0. \tag{1}$$

En affectant X et Y du dénominateur τ, résolvant en τ et faisant $\tau = 1$, on a

$$f(X, Y, Z) = 1 \tag{2}$$

avec f homogène, du premier ordre, en X et Y seulement.

Le conoïde droit élémentaire, de directrice OZ, qui découpe dS sur (S), découpe $d\sigma$ sur une surface auxiliaire (σ). A une cloison S, de (S), correspond, par projection conoïdale, une cloison σ de (σ) et l'on peut remplacer l'intégrale

$$\int\int_S \theta(X, Y, Z)\, dS \tag{3}$$

par l'intégrale *stokienne*, en variables x, y, z se rapportant à (σ),

$$\int\int_\sigma \theta\left(\frac{x}{f}, \frac{y}{f}, z\right)\frac{1}{f^2}\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{f^2}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}(\alpha x + \beta y)\, d\sigma \tag{4}$$

(1) Séance du 2 février 1931.

Cette intégrale est de la forme

$$\int\int_\sigma \frac{\partial N}{\partial z}(\alpha x + \beta y)\, d\sigma = \int_\gamma N(y\, dx - x\, dy)$$

si γ est le contour de σ. On voit que N, à déterminer par quadrature, est homogène, d'ordre -2, en x et y seulement. Si la surface (σ) a pour équation

$$2N + 1 = 0,$$

le contour γ, tracé sur elle, permet d'exprimer l'intégrale (3) par l'aire plane contenue dans la projection de γ sur Oxy.

Si l'on veut, par cette méthode, évaluer des *aires* sur l'ellipsoïde E,

$$AX^2 + BY^2 + CZ^2 = 1,$$

il faut adjoindre, à celui-ci, la surface (σ) d'équation

$$(5) \qquad C(U - C)z^2 = U \sin^2 V$$

en posant, avec φ fonction arbitraire,

$$U(Ax^2 + By^2) = A^2x^2 + B^2y^2,$$

$$\frac{UV}{\sqrt{C(U-C)}} = \varphi\left(\frac{y}{x}\right) - Ax^2 - By^2 - z\sqrt{U - C(U-C)z^2}.$$

Si un conoïde droit, de directrice Oz, *découpe une cloison* S *sur l'ellipsoïde* E *et une autre, de contour* γ, *sur la surface* (σ) *d'équation* (5), *la projection de* γ *sur* Oxy *enferme une aire plane équivalente à celle de* S.

Il y a là un moyen nouveau et particulièrement simple de reprendre, en les généralisant, les belles recherches de Georges Humbert sur les aires ellipsoïdales.

Toute aire plane A, du plan OXY, peut être projetée cylindriquement, parallèlement à OZ, sur l'une des surfaces (5) et, de là, conoïdalement sur OZ. Le conoïde finalement constitué découpe sur l'ellipsoïde une aire équivalente à A. Le mouvement de A, ou la déformation de A en aires équivalentes, dans OXY, engendrent, sur l'ellipsoïde, des déformations de contours enfermant cependant une aire invariante.

Revenons au cas général. Quand, pour une surface (1) ou (2), on aura égalé le coefficient de $(\alpha x + \beta y)$, pris dans l'intégrale (4), à $\frac{\partial N}{\partial z}$ on aura une équation aux dérivées partielles où l'on pourra prendre f pour fonction inconnue. Comme on l'a vu dans une Note précédente [1], à propos de la

[1] *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 545.

propagation conique, on pourra choisir cette fonction f d'une infinité de manières avec des paramètres invariables ou dépendant du temps et l'on associera ainsi, à la surface (S), une infinité d'autres surfaces formant un système d'ondes. *Sur toutes ces surfaces d'ondes et sur* (S), *un conoïde droit, de directrice* Oz, *découpera des cloisons pour lesquelles l'intégrale* (3) *sera invariante*. Il y aura propagation *conoïdale* de l'intégrale.

Cette intégrale (3), qui représente une aire pour $\theta = 1$, peut aussi bien représenter une masse, une charge, etc.; il n'est pas nécessaire, pour qu'elle ait un sens, qu'elle soit étendue à des cloisons continues. Elle peut être propagée sur des fragments de cloison de plus en plus réduits, chaque fragment se propageant dans un conoïde adéquat de plus en plus délié, sans qu'il y ait forcément raccord entre fragments propagés dans des conoïdes cependant voisins.

Là encore la propagation ondulatoire et l'émission corpusculaire s'associent et tendent même à se confondre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la fonction de Green harmonique d'un domaine de révolution*. Note [1] de M. **Jean Capoulade.**

Les propriétés fonctionnelles obtenues par M. Bouligand au sujet de la fonction de Green d'un cylindre indéfini [2] peuvent être étendues dans diverses directions. Il a signalé lui-même brièvement au *Mémorial des Sciences mathématiques* [3] l'extension pour un domaine conique. Je m'occuperai dans cette Note du problème analogue pour les domaines de révolution. Soit Δ un tel domaine engendré par un domaine plan δ simplement connexe de frontière σ, tournant autour d'un axe $z'z$ situé dans son plan. Si $z'z$ n'a pas de point commun avec $\delta + \sigma$ le domaine Δ obtenu sera dit *du premier genre;* mais si toute courbe fermée contenue dans Δ peut se réduire continuement à un point (alors σ contient un ou plusieurs segments s_i de l'axe) le domaine Δ sera dit *du second genre*.

La forme des relations fonctionnelles que nous obtiendrons est la même que Δ soit du premier ou du second genre; cela provient du fait que les

(1) Séance du 2 février 1931.

(2) Bouligand, *Sur les fonctions de Green et de Neumann du cylindre* (*Thèse*, Paris, 1914).

(3) *Fonctions harmoniques. Principes de Picard et de Dirichlet;* fasc. XI, p. 26 et 30).

segments s_i jouent le rôle d'*ensembles impropres* (¹) pour le problème harmonique spatial et par suite aussi pour les problèmes du type elliptique à deux dimensions qu'on obtient en considérant dans une section méridienne l'équation

$$(1) \qquad u''_{r^2} + r^{-1} u'_r + u''_{z^2} = n^2 r^{-2} u$$

où r désigne la distance à l'axe $z'z$.

Désignons par θ la longitude d'un demi-méridien quelconque. Soit M le point ayant pour coordonnées semi-polaires (r, θ, z) et soit de même P le point (ρ, ω, ζ); appelons $g(m, p; n^2)$ la fonction de Green de l'équation (1) pour les points $m(r, z)$ et $p(\rho, \zeta)$, l'expression de la fonction de Green spatiale $G(M, P)$ sera donnée par

$$\pi\sqrt{\rho r}\, G(M, P) = g(m, p; 0) + 2\sum_{n=1}^{\infty} g(m, p; n^2) \cos n(\theta - \omega).$$

En suivant un raisonnement parallèle à celui de M. Bouligand pour la fonction de Green du cylindre, j'établis que la fonction de Green d'un domaine de révolution admet un théorème d'addition intégro-différentiel dans les conditions suivantes : soient M et P deux points du domaine, on peut toujours prendre le demi-plan méridien origine tel que $-\pi < \theta < 0$ et $0 < \omega < \pi$, soit q un point quelconque de δ dans ce méridien origine dont la distance à $z'z$ est ι, on a

$$G(M, P) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\delta\omega} \int\int_{\delta} \frac{1}{\iota} G(M, q)\, G(q, P)\, ds_q;$$

dans le premier nombre la différence des coordonnées angulaires des points M et P est $|\theta| + |\omega|$; dans le deuxième celle des points M et q est $|\theta|$ et celle des points q et P est $|\omega|$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Médiation et fonctions métaharmoniques.* Note de M. **Jean-Pierre Robert**, présentée par M. Goursat.

Dans une Note précédente (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 193) nous avons établi des formules limitées de médiation applicables à toute fonction

(¹) Bouligand, *Sur le problème de Dirichlet* (*Annales de la Société polonaise de Mathématiques*, 14, 1925, p. 78). — Vasilesco, *Sur les singularités des fonctions harmoniques* (*Journal de Mathématiques*, 9, 1, janvier 1930, p. 85).

pourvue de laplaciens itérés jusqu'à un certain ordre. Les résultats ci-dessous généralisent les précédents et sont, en particulier, applicables aux fonctions n-métaharmoniques.

1. Dans tout ce qui suit, nous raisonnerons dans l'espace euclidien E_p à p dimensions. Soit $u(P)$ une fonction uniforme, réelle ou non, d'un point P de E_p. Posons

$$\mathcal{D}^{(n)} u \equiv \Delta^{(n)} u + \lambda_1 \Delta^{(n-1)} u + \lambda_2 \Delta^{(n-2)} u + \ldots + \lambda_{n-1} \Delta u + \lambda_n u,$$

les λ_i étant des constantes quelconques. Une fonction uniforme $u(P)$ définie dans un certain domaine $\mathcal{R}$ de E_p sera dite n-métaharmonique dans ce domaine $\mathcal{R}$, si elle y admet un laplacien continu d'ordre n, et si elle vérifie, en tout point de $\mathcal{R}$, l'équation $\mathcal{D}^{(n)} u = 0$. Désignons enfin par $-\alpha_1^2$, $-\alpha_2^2, \ldots, -\alpha_n^2$ les n racines (distinctes ou non) de l'équation en X :

$$X^n + \lambda_1 X^{n-1} + \lambda_2 X^{n-2} + \ldots + \lambda_{n-1} X + \lambda_n = 0.$$

2. Considérons, dans l'espace E_p, l'équation $\Delta v + \lambda^2 v = 0$. On sait qu'on appelle solutions élémentaires de cette équation les solutions qui ne dépendent que de la distance r d'un point variable P à un point fixe M_0; nous désignerons par $H(\lambda r)$ et $S(\lambda r)$ ces deux solutions, $H(\lambda r)$ étant une fonction entière de r^2 se réduisant à 1 pour $r = 0$, et $S(\lambda r)$ se comportant comme r^{2-p} au voisinage de $r = 0$ (pour $p = 2$, on remplacera r^{2-p} par $-\log r$).

Désignons par M_0 un point fixe de E_p, par (S) l'hypersphère de centre M_0 et de rayon ρ de surface $\mathcal{S} = S_p \rho^{p-1}$, m un point quelconque de (S), Ω le domaine intérieur à (S), P un point de $\Omega[M_0 P = r < \rho]$. Posons

$$\mathcal{G}(\lambda r) = S(\lambda r) H(\lambda \rho) - H(\lambda r) S(\lambda \rho).$$

Nous définirons alors les fonctions $\mathcal{G}_1(r), \mathcal{G}_2(r), \ldots, \mathcal{G}_n(r) = \mathcal{G}_n(P), \ldots$ par $\mathcal{G}_1(r) = \mathcal{G}(\alpha_1 r)$, et pour $k \geqq 2$ par

$$\frac{d^2 \mathcal{G}_k}{dr^2} + \frac{p-1}{r} \frac{d\mathcal{G}_k}{dr} + \alpha_k^2 \mathcal{G}_k = \mathcal{G}_{k-1},$$

avec la double condition que, pour $k \geqq 2$, $\mathcal{G}_k(P)$ s'annule sur (S) ainsi que sa dérivée normale. On obtient aisément

$$\mathcal{G}_n(r) = (-1)^{n-1} \mathbf{S} \frac{\mathcal{G}(\alpha_1 r)}{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)(\alpha_1^2 - \alpha_3^2) \ldots (\alpha_1^2 - \alpha_n^2)},$$

le signe S désignant une sommation de n termes tels que chacun d'eux

s'obtienne à partir du précédent par permutation circulaire des indices 1, 2, 3, ..., n.

Nous poserons, pour une valeur donnée de n,

$$\Phi_n^n(r) = (-1)^{n-1} \mathbf{S} \frac{H(\alpha_1 r)}{(\alpha_1^2-\alpha_2^2)(\alpha_1^2-\alpha_3^2)\dots(\alpha_1^2-\alpha_n^2)},$$

et nous définirons ensuite, pour $k = 1, 2, 3, \dots, n-1$ les $n-1$ fonctions $\Phi_n^k(r)$ par

$$\Delta\Phi_n^{k+1}(r) + \lambda_{n-k}\Phi_n^n(r) \equiv \Phi_n^k(r).$$

Le coefficient B_n^p étant défini par

$$1 = B_n^p\, p(p+2)(p+4)\dots(p+2n-2).2.4.6\dots 2n \qquad (B_0^p = 1),$$

les n fonctions Φ précédentes sont des fonctions entières de r^2, le premier terme de $\Phi_n^{k+1}(r)$ est $B_k^p r^{2k}$; ces fonctions Φ se réduisent d'ailleurs à leur premier terme si $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$.

3. Soient alors un domaine $\mathcal{R}$ de E_p, $u(P)$ une fonction réelle ou non, uniforme dans $\mathcal{R}$ et admettant un laplacien continu d'ordre n en tout point de $\mathcal{R}$. M_0 étant un point quelconque de ce domaine, appelons (S) l'hypersphère de centre M_0, de rayon quelconque ρ, mais intérieure à $\mathcal{R}$. L'emploi judicieux de la formule de Green nous a conduit à la formule suivante de médiation périphérique :

$$\frac{1}{S}\int_{(S)} u(m)\,d\sigma_m = u_0\Phi_n^1(\rho) + \Delta u_0 \Phi_n^2(\rho) + \dots + \Delta_{u_0}^{(n-1)} \Phi_n^n(\rho)$$
$$+ \frac{1}{(p-2)S_p}\int_{\Omega} \mathcal{G}_n(P)\,\mathcal{D}^n u(P)\,d\omega_P$$

[pour $p = 2$, remplacer $(p-2)S_p$ par 2π].

En particulier, si $u(P)$ est n-métaharmonique dans $\mathcal{R}$, l'intégrale au deuxième membre de la formule précédente disparaît. On en déduirait aisément une formule de médiation spatiale.

Signalons enfin que, si $\lambda_1 = \lambda_2 \dots = \lambda_n = 0$, on retrouve tous les résultats de la Note précitée.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Une généralisation du théorème de M. Borel sur les fonctions méromorphes.* Note de M. **Georges Calugaréano.**

Nous avons essayé de donner un énoncé d'un théorème de M. Borel, en considérant des séries du type

$$(1)\qquad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu}{T(r_\nu)},$$

où l'on désigne par $r_\nu(z)$ les modules des zéros de $f(x)-z$. On sait que, pour une fonction méromorphe d'ordre fini ρ, la fonotion $T(r)$ est comparable à r^ρ, ce qui justifie l'introduction de séries telles que (1). Mais notre énoncé sera valable pour les fonctions d'ordre >0, d'ailleurs fini ou infini.

1. Pour arriver à des conclusions sur leur convergence ou divergence, nous partons de l'intégrale définie

$$(2)\qquad I_{r_0}^{r}=\int_{r_0}^{r} \frac{dN(t, z)}{T(t)C[T(t)]}=\int_{r_0}^{r} \frac{n(t, z)\,dt}{tT(t)C[T(t)]},$$

où $C(x)$ est une fonction croissante dont on peut disposer. On démontre sans difficulté que l'intégrale $I_{r_0}^{\infty}$ est convergente si l'intégrale

$$(3)\qquad \int^{\infty} \frac{dx}{xC(x)}$$

converge, mais si (3) diverge, l'intégrale $I_{r_0}^{\infty}$ diverge, sauf peut-être pour deux valeurs de z au plus, en vertu du second théorème de M. Nevanlina. Mais on peut écrire

$$I_{r_0}^{r}=-\int_{r_0}^{r} n(t, z)\,d\tau(r)=n(r_0, z)\tau(r_0)-n(r, z)\tau(r)+\sum_{r_0<r_\nu<r}\tau(r_\nu),$$

en posant

$$\tau(s)=\int_{r}^{\infty} \frac{dt}{tT(t)C[T(t)]}.$$

On montre que la convergence de (3) entraîne celle de $\tau(r)$, et la convergence de $I_{r_0}^{\infty}$ celle de la série

$$(4)\qquad \sum_{\nu=1}^{\infty}\tau(r_\nu),$$

qui permet de conclure que les séries de la forme

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\log s_\nu}{T(s_\nu r_\nu) C[T(s_\nu r_\nu)]} \qquad (s_\nu > 1),$$

convergent si l'intégrale (3) converge. En particulier, il en est ainsi de

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{T(sr_\nu) \log T(sr_\nu) \log_2 T(sr_\nu) \ldots [\log_p T(sr_\nu)]^{1+\alpha}} \qquad (s > 1, \alpha > 0).$$

2. Si l'intégrale (3) diverge, la convergence de $\tau(r)$ n'est plus établie. Dans ce cas nous supposerons de plus que $\frac{r^\varepsilon}{T(r)}$ finit par être décroissante pour ε assez petit, si r est assez grand; nous dirons alors que $T(r)$ est *à croissance quasi régulière*.

En supposant donc $T(r)$ à croissance quasi régulière et l'intégrale (3) divergente, on peut en déduire que $\tau(r)$ converge. L'intégrale $I_{r_0}^{\infty}$ étant divergente, sauf peut-être pour deux valeurs de z au plus, il en sera de même des séries (4), donc aussi de

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{T(r_\nu) C[T(r_\nu)]}.$$

Ainsi les séries

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{T(r_\nu) \log T(r_\nu) \log_2 T(r_\nu) \ldots \log_p T(r_\nu)},$$

divergent, sauf peut-être pour deux valeurs de z au plus, quel que soit l'entier p. La seconde partie de notre énoncé nécessite l'hypothèse de quasi-régularité pour $T(r)$. Nous n'avons pas réussi à laisser de côté cette hypothèse, et il nous semble probable que l'irrégularité de $T(r)$ amène des circonstances nouvelles extérieures au théorème de M. Borel.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'intervalle de variabilité de ξ dans la formule* $\int_a^b p(x)\varphi(x)\,dx = \varphi(\xi)\int_a^b p(x)\,dx$. Note de M. **L. Tchakaloff**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $p(x)$ une fonction positive dans l'intervalle (a, b), telle que l'intégrale $\int_a^b p(x)\,dx$ ait une valeur finie. En désignant par C_k la classe

des polynomes réels $\varphi(x)$ de degré $\leqq k$ qui satisfont à la condition d'orthogonalité $\int_a^b p(x)\varphi(x)\,dx = 0$, convenons de dire que l'intervalle $\alpha \leqq x \leqq \beta$ est minimal par rapport à la classe C_k, lorsqu'il remplit les conditions suivantes : 1° tout polynome de C_k s'annule au moins une fois dans cet intervalle; 2° ε étant un nombre positif arbitrairement petit, il existe des polynomes de C_k qui ne deviennent pas nuls dans l'intervalle $\alpha + \varepsilon \leqq x \leqq \beta$, ou bien dans l'intervalle $\alpha \leqq x \leqq \beta - \varepsilon$.

On sait (¹) qu'il existe une suite de polynomes $P_0, P_1, P_2, \ldots$ de degrés indiqués par leurs indices qui vérifient les équations

$$\int_a^b p(x)\,P_m(x)\,P_n(x)\,dx = 0 \qquad (\text{pour } m \neq n);$$

le polynome P_n est complètement déterminé à un facteur constant près et n'a que des racines réelles et simples séparant celles de P_{n+1}.

Cela posé, on a le théorème :

Théorème I. — *Les nombres α et β désignant les deux racines extrêmes de $P_n(x)$, l'intervalle (α, β) est minimal par rapport aux classes C_{2n-1} et C_{2n-2}.*

La démonstration est tout à fait analogue à celle que nous avons donnée dans une Note précédente (²) pour le cas spécial $p(x) = 1$.

Les deux théorèmes suivants nous montrent qu'il existe une différence essentielle entre les classes C_{2n-1} et C_{2n-2}.

Théorème II. — *A la classe C_{2n-1} correspond un seul intervalle minimal.*

En effet, si (α', β') était un intervalle minimal, différent de l'intervalle (α, β) du théorème I, l'un des deux nombres α, β, par exemple α, devrait être à l'extérieur de (α', β'). D'autre part il existe un polynome $\varphi(x) = (x-\xi)\left[\left(\frac{P_n(x)}{x-a}\right)^2 + \varepsilon\right]$ de C_{2n-1} ayant une seule racine réelle ξ aussi voisine de α qu'on le veut. On peut donc choisir le polynome $\varphi(x)$ de la classe C_{2n-1} de sorte qu'il ne s'annule pas dans (α', β').

Théorème III. — *Il existe une infinité d'intervalles minimaux correspondants à la classe C_{2n-2}.*

Soit c un nombre réel; posons $Q(x) = P_n + cP_{n-1}$, P_n et P_{n-1} ayant la même signification que plus haut, et désignons par $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les

(¹) Voir par exemple T. Y. Stieltjes, *Quelques recherches sur la théorie des quadratures dites mécaniques* (*Œuvres complètes*, 1, p. 377-394).

(²) *Sur le théorème des accroissements finis* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 32).

racines (¹) de $Q(x)$ et par α' et β' la plus petite et la plus grande de ces racines. Je dis que l'intervalle (α', β') est minimal par rapport à la classe C_{2n-2}. En effet, $\varphi(x)$ étant un polynome arbitraire de C_{2n-2}, la différence

$$\sum_{k=1}^{n} \varphi(x_k) \left(\frac{Q(x)}{(x-x_k)Q'(x_k)} \right)^2 - \varphi(x)$$

représente un polynome de degré $\leqq 2n-2$ qui s'annule pour $x = x_1, x_2, \ldots, x_n$. On a donc

$$\sum_{k=1}^{n} \varphi(x_k) \left(\frac{Q(x)}{(x-x_k)Q'(x_k)} \right)^2 = \varphi(x) + Q(x)S(x),$$

où $S(x)$ est un polynome de degré $\leqq n-2$. En intégrant de a à b, après avoir multiplié par $p(x)$, on obtient la relation

$$\sum_{k=1}^{n} \varphi(x_k) \int_a^b p(x) \left(\frac{Q(x)}{(x-x_k)Q'(x_k)} \right)^2 dx = 0,$$

qui met en évidence que $\varphi(x)$ s'annule au moins une fois dans (α', β'). D'autre part on démontre sans peine qu'il est possible de déterminer ξ et ξ' en fonction de $\varepsilon > 0$ de manière que le polynome spécial

$$\varphi(x) = (x-\xi)(x-\xi') \left[\left(\frac{Q(x)}{(x-\alpha')(x-\beta')} \right)^2 + \varepsilon \right]$$

appartienne à C_{2n-2} et possède une seule racine dans l'intervalle (α', β'), arbitrairement voisine d'une quelconque de ses extrémités.

En faisant varier la constante c entre $-\infty$ et $+\infty$, on obtient ainsi tous les intervalles minimaux (α', β') par rapport à C_{2n-2}.

Soit par exemple $p(x) = (b-x)^{m-1}$, m étant un nombre entier positif. La suite $\{P_x(x)\}$ correspondante est celle des polynomes de Jacobi, définis par la formule

$$(1) \qquad P_n(x) = \lambda_n (b-x)^{-m+1} \frac{d^n}{dx^n} [(x-a)^n (b-x)^{n+m-1}];$$

la classe C_k coïncide, dans ce cas, avec l'ensemble des polynomes

$$\varphi(x) = -f(b) + \sum_{r=0}^{m-1} \frac{(b-a)^r}{r!} f^{(r)}(a) + \frac{(b-a)^m}{m!} f^{(m)}(x),$$

(¹) Ces racines sont toutes réelles et simples.

où $f(x)$ parcourt tous les polynomes réels de degré $\leqq m+k$. Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant :

Théorème IV. — *Désignons par α et β les racines extrêmes du polynome $P_n(x)$ de Jacobi, défini par* (1), *n étant le plus grand entier contenu dans $\frac{n}{2}+1$, et soit $f(x)$ un polynome réel quelconque de degré $\leqq m+k$. L'intervalle* (α, β) *contient au moins un nombre ξ tel que*

$$(2) \qquad f(b)=\sum_{k=0}^{m-1}\frac{(b-a)^r}{r!}f^{(r)}(a)+\frac{(b-a)^m}{m!}f^{(m)}(\xi);$$

il existe des polynomes $f(x)$ de degré $m+k$ pour lesquels la formule (2) *est satisfaite par une seule valeur de ξ de l'intervalle* (α, β), *arbitrairement voisine de l'une quelconque de ses extrémités.*

Si le nombre k est pair, on peut remplacer dans l'énoncé ci-dessus α et β par les racines extrêmes du polynome P_n+cP_{n-1}, et cela quel que soit le nombre réel c.

Pour $m=1$ on retrouve nos résultats de la Note citée.

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la réalisation de mécanismes à roulement pur.* Note [1] de M. F. E. Myard, présentée par M. d'Ocagne.

Soit le corps de révolution représenté par le cercle C_1, et centré à l'intérieur du corps de révolution représenté par le cercle C_4. Ces deux corps, d'axe commun Ω, ont un mouvement relatif de rotation (C_4 étant fixe, par exemple, tandis que C_1 tourne sur lui-même, c'est-à-dire autour de l'axe commun Ω).

Soit la série des n corps de révolution C_2 assujettis à rouler entre C_1 et C_4. Si rien ne s'y oppose, ces corps tendent évidemment à se rejoindre et frotter les uns contre les autres. C'est ce qui se passe dans les roulements (à billes ou rouleaux) sans cage. Et ce frottement se produit à grande vitesse relative puisque les corps C_2 ont des vitesses opposées en leurs points de contact.

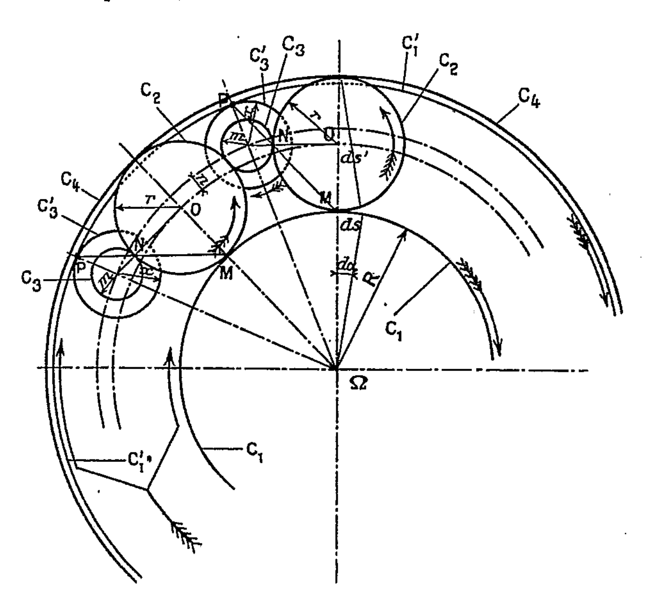
Les cages habituelles, séparant les billes ou rouleaux des roulements, évitent ce frottement, mais en créent inévitablement un autre (même dans le cas de contacts par régions polaires).

---

[1] Séance du 26 janvier 1931.

La présente étude montre qu'il est possible de résoudre, d'une façon mathématique absolue et générale, le problème de la rotation relative des corps C_1 et C_4, d'axe commun Ω, en n'utilisant que des mouvements de *roulement unique* ([1]), c'est-à-dire sans aucun des mouvements de frottement habituellement rencontrés.

En effet, considérons la série des *n* corps de révolution C_3 assujettis à rouler entre les corps C_2, donc à maintenir l'écartement de ces derniers



entre eux. Ces corps C_3, en plus d'une rotation autour de leur axe propre, sont entraînés et tournent autour de l'axe Ω.

Soient les portées de révolution C'_3 solidaires des corps C_3. Et supposons une portée intérieure de révolution C'_1 solidaire de C_1, et contre laquelle appuient les portées C'_3.

Nous disons qu'un tel système, ainsi combiné, peut être établi de manière

---

([1]) Dans ce même but, il existe une solution expérimentée en Allemagne (*Mechanical World*, n° 2213, 31 mai 1929, p. 505), apparemment simple, mais qui n'a pas le caractère de généralité mathématique rencontré dans la solution que nous indiquons ici, et qui, de plus, présente certains points faibles ou critiquables [nécessité d'une double rangée de billes; réactions axiales refoulant les billes entre des surfaces qui forment coin (coincement possible); formes compliquées des couronnes; introduction très difficile de l'anneau fou; déformations certaines de cet anneau sous l'effet résultant des poussées radiales...].

que les portées C'_3 roulent sans frottement contre la portée C'_1. En effet il suffit de déterminer les rayons de C'_3 et C'_1 pour qu'il en soit ainsi.

Pour une rotation angulaire élémentaire $d\alpha$ du corps C_1, le centre O de chacun des corps C_2 décrit l'arc

$$ds' = \frac{ds}{2} = R\frac{d\alpha}{2},$$

ce déplacement ds' correspond, pour le centre O, à une rotation autour de Ω

$$d\omega = \frac{ds'}{R+r} = \frac{R}{2(R+r)}d\alpha.$$

Le déplacement angulaire relatif du corps C_1 par rapport aux corps C_2 sera donc

$$d\alpha - d\omega.$$

Pour que les portées C'_3 roulent contre la surface interne C'_1 (solidaire de C_1), il suffit que l'équation suivante soit vérifiée,

$$(R+r+n+x)(d\alpha - d\omega) = ds\frac{x}{m}$$

ou

$$(R+r+n+x)\left[1 - \frac{R}{2(R+r)}\right] = R\frac{x}{m}.$$

D'où

$$x = m\frac{(R^2 + 3Rr + Rn + 2r^2 + 2rn)}{2R^2 + 2Rr - mR - 2mr}.$$

La très haute précision des roulements rend obligatoire la détermination du rayon x par le calcul que voici. En effet on aura la précision désirée en poussant l'obtention des décimales aussi loin qu'il le faut. Mais on notera que le simple tracé géométrique est facile, car, ainsi que M. Raoul Bricard nous l'a fait remarquer, les trois points MNP doivent être constamment en ligne droite (trois centres instantanés de trois corps roulant deux à deux l'un sur l'autre).

Pratiquement, on aura évidemment un dispositif à plan de symétrie (plan de figure) afin d'équilibrer les poussées (par exemple, deux portées C'_1 liées à C_1, l'une en avant, l'autre en arrière; et, pour leur correspondre respectivement, deux portées C'_3 liées à C_3).

En plus de son application aux roulements à billes ou rouleaux, un tel système peut servir pour d'autres objets, en particulier pour le centrage d'un rotor devant tourner dans un liquide non graissant ou dégraissant (eau, essence, etc.).

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Méthode de résonance pour mesurer la rigidité et éprouver la stabilité d'une construction.* Note de M. **Paul Le Rolland**, présentée par M. G. Kœnigs.

Considérons un ouvrage complexe quelconque : une charpente métallique, par exemple. Mettons cet ouvrage en relation avec deux systèmes oscillants identiques, de façon qu'il leur serve de support commun, sans changement appréciable de sa structure. Les deux systèmes, disposés de façon à osciller dans une même direction, étant primitivement au repos, lançons l'un d'eux : les petits mouvements provoqués par ses réactions sur le support lancent peu à peu l'autre et l'on conçoit que l'étude de cette transmission d'énergie permette la détermination de la rigidité de l'ouvrage.

Précisons le problème dans le cas d'une construction d'axe vertical, encastrée à sa partie inférieure (poutre, pylône, etc.). Nous nous proposons de déterminer sa rigidité de flexion (définie comme étant la force horizontale qui produit une flèche de longueur unité de son extrémité libre). Dans ce cas, les systèmes oscillants seront des pendules de gravité, adaptés directement à l'ouvrage si c'est possible, ou à une petite plate-forme très rigide fixée à son extrémité libre. On observe des battements périodiques et alternés dans le mouvement des pendules, phénomène caractérisé par exemple, par la durée τ qui s'écoule entre deux arrêts de l'un des pendules.

C'est l'ancienne expérience des pendules sympathiques de Savart, mais nous l'envisageons ici en portant notre attention non plus seulement sur les systèmes oscillants, mais sur le rôle essentiel joué dans la transmission d'énergie par l'élasticité du support.

Si τ est grand par rapport à la durée d'oscillation commune T des pendules ([1]), le calcul montre que la rigidité K est proportionnelle à τ. En première approximation elle est donnée en fonction de τ, de T et de la masse M des pendules par la relation

$$K = \frac{4\pi^2 M}{T^3} \tau.$$

Des corrections simples permettent de tenir compte, s'il y a lieu, de facteurs dont l'influence est généralement faible : accélérations verticales, rayon de gyration des pendules, amplitude, réaction d'inertie du support. A l'égard de

([1]) Condition toujours facile à réaliser.

ce dernier facteur, le temps de propagation d'une vibration transversale le long de l'ouvrage étant presque toujours petit par rapport à T, on peut faire la correction dans l'hypothèse que la déformation est la même que sous des efforts statiques. S'il en est autrement, on fait intervenir sans difficulté l'équation de propagation des vibrations.

La méthode est d'une application générale, les pendules de gravité pouvant être remplacés par des pendules de flexion ou de torsion. C'est ainsi par exemple, que la rigidité d'une charpente horizontale posée sur deux appuis (pont, fuselage d'avion, etc.) s'obtiendra par l'observation des battements entre deux pendules à ressort identiques, adaptés à une même tige verticale fixée en un point quelconque de la charpente.

Il y a évidemment intérêt, au point de vue de la sensibilité, à utiliser des pendules à faible amortissement, mais il peut arriver, dans le cas de constructions extrêmement rigides, que les systèmes oscillants soient amortis avant qu'on ait pu observer le premier arrêt. Il suffit alors, puisque l'on connaît l'amplitude initiale x_0 du système « moteur », de déterminer l'amplitude y_0 prise à partir de zéro, par le système « résonateur » au bout d'un temps donné θ. La formule précédente est alors remplacée par la suivante :

$$K = \frac{4\pi^3 M}{T^3} \frac{1}{\arcsin \frac{y_0}{x_0}} \theta.$$

L'amplitude y_0, même très petite, peut être mesurée avec précision par des méthodes optiques simples et il est possible de mesurer, par ce procédé général, la rigidité des constructions les plus stables.

Il faut cependant être assuré de l'égalité rigoureuse des durées d'oscillations. Ce réglage, réalisé une fois pour toutes, peut se faire avec un haut degré de précision, grâce à la méthode des coïncidences.

La méthode de résonance que nous venons d'exposer est en quelque sorte intérieure à la construction à étudier et n'exige pas comme la méthode statique actuelle par détermination des flèches, un appui extérieur très rigide. Le mouvement observé et créé par résonance est comme une amplification naturelle et considérable des petits mouvements de l'ouvrage. Un autre avantage important de la méthode est qu'elle mesure la rigidité dans des conditions en général voisines de celles de l'utilisation habituelle de la construction, celle-ci travaillant presque toujours aux efforts alternés. Ajoutons enfin que l'essai, rapide et commode, ne nécessite aucune précaution particulière : on peut vérifier par exemple qu'une vibration accidentelle

de la charpente ne modifie nullement le phénomène de résonance et le résultat de la mesure.

Les applications à envisager sont nombreuses :

1° Détermination des modules d'élasticité dans les cas de poutres simples pour lesquelles la théorie conduit à des formules sûres, et contrôle des principes qui servent de base à la théorie de la Résistance des Matériaux.

2° Étude expérimentale des poutres à triangulation rigide : on sait que dans ce cas la théorie ne pouvant tenir compte de la solidarité entre tous les éléments, néglige généralement les efforts dits secondaires et ne donne, de ce fait, que des résultats très incertains. Une conséquence de cette étude systématique est la détermination de la répartition la plus rationnelle de la matière.

3° Étude de la stabilité d'une construction quelconque (métallique, en béton armé, en maçonnerie, etc.), et des causes les plus faibles qui peuvent la diminuer. En suivant la variation de la rigidité en fonction du temps, on détermine ce que l'on peut appeler le vieillissement mécanique de la construction, et l'on peut ainsi prévoir les possibilités de rupture. Le caractère même de la courbe de variation renseigne sur certaines propriétés mécaniques. (C'est ainsi que, tandis que les assemblages soudés, soumis à l'épreuve aux efforts alternés, ne montrent de variation de rigidité qu'au voisinage immédiat de la rupture, les assemblages rivés, au contraire, présentent une diminution lente et continue de rigidité que l'on doit attribuer à la diminution de l'adhérence des têtes de rivets.)

Les expériences de mise au point de la méthode ont été faites en collaboration avec M. Tessier, puis poursuivies par M. Sorin. Les résultats actuellement obtenus permettent d'affirmer que la méthode est applicable à toute espèce de construction.

PHYSIQUE. — *Sur un nouveau système de mesures.* Note de M. E. Brylinski, présentée par M. Paul Janet.

Dans une Note récente (*Comptes rendus*, 19 janvier 1931, p. 124), M. A. Blondel a déclaré que le système de mesures que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie (*Comptes rendus*, 17 novembre 1930, p. 931) avait pour éléments fondamentaux le myriamètre et le centigramme, et que, d'autre part, dans le système M.T.S., l'unité de résistance est égale à 10^{-7} ohm, l'unité de courant à 10^{5} ampères et l'unité de tension à 10^{-2} volt.

Cette double affirmation ne peut être que le résultat d'un malentendu,

car les correspondances signalées par M. Blondel entre unités électriques et mécaniques n'existent que dans les systèmes électromagnétiques. Or j'avais signalé dans la Note susvisée qu'il était nécessaire, pour obtenir un système cohérent donnant aux unités des valeurs convenables, de renoncer au caractère électromagnétique; en particulier, dans le système M.T.S.V. que j'ai proposé, l'unité de perméabilité est égale à 10^4 fois la perméabilité du vide.

Ce système entraîne quelques modifications, d'ailleurs particulièrement simples, du système pratique. Mais il est aisé de montrer que le système pratique, même si l'on renonce à son caractère électromagnétique, est incompatible avec le maintien de la valeur 1 pour la densité de l'eau, condition que M. Blondel estime fondamentale, à moins de tomber, par rapport au système E.M.C.G.S., dans des rapports d'unités irrationnels, ce qui a été jusqu'à présent considéré comme inadmissible.

Si l'on distingue par l'indice 1 les valeurs des unités dans le système E. M. C. G. S. et par l'indice 2 les valeurs des unités respectives des mêmes grandeurs dans un autre système cohérent, l'équation des forces vives montre que l'on a

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{M_2 L_2^2}{M_1 L_1^2} = \frac{D_2 L_2^5}{D_1 L_1^5}.$$

Si l'on maintient égale à 1 la densité de l'eau, $\frac{D_2}{D_1}$ disparaît et l'on a, pour tous les systèmes admettant le *joule* comme unité d'énergie,

$$L_2 = 10^{\frac{7}{5}} \text{cm},$$

valeur irrationnelle qui rendrait difficiles les transformations d'unités mécaniques d'un système dans l'autre.

Pour respecter à la fois les deux conditions du maintien de la valeur de la densité de l'eau et de l'obtention de valeurs simples pour les rapports d'unités, il faut que l'unité d'énergie ait pour valeur 10^{5n} ergs, avec n entier, et l'examen des systèmes ainsi possibles montre que seule la valeur 2 de n donne à l'ensemble des unités des valeurs convenables.

Cette valeur correspond au *kilojoule* et, parmi les systèmes qui en résultent, le système M. T. S. V. est celui qui se révèle le plus convenable dans l'ensemble. On peut hésiter à adopter immédiatement les modifications qu'il entraîne pour le système pratique, mais il semblerait utile d'envisager l'adoption de ces unités *magnétiques*, ce qui réduirait à deux le nombre des systèmes usuels tout en laissant la porte ouverte à une unification ultérieure.

CHALEUR. — *Sur l'impossibilité d'assurer à tout moment un isolement thermique suffisant et connu, avec un isolant solide.* Note de M. **Vernotte**, présentée par M. Cotton.

Alors qu'il existe des substances extrêmement conductrices ou extrêmement isolantes pour l'électricité, les conductibilités thermiques des solides ne sont pas d'un ordre de grandeur tellement différent, et le meilleur conducteur conduit la chaleur quelques milliers de fois mieux seulement que le meilleur isolant compact. C'est une première circonstance qui rend difficile la canalisation d'un flux de chaleur. Cette difficulté n'est pas insurmontable dans les expériences de laboratoire, la conductibilité des isolants introduisant seulement, à ce point de vue, des fuites trop importantes certes, mais calculables.

La véritable difficulté est tout autre : la fuite à travers l'isolant n'est relativement faible qu'en régime permanent. Quand l'isolant est mis en contact avec une paroi chaude, il absorbe en outre, à cause de sa capacité calorifique, un certain flux de chaleur, qui dans les premiers instants est tout à fait hors de proportion avec le flux de régime permanent. Le calcul montre que ce flux initial est proportionnel à la racine carrée du coefficient de conductibilité : il ne décroît donc que lentement avec ce coefficient, et le flux d'échauffement d'isolant est du même ordre qu'un flux permanent à travers un métal peu conducteur.

Il ne faut évidemment pas songer à calculer ces fuites dans un montage expérimental déterminé : elles sont trop importantes pour qu'un calcul forcément approximatif puisse suffire, en supposant d'ailleurs qu'il ne soit pas inextricable. Leur caractéristique est d'être élevées et de dépendre, à un instant donné, non pas seulement des températures actuelles, mais des lois de variation de ces températures avec le temps.

Soit un bloc calorimètre cylindrique de 6^{cm} de diamètre — que l'on supposera le siège d'un certain phénomène thermique, — et entouré d'une couche d'amiante de 1^{cm} d'épaisseur dont nous considérons un élément de 1^{cm^2}. Examinons le problème du passage à travers cet élément en assimilant le cas du cylindre au cas du plan. Admettons que le phénomène thermique dans le calorimètre soit très brusque; si nous étudions la propagation de la chaleur dans l'amiante pendant la première minute, le calcul montre qu'il revient au même de supposer infinie l'épaisseur de l'amiante. Un calcul de Fourier sur une barre infiniment longue, sans échanges de chaleur latéraux, initialement tout entière à une certaine température, et dont on porte brusquement une extrémité à une température plus élevée de T^o, en l'y maintenant,

donne la quantité de chaleur qui a pénétré, au bout de t secondes, à travers la face chauffée. Elle est par centimètre carré $Q=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{kc\rho}\sqrt{t}\,T$, k étant la conductibilité thermique, c la chaleur spécifique, ρ le poids spécifique. On trouve ainsi que, au bout de 30 secondes, il se sera écoulé dans l'amiante 0,12 T cal/cm², tandis que, en régime permanent, il s'en serait écoulé seulement 0,02 T. L'écart serait encore plus grand au bout d'un temps plus court.

C'est dire que si l'on veut des fuites qui soient toujours modérées, et qu'en tout cas on puisse calculer à tout instant au moyen des températures actuelles, il faut employer des isolants sans capacité calorifique importante, dût en souffrir l'isolement en régime permanent. Le plus simple est d'isoler par l'air.

Le phénomène sur lequel on attire l'attention n'est pas nouveau, puisque c'est une conséquence de l'équation classique de la chaleur. Il semble cependant que son importance ait souvent échappé aux expérimentateurs. Il fournit vraisemblablement l'explication de ce fait en apparence paradoxal (signalé depuis assez longtemps), qu'un calorimètre est mieux isolé d'une enceinte si on l'en sépare par un matelas métallique plutôt que par du feutre : c'est qu'effectivement, à côté d'une conductibilité pratique assez petite à cause de la petitesse des sections des conducteurs et de la mauvaise qualité des contacts, le matelas a une capacité calorifique au centimètre cube beaucoup plus faible que le feutre. Le produit $kc\rho$ est sans doute plus petit dans le premier cas que dans le second.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les éléments rectifiants à l'oxyde de cuivre.* Note [1] de M. L. Dubar, présentée par M. Paul Janet.

Par l'analyse micrographique, M. Pélabon a montré que la couche d'oxyde d'un redresseur au cuivre oxydé était essentiellement non homogène et constituée par une couche relativement épaisse et semi-conductrice d'oxyde cuivreux tenant en suspension de l'oxyde cuivrique, cette couche étant séparée du cuivre par une très mince pellicule d'oxyde cuivreux presque pur, semi-isolant [2].

J'ai pu produire séparément l'oxyde cuivreux mélangé d'oxyde cuivrique

(1) Séance du 2 février 1931.

(2) H. Pélabon, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 630; 191, 1930, p. 402.

qui constitue le semi-conducteur et l'oxyde cuivreux pur, semi-isolant, qui constitue la couche de passage.

a. Oxyde semi-conducteur. — En chauffant, en présence de l'air, vers 950°C. et durant 24 heures une feuille de cuivre pur de 1^{mm} d'épaisseur, on obtient son oxydation complète. On enlève ensuite à la toile émeri, puis par un léger décapage à l'acide nitrique étendu la mince pellicule superficielle d'oxyde cuivrique qui s'est formée lors du refroidissement. La lame est alors brillante, d'une couleur gris ardoise foncée par réflexion et d'une magnifique transparence rouge rubis sous un éclairement intense. Son épaisseur est de $1^{mm},5$ environ. J'ai opéré sur des bandes de 15^{mm} de largeur, Une telle bande a laissé passer entre deux électrodes distantes de 4^{mm} et sous une tension de 80 volts, un courant de 8 milliampères, ce qui correspond à une résistivité de 5500 ohms/cm environ. Le produit n'étant pas homogène, la résistivité varie d'un échantillon à l'autre, mais on peut dire qu'elle est comprise entre quelques centaines et quelques milliers d'ohms/cm.

b. Oxyde semi-isolant. — Si la conductivité de la substance qui vient d'être décrite est bien due à l'oxyde cuivrique disséminé dans la masse d'oxyde cuivreux, il est à supposer qu'en dissociant complètement cet oxyde cuivrique, on obtiendra un corps isolant ou tout au moins de résistivité très élevée. En effet, les cristaux octaèdriques de cuprite naturelle, qui sont consiitués vraisemblablement d'oxydule de cuivre pur, sont extrêmement peu conducteurs. J'ai mesuré plus de 1000 méghoms sur une lamelle taillée dans un tel cristal, métallisée à ses extrémités et placée dans le vide et dans l'obscurité pour éliminer un effet photo-électrique appréciable.

On peut obtenir la dissociation complète de l'oxyde cuivrique, par chauffage dans le vide entre 900° et 1000°C. J'ai préféré utiliser un procédé qui se rapproche beaucoup de ce qui se passe dans le redresseur au contact du cuivre.

Une lamelle obtenue comme il est dit plus haut est enfermée dans un tube de cuivre rouge dont on ferme hermétiquement les extrémités après avoir mis en outre à l'intérieur une certaine quantité de limaille de cuivre. Le tube est ensuite porté durant plusieurs heures à la température de 950°C. La limaille de cuivre absorbe rapidement l'oxygène de l'air contenu dans le tube ainsi que celui qui est dégagé par la dissociation de l'oxyde cuivrique contenu dans la substance traitée. Cette dissociation doit donc être complète.

On laisse refroidir le tube, on l'ouvre et l'on en retire le morceau d'oxyde. De par son mode de préparation, la bande d'oxyde est formée, sauf sur les bords, de deux lamelles accolées, que l'on sépare aisément, au moyen d'une lame de couteau, après avoir meulé les bords. On laisse reposer les échantillons plusieurs jours. On décape alors à l'acide nitrique étendu la surface extérieure rugueuse de la lamelle qui pourrait éventuellement contenir du cuivre métallique, on lave longuement à l'eau distillée et l'on sèche complètement. Une lamelle ainsi préparée présente dans l'obscurité une résistivité variant suivant les échantillons de plusieurs dizaines à plusieurs centaines de mégohms/cm. Nous avons bien un semi-isolant.

Observons que, dans un redresseur, la couche d'oxyde immédiatement voisine du cuivre se comporte, lors du chauffage de formation, comme l'intérieur de notre tube clos. L'oxygène diffusé à travers la couche d'oxyde par la dissociation de l'oxyde cuivrique contenu dans la partie extérieure, arrive en cet endroit avec une grande lenteur, alors qu'il est énergiquement absorbé par le cuivre métallique de base. La dissociation doit donc y être très complète.

On vérifie ainsi par une autre voie la constitution des éléments de redresseurs rappelée au début de cette Note.

IONISATION DES GAZ. — *Sur la constante diélectrique et la conductibilité des gaz ionisés*. Note (¹) de MM. **Th. V. Jonescu** et **C. Mihul**, présentée par M. A. Cotton.

La mesure de la constante diélectrique ΔC et de la conductibilité $\frac{1}{\rho}$ due au gaz électronique dont nous avons parlé (²) nous a donné des valeurs trente fois plus grandes que celles indiquées par le calcul. La figure 1 représente les valeurs de ΔC et de $\frac{1}{\rho}$. Ce sont des courbes caractéristiques des phénomènes de résonance.

Ces faits nous ont conduits à étudier l'état dans lequel se trouvent les électrons de notre tube en faisant varier la différence de potentiel de la plaque par rapport à l'anneau, d'une quantité Δv entre les limites $+450$ et -450 volts.

(¹) Séance du 12 janvier 1931.

(²) *Comptes rendus*, 191, 1930, p, 1436.

La figure 2 représente les courants I_a et I_p de l'anneau et de la plaque pour différents Δv, le potentiel de l'anneau étant maintenu constant et égal

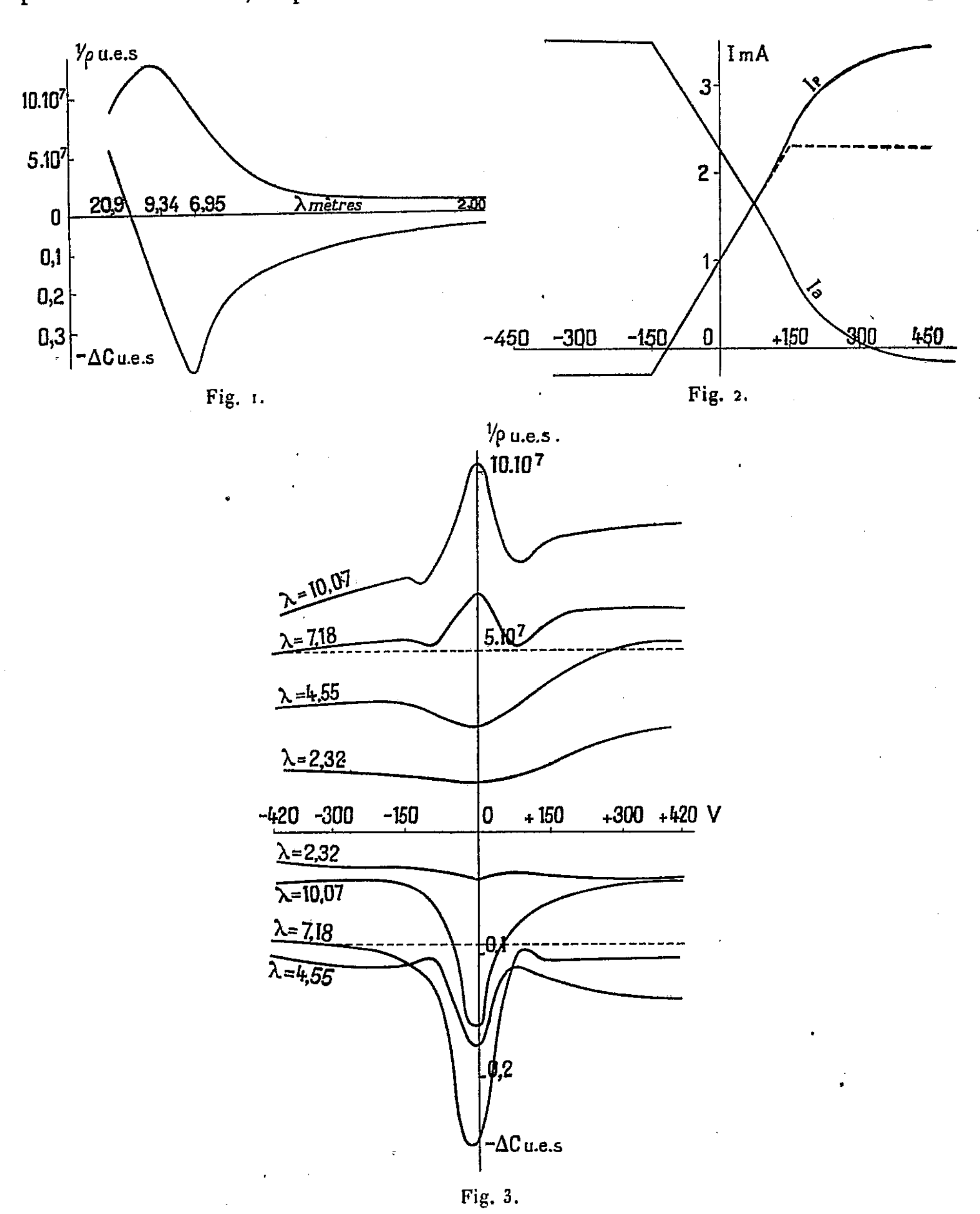


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

à 1600 volts. La somme $I_a + I_p$ reste constante si le chauffage du filament ne varie pas.

Pour Δv égal à — 150 volts tous les électrons formés entre l'anneau et la plaque sont captés par l'anneau; pour Δv égal à + 150 volts ils sont captés par la plaque. Pour des valeurs plus grandes que + 150 volts il y a des électrons formés entre le filament et l'anneau qui traversent l'espace entre l'anneau et la plaque étant captés par celle-ci.

ΔC et $\frac{1}{\rho}$ sont mesurés pour les différentes valeurs Δv pour lesquelles I_a et I_p sont représentés dans la figure 2.

Les résultats pour différentes longueurs d'onde sont donnés dans la figure 3. Les courbes sont dissymétriques à cause des électrons formés entre le filament et l'anneau qui pénètrent entre l'anneau et la plaque.

On peut expliquer ces résultats en admettant que des électrons sont associés aux molécules et possèdent par ce fait une période propre de vibrations qui peut être déterminée par les courbes de la figure 1. Si Δv est suffisamment élevée, un grand nombre de ces configurations sont détruites et les électrons se détachent des molécules produisant les effets d'électrons libres.

De même on peut expliquer la grande portée des ondes électriques courtes comprises entre 10 et 40^m de longueur d'onde en admettant que dans la haute atmosphère on trouve des électrons associés aux molécules qui ont la même période propre que celle signalée plus haut.

En calculant le pouvoir réflecteur d'une telle couche ionisée on trouve qu'il est très grand pour des ondes comprises entre 10 et 40^m.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la capture d'électrons par des ions positifs.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. de Broglie.

Dans une Note précédente concernant la capture d'électrons par des ions positifs [1], nous avons montré l'existence de pointes pour la section efficace de recombinaison dans l'état n, l, lorsque l'énergie cinétique W des électrons par rapport aux ions est égale en valeur absolue à l'énergie E_k d'un niveau de Bohr,

$$E_k = \frac{RhZ^2}{k^2}$$

et si, de plus, k est un entier inférieur à l.

Puis nous avons établi que la section efficace totale présente un nombre

[1] J.-L. Destouches, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1438.

fini de pointes ayant lieu pour toutes les valeurs entières de k jusqu'à une certaine borne supérieure k_m qui dépend des conditions expérimentales.

D'autre part, si W tend vers zéro, la section efficace se trouve asymptotiquement proportionnelle à $\frac{1}{W}$.

Ce que maintenant nous désirons souligner, c'est la concordance de notre théorie avec les faits expérimentaux.

Ordre de grandeur des probabilités de capture. — La formule que nous avons appliquée ne permet pas de calculer la section efficace en une pointe, mais nous pouvons l'obtenir pour des valeurs faibles de W en nous servant de la formule asymptotique. Nous pouvons aussi prendre une valeur expérimentale. Pour des électrons de 0,4 volts, Mohler (¹) indique un coefficient de recombinaison α, produit de la section efficace par la vitesse relative des électrons et ions : $\alpha = vq$, une valeur d'environ 2.10^{-10}.

D'après la loi de recombinaison

$$dN^+ = -N^+ N^-_{(W)} \alpha_{(W)} \, dt.$$

Si nous considérons un ion, la probabilité qu'il soit capturé pendant le temps dt est

$$-dN^+ = N^-_{(W)} \alpha_{(W)} \, dt.$$

Dans les expériences de Davis et de Barnes (²) les particules traversaient l'appareil en moins de 4.10^{-8} seconde; la densité d'électrons était au maximum de 10^7 par centimètre cube. Ceci nous donne pour dN^+ une valeur de l'ordre de 10^{-10}. En prenant une densité d'électrons de 10^{12}, on trouve que dN^+ est de l'ordre de 10^{-5}, valeur qui peut être difficilement dépassée, alors que les auteurs précités trouvaient 40 pour 100 environ pour la pointe centrale. Ceci nous explique pourquoi les différents physiciens (³) qui ont vérifié ces expériences ont trouvé des résultats négatifs.

Accord de la théorie et de l'expérience. — Pour obtenir une proportion de captures appréciable, il faut une grosse densité électronique qu'on ne saurait réaliser. Nous avons pensé que, pour des particules traversant un milieu matériel, on pouvait considérer que les captures avaient lieu en pre-

---

(¹) MOHLER, *Rev. of Mod. Phys.*, 1, 1929, p. 217.

(²) BERGEN DAVIS et A. H. BARNES, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 59. — A. H. BARNES, *Phys. Rev.* 35, 1930, p. 217.

(³) CRAVATH, *Phys. Rev.*, 35, 1930, p. 659. — KURTH, *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 374. — WEBSTER, *Nature*, 126, 1930, p. 252. — MARK et WOLF, *Naturwiss.*, 18, 1930, p. 753.

mière approximation comme si les électrons étaient libres et que les atomes présents n'intervenaient pas. Les résultats devront être identiques quel que soit le corps traversé.

S'il en est ainsi, par suite du ralentissement progressif des particules α, lorsque la vitesse relative des particules α et des électrons correspondra à des valeurs de l'énergie cinétique W égales à E_1, E_2, ..., la probabilité de capture se trouvera très grande par rapport aux valeurs qu'elle prend pour des valeurs quelconques de W. La première pointe a lieu pour une énergie E_1 de 54,4 volts, ce qui correspond à une vitesse relative

$$v_1 = 4,4.10^8 \text{ cm/sec.}$$

La vitesse d'émission des particules α pour le radium C est

$$v_0 = 2,06.10^9.$$

On voit que

$$v_1 = 0,21.v_0.$$

Si l'on fait traverser à des rayons α une pellicule solide, parmi les particules α qui, à la sortie, ont une vitesse inférieure à v_1, on doit en trouver un certain nombre qui ont capturé un électron.

Dans le cas où ces rayons traversent un métal, on doit tenir compte de l'agitation thermique du gaz électronique. La vitesse de ces électrons peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et v' approximativement. Cette vitesse v' est donnée par la formule

$$v' = \frac{h}{m}\left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

dans laquelle n est le nombre d'Avogadro divisé par le volume moléculaire soit environ $2,4.10^{22}$. On trouve alors $v' = 1,1.10^8$ cm/sec. Cette vitesse doit se composer avec la vitesse de la particule α pour obtenir la vitesse relative. Il s'ensuit qu'autour de la vitesse v_1 la croissance du pourcentage des captures en fonction de la vitesse des particules α à la sortie de la feuille métallique doit être un peu moins brusque que dans le cas d'une pellicule non métallique. On doit trouver un pied asymptotique. Les premières captures commenceraient à être possibles pour des particules du RaC à une vitesse de $0,27.v_0$.

Ces résultats sont en parfaite concordance avec ceux de Henderson (¹) et de Rutherford (²), qui trouvent des captures pour des rayons α dont la

(¹) G. H. Henderson, *Proc. Roy. Soc.*, A, 102, 1922, p. 496; A, 109, 1925, p. 157.
(²) Rutherford, *Phil. Mag.*, 47, 1924, p. 277.

vitesse, à la sortie de la pellicule traversée, est inférieure à $\frac{v_0}{4}$, quelle que soit la matière traversée.

Pour des rayons H le même phénomène doit se produire, mais la première pointe a lieu pour une énergie cinétique de 13,6 volts, soit une vitesse relative de $2,2.10^8$ cm/sec. Les observations sont très difficiles à faire et Stetter (¹) a juste pu constater qu'une minime proportion de particules H avaient capturé un électron.

Conclusions. — Contrairement à ce que pensait Rutherford, nos résultats montrent que le phénomène de capture d'electrons est le même quelle que soit la vitesse relative des ions et électrons. La formule qui donne la section efficace de recombinaison présente des discontinuités correspondant à des pointes, mais celles-ci ne peuvent être mises directement en évidence comme l'ont cru Davis et Barnes, étant donnée l'impossibilité de réaliser des densités électroniques suffisantes.

Cette formule nous permet d'interpréter les expériences de Henderson et Rutherford sur la capture d'électrons par les particules α et précise qu'elles ne peuvent avoir lieu qu'à la fin du parcours, lorsque la vitesse est inférieure à $4,4.10^8$ cm/sec par rapport aux électrons.

MAGNÉTISME. — *Exploration des pièces ferromagnétiques de révolution par l'emploi des champs tournants.* Note (²) de M. **J. Peltier**.

Poursuivant mes recherches (³) et reprenant l'idée mentionnée déjà dans une Note *Sur la localisation des pailles dans les arbres de machines*, où j'envisageais la possibilité de supprimer le mouvement de rotation des pièces à essayer, à condition de remplacer le champ magnétique ordinaire, fixe, par un champ tournant, j'aboutis aux conclusions et aux résultats suivants :

Au point de vue industriel, il est évident que cette façon de faire peut offrir de sérieux avantages, principalement lorsqu'il s'agit de pièces de dimensions considérables et dont la mise en rotation nécessite l'emploi de tours spéciaux.

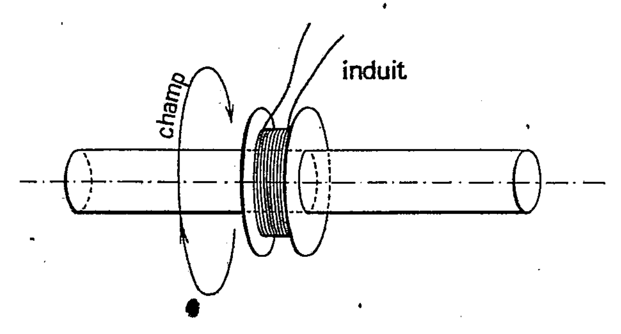
Au point de vue technique, quelques difficultés se présentent : en effet,

(¹) Stetter, *Z. f. Phys.*, **42**, 1927, p. 759.

(²) Séance du 2 février 1931.

(³) Voir *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 701 ; **189**, 1929, p. 845 ; **191**, 1930, p. 1443.

avec l'appareil magnétique utilisé jusqu'ici, la bobine magnétisante a même axe que la bobine induite dont elle est solidaire; donc l'immobilisation de la pièce, ou de l'arbre en acier, à étudier, nécessiterait la mise en rotation de la bobine induite au synchronisme avec le champ magnétique tournant qui viendrait se substituer à l'aimant fixe des expériences précédentes, sinon la rotation du champ produirait un courant induit à peu près



sinusoïdal et assez intense, même dans le cas d'une pièce parfaitement homogène.

C'est à la suite de ces observations que j'ai songé à adopter une nouvelle disposition :

Le champ magnétique tourne toujours dans un plan perpendiculaire à l'axe de la pièce étudiée; mais, la bobine induite est elle-même calée de telle façon que son axe soit confondu avec celui de cette pièce.

Dans ces conditions, si l'axe de rotation du champ tournant est confondu avec l'axe commun de la pièce essayée et de la bobine induite, aucun effet inductif ne peut être perçu, à moins que la symétrie du champ magnétique ne soit troublée en raison d'une imperfection quelconque de la pièce soumise à l'expérience. Si le défaut est relativement localisé, il en résulte des courants brefs à la fréquence de rotation du champ ; si au contraire, le défaut se répartit sur une grande étendue ou même correspond à une imperfection de centrage (cylindre ovalisé, tube coulé avec un noyau légèrement excentré, etc.), les courants induits sont plus modulés, donc moins brefs.

J'ai facilement vérifié cette théorie en réalisant un champ tournant à peu près convenable grâce à trois petites bobines (avec noyaux de fer) alimentées par le courant triphasé fourni par le réseau local à 50 périodes. La symétrie du champ peut être obtenue en modifiant l'intensité dans les bobines, supposées centrées une fois pour toutes autour de la pièce étudiée, soit par l'emploi de résistances extérieures, soit par déplacement partiel des noyaux de fer mentionnés plus haut; mais, l'emploi d'un alter-

nateur polyphasé indépendant serait préférable, n'étant pas sujet aux mêmes perturbations que les phases du réseau. Les courants induits ont été amplifiés en basse fréquence comme précédemment, ce qui permettait de les traduire par des sons dans un haut parleur.

Cette nouvelle disposition me permet d'envisager l'application de la même méthode à des pièces de formes plus complexes, n'admettant plus nécessairement un axe de révolution. Pour cela, il suffirait en effet de réaliser un dispositif double, avec montage différentiel, utilisant deux pièces de même forme, l'une à étudier et l'autre, supposée saine, pour la comparaison.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la dispersion d'énergie intérieure aux termes quadruples et triples* $3sP$, $3pP$, $3pD$, *dans les spectres des éléments* C, N, O, F, *à différents degrés d'ionisation*. Note de M. J. **Gilles**, présentée par M. Cotton.

Les énergies magnétiques, dans un ion, sont intimement liées aux dispersions énergétiques des termes multiples qui résultent de la position et du nombre des électrons optiquement actifs. Dans cet ordre d'idées, des relations ont déjà été établies entre certains termes des spectres homologues NII, OIII, PII et SIII [1]. Il est possible de relier quantitativement entre eux non seulement les écarts de certains termes de même multiplicité, mais aussi les écarts de termes de multiplicités différentes.

J'ai étudié de ce point de vue les spectres de quelques éléments de la première période. Négligeant provisoirement les doublets qui sont incomplètement établis, j'ai tenu compte uniquement des quadruplets et triplets $3s$ et $3p$, établis par différents auteurs. Le tableau suivant donne pour les atomes et les ions considérés, la position et le nombre de leurs électrons, la multiplicité de leurs termes, les sommes des écarts des termes $3pP$ et $3pD_1$, les différences de ces sommes avec celles qui se rapportent aux éléments voisins :

$(1s)^2(2s)^2(2p)^5 3p$.	triplets				*trajectoire* $3p$					**Ne I**
$(1s)^2(2s)^2(2p)^4 3p$.	quadr. [1]								F I (630)	**Ne II**
$(1s)^2(2s)^2(2p)^3 3p$.							O I		F II	**Ne III**
									216	
$(1s)^2(2s)^2(2p)^2 3p$.	quadr.				N I (167,6)	242,2	O II (409,8)	436,7	F III (846,5)	**Ne IV**
					82,8		159,2			
$(1s)^2(2s)^2 2p\ 3p$.	triplets		C I (87,8)	162,6	N II (250,4)	318,6	O III (569)		F IV	**Ne V**
			26,9		45,9					
$(1s)^2 2s\ 2p\ 3p$.	quadr.	B I	C II (114,7)	181,6	N III (296,3)		O IV		F V	**Ne VI**
Nombres atomiques		5.	6.		7.		8.		9.	**10.**

(1) quadr. = quadruplets.

On observe que les sommes des écarts varient dans le même sens, qu'elles croissent de l'ion le moins ionisé à l'ion le plus ionisé. On remarque de plus un certain nombre de régularités : la différence N I — C I = N II — N I (à quelques unités près); de même O II — N II = O III — O II rigoureusement; enfin F I — O II = F III — O II. D'autre part,

$$\text{N II} - \text{N I} = \frac{1}{2}(\text{N II} - \text{C I}), \qquad \text{O III} - \text{O II} = \frac{1}{2}(\text{O III} - \text{N II})$$

et

$$\text{F III} - \text{F I} = \frac{1}{2}(\text{F III} - \text{O II}).$$

On a aussi les trois groupes d'égalités

$$(1) \qquad \text{N I} - \text{C I} = \text{N II} - \text{N I} = \frac{1}{2}(\text{N II} - \text{C I}) = 80 \text{ environ},$$

$$(2) \qquad \text{O II} - \text{N II} = \text{O III} - \text{O II} = \frac{1}{2}(\text{O III} - \text{N II}) = 160 \quad » \quad ,$$

$$(3) \qquad \text{F I} - \text{O II} = \text{F III} - \text{F I} = \frac{1}{2}(\text{F III} - \text{O II}) = 220 \quad » \quad ,$$

dont les deux premier donnent la relation générale

$$\text{N I} - \text{C I} = \text{N II} - \text{N I} = \frac{1}{2}(\text{N II} - \text{C I}) = \frac{1}{2}(\text{O II} - \text{N II}) = \frac{1}{2}(\text{O III} - \text{O II})$$
$$= \frac{1}{4}(\text{O III} - \text{N II}) = 80.$$

De C I à N II, la charge positive du noyau augmente d'une unité; la structure électronique $(1s)^2(2s)^2\,2p\,3p$ restant la même, on a une dispersion énergétique double de celle qu'entraîne, dans le passage de N II à N I, l'addition d'un électron $2p$ à la structure électronique $(1s)^2(2s)^2\,2p\,3p$ de N II. La comparaison des passages de N II à O III et de O III à O II donne lieu à la même remarque, O III ayant même structure électronique que N II avec une charge nucléaire de plus, O II ayant d'autre part un électron $2p$ de plus que O III avec la même charge du noyau.

On voit que ces différentes variations sont multiples de 80, ce qui permet d'énoncer les conclusions suivantes :

1° De la colonne IV à la colonne VI du tableau périodique, la structure $(1s)^2(2s)^2\,2p\,3p$ entraîne une augmentation de la somme des écarts des triplets $3p$ égale successivement à 80×2 (à 2 unités près), puis à 80×4 (à 2 unités près).

2° De la colonne V à la colonne VII, la structure $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^2\,3p$

entraîne une augmentation de la somme des écarts des quadruplets $3p$ égale à 80×3 (à 3 unités près), puis à 80×5 (à 37 unités près).

Les écarts avec la quantité $80 \times 2n$ ou $80 \times (2n+1)$ sont intéressants et traduisent, sans doute, une influence de la charge complexe du noyau. Dans ce cas, on trouverait à peu près la même influence pour les différentes ionisations d'un même élément : il semble que ce soit le cas de N I, de N II, comme de O II O III.

Un tableau analogue au précédent, établi pour la trajectoire $3s$, montre que la variation F III-F I est la même que la variation N III-N I et égale à 36 environ.

Sur le tableau établi pour l'ensemble des trajectoires $3s$ et $3p$, on trouve que la somme des écarts des termes $3s\,^4P$, $3p\,^4P$, $3p\,^4D$ de N III est moitié de celle des termes correspondants $3s\,^3P$, $3p\,^3P$ et $3p\,^3D$ de O III. Comme il a été fait à propos de S III et P II [1], il semble que l'on puisse en déduire que, dans N III, les variations d'énergie des couplages dérivant de $3s$ et $3p$ donnent une dispersion d'énergie intérieure aux termes quadruples dont la somme est *normale* pour l'ensemble des termes.

Les éléments correspondants de la 2e période seront étudiés du même point de vue.

L'ensemble des résultats ainsi obtenus montre définitivement que l'étude des effets optiques du champ magnétique, effets qui paraissent très réguliers dans les différents ions d'un élément comme aussi dans ceux des différents éléments, doit être faite, non plus du point de vue très étroit de la dispersion intérieure à un seul terme, mais du point de vue de la dispersion totale d'un ensemble de termes appartenant au moins à une trajectoire.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la biréfringence du safrol.*

Note de MM. **Pauthenier** et **Bart**, présentée par M. Cotton.

Au cours de mesures relatives à de nombreux diélectriques, Leiser [2] a signalé que la biréfringence rémanente du safrol empêchait toute évaluation. Nous avons repris ces mesures en vue d'une étude particulière de la biréfringence rémanente. Nous n'avons retrouvé ni en champ constant ni en champ alternatif, aucune rémanence appréciable pour le safrol du com-

(1) J. Gilles, *Thèse*, Paris 1930 (à l'impression dans les *Annales de Physique*).
(2) Leiser, *Thèse*, Halle, 1910.

merce, ni pour le safrol soigneusement purifié (point de fusion, 8°,5; point d'ébullition, 232°; indice de réfraction à 15°, 1,543), du moins pour des températures comprises entre 15° et 25°C.

La constante de Kerr trouvée pour le safrol pur est $K = 0,82.10^{-7}$ C.G.S., pour la raie verte du mercure, $\lambda = 5460$ Å.

Pour mesurer K, nous avons utilisé le dispositif optique classique, mais en appliquant directement au safrol le champ alternatif haute tension d'un transformateur de mesure, sans redressement ni stroboscopie. Cette méthode a déjà été signalée par MM. Cotton et Mouton [1].

Supposons, pour fixer les idées, un analyseur simple à extinction. On démontre que le minimum de lumière (c'est-à-dire pratiquement l'extinction pour les petites biréfringences) correspond à une rotation de l'analyseur

$$\alpha = \pi K l E_e^2$$

(E_e, valeur efficace du champ alternatif; l, longueur corrigée du champ traversé par le faisceau lumineux).

Avec un analyseur simple, l'éclairement minimum du champ croît avec E_e; avec un analyseur à pénombre, il en est de même pour la valeur commune de l'éclairement des plages qui correspond au pointé. La sensibilité de la méthode décroît donc quand E_e croît.

Néanmoins les points expérimentaux (α, E_e^2) s'alignent correctement et déterminent la constante K à moins de 1 pour 100 près. Un contrôle a été fait avec le sulfure de carbone.

Il semble d'ailleurs que la méthode puisse être améliorée.

L'étude du graphique (α, E_e^2) dans le cas du safrol montre que dans toutes les conditions expérimentales les points d'aller et retour sont sur la même droite : le phénomène est donc sans hystérésis.

Il serait intéressant d'étudier la biréfringence du safrol à des températures plus basses et en présence de certaines impuretés à l'état de traces.

---

(1) A. Cotton et H. Mouton, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 19, 1910, p. 203.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Remarques sur la structure de la nitrocellulose.* Note [1] de MM. **Desmaroux** et **Mathieu**, présentée par M. G. Urbain.

I. Les faits que nous avons signalés dans notre précédente Note [2] sont intéressants à rapprocher de ceux qu'a observés A. Müller relativement aux paraffines à longues chaînes [3] et U. Hoffmann et Frenzel, au gonflement du graphite et de l'acide graphitique [4]. Nous voyons alors que *rœntgenographiquement se révèlent directement, sans qu'il soit besoin d'aucune détermination cristallographique, les anisotropies de structure.*

Les diagrammes qu'a obtenus Müller montrent directement que les différents plans réticulaires se comportent de manières considérablement différentes vis-à-vis des variations de température. De même nos diagrammes des nitrocelluloses mettent en évidence une grande anisotropie de structure vis-à-vis de l'introduction de groupes nitriques dans la cellulose.

II. Si l'on compare le diagramme de la nitrocellulose à 13,9 pour 100 d'azote à celui qu'on obtient avec la ramie nitrée au maximum de ce que l'on peut obtenir, on constate que le cercle intérieur du diagramme de Debye et Scherrer du nitrocoton correspond aux taches intenses équatoriales les plus près du centre du diagramme de fibre de la nitroramie. Ces taches sont celles notées A_1 par Herzog et Naray-Szabo [5] ou B_1^0 par Naray-Szabo et v. Susich [6].

Ces taches sont évidemment données par *des plans réticulaires ne faisant pas intervenir la période le long de l'axe de fibre.* Et c'est une telle famille de plans dont la distribution reste parfaitement périodique quand on fait varier le taux d'azote; c'est cette même famille qui s'évanouit subitement dès que la nitrocellulose passe à l'état amorphe, en particulier par dissolution.

Une comparaison plus poussée entre le diagramme de fibre et ceux de Debye et Scherrer des nitrocelluloses nous conduirait à attribuer une notation aux cercles dont la netteté est affectée si grandement par la diminution

---

(1) Séance du 2 février 1931.

(2) Desmaroux et Mathieu, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 234.

(3) A. Müller, *Proc. Roy. Soc. London*, 127 (A), 1930, p. 417.

(4) U. Hoffmann et A. Frenzel, *Ber. der deutschen chem. Ges.*, 63, 1930, p. 1248.

(5) R. O. Herzog et St. v. Naray-Szabo, *Z. phys. Chem.*, 130, 1927, p. 616.

(6) St. v. Naray-Szabo et G. v. Susich, *Z. phys. Chem.*, 134, 1928, p. 264.

du taux d'azote mais dont la périodicité correspondante, bien qu'imparfaite, semble persister jusque dans l'état amorphe.

Dans l'état actuel de la question il ne semble pas que l'on puisse considérer comme parfaitement définitive la notation des plans réticulaires donnée par Herzog et Naray-Szabo (1); aussi il nous semble impossible pour l'instant de poursuivre plus loin la comparaison des diagrammes de Debye et Scherrer et des diagrammes de fibres des nitrocelluloses et de préciser davantage ce qui se passe dans les directions de forte anisotropie que la cellulose révèle dans la réaction topochimique qu'est la nitration.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude ébullioscopique des complexes formés par les halogénures de cadmium et les halogénures alcalins correspondants.* Note de Mlle **O. Hun**, présentée par M. G. Urbain.

En vue de compléter l'étude par voie ébullioscopique, faite par M. Bourion et ses collaborateurs (2), des sels doubles formés par les halogénures de cadmium et les halogénures alcalins, j'ai étudié les couples :

$$Cl^2Cd - ClAm, \quad Br^2Cd - BrAm, \quad I^2Cd - INa.$$

Dans ces recherches, on a opéré en présence d'un excès du sel alcalin, en mélangeant un volume $1 - x$ de solution de ce sel A_1 à la concentration $C_1 = 3M$, à un volume x de la solution du sel de cadmium de même anion A_2 à la concentration $C_2 = pC_1$ avec $p < 1$. Les expériences ont été réalisées avec $p = \frac{1}{6}$ et $p = \frac{1}{10}$ pour $Cl^2Cd - ClAm$; $p = \frac{1}{10}$ et $p = \frac{1}{5}$ pour $Br^2Cd - BrAm$ et $p = \frac{1}{8}$ et $p = \frac{1}{4}$ pour $I^2Cd - INa$.

Les courbes, construites en portant les écarts ébullioscopiques en ordonnées et les x en abscisses, permettent de déterminer dans chaque cas la valeur x_m correspondant à l'écart maximum et par suite à la concentration maximum du complexe. Les constantes d'affinité relatives à l'équilibre

$$n_1 A_1 + n_2 A_2 \rightleftharpoons A_1^{n_1} A_2^{n_2}$$

(1) *Loc. cit.*

(2) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 598; *Ann. de Chimie*, 10e série, **10**, 1928, p. 182-355. — E. Rouyer, *Ann. de Chimie*, 10e série, **13**, 1930, p. 423-491. — F. Bourion et O. Hun, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 97.

sont données par l'équation générale

$$k = \frac{C_1^{n_1+n_2-1} p^{n_2-1} [(n_1 p + n_2) x_m - n_2]^{n_1+n_2}}{n_1^{n_2-1} n_2^{n_1-2} (p-1)^{n_1+n_2-1} [n_2 - (n_1+n_2) x_m]} \quad (^1).$$

On a obtenu :

Concentration.		p.	x_m.	k_0.	k_1.	k_1 moyen.
ClAm	3M	1/10	0,540	6,868	0,783	0,796
	3M	1/6	0,510	29,52	0,810	
BrAm	3M	1/10	0,620	0,468	0,217	0,208
	3M	1/5	0,562	3,206	0,199	
INa	3M	1/8	0,657	0,744	0,069	0,0585
	3M	1/4	0,580	1,891	0,048	

Pour k_1, $n_1 = 2$, $n_2 = 1$; pour k_0, $n_1 = n_2 = 1$.

Dans chaque cas, la constance suffisante du paramètre k_1 permet de conclure respectivement à la formation des complexes

$$(Cd\,Cl^4)Am^2, \quad (Cd\,Br^4)Am^2, \quad (Cd\,I^4)Na^2.$$

L'ensemble de ces dernières valeurs de k_1 et de celles obtenues précédemment par MM. Bourion et Rouyer (*loc. cit.*) peut être résumé dans le tableau suivant :

	Chlorures.	Bromures.	Iodures.
K...............	0,605	0,0832	0,006
Am..............	0,796	0,208	0.0576
Na..............	1,12	0,156	0,0585

L'affinité de ces différents complexes croît pour un même alcalin quand on passe du chlorure au bromure et du bromure à l'iodure.

Pour les chlorures et les iodures, la stabilité du complexe décroît quand on va du potassium à l'ammonium et au sodium; pour les bromures, il y a inversion entre le sodium et l'ammonium.

---

(1) P. Job, *Ann. de Chimie*, 10e série, **9**, 1928, p. 113-199.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la lumière sur la floculation des solutions colloïdales en milieu fluorescent. Rôle des antioxygènes.* Note de MM. **Augustin Boutaric** et **Jean Bouchard**, présentée par M. C. Matignon.

I. Nous avons signalé (¹) qu'en milieu fluorescent la floculation d'une solution colloïdale sous l'influence des électrolytes est accélérée parfois dans des proportions considérables par la lumière ou les radiations ultraviolettes. Cependant nous avons constaté des écarts importants suivant la nature de l'électrolyte, et signalé que la photo sensibilisation disparaît presque complètement lorsque l'électrolyte appartient à la catégorie des substances antioxygènes qui, comme l'ont établi F. Perrin et M. Privault, éteignent la fluorescence.

Pour nous rendre compte des liens existant entre l'action photosensibilisatrice que nous avons constatée et la fluorescence du milieu où se produit la floculation, nous avons mesuré, au moyen du fluoromètre imaginé par F. Perrin, le pouvoir fluorescent que prend la quantité de matière fluorescente utilisée pour la floculation quand on la dissout dans un volume d'eau égal au volume de solution colloïdale floculante et en présence d'une quantité d'électrolyte égale à celle utilisée pour provoquer la floculation.

1° A 20^{cm^3} d'une solution colloïdale on ajoute 3^{cm^3} d'une solution de fluorescéine à $2^g,5$ par litre, 17^{cm^3} d'une solution électrolytique de concentration convenable pour que dans l'obscurité la floculation dure 75 minutes, et l'on mesure ensuite la réduction Δt du temps de floculation produite par la lumière ou une irradiation ultraviolette ; 2° à 20^{cm^3} d'eau on ajoute 3^{cm^3} de la solution de fluorescéine, 17^{cm^3} de la solution électrolytique et l'on détermine le pouvoir fluorescent P de la solution ainsi obtenue.

	Δt.		
Électrolytes.	Lumière.	Ultraviolet.	log P.
LiCl; KCl	35 min	63 min	10,0
NH^4Cl	25	60	9,2
KI	20	45	8,1
KCNS	15	45	7,9
K^2SO^4	15	45	7,9
$Na^2S^2O^3$	15	35	7,7
H^2SO^4	0	0	6,5

(¹) A. Boutaric et J. Bouchard, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 95.

Le tableau ci-dessus donne les valeurs de Δt et de $\log P$ (le logarithme du pouvoir fluorescent étant pris égal à 10 en l'absence de tout électrolyte) pour la floculation d'une solution de As^2S^3 (6g p. l.).

Les résultats rassemblés dans ce tableau montrent bien que la réduction Δt de la durée de floculation diminue en même temps que P.

II. Nous avons repris des expériences analogues en provoquant la floculation par un électrolyte dépourvu d'action antioxygène (LiCl), mais en introduisant dans le colloïde une petite quantité (1 pour 1000) d'une substance antioxygène non électrolytique, qui diminue le pouvoir fluorescent de la substance fluorescente. Le tableau suivant donne les valeurs de Δt et de $\log P$ obtenues dans les mêmes conditions que précédemment, la détermination de $\log P$ ayant été faite sur une solution aqueuse de matière fluorescente en présence de LiCl et de la substance antioxygène utilisée.

Substances antioxygènes.	Δt (ultraviolet).	log P.
	min.	
Thymol	60	9,7
Paraphénylène diamine	55	9,3
Crésol	35	8,0
Phénol	30	7,8
Hydroquinone	15	7,3
Tanin	10	7,1

III. Il résulte des expérienees précédentes et d'un grand nombre d'autres, faites avec diverses solutions colloïdales et diverses matières fluorescentes : 1° qu'en présence d'une substance fluorescente, la lumière accélère la floculation des solutions colloïdales par les électrolytes; 2° que pour une matière fluorescente donnée, l'action photosensibilisatrice est liée au pouvoir fluorescent de la matière fluorescente, toute diminution de ce pouvoir fluorescent par la présence de substances antioxygènes entraînant une réduction de l'action photosensibilisatrice.

Diverses matières fluorescentes sont utilisées en thérapeutique et pour combattre certaines maladies cryptogamiques des végétaux. Comme beaucoup d'actions sériques et d'agglutinations microbiennes sont comparables, sur bien des points, à des floculations colloïdales, nos recherches montrent l'importance que peut avoir sur l'efficacité d'un traitement par les substances fluorescentes : 1° l'action d'une lumière intense susceptible d'activer la fluorescence; 2° la présence de substance antioxygène, soit dans le milieu utilisé pour dissoudre ou fixer la matière fluorescente, soit à l'intérieur des tissus où doit se produire leur action.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs spécifiques des solutions de sulfate de sodium.* Note (1) de M. **Maurice Auméras**, transmise par M. Victor Grignard.

La stabilité de l'hydrate $SO^4Na^2, 10 H^2O$ ayant été obtenue par la méthode tensiométrique décrite dans une précédente Note (2), nous nous sommes proposé de déterminer à partir de ce sel, et à la température de 20° C., les chaleurs spécifiques des solutions de sulfate de sodium, depuis des concentrations voisines de la saturation jusqu'aux solutions très diluées.

Nous avons utilisé pour ces expériences un petit thermophore en verre, constitué par un réservoir à mercure de capacité assez forte et convenablement choisie, communiquant avec un tube capillaire à deux renflements, dont le second n'est employé que comme chambre de sûreté. De part et d'autre du premier renflement se trouvent des traits de repère gravés sur le capillaire qui permettent d'apprécier très exactement l'abaissement de la colonne mercurielle.

Notre calorimètre était un vase de Dewar à paroi non argentée, disposé lui-même dans un grand bocal en verre rempli d'eau. La fixité du Dewar était obtenue par un gros bouchon annulaire en liège. On déterminait la capacité calorifique de ce calorimètre par comparaison avec un calorimètre Berthelot.

L'étalonnage du thermophore s'effectuait en évaluant l'élévation de température d'une certaine masse d'eau correspondant à l'abaissement de la colonne mercurielle entre les deux traits de repère. Cette mesure indiquait que l'appareil était capable de restituer au milieu, dans les conditions de l'expérience, 271 petites calories.

Le sel de sodium, rigoureusement cristallisé avec 10 molécules d'eau et maintenu dans cet état d'hydratation durant tout le cours de nos expériences, était pesé rapidement, pour chaque essai, dans un récipient en verre hermétiquement bouché. On préparait ensuite les solutions au titre voulu. Pour chacune de ces solutions, on mesurait l'élévation de température corrélative de l'abaissement du niveau mercuriel entre les deux traits de repère de l'appareil.

---

(1) Séance du 2 février 1931.

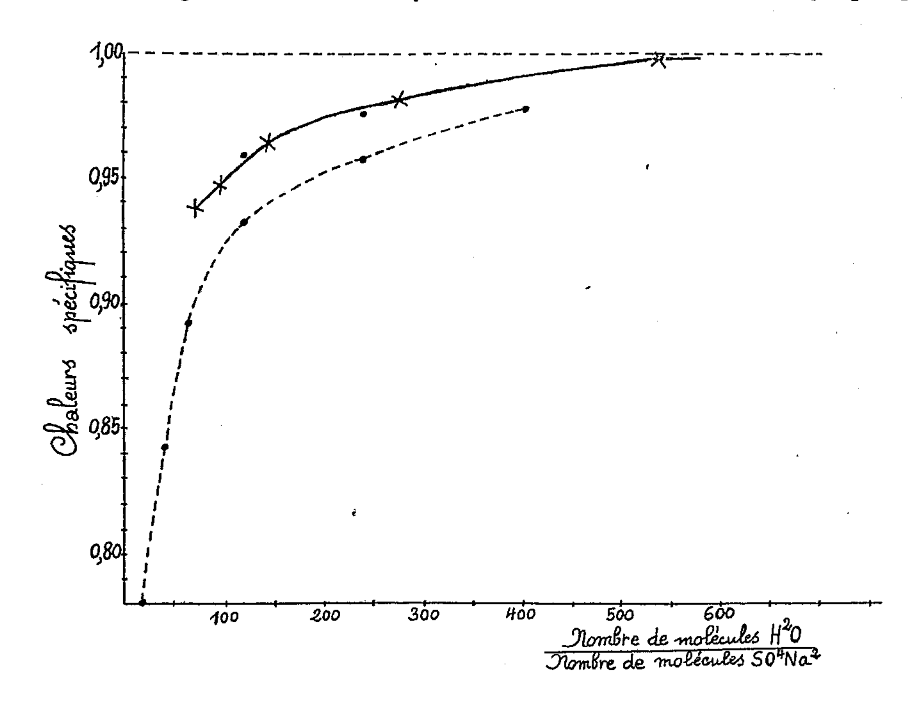
(2) M. Auméras, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 229.

L'opération consistant à plonger le thermophore dans la solution, ou à l'enlever, au moment précis où le mercure arrivait au niveau des index, ne présentait aucune difficulté pratique.

La répétition des mesures donnait, du reste, des résultats parfaitement concordants.

Le thermomètre était un Baudin calorimétrique permettant d'apprécier le centième de degré.

Les valeurs des chaleurs spécifiques, à 20°, ainsi trouvées sont représentées, sur le diagramme suivant, par des croix. Sur ce même graphique,



nous avons figuré par des points les résultats obtenus par d'autres auteurs (¹) pour divers intervalles de température.

Nous voyons, qu'ainsi qu'il était *théoriquement possible de le prévoir*, les valeurs déterminées à partir de l'hydrate rigoureusement cristallisé avec 10 molécules d'eau sont généralement supérieures (²) aux valeurs données par les divers expérimentateurs. L'écart entre les résultats obtenus par notre technique et les autres déterminations, bien que ne pouvant

(¹) LANDOLT, *Physik-Chem. Tabellen*, 1912, p. 764. Springer, Berlin.

(²) Sauf pour deux déterminations qui se placent au voisinage de notre courbe.

pas être attribué *uniquement* aux erreurs commises sur l'état d'hydratation, *diminue toutefois logiquement* à mesure que la dilution de la solution augmente ([1]).

D'une manière générale, nous pensons que la méthode de stabilisation tensiométrique, appuyée sur l'emploi du diagramme : logarithme vulgaire de la pression inverse de la température absolue ([2]), est capable d'apporter plus de rigueur dans un grand nombre de déterminations physico-chimiques, portant sur les hydrates cristallins, susceptibles de s'effleurir ou de devenir déliquescents avec rapidité.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la décomposition du carborandum par un mélange d'acides fluorhydrique et nitrique.* Note de M. **N. Slomnesco** (Extrait).

J'ai obtenu la décomposition du siliciure de carbone (SiC) ou carborandum en traitant ce corps avec de l'acide fluorhydrique concentré mélangé d'un peu d'acide nitrique concentré. Le carborundum employé était extrêmement fin. Il se forme du tétrafluorure de silicium et du gaz carbonique.

La réaction est lente; il faut persévérer environ 15 jours, on voit le dégagement gazeux tant qu'elle n'est pas achevée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides dibenzylsucciniques.* Note de M. **P. Cordier**, présentée par M. A. Béhal.

Nous avons préparé l'acide dibenzylidènesuccinique

$$\begin{array}{l} C^6H^5 - CH = C - COOH \\ | \\ C^6H^5 - CH = C - COOH \end{array}$$

en même temps que l'acide benzylidènesuccinique

$$\begin{array}{l} C^6H^5 - CH = C - COOH \\ | \\ H^2C - COOH, \end{array}$$

en suivant la technique indiquée par Stobbe ([3]).

([1]) L'influence de la température nous empêche de procéder à une comparaison rigoureuse.

([2]) Et, pour des mesures de chaleurs spécifiques des hydrates en solution, sur l'utilisation du thermophore.

([3]) *Berichte der d. ch. Gesells.*, 27, 1894, p. 2406; 37, 1904, p. 2241; 41, 1908, p. 3987 et 4353.

L'hydrogénation par l'amalgame de sodium du premier acide nous a conduit à l'acide dibenzylsuccinique

$$\begin{array}{l} C^6H^5-CH^2-CH-COOH \\ \qquad\qquad\quad\;\, | \\ C^6H^5-CH^2-CH-COOH \end{array}$$

Ce composé a été obtenu par le même processus par Stobbe (1) et cet auteur indique l'obtention de deux isomères : l'un fondant à 203° auquel il attribue la constitution d'un acide inactif par nature, l'autre fondant à 204° et qu'il considère comme un acide racémique.

Il indique de plus que le composé fondant à 203° est susceptible de fournir un anhydride fondant à 104°, tandis que l'acide isomère fondant à 204° donne un anhydride fondant à 155°. Sous l'action de la chaleur l'anhydride inactif donne naissance à un anhydride fondant à 128°, l'anhydride racémique conduisant dans les mêmes conditions à un anhydride fondant à 140°.

Ayant obtenu un acide dibenzylsuccinique dont le point de fusion instantané est 203°, nous avons voulu vérifier que nous avions en main l'acide inactif.

I. Sous l'action modérée de l'anhydride acétique (15 minutes au bain-marie), l'acide obtenu nous a fourni, en effet, un anhydride fondant à 104°.

Nous avons constaté, de plus, que sous l'action plus prononcée de l'anhydride acétique (6 heures à 100°), l'anhydride précédent s'isomérise en un nouvel anhydride fondant à 125°, semblant correspondre à l'anhydride obtenu par Stobbe en chauffant l'anhydride (p. f. 104°) à 180°.

Néanmoins nous avons constaté que, par hydratation, l'anhydride isomère régénère non pas l'acide dibenzylsuccinique générateur, mais un nouvel acide isomère fondant à 172°. Cet acide donnant très facilement sous l'action modérée de l'anhydride acétique à nouveau l'anhydride (p. f. 125°).

Ces deux acides isomères sont inactifs sur la lumière polarisée; examinés en solution alcoolique, ils ne donnent aucune déviation.

II. Dans le but de préciser la constitution des deux acides obtenus, nous avons effectué sur chacun des deux produits un essai de dédoublement en composés actifs.

Nous avons utilisé, à cet effet, le sulfate de strychnine.

Les résultats obtenus nous ont montré que l'acide dibenzylsuccinique (p. f. 203°) n'est pas dédoublable et doit avoir par conséquent, ainsi qu'on le supposait, une structure symétrique.

(1) *Berichte der ch. Gesells.*, **37**, 1904, p. 2666.

Au contraire l'acide isomère (p. f. 172°) nous a fourni deux constituants actifs.

Nous avons utilisé, pour leur séparation, la différence de solubilité des deux sels de strychnine dans l'eau; le sel de strychnine correspondant à l'acide gauche étant très peu soluble, alors que le sel de strychnine correspondant à l'acide droit l'est davantage.

Après plusieurs reprises par l'eau, nous avons obtenu un acide lévogyre accusant un pouvoir rotatoire $\alpha_d = -29°,5$; le composé droit moins pur resté dans les eaux mères, séparé à son tour, a accusé un pouvoir rotatoire droit de $\alpha_d = +22°,8$.

Ces deux acides sont beaucoup plus solubles dans l'eau que le composé racémique, le point de fusion est notablement abaissé, voisin de 130°.

Conclusion. — L'acide dibenzylsuccinique existe bien sous deux formes inactives : l'une symétrique, indédoublable, fondant à 203°; l'anhydride correspondant subit sous l'action de la chaleur une racémisation conduisant à l'anhydride de l'acide racémique fondant à 172°, dédoublable par la strychnine en deux acides actifs.

Il nous a été impossible de retrouver l'anhydride (p. f. 155°) signalé par Stobbé, ni l'acide (p. f. 204°) qui, d'après le même auteur, correspond à cet anhydride.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des halogénures d'éthylmagnésium sur le diéthylcyanacétate d'éthyle.* Note de M. **A. Mavrodin**, présentée par M. Delépine.

J'ai exposé ([1]) les raisons qui m'ont conduit à étudier l'action des dérivés organo-magnésiens sur le diéthylcyanacétate d'éthyle ; dans cette même Note j'ai montré que le bromure de phénylmagnésium laisse intacte la fonction éther-sel de ce corps et réagit exclusivement sur la fonction nitrile.

Le bromure et l'iodure d'éthylmagnésium, au contraire, sont susceptibles de réagir sur les deux groupes fonctionnels : éther-sel et nitrile, du diéthylcyanacétate d'éthyle ; mais il est curieux de constater que ces deux fonctions ne peuvent être attaquées à la fois dans une même molécule. En d'autres termes, *une partie* du diéthylcyanacétate *réagit par sa fonction nitrile*, la

([1]) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1064.

fonction éther-sel restant intacte, tandis que *le reste* du corps mis en œuvre *réagit uniquement par sa fonction éther-sel.*

L'attaque de la fonction nitrile par le magnésien aliphatique s'effectue suivant le processus qui a été décrit pour le bromure de phénylmagnésium; le groupe nitrile est arraché, fournit du cyanure d'éthyle qui réagit sur l'halogénure d'éthylmagnésium et conduit, après hydrolyse, à la diéthylcétone; le reste de la molécule se condense presque complètement sur lui-même et donne, par hydrolyse, l'α-diéthyl-γ-diéthylacétylacétate d'éthyle accompagné d'un peu de diéthylacétate d'éthyle, comme avec le dérivé magnésien aromatique ([1]).

Comme on pouvait s'y attendre, les halogénures d'éthylmagnésium réagissent normalement sur la fonction éther-sel, l'énolisation de celle-ci n'étant plus possible. On obtient donc, puisque la fonction nitrile reste intacte, un nitrile alcool tertiaire : le diéthyl-3.4-hydroxy-4-hexane-nitrile-3

$$CN.C(C^2H^5)^2-C(C^2H^5)^2.OH.$$

Au cours de la réaction, ce corps se dédouble partiellement en diéthylacétonitrile et diéthylcétone; l'excès de réactif magnésien transforme ce dernier produit en triéthylcarbinol

$$NC-\underset{\underset{(C^2H^5)^2}{\|}}{C}-COOC^2H^5+2C^2H^5MgX \rightarrow NC-\underset{\underset{(C^2H^5)^2}{\|}}{C}-\underset{\underset{OMgX}{|}}{C}(C^2H^5)^2,$$

$$NC-\underset{\underset{(C^2H^5)^2}{\|}}{C}-\underset{\underset{OMgX}{|}}{C}=(C^2H^5)^2 = NC-\underset{\underset{(C^2H^5)^2}{\|}}{C}-MgX+\underset{\underset{O}{\|}}{C}(C^2H^5)^2,$$

$$C^2H^5.CO.C^2H^5+C^2H^5.MgX \rightarrow (C^2H^5)^3C.OMgX \rightarrow (C^2H^5)^3COH.$$

Le bromure et l'iodure d'éthylmagnésium réagissent sensiblement de même façon sur le diéthylcyanacétate d'éthyle. Les produits isolés dans les condensations sont : la diéthylcétone, le diéthylacétonitrile, le triéthylcarbinol, le diéthylacétate d'éthyle, l'α-diéthyl-γ-diéthylacétylacétate d'éthyle et le diéthyl-3.4-hydroxy-4-hexane-nitrile-3, les proportions relatives de ces divers corps variant suivant le réactif employé et la température de réaction (effectuée au sein de l'éther anhydre, du benzène ou du toluène).

Ces divers produits, sauf la diéthylcétone bouillant à 100°, aisément identifiée par sa semicarbazone, ne peuvent être séparés par distillation fractionnée et j'ai dû caractériser chacun d'eux en soumettant le mélange

(1) Pour la suite des réactions se reporter à la précédente Note (*loc. cit.*).

qui les contient à des traitements appropriés. L'éther diéthylacétique, le diéthylacétonitrile et le triéthylcarbinol constituent un mélange liquide bouillant de 135° à 160°. Les deux premiers de ces corps sont identifiés par saponification; la saponification ménagée transforme le diéthylacétonitrile en diéthylacétamide, F. 107°. Pour le triéthylcarbinol, j'en ai préparé l'*allophanate* fondant à 182-183°, qui n'avait pas encore été décrit, en soumettant la fraction 135-160° à l'action de l'acide cyanique, suivant les indications de M. Béhal ([1]). Le tétraéthylacétylacétate d'éthyle et le nitrile alcool tertiaire forment une fraction passant à 130-140° sous 15^{mm}. Les dosages d'azote et d'hydroxyle (Zerewitinoff) effectués sur cette portion permettent de déterminer les proportions relatives de ces corps. Par ébullition prolongée du mélange liquide avec la potasse alcoolique, le nitrile alcool tertiaire est hydrolysé en diéthylcétone et diéthylacétamide, et l'éther β-cétonique transformé en tétraéthylacétone symétrique, comme je l'ai indiqué précédemment. D'autre part l'action du chlorure de thionyle sur ce même mélange liquide (130-140° sous 15^{mm}) provoque la déshydratation du nitrile alcool tertiaire et laisse intact l'éther β-cétonique; après deux rectifications on obtient le *diéthyl*-3.4-*hexène*-2-*nitrile*-4, pur, bouillant à 105° sous 16^{mm}. Enfin la méthode de Tchelinjeff ([2]) et Mlle Nazarof, appliquée au mélange bouillant à 130-140° sous 15^{mm}, permet de séparer, avec un très mauvais rendement, le *diéthyl*-3.4-*hydroxy*-4-*hexane nitrile*-3, à peu près pur, bouillant à 132-133° sous 20^{mm}.

En somme l'étude des condensations des dérivés organomagnésiens avec le diéthylcyanacétate d'éthyle confirme l'hypothèse d'une énolisation de la fonction éther-sel du cyanacétate et de l'éthylcyanacétate d'éthyle ([3]), sous l'influence des réactifs de Grignard. La grande complexité de la réaction de l'éther diéthylcyanacétique avec les dérivés organomagnésiens doit être attribuée à la présence, dans la molécule, d'un carbone tétrasubstitué qui confère à cette molécule une inertie et une fragilité particulières.

([1]) *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 945.
([2]) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 805.
([3]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1504.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Digitaline de Nativelle et digitoxine.* Note de M. V. **Hasenfratz**, présentée par M. R. Fosse.

C'est à Nativelle que revient l'honneur d'avoir extrait à l'état cristallisé le plus important des principes actifs contenus dans les feuilles du *Digitalis purpurea*. Quelques années plus tard, Schmiedeberg isola de ces feuilles, par une autre méthode, un produit cristallisé, la digitoxine qui, pour lui, était différente de la digitaline de Nativelle. L'étude chimique de la digitoxine de Schmiedeberg fut poursuivie notamment par Kiliani, Cloetta et enfin par Windaus. En conclusion de ces travaux, diverses formules furent attribuées à la digitoxine : nous retiendrons celles qui furent proposées par Cloetta (¹), en 1920, $C^{34}H^{70}O^{14}$ et en 1928 par Windaus et Stein (²) $C^{41}H^{64}O^{13}$. Soumise à l'hydrolyse chlorhydrique, la digitoxine se scinde en un sucre réducteur, le digitoxose $C^6H^{12}O^4$ et en une génine, la digitoxigénine de formule $C^{24}H^{36}O^4$ selon Cloetta, $C^{23}H^{34}O^4$ selon Windaus et Stein. D'après ceux-ci, l'hydrolyse de la digitoxine serait représentée par l'équation :

$$C^{41}H^{64}O^{13} + 3H^2O = C^{23}H^{34}O^4 + 3C^6H^{12}O^4.$$

Peu de recherches furent effectuées sur la digitaline de Nativelle; citons toutefois un travail d'Arnaud (³) qui considère cette substance comme une espèce chimique définie et lui assigne la formule $C^{31}H^{50}O^{10}$. En présence de ces faits on pouvait avoir quelque doute sur l'identité de la digitaline de Nativelle et de la digitoxine de Schmiedeberg, doute fortifié par les différences d'action physiologique signalées par divers expérimentateurs.

Cependant, en 1929, Raymond-Hamet (⁴) constata que la digitoxine pure préparée par Cloetta et la digitaline de Nativelle possédaient la même toxicité. Cette observation nous a conduit à reprendre l'étude chimique de la digitaline et à déterminer, par la méthode de Pregl, la composition centésimale de cette substance et celle de ses produits d'hydrolyse. Le Laboratoire Nativelle a bien voulu, sur ma demande, me donner la digitaline de Nativelle nécessaire à ces recherches.

Cette digitaline était très pure, ainsi que je m'en suis assuré. Cristallisée dans l'alcool faible, elle se présente en lamelles rectangulaires, longues et

(¹) Cloetta, *Archiv. für exp. Path. und Pharm.*, 88, 1920, p. 112.
(²) Windaus und Stein, *Ber. der deuts. chem. Gesell.*, 61, 1928, p. 2437.
(³) Arnaud, *Comptes rendus*, 109, 1889, p. 679 et 701.
(⁴) Raymond-Hamet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 461.

étroites, transparentes. Chauffée dans un tube capillaire, elle fond à une température variable avec la durée du chauffage ; le point de fusion instantanée, déterminé au bloc Maquenne est de 263° (252° d'après Cloetta).

Hydrolyse de la digitaline de Nativelle : a. Génine. — A une solution froide de 5^g de digitaline dans 125^{cm^3} d'alcool à 95°, on ajoute 15^{cm^3} d'acide chlorhydrique concentré et 10^{cm^3} d'eau. Après 24 heures de repos, on verse le liquide dans 240^{cm^3} d'eau : la génine précipite à l'état cristallin. Le produit recueilli est dissous à chaud dans la plus petite quantité possible d'alcool à 95° ; la solution, étendue du cinquième de son volume d'eau, laisse déposer lentement de gros cristaux de génine : prismes incolores, transparents pouvant atteindre 8^{mm} de long, 2^{mm} de large et 1^{mm} d'épaisseur. Ils fondent au bloc Maquenne à 256° (246° d'après Cloetta, 250° d'après Windaus et Stein). Cette génine, en solution méthylique, est dextrogyre : $[\alpha]_D^{23°} = +18°,5$ ($[\alpha]_D^{17} = +19°,1$ d'après W. et St.).

b. Digitoxose. — Le liquide hydro-alcoolique, au sein duquel s'est précipitée la génine, est agité avec du chloroforme afin d'extraire la petite quantité de génine restant en dissolution, puis traité par l'oxyde d'argent pour éliminer ClH. Après séparation du chlorure d'argent, la liqueur est concentrée dans le vide. On obtient un sirop incolore auquel on ajoute un peu d'alcool méthylique et d'éther acétique. Par évaporation lente de la solution il se forme des cristaux prismatiques incolores. Recueillis et pressés entre des doubles de papier, ils fondent à 109°. La composition centésimale de ce corps, déterminée par la méthode de Pregl est en accord avec celle du digitoxose. (Trouvé : C % 48,51, 48,60, H % 8,11, 8,37. Calculé pour $C^6H^{12}O^4$: C % 48,62, H % 8,16.)

On voit donc que la digitaline de Nativelle, comme la digitoxine, se scinde par hydrolyse en une génine et en digitoxose.

Le tableau ci-dessous mentionne les résultats des analyses de la digitaline de Nativelle et de sa génine et ceux qui découlent des formules attribuées à la digitoxine et à la digitoxigénine.

	Digitaline de Nativelle. — Trouvé (Méthode de Pregl).		Digitoxine. — Calculé pour $C^{44}H^{70}O^{14}$ (Cloetta).		Digitoxine. — Calculé pour $C^{41}H^{64}O^{13}$ (Windaus et Stein).	
	C %.	H %.	C %.	H %.	C %.	H %.
I......	64,13	8,48	64,19	8,58	64,35	8,44
II.....	64,16	8,44				
III....	64,20	8,58				

	Génine de la digitaline de N.		Digitoxigénine. Calculé pour			
			$C^{24}H^{36}O^{4}$ (Cloetta).		$C^{23}H^{34}O^{4}$ (Windaus et Stein).	
	C %.	H %.	C %.	H %.	C %.	H %.
I......	73,75	9,22	74,18	9,34	73,75	9,15
II.....	73,55	9,16				
III....	73,63	9,27				

Les nombres trouvés pour la génine de la digitaline sont en parfait accord avec ceux exigés par la formule $C^{23}H^{34}O^{4}$ que Windaus et Stein ont proposée pour la digitoxigénine. La digitaline de Nativelle doit être représentée par la formule $C^{41}H^{64}O^{13}$ que ces savants ont adoptée récemment pour la digitoxine.

L'étude comparée de la digitaline de Nativelle et de la digitoxine, au double point de vue physiologique et chimique, conduit à admettre que ces deux dénominations s'appliquent à une même espèce chimique définie.

GÉOLOGIE. — *Notes stratigraphiques sur le Rif méridional (région de Moulay Bou Chta).* Note de M. **Jean Lacoste**, transmise par M. L. Cayeux.

Pour le levé au 1/100000ᵉ de la région de Moulay Bou Chta qui fait suite, au Nord à la région de Fez décrite par M. Daguin, j'ai étudié la portion du Rif méridional comprise, d'Ouest en Est, entre Ouezzan et Boured.

Au Nord, la feuille de Moulay Bou Chta est traversée par la frontière de la zone espagnole où j'ai pu cependant, grâce à l'aimable autorisation des autorités espagnoles, prolonger en partie mes levés.

La série des formations géologiques débute par des terrains paléozoïques, gneiss, schistes à séricite, en affleurements très localisés, dans les régions méridionales de la feuille, de part et d'autre de l'Ouergha.

Le Trias est représenté par des sédiments variés composant le faciès souvent décrit en Afrique du Nord : marnes bariolées, gypse, sel, cargneules, ophites, roches de divers âges emballées dans la masse, et marnes grises dont il est toujours difficile de dire si elles sont triasiques ou appartiennent à des terrains ayant subi des changements de nature au contact du Trias. Toutefois, le Trias du Rif méridional se distingue de celui du Prérif

par une moins grande abondance de marnes bariolées et gypse et une plus forte proportion de cargneules, dolomies, brèches de sel.

L'ensemble peut être assimilé au Keuper.

Dans la série des marnes et calcaires marneux liasiques, le Domérien est jusqu'ici l'étage le plus ancien qui puisse être daté : *Amaltheus margaritatus*, *Lytoceras gr. fimbriatum* (Sidi Redouane). Avec le Lias supérieur apparaît le faciès Ammonitico-rosso. La faune toarcienne est particulièrement riche : *Hildoceras bifrons* et *H. Levisoni* (abondants), *Harpoceras bicarinatum*, *Cœloceras Raquinianum*, *Haugia variabilis*, *Pseudogrammoceras fallaciosum*, etc.

L'Aalénien et le Bajocien ne fournissent que d'assez rares espèces, mais caractéristiques : *Pleydellia aalense*, *Sphæroceras Humphriesianum* (Amergou, Arechko).

Des calcaires gris, souvent dolomitiques, formant les massifs les plus importants de la région, représentent probablement toute la série jurassigue. Je n'y ai pu identifier que l'Argovien à *Sowerbyceras tortisulcatum* et *Simoceras*, en un seul point. Le Tithonique, ainsi que le Berriasien et le Valanginien ont été précédemment signalés entre Sebou et Ouergha.

J'ai pu compléter ces premiers renseignements sur le Crétacé rifain en signalant la présence des différents étages du Crétacé inférieur jusqu'au Vraconien inclusivement. Il faut, à mon avis, rapporter en grande partie au Crétacé les marnes schisteuses et le flysch qui couvrent de si vastes espaces entre l'Ouergha et la haute chaîne calcaire du Rif. L'Éocrétacé, et particulièrement le Valanginien et le Barrêmien donnent des faunes abondantes dont j'ai indiqué les principaux représentants. Dans ces faciès schisteux à pyriteux, on remarque une forte proportion de *Phylloceras* et *Lytoceras*. Le Vraconnien a un faciès tout différent : marno-calcaires blancs et verdâtres, sans pyriteux. Les calcaires blancs, qui, en cette région, terminent la série des sédiments crétacés, représentent peut-être une partie du Crétacé supérieur sans qu'il soit possible jusqu'ici de l'affirmer.

Le Nummulitique, dans la zone méridionale, a les mêmes caractères que celui du Prérif décrit par M. Daguin. Aucun fossile éocène ne m'a permis de dater les étages inférieurs au Lutétien. Celui-ci est largement représenté par les marnes blanches à lits de silex qui admettent aussi parfois des bancs de calcaire-gréseux où se trouve en grande abondance *Nummulites atacicus*.

Ce faciès se poursuit dans l'Éocène supérieur, avec niveaux gréseux plus nombreux dans des marnes grises et gris jaunâtre. C'est déjà le faciès flysch avec bancs très riches en petites *Nummulites*.

A l'Oligocène appartiennent des calcaires à mouches d'argile verte et *Lepidocyclina* et des grès récifaux.

L'Aquitanien n'a pas été découvert dans cette région. Continental dans les rides prérifaines, il correspond peut-être ici aux conglomérats qui parfois terminent la série nummulitique.

La mollase burdigalienne est localisée aux abords de l'Ouergha dans un chenal d'où est sortie par la suite la transgression miocène.

Elle forme des crêtes rocheuses et curieusement déchiquetées où abondent les Pectens : *P. Benedictus* et *P. Josslingi*. Il existe à la base un beau niveau à *Balanus*.

Quand les sédiments argileux du Vindobonien reposent directement sur le Nummulitique ou le Crétacé, on trouve au contact un banc à *Lithothamnium* avec *Clypeaster* et *Turritella* auquel succèdent en alternance parfois très régulière des lits de marnes bleues et de bancs gréseux à *Ostrea crassissima*. La présence de ces niveaux sableux et gréseux forme le caractère du Vindobonien de cette région.

Les grès prennent toute leur puissance au nord de l'Ouergha où ils déterminent les escarpements en falaise du pays des Beni-Zeroual (Beni Ider 770^{m}) qui portent nos postes-frontière.

Les ensembles fauniques ne permettent que difficilement les distinctions en Helvétien et Tortonien. *Amussium denudatum* et *cristatum*, *Arca diluviana*, *Schizaster Speciosus* et les Dentales sont, en cette région, les représentants les plus fréquents du Vindobonien. Il convient de signaler l'abondance de foraminifères en parfait état de conservation (Lagenidés, Buliminidés, Rotalidès, Globigérinidès).

Le cycle miocène prend fin par un épisode régressif avec séries sableuses, gréseuses, et conglomérats. Ces sédiments sont importants dans le chenal, où a débuté la transgression miocène. Il est probable qu'ils correspondent au Sahélien, bien que les arguments paléontologiques ne permettent pas encore de faire cette assimilation avec certitude.

Enfin la série stratigraphique se termine par des cailloutis pliocènes localisés dans la région du confluent Sebou-Ouergha. Ils représentent un équivalent de la formation atlantique si développée dans le Gharb où M. Bourcart lui attribue un âge pliocène supérieur, et se relient à la zone de cailloutis que M. Daguin a figurée chez les Hedjaouas, au nord du Sebou.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Remarques sur la répartition du cytome au moment de la formation des zoospores.* Note de M. BOGDAN VARITCHAK, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les hyphes des Saprolégniées sont parasitées par différentes espèces de Champignons primitifs appartenant principalement aux genres suivants : *Olpidium* Schröter, *Olpidiopsis* (Cornu) Fischer, *Pseudolpidium* Fischer et *Pseudolpidiopsis* v. Minden dont le tableau suivant résume les caractères distinctifs (¹) :

	Zoospores	
	à un cil (*Olpidiaceæ*).	à deux cils (*Woroninaceæ*).
Spore immobile..................	*Olpidium*	*Pseudolpidium*
Spore immobile à cellule adjacente...	*Pseudolpidiopsis*	*Olpidiopsis*

Comme nous n'avons pas trouvé de zoosporanges arrivés à leur complète maturité, nous n'avons pu déterminer cette espèce d'une manière plus précise. Du reste les zoosporanges chez les espèces de ces quatre genres se ressemblent beaucoup et nous supposons que l'évolution de noyaux, comme aussi celle du cytome, doit être partout la même.

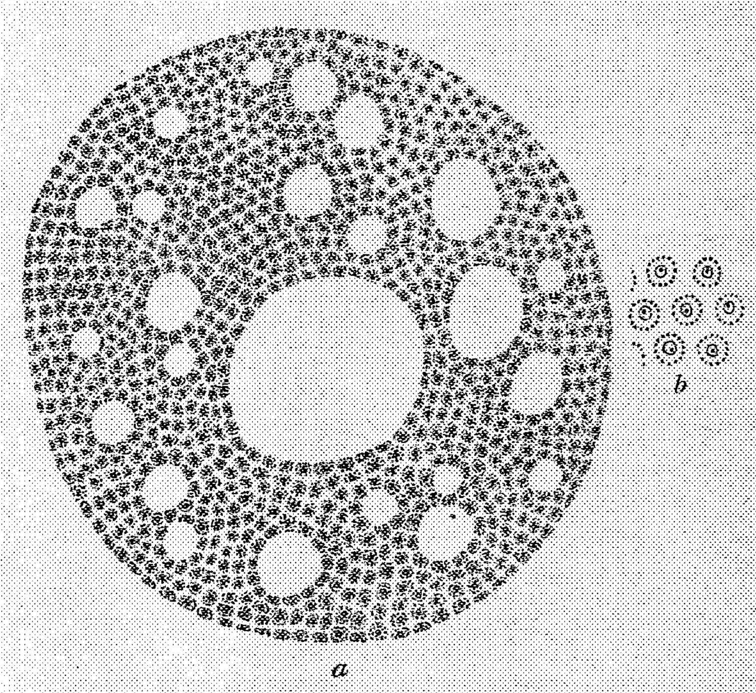
Les hyphes du *Saprolegnia* attaquées par les zoospores du parasite se renflent à leur extrémité et chacune forme une boule qui grossit au fur et à mesure que le parasite se développe. L'hyphe ainsi attaquée peut contenir dans son renflement un ou plusieurs individus qui se présentent sous la forme d'une masse ovale et dont les limites sont bien marquées. Ensuite, ils deviennent de plus en plus grands et finalement sphériques, elliptiques ou légèrement ovoïdes. Pendant ce temps, les vacuoles deviennent très grandes et on les remarque nettement sous le microscope. Le zoosporange, une fois mûr, forme un tube qui perce la membrane du *Saprolegnia* et laisse échapper les zoospores.

Dans les jeunes individus, le cytome ou chondriome est très abondant. Plus tard les éléments de cette formation sont irrégulièrement disséminés dans le protoplasma. Au stade initial de la formation des zoospores, on trouve les sphérosomes répartis régulièrement autour des noyaux (voir la

(¹) Consulter H. M. FITZPATRICK, *The lower Fungi* (*Phycomycètes*), New-York-London, 1930.

figure). C'est ainsi que le cytome se transmettra aux futures zoospores et par conséquent aux individus qui en proviendront.

En résumé, le stade caractéristique que nous avons constaté et décrit, rappelle singulièrement ce qu'on a trouvé chez les Péronosporées (¹). Dans



a, répartition régulière du cytome au début de la formation des zoospores; *b*, une partie du zoosporange vu à un plus fort grossissement.

les deux cas, cette répartition caractéristique de sphérosomes autour des noyaux précède immédiatement la formation des zoospores. Nous croyons que cette constatation est susceptible d'être généralisée et nous pensons qu'on doit retrouver ce stade chez tous les Champignons inférieurs qui forment des zoospores.

(¹) P.-A. Dangeard et Kin Chou-Tsang, *Recherches sur les formations cellulaires contenues dans le cytoplasme des Péronosporées* (*Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1256, et *Le Botaniste*, 21ᵉ série, 1929, p. 31).

CHIMIE VÉGÉTALE. — *L'huile de* Wrightia annamensis *Dubard et Eberhardt, huile semblable à l'huile de ricin.* Note de M. **L. Margaillan**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'huile de ricin a, parmi les corps gras végétaux, une physionomie toute particulière avec sa solubilité dans l'alcool, son indice d'acétyle élevé, sa densité et sa viscosité également supérieures aux valeurs moyennes que l'on rencontre dans cette classe de corps.

On ne connaissait pas jusqu'ici d'autre huile naturelle qui pût lui être vraiment comparée.

Nous en avons trouvé une dans les graines de *Wrightia annamensis* Dubard et Eberhardt, récoltées au Tonkin sous le nom de graines de « cay thu muc ». Ces *Wrightia* appartiennent à la famille des apocynacées, donc à une famille très différente des euphorbiacées.

Les graines ont pour composition :

	Pour 100.
Humidité	5,8
Matières grasses (éther de pétrole)	36,1
Matières azotées	29,1
Matières cellulosiques	5,1
Cendres	4,3
Extractif non azoté	19,6

Les cendres sont très riches en alumine (50,6 pour 100) et en silice (19,1), riches en potasse (10,7) et en acide phosphorique (P^2O^5 : 11,2), presque dépourvues de chaux et de magnésie comme le terrain où ces graines ont été récoltées.

L'huile obtenue, quel que soit le solvant employé, est rouge grenadine foncée.

Elle est soluble en toutes proportions dans l'alcool à 95 pour 100, caractère jusqu'ici exclusif de l'huile de ricin.

Sa masse spécifique à 25° est	$d_{20} = 0,966$
Son coefficient de viscosité C. G. S. à 20° est	$\eta_{20} = 6,76$
Son pouvoir réfringent à 20°,	$n_D = 1,480$
Point d'inflammabilité (creuset ouvert)	279° C.
Point d'inflammation	320°
Pouvoir calorifique à la bombe	8720 cal-gr

Indice de saponification	184
Acidité oléique	2,7 %
Indice d'iode (Hübl)	85
Indice d'acétyle	127
Insaponifiable	1 %
Pas trace de siccativité en plusieurs mois	

Au simple examen de ce tableau, on est frappé par les valeurs élevées de l'indice d'acétyle, de la densité, du coefficient de viscosité, qui apparentent nettement cette huile avec l'huile de ricin comme sa solubilité dans l'alcool.

Nous avons étudié en détail la variation de η_θ, coefficient de viscosité, en fonction de la température. La courbe obtenue est tout à fait voisine de celle de l'huile de ricin. Voici quelques valeurs :

	Huile de Wrightia.		Huile de ricin.	
θ.	η_θ.	$\eta_\theta : \eta_{\theta'}$.	η_θ.	$\eta_\theta : \eta_{\theta'}$.
20°	6,76	3,98	8,36	3,76
40	1,70	2,82	2,24	3,16
60	0,605	2,19	0,708	2,40
80	0,275	1,87	0,295	1,78
100	0,148		0,166	

La parenté des deux huiles acétylées est absolue.

L'huile de Wrightia se sulfure, se polymérise comme l'huile de ricin, elle donne avec le chlorure de soufre des factices de même terme. Les savons de Wrightia ont les mêmes propriétés que les savons de ricin.

Une différence toutefois est à signaler : l'huile de Wrightia est plus soluble que l'huile de ricin dans l'éther de pétrole léger, ce qui en complique un peu l'étude chimique.

A ce sujet nous dirons ici que nous avons, parmi les acides gras de l'huile de Wrightia, caractérisé comme constituant principal un acide oxyoléique, probablement identique à l'acide ricinoléique : l'huile donne par traitement à la potasse fondue de l'acide azélaïque et de l'alcool octylique dont l'odeur est caractéristique (Vizun et Guillot).

Enfin, par une série de cristallisations fractionnées des sels de baryum et par fractionnement des acides gras soumis au refroidissement, nous avons pu mettre en évidence l'existence probable à faible dose dans les constituants de cette huile d'un acide oxylinoléique, acide alcool présentant deux liaisons éthyléniques.

ZOOLOGIE. — *Anatomie comparée de l'intestin moyen céphalo-thoracique chez les Araignées vraies.* Note de M. J. **Millot**, présentée par M. M. Caullery.

L'intestin moyen comprend, chez les Araignées, deux parties anatomiquement distinctes, l'une céphalo-thoracique, et l'autre, abdominale, toutes deux caractérisées par leur tendance à former des diverticules. Mais, alors que les diverticules de l'abdomen, très nombreux, très ramifiés et intriqués les uns dans les autres, se prêtent mal à une étude exacte, ceux du céphalothorax, par suite de leur nombre limité, de leurs rapports fixes et précis, et, dans la plupart des cas, de leur disposition assez simple, forment un organe facile à décrire, dont l'analyse se révèle d'un réel intérêt.

Les auteurs qui s'étaient jusqu'ici occupés de l'intestin céphalo-thoracique n'avaient étudié qu'un nombre très restreint d'espèces, et avaient admis que la topographie des diverticules était constante, à quelques détails près, chez toutes les Araignées vraies. Mes recherches, portant sur un matériel très étendu (il comprend des représentants de presque toutes les familles existant dans notre pays) m'ont conduit à des conclusions opposées et à la notion que l'importance et la disposition des diverticules, invariables pour une espèce et le plus souvent pour un genre donnés, sont susceptibles de se modifier de façon très remarquable d'une famille à l'autre.

J'ai été amené à distinguer, sous une forme d'ailleurs schématique, quatre types principaux d'intestin.

1° Type simple (*fig.* I), réalisé chez les Dysdérides, les Sicariides, les Pholcides et chez certains Théridiides; l'intestin moyen y est réduit, dans le céphalo-thorax, au tube médian et à deux courtes poches qui en sont issues.

2° Type intermédiaire (*fig.* II), réalisé chez les Dictynides et chez la plupart des Théridiides; les poches, considérablement allongées, présentent des étranglements plus ou moins nets (très peu marqués sur la figure) tendant à les subdiviser en poches secondaires.

3° Type classique (*fig.* III), le seul décrit jusqu'à présent et d'ailleurs réalisé dans la plupart des familles. Il est caractérisé par l'existence de cinq paires de diverticules plus ou moins nettement individualisées, une paire antérieure (A), et quatre paires latérales (1, 2, 3, 4) dont chacune des branches se termine dans l'article basal de la patte correspondante.

4° Type complexe, dans lequel certaines paires de diverticules subissent une hypertrophie considérable : celle-ci porte tantôt sur la paire antérieure (Salticides), qui va alors se terminer dans le front, entre les yeux, tantôt sur les paires latérales (Epeirides, Erésides), qui s'anastomosent entre elles (*fig.* IV) et présentent des replis inférieurs parfois très développés (non représentés sur la figure).

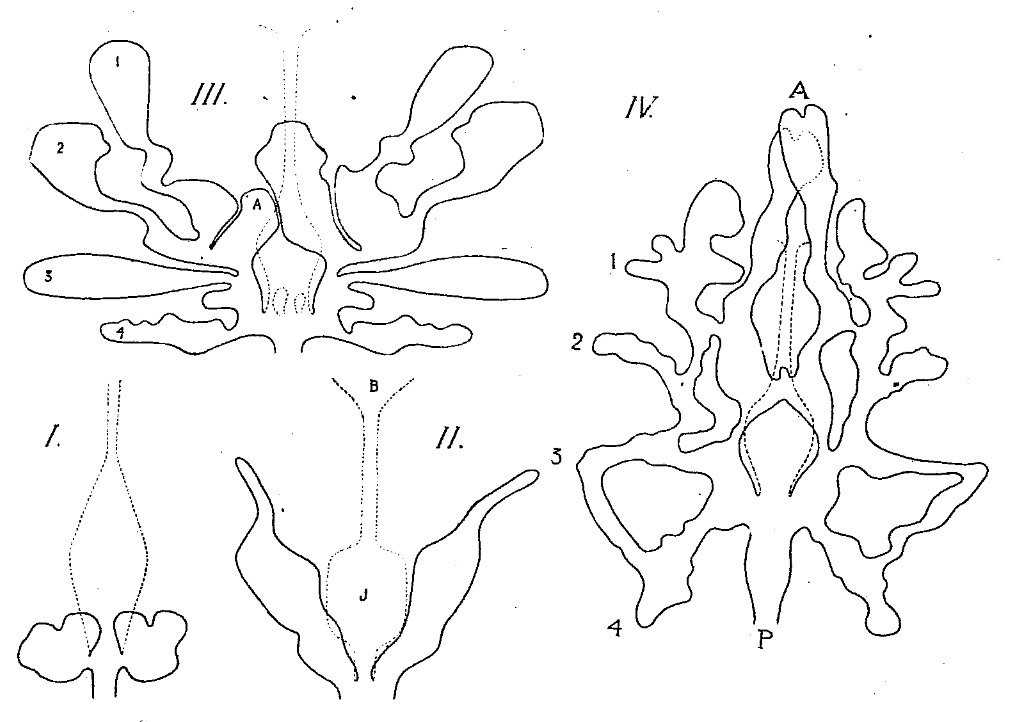


Fig. I. *Physocyclus Simoni* Berland. — Fig. II. *Theridion ovatum* Cl. — Fig. III. *Olios spongitarsis* Duf. — Fig. IV. *Tetragnatha exténsa* L. L'intestin antérieur est indiqué en pointillé, l'intestin moyen en traits pleins. B, bouche; J, jabot aspirateur; P, pédicule; A, diverticule antérieur; 1, 2, 3, 4, diverticules latéraux.

Ces quatre types sont rattachés les uns aux autres par diverses formes de transition, si bien que toutes les dispositions observées peuvent être groupées, par ordre de complication croissante, en une série presque continue. L'existence de telles variations, la possibilité d'une telle sériation, sont déjà remarquables en elles-mêmes, du fait qu'elles concernent un organe physiologiquement très important et un groupe aussi homogène que celui des Aranéides. Mais l'intérêt de notre étude nous paraît surtout consister dans la possibilité qu'elle offre de préciser les rapports existant entre les diverses familles : ainsi le fait que, chez les Théridiides, on trouve, à côté

de genres où l'intestin est très voisin de celui des Pholcides, d'autres genres où il est très semblable à celui des Linyphiides, d'autres encore où se rencontrent des formes intermédiaires, constitue un argument important en faveur de la parenté de ces trois familles. Naturellement, l'étude de l'intestin céphalo-thoracique, pas plus que celle d'aucun autre organe, ne saurait permettre, à elle seule, de rapprocher ou d'éloigner deux groupes, mais elle apporte à ce sujet des documents d'une indéniable valeur. A une époque où le champ de la morphologie externe est si bien exploré qu'il est près de cesser de fournir au biologiste et au systématicien des données nouvelles qui soient significatives, c'est à des recherches étendues et comparatives portant sur l'organisation interne que l'on doit désormais demander, semble-t-il, de nous aider à mieux connaître les affinités entre les familles et à mieux poser les problèmes de phylogénie.

PHYSIOLOGIE. — *Le rapport des chronaxies des antagonistes dans la narcose par compression du cerveau.* Note de MM. **A.-B. Chauchard** et **S. Kajiwara**, présentée par M. Lapicque.

Voulant étudier l'action de l'alcool sur les chronaxies périphériques, nous avons pensé qu'il importait d'éviter l'usage des anesthésiques pendant les expériences, ces substances étant susceptibles, comme l'ont montré L. et M. Lapicque pour l'éther (¹) de modifier ces chronaxies, et nous avons endormi nos animaux par compression du cerveau (²).

Un chien est fixé sur le ventre, les membres en extension, la tête solidement maintenue. On trépane au vertex et l'on comprime avec toutes les précautions nécessaires, jusqu'au sommeil complet. Suivant la technique déjà décrite on pratique une boutonnière cutanée et aponévrotique, par laquelle on glisse dans la loge du fléchisseur commun et dans celle de l'extenseur des orteils une cathode que l'on pousse jusqu'au point de pénétration des fibres nerveuses dans le muscle; dans le rectum est placée une anode indifférente, et, en série sur le sujet, une résistance de 7000 ohms. On mesure successivement la chronaxie des fléchisseurs et celle des extenseurs par la méthode des condensateurs d'abord pendant la compression, ensuite après la décompression.

(¹) *C. R. Soc. de Biol.*, 99, 1928, p. 1930.
(²) *C. R. Soc. de Biol.*, 99 1928, p. 1495.

	Fléchisseurs.		Extenseurs.	
	Volt. rhéob.	Cap. chron.	Volt. rhéob.	Cap. chron.
Expérience du 17 novembre 1928. — Chien de 8kg,500.				
Compression.........	4,7	34	4,4	22
Sommeil.............	6,2	33	4,1	34
Décompression.......	6,4	24	4,2	27
Réveil..............	7,5	40	5,6	64
Expérience du 20 novembre. — Chien de 11kg.				
Compression.........	4,3	40	1,1	34
Sommeil.............	2,1	32	1,1	29
Décompression.......	4,3	37	0,9	22
Réveil..............	3,7	40	1,4	24
Compression.........	3,9	38	1,1	54
Id.	4,3	53	1,2	54
Décompression.......	4,4	57	1,3	50
Id.	3,7	77	2	39

Dans ces deux expériences, il n'y a pas eu de mesures prises avant la compression puisque celle-ci était pratiquée dans le but d'expérimenter sous anesthésie.

Dès que la somnolence s'établit, on observe le rapprochement des chronaxies des antagonistes, puis leur égalisation lorsque l'animal est profondément endormi. Quand on décomprime, il se réveille graduellement et, parallèlement, les chronaxies s'écartent pour, finalement, différer dans le rapport 1,6 dans une expérience, 2 dans l'autre. Ces rapports sont ceux que l'on observe habituellement chez les animaux à l'état de veille.

Dans l'expérience suivante, nous n'avons comprimé le cerveau qu'après avoir mesuré à l'état normal les chronaxies des extenseurs et des fléchisseurs.

Expérience du 26 *janvier* 1931. — Chien de 9kg; trépanation à 15h; mise en place des électrodes; membre postérieur gauche.

	Fléchisseurs		Extenseurs	
	Volt. rhéob.	Cap. chron.	Volt. rhéob.	Cap. chron.
16h. Eveillé......................	1,8	35	2	50
17h30m. Compression. Sommeil......	1	43	3,8	49
16h50m. Décompression. Réveillé 17h..	1,3	43	3,4	57
17h23m...........................	1,3	44	3,5	60
18h..............................	2	45	4,9	67

Au début, l'inégalité des chronaxies est dans le rapport 1,5; on observe leur rapprochement pendant le sommeil; la décompression est suivie de leur retour à la valeur primitive.

De l'ensemble de ces expériences il ressort que la compression du cerveau poussée jusqu'au sommeil complet a, sur les antagonistes, une action comparable à celle de l'éther et de l'alcool (1).

Au point de vue anesthésique, cette méthode présente l'avantage de ne laisser dans l'organisme aucune substance capable d'influencer les mesures; mais il importe dans ce cas de limiter strictement son emploi à la période opératoire douloureuse et d'attendre quelques minutes après la décompression pour commencer les mesures.

Le fait que la compression du cerveau détermine un changement du rapport des chronaxies des antagonistes dans le même sens que les substances chimiques à action anesthésiante montre bien que ces perturbations des chronaxies périphériques sont sous la dépendance de modifications dans les centres supérieurs.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Action des ions, iode, calcium et magnésium sur l'indice oscillométrique et la pression artérielle dans la diélectrolyse transcérébrale.* Note de MM. **Georges Bourguignon** et **Socrate Eliopoulos**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une série de travaux antérieurs, l'un de nous (2) a montré qu'en plaçant une électrode sur un œil et l'autre électrode sur l'interstice occipito-vertébral on peut, chez l'homme et les animaux, exciter le faisceau pyramidal et faire agir différents ions sur l'encéphale dans un but thérapeutique (3). Il a proposé de remplacer le terme ionisation, qui prête à confusion, par celui de diélectrolyse, autrefois employé par Broudel pour désigner ce mode d'introduction d'ions dans l'organisme.

(1) *C. R. Soc. de Biol.*, 105, 1930, p. 632.

(2) G. Bourguignon, *Excitation transcérébrale du système pyramidal chez l'Homme. Chronaxies pyramidales normales et pathologiques* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 903); *la Chronaxie du faisceau pyramidal de l'Homme* (*Revue neurologique*, 1, iv, avril 1929, p. 590.

(3) G. Bourguignon, *Nouvelles techniques d'introduction électrolytiques d'ions. La* diélectrolyse *ou* ionisation *d'iode et de calcium* (*Revue d'Actinologie*, 5, ii, mars-avril 1929, p. 180).

Une observation fortuite, au cours du traitement d'un hémiplégique par diélectrolyse transcérébrale de calcium, a été le point de départ des recherches qui font l'objet de ce travail. Nous avons étudié les ions, iode, calcium et magnésium et, accessoirement les ions chlore et potassium, chez 4 sujets normaux et 11 hémiplégiques.

Nous avons, dans chaque expérience, préalablement constaté que ni la répétition des mesures de pression, ni la pression de l'électrode oculaire, ne déterminent à elles seules aucune modification de la courbe oscillométrique.

Avec un courant transcérébral de 2 à 3 milliampères passant pendant 30 minutes, nous avons fait les expériences suivantes :

1° Passage du courant sans introduction d'ions en mouillant les électrodes avec de l'eau distillée;

2° Introduction d'un ion en mouillant l'une des électrodes avec une solution diluée soit d'iodure de potassium, soit de chlorure de calcium, soit de chlorure de magnésium;

3° Absorption par la bouche d'une solution à 10 pour 100 des sels étudiés électriquement, suivie du passage du courant avec électrodes mouillées d'eau distillée.

Les courbes oscillométriques ont été prises chaque fois sur les deux bras au moyen de l'oscillomètre de Pachon, muni du double brassard de Gallavardin toutes les 10 minutes pendant et après le passage du courant. Voici les résultats :

1° Le passage du courant sans introduction d'ions étrangers en quantité appréciable (électrodes mouillées d'eau distillée) ne produit aucune modification de la courbe oscillométrique.

2° Avec le chlore et le potassium, nous n'avons observé aucune variation, comme avec l'eau distillée.

3° Au contraire, avec l'iode, le calcium et le magnésium, nous avons observé d'une manière constante des variations de l'indice oscillométrique :

a. Au bras du côté opposé à celui de l'électrode oculaire, l'indice oscillométrique augmente entre la 10e et la 20e minute, puis diminue vers la 30e minute pour revenir à sa valeur initiale entre la 5e et la 10e minute après l'arrêt du courant. A l'autre bras, au début, ou bien il y a retard dans l'apparition de l'augmentation de l'indice ou bien il y a variation en sens inverse, ensuite l'indice augmente, mais moins que du côté opposé à l'électrode oculaire. La différence entre les deux bras est plus grande chez les hémiplégiques que chez les sujets normaux : cette réaction paraît liée à la différence qui existe entre l'indice des deux bras chez ces sujets.

Chez les sujets normaux émotifs, qui ont un petit indice oscillométrique et une petite chronaxie vestibulaire, le calcium fait diminuer l'indice oscillométrique.

En général les plus petites variations (11 pour 100 de la valeur initiale) s'observent avec l'iode et les plus grandes (75 pour 100 de la valeur initiale) avec le magnésium.

b. Si les trois corps agissent sur l'indice oscillométrique, le magnésium seul agit en outre sur la pression artérielle et augmente les pressions maxima et minima chez les sujets normaux comme chez les hémiplégiques, et d'une manière plus importante chez les hémiplégiques que chez les sujets sains.

c. Avec aucun des trois corps nous n'avons observé de variations nettes du pouls.

4° Conformément à la théorie émise par l'un de nous [1] sur le mécanisme d'action de la diélectrolyse et de l'hypothèse qu'il en a tirée, nous avons essayé de remplacer l'introduction des ions par le courant par leur absorption par la bouche.

Nous avons constaté que l'absorption par la bouche d'une solution à 10 pour 100 d'iodure de potassium, de chlorure de calcium ou de chlorure de magnésium ne produit aucune modification de la courbe oscillométrique entre 2 heures et 24 heures après l'absorption, ni chez les sujets normaux, ni chez les hémiplégiques.

Si au contraire on fait passer un courant de même durée et de même intensité que dans les expériences précédentes, en mouillant les électrodes avec de l'eau distillée, chez un sujet qui a absorbé la solution par la bouche de 2 heures à 24 heures avant *on observe les mêmes modifications de la courbe oscillométrique que dans la diélectrolyse des 3 corps actifs, mais plus intense et plus prolongée*.

Après 48 heures, le passage du courant ne produit plus aucune modification de la courbe oscillométrique.

Conclusions. — 1° L'action sur l'indice oscillométrique observée dans la diélectrolyse transcérébrale ne se produit que si l'on fait agir certains ions, le passage simple du courant n'ayant aucune action. Il y a quelques différences dans l'action des différents ions étudiés.

2° L'action est la même, que l'ion étranger soit introduit par le courant lui-même ou par la voie buccale avant l'application du courant. Dans le deuxième cas, l'action est plus intense, probablement en raison du fait que

---

[1] G. Bourguignon, *Revue d'Actinologie*, *loc. cit.*

la quantité d'ions introduits est plus grande par la voie buccale que par la voie électrique. Il y a là la source d'un perfectionnement des méthodes électrothérapiques. Les phénomènes sont semblables à l'état physiologique et à l'état pathologique.

3° Il est permis de supposer que l'action thérapeutique de la diélectrolyse transcérébrale d'iode et de calcium reconnaît en partie comme mécanisme cette action sur les centres vaso-moteurs cérébraux.

HYGIÈNE INDUSTRIELLE. — *Un appareil de défense contre les gaz toxiques.* Note (¹) de M. R. MARCILLE, présentée par M. Charles Richet.

Il semble qu'il y ait un immense intérêt à trouver une méthode efficace et pratique de défense dans le cas d'une agression par des gaz toxiques.

On ne peut pas songer à l'emploi de masques, car on a trouvé des gaz qui ne se laissent arrêter jusqu'ici par aucun masque filtrant.

Il nous paraît qu'il n'y a qu'une défense absolument sûre; c'est celle qui consiste à respirer dans un milieu complètement isolé du milieu extérieur.

De nombreux appareils ont été imaginés et construits; mais, à ma connaissance au moins, ils sont lourds, encombrants et coûteux. Celui que je présente ici n'est pas très lourd, puisque avec toute sa charge il ne pèse que 10^{kg}, et il est moins coûteux que les différents appareils construits jusqu'à présent.

Le principe en est très simple. Il a pour base l'expérience de Regnault et Reiset. On respire dans une cloche close; l'air expiré est brassé dans une solution sodique qui lui enlève son acide carbonique, le volume d'air de la cloche diminue alors et est remplacé par de l'oxygène pur, de sorte que l'atmosphère de l'air confiné se modifie à peine, puisqu'on lui enlève l'acide carbonique produit et qu'on lui rend l'oxygène consommé.

Après occlusion des narines par une pince qu'une très légère pression suffit à maintenir, on introduit dans la bouche une rondelle en caoutchouc percée d'un trou par lequel passe un tube assez large pour que l'inspiration et l'expiration se fassent sans gêne. Denx clapets à ressorts très doux dirigent tantôt l'inspiration, tantôt l'expiration.

Le mécanisme de l'appareil est trop compliqué pour pouvoir être décrit ici dans tous ses détails. Il me suffira de dire que, grâce aux mouvements

(¹) Séance du 26 janvier 1931.

d'inspiration et d'expiration, le liquide contenu dans la cuve que surmonte la cloche passe et repasse à travers un filtre formé de crins assez compacts; ce liquide est une solution de soude à 1,5 pour 100; par conséquent très caustique. Six litres de cette solution suffisent pour absorber tout l'acide carbonique produit par un adulte en deux heures.

L'oxygène consommé est remplacé par un débit d'oxygène, que fournit une petite bonbonne d'un demi-litre contenant de l'oxygène sous pression.

J'ai fait sur moi-même avec ce dispositif de nombreuses experiences (et dosages), et je suis arrivé aux résultats suivants :

1° Malgré le peu de résistance qu'offrent des clapets même bien construits, au bout d'un quart d'heure environ, la respiration devient laborieuse, mais on peut à la main très facilement élever ou abaisser la cloche, ce qui empêche d'être pénibles les mouvements mécaniques de la respiration à travers les clapets.

2° La petite bonbonne d'oxygène comprimé suffirait pour trois heures de respiration. Mais, comme en général on dépasse un peu la limite de consommation d'oxygène, il est bon qu'il y en ait plus qu'il n'est nécessaire pour maintenir la respiration normale pendant deux heures.

3° On respire commodément et facilement. L'état de parfaite euphorie persiste tant que la quantité d'acide carbonique est au-dessous de 3 pour 100, et que la quantité d'oxygène est au-dessus de 16 pour 100. Si l'acide carbonique est à 4 pour 100, ou bien si l'oxygène est au-dessous de 14 pour 100, alors il y a gêne respiratoire : ce qu'il faut éviter.

4° Il n'y a aucun inconvénient, au moins pour une heure ou deux, à respirer dans un milieu contenant 25 pour 100 d'oxygène.

L'appareil que je présente ici peut être remplacé par un appareil plus petit ne pesant que 6^{kg} et ne contenant que 4 litres de la solution sodique; mais il est d'un usage moins sûr que l'appareil pesant 10^{kg}.

On peut construire enfin un appareil analogue, mais beaucoup plus grand et dans lequel plusieurs personnes pourraient respirer en même temps à l'abri de toute contamination par l'air extérieur.

A la suite de cette Communication, M. **Charles Richet** fait remarquer que l'appareil de M. Marcille pourrait rendre de grands services non seulement dans le cas des bombes asphyxiantes, mais encore dans les incendies, ou les coups de grisou. La construction de ces appareils (surtout en série) serait facile et peu coûteuse.

En tout cas, une heure et demie de respiration dans ce milieu isolé

semble être suffisante pour permettre aux autres moyens de secours (ventilation énergique par des souffleries) de débarrasser l'air extérieur des gaz nocifs.

A $16^h 20^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1930 (*suite*).

Carte géologique du Congo belge (2e édition). *Notice explicative*, par P. FOURMARIER. Extrait de la *Revue universelle des Mines*. Liège, H. Vaillant-Carmanne, 1930; 1 vol. 30^{cm}. (Présenté par M. L. Cayeux.)

Nomenclature des journaux et revues en langue française paraissant dans le monde entier, publiée par l'*Argus de la Presse*. Paris, Bureaux de l'Argus, 1930-1931; 1 vol. 21^{cm},5.

Le P. Sébastien Truchet, membre honoraire de l'Académie des sciences (1657-1729). *Ses travaux à Versailles et à Marly*, par EDMOND LERY. Extrait de la *Revue de l'histoire de Versailles et de Seine-et-Oise*. Versailles, Léon Bernard, 1929; 1 fasc. 25^{cm}. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

Consommation et Renaissance de l'énergie, par ERNEST MARGUERY. In *Académie de Marseille*. Séance du 20 décembre 1929. Marseille, Siège de l'Académie, 1930; 1 fasc. 27^{cm}.

Travaux de la station biologique de Roscoff, publiés par CHARLES PÉREZ. Paris, les Presses universitaires de France, 1930; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. Mesnil.)

Recherches géologiques à Madagascar. Contribution à l'étude des ressources minérales, par HENRI BESAIRIE. Toulouse, Henri Basuyau et Cie, 1930; 1 vol. 25^{cm}.

Cinchona tercentenary Celebration and Exhibition at The Wellcome Historical medical Museum. London, The Wellcome Foundation L. T. D., 1930; 1 vol. 25^{cm}.

Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie, par VITO VOLTERRA. In *Cahiers scientifiques*, fascicule VII. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. 25^{cm},5.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 FÉVRIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse ampliation du décret, en date du 14 février 1931, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Armand de Gramont** pour occuper, dans la Division des Académiciens libres, la place vacante par le décès de M. *A. Le Bel.*

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Armand de Gramont** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 187 (1929, second semestre) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

THERMODYNAMIQUE. — *Des conditions de la meilleure utilisation de l'énergie des eaux chaudes, naturelles et industrielles.* Note [1] de M. **Jean Rey.**

L'utilisation de l'énergie des eaux chaudes comprend deux cas bien distincts :

1° La meilleure utilisation des calories de la source d'eau chaude;

2° La meilleure utilisation des frigories de la source d'eau froide.

J'ai fait connaître [2] les formules générales qui permettent de calculer

---

(1) Séance du 19 janvier 1931.

(2) *Chaleur et Industrie*, 11, n° 121, mai 1930, p. 217 et suiv.

l'énergie théorique produite par la détente de la vapeur que peut fournir une eau chaude soumise à un vide déterminé, et j'ai démontré que la valeur de l'énergie produite par kilogramme d'eau chaude passait par un maximum lorsque l'on faisait varier la température d'ébullition.

Cette remarque est importante lorsqu'il s'agit d'utiliser des eaux chaudes industrielles dont les calories ont exigé, pour leur production, une dépense de combustible.

Au contraire, lorsqu'il s'agit d'utiliser les eaux chaudes équatoriales (procédé Claude-Boucherot), l'effet doit porter sur la meilleure utilisation de l'eau froide qu'il faut extraire du fond de la mer et qui est l'élément coûteux [1], tandis que l'eau chaude superficielle s'offre en quantité illimitée.

Il faut donc calculer l'énergie produite par rapport au kilogramme d'eau froide, et rechercher si sa valeur passe par un maximum, comme c'est le cas pour l'eau chaude.

Dans cette nouvelle théorie, 4 températures différentes sont à envisager :

T_0 la température absolue de l'eau chaude prise à la pression atmosphérique; T_1 la température à laquelle s'opère la vaporisation d'une fraction de cette eau chaude, sous une pression plus faible que la pression atmosphérique; T_2 la température de condensation de la vapeur à son arrivée dans le condenseur à mélange, et T_f la température de l'eau froide à son entrée dans le condenseur.

Je rappelle que le maximum de l'énergie produite, rapportée au kilogramme d'eau chaude, est représenté par une relation exponentielle :

$$(1)\qquad (\mathcal{E}e.c)\text{max.} = \text{énergie par kilogramme d'eau chaude} = A(T_0 - T_2)^{\alpha}.$$

Le fonctionnement du condenseur se résume dans l'équation suivante; une fois l'équilibre établi :

$$(2)\qquad n(T_2 - T_f) = r_2,$$

n est le nombre de kilogrammes d'eau froide nécessaires pour condenser 1^{kg} de vapeur, r_2 est la chaleur de condensation de la vapeur à la température T_2.

Comme il faut $\frac{r_1}{T_0 - T_1}$ kilogrammes d'eau chaude dans le bouillisseur pour produire 1^{kg} de vapeur, l'énergie correspondant à la détente de 1^{kg} de vapeur est donc : $\frac{r_1}{T_0 - T_1} A(T_0 - T_2)^{\alpha}$. Les coefficients A et α ont pour valeur

(1) Cette remarque m'a été faite par M. Monteil.

entre 0° et 100° : $A = 0,001343$, $\alpha = 1,8675$ et entre 4° et 30° : $A = 0,001$ et $\alpha = 1,945$.

Comme, d'autre part, 1^{kg} d'eau froide correspond à $\frac{1}{n}$ kilogramme de vapeur, l'énergie produite par kilogramme d'eau froide est donc

$$\mathcal{E}_{ef} = \frac{1}{n} \frac{r_1}{T_0 - T_1} A (T_0 - T_2)^{\alpha}.$$

ou, en éliminant n par l'équation (2),

$$(3) \qquad \mathcal{E}_{\text{eau froide}} = \frac{T_2 - T_f}{r_2} \frac{r_1}{T_0 - T_1} A (T_0 - T_2)^{\alpha} = \frac{r_1}{r_2} \frac{T_2 - T_f}{T_0 - T_1} A (T_0 - T_2)^{\alpha}.$$

On voit donc que $\mathcal{E}_{ef}$ est fonction de T_1 et de T_2. Pour étudier sa variation, il faut différencier cette quantité par rapport à T_1 et T_2.

Cette opération, qui conduit à des calculs compliqués, se simplifie à l'aide des deux remarques suivantes :

1° La valeur r, chaleur de vaporisation ou de condensation entre 0° et 100°, est, comme l'on sait, une fonction linéaire de T, $r = a - bT$. En prenant les valeurs résultant des dernières recherches faites en Allemagne, aux États-Unis et en France, et non pas celles inscrites dans la Table de Regnault et qui sont trop fortes aux basses températures, on trouve que $r = 752,200 - 0,567\,T$ avec un écart moyen de $5,2/10000^e$.

2° Le rapport $\mu = \frac{T_1 - T_2}{T_0 - T_2}$, dans le cas du maximum de l'énergie produite, présente, entre 30° et 4°, une valeur moyenne $(\mu)_{max} = 0,4961$, avec un écart moyen de moins de 0,4 pour 100.

En partant de $(\mu)_{max}$ la relation

$$(4) \qquad T_1 = \mu T_0 + T_2 (1 - \mu)$$

indique que T_1 dépend seulement de T_0 et de T_2.

L'équation (3) peut s'écrire alors

$$\mathcal{E}_{ef} = \frac{a - bT_1}{a - bT_2} \frac{T_2 - T_f}{(T_0 - T_2)(1 - \mu)} A (T_0 - T_2)^{\alpha}.$$

Pour simplifier la dérivation de $\mathcal{E}_{ef}$ par rapport à T_2, il suffit de remarquer que l'écart entre les valeurs de r_1 et r_2 est faible, les températures T_1 et T_2 étant assez voisines. En substituant pour T_1 sa valeur tirée de (4) et en prenant la dérivée de $\frac{r_1}{r_2}$, on trouve que la valeur de cette dérivée,

soit $\frac{d}{dT_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$, est négligeable; elle représente environ 0,0004. La dérivation de $\mathfrak{T}_{ef}$ permet d'écrire immédiatement, pour la condition du maximum,

$$\frac{d(\mathfrak{T}_{ef})}{dT_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{d}{dT_2}\left[\frac{T_2 - T_f}{(T_0 - T_2)(1-\mu)} A(T_0 - T_2)^\alpha\right] = 0$$

ou

$$(T_0 - T_2)^{\alpha-1} = (\alpha - 1)(T_2 - T_f)(T_0 - T_2)^{\alpha-2}$$

et finalement

$$(5) \qquad T_2 = \frac{1}{\alpha}[T_0 + T_f(\alpha - 1)].$$

Cette relation (5) est intéressante, car elle donne la température de condensation qui correspond au maximum de l'énergie produite par kilogramme d'eau froide.

En portant la valeur de T_2 dans la relation (3), où l'on élimine T_1 par l'équation (4), on obtient la valeur de l'énergie maxima.

Ainsi, en partant des données $t_0 = 30°$ ou $T_0 = 303°$, $t_f = 4°$ ou $T_f = 277°$, on trouve que $T_2 = 290°,360$ et $(\mathfrak{T}_{ef})_{max} = 0^{cal},28973$.

Si l'on calcule $\mathfrak{T}_{ef}$ pour d'autres valeurs de T_2, on vérifie bien que la relation (5) correspond au maximum.

Le tableau suivant le démontre :

T_2 =	278°.	285°,87.	290°.	290°,36.	290°,70.	293°.
$\mathfrak{T}_{ef}$ =	$0^{cal},24106$	$0^{cal},25590$	$0^{cal},28942$	$(0^{cal},28973)_{max}$	$0^{cal},28953$	$0^{cal},27825$

Il me paraît utile de remarquer que le vide à créer dans le condenseur, pour obtenir le maximum d'énergie par kilogramme d'eau froide, correspond à une température T_2 notablement plus élevée que T_f, et qui est ici $t_2 = 17°,36$. Le travail de la pompe à vide correspondra donc à une pression totale de 200,65 kg/m² au lieu de 88,85 kg/m², en supposant dans le second cas que la condensation s'opérerait à la température la plus basse possible, de $t_2 = 5°$ ou $T_2 = 278°$ au lieu de 17°,36, soit 1° seulement au-dessus de la température de l'eau froide. Le travail demandé à la pompe à vide sera donc moindre pour chasser l'air dissous dans l'eau froide, ou entraîné par la vapeur, et le ramener à la pression atmosphérique, précisément au point où l'utilisation de l'énergie de détente sera maxima. On remarquera également, à l'aide du tableau précédent, que l'énergie par kilogramme d'eau froide, lorsque la différence de température dans le condenseur est de 1°, est 7 fois moindre que l'énergie produite au point du maximum, c'est-à-dire avec un écart de température de 13°,36.

Rendement. — La formule (1) permet le calcul du rendement pour le maximum d'énergie calculé par kilogramme d'eau chaude. Dans le cas des températures de $t_0 = 30^\circ$ et de $t_2 = 17^\circ,36$, on trouve $\rho_{ec} = 0,010993$ ou 1,0993 pour 100. Pour la source froide, il est facile de préciser que le rendement

$$\rho_{ef} = \frac{\mathcal{C}_{ef}}{T_2 - T_f} = \frac{r_1}{r_2}\,\frac{A(T_0 - T_2)^\alpha}{T_0 - T_1}.$$

Au point du maximum d'utilisation par kilogramme d'eau froide, et pour les mêmes températures extrêmes, la valeur de ρ_{ef} est ainsi de 0,02169 ou 2,169 pour 100. Le principe de Carnot indique que ces rendements seront faibles, les différences de températures sur lesquelles on opère étant également faibles.

Ce fait n'a pas d'importance dans l'application du procédé Claude, où les débits d'eaux chaudes et d'eaux froides sur lesquels on peut compter sont considérables.

Je donne enfin une dernière formule : la valeur du rapport K, du poids n_0 d'eau chaude au poids n d'eau froide nécessaire pour la production et pour la condensation de 1^{kg} de vapeur

$$K = \frac{n_0}{n} = \frac{r_1}{r_2}\,\frac{T_2 - T_f}{T_0 - T_1}. \tag{6}$$

Avec les données précédentes, ce rapport a pour valeur 2,085, c'est-à-dire qu'il faut $2^{kg},085$ d'eau chaude pour 1^{kg} d'eau froide, lorsqu'on atteint le maximum.

L'utilisation maxima ainsi calculée correspond à une énergie théorique de 1,214 kilojoule par litre d'eau froide, ou une puissance de 1214 kilowatts lorsque le débit d'eau froide est de 1^{m^3} par seconde, le débit d'eau chaude étant lui-même de $2^{m^3},085$ par seconde.

Observation de M. **Georges Claude** *sur la Communication précédente* (¹).

Il est bien évident que, comme le dit M. Rey, il y aura intérêt dans les installations Claude-Boucherot à employer plus d'eau chaude que d'eau froide pour mieux utiliser cette dernière, qui seule est coûteuse. Il y a longtemps que nous avons signalé cet intérêt, M. Boucherot au *Congrès*

(¹) Séance du 19 janvier 1931.

international de Physique de Côme de 1927, dans une discussion approfondie des conditions d'utilisation de l'eau froide et de l'eau chaude, moi-même à New-York devant l'*American Society of Mechanical Engineers* (22 octobre 1930).

Je constate d'ailleurs le bon accord des calculs de M. Rey avec mes propres résultats de Matanzas. On se rappelle en effet que j'ai conclu de mes essais qu'on pourrait pratiquement compter sur 500 kilowatts nets, soit 650 kilowatts bruts aux dynamos par mètre cube d'eau froide par seconde, avec 24° d'écart initial et dans le cas d'égalité de débits d'eau froide et d'eau chaude.

Or M. Rey trouve 1200 kilowatts théoriques, soit environ 800 kilowatts bruts aux dynamos, pour 26° d'écart et un débit d'eau chaude à peu près double du débit d'eau froide.

Ce cas correspond bien, comme le dit M. Rey, au maximum d'énergie obtenue de l'eau froide pour une détente en bloc de la vapeur suivie d'une condensation unique. Mais il ressort, en particulier de la discussion de M. Boucherot au Congrès de Côme, qu'il y a bien d'autres possibilités, par exemple en recourant à des vaporisations ou à des condensations en cascade.

C'est ainsi qu'au lieu d'utiliser en bloc la totalité de la vapeur, dont la pression n'est alors égale qu'à la tension de vapeur à la température *finale* de l'eau évaporée, on peut utiliser à part la portion de cette vapeur produite dans la première moitié de la chute. Soit par exemple le cas où l'eau passe de 30 à 20° dans son ébullition. La pression de la première moitié de la vapeur sera de plus de 30 pour 100 supérieure à celle de la seconde moitié.

On peut faire un raisonnement analogue pour l'utilisation de l'eau froide au condenseur, de sorte que l'utilisation maximum du cas de M. Rey sera encore augmentée ainsi de plusieurs centaines de kilowatts.

Tout ceci souligne une fois de plus l'intérêt de ces pressions dont certains, au début de nos travaux, se plaisaient à considérer l'utilisation comme chimérique.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur la mort en foule des végétaux par l'éclair fulgurant.* Note de M. **E. Mathias.**

1. R. Hartig, Baur ont observé dans les forêts, sur le Pin, le Sapin et l'Épicéa, la mort de groupes d'arbres environnant celui qui a été *seul* frappé

par l'éclair fulgurant. Von Tubeuf a décrit un cas dans lequel un Mélèze avait été frappé visiblement par l'éclair; il montrait au tronc une bande éclatée courant vers le bas, discontinue; la couronne demeurait verte. Les arbres de l'entourage, Épicéas et Pins sylvestres, dans un *demi-cercle* de 25^m de rayon, ne montraient aucune lésion locale mais commençaient à dépérir ([1]).

Le phénomène s'observe aussi sur des végétaux de petite taille (ceps de vigne, champs de pommes de terre et de navets). D'après Colladon, dans un coteau de vignes, la surface du sol frappée figurait un *cercle*, nettement limité, au centre duquel on saisissait l'action maxima. Les feuilles des ceps montraient une quantité de taches qui, au commencement, paraissaient d'un vert plus foncé et, après quelques jours, se coloraient en rouge brique. Sur les tiges plus jeunes, pleines de sève, le cambium était notamment bruni, tandis que le corps du bois était intact. Dans les tissus endommagés, les parois des cellules étaient inchangées, mais le protoplasma était contracté et tué ([2]).

2. Pour expliquer le cas des grands groupes d'arbres, von Tubeuf invoque un phénomène nouveau (*Streublitze*) et l'éparpillement de l'éclair en de nombreuses aigrettes. Ebermayer, au contraire, ramène le phénomène à un coup d'éclair intérieur (*inneren Blitzschlages*) par la réunion soudaine dans les arbres des électricités contraires qui y auraient été séparées par l'influence des nuages orageux.

Si nous comprenons bien, von Tubeuf invoque l'existence de *décharges adventives* en nombre au moins égal à celui des arbres mortifiés, et Ebermayer reprend la vieille explication de Lord Mahon par le *choc en retour*. Or l'explication de von Tubeuf se heurte à l'absence de lésion locale constatée chez tous les arbres autres que le *seul* frappé directement par l'éclair. Quant au choc en retour, nous en avons fait justice antérieurement ([3]).

Pour expliquer le cas des espèces végétales de petite taille, Rathay, sur la foi d'épreuves photographiques de l'éclair fulgurant, montre que, la plupart du temps, celui-ci n'est pas une simple décharge entre deux points, mais au

---

([1]) P. Sorauer, *Handbuch der Pflanzenkrankheiten*, 3e édition, 1, Berlin 1909, p. 486.

([2]) Daniel Colladon, *Effets de la foudre sur les arbres et sur les plantes ligneuses* (*Mém. de la Soc. de Phys. et d'Histoire naturelle de Genève*, 21, 2e partie, 1872, p. 548-553).

([3]) E. Mathias, *Preliminary reports on subjects of investigation* (*Bull.* n° 6, 1926, p. 34 : *Section of terrestrial Magnetism and Electricity*).

contraire s'éparpille en de nombreuses décharges latérales. Bref il reprend, sans invoquer de phénomène nouveau, l'explication de von Tubeuf en insistant sur ce que, dans les coteaux de vignes, les ceps sont alignés le long de fils de fer, tendus et parallèles, qui canaliseraient la décharge. Enfin, il étend le phénomène au cas des troupeaux de moutons, où toujours plusieurs animaux sont atteints simultanément.

3. Rappelons que les radiations visibles, d'intensité modérée, décomposent sans douleur le *pourpre rétinien* (reformable instantanément) et provoquent ainsi la sensation lumineuse. Si l'intensité des radiations est trop grande, et si, surtout, elles contiennent beaucoup de radiations ultraviolettes, la vision devient douloureuse; les cellules qui sécrètent le pourpre rétinien sont endommagées *et le pourpre rétinien peut mettre à se reformer un temps allant de plusieurs secondes à plusieurs heures*. C'est le phénomène, dit de l'*éblouissement*, suivi d'une *cécité* qui dure de plusieurs secondes à plusieurs heures. Si l'intensité des rayons ultraviolets est suffisamment grande, *les cellules qui forment le pourpre rétinien sont elles-mêmes détruites et la cécité est définitive* (¹).

4. Un autre phénomène est à rapprocher des précédents. Il se produit quand, la porte d'un poulailler restant ouverte par mégarde un jour d'orage, un éclair violent et proche éclate. Si le poulailler contient des œufs couvés et *si les rayons de l'éclair tombent directement sur eux*, *les embryons sont tués instantanément*. Si au contraire la lumière de l'éclair ne tombe pas directement sur les œufs couvés, ceux-ci n'éprouvent aucun mal et les embryons continuent à se développer.

Ici encore ce sont les rayons ultraviolets de l'éclair, très intenses à cause de la très haute température de la matière fulminante, qui détruisent, par *photolyse* ou par brûlure, les cellules de l'embryon des œufs couvés.

5. Un phénomène identique se produit quand un éclair fulgurant frappe dans une forêt un bel arbre dont la taille dépasse largement celle des essences qui l'entourent. Le plan vertical passant par l'axe de l'arbre et par l'éclair, supposé rectiligne, qui le frappe *est un plan de symétrie* P. Le plan vertical E, perpendiculaire à P et passant par l'axe, *à cause de la couronne de l'arbre frappé*, *constitue un écran sensiblement opaque pour les rayons*

(¹) Dʳ W. Nicati : « L'ophtalmoscope et le microscope révèlent alors de vraies brûlures de la rétine, manifestées par le soulèvement, la désagrégation de l'épithélium pigmenté et l'atrophie des éléments nerveux ... » (*Physiologie oculaire, humaine et comparée, normale et pathologique*, Paris, Schleicher frères, 1909, p. 220).

ultraviolets émis par tous les points de l'éclair et dont *le rayon d'activité* ρ, variable avec l'intensité de l'éclair, est de l'ordre de 20^{m} [1]. Donc, *seuls les arbres situés par rapport à* E *du côté de l'éclair et dans un demi-cercle de rayon* ρ *seront éblouis*, en entendant par là que leurs cellules superficielles ou peu profondes (feuilles, écorce, bourgeons) seront soumises par les rayons ultraviolets de l'éclair à des *photolyses* ou à des brûlures qui tueront leur protoplasma en respectant la cellulose, c'est-à-dire les parois des cellules et tout le corps du bois.

Pour les plantes de taille plus humble, comme les ceps de vigne, le phénomène demeurera le même, à cela près que l'écran E n'existera plus; l'éclair fulgurant étant sensiblement vertical, *ses rayons ultraviolets éblouiront, par photolyse ou par brûlure, les ceps entourant le cep seul frappé dans l'étendue d'un cercle de rayon* ρ.

Dans les arbres, comme dans les ceps de vigne, l'écorce est maximum au niveau du sol et diminue progressivement quand on s'éloigne de celui-ci. Il s'ensuit que les parties basses des ceps ne seront jamais *éblouies* par l'éclair, que les *internœuds* le seront d'autant plus profondément qu'ils sont plus voisins de la cime des ceps, et que les *nœuds*, où l'écorce est beaucoup plus épaisse, seront à cause de cela protégés contre la photolyse ou les brûlures, tandis que les feuilles des arbres et des ceps, les bourgeons, les rejetons seront endommagés au maximum.

L'extension, par Rathay, de la mort en foule des végétaux par l'éclair aux troupeaux de moutons est donc insoutenable. Le phénomène est différent; nous y reviendrons au moment voulu.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Considérations étiologiques sur la theilériose bovine nord-africaine*. Note de MM. **Edmond Sergent, A. Donatien, L. Parrot, F. Lestoquard.**

La theilériose bovine à *Theileria dispar* sévit presque exclusivement, en Afrique du Nord, sous la forme d'une épizootie annuelle, à caractère quasi explosif, qui éclate au commencement de l'été et prend fin dans les premiers jours de septembre. L'observation de plus de 600 accès aigus de thei-

---

(1) Entendons par là que l'absorption de 20^{m} d'air diminue assez leur intensité pour rendre négligeables les phénomènes de photolyse ou de brûlure dont ils sont encore capables.

lériose montre, en effet, que les neuf dixièmes des cas se manifestent au cours d'une période de deux mois et demi allant du 15 juin au 31 août. Le mois de juillet est celui qui compte le plus de malades : plus de la moitié du chiffre annuel. En revanche, les cas constatés pendant les neuf mois et demi de saison fraîche, c'est-à-dire en automne, pendant l'hiver et au printemps, ne forment qu'un dixième du total statistique.

Les accès aigus de première invasion sont, le plus souvent, mortels pour les bovins adultes qui n'ont pas été prémunis par une atteinte subie dans leur bas âge; mais les survivants restent porteurs de virus et sont infectants pour la tique qui propage la maladie, *Hyalomma mauritanicum*, longtemps après l'accès de première invasion (pendant quatre mois au moins, d'après nos connaissances actuelles). De même restent infectants les bovins prémunis, qui, réinoculés par les tiques, ont présenté des accès parasitaires de réinoculation au cours de l'été.

Nous avons établi expérimentalement, d'autre part, que *Hyalomma mauritanicum* s'infecte à l'état de larve et transmet l'infection au stade adulte de la même génération. L'infection n'est pas héréditaire chez la tique [1].

La marche de l'épizootie annuelle de theilériose s'explique à la fois par l'évolution biologique de la tique *Hyalomma mauritanicum*, par le mode de transmission de la maladie et par la persistance du virus dans l'organisme des bovins guéris de l'accès de première invasion.

Les larves de *H. mauritanicum*, tique à deux hôtes, naissent en automne et parasitent alors un premier animal, sur lequel elles restent fixées pendant 15 jours environ (8 jours au stade de larve, 8 jours au stade de nymphe). Si ce premier animal se trouve être un survivant de l'épizootie estivale précédente, ou un prémuni réinoculé, donc un porteur de germes, les larves-nymphes s'infectent de theilériose. Les nymphes gorgées se détachent de l'hôte, tombent à terre, se réfugient dans des abris secs (fentes de murs ou de rochers) et y passent l'hiver, conservant ainsi le virus d'une saison à l'autre. Aux premières chaleurs, les nymphes muent, deviennent des adultes qui se fixent sur un second hôte et le contaminent. L'apparition des adultes, à ce moment, est, pour ainsi dire, massive; elle revêt le caractère d'une véritable invasion : tout le cheptel bovin est attaqué en même temps par les Ixodes, d'où le début brusque et l'allure explosive de l'épizootie. Celle-ci dure tant qu'il existe dans la nature des adultes encore à jeun. Après 10 à 12 jours, les tiques femelles gorgées se détachent, pondent

(1) Voir la Note précédente (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 253).

et meurent. Les œufs donnent naissance à des larves au bout de six semaines environ, et le cycle recommence. Les mâles restent un peu plus longtemps sur leur hôte ou errent d'un bovin à l'autre, puis meurent à leur tour.

Les cas de theilériose observés à la fin de l'été sont dus à des conditions exceptionnelles : infection successive de deux bovins par les mêmes tiques mâles ou infection par des nymphes détachées accidentellement de leur hôte à la fin du stade larvaire [1]. Les cas sporadiques de la saison fraîche relèvent de contaminations par les rares femelles adultes qui, nées tardivement, survivent parfois jusqu'au printemps. Enfin, l'absence de transmission héréditaire du virus chez la tique fait qu'il n'y a pas d'épizootie d'automne au moment où piquent les larves.

Ainsi s'expliquent tous les caractères de l'épizootie annuelle de theilériose : par la biologie du microbe qui la cause et par la biologie de la tique qui la transmet.

M. **Vito Volterra** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter en hommage à l'Académie la seconde édition d'un Ouvrage que je viens de publier sur la *Théorie des fonctionnelles* (*Theory of functionals*, London et Glasgow, 1930). Le but que j'ai poursuivi a été de réunir dans un seul Volume, et par suite d'une manière très concise, les différentes branches de cette théorie. Je ne suis pas entré dans les détails des démonstrations, mais j'ai cherché à citer les différents auteurs qui se sont occupés de ce sujet et à indiquer les livres et les mémoires, mêmes les plus récents, que l'on peut consulter avantageusement.

Pendant les dernières années l'analyse fonctionnelle s'est beaucoup développée et a été utilisée dans plusieurs parties des mathématiques et de leurs applications. D'anciens chapitres de l'analyse sont rentrés dans son domaine. D'autres ont été systématisés par ses méthodes. Enfin de nouveaux chapitres ont été constitués où de nouvelles questions ont été abordées et résolues. C'est ainsi que la Théorie des fonctionnelles comprend aujourd'hui les équations intégrales et intégro-différentielles et celles aux dérivées fonctionnelles, les recherches sur l'espace fonctionnel, le calcul des variations dans son sens le plus large, et les questions sur les phénomènes ayant un caractère héréditaire.

(1) *Loc. cit.*

En effet tous ces sujets peuvent être traités par des règles systématiques et des procédés qui appartiennent à l'analyse fonctionnelle.

Plusieurs Ouvrages avaient été déjà consacrés à ce sujet. Outre mes conférences de la Sorbonne je désire rappeler les Ouvrages de MM. Hadamard, Evans, Paul Lévy, Pérès, Fréchet, Tonelli. Mais aucun d'eux n'embrasse toute la matière, car chacun envisage l'étude approfondie de certaines parties.

Je pense qu'il serait désirable d'avoir le plus tôt possible un traité qui, sans négliger aucune branche intéressante de la théorie et de ses applications, puisse donner aussi les principaux développements des méthodes et les détails des démonstrations. Il est encore à écrire, mais j'espère que l'Ouvrage actuel montre le plan sur lequel il devrait être bâti. En effet, pour l'exécuter, il n'y aurait qu'à développer, dans le même ordre et par les mêmes procédés, les parties dont on a donné un aperçu dans celui-ci et les propositions qu'on s'est borné à énoncer. A mon avis il n'y aurait pas de réelles difficultés à remplir ces lacunes. En attendant j'espère que les lecteurs du présent Ouvrage y trouveront, sans rencontrer de difficultés, une vue d'ensemble de tout le sujet et une bibliographie que je me suis efforcé de rendre la plus complète possible. La collaboration de M. Fantappié, qui a préparé le texte de la première édition et m'a aussi aidé dans la seconde, m'a été très utile.

NOMINATIONS.

L'Académie délègue son **Bureau** et charge M. **A. Lacroix** de prendre la parole en son nom aux fêtes du *Quatrième centenaire* de la fondation du Collège de France.

M. **Ch. Gravier** est désigné pour représenter l'Académie au *Centenary Meeting* de la *British Association for the Advancement of Science*.

ÉLECTIONS.

M. **Paul Pelseneer** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, par l'unanimité de 45 suffrages, en remplacement de M. *A. Brachet*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Lemoine** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Minéralogie par le décès de M. *P. Termier*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Les premiers fascicules de *The Miscellaneous Publication of the Bureau of Entomology of Chekiang Province*, Y. Hsuwen Tsou, Director.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur la découverte en Russie de lettres inédites de* Nicéphore Niepce, *inventeur de la Photographie*. Note de M. **Potonniée**, présentée par M. Paul Helbronner.

Au mois de mars de l'année 1928, un savant russe, M. Yermilof, apprit qu'il existe dans les Archives de l'Académie des Sciences de Leningrad une liasse de manuscrits français portant le titre : *Correspondance de Niepce*. L'examen de ce dossier permit de constater qu'il s'agissait bien de Nicéphore Niepce (1765-1833), l'inventeur de la photographie. Yermilof a en effet trouvé dans cette liasse 166 lettres (dont 138 inédites) écrites par Nicéphore Niepce, Isodore son fils et Claude son frère, par son associé Daguerre, par l'opticien Vincent Chevalier, le graveur Lemaître, les Anglais Fox Talbot et Francis Bauer, c'est-à-dire par tous ceux qui ont été mêlés aux débats provoqués par la découverte et la divulgation de la photographie de 1822 à 1839. L'ensemble comprend 188 pièces couvrant 344 pages de texte. Il est permis de déduire des fragments publiés par Yermilof que les lettres découvertes préciseront bien des détails de l'invention de la photographie que nous ignorons jusqu'ici, notamment la part qui incombe dans la découverte du procédé définitif à chacun des deux associés Niepce et Daguerre. Nous connaîtrons aussi les négociations, puis les discussions qui eurent lieu entre Daguerre et le fils de Niepce au moment de l'acquisition du secret de la photographie par le Gouvernement français en 1839.

L'origine de ce dossier a été aussi nettement déterminée.

Ayant reçu communication par les descendants de Niepce, il y a une dizaine d'années, de leurs archives de famille, j'avais relevé au bas d'un Mémoire, rédigé par l'inventeur de la photographie, cette note de la main de son fils : « Le 4 septembre, donné copie à M. de Hamel ».

Cette remarque, publiée dans mon Ouvrage : *Histoire de la découverte de la Photographie* (Montel, éditeur, Paris, 1925), semble avoir servi de point de départ à Yermilof dans ses recherches. Ce savant a en effet retrouvé parmi les manuscrits de Pétersbourg la copie de ce Mémoire avec la mention : Copié sur l'original écrit par mon père, Isidore Niepce. Il y a trouvé aussi un exemplaire de la brochure « Historique de la découverte improprement nommée Daguerréotype », que Niepce le fils publia fin 1839 contre Daguerre.

Niepce adresse son ouvrage à Hamel en se disant son serviteur et ami. Yermilof enfin a établi que la liasse de manuscrits précitée a été donnée en 1875 par un neveu de Hamel à l'Académie des Sciences de Pétersbourg comme faisant partie des papiers laissés par son oncle. Il n'y a donc pas de doute que la collection trouvée à Leningrad est un dossier constitué par Isidore Niepce pour établir les droits méconnus de son père dans l'invention du daguerréotype lors de la divulgation de ce procédé en août 1839.

Niepce a remis ce dossier à l'Académicien russe Hamel en qui il espérait trouver un défenseur. Hamel (1788-1862), médecin et savant, membre de l'Académie des Sciences russe, s'intéressait surtout aux applications de la science à l'industrie. Grand voyageur, il était lié avec la plupart des savants notables d'Europe qu'il avait connus dans ses nombreux déplacements. On a la preuve qu'il était à Paris dans l'été de 1839, attiré comme tant d'autres savants par l'annonce que le gouvernement français avait résolu de rendre public le secret de la photographie. Hamel vit Daguerre, assista à ses démonstrations, en reçut des épreuves. Mais il écouta aussi les plaintes et les réclamations du fils de Niepce qui lui donna les lettres et les notes énumérées ci-dessus. Rentré en Russie, il fit devant l'Académie des Sciences russe une communication sur le daguerréotype (*Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de Pétersbourg*, 6, p. 317) comme il en fut fait alors à peu près devant toutes les Académies du monde.

Mais il garda le dossier sans jamais en faire usage. Lui mort, ses papiers furent conservés encore treize ans par son neveu avant qu'il en fît don à l'Académie des Sciences. Et après qu'ils furent entrés dans les archives, ces manuscrits demeurèrent encore pendant cinquante-trois ans ignorés.

THÉORIE DES VECTEURS. — *Sur les tenseurs fondamentaux d'une congruence rectiligne*. Note de M. **J. Doubnoff**, présentée par M. Émile Borel.

1. L'analyse tensorielle, complétée par l'emploi des tenseurs à composantes vectorielles, permet de simplifier et de systématiser les théories actuelles (de Kummer, Sannia) et d'obtenir des résultats nouveaux.

Soient $\vec{a}(u^1, u^2)$ le vecteur unitaire de la droite (u^1, u^2) de la congruence C; $\vec{a}^*(u^1, u^2)$ le moment du vecteur $\vec{a}$ par rapport au point O. En désignant les dérivations par rapport à u^1 et u^2 par les indices 1 et 2 respectivement, posons

$$g_{ij} = \vec{a}_i \vec{a}_j, \qquad l_{ij} = \vec{a}\,\vec{a}_i \vec{a}_j, \qquad \beta_i = \vec{a}^* \vec{a}_i.$$

Le système « congruence (C) + point (O) » est bien déterminé à un déplacement près, si l'on se donne le tenseur symétrique g_{ij} de courbure égale à 1 et un tenseur arbitraire β_i. Pour qu'on puisse faire abstraction du point O, on considère la partie symétrique du tenseur $\beta_{i|j}$ (le trait vertical est un signe de dérivation tensorielle qu'on effectue selon le tenseur g_{ij}; dans la suite on relève et abaisse les indices selon le même tenseur) :

$$b_{ij} = \beta_{(i|j)} = \frac{1}{2}(\beta_{i|j} + \beta_{j|i}).$$

Si l'on se donne dans le domaine binaire (u^1, u^2) deux tenseurs symétriques : 1° le tenseur g_{ij} de courbure 1 et 2° le tenseur b_{ij} vérifiant la condition $l^{ij} l^{\alpha\beta} b_{j\alpha|\beta i} = g^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}$, la congruence est bien définie à un déplacement près. Les tenseurs g_{ij}, b_{ij} permettent de former les invariants $h = g^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}$ (paramètre moyen), $k = \frac{1}{2} l^{ij} l^{\alpha\beta} b_{i\alpha} b_{j\beta}$ (paramètre total).

Considérons la surface S qui rencontre la droite (u^1, u^2) de la congruence au point $\vec{r}(u^1, u^2)$ et soit $c^*_{ij} = \vec{a}_i \vec{r}_j$. Le système « congruence (c) + surface (S)″ » est défini à un déplacement près par la connaissance du tenseur symétrique g_{ij} de courbure 1 et du tenseur c^*_{ij} vérifiant l'égalité

$$g^{ij} l^{\alpha\beta} c^*_{j\alpha|\beta i} = l^{\alpha\beta} c^*_{\alpha\beta}.$$

Si l'on donne au lieu du tenseur c^*_{ij} sa partie symétrique $c_{ij} = c^*_{(ij)}$, il correspond à chaque solution φ de l'équation $\Delta_2 \varphi + 2\varphi = g^{ij} l^{\alpha\beta} c_{j\alpha|\beta i}$ un système « congruence + surface » ($h = -2\varphi$).

Les tenseurs g_{ij}, b_{ij} sont fondamentaux dans la théorie de Sannia; dans celle de Kummer ce sont les tenseurs g_{ij}, c^*_{ij} (ou c_{ij}).

2. Chaque congruence (qui n'est pas elliptique dans le domaine réel) peut être considérée comme formée par les tangentes à ∞^1 courbes (caustiques) situées sur la surface F. On a les relations

$$h = \frac{-\frac{1}{\rho_g}}{\frac{1}{\rho_g}\frac{1}{\tau_g} - \frac{1}{\rho_n}\frac{1}{\rho_g^*}}, \qquad 2\sqrt{-k} = \frac{\frac{1}{\rho_n}}{\frac{1}{\rho_g}\frac{1}{\tau_g} - \frac{1}{\rho_n}\frac{1}{\rho_g^*}},$$

$$\mathcal{K} = \frac{1}{\tau_g}\frac{d}{ds}\operatorname{arc\,tang}\frac{h}{2\sqrt{-k}} + \frac{1}{\rho_n}\frac{d}{ds^*}\operatorname{arc\,tang}\frac{h}{2\sqrt{-k}} - \frac{1+2\frac{d}{ds}\sqrt{-k}}{h^2-4k},$$

où $\frac{1}{\rho_g}$, $\frac{1}{\rho_n}$, $\frac{1}{\tau_g}$ sont respectivement la courbure géodésique, la courbure normale et la torsion géodésique de la caustique; $\frac{1}{\rho_g}$ est la courbure géodésique de la trajectoire orthogonale de la famille des caustiques; $\mathcal{K}$ la courbure totale de la surface F; les symboles $\frac{d}{ds}$ et $\frac{d}{ds^*}$ désignent respectivement les dérivations selon les arcs de la caustique et de la trajectoire orthogonale.

3. On peut poser le problème de trouver la caractéristique tensorielle pour certaines classes spéciales de congruences, c'est-à-dire le problème de trouver les conditions supplémentaires, qu'on doit imposer aux tenseurs g_{ij}, b_{ij} et qui soient nécessaires et suffisantes pour que la congruence appartienne à une classe donnée. Il est utile de considérer dans ce but le tenseur

$$T_i = l^{\alpha\beta} l^{\mu\nu} b_{i\alpha} b_{\beta\mu,\nu}.$$

Une large classe de congruences est caractérisée par la propriété du tenseur T_i d'être gradient ($T_{i|j} = T_{j|i}$); c'est la classe des congruences pour lesquelles il correspond aux surfaces développables un réseau conjugué sur l'enveloppe moyenne de la congruence. Nous allons les nommer « congruences généralisées de Guichard-Petot »; cette classe renferme, comme cas particuliers :

a. La congruence (Guichard-Petot) des normales à la surface minimale ($T_i = 0$, $b_{ij|k} = b_{ik|j}$);

b. La congruence des droites qui joignent les points de deux courbes $\left(T_i = \frac{1}{2}\frac{\partial k}{\partial u^i}\right)$;

c. La congruence de Guichard (et, comme cas particulier, la congruence

isotrope), pour laquelle il correspond aux surfaces développables un réseau de Tchebichef sur la sphère de rayon 1 $\left(T_i = -\frac{1}{2}\frac{\partial k}{\partial u_i}\right)$;

d. La congruence d'Appell-Bianchi pour laquelle l'enveloppée moyenne se réduit à un point $\Big($le tenseur β_i est gradient, $\beta_i = \frac{\partial \omega}{\partial u_i}$, $T_i = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial u_i}\Delta\omega$; la caractéristique tensorielle complète de cette classe s'exprime par l'égalité $b^{\alpha}_{[\alpha|k]l} + b_{kl} = 0\Big)$.

Une autre classe importante, celle des congruences de Ribaucour, est caractérisée par ce fait que le tenseur T_i devient gradient après avoir été multiplié par $\frac{1}{k}$.

4. La méthode s'applique sans difficulté à la théorie générale des complexes rectilignes et conduit à des résultats, dont la partie principale a été obtenue par Sannia. Les tenseurs fondamentaux du complexe appartiennent encore au domaine binaire (u^1, u^2), mais ce cas diffère du précédent parce que les tenseurs β_i et $b_{ij} = \beta_{(ij)}$ dépendent d'un paramètre complémentaire (w) ainsi que le nouveau tenseur fondamental $\mu_i = \frac{\partial \beta_i}{\partial w}$. Quand on se donne : 1° le tenseur symétrique $g_{ij}(u^1, u^2)$ de courbure 1 et 2° un tenseur arbitraire $\beta_i(u^1, u^2, w)$, le système « complexe + point » est défini à un déplacement près. Quand on se donne 1° le tenseur symétrique $g_{ij}(u^1, u^2)$ de courbure 1; 2° le tenseur symétrique b_{ij}) u^1, u^2, w) vérifiant la condition $l^{\alpha\beta} l^{\mu\nu} b_{\mu\beta\,\nu\alpha} = g^{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}$ et 3° le tenseur $\mu_i(u^1, u^2, w)$ vérifiant l'égalité $\mu_{(ij)} = \frac{\partial b_{ij}}{\partial w}$, le complexe est défini à un déplacement près.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les points de Peano des équations $y' = f$ pour lesquelles l'unicité de la solution est assurée d'un côté.* Note de Mlle **Marie Charpentier**.

Les belles recherches de M. Lavrentieff (¹) ont montré que les points de Peano d'une équation $y' = f(x, y)$ où f n'est supposée que continue, peuvent couvrir un domaine. Il est donc inutile de chercher dans le cas général une loi de raréfaction des points de Peano; mais cette loi peut exister si la généralité de f est un peu restreinte; c'est ainsi que j'ai examiné

(¹) *Mathematische Zeitschrift*, 23, 1925, p. 197.

le cas où, pour tout un domaine, l'unicité de l'intégrale issue d'un point est réalisée d'un côté déterminé, à droite par exemple, grâce à l'une des nombreuses conditions proposées dans ce but [ce qui, en tout cas, a lieu pour $f(x, y)$ non croissante en y]. Je me propose de résumer les résultats que j'ai obtenus alors, sur l'ensemble des points de Peano.

Par suite de notre hypothèse l'ensemble $\mathcal{H}(P)$ (¹) des intégrales issues de P se réduit à une courbe unique du côté droit. *Donc deux courbes intégrales issues de points distincts d'une verticale ne peuvent se rencontrer à sa gauche.*

Du lemme :

a. Si P est un point de Peano, $\mathcal{H}(P)$ est discontinue en P sur la verticale de P.

Je déduis :

Théorème I. — *L'ensemble des points de Peano est dénombrable sur toute verticale.*

Il importe de noter que l'ensemble obtenu en ajoutant aux points de Peano tout point possédant à sa gauche, dans $\mathcal{R}$, sur l'intégrale qu'il détermine, un point de Peano est encore dénombrable sur une verticale, par conséquent l'ensemble des points déterminant une intégrale unique dans toute la région $\mathcal{R}$ est partout dense.

a. Toute *ligne de Peano* [courbe $y = \varphi(x)$, formée exclusivement de points de Peano] appartient à gauche d'un de ses points P à la gerbe d'émission issue de ce point.

Théorème II. — *Toute ligne de Peano est une intégrale.*

a. L'existence d'un point de Peano P′ sur une intégrale $\mathcal{J}$ issue d'un point P d'une ligne de Peano $\mathcal{I}$ entraîne sur $\mathcal{I}$ la discontinuité de $\mathcal{H}(P)$ en P.

Théorème III. — *Une ligne de Peano rencontre au plus une infinité dénombrable de lignes de Peano.*

D'autre part, appelons surf. $\mathcal{H}(P)$, la surface fermée comprise entre $\mathcal{M}(P)$ et $m(P)$ et appartenant à $\mathcal{R}$.

Si surf. $\mathcal{H}(P) = 0$, P n'est certainement pas un point de Peano ; mais si surf. $\mathcal{H}(P) > 0$ on ne peut rien affirmer sur la nature de P.

Mon théorème de semi-continuité de $\mathcal{H}(P)$ (²) entraîne :

(¹) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 509; 192, 1931, p. 139.

(²) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 54, juillet 1930, p. 203.

THÉORÈME IV. — *L'ensemble des points de $\mathcal{R}$ où surf. $\mathcal{H}(P) \geqq \sigma$ est fermé.*

En appliquant IV aux équations considérées plus haut il vient (conséquence de I) :

a. L'ensemble des points où surf. $\mathcal{H}(P) \geqq \sigma$ est non dense.

THÉORÈME V. — *L'ensemble des points où surf. $\mathcal{H}(P) > 0$ est de première catégorie.*

Cet ensemble contenant tous les points de Peano, il vient :

THÉORÈME. — *L'ensemble des points de Peano de l'équation $y' = f$, où l'unicité est assurée d'un côté fixe dans toute la région $\mathcal{R}$, est de première catégorie dans $\mathcal{R}$ et dénombrable sur toute verticale.*

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le mouvement commençant d'une masse liquide.* Note de M. **Georges Bouligand**.

1. Soit $\vec{V}$ le champ de vitesses initiales, supposé de divergence nulle. La *dissémination totale* exige [1]

$$\vec{V}.\Delta\vec{V} - \Delta\frac{\overline{V}^2}{2} + \overline{\text{rot}}^2\vec{V} > 0. \tag{1}$$

Dans le mouvement à l'état de continuité hydrodynamique, si la densité égale l'unité, le premier membre de (1) est le laplacien de la pression. D'où une interprétation du vecteur

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, p = \vec{F}_e - \vec{J} \tag{2}$$

($\vec{F}_e$ étant la force extérieure par unité de masse). Sa divergence est la dérivée seconde initiale du jacobien de la transformation $\tau(M)$ que réaliserait la dissémination totale si elle se produisait, en dépit de l'incompressibilité. On relie ainsi, par l'intermédiaire de Δp, l'idée de pression, à celle de la contraction qui se produirait dans le mouvement des molécules regardées comme libres, et il faut remarquer que l'interprétation obtenue de la sorte subsiste pour un liquide visqueux à la Navier.

2. Il existe pour un liquide, à partir d'un champ initial $\vec{V}$ convenable, des mouvements (μ) intermédiaires entre l'état de continuité hydrodynamique

(1) BOULIGAND, *Cavitations naissantes dans un liquide pesant* (*Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 35-36).

et l'état de dissémination totale. Soit par exemple, dans un tube cylindrique de révolution indéfini, une masse liquide emplissant la partie du tube entre deux sections droites et animée d'une rotation d'ensemble autour de l'axe du tube. En l'absence de paroi autre que celle du tube, suivons la chute du liquide. Par rapport à un système en chute libre, le problème se simplifie. On montre que la répartition des pressions, propre à l'état de continuité hydrodynamique, introduirait dès l'origine des pressions négatives. En fait, les diverses sections droites, en l'absence de forces extérieures dans le système de référence adopté, se mouvront indépendamment : l'autonomie des sections droites fait donc place à celle des particules, réalisée dans le cas de la dissémination totale.

3. Par suite de l'existence des mouvements (μ), ma Note citée appelle des compléments : aux points intérieurs de l'ensemble de scission, on n'a pas forcément $p = 0$; à l'équation (2) se substitue alors une équation

$$\vec{\Pi} = \vec{F}_e - \vec{J} \tag{2'}$$

où $\operatorname{div} \vec{\Pi}$ est la dérivée seconde initiale du jacobien de la transformation $\tau(M)$. Pour assurer, en cas de mouvement irrotationnel, la propriété pour l'ensemble de scission d'être dépourvu de points intérieurs, il suffit d'admettre qu'entre le premier membre Δp (alors négatif) de (1) et $\operatorname{div} \vec{\Pi}$ existe la relation

$$\Delta p < \operatorname{div} \Pi$$

ou encore que la contraction produite par la dissémination totale à partir de conditions initiales entretenant la continuité hydrodynamique l'emporte sur la contraction produite par la dissémination totale à partir de conditions initiales propres à réaliser un mouvement (μ).

ASTRONOMIE. — *Formule précise et simple pour l'identification des petites planètes*. Note [1] de M. **Benjamin Jekhowsky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Prenons les expressions qui résultent des équations (3) et (4) de ma Note précédente [2] et qui déterminent les variations de l'ascension droite

(1) Séance du 9 février 1931.
(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 458.

et de la déclinaison d'une petite planète en fonction des variations $d\rho$, dr et dv (de sa distance géocentrique ρ, de sa distance héliocentrique r et de son anomalie vraie v), en écrivant

$$(1)\quad \begin{cases} \rho\cos^2\delta\, d\alpha = [(f_2\lambda_1 - f_1\lambda_2)\, dr + (g_2\lambda_1 - g_1\lambda_2)\, dv], \\ \rho\cos\ \delta\, d\delta = [f_3\, dr + g_3\, dv - \lambda_3\, d\rho] \end{cases}$$

où, comme nous l'avons montré, les trois corrections $d\rho$, dr et dv sont reliées par la relation

$$(2)\quad d\rho = (f_1\lambda_1 + f_2\lambda_2 + f_3\lambda_3)\, dr + (g_1\lambda_1 + g_2\lambda_2 + g_3\lambda_3)\, dv.$$

Si maintenant, on considère les constantes a_1, b_1, A_1, B_1 définies dans ma précédente Note [1], on trouve facilement que

$$(3)\quad \begin{cases} f_1\lambda_1 + f_2\lambda_2 + f_3\lambda_3 = \sin a_1 \sin(v + A_1); \\ g_1\lambda_1 + g_2\lambda_2 + g_3\lambda_3 = r \sin a_1 \cos(v + A_1); \\ f_2\lambda_1 - f_1\lambda_2 = \sin b_1 \sin(v + B_1)\cos\delta; \\ g_2\lambda_1 - g_1\lambda_2 = r \sin b_1 \cos(v + B_1)\cos\delta; \end{cases}$$

de sorte qu'avec (2) et (3) les relations (1) deviennent

$$(4)\quad \begin{cases} \rho\cos\delta\, d\alpha = \sin b_1 [\sin(v + B_1)\, dr + r\cos(v + B_1)\, dv], \\ \rho\cos\delta\, d\delta = \sin c\, [\sin(v + C)\, dr + r\cos(v + C)\, dv] \\ \qquad\qquad - \sin a_1 [\sin(v + A_1)\, dr + r\cos(v + A_1)\, dv]. \end{cases}$$

En remplaçant dans ces expressions la variation de la distance héliocentrique r par sa valeur

$$dr = \frac{r^2}{p} \sin\varphi \sin v\, dv,$$

φ étant l'angle de l'excentricité et p étant le paramètre de l'orbite de la planète, puis en remarquant que la dérivée de la coordonnée z s'exprime par la formule

$$(5)\quad z' = \frac{\sin c}{\sqrt{p}} [\cos(v + C) + \sin\varphi \cos C],$$

et que nous pouvons écrire des formules toutes semblables pour les dérivées $\bar{x}'$, $\bar{y}'$ des projections des coordonnées x et y de l'astre sur les axes choisis [1],

$$(6)\quad \begin{cases} \bar{x}' = \dfrac{\sin a_1}{\sqrt{p}} [\cos(v + A_1) + \sin\varphi \cos A_1], \\ \bar{y}' = \dfrac{\sin b_1}{\sqrt{p}} [\cos(v + B_1) + \sin\varphi \cos B_1] \end{cases}$$

---

[1] *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 277.

il vient après toutes réductions faites

$$(7) \quad \begin{cases} \rho \cos\delta \, d\alpha = \dfrac{r^2}{p} \bar{y}' \, dv, \\ \rho \cos\delta \, d\delta = \dfrac{r^2}{p} (z' - \bar{x}' \sin\delta) \, dv. \end{cases}$$

D'où, après division, on a en minutes d'arc

$$(8) \quad j = \frac{d\delta}{d\alpha} = \frac{15'(z' - \bar{x}' \sin\delta)}{\bar{y}'}.$$

Étant donné que la transformation des constantes de Gauss a, b, A, B, en constantes analogues a_1, b_1, A_1, B_1, ainsi que la détermination des quantités $\bar{x}'$, $\bar{y}'$, z' ne demandent pas des calculs compliqués, la formule (8) est probablement la plus simple de toutes les formules du même genre indiquées jusqu'à présent.

Elle permet à chaque instant avec une seule observation de la planète, en tenant compte et de la variation $d\rho$ et de la variation dr, de calculer exactement la valeur de la quantité j, si importante pour l'identification des petites planètes.

PHOTOMÉTRIE. — *Propriétés photométriques des surfaces diffusantes rugueuses.* Note de MM. **J. Dourgnon** et **P. Waguet**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Soit une surface diffusante opaque S, de forme quelconque, limitée par une courbe C, plane ou gauche, et désignons par ρ son facteur de réflexion. Le flux lumineux F que reçoit la surface S et le flux lumineux F' qu'elle réfléchit sont proportionnels au flux lumineux f qui lui est envoyé par des sources extérieures. Soient ξ et ξ' les facteurs de proportionnalité, on a

$$(1) \quad F = \xi f,$$
$$(2) \quad F' = \rho \xi' f.$$

Nous proposons d'appeler ξ le *facteur de correction interne dû à la courbure de la surface* et ξ' *le facteur de correction externe dû à la courbure de la surface*. Le produit $\rho\xi'$ peut s'appeler le *rendement de la réflexion* sur la surface considérée.

Si la surface S est plane ou convexe, ξ et ξ' sont égaux à 1; si la surface S est concave, ξ est supérieur à 1 et ξ' est inférieur à 1.

En exprimant l'équilibre lumineux sur la surface, on déduit entre ξ et ξ' la relation

$$(1-\rho)\xi+\rho\xi'=1. \tag{3}$$

Dans le cas particulier où la surface concave, d'aire S, est limitée par une courbe plane, d'aire Σ, et où l'éclairement résultant est uniforme, on trouve, en admettant que la réflexion suit la loi de Lambert,

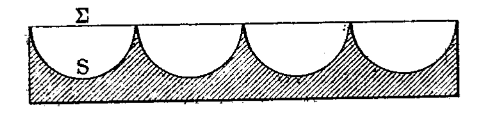
$$\xi=\frac{1}{1-\rho\left(1-\frac{\Sigma}{S}\right)}, \tag{4}$$

$$\xi'=\frac{\frac{\Sigma}{S}}{1-\rho\left(1-\frac{\Sigma}{S}\right)}. \tag{5}$$

II. On sait que, quand les irrégularités d'une surface sont grandes par rapport à la longueur d'onde, mais sont cependant assez petites pour être invisibles à l'œil, la réflexion est diffuse et la surface est *lisse*. Mais les irrégularités peuvent être telles qu'elles soient nettement visibles à l'œil, la surface est alors *rugueuse*.

On peut donner une représentation de ce genre de surface en imaginant un tissu serré que l'on plisserait. Le facteur de réflexion du tissu devra être mesuré sur un échantillon plan et uni. Si l'on fait une mesure sur le tissu plissé, on n'obtient plus directement le facteur de réflexion, mais une grandeur plus petite qui dépend à la fois du facteur de réflexion et de la forme géométrique du tissu. On peut appeler cette grandeur le rendement de la réflexion sur la surface plissée.

Il ne faut pas songer à pouvoir mettre en équation le phénomène général qui se passe quand un faisceau lumineux tombe sur une surface de ce genre. Mais il est un cas particulier où le calcul est possible, c'est celui d'une sur-



face mate et plane présentant des irrégularités telles que celles représentées sur la figure et éclairée de telle sorte que l'éclairement soit le même en tous les points des cavités.

La formule (5) s'applique, ξ' désignant alors le facteur de correction dû aux *irrégularités* de la surface.

Dans le cas général cette formule ne s'applique pas, mais on peut admettre que, pour un même type d'éclairage incident et une même nature de surface (le pigment étant seul différent), le facteur de correction varie en fonction du facteur de réflexion suivant une loi telle que

$$\xi' = \frac{A}{1 - B\rho}, \tag{6}$$

A et B étant deux constantes purement géométriques à déterminer empiriquement et de la connaissance desquelles on pourrait déduire *a priori* l'effet d'un pigment déterminé sur un enduit défini appliqué d'une façon également définie (pochage, gaufrage, etc.).

III. Dans un but de vérification, nous avons réalisé un certain nombre d'échantillons diffusants de facteurs de réflexion différents en incorporant, en plus ou moins grande quantité, du noir de fumée dans du plâtre à modeler. Une cavité hémisphérique de 5^{mm} de diamètre était soigneusement creusée dans chaque échantillon.

Pour remplir la condition de l'égalité de l'éclairement en tous les points de la cavité, l'échantillon était placé au centre d'une sphère de brillance uniforme de façon à être éclairé par de la lumière parfaitement diffusée [1]. En outre, nous nous assurions que la brillance de la portion plane et la brillance de la portion hémisphérique de l'échantillon étaient sensiblement indépendantes de l'angle d'observation.

Le tableau donne les résultats de l'expérience et du calcul.

Échantillon.	Facteur de réflexion.	Rendement de la réflexion calculé.	Rendement de la réflexion mesuré.
1	0,840	0,725	0,736
2	0,745	0,595	0,622
3	0,515	0,347	0,355
4	0,385	0,239	0,250
5	0,190	0,105	0,106

Étant données les difficultés que nous avons rencontrées pour réaliser dans du plâtre des cavités parfaitement hémisphériques, on peut conclure des nombres précédents que l'accord (à moins de 4 pour 100) entre les résultats du calcul et ceux de l'expérience est très satisfaisant.

(1) Nous avons utilisé un lumenmètre diffusant de 50^{cm} de diamètre.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Décharges de haute fréquence dans l'azote en présence du mercure*. Note de M. **R. Zouckermann**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai comparé les spectres de l'azote obtenus en présence du mercure pour des fréquences du courant d'excitation de $3.10^7 (\lambda = 10^m)$ et $\frac{1}{19} \cdot 10^7$ $(\lambda = 570^m)$. Le gaz contenu dans le tube avait une pression de $0^{mm},4$ environ. Le tube à décharges, en silice fondue transparente, avait une longueur totale de 13^{cm} et un diamètre de 3^{cm}, sauf en son milieu, où, sur une longueur de 3^{cm}, le diamètre était de $0^{cm},8$.

A ses extrémités étaient soudées des fenêtres de quartz transparentes. Le tube était réuni, par l'intermédiaire d'un rodage au mercure, à une canalisation à vide sur laquelle était branchée une jauge de Mac-Leod. Le vide était produit par une pompe à huile et une pompe à vapeur de mercure. L'azote pur, préparé par l'azothydrate de sodium, après avoir été desséché à l'acide sulfurique, était recueilli sur le mercure dans un tube manométrique relié à la canalisation par l'intermédiaire de deux robinets en série. On chauffait longuement le tube au rouge, sous le vide avant l'introduction du gaz. Deux bagues de papier d'étain, enroulées aux extrémités du tube, formaient les électrodes extérieures. Elles constituaient un petit condensateur faisant partie d'un circuit oscillant. Pour $\lambda = 570^m$ on ajoutait en parallèle un petit condensateur variable permettant l'accord. Pour $\lambda = 10^m$ l'accord se faisait en agissant sur la self, constituée par des tubes de laiton coulissant. On accordait le circuit oscillant avec un générateur de courant haute fréquence, genre Mesny, constitué par deux lampes Sila de 250 watts, à électrodes isolées au quartz. Le chauffage, le potentiel de plaque, et le couplage avec le circuit du tube à décharges étant réglables, on pouvait faire varier dans de larges limites le potentiel aux bornes du tube. Ce potentiel, mesuré au moyen d'un petit électromètre Bjernkes-Gutton [1], sans capacité notable, était très constant pendant la durée d'une expérience.

On pouvait également avoir une idée de l'intensité du courant en employant un fil thermique fin, aussi éloigné que possible de toute matière tant conductrice qu'isolante.

L'examen du tube se faisait à l'aide d'un spectrographe à réseau (dispersion de 14,7 angst/mm) et d'un spectrographe Hilger à optique de quartz. Le domaine étudié s'étendait de 2300 à 4800 angströms environ. Les spectres observés comportaient principalement les bandes de N_2, N_2^+, et CN, et de nombreuses raies de Hg_I. Quand le tube avait fonctionné longtemps, on observait également quelques raies ultimes de Si (surtout 2516,2 Å). En aucun cas je n'ai observé de raies de l'atome N.

---

(1) C. Gutton, *Radiotechnique générale*.

Parmi les bandes négatives, celles qui correspondent à de faibles valeurs des nombres quantiques d'oscillation (0, 1, 2) étaient intenses pour $\lambda = 570^m$. Les plus intenses de beaucoup étaient 3914 ($^0/_0$) et 4278 ($^0/_1$). Ces bandes étaient très affaiblies ou tout à fait invisibles pour $\lambda = 10^m$. Les bandes négatives de nombres quantiques plus élevés (2, 3, 4, 5) étaient toujours faibles, mais elles avaient le même aspect pour $\lambda = 10^m$ et $\lambda = 570^m$.

Au contraire les bandes positives sont toujours intenses, mais présentent un peu plus de détails et sont aussi plus fortes dans le cas de $\lambda = 10^m$.

Les raies du mercure Hg_1 ne se comportent pas toutes de la même manière. Un certain nombre d'entre elles (en général des raies $P \rightarrow S$) ne présentent pas de changement visible. D'autres (en général des raies $P \rightarrow D$) sont nettement plus intenses pour $\lambda = 10^m$; c'est le cas de

2534,8 $2^3P_0 - 4^3D_1$, 2482,7 $2^3P_1 - 4^3D_1$, 2483,8 $2^3P_1 - 5^7D_2$,
2399,7 $2^3P_1 - 6^3D_1$, 2639,9 $2^3P_2 - 7^3D_{1,2}$.

Rossignol (¹) avait constaté ces mêmes variations avec la fréquence de l'excitation dans le cas de l'étincelle.

Il ne semble pas possible de relier les observations faites pour Hg_1 et N_2^+. En effet Fraine et Montganerry (²), comparant les spectres de Hg_1, obtenus à la pression atmosphérique et en courant continu et ceux obtenus à la pression 10^{-3} mm de Hg et en haute fréquence ($\lambda = 3^m$), ont constaté ces mêmes variations que je viens de signaler. Or ces auteurs n'opéraient pas en présence d'azote.

Il semble utile de signaler, pour l'interprétation des faits observés, que Langmuir (³), pour expliquer de remarquables anomalies dans la répartition des vitesses des électrons dans un gaz, puis Gutton (⁴) pour rendre compte des anomalies du potentiel explosif dans les gaz, à très haute fréquence, ont imaginé que les ions positifs, à ces fréquences, avaient des amplitudes très petites, à cause de leur inertie. De son côté, Brasefield (⁵) a montré que les vitesses des électrons dans ces conditions d'excitation étaient insuffisantes pour rendre compte des spectres observés.

D'autre part il semble très probable que les bandes de N_2^+ sont dues à

(¹) ROSSIGNOL, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1273.
(²) FRAINE et MONTGANERRY, *Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 549.
(³) FONKS et LANGMUIR, *Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 195.
(⁴) Voir par exemple H. GUTTON, *Ann. de Phys.*, 13, 1930, p. 62.
(⁵) BRASEFIELD, *Phys. Rev.*, 37, 1931, p. 84.

des chocs de deuxième espèce : Merton et Pilley ([1]) en effet les obtiennent avec beaucoup d'intensité dans une atmosphère de He contenant des traces d'azote.

Dans ces conditions, on comprendrait que les hautes fréquences, en diminuant le nombre des chocs de deuxième espèce, affaiblissent les bandes de N_2^+.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *La surface caractéristique* $i = f(F, V)$ *d'une cellule photo-électrique à atmosphère gazeuse.* Note ([2]) de M. **G.-A. Boutry**, présentée par M. Ch. Fabry.

Une cellule photo-électrique éclairée par une lumière de composition spectrale déterminée débite un courant i qui dépend du flux lumineux F incident, de la tension V appliquée au circuit et de la résistance R en série avec la cellule.

Nous avons construit ([3]) la surface caractéristique $i = f(F, V)$ d'une cellule S. C. A. D. (hémisphérique, à anode filiforme et cathode en potassium épais sensibilisé par décharge dans l'hydrogène), en série avec une résistance R de 500000 ohms. On peut y distinguer six régions :

Région 1. — Le début des caractéristiques à flux variable tracées sous bas voltage est à peu-près rectiligne. Pour des différences de potentiel plus élevées, le courant croît un peu moins vite que le flux lumineux.

Région 2. — La courbure des caractéristiques change de signe : leur pente augmente rapidement avec le flux lumineux. La valeur maximum atteinte par $\frac{di}{dF}$ est d'autant plus grande que la tension appliquée est plus forte.

Dans ces deux régions, le courant est *contrôlé*, c'est-à-dire qu'il cesse avec le flux. Nous expliquerons l'allure des résultats précédents de la façon suivante :

Tant que la vitesse des électrons émis par la cathode est insuffisante pour provoquer l'ionisation par chocs, c'est-à-dire à des voltages très bas, on peut considérer que la

([1]) Merton et Pilley, *Phil. Mag.*, 50, 1925, p. 195.

([2]) Séance du 9 février 1931.

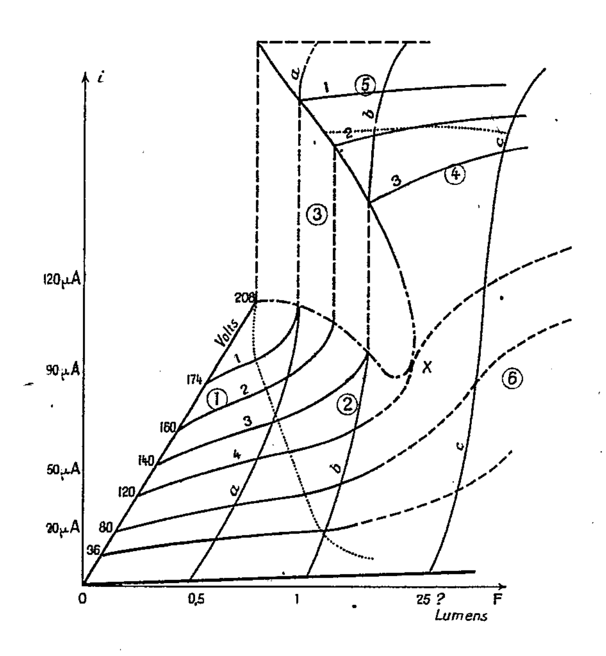
([3]) On n'obtient une surface reproductible qu'à condition de ramener à zéro avant chaque mesure la d. d. p. appliquée et le flux lumineux incident. Il convient, de plus, de laisser la cellule au repos pendant des temps de l'ordre de 24 heures chaque fois que le point figuratif de son état s'est placé dans les régions 4 et 5.

densité apatiale des charges est négligeable en tout point. Dans ces conditions, le rapport du nombre des électrons qui atteignent l'anode au nombre de ceux émis pendant le même temps est indépendant de ce dernier. Les courants reçus sont alors proportionnels aux flux lumineux.

Sous des tensions plus élevées, l'ionisation par chocs se produit. Si r est le *taux d'ionisation* et $N dt$ le nombre d'électrons émis par la cathode pendant le temps dt, nous écrirons avec M. Campbell (¹) que le nombre d'ions atteignant l'anode est au plus égal à

$$N dt(1 + r + r^2 + \ldots) = \frac{N}{1 - r} dt$$

Quand le flux appliqué n'est pas très petit, la densité spatiale des charges cesse d'être négligeable, au voisinage de l'anode. Il y a recombinaison des ions dans cette



région, et le taux de recombinaison augmente avec la densité spatiale, c'est-à-dire avec le flux incident : d'où la courbure de la région 1.

Si le flux lumineux continue à augmenter la densité spatiale au voisinage de la cathode cesse à son tour d'être négligeable. Une chute cathodique de potentiel apparaît alors, ce qui (à tension constante) augmente la vitesse moyenne des électrons, et par suite r. Cet effet est de sens contraire au précédent. Quand il devient prépondérant, c'est-à-dire pour des flux suffisants, le courant croît plus vite que le flux lumineux (région 2).

(¹) N. R. Campbell, *Philosophical Magazine*, 3, 1927, p. 954.

Région 3. — Pour un flux lumineux d'autant plus grand que la tension appliquée est plus petite, *r* prend la valeur 1, et la pente des caractéristiques devient infinie. Les ions positifs produisent à leur tour l'ionisation par chocs. La surface présente une nappe à génératrices verticales dont la hauteur est limitée. En effet, le courant prenant alors des valeurs de l'ordre de 50 à 100 microampères, la chute ohmique de potentiel aux bornes de la résistance en série avec la cellule cesse d'être faible; la d. d. p. réellement appliquée à la cellule diminue, ce qui limite le courant total.

Les deux courbes tracées à la base et au sommet de la nappe 3 [1] se rapprochent l'une de l'autre quand on se déplace vers les grands flux et les faibles d. d. p. Elles semblent se rencontrer en un point X au delà duquel (région 6) se trouve la caractéristique à voltage variable *c* qui n'a nulle part de tangente verticale. Tous les points de cette région correspondent à des états stables de la cellule.

Régions 4 *et* 5. — Au-dessus de la nappe 3, et pour des d. d. p. élevées, le courant n'est plus contrôlé par le flux (région 5). Mais il existe une région 4 intermédiaire correspondant à des flux plus grands et des d. d. p. plus faibles sur laquelle les courants cessent, avec un certain retard, quand on supprime le flux.

Ce retard croît quand la d. d. p. appliquée s'élève, en sorte qne l'on passe de la région 4 à la région 5 d'une façon continue. On peut rendre compte de l'existence de cette région en remarquant que la cessation du flux provoque une diminution de la densité spatiale et de la chute cathodique. Si la vitesse des ions positifs est très voisine de la vitesse limite au-dessous de laquelle ils ne produisent plus l'ionisation, la décharge cesse quand on supprime le flux incident.

Dans les régions 3, 4 et 5, l'intensité varie en outre à partir de l'instant où l'on établit le flux excitateur. Les phénomènes observés seront décrits ultérieurement.

Ces résultats et leur interprétation ont été confirmés par l'étude d'autres cellules du même type et de types différents (Cellules Fotos).

---

(1) Dans les idées de Townsend, la branche inférieure représente un régime « corona » et la branche supérieure un régime « disruptif ».

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la nature des groupements d'atomes radioactifs.* Note de M. **E. L. Harrington**, présentée par M. Ch. Fabry.

Les nombreuses expériences décrites par Mme Curie (1), Mlle Chamié (2), Makower et Russ (3), Harrington (4) et d'autres encore, prouvent d'une manière définitive que, sous certaines conditions, il existe des groupements d'atomes radioactifs en suspension dans les gaz. Harrington et Gratias (5) ont montré que la présence de molécules polaires est importante, et même nécessaire, si l'on veut que les agglomérations croissent assez pour pouvoir être décelées par centrifugation. Enfin un travail de Jedzrejowski (6) conduit à cette conclusion que « la formation d'atomes radioactifs est facilitée par la présence des impuretés. Il paraît probable que ces groupements se forment autour des noyaux des impuretés ».

Mes expériences confirment pleinement la conclusion précédente, mais elles suggèrent d'autre part que la présence d'impuretés n'est pas essentielle, et que l'absence d'agrégats sur des lames de mica fraîchement clivées peut être expliquée de différentes manières. Avec des lames de mica exposées au radon et appliquées ensuite sur des plaques photographiques, on observe par photographie que les agrégats sont beaucoup plus nombreux au voisinage des rayures, des paillettes détachées et sur les bords, que sur les surfaces planes. Il y a deux explications possibles : 1° ou les groupements se forment au point même où on les observe; 2° ou ils se forment, au moins dans une grande mesure, au sein du gaz, pour venir ensuite rencontrer la surface et s'y fixer. Cette seconde hypothèse est la plus acceptable pour plusieurs raisons : pour qu'un agrégat puisse se développer, il faut que le noyau soit frappé dans des conditions favorables par des atomes appropriés et convenablement orientés au moment du choc, pour former une association stable avec les atomes déjà présents dans le groupement. De tels chocs sont plus probables sur un noyau en suspension dans le gaz que sur un noyau déjà fixé à la surface du mica. Il est d'ailleurs extrêmement pro-

(1) Mme P. Curie, *Radioactivité*, Paris, Gauthier-Villars, 1910.
(2) Mlle Chamié, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1243; 185, 1927, p. 770 et 1277.
(3) Makower and Russ, *Phil. Mag.*, 19, 1910, p. 100.
(4) Harrington, *Phil. Mag.*, 6, 1928, p. 685.
(5) Harrington et Gratias, *Phil. Mag.*, 11, 1931, p. 285.
(6) Jedzrejowski, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1043 et 1167.

bable que, par suite du recul, seuls les agrégats qui se seront profondément engagés dans le mica pourront y rester fixés. Évidemment des rayures, des paillettes, des impuretés adhérentes de toutes sortes, et aussi des couches de molécules polaires adsorbées et orientées favoriseront la fixation des agrégats beaucoup plus qu'une surface fraîchement clivée. Une telle hypothèse explique bien les faits observés.

L'existence de ces groupements dans les gaz a été clairement mise en évidence par Mlle Chamié (1) et par Harrington et Gratias (2). Mlle Chamié a montré que, dans certaines conditions, de tels groupements contenaient presque exclusivement des atomes de radon. Dans les travaux de Harrington et de Harrington et Gratias, la présence des groupements a été révélée par centrifugation : après que les impuretés primitivement présentes, ou introduites à dessein dans le tube, avaient été chassées par une première centrifugation, on pouvait encore précipiter à plusieurs reprises des groupements radioactifs. Il est donc douteux que les impuretés jouent un rôle essentiel. D'autre part les expériences de Harrington et Gratias montrent que la présence de molécules polaires est nécessaire pour la formation de grosses agglomérations.

Il résulte de tout ce qui précède que les groupements d'atomes radioactifs, qui se forment dans les mélanges gazeux contenant du radon, sont constitués par des atomes radioactifs et un grand nombre de molécules polaires groupées autour du noyau. Ce noyau peut être une impureté (une poussière, par exemple); mais c'est plus généralement, sans doute, une association stable d'atomes radioactifs ionisés; on sait en effet que des ions radioactifs des deux signes sont présents dans de telles conditions. Les molécules polaires formeraient ensuite des couches orientées autour du noyau. Ces couches auraient une tension de vapeur relativement faible et posséderaient une grande stabilité, comme l'a observé Mlle Chamié. En outre le champ électrique qui émane de ces groupements favoriserait la capture ultérieure de nouveaux atomes. Cette hypothèse explique que la croissance des agrégats dépende de la richesse du gaz en atomes radioactifs et en molécules polaires, ce qu'a montré l'expérience.

---

(1) Mlle Chamié, *Journal de Physique*, 10, 1929, p. 44.

(2) *Loc. cit.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur quelques réactions se produisant à l'état solide.* Note (¹) de Mme **Mathieu** et MM. **Mathieu** et **Paić**, présentée par M. Georges Urbain.

On sait que, si l'on broie dans un mortier du chlorure d'ammonium et de la chaux, on provoque un dégagement d'ammoniac. Dans d'autres cas, des changements de couleurs des produits permettent de suivre les réactions. C'est le cas, par exemple, de la formation de HgI^2 quand on broie de l'iode et du mercure

(I) $$Hg + I^2 = HgI^2.$$

Mais il peut sembler difficile de voir la formation de composés nouveaux par réaction entre solides quand on n'a aucun indice directement observable. Ce ne fut que lorsqu'on eut la possibilité d'identifier une phase cristalline par son rœntgenogramme que l'on put voir se faire par broyage au mortier la transformation

(II) $$ZnS \text{ wurtzite} \rightarrow ZnS \text{ blende}.$$

Au cours de diverses recherches, nous avons trouvé d'autres réactions se faisant par broyage au mortier parmi lesquelles :

(III) $$3SO^4K^2 + SO^4Na^2 \rightarrow 3SO^4K^2SO^4Na^2,$$

(IV) $$SO^4Hg + 2HgO \rightarrow SO^3 3HgO,$$

(V) $$SO^4Hg + HgI^2 \rightarrow SO^4HgI^2Hg,$$

(VI) $$CO^3(PbI)^2 \rightarrow PbI^2 + CO^3Pb,$$

(VII) $$[2SO^3 3HgO 2H^2O] + 3HgO \rightarrow 2[3HgOSO^3] + 2H^2O$$

Dans chaque cas les rœntgenogrammes identifient les phases cristallines initiales et finales. Dans le cas de la dissociation de l'iodocarbonate de plomb, la couleur jaune qui apparaît avertit de la formation de PbI^2.

D'autre part le sulfate double de Na et de K prend naissance dans une solution contenant le mélange des 2 sulfates en proportions convenables. Dans une précédente Note, l'un de nous a précisé comment on obtient le sel SO^4HgI^2Hg par l'intermédiaire d'une phase fluide (²). Le cas de l'iodocarbonate est légèrement différent puisque dans les conditions ordinaires

(¹) Séance du 9 février 1931.

(²) M. Paić, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 941.

c'est le sel double qui se forme en phase fluide ainsi qu'il a été montré par Mme Demassieux ([1]).

Nous avons cherché s'il existait une relation entre la marche de ces réactions se produisant à l'état solide et les volumes moléculaires de chacun des deux membres des réactions formulées. Le tableau suivant donne les résultats relatifs à ces valeurs :

Réactions.		Densités.	Poids mol.	Somme volume mol. 1er membre.	Somme volume mol. 2e membre.	Changement de vol. %.
I.	Hg	13,60	200,6	69,2	72,6	+4,9
	I^2	4,66	253,8			
	HgI^2	6,26	454,4			
II.	Zn S wurtzite	3,98 (G.)	97,4	24,5	24,0	−2,0
	Blende	4,06 (G.)				
III.	SO^4Na^2	2,68 (G.)	142,1	249,7	246,3	−1,4
	SO^4K^2	2,67 (G.)	523,2			
	$3K^2SO^4Na^2SO^4$	2,70 (G.)	665,3			
IV.	SO^4Hg	6,47 (J.) 6,40 (A)	296,7	81,0 (nbs de Joule)	87,7	+8,3
	HgO	11,14 (J.) 11,0 (A)	401,2	82,8 (nbs des aut.)	87,9	+6,2
	$SO^3.3HgO$	8,32 (J.) 8,31 (A)	729,9			
V.	SO^4Hg	6,71 (J.) 6,40 (A)	296,7	118,4 (nbs de Joule)	119,2	+0,68
	HgI^2	6,26 (J.) 6,17 (A)	454,4	119,9 (nbs des aut.)	119,2	−0,58
	$HgSO^4HgI^2$	6,30 (A)	751,1			
VI.	$(IPb)^2CO^3$	6,4 (A)	728,2	114	116	+1,7
	PbI^2	6,22 (F. G.)	461,0			
	$PbCO^3$	6,46	267,2			

Nota. — Les densités données sans aucune mention sont celles trouvées habituellement dans les Tables de constantes.

Les notations : (G.) GROTH, *Chemische Krystallographie;*

(J.) JOULE et PLAYFAIR, *Chem. Soc. Memoirs*, 2, 1845, p. 401 (Densités mesurées à 3°,90);

(F. G.) FERRARI GIORGI, *Rend. C. Ac. Naz. Lincei*, 6e série, 10, 1929, p. 522.

(A) valeurs trouvées dans les mesures effectuées par les auteurs (température 18° environ).

On pouvait à priori penser que les réactions provoquées par broyage au mortier seraient celles qui tendraient à diminuer le volume moléculaire du système, c'est-à-dire à accroître sa densité moyenne par suite de la pression développée dans le broyage.

([1]) Mme DEMASSIEUX, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 333 et 428; *Bull. Soc. chim. de France*, 4e série, 45, 1929, p. 995.

A part les cas (II) et (III), il n'en est pas ainsi. Dans le cas (V) on a égalité des volumes moléculaires des deux membres. On pouvait d'ailleurs présumer que l'opération du broyage ne pouvait pas s'assimiler à l'action d'une simple pression. Il semble impossible d'appliquer à des réactions chimiques se produisant dans les conditions décrites entre solides les lois de la thermodynamique, à cause de la multiplicité des facteurs pouvant intervenir. Citons seulement le rôle de traces d'eau, la tendance plus ou moins grande qu'ont les substances à cristalliser.

Il n'est cependant pas, je crois, sans intérêt de montrer que des réactions à l'état solide peuvent très facilement se produire et que, grâce aux diagrammes de rayons X, on peut aisément les mettre en évidence.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les lois de combustion des poudres colloïdales contenant de la vaseline.* Note [1] de MM. **H. Muraour** et **G. Aunis**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons poursuivi l'étude de la variation de l'aire pressions-temps $\int p\,dt$ en opérant sur des poudres dans lesquelles l'abaissement de la température d'explosion du mélange nitrocellulose-nitroglycérine est obtenu non plus par addition de centralite (diéthyldiphénylurée symétrique) mais par addition de vaseline. Nous avons utilisé :

a. Une poudre du type de la cordite anglaise (éch. A 110) constitué par un mélange de coton-poudre fortement nitré et de nitroglycérine additionné de 5 pour 100 de vaseline, taux d'azote nitrique 14,13 pour 100. Étirage en brins cylindriques de $8^{mm},88$ de diamètre.

b. Une poudre d'un type particulier (éch. B 31) constituée par un mélange de coton-poudre fortement nitré et de nitroglycérine, l'abaissement de température étant obtenu par addition de 4 pour 100 de vaseline, de 4 pour 100 de centralite et de 1 pour 100 de diphénylamine.

Taux d'azote nitrique : 12,83 pour 100.

Étirage en tubes de $3^{mm},33$ d'épaisseur [2].

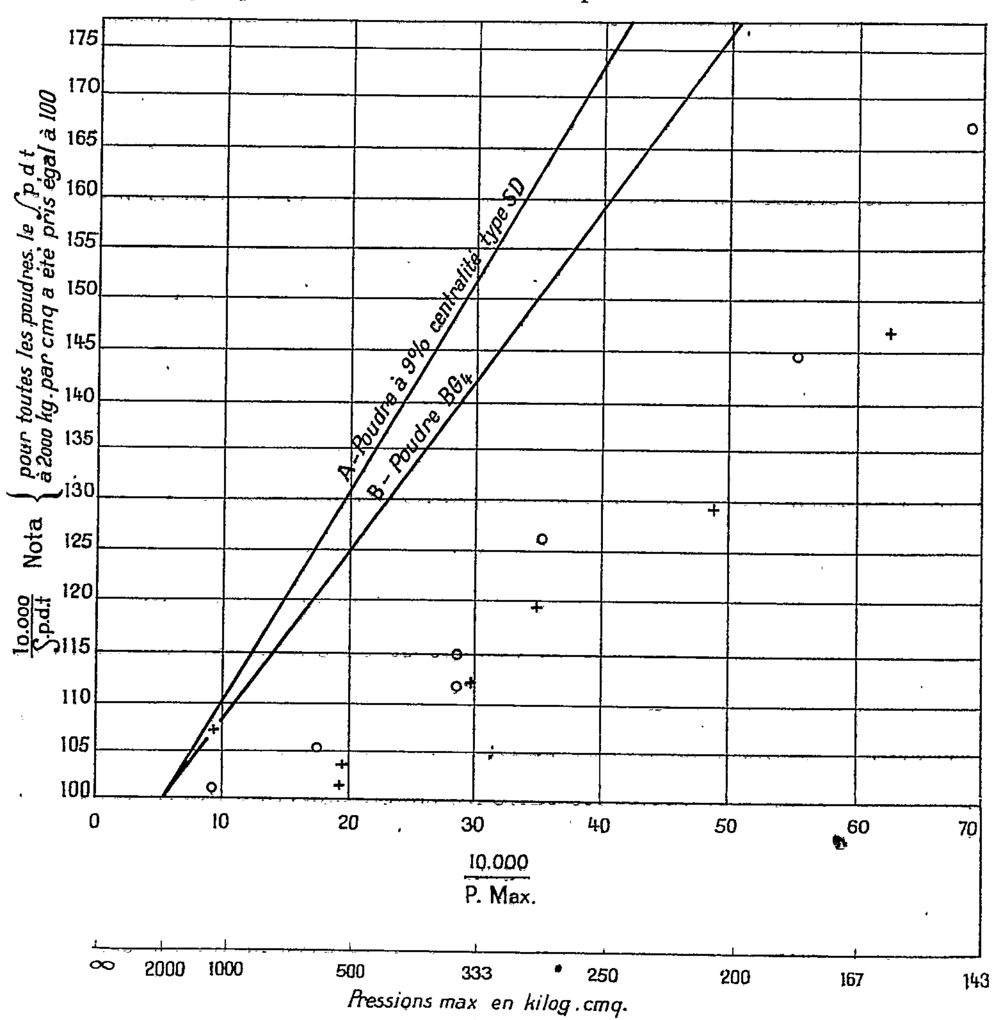
---

[1] Séance du 2 février 1931.

[2] Nous avons antérieurement montré que la loi de variation de $\int p\,dt$ avec la densité de chargement est indépendante de la forme géométrique des brins.

Le mode opératoire a été le même que celui indiqué dans nos précédentes Notes [1].

Sur le graphique ci-dessous nous avons porté en ordonnées l'inverse de



$\int p\, dt$, en abscisses l'inverse de la pression maxima, l'inverse du $\int p\, dt$ mesuré sous la pression de 300 kg/cm² étant représenté par 100. Sur ce graphique le signe + se rapporte aux essais exécutés avec la cordite anglaise, le signe o aux essais exécutés avec l'échantillon B 31. A titre de comparaison nous avons en outre tracé sur le graphique deux droites qui indiquent la variation de l'inverse de $\int p\, dt$:

[1] *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 713.

1° Pour une poudre du type ordinaire sans dissolvant à 9 pour 100 de centralite.

2° Pour une poudre B ordinaire (BG4) (¹).

Une simple inspection du graphique montre immédiatement *que la diminution de* $\int p\,dt$ *avec la densité de chargement est extrêmement faible pour les deux poudres contenant de la vaseline.*

Jusqu'à une pression maximum de 500^{kg} les variations observées sont de l'ordre des erreurs expérimentales. *Ce sont donc les poudres dans lesquelles l'abaissement de température est obtenu par addition de vaseline qui se rapprochent le plus du type théorique brûlant à toute densité de chargement à une vitesse de combustion directement proportionnelle à la pression* $\left(\int p\,dt\right.$ constant à toute densité$\left.\right)$.

Si donc aux fortes densités (pressions maxima de 2000 à 4000 kg/cm²) les différents types de poudres brûlent tous sensiblement suivant les mêmes lois *il n'en est plus de même aux basses densités de chargement.*

Le mode particulier de combustion, aux basses pressions, des poudres contenant de la vaseline permet de comprendre pourquoi les chercheurs qui ont étudié les lois de combustion des poudres colloïdales en utilisant pour leurs expériences des poudres de ce type et en opérant à des pressions maxima supérieures à 500 kg/cm² (Dr Schmitz ou professeur Mache utilisant les expériences de Petavel) ont trouvé que la vitesse de combustion des poudres est directement proportionnelle à la pression. Ainsi sont expliquées les divergences observées entre les conclusions des différents expérimentateurs.

En terminant, nous ferons remarquer que la théorie formulée dans une précédente Note (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 227) permet de donner une explication simple des phénomènes observés avec la poudre à la vaseline. En effet, contrairement à la centralite, la vaseline n'est pas soluble dans la nitroglycérine et ne gélatinise pas le coton-poudre. Il en résulte qu'elle ne fait pas partie intégrante du colloïde, mais doit exister dans la pâte sous forme de globules dispersés. Comme d'autre part, son inertie chimique est grande, il est naturel d'admettre qu'elle réagit plus lentement que la centralite avec les gaz produits par la décomposition du coton-poudre et de la nitroglycérine. Mais, d'après la théorie formulée, la diminution

(¹) Voir *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 90.

de $\int p\,dt$ aux basses densités de chargement doit être d'autant plus faible que l'écart de température entre la couche de contact et les couches suivantes est plus petit. Or, si la vaseline ne réagit que partiellement dans la couche de contact, elle n'abaisse que peu la température de cette couche[1]. En réagissant, au contraire, dans les couches suivantes, elle tend à abaisser leur température. L'écart entre la température de la couche de contact et les couches suivantes *est donc plus faible pour les poudres à la vaseline que pour les poudres à la centralite*, d'où une diminution moindre de $\int p\,dt$ aux basses densités de chargement. Ajoutons que cette explication entraîne cette conséquence *que pour une même température finale d'explosion, la vitesse de combustion à haute densité de chargement, sous une même pression* P, *doit être plus grande pour une poudre à la vaseline que pour une poudre du type ordinaire sans dissolvant*, la couche de contact, dont la température règle la vitesse de combustion étant à plus basse température pour une poudre de ce dernier type. Nous avons vérifié sur la cordite anglaise cette conséquence de la théorie.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une transformation allotropique du calcium à l'état solide*. Note de M. **E. Rinck**, présentée par M. C. Matignon.

Les courbes de refroidissement et d'échauffement du calcium pur présentent un palier à 450° C. L'étude de ce phénomène nous a montré que le calcium existe en deux variétés allotropiques :

1° La forme α, stable en dessous de 450° C. ;

2° La forme β, stable entre 450° C. et 848° C., point de fusion du calcium pur utilisé.

A. *Courbes de refroidissement.* — Ces courbes étaient obtenues par enregistrement graphique. Le métal, purifié par distillation fractionnée dans le vide, était contenu dans un creuset d'acier décarburé, lui-même placé dans un tube de porcelaine. La température était mesurée par un couple thermoélectrique en nichrome qui, protégé par un mince tube d'acier, plongeait dans le métal. Pendant toute l'opération, l'appareil était maintenu sous une légère surpression d'argon pur.

Différents échantillons de calcium pur ont toujours donné un palier

(1) Le fait que le coton-poudre utilisé à la fabrication des poudres à la vaseline est à fort taux d'azote, tend également à relever la température de la couche de contact.

à 449° C. pour la courbe de refroidissement, à 452°,0 C. pour la courbe d'échauffement. Certaines impuretés, même en faible quantité, abaissent le point de transformation.

B. *Résistivité électrique.* — Une baguette de calcium pur était préparée par fusion du métal dans un tube d'acier décarburé. Le fer étant enlevé au tour, on obtenait un cylindre homogène d'une longueur de 10^{cm} et d'un diamètre de $1^{cm},245$.

Pour mesurer sa résistance, on y faisait passer un courant constant de 20 ampères et l'on déterminait au potentiomètre la différence de potentiel entre deux points de la baguette distants de $7^{cm},12$. La baguette était placée dans un tube de Pyrex chauffé par un long four électrique. Pendant l'opération un lent courant d'argon pur circulait à travers le tube.

Dans ces conditions, on constate que la courbe résistivité-température présente une brisure à la température de la transformation.

On a au voisinage de 450° :

$$\frac{d\rho}{dT} \text{ calcium } \alpha = 5,78.10^{-8},$$

$$\frac{d\rho}{dT} \text{ calcium } \beta = 1,28.10^{-8}.$$

La pureté du métal est d'ailleurs mise en évidence par les valeurs suivantes :

$$\frac{1}{\rho} \text{ à } 16^0 = 2,30.10^6 \frac{1}{\text{ohm/cm}},$$

$$\alpha_{0,100} = \frac{1}{R_0}\,\frac{R_{100} - R_0}{100} = \frac{1}{273,5}.$$

C. *Essais de trempe du calcium* β. — Lors des mesures de résistance nous avons remarqué que les contacts des prises de potentiel, formées par un fil de nickel serré sur la baguette, deviennent inutilisables dès qu'on dépasse à la descente la température de transformation. Nous en avons conclu que le passage du calcium β au calcium α doit se faire avec une forte contraction.

Nos essais pour conserver la forme β par un refroidissement brusque ont été infructueux.

En effet, la densité ne variait pas par l'effet de la trempe.

On obtient

$$d\mathrm{Ca}_{4^\circ}^{17^\circ,2} = 1,540 \text{ à } \tfrac{1}{3000} \text{ près}$$

avant et après l'expérience.

En résumé cette étude a mis en évidence l'existence de deux variétés allotropiques du calcium. Le point de transformation est à 450° C. Nous n'avons pas réussi à conserver la forme β à la température ordinaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude des complexes argento-hyposulfites de sodium.* Note de MM. **E. Carrière** et **Raulet**, présentée par M. C. Matignon.

Les sels complexes argentohyposulfites alcalins ont donné lieu à de nombreuses recherches, ayant pour objet l'isolement des argentohyposulfites alcalins ou la mesure de la solubilité du chlorure d'argent dans des solutions d'hyposulfite de sodium de concentration déterminée à une température donnée.

En nous plaçant à un autre point de vue, nous nous sommes proposé de rechercher la nature du complexe argentohyposulfite de sodium en solution par application de la loi d'action de masse aux ions en présence.

La méthode suivie est celle qui a été appliquée initialement à l'étude de l'équilibre oxalate de calcium-acide chlorhydrique par MM. E. Carrière et M. Auméras (*Comptes rendus*, 177, 1923, p. 1288).

La méthode consiste à faire réagir n^{cm^3} de solution décinormale de nitrate d'argent sur n^{cm^3} de solution décinormale de chlorure de sodium, puis à déterminer à la burette, à la température de 20° le nombre de centimètres cubes d'hyposulfite de sodium en solution décinormale nécessaire pour provoquer la dissolution exacte du chlorure d'argent précipité, le volume total au moment de la solution exacte étant de 100^{cm^3}. La dissolution étant ainsi pratiquée, on en déduit aisément les concentrations des ions réagissants.

Les solutions d'argentohyposulfite de sodium sont très étendues, de l'ordre de 0,01 mol-gr/litre; l'argent se trouve pratiquement tout entier sous forme d'ion complexe.

Nous avons été conduits à admettre que la solution est représentée par l'équation

$$\mathrm{ClAg} + \mathrm{S^2O^3Na^2} = \mathrm{ClNa} + \mathrm{AgS^2O^3Na},$$

ou en ions,

$$\mathrm{AgCl} + \underset{-}{\mathrm{S}}{}^2\underset{-}{\mathrm{O}}{}^3 = \mathrm{Ag}\underset{-}{\mathrm{S}}{}^2\mathrm{O}^3 + \underset{-}{\mathrm{Cl}}.$$

Soient $[\underset{-}{\mathrm{S}}{}^2\underset{-}{\mathrm{O}}{}^3]$, $[\mathrm{Ag}\underset{-}{\mathrm{S}}{}^2\mathrm{O}^3]$, $[\underset{-}{\mathrm{Cl}}]$, les concentrations des ions $\underset{-}{\mathrm{S}}{}^2\underset{-}{\mathrm{O}}{}^3$,

$\mathrm{Ag\underset{-}{S}^2O^3}$ et $\underset{-}{\mathrm{Cl}}$. Entre ces concentrations existe la relation

$$[\underset{-}{\mathrm{S}}^2\underset{-}{\mathrm{O}}^3] = K[\mathrm{Ag\underset{-}{S}^2O^3}](\underset{-}{\mathrm{Cl}}),$$

où K désigne la constante de l'équilibre.

Les concentrations $\mathrm{Ag\underset{-}{S}^2O^3}$ et $\underset{-}{\mathrm{Cl}}$ sont identiques, au moment de la disparition du louche dû au chlorure d'argent et égales à la concentration en chlorure de sodium ou en nitrate d'argent introduit, cette dernière concentration étant supposée rapportée aux 100^{cm^3} de solution du complexe finalement obtenus. On a par suite,

$$[\underset{-}{\mathrm{S}}^2\underset{-}{\mathrm{O}}^3] = K(\underset{-}{\mathrm{Cl}})^2.$$

La concentration $[\underset{-}{\mathrm{S}}^2\underset{-}{\mathrm{O}}^3]$ est égale à l'excès de la concentration en hyposulfite de sodium nécessaire à la dissolution sur la concentration de chlorure de sodium mis en expérience. Adoptons pour K la valeur 8,6 déduite de la détermination correspondant à la concentration de 0,009 mol-gr/litre en nitrate d'argent et en chlorure de sodium. La concentration en nitrate d'argent variant de 0,003 mol-gr/litre à 0,03 mol-gr/litre la valeur de $[\underset{-}{\mathrm{S}}^2\underset{-}{\mathrm{O}}^3]$ trouvée expérimentalement concorde avec la valeur calculée avec une précision moyenne de 1,3 pour 100.

Influence d'un excès de chlorure de sodium. — L'influence d'un excès de chlorure de sodium par rapport au nitrate d'argent a été recherchée à 20° de température, en utilisant la concentration en nitrate d'argent soit 0,01 mol-gr/litre et des concentrations en chlorure de sodium variant de 0,01 mol-gr/litre à 0,07 mol-gr/litre. On observe que la concentration de l'ion $\underset{-}{\mathrm{S}}^2\underset{-}{\mathrm{O}}^3$ au moment de la dissolution exacte déterminée expérimentalement, concorde avec la valeur calculée par la formule $K \times 0{,}01 \times (\underset{-}{\mathrm{Cl}})$ avec une précision de 1,4 pour 100.

On adopte pour K la valeur qui correspond à la concentration de 0,05 NaCl mol-gr/litre. L'influence d'un excès de nitrate d'argent par rapport au chlorure de sodium ne peut être recherchée, cet excès provoquant la production de nouveaux complexes.

Influence de la température. — L'influence de la température a été recherchée en utilisant des concentrations de 0,01 mol-gr/litre en chlorure de sodium et en nitrate d'argent et en opérant la dissolution du chlorure d'argent à des températures comprises entre 5° et 45°. On ne peut opérer au delà de 45° car au-dessus de cette température la solution d'argentohyposulfite de sodium se décompose et noircit. Remarquons que la constante K′ de l'équilibre correspondant à la formation de l'ion complexe $\mathrm{Ag\underset{-}{S}^2O^3}$ est inversement proportionnelle à la constante K précédemment considérée. On a, en effet,

$$[\mathrm{Ag\underset{-}{S}^2O^3}] = K'[\underset{+}{\mathrm{Ag}}][\underset{-}{\mathrm{S}}^2\underset{-}{\mathrm{O}}^3].$$

Comme

$$\left[\underset{+}{Ag}\right] = \frac{(\text{Produit de solubilité de AgCl})}{\left[\underset{-}{Cl}\right]},$$

on a

$$K' = \frac{\left[\underset{-}{AgS^2O^3}\right]\left[\underset{-}{Cl}\right]}{\left[\underset{--}{S^2O^3}\right](\text{Produit de solubilité de AgCl})} = \frac{\left[\underset{-}{Cl}\right]^2}{\left[\underset{-}{S^2O^3}\right](\text{Produit de solubilité de AgCl})}.$$

D'où

$$K' = \frac{1}{K \times (\text{Produit de solubilité de AgCl})}.$$

La température variant de 5° à 45° la constante K passe de 23 à 4. En utilisant ces résultats, par application de la formule de Van't Hoff : $\frac{d \log_e K'}{dt} = -\frac{JQ}{RT^2}$ où T désigne la valeur absolue de la température et Q la chaleur de formation de l'ion complexe à partir des ions $\underset{+}{Ag}$ et $\underset{--}{S^2O^3}$ on trouve que $Q = 7,7$ grandes calories.

Mesures de conductivité. — Nous avons contrôlé, par des mesures de conductivité électrique, la formation de l'ion complexe $\underset{-}{AgS^2O^3}$ dans les conditions de dilution où nous nous sommes placés. Une solution de concentrations 0,01 mol-gr/litre en NO^3Na et 0,0109 mol-gr/litre en $S^2O^3Na^2$ présente la même conductivité qu'une solution de concentrations 0,01 mol-gr/litre en NO^3Na ; 0,0009 mol-gr/litre en $S^2O^3Na^2$; 0,01 mol-gr/litre en AgS^2O^3Na et 0,01 mol-gr/litre en NaCl. La dissolution du chlorure d'argent a été en effet obtenue en conservant le même nombre d'ions en solution :

$$\underset{--}{S^2O^3}\,|\,\underset{++}{Na^2} + Cl\,Ag = \underset{-}{AgS^2O^3}\,|\,\underset{+}{Na} + \underset{-}{Cl}\,|\,\underset{+}{Na}.$$

Dans ces expériences nous avons considéré une concentration de 0,01 mol-gr/litre en NO^3Na car le chlorure d'argent a été obtenu, en précipitant le nitrate d'argent par la quantité correspondante de chlorure de sodium.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les hypophosphites de cæsium et de rubidium.* Note de MM. **L. Hackspill** et **J. Weiss**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les hypophosphites de cæsium et de rubidium n'ont jamais été préparés, ou du moins leur préparation n'a fait l'objet d'aucune publication.

Nous avons pensé qu'il convenait de combler cette lacune, bien qu'il y eût peu de chances pour que les propriétés de ces sels fussent différentes de celles des autres hypophosphites alcalins.

Deux procédés donnent de bons résultats :

1° La double décomposition entre le sulfate de rubidium ou de cæsium et l'hypophosphite de baryum.

2° La neutralisation de la base alcaline par l'acide hypophosphoreux.

Les sels cristallisent par évaporation de leur solution dans le vide. Ils sont tous deux extrêmement solnbles et très hygroscopiques. Séché longuement dans le vide sulfurique, l'hypophosphite de cæsium conserve une demimolécule d'eau de cristallisation :

PO^2H^2Cs, $1/2H^2O$, sa densité à 18°,5 est 2,81. Dans les mêmes conditions le sel de rubidium devient anhydre avec une densité de 2,32 à 17°.

La caractérisation des cristaux présente de grandes difficultés car dès qu'ils sont à l'air ils tombent en déliquescence.

Chauffés dans le vide les deux sels se dessèchent immédiatemeut puis se décomposent lentement vers 140°, rapidement au-dessus de 200°, mais la réaction n'est terminée que vers 500°. Elle correspond dans son ensemble à celle établie par Rammelsberg [1] pour les autres hypophosphites alcalins :

$$5PO^2H^2M \rightarrow P^2O^7M^4 + PO^3M + 2PH^3 + 2H^2.$$

Mais en étudiant de plus près les produits de la décomposition à diverses températures, nous avons constaté :

1° Que le départ d'hydrogène n'a lieu qu'au-dessus de 300°; alors que l'hydrogène phosphoré est libéré au-dessous de cette température.

2° Qu'il y a formation intermédiaire de phosphate acide et de phosphite neutre.

On peut donc représenter plus exactement ce qui se passe au moyen des équations suivantes :

$$5PO^2H^2M \rightarrow PO^4H^2M + 2PO^3HM^2 + 2PH^3 \text{ au-dessous de } 300^\circ \text{ C.},$$

$$\left.\begin{array}{rcl} PO^4H^2M & \rightarrow & PO^3M + H^2O \\ 2PO^3HM^2 + H^2O & \rightarrow & P^2O^7M^4 + H^2 \end{array}\right\} \text{au-dessus de } 300^\circ \text{ C.}$$

Cela n'est cependant pas rigoureusement exact, car on trouve toujours un volume d'hydrogène un peu supérieur à celui de l'hydrogène phosphoré, alors qu'il devrait être égal et le résidu fixe contient une très petite quantité d'un produit jaune brun insoluble qui pourrait bien être du sousoxyde de phosphore.

En résumé, les propriétés des hypophosphites de cæsium et de rubidium sont très voisines de celles des autres hypophosphites alcalins. Leur densité augmente dans le même sens que le poids atomique, de même que l'affinité pour l'eau.

Leur décomposition pyrogénée est identique, à quelques degrés près.

---

(1) Rammelsberg, *Ber. d. chem. Gesells.*, 5, 1872, p. 492.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Absorption et réactivité de la fonction cétone.* Note (1) de Mme **Ramart-Lucas** et Mme **Bruzau**, présentée par M. Georges Urbain.

Suivant le nombre et la nature des radicaux fixés sur les atomes de carbone voisins de celui qui porte un groupe fonctionnel, les propriétés de ce dernier peuvent se trouver soit exaltées soit diminuées. Lorsque l'activité chimique d'une fonction est diminuée par l'accumulation de radicaux au voisinage de cette fonction, comme c'est le cas par exemple pour l'une des fonctions acides de l'acide camphorique, ou encore pour les hexalcoylacétones, ce phénomène a été attribué par V. Meyer à un « empêchement stérique » : les radicaux voisins du groupe fonctionnel forment autour de celui-ci une sorte de barrière protectrice qui empêche les molécules voisines de venir à son contact (2).

Cette explication a soulevé des objections sérieuses sur lesquelles je ne puis m'étendre ici. Les faits dont l'exposé va suivre montreront qu'il est bien difficile de conserver cette explication, même quand on ne peut prévoir une influence chimique des radicaux voisins du groupe fonctionnel sur ce dernier.

Les hexaalcoylacétones ne donnent ni oximes ni semicarbazones; traitées par le sodium et l'alcool elles fournissent normalement les alcools secondaires correspondants.

L'alcool ainsi obtenu possède la même structure que la cétone; la protection de la fonction alcool par les radicaux alcoylés doit donc être la même; or ces alcools, traités par de l'isocyanate de phényle, donnent facilement des phényluréthanes, tandis que les cétones ne donnent pas d'oximes quand on les traite par de l'hydroxylamine (molécule cependant beaucoup plus petite que celle de l'isocyanate de phényle). Ceci s'observe même avec des cétones et des alcools très ramifiés tels que (3)

$$\left.\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\right>CH-C\begin{matrix}CH^3\\-CO-\\CH^3\end{matrix}C\begin{matrix}CH^3\\-CH\\CH^3\end{matrix}\left<\begin{matrix}CH^3\\CH\end{matrix}\right. \qquad \left.\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\right>CH-C\begin{matrix}CH^3\\-CHOH-\\CH^3\end{matrix}C\begin{matrix}CH^2\\-CH\\CH\end{matrix}\left<\begin{matrix}CH^3\\CH^3\end{matrix}\right..$$

(1) Séance de 9 février 1931.

(2) Voir à ce sujet la très intéressante conférence de M. Vavon publiée dans la *Revue générale des Sciences*, 35, 1924, p. 505.

(3) Haller et Bauer, *Ann. de Chim.*, 8e série, 29, 1913, p. 313.

Il faut donc admettre que la modification des propriétés chimiques du groupement fonctionnel dépend plutôt de la nature de ce dernier que de l'encombrement spatial des radicaux. Il s'ensuit que les radicaux alcoylés et le groupe cétonique doivent exercer une influence mutuelle malgré la faible activité chimique dont témoignent ordinairement ces radicaux alcoylés.

L'étude de l'absorptioe des cétones de la série grasse apporte un argument précieux en faveur de cette hypothèse.

Les radicaux alcoyles n'ont dans l'ultraviolet moyen aucune absorption propre. Donc si la couleur d'un chromophore est modifiée par le voisinage d'un tel radical, on peut en déduire que ces groupes exercent une influence mutuelle. C'est effectivement ce qu'on observe pour les cétones : alors que les cétones $CH^3.CO.CH^2.R$ ont toutes la même absorption quel que soit R [1], les polyalcoylacétones ont une absorption qui varie avec le nombre et l'importance des radicaux alcoylés.

Parmi les cétones hexasubstituées, la mesure de l'absorption n'avait été faite que pour l'hexaméthylacétone dont la purification est difficile car ce corps est liquide à la température ordinaire et ne donne ni oxime ni semicarbazone. Nous avons repris cette étude sur quelques cétones hexasubstituées, solides, et qui par suite ont pu être purifiées par cristallisations répétées (les $\alpha\alpha\alpha'\alpha'$-tétrapropylcyclohexanones nous ont été données par M. Cornubert). Nous avons également mesuré l'absorption de l'hexaméthylacétone et les valeurs obtenues pour ce composé concordent avec celles qui ont été publiées par Rice.

Le tableau suivant donne la longueur d'onde et le coefficient ε d'absorption correspondant à l'absorption maximum pour toute cétone : telles que $CH^2.CO.CH^2.R$ (1); et pour l'hexaméthylacétone (2), l'hexaéthylacétone (3), la triméthyltriéthylacétone (4), l'$\alpha\alpha\,\alpha'\alpha'$-tétrapropylcyclohexanone (5), l'$\alpha\alpha\,\alpha'\alpha'$-tétrapropyl-$\gamma$-méthylcyclohexanone (6).

Cétones.....	1.	2.	3.	4.	5.	6.
λ_{man}.....	2800	2950	3040	3000	3100	3100
ε........	21,2	45	47	69	69	69

En résumé, il nous semble possible : 1° d'expliquer les variations dans l'activité chimique de la fonction cétone par une influence mutuelle entre les radicaux alcoylés présents dans la molécule et cette fonction, sans que leur encombrement intervienne de façon appréciable ; 2° d'établir une rela-

(1) Rice, *Proc. A. Roy. Soc.*, 91, 1915, p. 76.

tion entre ces variations dans l'activité du groupe fonctionnel et la modification de son absorption, les deux phénomènes ayant une même cause : la présence, au voisinage de la fonction, de radicaux alcoylés qui n'ont cependant par eux-mêmes ni influence chimique proprement dite, ni absorption dans la région spectrale explorée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transformation des butylènes en carbures liquides.* Note de MM. **A. Mailhe** et **Renaudie**, présentée par M. C. Matignon.

Dans deux Notes précédentes, nous avons montré que l'éthylène et le propylène se tranformaient en un mélange d'hydrocarbures aromatiques et éthyléniques, en présence de silicagel, entre 650° et 700°, à la pression ordinaire. Nous avons appliqué cette méthode aux trois butylènes connus.

Dans les trois cas, le gaz chargé à 90 pour 100 environ de carbure éthylénique était dirigé dans le tube à catalyse contenant 30g environ de silicagel, chauffé entre 650 et 700°. De l'huile fluide était condensée à la sortie du tube et les gaz traversaient une couche de charbon activé auxquel ils cédaient l'essence entraînée. Elle était extraite par action de la vapeur.

1° *Butène*-1. — Dans une expérience à 650-670°, nous avons recueilli 93cm³ d'essence et 117cm³ d'huile fluide. L'essence a donné par rectification :

Températures (début à 33°).	Volume.	D_{13}.	n_D^{18}.	Indice d'iode.
°	cm³			
< 60	6	0,7653	1,4448	221
60- 70	13	0,7881	1,4558	191
70- 80	19	0,8351	1,4780	120
80- 90	23	0,8594	1,4890	76,5
90-100	10	0,8724	1,4961	53,5
100-115	6	0,8747	1,4978	44

La rectification de l'huile condensée a fourni :

Températures.	Volume.	D_{13}.	n_D^{18}.	Indice d'iode.
°				
40- 80	5	0,8455	1,4716	120
80- 90	5	0,8585	1,4910	80
90-100	19	0,8691	1,4976	53
100-110	14	0,8700	1,4995	41
110-120	11	0,8703	1,5004	52
120-130	9	0,8747	1,5036	74
130-150	13	0,8851	1,5130	102
150-180	14	0,9135	1,5295	133
180-200	8	0,9478	1,5581	138
200-250	14	0,9927	1,5810	94

Il reste du brai en fin de distillation.

L'examen des indices d'iode indique que toutes ces fractions renferment des carbures éthyléniques, la proportion est importante pour les têtes de l'essence. Les densités élevées et les indices de réfraction montrent la présence de carbures aromatiques. Nous avons identifié la benzine (fraction 70-80°), le toluène (fraction 100-110°), le métaxylène (fraction 120-130°). La détermination des carbures aromatiques est d'environ 21 pour 100 sur l'essence totale.

Les gaz dégagés, après lavage au charbon activé, renferment encore 42 pour 100 de carbures éthyléniques et 38 pour 100 de méthane. Les premiers sont formés surtout de propylène, ce qui indique un égrènement partiel de la molécule de butylène.

Le rendement en essences et huiles, par un seul passage sur catalyseur est de 33 pour 100 du butylène disparu.

2° *Le méthylbutène* a fourni également, entre 650° et 670°, une huile et une essence qui ressemblent comme aspect et comme composition chimique à celle du butène-1. Elles sont constituées par un mélange de carbures aromatiques et non saturés. Ceux-ci dominent et se trouvent en quantité particulièrement importante dans les têtes de l'essence. La benzine, le toluène et le métaxylène ont été identifiés. Les gaz de catalyse renferment en fin de réaction 42 pour 100 de carbures éthyléniques et 26 pour 100 de méthane. Le rendement total en produits liquides par un seul passage a été de 31 pour 100 du méthylbutène transformé.

3° *Butène*-2. — Avec cet hydrocarbure, nous avons poussé la température de la réaction jusqu'à 700°. Le rendement en produits liquides a été augmenté et est passé à 37,7 pour 100 par rapport au butène transformé.

L'essence de densité 0,840 débute à la distillation à 45°. Elle fournit les fractions suivantes :

Températures.	Volume.	D_{15}.	n_D^{18}.	Indice d'iode.
< 75°	8	0,8250	1,4716	142
75- 85	32	0,8632	1,4917	74,5
85- 95	56	0,8735	1,4984	43,2
95-105	28	0,8796	1,5000	36,5
105-115	8	0,8771	1,5009	46,2
115-125	5	0,8790	1,5040	68,2
125-135	4	0,8863	1,5106	103
135-150	6	0,8938	1,5173	142

On voit que le maximum de produit se trouve dans le voisinage des

points d'ébullition de la benzine et du toluène. Les densités des premières fractions sont plus élevées que dans le cas du butène, et les indices d'iode plus faibles. Ces caractères indiquent qu'il y a ici une plus forte proportion de carbures aromatiques. Effectivement, l'essence totale en renferme 55 pour 100 environ.

L'huile de goudron fluide fournit, en outre, des fractions de tête semblables à celles de l'essence, une quantité importante de naphtaline et d'anthracène que nous n'avions pas trouvée avec les deux autres butylènes. Il en résulte que l'augmentation des produits aromatiques est liée à la formation de ces carbures polycycliques. Par suite, une température plus élevée de la réaction favorise notablement la cyclisation des carbures éthyléniques.

GÉOLOGIE. — *Découverte du Purbeckien dans la chaîne du Semnoz, près d'Annecy (Haute-Savoie).* Note de M. **Léon Moret**, présentée par M. H. Douvillé.

L'exploitation intensive du Valanginien coralligène du Semnoz, dans les carrières de Vovray, au sud d'Annecy, m'a permis, l'été dernier, de relever une coupe fraîche fort intéressante.

Le Semnoz forme ici une voûte dissymétrique urgonienne et néocomienne déjetée vers l'Ouest. A partir des marno-calcaires hauteriviens à *Toxaster* qui affleurent près de l'entrée du tunnel de la ligne d'Albertville, on note successivement, de haut en bas, en se dirigeant vers le Sud :

1. Calcaires bicolores à silex.
2. Calcaires violacés à fossiles (*Ostrea*) silicifiés.
3. Calcaires bleuâtres à points noirs avec sections de gros Oursins.
4. Calcaires marbreux rosés à Nérinées.
5. Calcaires bleus et ocreux à lits bréchiques et surfaces d'abrasion sous-marine; quelques lits schisteux intercalés à Brachiopodes et Huîtres.
6. Calcaires gréseux bicolores, avec traces d'abrasion sous-marine.
7. Calcaire rose zoogène, puis, grande masse de calcaires blanchâtres coralligènes dans lesquels j'ai recueilli deux exemplaires de *Natica leviathan*. Ce sont surtout ces calcaires qui sont exploités comme pierre à chaux et qui forment ici le noyau de la voûte du Semnoz, très refoulée, ainsi que nous allons le voir, vers l'Ouest. Dans la grande carrière Sud, au milieu de ces calcaires, épais d'une trentaine de mètres environ, on note :
8. Calcaires blancs en petites plaquettes associés à des marnes vertes et à des bancs

plus massifs, blancs à taches noires. Ces derniers, qui rappellent les brèches à cailloux noirs du Purbeckien du Jura, m'ont montré, au microscope, d'innombrables débris de Characés, sections de tiges ou d'oogones. Nous avons donc bien affaire ici aux faciès lacustres du Purbeck.

Il en résulte que la formation 7 superposée représente l'Infravalanginien de type jurassien : le Marbre bâtard, formation dont on ne retrouve plus trace, au Sud, dans notre chaîne, où elle est remplacée par les marno-calcaires du Berriasien.

Les assises 5 et 6 sont l'équivalent des Marnes valanginiennes de la Chartreuse et des Marnes à Brachiopodes du Nivollet-Revard et du Semnoz méridional. Leur épaisseur réduite est à mettre en relation avec de puissantes abrasions sous marines dues à des courants de fond.

L'ensemble 3 et 4 doit être parallélisé avec les « Calcaires du Fontanil » (Valanginien moyen), ici partiellement envahis par les faciès coralligènes, alors que, plus au Sud (Semnoz méridional, Revard, Nivollet), presque toute la formation est coralligène.

Enfin le niveau supérieur du Valanginien (zone à *Alectryonia rectangularis*) est représenté par les couches 1 et 2. Ce niveau est lui-même un peu coralligène (Polypiers et *Chætetopsis Favrei*, Deninger, silicifiés), ainsi que je l'ai établi, au sommet du Semnoz, près des chalets de l'Abbaye et au Nivollet (J. Révil).

Du point de vue tectonique, l'examen de la base du front de taille de la grande carrière montre des complications inattendues.

Le marbre bâtard, associé à quelques bancs de calcaire bicolore très broyés, y est *fortement refoulé* sur l'Urgonien du jambage ouest de la voûte du Semnoz. Il y a donc ici suppression de tout le Valanginien moyen et supérieur, ainsi que de l'Hauterivien. Cette surface de refoulement se perd vers le Sud, où elle est masquée, au droit du vallon synclinal de Sainte-Catherine (molasse), par les éboulis et la végétation. L'anticlinal du Semnoz ne se termine donc pas, au Nord, par un prolongement périclinal régulier ainsi qu'on l'a cru pendant longtemps.

En résumé, le Valanginien du Semnoz présente d'intéressantes variations de faciès suivant l'axe de la chaîne. A Vovray (Semnoz nord), il est franchement jurassien (Purbeckien), tandis qu'au Sud, au Nivollet, il est du type mixte dauphinois (Berriasien). On peut dire que les faciès sont ici nettement obliques aux lignes tectoniques. Les calcaires lacustres à *Chara* de Vovray représentent, d'autre part, le dernier témoin, vers l'Est, et dans une chaîne tectoniquement alpine, des lagunes purbeckiennes, lagunes

dont j'ai déjà montré qu'elles s'étaient étendues, au Sud, jusqu'à La Buisse, près de Voreppe ([1]).

GÉOLOGIE. — *Observations sur la géologie du Gabon.* Note de M. V. PEREBASKINE, présentée par M. L. Cayeux.

Les observations géologiques que je présente ici ont trait à deux itinéraires principaux : Mongo Nyanga-Divégni, par Tchibanga et Mouila-Côte atlantique, par Bongo.

I. *Itinéraire Mongo Nyanga-Tchibanga-Divégni.* — Cet itinéraire comporte la traversée du Mayombe, de la plaine calcaire de Tchibanga, du plateau schisto-gréseux et l'étude des hautes vallées de la Nyanga et de la N'Gounié.

Le noyau de la chaîne du Mayombe est composé principalement de gneiss et de granites écrasés, bordés à l'Est par des schistes métamorphiques. Entre le Mayombe et le plateau schisto-gréseux s'étend la plaine de Tchibanga, formée de calcaires métamorphisés et redressés. Ces calcaires, très silicifiés par endroits (ils contiennent des cristaux de quartz), représentent une partie du système schisto-calcaire qui a subi un certain métamorphisme. De Tchibanga au Mont Fouari, on franchit le plateau schisto-gréseux; comme au Nord ([2]), il est constitué à la base par des schistes argileux allant du rouge au gris verdâtre, au sommet par des grès plus ou moins compacts et des bancs de conglomérats.

Depuis la région du Mont Fouari jusqu'à Divégni, j'ai pu observer de nouveau le système schisto-calcaire, cette fois avec tous les termes, comparables à ceux décrits au Congo belge ([3]) et au Moyen Congo ([4]). Ce système atteint 1000^{m} de puissance. Les formations schisto-gréseuses reposent sur les calcaires sans discordance angulaire visible.

A l'Est du Mont Fouari, la savane recouvre les formations calcaires. Celles-ci comportent au sommet des calcaires siliceux, calcaires schisteux et calcaires écailleux; les calcaires moyens sont représentés par des calcaires gris, silicifiés et contenant des blocs de « grès polymorphes ».

([1]) *Ass. Fr. Av. des Sc.*, Congrès de Lyon, 1926, p. 293.

([2]) R. FURON, *Sur la géologie du Gabon* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 168).

([3]) J. CORNET, *Étude sur la géologie du Congo occidental* (*Bull. de la Soc. belge de Géol., de Paléont. et d'Hydrologie*, 11, 1897, p. 342).

([4]) V. BABET, *Étude géologique de la zone du chemin de fer Congo-Océan*, 1929, p. 65.

Ce système, avec le système schisto-gréseux qui le recouvre, représente, en négligeant les plis d'ordre secondaire, un vaste synclinal dissymétrique à flanc occidental redressé jusqu'à la verticale, et dont les couches se relèvent doucement vers l'Est. C'est là que se trouve la zone inférieure. Comme au Moyen Congo, ce sont des dolomies roses et verdâtres, des calcaires schisteux et des schistes calcaires affleurant en grandes dalles.

Tout à fait à l'Est, dans la région de Divégni, j'ai observé les « conglomérats de base » de ce système, bien visibles en plusieurs endroits, en particulier aux chutes de la Nyanga; dans ces conglomérats (dont le développement démontre l'étendue de la discordance sur le système métamorphique) j'ai recueilli des galets de granites, de schistes et de quartzites, disposés d'une façon irrégulière dans la pâte argilo-sableuse cohérente [1].

Dans les formations schisto-calcaires je n'ai pas trouvé d'autres fossiles que des algues. Les mêmes formes ont été déjà signalées au Congo dans les calcaires moyens et supérieurs. M. Cayeux [2], qui les a étudiées, conclut à une analogie entre le système schisto-calcaire du Congo et le Silurien baltico-scandinave.

2. *De Mouila à l'Océan par Bongo.* — De Mouila à Bongo, il faut traverser la vallée de la N'Gounié qui comprend des calcaires moyens et supérieurs, franchir le plateau schisto-gréseux, puis la vallée de la Douhouga qui semble comporter des calcaires.

Plus à l'Ouest, on traversera d'abord une série métamorphique qui constitue les plus hauts sommets de la chaîne de montagnes. Enfin, sur le versant ouest de cette chaîne apparaissent les gneiss et granites, auxquels s'ajoutent, à Bongo, des venues éruptives plus récentes. Le tout est plissé d'une manière intense.

Les fossiles (turoniens, sénoniens, paléocènes), qui ont été signalés en différents points de la côte [3], indiquent peut-être un passage continu du Crétacé au Tertiaire.

Le Crétacé et le Tertiaire sont ondulés ENE-WSW et presque toujours

---

(1) M. V. Babet (*op. cit.*, p. 61-62 et 92) et MM. F. Delhaye et M. Sluys [*Esquisse géologique du Congo occidental. Étude du système schisto-calcaire* (*Ann. Soc. géol. de Belgique*, publ. spéc. relat. au Congo belge, 1923-1924)] signalent l'origine glaciaire ou fluvio-glaciaire probable de ces conglomérats.

(2) L. Cayeux, *Existence de deux groupes d'Algues à structure conservée dans le système schisto-calcaire du Congo français* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 231).

(3) Lombard, *Sur le Crétacé du littoral gabonais* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1203).

recouverts par des formations superficielles (alluviales et éluviales) : sables, sables argileux, argiles et latérites, parfois d'épaisseur notable.

L'évolution de la région du Mayombe me paraît présenter six phases : 1° plissement des schistes cristallins ; 2° plissement des systèmes schisto-calcaire et schisto-gréseux, c'est-à-dire formation de la chaîne elle-même ; 3° fractures sur le front occidental et transgression crétacée ; 4° régression marine ; 5° mouvements récents comparables à ceux étudiés par M. Fourmarier au Bas-Congo [1] ; 6° mouvements positifs, très récents, de la ligne de rivage, amenant la formation de lagunes à l'estuaire de plusieurs rivières, la profondeur de ces lagunes étant de l'ordre de 10 à 15^{m}.

CRYPTOGAMIE. — *La spore chez les Inocybes : spécificité et variations.* Note de M. **Roger Heim**, présentée par M. L. Mangin.

Dans un Ouvrage qui paraîtra sous peu [2], relatif aux Agarics Ochrosporés, nous avons tenté un essai monographique sur le genre *Inocybe*, inspiré de points de vue nouveaux qui nous ont conduit à des conceptions personnelles sur la parenté entre les espèces et, par suite, à une classification différente de celles jusqu'ici proposées. Ayant attaché une importance primordiale à l'étude de la spore, nous résumerons dans cette Note préliminaire les conclusions auxquelles nos observations sur cet organe nous ont amené.

1° Dans toutes les classifications contemporaines des Inocybes, les auteurs admettent deux divisions principales basées sur la forme des spores : les espèces leiosporées possèdant des spores lisses, les goniosporées des spores verruqueuses, bossues ou aculéolées, ces dernières espèces faisant parfois même l'objet d'un genre ou sous-genre particulier (*Clypeus*, *Astrosporina*).

Nous estimons que cette opposition, partant d'observations toutes superficielles, n'a de valeur ni en elle-même ni par les rapprochements auxquels elle conduit, et que les deux catégories qu'elle délimite sont arbitraires : certains Inocybes goniosporés (*maritima*, *trechispora* Berk. non Bres.) possèdent souvent des spores à contour presque entier qui permettrait de les rapporter aussi bien à l'un qu'à l'autre groupe, d'autres quoique leiosporés

(1) F. Fourmarier, *Carte géologique du Congo belge*, 1930, Notice, p. 32.

(2) Roger Heim, *Le genre* Inocybe, *précédé d'une Introduction générale à l'étude des Agarics Ochrosporés* [*Encyclopédie mycologique*, 1, Paul Chevalier, éditeur, Paris, 1931 (*sous presse*)].

offrent fréquemment des spores marquant une tendance soit vers la formation de bosses (*I. cincinnata*, *rufa*), soit vers un profil polygonal (*corydalina*). Dans aucun cas on ne peut parler de verrues : il s'agit toujours de proéminences *creuses* dont la différenciation atteint son plus haut degré dans la stirpe *calospora* où la membrane des spores présente des hernies spiniformes décrites à tort comme aiguillons par les auteurs.

2° Si nulle spore d'Inocybe n'est verruqueuse, si cet organe dérive toujours du même type fondamental, lisse et à profil entier, une étude plus complète permet cependant de séparer deux silhouettes constitutives dont la distinction résulte de la nature différente de leurs symétries en même temps que de la présence ou l'absence de dépression hilaire. Or il est remarquable que les spores *phaséoliformes*, à partie apicale non aiguë, à profil frontal entier, à dépression hilaire indistincte, chez lesquelles s'ébauche un plan médian de symétrie perpendiculaire à l'axe géométrique de la spore, sont particulières aux espèces *acystidiées*, ne possédant que des cellules cystidiformes non muriquées de cristaux d'oxalate de calcium et à paroi mince. Au contraire les espèces *cystidiées* possèdent des spores *amygdaliformes* n'admettant qu'un seul plan de symétrie longitudinal, une partie apicale à profil conique-aigu, une dépression hilaire accentuée.

3° La règle précédente, qui lie la forme de la spore à l'existence des cystides vraies, est satisfaite pour l'ensemble des espèces à spores non bosselées. Cependant, chez l'*I. viscidula*, cystidié, les spores sont phaséoliformes, mais il y a lieu de constater que les cystides s'y développent comme des poils et que leur membrane ne s'épaissit que tardivement.

De même, chez les espèces à spores cylindriques, cystidiées ou non, cette loi peut être masquée, soit par suite d'un polymorphisme notable de ces organes [1], soit parce que la forme allongée de la spore se prête plus difficilement à l'observation de la dépression hilaire. Chez les goniosporés, la règle, moins nette, moins apparente aussi du fait de la présence des bosses, reste valable, et si pour quelques espèces (*Casimiri*) elle ne paraît pas satisfaite, c'est que celles-ci possèdent des cystides non nettement différenciées. En somme, ces divers cas confirment la correspondance établie.

4° Le polymorphisme de la spore dans une même sporée est fréquent et

---

[1] Il s'agit surtout de la stirpe *dulcamara* chez laquelle les cystides vraies ne sont pas toujours absentes.

peut même posséder une constante spécifique (*I. Patouillardi*). En outre, nous avons observé chez quelques espèces et pour certaines récoltes deux catégories de spores de plus grande fréquence (*I. jurana*, *Rennyi*); cette importante constatation peut s'expliquer soit par la coexistence de basides dont le nombre de stérigmates n'est pas le même, soit par l'intervention de phénomènes d'hybridation.

5° La remarque précédente, l'étude des espèces dont les spores, que nous appelons *calibrées*, sont susceptibles de grandes variations de longueur sous largeur constante (*lacera*, *pruinosa*, *halophila*, *fastigiata*), celle de l'*I. Rennyi*, goniosporé, offrant dans la même sporée deux types de spores *mûres* différant par leurs dimensions et leur profil, nous font admettre que la spore peut, dans certains cas, n'atteindre sa silhouette définitive qu'en deux étapes : la première correspond au maximum de fréquence fourni par les spores les plus petites et les plus simples, la seconde à l'autre maximum s'appliquant aux spores qui ont franchi une nouvelle période évolutive vers le profil le plus ornementé.

6° L'étude de l'ensemble des Inocybes montre que le sens de complication de la spore, allant du type phaséoliforme au type digitéolé, ne concorde pas avec le sens de perfectionnement morphologique des espèces. Des formes physionomiquement affines possèdent des spores très différentes. On ne peut concevoir, à l'intérieur du genre *Inocybe*, l'existence de plusieurs sériations orthogénétiques parallèles.

En développant ces diverses données, nous avons été conduit à considérer la spore des Inocybes, construite sur le même type ovoïde (phaséoliforme ou amygdaliforme), comme douée originellement d'une remarquable faculté de transformation permettant, dans le cadre d'espèces parentes, une complication ou une simplification rapide de son contour dans une direction évolutive définie. En d'autres termes, la spore chez les Inocybes possède une instabilité morphologique innée, expliquant la possibilité de mutations, voire de « novations », qui ont pu et qui peuvent héréditairement se maintenir.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Formation des pigments anthocyaniques dans les plantules étiolées de Sarrasin et de Blé.* Note de M. **St. Jonesco**, présentée par M. J. Costantin.

Nous avons démontré (¹) qu'il existe dans les feuilles rouges d'*Ampelopsis hederacea* un chromogène qui, sous l'influence de l'acide chlorhydrique à chaud, se transforme aisément en une anthocyane absolument identique à celle qui apparaît normalement dans les mêmes feuilles, en automne.

Nous avons cherché à voir si dans les plantules de Sarrasin et de Blé existent de tels pigments qui pourraient se transformer, dans les mêmes conditions, en anthocyanes. Pour cela nous avons extrait des plantules les chromogènes respectifs sur lesquels on a expérimenté.

Plantules étiolées de Sarrasin. — Le chromogène, retiré par le même procédé que dans la Note ci-dessus citée, et obtenu à l'état pur, se présente sous forme d'une poudre jaune crème. Il jouit des mêmes propriétés de solubilité et fournit à peu près les mêmes réactions chimiques que celui extrait des feuilles rouges d'*Ampelopsis*. En outre, nous avons essayé aussi de voir sa nature glucosée. Hydrolysé, ce pigment met en liberté un sucre qui, traité avec de l'acétate de phénylhydrazine donne une osazone identique à celle obtenue par l'ébullition du galactose avec ce même réactif. Les cristaux de cette galactosazone sont insolubles dans l'eau et peu solubles dans l'alcool méthylique. Par conséquent, le pigment jaune serait un glucoside, c'est-à-dire un *galactoside*.

C'est ce glucoside que nous avons soumis à divers traitements pour le transformer en pigment rouge anthocyanique. Le traitement de réduction appliqué au chromogène, comme dans la Note précédente pour le pigment d'*Ampelopsis*, ne nous a pas donné de résultat non plus. Par celui d'*oxydation*, le corps jaune a été transformé en pigment rouge anthocyanique, mais le procédé qui nous a donné de meilleurs résultats est celui du simple chauffage du chromogène dissous dans l'alcool, avec de l'acide chlorhydrique à 20 pour 100. En effet, après 5 à 10 minutes d'ébullition, la solution du corps en question se transforme en un beau pigment rouge cerise. On a isolé, à l'état pur, ce pigment sous forme d'une poudre brillante rouge foncé cristallisée en longs et minces filaments. Ce pigment possède toutes

(¹) *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 975.

les réactions caractéristiques des anthocyanes naturelles existant dans les plantules rouges de cette espèce.

Plantules étiolées de Blé. — Le chromogène retiré de ces plantules se présente sous forme d'une substance jaune brique. Il diffère par ses propriétés de solubilité de deux autres pigments étudiés jusqu'ici. Il est soluble dans l'eau, insoluble dans l'alcool à 96°, et présente une saveur douce et aromatique. Quant aux autres réactions fournies avec divers réactifs, elles sont, en général, les mêmes que celles présentées par les chromogènes d'*Ampelopsis* et de Sarrasin. Ce pigment réduit, lentement à froid, et très fortement à chaud, l'azotate d'argent ammoniacal; il réduit énergiquement la liqueur de Fehling. Après hydrolyse, le pigment met en liberté un sucre qui, par ébullition, avec du chlorhydrate de phénylhydrazine en présence d'acide acétique, forme de beaux cristaux, longs, fins, flexueux et recourbés, groupés autour d'un point central compact. Ces cristaux sont identiques à ceux d'arabinose. Le sucre serait donc de l'*arabinose* et le chromogène serait un *arabinoside*.

Ce glucoside a été aussi transformé en pigment anthocyanique. Il faut dire dès le début qu'on n'a réussi à le transformer en anthocyane ni par *réduction*, ni par *chauffage du pigment avec de l'acide chlorhydrique :* l'*oxydation seule* a abouti à ce résultat. L'oxydation a été faite au moyen d'un mélange oxydant de peroxyde de baryum et de bioxyde de manganèse, en présence d'acide sulfurique d'une concentration donnée. Au fur et à mesure que l'oxygène se dégage du mélange, on constate que la solution du pigment jaune commence à se modifier en rouge violet. Lorsque l'oxydation est finie le chromogène est totalement transformé en pigment anthocyanique d'un beau rouge violet. Il jouit de toutes les propriétés et réactions caractéristiques du pigment violet naturel formé dans les plantules de Blé, lorsque celles-ci se développent à la lumière.

En tenant compte de ces résultats et de ceux obtenus dans les nombreuses expériences que nons avons exécutées sur diverses espèces végétales, nous sommes amenés aux conclusions suivantes :

1° *Le phénomène de réduction ne joue aucun rôle dans le processus chimique de formation des anthocyanes.* Toutes les expériences faites par nous dans cette voie nous ont amené à des résultats négatifs.

2° *L'oxydation est un phénomène général qui prend part à la transformation des chromogènes susceptibles de former des anthocyanes.* Toutes nos expériences exécutées, soit au moyen des oxydases, soit avec des agents chimiques oxydants ont abouti à ce résultat.

3° *Il y a une catégorie de chromogènes générateurs d'anthocyanes, comme*

c'est le cas pour Ampelopsis, Polygonum Fagopyrum, Prunus Pissardi, Acer platanoides, etc., qui, sous l'influence de l'acide chlorhydrique seul et à chaud, se transforment rapidement en pigments rouges anthocyaniques. C'est vraisemblablement un processus chimique analogue qui se passe dans de tels tissus végétaux où l'anthocyane se forme par voie naturelle.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de la lumière sur la migration des matériaux nutritifs au moment de l'éclosion des bourgeons.* Note de M. E. **Michel-Durand**, présentée par M. M. Molliard.

Dans le bourgeon au repos, les écailles coriaces qui le recouvrent forment un revêtement continu peu perméable aux rayons lumineux. Au moment de la reprise de la végétation, l'allongement des entre-nœuds désimbrique la cuirasse protectrice du bourgeon et, dans les intervalles, apparaissent les tissus plus profonds; lorsqu'elles s'échappent de leur gaine, les jeunes feuilles sont entièrement vertes, preuve évidente d'une action lumineuse antérieure.

À la suite de ces faits, je me suis proposé de déterminer l'influence de la lumière sur le chimisme du développement des jeunes feuilles dans les bourgeons. Les rejets qui prennent naissance sur les Marronniers taillés présentent des bourgeons volumineux qui constituent un matériel de choix pour ce genre de recherches. A cet effet on choisit sur le même arbre, du même côté et à la même hauteur, des tiges de 40^{cm} de long aussi semblables que possible; on enlève les bourgeons latéraux et l'on ne conserve que les trois bourgeons du sommet, les rameaux sont divisés en deux lots et rangés par trois dans des terrines cylindriques renfermant de l'eau ordinaire sur une épaisseur de 5^{cm} environ; on ferme les récipients avec un tampon d'ouate qui maintient les tiges en place. Un des lots est placé dans la chambre noire, l'autre est exposé en plein champ, mais à l'ombre, les récipients enfouis dans la mousse humide. On rafraîchit la section au rasoir et l'on renouvelle l'eau tous les deux jours.

Chaque récolte comprend six rameaux sectionnés à 30^{cm} à partir du sommet; trois rameaux serviront au dosage de l'azote; les trois autres seront utilisés pour le dosage des glucides. La technique suivie est celle que j'ai utilisée ailleurs (1).

(1) Michel-Durand, *Recherches sur les composés tanniques* (*Revue de Botanique*, 41, 1929, p. 317-318-319).

Les résultats des analyses relatifs aux bourgeons de lumière et d'obscurité sont exposés dans les tableaux suivants; on a analysé ensemble les neuf bourgeons des trois rameaux de la même récolte.

Dates des récoltes.	Substance sèche en gr.	Glucosides en mgr			Azote en mgr		
		simples.	complexes.	au total.	soluble.	protéique.	au total.
I. — *Bourgeons d'*Æsculus hippocastanum *végétant dans l'obscurité.*							
25 mars.....	5,724	320	1255	1575	7	60	67
2 avril.....	5,881	348	1282	1630	22	86	108
10 avril.....	6,709	508	1210	1718	36	107	143
22 avril.....	7,681	408	1002	1410	38	106	144
2 mai......	7,046	216	1000	1216	45	96	141
II. — *Bourgeons d'*Æsculus *exposés à la lumière.*							
25 mars.....	5,724	320	1255	1575	7	60	67
1er avril (1).	6,130	335	1188	1523	12,6	72	84
10 avril.....	6,544	396	840	1236	57	129	186
6 mai......	9,182	432	1356	1788	50	180	230

(1) *Températures extrêmes.* — 1er avril-8 avril : -7° à $+10^{o}$; 8 avril-10 avril : -4° à $+15^{o}$.

Bourgeons d'obscurité. — L'évolution des bourgeons s'effectue dans la chambre noire à une température constante et égale à 13°; dans ces conditions le fonctionnement des méristèmes se poursuit *régulièrement* aux dépens des glucides et des protides contenus dans le rameau. Mais l'azote organique de ce dernier ne peut s'abaisser sans danger pour les cellules vivantes de la tige, au-dessous d'une limite déterminée. Dès que celle-ci est atteinte, l'histogénèse s'arrête, le courant ascendant de sève nourricière n'entraîne plus que des glucides; l'allongement de la jeune pousse se poursuit uniquement par croissance intercalaire des cellules de nouvelle formation, puis les tissus entrent en sénescence comme l'indique l'autolyse qui termine l'évolution de la tige étiolée.

Bourgeons de lumière. — En comparant les résultats exposés dans les tableaux I et II, on voit que le métabolisme des rameaux végétant à l'air libre présente des fluctuations d'amplitude très accusée qui contraste avec le métabolisme régulier auquel sont soumis les bourgeons se développant dans l'obscurité. Or, dans la chambre noire, les conditions externes de l'éclosion des bourgeons restent constantes. Les rameaux exposés à l'air libre, au contraire, subissent les variations journalières d'éclairement et de

température. Cette dernière étant presque toujours inférieure ou sensiblement égale à celle de la chambre noire; le chimisme plus intense constaté au printemps dans les bourgeons exposés à l'air libre est donc bien provoqué par la présence de la lumière. Dès que l'écartement des enveloppes coriaces permet aux rayons solaires de pénétrer jusqu'aux jeunes feuilles, l'activité synthétique des méristèmes est énergiquement stimulée. Il en résulte un afflux de protides et une consommation rapide des glucides disparus du rameau, dans la jeune pousse; la condensation moléculaire intense dont cette dernière est le siège, corrélative de l'apparition de la chlorophylle, déclenche une migration rapide des protides et des glucides du rameau. Dans la suite, les jeunes feuilles devenues libres assimilent énergiquement et les réserves glucidiques se reconstituent dans les tissus épuisés. Malgré cela la pousse dépérit au bout de quelques semaines; en fait les feuilles vertes obtenues dans ces conditions sont toujours atrophiées.

En résumé, l'influence de la lumière se manifeste au cours de l'éclosion des bourgeons de Marronnier, dès que les écailles à propolis commencent à se désimbriquer; il en résulte une augmentation de l'activité synthétique dans le bourgeon ainsi que des phénomènes d'hydrolyse suivis de migration dans le rameau; ces phénomènes sont en relation avec la formation de la chlorophylle.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Présence de l'allantoïnase dans de nombreux champignons.* Note de M. **A. Brunel**, présentée par M. R. Fosse.

1. Dans 67 champignons, provenant des belles expositions de cryptogames de M. Mangin, au Muséum, nous avons pu caractériser le ferment qui transforme l'allantoïne en acide allantoïque :

$$\begin{array}{ccccccccc} NH^2 & & NH & & & NH^2 & & NH^2 \\ | & \diagup & & \diagdown & & | & & | \\ CO & CH & & CO & \xrightarrow[+H^2O]{\text{Allantoïnase}} & CO & COOH & CO \\ | & | & & | & & | & | & | \\ NH- & CH & — & NH & & NH- & CH & —NH \end{array}$$

L'allantoïnase, découverte dans les semenses de Légumineuses (R. Fosse et A. Brunel ([1]), décelée ensuite dans les divers organes de *Soja hispida* et de *Phaseolus vulgaris*, puis dans un grand nombre d'autres familles (Ascomycètes, Muscinées, Ombellifères, Solanacées, Composées, Chénopodiacées, Urticacées, Malvacées, Rutacées, Rosacées, Cucurbitacées) (R. Fosse,

([1]) R. Fosse et A. Brunel, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 426.

A. Brunel et P. de Graeve) (1), existe aussi chez les animaux (Échinodermes, Crustacés, Poissons et Batraciens) (2).

2. La caractérisation de l'allantoïnase se ramène à celle de l'acide allantoïque formé par fermentation aux dépens de l'allantoïne.

L'acide allantoïque est reconnu : soit par les très sensibles réactions de ses produits d'hydrolyse : l'acide glyoxylique et l'urée,

$$\begin{matrix} H^2N.CO.NH \\ H^2N.CO.NH \end{matrix}\!\!>\!CH.COOH \xrightarrow{+2H^2O} 2\,OC\!<\!\begin{matrix} NH^2 \\ NH^2 \end{matrix} + HOOC.CH(OH)^2$$

soit par l'analyse de son sel d'argent.

Fermentation de l'allantoïne. — Découper le végétal en fines lamelles, lui ajouter son poids de glycérine anhydre, puis son poids d'eau après 12 heures d'abandon à la glacière, laisser en contact 6 heures et centrifuger.

Placer au bain d'eau à 40° deux milieux ayant la composition suivante :

	E.	T.
Allantoïne à 2^g par litre	100^{cm^3}	100^{cm^3}
Macération de champignon	25	–
Macération portée 30′ à 100°	–	25
Sous-carbonate d'ammonium	$0^g,125$	$0^g,125$
Chloroforme	1^{cm^3}	1^{cm^3}

Hydrolyse de l'acide allantoïque. — Après douze heures de fermentation, aciduler nettement E et T par HCl 5N et porter une minute à 100°.

Caractérisation de l'acide glyoxylique. — Ajouter aux deux liquides d'hydrolyse E et T (2^{cm^3}) du chlorhydrate de phénylhydrazine à 1 pour 100 (4 gouttes); puis, après refroidissement, du ferricyanure de potassium à 5 pour 100 (2 gouttes) et de l'acide chlorhydrique concentré (3^{cm^3}). E développe une forte coloration rouge, T reste incolore.

Caractérisation de l'urée. — Neutraliser par la potasse les deux liquides hydrolysés E et T (3^{cm^3}); ajouter un valume double d'acide acétique et du xanthydrol méthylique à 1/10 (1/20 du volume total). E abandonne un précipité caractéristqiue de xanthylurée, tandis que T reste limpide.

Identification par l'analyse quantitative élémentaire de l'acide allantoïque produit par fermentation de l'allantoïne (sous l'influence de Boletus scaber). — Abandonner deux milieux de même composition que E et T, 48 heures à 40°; déféquer par du nitrate d'argent solide (1^g); filtrer; précipiter le filtrat refroidi, par de l'acétate mercurique solide; centrifuger; laver; décomposer

(1) R. Fosse, A. Brunel et P. de Graeve, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 716.

(2) R. Fosse et A. Brunel, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1067.

par H^2S en présence d'eau (15^{cm^3}); chasser ce gaz par courant d'air; filtrer; neutraliser. L'addition de nitrate d'argent solide provoque la formation d'un abondant précipité que l'on dissout dans l'eau bouillante et laisse cristalliser.

Propriétés caractéristiques et analyse de l'allantoate d'argent. — Ce corps, formé de belles aiguilles microscopiques groupées, soluble dans l'eau chaude, insoluble dans l'alcool, peut être aisément caractérisé, même à l'état de trace, par la propriété qu'il possède de se scinder en acide glyoxylique et urée.

Analyse du sel séché à 40° puis au microdessiccateur à 80° : Substance, $10^{mg},520$; Ag $3^{mg},993$. Trouvé : Ag pour 100 37,95. Théorie pour $(H^2N.CO.NH)^2CH.COOAg$: Ag pour 100, 38,12.

3. Basidiomycètes pourvus d'allantoïnase. — *Amanita citrina, mappa, muscaria, ovidea, rubescens; Armillariella citrina; Boletus auriantiacus, bovinus, chrysenteron, flavus, luteus, scaber, variegatus; Clitocybe infundibuliformis, cerussata, clavipes, nebularis; Collybia hariolorum, maculata, erythropus, dryophylla, butyracea; Cortinarius infractus, hinnuleus, elatior, collinitus, variicolor; Craterellus cornucopioides; Entoloma lividum; Hebeloma longicaudum; Hypholoma lacrymabundum, hydrophyllum, condilleanum; Laccaria laccata; Lactarius fuliginosus, blennius, subdulis, turpis, torminosus, controversus; Lepista inversa; Lepiota clypeollaria; Leptoporus adustus; Leucocoprinus excoriatus; Melanoleuca breviceps, vulgaris; Mucidula mucida; Mycena galericulata; Nematoloma sublateritium, capnoïdes, fasciculare; Pholiota squarrosa; Rhodopaxillus nudus; Tricholoma columbetta, portentodum, murinaceum, decastes, cartilagineum, irinum, rutilans, terreum, argyraceum, flavobrunneum, nudum, glaucocanum.*

PHYSIOLOGIE. — *Constitution d'un nouveau régime alimentaire pour l'étude des avitaminoses* B, *régime relativement peu riche en glucides et riche en lipides.* Note de Mme **L. Randoin** et M. **R. Lecoq**, présentée par M. A. Desgrez.

En partant d'une nourriture naturelle convenant parfaitement au Pigeon, c'est-à-dire en prenant comme base la composition chimique d'un *mélange de graines*, Mme L. Randoin et M. H. Simonnet sont arrivés, en 1923, à constituer, par approximations successives, un *régime artificiel renfermant* 66 pour 100 *de glucides*, satisfaisant pour le Pigeon, lorsqu'il est complété par une bonne source de vitamines B (¹). Ce régime, couramment utilisé à l'heure actuelle pour l'étude des avitaminoses B, est ainsi constitué :

(¹) Mme L. Randoin et H. Simonnet, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 903; *Bull. Soc. Sc. Hyg. alim.*, 12, 1924, p. 86; *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 6, 1924, p. 601.

Protides purifiés	16	Mélange de sels	4
Graisse de beurre purifiée	4	Agar-agar	8
Glucide (dextrine p. ex.)	66	Papier filtre	2

Les mêmes auteurs et, plus tard, Mme L. Randoin et M. R. Lecoq, ont constaté que la *nature du glucide* entrant dans ce régime est loin d'être indifférente : en l'absence de vitamines B, les crises de polynévrite et la mort sont d'autant plus précoces que l'absorption intestinale du glucide utilisé est plus facile, plus rapide (ex. : galactose, 9-13e jour; glucose et maltose, 15-20e jour; dextrine, 17-27e jour; lévulose, 22-28e jour; etc. (1).

De plus, fait surprenant, avec le galactose et le lactose, l'addition de levure de bière apportant les vitamines B indispensables ne rend pas la ration complète : cette addition, même à doses élevées, n'empêche ni les accidents nerveux, ni la mort des animaux.

Nous avons pensé que la toxicité du lactose ne pouvait être mise en cause puisque ce sucre existe dans le lait, nourriture exclusive des Mammifères nouveau-nés. D'ailleurs, ayant donné à des Pigeons du lait de vache desséché (qui renferme normalement des vitamines B), nous avons constaté que cet aliment naturel, simplement additionné de 10 pour 100 d'aliments encombrants, assure parfaitement l'entretien du Pigeon. Mais le lait de vache désséché (moins riche en lactose et plus riche en lipides que le régime de L. Randoin et H. Simonnet) représente un équilibre nutritif bien différent.

En prenant comme base, non plus la composition d'un mélange de graines, mais celle du *lait de vache désséché*, nous avons constitué, pour le Pigeon, un *nouveau régime artificiel renfermant* 35 *pour* 100 *de glucides et* 26 *pour* 100 *de lipides* (régime B) :

Caséine purifiée	8	*Glucide pur ou purifié*	35
Fibrine purifiée	8	Mélange salin d'Osborne et Mendel	5
Ovalbumine	8	Agar-agar	8
Graisse de beurre purifiée	8	Papier filtre	2
Graisse de saindoux	18		

L'équilibre de ce régime est tel que l'emploi de lactose ou de galactose (à cette dose de 35 pour 100) ne détermine pas fatalement la mort. Pour obtenir de très longues survies, il suffit de compléter la ration quotidienne par une petite quantité de levure de bière sèche : 0g,35 à 0g,50 (2).

---

(1) Mme L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1347; 185, 1927, p. 1068.

(2) Mme L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1188; *C. R. Soc. Biol.*, 101, 1929, p. 355.

Il était logique de se demander si le régime B avitaminé présentait des avantages pour des recherches à poursuivre *au cours* des avitaminoses B.

En employant des glucides simples solubles, au taux de 66 pour 100, on déterminait une grande rapidité dans l'évolution de la polynévrite; il semblait qu'un trouble dû à cette très forte proportion d'un glucide pur soluble se superposât aux effets propres de l'avitaminose B; avec le glucose, par exemple, on observait souvent des vomissements dès le début de la maladie.

En changeant, dans le régime B, la nature du glucide, allait-on constater que, cette fois, les divers glucides se montraient tous sensiblement équivalents vis-à-vis de l'évolution de l'avitaminose B globale?

Pour répondre à ces questions, nous avons étudié comparativement l'influence des 9 glucides suivants : — *glucose*, *lévulose*, *galactose*; — *maltose*, *saccharose*, *lactose*; — *dextrine*, *amidon de maïs*, *fécule de pomme de terre*.

Nous avons constitué, pour 9 lots de Pigeons adultes, 9 régimes (sans vitamines B), de même composition centésimale que le régime B, et ne différant entre eux que par la nature du glucide pur ou purifié.

Chaque ration a été donnée crue, *par gavage*, à la dose quotidienne de 20g; le poids et la température des Pigeons ont été déterminés chaque jour.

Résultats. — Les durées des survies ont été les suivantes :

Hexoses.	j.	Hexobioses.	j.	Polyoses complexes.	j.
Glucose	20-30	*Maltose*	20-30	*Dextrine*	20-30
Lévulose	20-30	*Saccharose*	20-30	*Amidon de maïs*	20-30
Galactose	35-50	Lactose	25-50	Fécule de p. de terre	40-60

A part le galactose, le lactose et la fécule de pomme de terre, *les divers glucides étudiés sont donc cette fois équivalents*, puisque les régimes dans lesquels ils entrent au taux de 35 pour 100 provoquent des crises polynévritiques aiguës et la mort au bout de 20 à 30 jours. Il est à noter que l'amidon de maïs est parfois mal toléré, assez rarement d'ailleurs.

Ce qui peut expliquer la lenteur relative de l'évolution de la polynévrite dans le cas du galactose et du lactose, c'est la mauvaise utilisation de ces sucres par l'économie, du fait de leur nature très particulière, l'un étant infermentescible en totalité, et l'autre, infermentescible en partie (pour la moitié). Dans le cas de la fécule de pomme de terre crue, c'est l'utilisation digestive, toujours défectueuse, qui est en cause.

Conclusions. — Pour l'étude précise et suivie de phénomènes pathologiques se produisant *au cours* des avitaminoses B, il serait intéressant d'utiliser parallèlement : le régime artificiel qui renferme 66 pour 100 de

glucides et le régime artificiel que nous proposons ici, lequel contient 35 pour 100 de glucides et 26 pour 100 de lipides.

Tous les Pigeons soumis à ce dernier régime — que le glucide employé soit du glucose, du lévulose, du maltose, du saccharose ou de la dextrine — se comportent de la même manière : leur température centrale demeure remarquablement constante, la digestion, l'absorption sont convenables, et l'on n'observe pratiquement pas de vomissements (même avec du glucose pur); cela jusqu'à la période finale où apparaissent les symptômes typiques graves de la polynévrite, lesquels, dans tous les cas, se produisent au bout de 20 à 30 jours.

PHYSIOLOGIE. — *Phénomènes apportés par l'irradiation sur le tissu cutané et sur la glande génitale mâle du lapin en fonction du mode d'application du rayonnement.* Note de MM. **A.** et **R. Sartory** et **J. Meyer**.

La technique de l'irradiation et les doses employées ont été établies de la façon suivante : les lapins étaient irradiés à la face dorsale sur un champ de 16^{cm^2}, étant d'autre part bien protégés contre le rayonnement. La source de rayons X a été fournie par un tube de Coolidge fonctionnant à tension constante de 200 kilovolts et 3 milliampères; les rayons ont été soumis à une filtration utilisée en radiothérapie humaine, donnée par un filtre de cuivre de 2^{mm} d'épaisseur et d'un filtre d'aluminium de 1^{mm}. La distance anticathode-peau était de 30^{cm} et les mesures ont été effectuées au moyen d'un ionomètre de *Hammer* bien étalonné; les doses sont exprimées en unités internationales.

Nous synthétiserons dans le tableau ci-dessous les résultats obtenus au moyen de différentes doses de rayons employés suivant le mode d'application par irradiation massive ou par fractionnement en 10 ou 12 séances avec 48 heures d'intervalle entre deux séances; le traitement se prolongeait par conséquent dans le dernier cas de 20 à 24 jours.

Irradiation. Massive.	Irradiation. Fractionnée.	Indices de réaction de la peau.
750^r	750^r	Pas d'épilation.
1600	3000	Seuil inférieur de l'épilation partielle; repoussée à 100 pour 100 en 120 jours.
2250	3750	Seuil de l'épilation complète; repoussée des poils incomplète après 120 jours.
2500	5000	Seuil supérieur pour l'épilation à 100 pour 100 suivie d'une alopécie définitive à caractères bénins.
3000	> 8000	Seuil d'une atrophie complète suivie d'une nécrose du tissu cutané.

Nous pouvons par conséquent fixer les rapports suivants :

1° Rapport des seuils d'épilation partielle suivie d'une nouvelle poussée des poils à 100 pour 100 :

$$\frac{\text{Dose unique}}{\text{Dose fractionnée}} = \frac{1}{1,9}.$$

2° Rapport des seuils d'épilation complète suivie d'une nouvelle poussée incomplète des poils après 120 jours :

$$\frac{\text{Dose unique}}{\text{Dose fractionnée}} = \frac{1}{1,66}.$$

3° Rapport des seuils supérieurs pour l'épilation à 100 pour 100, suivie d'une alopécie définitive à caractère bénin :

$$\frac{\text{Dose unique}}{\text{Dose fractionnée}} = \frac{1}{2}.$$

4° Rapport des seuils de radionécrose profonde :

$$\frac{\text{Dose unique}}{\text{Dose fractionnée}} = \frac{1}{3}.$$

En ce qui concerne l'action des rayons X en fonction du mode d'application du rayonnement sur les testicules du lapin, nous avons prélevé ces glandes 5 jours, 60 et 120 jours environ après l'irradiation. On a noté les différentes phases suivantes :

Stade **0** : Présence de cellules de *Sertoli*, de spermatogonies, spermatocytes, spermatides et spermatozoïdes.

Stade **1** : Présence de cellules de *Sertoli*, spermatocytes, spermatides, spermatozoïdes ou manque de l'un ou de l'autre de ces deux derniers éléments.

Stade **2** : Présence de cellules de *Sertoli*, spermatides, spermatozoïdes.

Stade **3** : Présence de cellules de *Sertoli*, spermatides ou spermatozoïdes.

Stade **4** : Présence de cellules de *Sertoli* seules.

Stade **5** : Présence de cellules de *Sertoli*, plus ou moins dégénérées.

Stade **6** : Repeuplement de la glande séminale, caractérisé par la présence de cellules de *Sertoli* et de spermatogonies.

Nos résultats sont exposés dans le tableau ci-contre, où nous indiquons les différents stades par les chiffres correspondants de l'échelle fixée :

L'irradiation fractionnée des testicules au moyen de 750 r administrés en 10 séances pendant 20 jours occasionne une stérilisation temporaire du testicule semblable en ce qui concerne l'effet précose à celle constatée pour une irradiation massive unique de 2250 r. La stérilisation définitive du tissu séminal sans lésions cutanées a été obtenue avec une dose de 3000 r fractionnée et espacée sur 24 jours; effet qui n'a pu être réalisé qu'avec pro-

duction de lésions cutanées et généralisées à caractère de malignité aiguë au moyen d'une dose massive de 3750 r. A la dose de 2250 r et encore à celle de 3750 r espacée sur 24 jours le tissu interstitiel reste complètement indemne, tandis que la stérilisation du tissu séminal est complète. Il existe par conséquent à partir du seuil inférieur de la stérilisation complète du testicule (entre 2250 r et 3750 r) un écart important entre la radiosensibilité des tissus séminaux et des tissus nourriciers, lorsqu'on fractionne et que l'on étale la dose. Le tissu interstitiel cumule donc avec perte les doses fractionnées de la même façon que la peau.

Doses de rayons X		Moment de l'examen après l'irradiation.	Lapin n°	Stades du dépeuplement ou du repeuplement.
non fract.	fract.			
750 r	–	5 jours	61 a	1 et 2
–	750 r	6 »	64 a	2 et 3
750 r	–	62 »	61	4 et 6
–	750 r	60 »	64 b	4
750 r	–	129 »	60	6
–	750 r	120 »	64 c	4
2250 r	–	5 »	63 a	2
–	2250 r	6 »	65 a	3
2250 r	–	32 »	63	4
–	2250 r	32 »	65 b	5
2250 r	–	121 »	62	4 et 6
–	2250 r	125 »	65 c	5
3000 r	–	5 »	69 a	3
–	3000 r	6 »	72 a	3 et 4
3000 r	–	64 »	69 b	4
–	3000 r	60 »	72 b	5
–	3000 r	120 »	72 c	5
3750 r	–	5 »	73	3

Par suite du fractionnement en 10 ou 12 parties égales et de l'espacement échelonné sur 24 jours d'une dose de rayons X appliquée sur le testicule, le seuil de la stérilisation définitive est abaissé en rapport à une irradiation identique, mais à dose unique d'après l'équation suivante :

$$\frac{\text{Dose massive}}{\text{Dose fractionnée}} = \frac{1,33}{1}.$$

L'espacement et le fractionnement d'une quantité de rayonnement sur 24 jours a relevé le seuil de la radionécrose cutanée de 50 pour 100 environ, tandis que le seuil de la stérilisation de l'épithélium séminal s'est maintenu ou a même subi une légère diminution.

PHARMACOLOGIE. — *Influence pharmacologique de la substitution d'un groupe méthyle sur le carbone β du méthylamino-(paraoxyphényl)-carbinol.* Note de M. **Raymond-Hamet**, déposée par M. A Desgrez.

Nous avons démontré (¹) que la substitution d'un groupe méthyle sur le carbone β de l'adrénaline modifie peu l'action physiologique de cette substance. Nous nous proposons d'étudier aujourd'hui l'influence que cette même substitution exerce sur les effets physiologiques, quand elle est effectuée sur le carbone β non plus de l'adrénaline mais d'une amine qui ne s'en distingue que par la suppression de l'oxhydryle phénolique en position méta.

Cette amine, le méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol, a été déjà étudiée par de nombreux auteurs et plus particulièrement par Lasch (²), Ehrismann et Maloff (³), Tainter et Seidenfeld (⁴), Kuschinsky (⁵). Tous ces auteurs ont reconnu que l'action hypertensive du métylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol n'est pas inversée par l'ergotamine. Mais, alors que Tainter affirme que la cocaïnisation ne modifie pas les effets hypertenseurs du méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol, Kuschinsky prétend qu'elle les augmente, tout comme ceux de l'adrénaline.

Nos expériences personnelles, qui, pour éviter l'influence possible d'une hypersécrétion adrénalinique, ont été pratiquées sur des chiens bisurrénalectomisés, nous ont montré qu'en réalité la cocaïnisation, qui augmente beaucoup l'action hypertensive de l'adrénaline, est pratiquement sans influence sur celle du méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol.

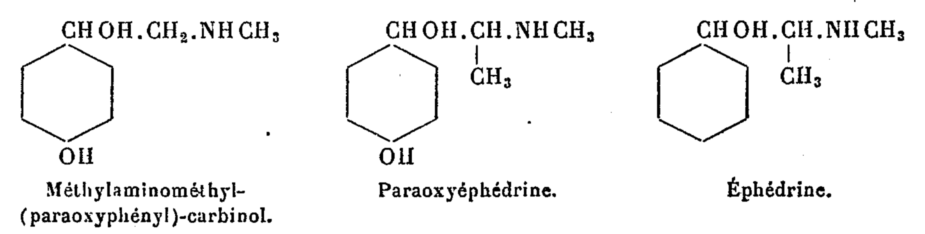
D'autre part, nous avons constaté que la yohimbine n'inverse pas l'action hypertensive du méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol, mais la diminue considérablement.

Quant à la paraoxyéphédrine, Schaumann n'y a consacré encore qu'une très courte Note (⁶). De même que la dioxyéphédrine, que nous avons étu-

---

(¹) Raymond-Hamet, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 300-302.
(²) Lasch, *Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 124, 1927, p. 231-244.
(³) O. Ehrismann et Maloff, *Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 136, 1928, p. 172-184.
(⁴) M. L. Tainter et M. A. Seidenfeld, *Journ. of Pharmacology*, 40, 1930, p. 23-42.
(⁵) G. Kuschinsky, *Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 40, 1930, p. 23-42.
(⁶) O. Schaumann, *Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmakol.*, 157, 1930, p. 114.

diée précédemment, procède à la fois de l'éphédrine et de l'adrénaline, la paraoxyéphédrine peut être considérée comme dérivant à la fois de l'éphédrine et du méthylaminométhyl-(aminométhyl)-carbinol. De la première elle se distingue par la présence d'un oxhydryle phénolique, du second par la substitution d'un groupe méthyle sur le carbone β de la chaîne latérale.



Méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol. Paraoxyéphédrine. Éphédrine.

Par certains de ses caractères, la paraoxyéphédrine se rapproche plus de l'éphédrine que du méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol. C'est ainsi que la courbe de l'hypertension provoquée par la paraoxyéphédrine est nettement du type éphédrinique. C'est ainsi encore que les doses très fortes de paraoxyéphédrine sont hypotensives alors que les doses les plus élevées du méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol restent hypertensives. C'est ainsi également que la cocaïnisation diminue beaucoup les effets hypertenseurs de la paraoxyéphédrine. C'est ainsi enfin que l'action inhibitrice de la paraoxyéphédrine sur l'intestin est peu marquée et peu durable.

Par contre, la paraoxyéphédrine possède un caractère qui n'appartient ni à l'éphédrine ni au méthylaminométhyl-(paraoxyphényl)-carbinol. Alors, en effet, que les effets hypertenseurs de ces deux substances ne sont pas inversés par la yohimbine, une dose normalement hypertensive de paraoxyéphédrine provoque chez le chien yohimbinisé une très nette hypertension.

La substitution d'un groupe méthyle sur le carbone β de la chaîne latérale du méthylamino - méthyl - (paraoxyphényl) - carbinol fait donc apparaître un caractère adrénalinique que ne possédait pas cette substance.

Ajoutons que Tainter [1] avait prétendu que la cocaïnisation augmente l'action hypertensive des substances qui deviennent hypotensives chez l'animal ergotaminisé. Mais nous avons montré [2], que les effets hypertenseurs de l'aminométhyl-3.4-d(ioxyphényl)-carbinol sont augmentés par la cocaïnisation alors qu'ils ne sont pas inversés par la yohimbine. La

(1) M. L. Tainter, *Journ. of pharmacology*, 40, 1930, p. 43-64.

(2) Raymond-Hamet, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 869-871.

paraoxyéphédrine nous fournit aujourd'hui un exemple d'une amine dont l'action hypertensive est à la fois diminuée par la cocaïne et inversée par la yohimbine.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Actions des champs électriques de très haute fréquence sur les tissus organiques.* Note de MM. **Jean Saidman**, **Roger Cahen** et **Jacques Forestier**, présentée par M. d'Arsonval.

Depuis quelques années, plusieurs auteurs ont appliqué les ondes hertziennes courtes en biologie ou en thérapeutique que M. le professeur d'Arsonval avait préconisées en 1891-93 [Gosset, Gutmann, Lakhovsky et Magrou (1), Saidman et Cahen (2), Schereschewsky et Andervont (3), Woodbury (4), Schliephake (5), Jellinek (6), etc.].

Nous avons déjà décrit (2) les effets biologiques produits par l'exposition directe dans un champ hertzien correspondant à une longueur d'onde de 3^m et signalé l'existence de certains incidents congestifs, notamment d'adénopathies survenant chez les sujets traités pour d'autres lésions tuberculeuses localisées.

Une augmentation de la longueur d'onde semble avoir fait disparaître ces poussées congestives. Après avoir utilisé un générateur d'ondes de 6 à 8^m, nous avons finalement adopté un dispositif émetteur d'ondes voisines de 14^m. Celui-ci est constitué par deux triodes de 250 watts, fournissant une puissance oscillante de 80 watts.

La région irradiée, isolée par des feuilles de caoutchouc, se trouve dans un champ électrique déterminé par deux plaques de 15^{cm} de diamètre, réunies par des connexions télescopiques aux extrémités d'un solénoïde couplé inductivement au circuit oscillant du générateur.

Les mesures d'intensité ont été effectuées à l'aide d'un ampéremètre thermique placé au ventre d'intensité du circuit d'utilisation et celles de résistance haute fréquence l'ont été par la méthode dite de la *résistance additionnelle*. Toutes ont eu lieu au moment de la résonance entre l'oscillateur et le circuit d'utilisation.

---

(1) Gosset, Gutmann, Lakhovsky et Magrou, *C. R. Soc. Biol.*, 91, 1925, p. 626. — Lakhovsky, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1019, et 188, 1929, p. 657.

(2) Saidman et Cahen, *Annales de l'Institut d'Actinologie*, 1, 1926, p. 181, et 3, 1929, p. 147.

(3) Schereschewsky, *Public. Health Reports*, 41, 1926, n° 37. — Schereschewsky, et Andervont, *Public. Health Reports*, 43, 1928, p. 333.

(4) Woodbury, *Physical Therapeutics*, 47, 1929, p. 29.

(5) Schliephake, *Zeitschrift für exp. Medizin*, 66, 1929, p. 213.

(6) Jellinek, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 2030.

En l'absence du sujet, l'intensité, la longueur d'onde et la résistance du circuit sont évidemment dictées par ses caractéristiques (elles varient entre 15m,40 et 15m,80, 1750 et 400 ohms, pour une distance des armatures comprise entre 18 et 4cm).

Lorsque le sujet est interposé, l'intensité et la longueur d'onde croissent, alors que la résistance haute fréquence passe du millier à la centaine d'ohms.

Région.	Intensité.	R ω.	Longueur d'onde.
A vide....................	480	2750	14,80
Abdomen.................	920	425	15,38
A vide....................	560	1750	15,72
Genou.....................	1040	335	17,15

Le calcul montre que le corps humain se comporte comme un semi-conducteur doué d'une capacité variable à égalité de volume, suivant les régions. Nous avons cherché quelle est l'augmentation de capacité au niveau des armatures dans quelques cas, en tenant compte des capacités parasites :

$$\text{Rapport } \frac{\text{C avec sujet}}{\text{C à vide (air)}}$$

(abdomen, 4,16; genou, 6,2; épaule, 6,44).

Sur 20 enfants de 15 mois à 10 ans, l'ensemble des mesures indique une résistance toujours plus faible du thorax que de l'abdomen; en voici des exemples :

Sujets N^os.	Résistance en ω. transabdominale.	Résistance en ω. transthoracique.
2219......................	525	425
2236......................	182	157.5

Expériences sur l'animal. — Le Rat a été presque toujours utilisé comme test biologique dans la détermination des doses léthales en très haute fréquence. Avec notre appareillage, la longueur d'onde étant de 15m à la résonance et l'intensité d'un ampère, les effets suivants ont été reconnus : agitation suivie d'une accélération du rythme respiratoire, ensuite une sudation et ralentissement régulier, puis saccadé de la respiration, enfin, prostration, sursauts, coma et mort après une heure environ.

Utilisation thérapeutique. — C'est la technique d'auto-condensation, créée par le professeur d'Arsonval, qui nous a donné les meilleurs résultats. Six cents applications seules ou en association avec la technique du solarium d'Aix-les-Bains, ont permis de dégager les indications suivantes :

Dans les arthropathies subaiguës ou chroniques, déjà justiciables de la diathermie, l'effet calorique profond est obtenu plus commodément par champ électrique de très haute fréquence (supérieur à 10000000 cycles) et permet d'éviter le contact direct des électrodes sur la peau;

Dans les névralgies dites rhumatismales, l'action analgésique des courtes longueurs d'onde est nettement supérieure à celle de la diathermie classique. Nous n'avons jamais observé, dans les conditions d'emploi précédemment décrites (chaleur modérée correspondant à 600-1500 milliampères) des poussées d'activation douloureuse si fréquentes avec les autres méthodes.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Le traitement des diarrhées des veaux par le bactériophage.* Note de MM. **J. Verge** et **M. Vallée**, transmise par M. E. Leclainche.

Les diarrhées des veaux (dysenteries des nouveau-nés, diarrhées des jeunes, entérites des veaux) sont des affections redoutables pour l'élevage et dues presque toujours à un germe particulier: le Colibacille. Nous avons réussi à mettre en évidence, dans l'intestin de sujets convalescents, un bactériophage spécifique, dont nous avons exalté la virulence par passages en série au laboratoire et étendu la qualité lytique par adaptation *in vitro* à de très nombreuses souches de colibacilles, souches isolées à partir d'excréments de veaux infectés.

Le bactériophage ainsi obtenu, de virulence exacerbée et de polyvalence marquée, a été essayé, à l'exclusion de toute autre médication, dans le traitement des diarrhées des veaux en diverses régions de France : Normandie, Bretagne, Thiérache, Charolais, Auvergne, etc.).

Il convient de l'utiliser de la façon suivante :

1° Modifier l'alimentation du sujet en remplaçant le lait, pendant les deux ou trois premiers jours de l'intervention, par de l'eau de lin, de riz ou d'orge.

2° Faire ingérer, matin et soir, 10^{cm^3} de bactériophage spécifique.

3° Continuer cette thérapeutique pendant 5 à 6 jours.

Les résultats obtenus peuvent être résumés de la façon suivante : l'amélioration se fait sentir, en général, du deuxième au troisième jour; la diarrhée diminue et disparaît; l'animal reprend sa vivacité habituelle; l'appétit renaît et la guérison se manifeste, consolidée par les ingestions ultérieures du principe lytique.

Voici, à titre d'exemples, quelques observations puisées parmi les réponses des confrères qui ont bien voulu appliquer la méthode :

I. M. O..., vétérinaire à F.... Veau de 3 semaines, atteint d'entérite depuis la naissance. La guérison est obtenue en 10 jours : ingestion d'une ampoule de bactériophage matin et soir.

Veau de 3 semaines : entérite grave ayant résisté à tous les traitements habituels; état désespéré. Il est donné *per os*, une ampoule de bactériophage matin et soir. Une très nette amélioration apparaît le troisième jour et l'animal est guéri le sixième jour.

II. M. D..., vétérinaire à C.... Trois veaux d'élevage, âgés de 15 jours à 2 mois, sont atteints d'entérite diarrhéique. Deux d'entre eux présentent, en même temps, des symptômes généraux : hyperthermie manifeste, abattement extrême, anorexie absolue, troubles qui, selon notre confrère, lui permettent d'ordinaire de porter un pronostic fatal dans la plupart des cas.

Le bactériophage est utilisé en ingestion, à la dose de deux ampoules par jour. Les trois malades ont repris toutes les apparences de la santé après 48 heures de traitement et la guérison ne s'est jamais démentie.

Veau de 5 semaines, atteint de dysenterie depuis 24 heures; semble *in extremis*. Guérison en 48 heures.

Notre confrère ajoute : Jusqu'à présent, je n'ai pas eu un seul échec chez les veaux atteints d'entérite diarrhéique vraie, notamment lorsque les sujets présentaient des formes graves bien établies. C'est chez les grands malades que l'action est la plus nette. Sur 15 cas traités, aucune mortalité, proportion qu'aucun traitement ne m'a jamais donnée.

III. M. L..., vétérinaire à A... Six veaux présentant, soit de la diarrhée seule, soit de la diarrhée avec état général mauvais ont été guéris en quelques jours, sans récidives.

IV. M. P..., vétérinaire à A... Le bactériophage a été surtout employé dans des cas quasi désespérés : diarrhées avec inappétence, fièvre, decubitus. L'amélioration se traduit dès le troisième jour de traitement et la guérison intervient du cinquième au septième jour.

V. M. N., vétérinaire à A... Génisse Salers de 10 mois; atteinte d'entérite aiguë : diarrhée profuse avec fausses membranes, efforts expulsifs incessants, inappétence complète, hypothermie, amaigrissement prononcé. Le pronostic est très sombre : état général mauvais, poil piqué, yeux enfoncés dans l'orbite, démarche chancelante. Six ampoules sont administrées chaque jour, pendant deux jours, dans de l'eau de riz. L'animal est radicalement transformé : température et appétit normaux, diarrhée à peine accusée, disparition des fausses membranes et des efforts expulsifs, faciès habituel. La guérison ne s'est jamais démentie par la suite.

Il est des causes d'échecs qu'il faut connaître, pour ne pas attribuer à une défaillance de l'action lytique ce qui est imputable soit à une intervention défectueuse ou intempestive, soit à un processus ne reconnaissant point une origine nettement et sûrement colibacillaire.

Toute lyse *in vivo* implique la reproduction facile de cette lyse *in vitro*.

Or il est des races de colibacilles que la lyse ne peut atteindre, pour des raisons encore ignorées. Ces diarrhées ne seront, partant, nullement amendées par le bactériophage, quelles que soient les modalités du traitement.

Le principe spécifique n'a aucune action sur le bacille de Koch, le bacille de Johne, les paratyphiques, les divers parasites de l'intestin. C'est dire que les diarrhées d'origine tuberculeuse, paratuberculeuse, paratyphique, coccidienne, etc. ne bénéficieront en aucune façon de la thérapeutique lytique.

Les antiseptiques intestinaux, les antithermiques inhibent le pouvoir du bactériophage et toute médication de cet ordre doit être sévèrement proscrite.

Le bactériophage réalise, dans le traitement des diarrhées des animaux jeunes en général et des diarrhées des veaux en particulier, une thérapeutique élégante qui mérite de retenir l'attention par les légitimes espoirs qu'elle suscite, mais qui demande à être appliquée avec discernement pour pouvoir porter tous ses fruits.

A $15^h 40^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 10^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 9 février 1931.)

Note de M. *L. Margaillan*, L'huile de *Wrightia annamensis* Dubard et Eberhardt, huile semblable à l'huile de ricin :

Page 373, ligne 6 en remontant, *au lieu de* d_{20}, *lire* d_{25}.

Page 374, ligne 21, *au lieu de* l'huile de Wrightia se sulfure, *lire* se sulfone; ligne 22, *au lieu de* de même terme, *lire* de même tenue; ligne 31, *au lieu de* Vizun et Guillot, *lire* Vizern et Guillot.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 FÉVRIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'absorption des radiations dans la basse atmosphère et le dosage de l'ozone.* Note (¹) de MM. **Ch. Fabry** et **H. Buisson.**

L'étude de l'absorption que l'atmosphère terrestre exerce sur la lumière des astres conduit à cette conclusion que l'atmosphère contient une certaine quantité d'ozone, dont l'absorption explique l'absence des radiations de courte longueur d'onde dans le rayonnement que nous recevons (²).

D'autre part, les dosages chimiques dans la basse atmosphère n'indiquent qu'une quantité d'ozone très faible. Ce dernier résultat a été confirmé par une expérience réalisée par R. J. Strutt (Lord Rayleigh) en 1918 : Une source de lumière riche en radiations ultraviolettes (lampe à vapeur de mercure en quartz) est observée à une distance de quelques kilomètres et l'on étudie au moyen d'un spectrographe le rayonnement qui parvient à cette distance. Une quantité d'ozone un peu importante contenue dans l'air ferait disparaître la raie 2536, pour laquelle l'absorption par l'ozone est si forte qu'une couche de ce gaz pur ayant seulement 25 μ d'épaisseur réduit l'intensité à la moitié de sa valeur. La présence de cette radiation dans la lumière transmise à travers $6^{km},45$ d'air indique que la quantité d'ozone ne peut être que très faible.

(¹) Séance du 16 février 1931.

(²) Un exposé de cette question se trouve dans l'ouvrage suivant : Ch. Fabry et H. Buisson, *L'absorption des radiations dans la haute atmosphère*, fascicule XI du *Mémorial des Sciences physiques*, Paris, 1930.

A ce résultat qualitatif on peut maintenant joindre de véritables dosages, en utilisant les mesures récemment faites de l'absorption des radiations dans la basse atmosphère par MM. Buisson, Jausseran et Rouard (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 808). Comme résultat de leurs mesures, ces auteurs donnent pour chaque longueur d'onde, la « densité optique » (¹) d'une couche de 1^{km}.

L'affaiblissement d'un faisceau de radiations à travers l'atmosphère tient, en partie, à la diffusion moléculaire, phénomène dont les lois sont connues. En corrigeant de cet effet les résultats des mesures on obtient les valeurs D données dans la deuxième colonne du tableau ci-après; ce sont, pour les diverses radiations étudiées, les valeurs de la densité optique de 1^{km} d'air dues aux causes d'affaiblissement autres que la diffusion moléculaire. Ces causes peuvent être énumérées de la manière suivante : absorption par l'ozone, éventuellement absorption par d'autres gaz, absorption ou diffusion par des particules autres que les molécules des gaz de l'air. De cet ensemble complexe il s'agit d'extraire ce qui est dû à l'ozone.

Longueur d'onde.	D. Densité de 1^{km}, purgée de la diffusion.	α. Coefficient d'abs. de l'ozone.	0,0022α.	*d*. D − 0,0022α.
5780......	0,03	0	0	0,03
5641......	0,03	0	0	0,03
4358......	0,03	0	0	0,03
4046......	0,03	0	0	0,03
3910......	0,04	0	0	0,04
3660......	0,04	0	0	0,04
3341......	0,04	0,06	0	0,04
3130......	0,05	0,94	0,002	0,048
3025......	0,05	3,6	0,008	0,042
2967......	0,055	7,8	0,017	0,038
2925......	0,07	13,6	0,030	0,040
2893......	0,085	20,5	0,045	0,040
2805.....	0,14	42,2	0,093	0,047
2752......	0,21	68	0,150	0,060
2699......	0,24	91	0,200	0,040
2633......	0,30	107	0,235	0,065
2536......	0,38	122	0,268	0,112
2482......	0,50	115	0,253	0,247

(¹) Rappelons que la « densité optique » d'une couche absorbante est définie par

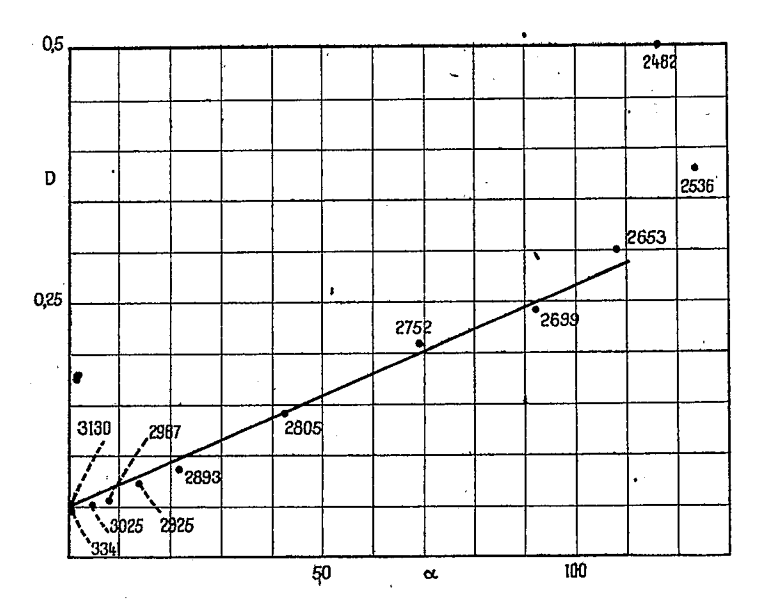
$$D = \log_{10} I_0/I,$$

en désignant par I_0 l'intensité incidente et par I l'intensité transmise.

Soit x l'épaisseur, exprimée en centimètres, d'ozone gazeux, ramené à la pression atmosphérique, qui existe dans 1^{km} d'air. Pour une radiation λ, soit α le coefficient d'absorption de l'ozone (densité optique de 1^{cm} de ce gaz pur). Si l'absorption par l'ozone existait seule (en plus de la diffusion moléculaire dont il a déjà été tenu compte), on aurait $D = \alpha x$. Si, en outre, une autre cause intervient, elle produit une « densité optique » d, et l'on aura

$$D = \alpha x + d. \tag{1}$$

Dans certains cas, on peut admettre que d doit être constant dans un certain intervalle spectral, par exemple si l'affaiblissement est produit par des particules grosses par rapport à la longueur d'onde.



Ce qui précède conduit à représenter les valeurs numériques sur un diagramme où l'on porte en abscisses les valeurs du coefficient d'absorption α de l'ozone, et en ordonnées les valeurs de D. Chaque observation y est représentée par un point, à côté duquel on peut inscrire la valeur de la longueur d'onde correspondante. La figure ci-dessus a été obtenue en utilisant les mesures citées plus haut.

On voit que les points correspondant aux longueurs d'onde comprises entre 3300 et 2650 environ se placent assez exactement sur une droite; dans cet intervalle, l'équation (1) est valable, en donnant à d une valeur constante et en prenant pour x (épaisseur d'ozone dans 1^{km}) la valeur

$0^{cm},0022$. Les résultats sont numériquement exprimés dans le tableau ci-dessus, où la troisième colonne donne les valeurs de α, la quatrième celles de $0,0022\,\alpha$, et la cinquième la valeur, tirée de (1), $d = D - 0,0022\,\alpha$. Cette quantité est sensiblement constante dans tout le spectre visible et dans l'ultraviolet jusque vers 2650. Tous ces résultats s'expliquent donc par une absorption uniforme superposée à celle que produit une couche d'ozone de $0^{cm},0022$ par kilomètre d'air.

Dans la région des petites longueurs d'onde ($\lambda < 2600$ environ), d augmente rapidement. L'augmentation devient extrêmement rapide pour les longueurs d'onde beaucoup plus petites, comme le montrent les nombres obtenus par Dawson, Granath et Hulburt (1); la quantité D (densité optique de 1^{km} d'air, corrigée de la diffusion moléculaire) atteint la valeur 3,3 pour la longueur d'onde 2200 et 9,7 pour 2050.

Cette absorption dans la région des petites longueurs d'onde est probablement due à l'oxygène. On connaît la très forte absorption exercée par ce gaz dans la région $\lambda < 2000$; en opérant sur un tube de 5^{m} rempli d'oxygène, Granath (2) a pu faire des mesures d'absorption jusqu'à 2100. Pour les longueurs d'onde plus grandes que cette limite, aucune absorption n'a pu être étudiée sur les faibles épaisseurs dont on dispose au laboratoire; mais, si l'on chauffe l'oxygène, le spectre d'absorption se développe rapidement vers les grandes longueurs d'onde (3), et à 1400° C. un spectre de bandes compliqué s'étend jusqu'à des longueurs d'onde supérieures à 2500 A. Il n'est pas impossible qu'à la température ordinaire subsiste un petit nombre des molécules qui, à haute température, donnent cette absorption, et qui manifesteraient leur action sur de très grandes épaisseurs.

Revenant à l'ozone, la valeur $x = 0^{cm},0020$ par kilomètre d'air correspond à une proportion d'ozone, en volume de $2,2.10^{-8}$, ou $3^{mg},6$ par 100^{kg} d'air, ou encore $4^{mg},3$ par 100^{m^3} d'air à 15°. Ces proportions très faibles sont bien de l'ordre de grandeur de celles que donnent les analyses chimiques.

Remarquons enfin que si l'atmosphère contenait, à toute altitude, la

---

(1) *Physical Review*, 34, 1929, p. 136. Les mesures ont été faites sur une épaisseur d'air de 400^{m} seulement; elles ne donnent un résultat précis que dans la région des très courtes longueurs d'onde, où l'absorption est forte.

(2) *Physical Review*, 34, 1929, p. 1045.

(3) Fuchtbauer et Holm, *Physikalische Zeitschrift*, 26, 1925, p. 345; Malan, *Thèse de l'Université de Paris*, 1931.

même proportion d'ozone, l'épaisseur totale de ce gaz dans l'atmosphère terrestre serait de $0^{mm},18$, alors que les mesures sur l'absorption que subissent les radiations solaires donnent une valeur 20 fois plus grande; les hautes couches sont beaucoup plus riches en ozone que la basse atmosphère.

OPTIQUE. — *Sur la comparaison des effets de diffraction dans les télescopes et les lunettes.* Note de M. **Louis Roy.**

Considérons un télescope, dont le grand miroir a un diamètre D et sur lequel le petit miroir détermine par projection une obturation concentrique de diamètre aD ($a < 1$). On estime généralement que le seul effet nuisible, mais de peu d'importance, de cette obturation, comparativement à la lunette de même ouverture, est de réduire la luminosité dans le rapport $1 - a^2$ des surfaces libres. En réalité, cette obturation modifie d'une manière sensible les phénomènes de diffraction dans un sens généralement défavorable au point de vue des observations planétaires. Notre attention vient d'être attirée sur ce sujet par un article récent de M. William H. Pickering [*Reflectors versus Refractors* (*Popular Astronomy*, mars 1930)].

On sait tout d'abord que l'effet de l'obturation sur le solide de diffraction est de réduire l'éclairement au centre de la tache centrale dans le rapport $(1 - a^2)^2$ et de renforcer ou de réduire celui de certains anneaux, de sorte que l'éclairement des anneaux successifs cesse de décroître d'une façon régulière. Par exemple, le rapport des éclairements du premier anneau et de la tache centrale, qui est 0,0174 pour $a = 0$, s'élève à 0,0377 pour $a = \frac{1}{4}$ et à 0,0966 pour $a = \frac{1}{2}$. Il en résulte que le rapport des flux lumineux contenus dans les huit premiers anneaux et dans la tache centrale, qui est 0,1536 pour $a = 0$, s'élève à 0,3315 pour $a = \frac{1}{4}$ et à 0,9588 pour $a = \frac{1}{2}$.

L'obturation résultant de la présence du petit miroir accentue donc très notablement, même pour des valeurs modérées de a, l'éparpillement de la lumière autour de la tache centrale.

Cela posé, la considération du solide de diffraction permet aisément de comparer les visions au télescope ($a \neq 0$) et à la lunette supposée employée avec son objectif nu ($a = 0$). En ce qui concerne les étoiles, on sait depuis longtemps que l'obturation augmente le pouvoir séparateur et entraîne une

perte de magnitude; il nous suffira donc d'étudier le cas des surfaces planétaires. Mais comme celles-ci nous obligent à schématiser la variété de leurs aspects en quelques types simples, nous comparerons, dans les deux instruments, les images d'une tache grise circulaire sur fond lumineux (ombre d'un satellite de Jupiter ou oasis de Mars), d'une ligne grise sur fond lumineux (rainure lunaire), de deux lignes lumineuses parallèles sur fond gris, de deux plages inégalement lumineuses séparées par un bord rectiligne.

1. *Tache grise circulaire sur fond lumineux.* — Soient E_0 et E_1 ce que seraient les éclairements en un point du fond et de la tache si la diffraction n'existait pas; le rapport

$$C_1 = \frac{E_0 - E_1}{E_0}$$

peut être appelé le *contraste réel* de la tache sur le fond. Par suite de la diffraction, l'éclairement du fond reste sensiblement E_0 à grande distance de la tache, mais l'éclairement au centre de celle-ci devient $E > E_1$ et le rapport

$$(1) \qquad C = \frac{E_0 - E}{E_0}$$

peut être appelé le *contraste apparent*.

On peut alors pour l'instrument (D, a), c'est-à-dire pour le télescope d'ouverture D et de rapport d'obturation a, construire la courbe de variation de C en fonction du rapport $\frac{\alpha}{p}$ du rayon angulaire α de la tache au pouvoir séparateur p de la lunette (D, o). Cette courbe part de l'origine et admet une asymptote d'ordonnée C_1; elle s'élève d'autant plus rapidement que a est plus petit et présente, à la traversée des premiers anneaux de diffraction, de légers ressauts d'autant plus prononcés que a est plus grand.

Considérons les deux courbes C(a) et C(o) correspondant respectivement aux valeurs a et zéro du rapport d'obturation. Par le rapport de leurs abscisses relatives à une même valeur de C, on calcule aisément le diamètre D′ de l'objectif nu qui donnerait, au centre de la même tache de rayon α, le même contraste apparent que l'instrument (D, a). On reconnaît ainsi que le rapport $\frac{D'}{D}$ varie beaucoup avec $\frac{\alpha}{p}$. Autrement dit, étant donné un télescope (D, a), l'ouverture D′ de la lunette (D′, o) équivalente au point de vue de la visibilité d'une tache grise sur fond lumineux, dépend essentiellement du diamètre de celle-ci. Voici, par exemple, pour $a = \frac{1}{4}$,

quelques valeurs de $\frac{D'}{D}$ en fonction de $\frac{\alpha}{p}$, avec les valeurs correspondantes de $\frac{C\left(\frac{1}{4}\right)}{C_1}$:

$\alpha : p$.....	0,25.	0,50.	1,00.	1,23.	1,50.
$D' : D$........	0,975	0,935	0,630	0,550	0,855
$C\left(\frac{1}{4}\right) : C_1$....	0,200	0,545	0,755	0,765	0,885

Pour $a = \frac{1}{2}$, les valeurs de $\frac{D'}{D}$ sont inférieures aux précédentes d'environ 0,15 jusqu'au voisinage du minimum qui a sensiblement lieu pour la même valeur 1,23 de $\frac{\alpha}{p}$; après quoi, le parallélisme est plus vague et l'accroissement de $\frac{D'}{D}$ bien moins rapide.

II. *Ligne grise sur fond lumineux.* — Nous supposons une ligne droite de largeur angulaire constante α; l'éclairement apparent E sur l'axe de la ligne et par suite le contraste apparent C se calculent aisément pour $a = 0$ et $a = \frac{1}{2}$, à l'aide des Tables données autrefois par Ch. André [1]. On peut ainsi construire par points les courbes de variation de C(0) et de $C\left(\frac{1}{2}\right)$ en fonction de $\frac{\alpha}{p}$; leur comparaison montre que l'obturation réduit le contraste, d'abord à peu près proportionnellement à la largeur de la ligne.

L'ouverture D' de la lunette (D', 0), donnant sur une ligne grise le même contraste apparent que le télescope $\left(D, \frac{1}{2}\right)$, se calcule comme précédemment et l'on trouve que la courbe de variation du rapport $\frac{D'}{D}$ en fonction de $\frac{\alpha}{p}$ entre les limites ci-après est sensiblement une droite. Pour $\alpha = 0,22\,p$, ce qui correspond à $\frac{C}{C_1} = 0,20$, soit peut-être au plus petit contraste perceptible donné par une ligne noire ($C_1 = 1$), $\frac{D'}{D}$ est égal à 0,835 pour tomber à 0,50 pour $\alpha = 1,58\,p$.

III. *Deux lignes lumineuses parallèles sur fond gris.* — Nous supposons deux droites sans épaisseur distantes de α, uniformément et également

(1) Ch. André, *Étude sur la diffraction dans les instruments d'optique* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 2e série, 5, 1876, p. 313 et 335).

lumineuses. Sur la ligne équidistante des deux droites données, E se calcule aisément pour $a = 0$ et $a = \frac{1}{2}$ à l'aide des Tables d'André [1] et l'on en déduit par (1) le contraste apparent par rapport aux deux droites, dont E_0 désigne alors l'éclairement apparent. La comparaison des courbes C(0) et $C\left(\frac{1}{2}\right)$ montre que le contraste est d'abord plus accusé au télescope qu'à la lunette; il y a égalité de contraste aux deux instruments quand la distance des deux lignes atteint $1,25\,p$, après quoi l'avantage revient à la lunette. Il en résulte qu'entre les limites 0,67 et 1,66 de $\frac{\alpha}{p}$, le rapport $\frac{D'}{D}$ défini comme précédemment décroît de 1,17 à 0,76 en passant par la valeur 1 pour $\alpha = 1,25\,p$.

IV. *Plages inégalement lumineuses séparées par un bord rectiligne.* — Ce cas ne peut être traité avec la même précision que les précédents, car il faut une convention pour fixer la largeur de la bande dégradée qu'introduit la diffraction à la place de la ligne séparative. L'obturation est ici toujours défavorable.

En définitive le télescope, par suite de son obturation centrale, est inférieur à la lunette de même ouverture pour distinguer des points ou des lignes sombres sur fond lumineux ou pour apprécier de faibles contrastes entre plages contiguës, ce qui est le cas le plus fréquent dans les observations planétaires. Quant à sa supériorité pour la séparation de points lumineux ou de lignes lumineuses sur fond sombre, elle est fictive, puisqu'il est toujours possible de masquer le centre d'un objectif. En outre, un télescope donné n'est pas équivalent à une lunette d'ouverture déterminée, puisque cette ouverture dépend essentiellement de la nature et de la grandeur de l'objet observé.

M. J. Costantin fait hommage à l'Académie d'une Note qu'il vient de publier dans les *Annales des Sciences naturelles* (*Actualités biologiques*) : *L'action du radium et des rayons X*. Les résultats exposés, dus à l'école américaine, sont très importants; ils établissent avec certitude l'influence des facteurs cosmiques sur le plasma germinal, c'est-à-dire la substance héréditaire, ce qui est capital au point de vue du lamarckisme.

---

(1) Ch. André, *loc. cit.*, p. 309 et 331.

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie du Tome III de son Traité sur *la trempe*, *le recuit et le revenu* des produits métallurgiques.

Le Tome I étudie la théorie de ces traitements;

Le Tome II, la pratique;

Le Tome III, qui paraît aujourd'hui, donne les résultats pour tous les produits métallurgiques actuellement utilisés.

Ce Tome comprend de nombreuses micrographies.

NOMINATIONS.

MM. **É. Picard**, **Ch. Lallemand**, **R. Bourgeois**, **G. Ferrié**, **G. Perrier**, **H. Abraham** sont délégués à l'Assemblée du *Conseil international de recherches*, qui se tiendra le 11 juillet à Bruxelles.

M. **Ch. Fabry** est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du *Centenaire de la découverte de l'induction par Michael Faraday*, à Londres, le 21 septembre 1931.

MM. **J. Perrin** et **A. Cotton** sont désignés pour représenter l'Académie à la célébration du *Centenaire de la naissance de James Clerk Maxwell*, à Cambridge, les 1er et 2 octobre 1931.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire de *Chimie agricole et biologique* vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers par suite du décès de M. *A.-Th. Schlœsing* :

Pour la première ligne, M. *M. Javillier* obtient 48 suffrages contre 2 à M. *E. Aubel* et 1 à M. *M. Lemoigne*.

Pour la seconde ligne, M. *E. Aubel* obtient 29 suffrages contre 16 à M. *M. Lemoigne*.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne.................... M. **Maurice Javillier**,
En seconde ligne.................... M. **Eugène Aubel**.

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Pelseneer**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Cours de l'École polytechnique. Cours de Physique*, par A. Lafay. Tome II : *Thermodynamique — Optique*. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

2° *Les bases fondamentales de la métrologie pondérale dans l'antiquité*, par C. Soutzo. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

GÉOMÉTRIE. — *Contribution à l'étude de la courbe de poursuite.* Note de M. **V. Lalan**.

1. Dans un Mémoire présenté à l'Académie en 1732, Bouguer [1] a donné le nom de *ligne de poursuite* à la trajectoire d'un vaisseau qui en poursuit un autre, en supposant que ce dernier s'enfuit en ligne droite et que le rapport des deux vitesses est constant. Étudiée successivement par Maupertuis [2], Thomas de Saint-Laurent [3], Ch. Sturm [4], Querret [5], cette courbe est aujourd'hui classique. Le but de cette Note est d'établir certaines formules qui nous paraissent nouvelles et que nous avons le dessein d'utiliser dans un autre domaine que la géométrie.

Nous appellerons H le mobile qui fuit avec la vitesse v, et nous prendrons sa trajectoire pour axe Ox, que nous orienterons dans le sens de son mouvement. Le poursuivant sera désigné par M, sa vitesse par c et le rapport $v : c$ par β, supposé inférieur à l'unité.

L'équation différentielle de la trajectoire de M s'écrit, en posant $\frac{dx}{dy} = p$

(1) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1732, p. 1-14.
(2) *Ibid.*, p. 15-16.
(3) *Annales de Gergonne*, 13, 1822, p. 145-163 et 289-304.
(4) *Ibid.*, p. 289-304.
(5) *Ibid.*, p. 389-393.

et en supposant y négatif

$$d(x - py) = \beta\sqrt{1+p^2}\,dy.$$

Une première intégration donne

(1) $$p + \sqrt{1+p^2} = \left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta},$$

d'où

(2) $$2p = \left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta} - \left(\frac{y}{K}\right)^{\beta}$$

et

(3) $$2\sqrt{1+p^2} = \left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta} + \left(\frac{y}{K}\right)^{\beta}.$$

2. Appelons O le point où M atteint H. La longueur s de l'arc MO a pour expression, d'après (3),

$$s = -\frac{K}{2}\left[\frac{1}{1-\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1-\beta} + \frac{1}{1+\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1+\beta}\right].$$

Si nous désignons par φ l'angle du vecteur MH avec Ox, c'est-à-dire l'angle des deux vitesses, la relation (1) nous donne

$$\left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta} = \frac{1+\cos\varphi}{\sin\varphi} \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{y}{K}\right)^{\beta} = \frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi},$$

ce qui nous permet d'écrire

(4) $$s = -\frac{y}{1-\beta^2}\,\frac{1+\beta\cos\varphi}{\sin\varphi},$$

ou encore, puisque $\mathrm{MH} = -\dfrac{y}{\sin\varphi}$,

(5) $$s = \frac{\mathrm{MH}}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi).$$

Indiquons à titre de comparaison que, si M s'était dirigé de façon à atteindre H par une ligne droite, la jonction se serait produite au point O′ tel que $\mathrm{HO'} = \beta\,\mathrm{MO'}$ et la trajectoire de M aurait eu pour longueur

$$\mathrm{MO'} = \frac{\mathrm{MH}}{1-\beta^2}\left(\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi} + \beta\cos\varphi\right).$$

3. Imaginons un nombre quelconque de mobiles A, B, C, D, ... placés

initialement aux sommets d'une ligne polygonale et se déplaçant tous parallèlement à une même droite avec la vitesse v. Soit de plus un mobile M, animé de la vitesse c, qui, placé d'abord en A, atteint B par une ligne de poursuite, puis se dirige aussitôt vers C, qu'il atteint par une seconde ligne de poursuite, etc.

La somme des longueurs des lignes de poursuite sera, par application de la formule (5) :

$$\frac{AB}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi_1)+\frac{BC}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi_2)+\frac{CD}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi_3)+\ldots$$
$$=\frac{1}{1-\beta^2}[(AB+BC+CD+\ldots)+\beta(ab+bc+cd+\ldots)],$$

ab, bc, cd, ... désignant les projections de AB, BC, CD, ... sur la direction de la vitesse d'ensemble v. En particulier, si la ligne polygonale est *fermée* et a pour longueur L, la longueur de la trajectoire totale du point M est *indépendante de la direction de* v, aussi bien que de la forme de la ligne, et égale à $\frac{L}{1-\beta^2}$. Ce résultat nous paraît digne d'attention.

4. Les différentes lignes de poursuite qui atteignent H au point O sont représentées, si nous prenons O pour origine des abscisses, par l'équation

$$(6)\qquad \frac{x}{K}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1-\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1-\beta}-\frac{1}{1+\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1+\beta}\right],$$

qui s'obtient en intégrant (2). On voit que les courbes en question sont homothétiques par rapport au point de jonction O. Si l'une d'elles coupe la droite $y=\lambda x$ au point A, une autre au point B, *les arcs de courbe* AO et BO *sont proportionnels aux cordes* AO et BO.

5. La formule (6) devient, si l'on utilise l'angle φ défini au n° 2,

$$(7)\qquad x=\frac{y}{1-\beta^2}\,\frac{\beta+\cos\varphi}{\sin\varphi}.$$

L'élimination de φ entre (4) et (7) donne

$$(8)\qquad x^2+\frac{y^2}{1-\beta^2}=s^2;$$

par conséquent, les différentes courbes de poursuite aboutissant en O et ayant une longueur donnée s ont leur origine sur une ellipse de centre O, de demi-grand axe égal à s, d'excentricité β. La distance d'un foyer au centre

est égale à βs, c'est-à-dire au chemin parcouru par H pendant que M parcourt l'arc s. Donc, quand le mobile M était sur l'ellipse (8), le point H se trouvait à l'un des foyers. Si l'on envisage le problème de la poursuite non plus dans le plan, mais dans l'espace, l'ellipse (8) doit être remplacée par un ellipsoïde de révolution autour de Ox, allongé dans la proportion de 1 à 1 : $\sqrt{1-\beta^2}$.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur les congruences de courbes.* Note de M. **Paul Delens**.

En complétant d'importantes recherches de M. C. E. Weatherburn, nous obtenons les tenseurs, vecteurs et scalaires fondamentaux pour les propriétés différentielles du second ordre d'une congruence de courbes; ainsi se trouvent généralisés des résultats intéressants, établis par M. Weatherburn et nous-même pour les familles de courbes d'une surface (¹).

1. Une courbe de la congruence (a) a en $\mathbf{m}$ un vecteur unitaire tangent $\mathbf{a}$; avec un repère unitaire normal $\mathbf{maa}_1\mathbf{a}_2$, nous employons les formules connues du déplacement à trois paramètres; le tenseur dérivé de $\mathbf{a}$ est

$$\mathfrak{T} = \nabla \mathbf{a} = \mathbf{c}_1\mathbf{a}_2 - \mathbf{c}_2\mathbf{a}_1; \tag{1}$$

les formules analogues pour $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$ contiennent un nouveau vecteur $\mathbf{c}$; par rotation de α autour de $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}_1$ et $\mathbf{c}_2$ subissent une rotation affine, $\mathbf{c}$ est diminué de $\operatorname{grad}\alpha = \nabla\alpha$; $\mathbf{c}$, $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$ sont des fonctions homographiques de $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, mais nous considérons seulement ici l'homographie dégénérée

$$\mathcal{M} = \nabla \mathbf{a} \wedge \mathbf{a} = \mathbf{c}_1\mathbf{a}_1 + \mathbf{c}_2\mathbf{a}_2 \tag{2}$$

entre $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ et $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$; $\mathcal{M}$ et les tenseurs analogues $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ sont liés simplement à l'homographie de la rotation du trièdre. Des relations

$$\mathfrak{T} = -\mathcal{M} \wedge \mathbf{a}, \qquad \mathcal{M} = \mathfrak{T} \wedge \mathbf{a} \tag{3}$$

découlent celles entre les parties symétriques, vectorielles, et les scalaires

(¹) C. E. Weatherburn, *Differential Geometry of three dimensions*, I, II (Cambridge, 1927, 1930). Nous rectifions une légère erreur de l'auteur (II, p. 222 et suiv.). — P. Delens, *Méthodes et problèmes des géométries différentielles*... (Paris, 1927). — Cf. aussi *Analisi vettoriale generale*, I, II (Bologne, 1929, 1930) de MM. Burali-Forti, Marcolongo, Burgatti, Boggio.

de ces tenseurs; ces scalaires et *vectoriels* (¹) sont

$$(4)\quad \begin{cases} \mathcal{T}_\times = \operatorname{div} \mathbf{a} = \mathrm{D}, & \mathcal{M}_\times = \mathbf{a} \times \operatorname{rot} \mathbf{a} = \mathrm{N}, \\ \mathcal{T}_\wedge = \operatorname{rot} \mathbf{a} = \mathbf{r}, & \mathcal{M}_\wedge = -(\mathbf{a} \operatorname{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{a}) = \mathbf{w}; \end{cases}$$

$\mathcal{T}$ et $\mathcal{M}$ ont même tenseur réciproque

$$(5)\quad \hat{\mathcal{T}^2} = \hat{\mathcal{M}^2} = \mathbf{e}\mathbf{a}, \qquad \mathbf{e} = \operatorname{rot} \mathbf{c} = \mathbf{c}_1 \wedge \mathbf{c}_2,$$

et la condition d'intégrabilité pour $\mathcal{M}$ est

$$(6)\quad \operatorname{rot} \mathcal{M} + 2\hat{\mathcal{M}^2} = 0 \qquad \left(\text{avec } \hat{\mathcal{M}^3} = 0\right).$$

Les scalaire et vectoriel de $\mathbf{ea}$ sont

$$(7)\quad \mathbf{e} \times \mathbf{a} = \mathrm{K}, \qquad \mathbf{e} \wedge \mathbf{a} = \mathcal{T}(k\mathbf{b}) = \mathcal{T}\mathbf{r} = \mathbf{r}\mathcal{T} = \mathcal{M}(k\mathbf{p}) = \mathcal{M}\mathbf{w} = \mathbf{w}\mathcal{M}$$

[$\mathbf{p}$, $\mathbf{b}$, k normale principale, binormale et courbure de ($\mathbf{a}$)], d'où

$$(8)\quad \mathbf{e} = \mathrm{K}\mathbf{a} + \mathbf{w}\mathcal{T} = \mathrm{K}\mathbf{a} - \mathbf{r}\mathcal{M}.$$

Le vecteur $\mathbf{e}$ définit la congruence des courbes isoclines de ($\mathbf{a}$); les congruences à surfaces isoclines, $\mathbf{e} = 0$, forment une classe importante; sauf dans ce dernier cas, on peut inverser les homographies dégénérées précédentes, entre vecteurs des plans normaux à $\mathbf{a}$ et $\mathbf{e}$.

Les trajectoires orthogonales des courbes ($\mathbf{a}$) forment un ensemble de courbes, généralement non stratifié en surfaces, qui conserve la plupart des propriétés de la théorie des surfaces; on peut garder les mêmes désignations : asymptotiques, lignes de courbure, courbure totale K, courbure moyenne $-\mathrm{D}/2$, etc. Une importante relation établie par M. Weatherburn subsiste encore

$$(9)\quad -\operatorname{div} \mathbf{w} = 2\mathrm{K} = \mathbf{a} \times \underset{2}{\Delta} \mathbf{a} + \mathrm{D}^2 + \mathrm{N}^2 + k^2.$$

Les équations principales de $\mathcal{T}$ et $\mathcal{M}$ sont

$$(10)\quad \mathcal{T}^3 - \mathrm{D}\mathcal{T}^2 + \mathrm{K}\mathcal{T} = 0, \qquad \mathcal{M}^3 - \mathrm{N}\mathcal{M}^2 + \mathrm{K}\mathcal{M} = 0,$$

et les combinaisons les plus utiles

$$(11)\quad \mathcal{Q} = \mathcal{T}\tilde{\mathcal{T}} = \mathcal{M}\tilde{\mathcal{M}} = \mathbf{c}_1^2 + \mathbf{c}_2^2, \qquad \text{scalaire } \mathcal{Q}_\times = -\mathbf{a} \times \underset{2}{\Delta} \mathbf{a},$$

$$(12)\quad \mathcal{E} = \mathcal{T}\tilde{\mathcal{M}} = -\mathcal{M}\tilde{\mathcal{T}} = [\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2], \qquad \text{vectoriel } \mathcal{E}_\wedge = 2\mathbf{e}.$$

(¹) Les symboles employés pour les opérations scalaire, vectorielle, la transposition et la symétrie, soit $\times$, $\wedge$, $\sim$, $\frown$, sont placés au-dessus des lettres, entre elles, ou en indices, selon qu'il est commode; le symbole $\times$ a été omis entre homographies, ou entre vecteur et homographie.

2. A $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{Q}$ se rattachent les trois formes différentielles fondamentales

$$(\text{avec } \mathrm{I} = d\mathbf{m} \times d\mathbf{m}), \quad \mathrm{II} = d\mathbf{m} \times d\mathbf{a}, \quad \mathrm{III} = [d\mathbf{m}.d\mathbf{a}.\mathbf{a}], \quad \mathrm{IV} = d\mathbf{a} \times d\mathbf{a}.$$

On définit la *tendance* $\mathrm{T} = \mathrm{II}/\mathrm{I}$ et le *moment* (réduit) $\mathrm{M} = \mathrm{III}/\mathrm{I}$ pour un déplacement $d\mathbf{m}$; pour une trajectoire orthogonale, T et M sont les opposés des courbure et torsion normales. Les formes II et III ne font intervenir que les tenseurs symétriques $\widehat{\mathfrak{T}}$ et $\widehat{\mathfrak{M}}$ attachés aux cônes élémentaires de tendance nulle et de moment nul (ou de Malus); ces cônes se coupent orthogonalement suivant $\mathbf{a}$, le plan rectifiant et le plan osculateur de $(\mathbf{a})$ étant respectivement leurs plans tangents; leur intersection comprend encore $\mathbf{e}$ et deux vecteurs dans les plans isotropes menés par $\mathbf{a}$. Les cônes supplémentaires de $\widehat{\mathfrak{T}}$ et $\widehat{\mathfrak{M}}$ sont donnés par les tenseurs

$$2\mathbf{ea} + 2\mathbf{ae} - \mathbf{r}^2, \quad 2\mathbf{ea} + 2\mathbf{ae} - \mathbf{w}^2 \tag{13}$$

et les discriminants sont proportionnels à $[\mathbf{are}]^2$ et $[\mathbf{awe}]^2$; or

$$[\mathbf{are}] = \mathbf{r}\mathfrak{T}\mathbf{r}, \quad [\mathbf{awe}] = \mathbf{w}\mathfrak{M}\mathbf{w}. \tag{14}$$

Il s'ensuit que les conditions pour que l'un ou l'autre des cônes soit équilatère, tangent au plan normal à $\mathbf{a}$, dégénéré, sont (successivement)

$$\begin{array}{lll} \mathrm{D} = 0, & 4\mathrm{K} - \mathrm{N}^2 = 0, & [\mathbf{are}] = 0, \\ \mathrm{N} = 0, & 4\mathrm{K} - \mathrm{D}^2 = 0, & [\mathbf{awe}] = 0. \end{array} \tag{15}$$

Le problème des champs à directions asymptotiques indéterminées, par exemple, est ramené à la discussion du système $4\mathrm{K} - \mathrm{N}^2 = 0$, $[\mathbf{are}] = 0$. Nous reviendrons sur d'autres applications, nous étant contenté ici de résumer les formules fondamentales.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains problèmes concernant des systèmes d'équations du type elliptique*. Note de M. **Georges Giraud**.

Considérons les m' opérations du type elliptique

$$\mathcal{F}_\lambda(u_1, u_2, \ldots, u_{m'}) = \sum_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 u_\lambda}{\partial x_\alpha \, \partial x_\beta} + \sum_{\mu,\alpha} b_{\lambda,\mu,\alpha} \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\alpha} + \sum_\mu c_{\lambda,\mu} u_\mu$$
$$(\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, m; \ \lambda, \mu = 1, 2, \ldots, m')$$

qui seront désignées abréviativement par $\mathcal{F}_\lambda u_j$. Posons, pour la frontière

d'un domaine borné et ouvert $\mathcal{D}$,

$$\Theta_\lambda u_j = \sum_{\alpha,\beta} \varpi_\alpha a_{\alpha,\beta} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\beta} + \sum_\mu \psi_{\lambda,\mu} u_\mu;$$

les ϖ_α sont les cosinus directeurs de la normale extérieure. Partageons cette frontière en deux parties $\mathcal{S}$ et $\mathcal{T}$, dont chacune comprend des multiplicités fermées, à $m-1$ dimensions, en nombre quelconque; ces multiplicités sont deux à deux sans points communs. On peut se proposer de trouver m' fonctions u_λ telles que, dans $\mathcal{D}$, $\mathcal{F}_\lambda u_j = f_\lambda$, pendant que, sur $\mathcal{S}$, $u_\lambda = \varphi_\lambda$ et que, sur $\mathcal{T}$, $\Theta_\lambda u_j = \omega_\lambda$ ($\lambda = 1, 2, \ldots, m'$), les f_λ, φ_λ, ω_λ étant des fonctions données. Si l'on admet que $\mathcal{S}$ ou $\mathcal{T}$ puisse se réduire à zéro, on reconnaît que ce problème comprend comme cas particuliers les problèmes généralisés de Neumann et de Dirichlet, dans le cas où $m' = 1$ (¹). La solution est aussi tout à fait analogue, au moins si l'on se borne au cas où certaines hypothèses de régularité sont satisfaites (²).

Considérons en outre, pour cela, les opérations

$$\mathcal{G}_\lambda u_j = \sum_{\alpha,\beta} \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(a_{\alpha,\beta}\frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\alpha}\right) - \sum_{\mu,\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}(e_{\mu,\lambda,\alpha} u_\mu) + \sum_\mu c_{\mu,\lambda} u_\mu,$$

$$Z_\lambda u_j = \sum_{\alpha,\beta} \varpi_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\beta}(a_{\alpha,\beta} u_\lambda) + \sum_\mu \left(\psi_{\mu,\lambda} - \sum_\alpha b_{\mu,\lambda,\alpha}\varpi_\alpha\right) u_\mu$$

$$\left[e_{\lambda,\mu,\alpha} = b_{\lambda,\mu,\alpha}\ (\mu \neq \lambda);\ e_{\lambda,\lambda,\alpha} = b_{\lambda,\lambda,\alpha} - \sum_\beta \frac{\partial a_{\alpha,\beta}}{\partial x_\beta}\right].$$

On reconnaît que, si les dérivées secondes des u_λ et des v_λ existent et sont bornées dans $\mathcal{D}$,

$$\int_{\mathcal{D}}^{(m)} \sum_\lambda (v_\lambda \mathcal{F}_\lambda u_j - u_\lambda \mathcal{G}_\lambda v_j)\, dV = \int_{\mathcal{S}}^{(m-1)} \sum_\lambda (v_\lambda \Theta_\lambda u_j - u_\lambda Z_\lambda v_j)\, dS,$$

et il y a aussi une formule relative à

$$\int^{(m)} \sum_\lambda u_\lambda \mathcal{F}_\lambda u_j\, dV, \qquad \text{si } \psi_{\lambda,\mu} = \sum_\alpha \theta_{\lambda,\mu,\alpha}\varpi_\alpha.$$

(¹) *Annales de l'École Normale supérieure*, **47**, 1930, p. 197-266. Certains cas du problème relatif à m' quelconque ont été considérés par M. NICOLAS CIORĂNESCO, *Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre* (*Thèse*, Paris, 1929).

(²) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1110-1112. On notera qu'un changement d'inconnue $u = vw$ introduit, pour certains problèmes de cette dernière Note, des équations aux dérivées partielles qui faisaient d'abord défaut.

Si la forme quadratique, relative aux u_λ et à leurs dérivées,

$$Q = -\sum_{\lambda,\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\alpha} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\beta} + \sum_{\lambda,\mu,\alpha} b_{\lambda,\mu,\alpha} u_\lambda \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\alpha} + \sum_{\lambda,\mu} c_{\lambda,\mu} u_\lambda u_\mu$$

est définie négative, ou si elle le devient quand on lui ajoute $\sum_{\lambda,\alpha} g_\alpha u_\lambda \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\alpha}$ où les g_α sont certaines fonctions de X, et si les f_λ sont nuls, la somme $\sum_\lambda u_\lambda^2$ ne peut atteindre de maximum positif à l'intérieur de $\mathcal{D}$; si les f_λ sont quelconques, cette somme ne peut atteindre dans $\mathcal{D}$ de maximum supérieur à une quantité connue (¹).

On peut démontrer (plus simplement que dans ce qui a été publié pour $m' = 1$) que, moyennant certaines hypothèses sur les coefficients, il existe des fonctions $G_{\lambda,\mu}(X, \Xi)(\lambda, \mu = 1, 2, \ldots, m')$ telles que, si X tend vers Ξ et si, pour abréger, $m > 3$,

$$G_{\lambda,\mu}(X, \Xi) = O[L^{3-m}(X, \Xi)] (\mu \neq \lambda), \qquad G_{\lambda,\lambda}(X, \Xi) = O[L^{2-m}(X, \Xi)],$$

telles en outre que ces fonctions tendent vers zéro de façon exponentielle si $L(X, \Xi)$ croît indéfiniment et que

$$\mathcal{F}_\lambda G_{\lambda,\mu}(X, \Xi) = 0, \qquad \mathcal{G}_\mu G_{\lambda,\lambda}(X, \Xi) = 0,$$

l'opération $\mathcal{F}_\lambda$ portant sur X et $\mathcal{G}_\lambda$ sur Ξ. On peut dire que les $G_{\lambda,\mu}$ forment un *système élémentaire principal* de solutions. Les propriétés déjà établies pour les potentiels de domaine, de simple couche et de double couche, s'étendent à des expressions analogues formées à l'aide des $G_{\lambda,\mu}$, et il n'y a aucune difficulté à s'en servir pour résoudre la question posée au commencement : on peut former un système d'équations de Fredholm qui fournit toutes les solutions (quand elles existent) et chacune une seule fois. En particulier si le problème homogène correspondant au problème donné n'a que la solution zéro, le problème donné a une solution et une seule; cela arrive notamment si la forme Q est définie négative dans $\mathcal{D}$ et si en outre la forme quadratique $\sum_{\lambda,\mu} \psi_{\lambda,\mu} u_\lambda u_\mu$ est définie positive sur $\mathcal{C}$.

(¹) Le procédé alterné de Schwarz et de M. Picard est valable pour ces systèmes d'équations.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur deux conceptions de l'ensemble limite d'une collection infinie d'ensembles ponctuels.* Note [1] de MM. **Georges Durand** et **Gaston Rabaté.**

Les formes de la notion d'*ensemble limite* qui vont nous occuper mettent en jeu les relations de *voisinage* entre ensembles, ce qui les distingue de la notion d'ensemble limite complet et d'ensemble limite restreint, dues à M. Émile Borel et reprises par M. de la Vallée Poussin [2].

Dans sa belle Thèse sur les fonctions multiformes [3], M. Florin Vasilesco, envisageant une *suite* Σ d'ensembles, a considéré, sous le nom d'*ensemble* E *défini par la suite*, une notion identique à celle d'*ensemble d'accumulation* introduite par S. Janiszewski pour une collection infinie d'ensembles [4], qu'elle soit ou non dénombrable.

M. Florin Vasilesco a donné en outre, pour une *suite* Σ d'ensembles fermés et bornés, une notion de l'*ensemble limite* que nous allons comparer à la définition correspondante de Janiszewski pour une collection d'ensembles fermés et bornés tous intérieurs à une même sphère.

Rappel des définitions. — Indiquons d'abord la définition de l'*ensemble d'accumulation* $\mathcal{H}$ donnée par Janiszewski (*Thèse*, p. 15), notion que M. Vasilesco a retrouvée pour une *suite* d'ensembles, sous le nom *ensemble défini par cette suite*.

La définition de $\mathcal{H}$ peut s'énoncer ainsi :

Soit $\{\mathcal{M}_\alpha\}$ une *collection* infinie d'ensembles $\mathcal{M}_\alpha$; l'ensemble des points H tels qu'il existe une infinité d'ensembles $\mathcal{M}_\alpha$ distants de H de moins de $\varepsilon > 0$ arbitrairement petit, est son ensemble d'accumulation $\mathcal{H}$ (on voit immédiatement que $\mathcal{H}$ est fermé et jamais vide).

Occupons-nous maintenant de l'ensemble limite $\mathcal{L}_J$ au sens de Janiszewski; et de l'ensemble limite $\mathcal{L}_V$ au sens de Vasilesco.

Par définition, $\mathcal{L}_J$ est l'ensemble des points L tels qu'il n'existe qu'un

---

[1] Séance du 16 février 1931.

[2] De la Vallée Poussin, *Intégrales de Lebesgue, Fonctions d'ensembles, Classes de Baire*, n° 10, p. 9.

[3] Florin Vasilesco, *Essai sur les fonctions multiformes de variables réelles* (*Thèse*, Paris, 1925, p. 6 et suiv.).

[4] S. Janiszewski, *Sur les continus irréductibles entre deux points* (*Thèse*, Paris, 1911, p. 16 et suiv.).

nombre fini d'ensembles de la collection distants de L de plus de $\varepsilon > 0$ arbitrairement petit.

$\mathcal{L}_J$ est fermé et peut être vide. On a $\mathcal{L}_J \subset \mathcal{H}$.

Rappelons maintenant la définition de $\mathcal{L}_V$ (VASILESCO, *Thèse*, p. 7). On dit que la suite d'ensembles fermés et bornés

$$E_1, \quad E_2, \quad \ldots, \quad E_p, \quad \ldots$$

tend vers l'ensemble E, lorsqu'elle tend vers E à ε près, quel que soit ε. Et l'on dit qu'elle tend à ε près vers E lorsque, quel que soit $\varepsilon' > \varepsilon$, il y a, dans chacune des sphères de rayon ε' centrées sur E, un point de chaque ensemble E_p à partir d'un certain indice n variable avec la sphère envisagée, et que tous les points des ensembles de la suite, à partir d'un certain rang, sont compris dans $E_{(\varepsilon')}$, résultat de la construction de Cantor-Minkowski effectuée sur E avec le rayon ε'.

Il est facile, en comparant sur les exemples traités par Janiszewski, page 17, n°s 4 et 6, les ensembles $\mathcal{L}_J$ et $\mathcal{L}_V$, de voir qu'ils ne sont pas nécessairement identiques.

Des recherches indépendantes nous ont simultanément conduits au théorème suivant :

THÉORÈME. — *Étant donnée une suite infinie d'ensembles* E_1, E_2, ..., E_p, ..., *pour que* $\mathcal{L}_V$ *existe, il faut et il suffit que* $\mathcal{L}_J$ *et* $\mathcal{H}$ *soient identiques.* Et alors, $\mathcal{L}_V \equiv \mathcal{L}_J$.

Par suite, dès qu'on aura reconnu l'existence d'un point appartenant à $\mathcal{H}$, mais non à $\mathcal{L}_J$, on pourra, d'après ce théorème, affirmer que $\mathcal{L}_V$ est vide.

Il est intéressant de constater qu'on peut, partant d'un cas où $\mathcal{H} \equiv \mathcal{L}_J$, faire subir aux ensembles de la suite envisagée (et, par répercussion, aux ensembles $\mathcal{H}$ et $\mathcal{L}_J$ de cette suite) une modification infime, qui anéantisse capendant $\mathcal{L}_V$.

Pour cela, considérons les cercles

$$(\Gamma_n) \qquad x^2 + y^2 \leqq \left(2 - \frac{1}{n}\right)^2,$$

dont les circonférences ont leur $\mathcal{H}$ et leur $\mathcal{L}_J$ confondus avec la circonférence $x^2 + y^2 = 4$, donc aussi leur $\mathcal{L}_V$.

Introduisons les cercles

$$(\gamma_n) \qquad \left(x - 2 + \frac{1}{n}\right)^2 + y^2 \leqq \varepsilon^2,$$

et considérons la suite

$$C'_1\, C''_2\, C'_3\, C''_4\, C'_5\, C''_6,\quad \ldots,$$

en désignant par C'_n le contour du domaine $\Gamma_n - \gamma_n$ et par C''_n le contour du domaine $\Gamma_n + \gamma_n$.

Cette suite a son $\mathcal{H}$ constitué par le cercle arbitrairement petit $\mathcal{C}_1$

$$(x-2)^2 + y^2 = \varepsilon^2,$$

et la partie $\mathcal{C}_2$ du cercle $x^2 + y^2 = 4$ extérieure au précédent.

$\mathcal{L}_J$ est constituée par la partie $\mathcal{C}_2$ du cercle $x^2 + y^2 = 4$.

$\mathcal{L}_V$ a évidemment disparu.

La perturbation exercée sur nos ensembles de rang élevé peut être localisée à une région de diamètre arbitrairement réduit, et tandis qu'elle anéantit $\mathcal{L}_V$, elle n'influence que localement $\mathcal{L}_J$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Remarques sur le théorème de M. Borel dans la théorie des fonctions méromorphes.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

M. Calugaréano [1] donne une intéressante généralisation du théorème de M. Borel sur les zéros des fonctions méromorphes. Sa proposition se rattache aux considérations que j'avais développées en 1921 et 1922 [2], et qui ont été étendues par M. Nevanlinna. On peut faire à ce sujet les remarques suivantes.

1. En se bornant à l'ordre fini et en employant les notations connues, on sait que

$$(1)\qquad (1-\varepsilon)\,N(r,x) < T(r) < (1+\varepsilon)[N(r,a) + N(r,b) + N(r,c)],$$

ε étant positif arbitraire, a, b, c distincts, x fixe quelconque et r assez grand. $U(r)$ étant une fonction croissante, à dérivée (à droite et à gauche) inté-

---

(1) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 329-330. L'énoncé de M. Calugaréano me semble plutôt donner une proposition complémentaire qu'une généralisation du théorème de M. Borel.

(2) *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1226-1227; **174**, 1922, p. 1054-1056; *Bulletin des Sciences math.*, **45**, 1921, p. 258-270. Au n° 7 de ce Mémoire j'indique brièvement le genre de généralisation dont il va être question ci-dessous; il a été développé par Miss Collier dans une Thèse présentée pour le Doctorat de l'Université de Strasbourg.

grable, multiplions la seconde partie de l'inégalité (1) par

$$d\left[-\frac{1}{U(r)}\right]$$

et intégrons de r_0 à r, nous voyons que la divergence de l'intégrale

$$(2) \qquad \int^{\infty} T\, d\left(-\frac{1}{U}\right)$$

entraîne celle des intégrales

$$(3) \qquad \int^{\infty} \frac{n(t, x)\, dt}{t\, U(t)}$$

pour tous les x sauf deux au plus. En supposant que $U(r)$ vérifie la condition de Boutroux

$$(4) \qquad \lim_{r=\infty} \frac{r U'(r)}{U(r)} > 0,$$

la divergence de (3) entraîne celle des séries

$$(5) \qquad \sum \frac{1}{U(r_\nu)},$$

les r_ν désignant les modules des zéros de $f(z) - x$. De ce résultat général on déduit celui de M. Calugaréano lorsqu'on suppose que la fonction $T(r)$ elle-même vérifie la condition (4) et que l'on prend $U(r) = T(r)\, C[T(r)]$, $C(u)$ étant une fonction croissante dérivable.

En employant une méthode que j'ai développée dans un Mémoire qui doit paraître dans un autre recueil, on obtient la proposition suivante : $U(r)$ *vérifiant* (4) *et la série* (5) *étant simplement supposée divergente pour les* x *appartenant à un domaine, il existe au moins une direction* D, $\arg z = \text{const.}$, *telle que la série*

$$\sum \frac{1}{U(r_\nu s)} \qquad (s < 1)$$

diverge encore pour tous les x *sauf deux au plus lorsqu'on se borne à y faire figurer les modules* r_ν *des zéros de* $f(z) - x$ *appartenant à un angle fixe arbitraire de sommet origine et bissectrice* D. En particulier, ceci s'applique aux séries

$$\sum \frac{1}{T(r_\nu s) \log T(r_\nu s) \ldots \log_q T(r_\nu s)} \qquad (s < 1)$$

de M. Calugaréano. On peut remarquer que, pour $q = 0$, la condition de

Boutroux peut être supprimée; l'ordre étant fini positif, la divergence de

$$\sum \frac{1}{T(r_\nu)}$$

pour tous les x sauf deux au plus et pour les seuls r_ν correspondant aux zéros intérieurs à certains cercles de remplissage vus de l'origine sous un angle qui tend vers zéro, est une conséquence banale d'un théorème de M. Milloux.

2. La première partie de (1) donne l'inégalité bien connue

$$(6) \qquad n(r, x) \log s < (1+\varepsilon) T(rs) \qquad (s > 1),$$

qui fournit de suite le premier résultat de M. Calugaréano : $C(u)$ étant croissante, la convergence de

$$\sum \frac{1}{p C(p)}$$

entraîne celle de

$$(7) \qquad \sum \frac{1}{T(r_\nu s) C[T(r_\nu s)]}$$

pour tous les x. La convergence de (7) dit moins que (6); on peut donc se demander si, dans (7), on ne peut pas remplacer s par 1 ? Il en est ainsi lorsque $T(r)$ vérifie une condition de Boutroux dans l'autre sens

$$\overline{\lim_{r=\infty}} \frac{r T'(r)}{T(r)} < +\infty$$

(ce qui implique que l'ordre est fini). Mais cela n'a pas lieu en général. Reprenons en effet une fonction entière $f(z)$ étudiée par M. Borel [1], fonction pour laquelle $f(z) - x$ admet $n_{p+1} - n_p$ zéros dans une couronne $R_p < |z| < R_p + \eta = R'_p$ d'épaisseur η infiniment petite avec $\frac{1}{p}$ et telle que, en vertu de la propriété générale connue du terme maximum des fonctions d'ordre fini,

$$T(R'_p) < \log M(R'_p) < 2 n_p \log n_{p+1}.$$

Comme on suppose

$$n_{p+1} = n_p^\alpha \qquad (\alpha > 1),$$

on voit que la série

$$\sum \frac{1}{[T(r_\nu)]^\gamma}$$

est divergente pour $1 < \gamma < \alpha$.

---

(1) *Rendiconti Circolo mat. di Palermo*, 23, 1907, p. 320-323, et *Leçons sur la théorie de la croissance*, p. 111-117; ce sont les résultats de cet Ouvrage que j'utilise ici.

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la réalisation de mécanismes à roulement pur.* Note de M. **J. Haag**, présentée par M. M. d'Ocagne.

La récente Note de M. F. E. Myard (¹) contient une petite erreur, que je demande la permission de signaler.

Prenons un trièdre de référence lié aux centres des satellites C_2 et C_3. Appelons z_i la vitesse angulaire algébrique du corps C_i. On a

$$\frac{z_1}{z_2} = -\frac{r}{R},$$

$$\frac{z_2}{z_3} = -\frac{m}{r},$$

$$\frac{z_3}{z_1} = \frac{R+r+n+x}{x}.$$

Multipliant membre à membre, il vient

$$m(R+r+n+x) = Rx.$$

On obtient d'ailleurs immédiatement cette relation en appliquant le théorème de Ménélaüs au triangle $\Omega O m$, coupé par la transversale MNP.

De l'équation ci-dessus, on tire

$$x = m\frac{R+r+n}{R-m},$$

formule un peu plus simple que celle de M. Myard.

L'erreur commise par cet auteur est la suivante. Dans la quatrième équation de la page 335, il faut multiplier le second membre par $1 - \frac{R}{2(R+r)}$. L'angle de rotation de C_2 *par rapport à des axes liés au centre* O est, en effet,

$$\frac{ds}{r} - \frac{ds'}{r} + \frac{ds'}{R+r} = \frac{ds}{r}\left[1 - \frac{R}{2(R+r)}\right]$$

et non pas $\frac{ds}{r}$. Ce serait $\frac{ds}{r}$ si $d\alpha$ représentait la rotation de C_1 quand on fixe O et non C_4. Or M. Myard appelle $d\alpha$ l'angle dont tourne C_1 quand on fixe C_4. C'est de là que provient la confusion.

Mais, bien entendu, cette petite erreur ne diminue en rien l'intérêt de sa Communication.

(¹) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 333.

M. d'Ocagne, d'accord avec M. Haag, tient à faire remarquer que le lapsus commis dans le calcul en question ne portait aucune atteinte au principe même imaginé par M. Myard et sur lequel il a fondé une solution théoriquement parfaite du problème du roulement pur entre deux corps en rotation relative autour d'un même axe. Ce principe peut se traduire par une construction géométrique directe, indépendante de tout calcul. C'est ainsi que M. Myard a effectivement réalisé un modèle de son dispositif qui se trouve être par suite d'une construction absolument correcte.

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'étude des courants gazeux au moyen des interférences*. Note de M. **R. Tremblot**, présentée par M. Cotton.

L'étude des courants gazeux, animés de vitesses supérieures à celle du son, a été faite pour la première fois par Prandtl (¹), en utilisant la méthode des stries. Nous avons essayé, reprenant une idée de Cranz, d'étudier la répartition des densités, celles-ci étant obtenues par la mesure interférentielle des indices. De la mesure d'un chemin optique résulte une détermination précise de la densité, d'où, par application de la formule de Saint-Venant, la répartition des vitesses en tous les points du fluide. Il n'est plus nécessaire, comme dans les expériences de Prandtl, que l'écoulement dépasse la célérité du son pour produire des effets observables, les procédés ordinaires de la cinématographie doivent, dans ces conditions, permettre de suivre complètement l'évolution de la détente au cours du temps.

Une tuyère de Laval constituée par deux glaces plan-parallèles appliquées sur des cales de verre réalisant le profil désiré, est disposée dans l'une des branches d'un interféromètre de Michelson, réglé pour donner les franges du coin d'air. En éclairant par l'étincelle condensée, entre électrodes de zinc, nous obtenons des images nettes des franges, avec des poses de $\frac{1}{50}$ de seconde, ceci pour toutes les vitesses du courant d'air étudiées jusqu'ici; on a ainsi la possibilité de suivre entièrement le phénomène de la détente.

La longueur d'onde moyenne des radiations impressionnant la plaque, c'est-à-dire des cinq raies bleues du spectre d'étincelle du zinc, étant de 4810 Å, un déplacement d'une frange correspond à une variation de la

(¹) L. Prandtl, *Physikalische Zeitschrift*, 1, 1907, p. 23.

densité égale à 0,086 (l'épaisseur traversée deux fois étant exactement de 1^{cm}).

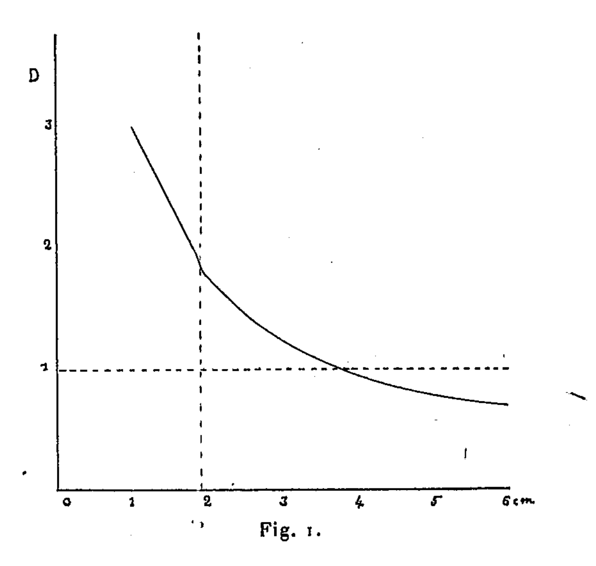


Fig. 1.

Les premières expériences furent faites en détendant l'air d'un réservoir dans l'atmosphère, à partir d'une pression absolue de 3,5 kg/cm, corres-

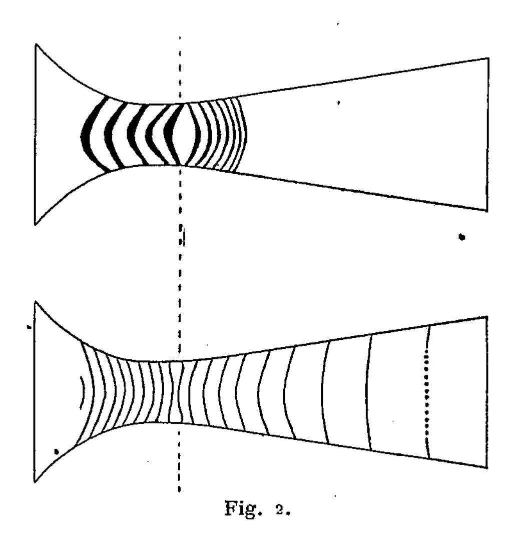


Fig. 2.

pondant à une vitesse d'écoulement supérieure à la célérité du son. Elles permettent de tracer la courbe des densités sur l'axe, avec une précision supérieure au centième. Cette courbe (*fig.* 1) comporte deux branches bien

régulières, paraissant séparées par un point d'inflexion vers l'endroit où la célérité du son est atteinte. L'ensemble ne présente pas tout à fait l'aspect des courbes de pression déterminées par Stodola, sauf pour la seconde branche; il y aura donc lieu d'étudier cette région en détail, en vue de mettre en évidence des variations de température.

Nous avons pu disposer l'expérience de façon à rendre plus visible la forme des lignes d'égale densité; pour cela, nous avons réglé le coin d'air de façon à compenser approximativement le gradient de densité, à l'endroit où ce dernier atteignait sa valeur maxima. On observe ainsi (*fig.* 2) des franges largement espacées et incurvées, permettant un tracé facile des lignes d'égale densité. Elles présentent un changement de courbure dans la région signalée plus haut, et deviennent sensiblement rectilignes vers la fin de la détente.

La densité tombe alors aux $\frac{7}{10}$ de celle de l'air ambiant, ce qu'une chute de température ne saurait expliquer (elle ne dépasse guère, en effet, une dizaine de degrés pour les pressions initiales utilisées). On doit donc s'attendre, vers la sortie, à un retour brusque à l'indice extérieur; un cliché a bien montré l'aspect du phénomène en cet endroit; les franges, rectilignes vers les parois subissent un fort décollement au centre, décollement effectué dans le sens d'une augmentation de densité.

ASTRONOMIE. — *Application de la méthode des moindres carrés au calcul des orbites d'étoiles doubles.* Note de M. **Ch. Volet**, présentée par M. Bigourdan.

Lorsque les observations d'une étoile double en mouvement orbital sont suffisamment nombreuses et précises pour qu'on puisse déterminer les éléments de la trajectoire avec une exactitude supérieure à celle donnée par les méthodes graphiques, il faut avoir recours à une seconde approximation généralement basée sur l'application de la méthode des moindres carrés.

Dans ce but, on part de l'expression de l'angle de position du satellite en fonction des éléments de l'orbite vraie. On détermine ainsi les corrections à apporter à ces éléments pour rendre minimum la somme des carrés des écarts entre les angles observés et les angles calculés.

Cette méthode donne lieu aux critiques suivantes : 1° La précision des observations d'angle, dans une même orbite, varie suivant la distance des composantes; 2° on est obligé d'abandonner la moitié du matériel d'obser-

vation, puisque le calcul ne peut faire état que des mesures d'angle, à l'exclusion des mesures de distance; 3° la méthode est inapplicable dans le cas d'orbites vues par la tranche, partant, elle conduit à des résultats très imprécis dès que l'inclinaison est un peu forte; 4° elle ne permet pas la détermination de l'un des sept éléments de l'orbite : le grand axe; 5° il est nécessaire de connaître une première approximation des éléments de l'orbite vraie. On peut ajouter à ces remarques le fait que les calculs auxquels conduit cette méthode sont relativement laborieux.

On peut éviter ces inconvénients en introduisant les coordonnées rectangulaires du compagnon, et en considérant ces coordonnées comme des quantités directement observées. Ce procédé de calcul se justifie pleinement par le fait que la somme des carrés des écarts en x et en y est précisément égale à la somme des carrés des distances entre les positions observées et calculées, somme qu'il est conforme à la théorie de rendre minimum. Le problème ainsi posé est donc celui-ci : déterminer les éléments de l'orbite de telle façon que la somme des carrés des écarts entre les positions observées et calculées soit minimum.

Soient : t, le temps; u, l'anomalie excentrique; E, l'excentricité, et (x, y) les coordonnées du compagnon par rapport à deux axes rectangulaires passant par l'étoile principale. On a

$$Rt - S = u - E\sin u, \qquad \begin{cases} x = A\cos u - B\sin u - AE, \\ y = C\cos u - D\sin u - CE. \end{cases}$$

Les sept constantes : R, S, E, A, B, C et D, qu'il s'agit de déterminer, fixent sans ambiguïté les éléments de l'orbite. Il est élémentaire d'en obtenir rapidement une première approximation, surtout quand l'orbite a été parcourue au moins une fois depuis l'époque des premières observations. On remarque, en effet, que $-AE$ et $-CE$ sont les coordonnées du centre de l'ellipse, et que $\sqrt{A^2+B^2}$ et $\sqrt{C^2+D^2}$ sont respectivement la demi-hauteur et la demi-largeur du rectangle parallèle aux axes, circonscrit à l'ellipse apparente. R, S et E peuvent se déterminer à la manière habituelle utilisée dans les méthodes graphiques.

Introduisant les notations : $\frac{B}{A} = \operatorname{tang}\beta$ et $\frac{D}{C} = \operatorname{tang}\beta'$, l'expression des coordonnées et des coefficients différentiels devient :

$$x = \frac{A\cos(u+\beta)}{\cos\beta} - AE, \qquad y = \frac{C\cos(u+\beta')}{\cos\beta'} - CE,$$

et

$$\frac{\partial x}{\partial R} = -Zt, \qquad \frac{\partial y}{\partial R} = -Z't$$

$$\frac{\partial x}{\partial S} = Z, \qquad \frac{\partial y}{\partial S} = Z',$$

$$\frac{\partial x}{\partial E} = -A - Z\sin u, \qquad \frac{\partial y}{\partial E} = -C - Z'\sin u,$$

$$\frac{\partial x}{\partial A} = \cos u, \qquad \frac{\partial y}{\partial C} = \cos u,$$

$$\frac{\partial x}{\partial B} = -\sin u, \qquad \frac{\partial y}{\partial D} = -\sin u,$$

$$\frac{\partial x}{\partial C} = \frac{\partial x}{\partial D} = 0, \qquad \frac{\partial y}{\partial A} = \frac{\partial y}{\partial B} = 0,$$

$$Z = \frac{A\sin(u+\beta)}{(1-E\cos u)\cos\beta}, \qquad Z' = \frac{C\sin(u+\beta')}{(1-E\cos u)\cos\beta'}.$$

Ces formules sont applicables dans tous les cas d'orbites elliptiques qui peuvent se présenter. Elles conviennent en particulier, sans modifications, aux orbites dont l'inclinaison est égale à 90°.

Les relations entre les inconnues choisies et les éléments généralement adoptés pour l'orbite vraie sont données par le système suivant, dont la résolution est simple :

$$A = a\ (\cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega\cos i),$$
$$B = a\sqrt{1-E^2}(\sin\omega\cos\Omega + \cos\omega\sin\Omega\cos i),$$
$$C = a\ (\cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i),$$
$$D = a\sqrt{1-E^2}(\sin\omega\sin\Omega - \cos\omega\cos\Omega\cos i).$$

L'époque du passage au périastre et la période sont égales à

$$T = \frac{S}{R}, \qquad P = \frac{2\pi}{R}.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Influence des traitements thermiques sur les caractéristiques des redresseurs à l'oxyde de cuivre.* Note de M. L. **Dubar**, présentée par M. Paul Janet.

Les traitements thermiques que subit une plaque de redresseur lors de sa fabrication, déterminant la composition et la structure de l'oxyde, doivent avoir une très grande influence sur les caractéristiques électriques de cet appareil. J'ai donc cherché à établir leur effet sur le rendement du redres-

seur et à en donner une explication. On peut assez bien définir les propriétés électriques d'un élément d'une surface utile donnée, en indiquant, pour chacun des deux sens, la valeur du courant correspondant à une différence de potentiel donnée. Dans le sens cuivre-oxyde, le courant, toujours très faible, dépend de deux facteurs prépondérants; la pureté du cuivre employé, la continuité de la couche d'oxyde (absence de craquelures ou de fissures). Il est relativement peu influencé par les traitements thermiques, tout au moins lorsqu'on n'a pas dépassé lors du chauffage la température de fusion de l'oxyde. Au contraire, le courant dans le sens oxyde-cuivre qui détermine les pertes par effet Joule et par suite la puissance utile et le rendement du redresseur, varie dans une proportion considérable suivant le traitement, comme on le constate dans le tableau ci-dessous :

	Traitement thermique subi (plaque de 10 cm² de surface utile).	Courant sens oxyde-cuivre sous 4 volts.
1.	Chauffage vers 1000° pendant 20 min., refroidissement très lent.	0,05 à 0,1 A.
2.	Chauffage vers 1000°, refroidissement brusque dans l'eau.......	1 à 2 A.
3.	Chauffage vers 1000°, refroidissement lent jusque vers 500-600°, suivi d'un refroidissement brusque......................	4 à 8 A.
4.	Chauffage vers 1000°, refroidissement quelconque. Recuit prolongé dans un four à 500-600°, suivi d'un refroidissement brusque..	5 à 10 A.
5.	Recuit vers 300° d'un élément de faible résistance obtenu suivant procédé 3 ou 4. Refroidissement très lent ensuite............	0,09 à 0,15 A.

Les traitements 3 et 4 donnent les meilleurs résultats, sous la réserve que 4 donne facilement un oxyde fissuré. Le refroidissement lent de 1000 à 600° augmente la proportion de CuO dans l'oxyde et diminue par suite la résistance de ce dernier.

Plus difficile à expliquer est l'action néfaste du refroidissement lent de 300° à la température ambiante. L'échauffement exagéré en fonctionnement produit d'ailleurs le même résultat nuisible. A titre de simple hypothèse, on peut envisager une modification de l'oxyde cuivrique entraînant une augmentation permanente de sa résistivité. De tels phénomènes se produisent fréquemment avec les semi-conducteurs : des exemples nombreux en ont été donnés, dont plusieurs autrefois par M. Pélabon. On en trouve également dans la Thèse de Mlle S. Veil (1).

(1) SUZANNE VEIL, *Thèse*, Paris, 1920.

INDUCTION. — *Sur l'existence d'un flux magnétique anormal.* Note (¹) de M. **P. Fourmarier**, présentée par M. Paul Janet.

Dans une série d'articles (²), M. Mitkevich cherche à démontrer que le flux total dû à un système de courants se compose :

1° d'un flux « normal » régi par les lois ordinaires de l'électromagnétisme;

2° d'un flux « anormal », existant pendant la période variable des courants et proportionnel à la variation instantanée de ces courants.

La force électromotrice induite dans un circuit par un courant i serait donc donnée par

$$e = -M\frac{di}{dt} + M_a\frac{d^2 i}{dt^2},$$

où M_a est un coefficient « anormal » d'induction mutuelle.

Ce flux anormal serait faible dans les conditions ordinaires, mais pourrait être mis en évidence dans des cas particuliers. Les expériences de confirmation ont porté sur un tore entouré d'un bobinage régulier. Dans ce cas, les lignes de force anormales seraient des circonférences situées dans des plans perpendiculaires à l'axe du tore et dont le centre serait sur cet axe.

Première expérience. — Le tore est entouré d'un écran magnétique fermé. Lorsqu'on établit un courant continu dans l'enroulement, on trouve que le flux total dans l'écran et le noyau est plus petit que le flux dans le noyau seul; l'auteur explique ce fait en admettant que le flux anormal créé pendant la période variable est arrêté par l'écran magnétique et se soustrait ainsi du flux dans le noyau.

Il semble que, par cette explication, M. Mitkevich veut négliger le courant induit dans l'écran pendant la période variable, dont il reconnaît cependant l'existence; c'est pourtant ce courant, de sens contraire au courant primaire, qui produit dans l'écran un flux antagoniste qui subsiste

(¹) Séance du 9 février 1931.

(²) W. Mitkevich, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de l'U. R. S. S. : On the Transformations of Magnetic Flux* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 131); *On the Anomalous Magnetic Flux* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 136); *Anomalous Magnetic Flux of a Toroïdal Coil : 1° The Case of a Closed Iron Screen* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 171); 2° *The Case of an Unclosed Screen* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 259); *Total Electromotrice Force of Mutual Induction* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 289).

par suite du magnétisme rémanent et il ne semble pas intéressant de vouloir expliquer ce phénomène sans en tenir compte. L'auteur, d'ailleurs, met lui-même en évidence ce magnétisme rémanent.

Deuxième expérience. — L'enroulement du tore (sur noyau de bois) est parcouru par un courant à haute fréquence. Une bobine centrale est réunie à un circuit oscillant accordé et à un galvanomètre; l'effet des flux de fuite peut être compensé par un circuit auxiliaire.

Les résultats donnés par M. Mitkevich montrent que cette compensation n'était pas parfaite. Le fait d'obtenir une déviation constante pendant la rotation de la bobine exploratrice autour de l'axe du tore, qui, d'après l'auteur, constitue la preuve de la théorie, peut dès lors être dû à un flux de fuite extérieur à la bobine exploratrice, non compensé.

Conclusion. — Les expériences de M. Mitkevich nous semblent insuffisantes pour établir l'existence d'un flux magnétique anormal.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Variation du pouvoir rotatoire magnétique spécifique dans le passage de l'état liquide à l'état gazeux.* Note de MM. **R. de Mallemann** et **P. Gabiano**, présentée par M. A. Cotton.

Le pouvoir rotatoire magnétique spécifique $[\Lambda]$ d'un corps quelconque dépend, théoriquement, de l'intensité du champ de polarisation intermoléculaire; on sait qu'il en est de même de la quantité $\frac{n^2-1}{d}$, qu'on peut appeler, par analogie, le pouvoir réfringent. Ces deux grandeurs doivent donc varier en même temps que la densité d, ou, ce qui revient au même, que l'indice de réfraction n.

En désignant d'une manière générale par $\varphi(n)$ le facteur de variation du pouvoir réfringent, on montre que le pouvoir rotatoire magnétiqne spécifique doit varier comme $\frac{\varphi^2(n)}{n}$; autrement dit, les expressions $n^2-1 : d\varphi(n)$ et $n\Lambda : d\varphi^2(n)$ seraient des *invariants* physiques.

Dans le cas de la *réfraction*, l'expérience a suggéré plusieurs formes d'invariants, mais les expressions proposées ne sont jamais rigoureusement constantes, et aucune ne s'impose d'une manière absolue. L'étude du pouvoir réfringent seul ne permet donc pas de choisir la forme de $\varphi(n)$ avec toute la netteté désirable. L'incertitude disparaît quand on cherche à déterminer les invariants de *rotation magnétique*. En particulier la comparaison

des pouvoirs rotatoires magnétiques d'un même corps ([1]), à l'état liquide et à l'état gazeux, nous a donné des résultats très significatifs, qui se résument ainsi : *la variation du pouvoir rotatoire magnétique dans le changement d'état peut être calculée très approximativement à partir du facteur* $\varphi(n) = \frac{n^2+2}{3}$ *de Lorentz : tout facteur sensiblement différent (celui de Gladstone, par exemple) serait nettement en désaccord avec l'expérience.*

On trouvera dans le tableau ci-dessous : 1° le pouvoir rotatoire spécifique du gaz $[\Lambda]_G$; 2° celui du liquide $[\Lambda]_L$; 3° leur rapport; 4° la valeur de l'expression $\frac{9n}{(n^2+2)^2}$, qui devrait être égale au rapport précédent, si la loi de Lorentz était rigoureuse; 5° l'invariant de rotation magnétique $\frac{9[\Lambda]_L n}{(n^2+2)^2}$, calculé à partir du liquide. (Pour le gaz, cet invariant se réduit très sensiblement à $[\Lambda]_G$; la comparaison des deux colonnes extrêmes permettra donc d'apprécier le degré d'« invariance ».)

Corps.	$[\Lambda]_G 10^2$.	$[\Lambda]_L 10^2$.	$\frac{[\Lambda]_G}{[\Lambda]_L}$.	$\frac{9n}{(n^2+2)^2}$.	$\frac{9n[\Lambda]_L}{(n^2+2)^2} 10^2$.
Pentane	1,61	1,90	0,85	0,83	1,58
Hexane	1,55	1,82	0,85	0,81	1,47
Chlorure d'éthyle	1,26	1,49	0,85	0,815	1,20
Chlorure de propyle	1,31	1,54	0,85	0,81	1,25
Chlorure d'isopropyle	1,36	1,60	0,85	0,82	1,31
Bromure d'éthyle	1,07	1,31	0,82	0,79	1,03
Bromure de propyle	1,09	1,35	0,81	0,78	1,05
Iodure de méthyle	1,14	1,54	0,74	0,73	1,12
Iodure d'éthyle	1,21	1,56	0,77	0,74	1,15
Chloroforme	0,93	1,13	0,82	0,78	0,88
Tétrachlorure de carbone	0,84	1,06	0,80	0,77	0,82
Benzène ([2])	2,72	3,53	0,77	0,75	2,65
Sulfure de carbone	2,30	3,43	0,67	0,68	2,33

La concordance est satisfaisante; on remarquera cependant que le rapport mesuré paraît systématiquement supérieur au rapport calculé (sauf pour CS^2) ([3]).

([1]) Plus précisément, d'une même *matière*, car toutes les grandeurs que nous utilisons ont été déterminées à partir d'un même échantillon de chacun des corps.

([2]) La constante de Verdet de la vapeur de benzène ($96,5.10^{-6}$) dépasse notablement celle du sulfure de carbone (78.10^{-6}). C'est la plus grande valeur que nous ayons observée jusqu'ici.

([3]) La loi de Lorentz donnerait donc une variation *légèrement* trop grande; les nombres calculés à partir de l'expression de Gladstone seraient très voisins de un,

On doit conclure que l'effet moyen du champ intermoléculaire peut être représenté très sensiblement par le facteur $\frac{1}{3}(n^2+2)$, bien que la démonstration théorique, ordinairement admise, ne soit pas à l'abri de toute objection. Ces conclusions s'appliquent d'ailleurs seulement aux phénomènes du premier ordre, ou atomiques (réfraction et rotation magnétique) et non aux phénomènes d'ordre supérieur, qui dépendent essentiellement de la structure moléculaire. En particulier, nous avons montré que l'introduction globale du facteur $\varphi(n)$ dans l'expression du pouvoir rotatoire *naturel* n'aurait théoriquement aucun sens.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption des solutions aqueuses d'acide tartrique.* Note de M. **G. Bruhat**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une première série de mesures sur l'absorption des solutions aqueuses d'acide tartrique, j'avais cru observer (¹) que l'absorption moléculaire de ces solutions diminuait avec la concentration. Mais les cuves employées étaient certainement attaquées par les solutions : dans une seconde série de mesures, où cette cause d'erreur avait été éliminée (²), j'ai obtenu des valeurs plus faibles de l'absorption, et il m'a semblé que les solutions suivaient la loi de Beer aussi bien qu'on pouvait l'attendre. Dans des mesures plus récentes, où des précautions encore plus complètes ont été prises, notamment au point de vue de la préparation des solutions, MM. Lucas et Schwob (³) ont obtenu des valeurs de l'absorption encore plus faibles et ont trouvé cette fois que l'absorption moléculaire augmente quand la concentration diminue.

---

donc *beaucoup* plus éloignés des nombres mesurés. La formule de Newton-Laplace correspondrait à des rapports *très supérieurs à l'unité* : la contradiction serait manifeste.

Les résultats précédents sont encore confirmés par des mesures récentes de M. Suhner sur des mélanges d'heptane et de sulfure de carbone liquides. La quantité qui varie linéairement en fonction du titre τ n'est pas la constante de Verdet (spécifique) $[\Lambda]$, mais la grandeur $\frac{[\Lambda]^2 n}{(n^2+2)^2}$. Toutefois cette loi ne s'applique pas aux solutions *électrolytiques;* nous avons montré que celles-ci obéissaient à la loi de Verdet, entre certaines limites.

(¹) G. Bruhat et R. Legris, *Annales de Physique*, 13, 1930, p. 38.

(²) G. Bruhat et J. Terrien, *Journal de Physique*, I, 1930, p. 351.

(³) R. Lucas et M. Schwob, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 225.

Je ferai remarquer que *ce résultat est encore plus nettement en contradiction que le mien avec l'hypothèse classique de l'existence dans les solutions de deux formes différentes d'acide tartrique*. Il n'est en effet pas douteux, dans cette hypothèse, que les rotations gauches, qui deviennent très grandes dans la région ultraviolette 2800-2500 angströms, sont dues à celle de ces formes qui est absorbante dans cette même région : c'est là une conséquence qualitativement évidente des relations générales qui existent entre l'absorption et la dispersion rotatoire, et l'on en trouve la confirmation dans l'étude des formules de dispersion rotatoire. D'autre part, il est non moins certain, d'après les modifications que subit la dispersion rotatoire, que la proportion de la forme gauche doit diminuer à mesure que la concentration diminue : l'hypothèse classique conduit donc à la conclusion que l'absorption moléculaire apparente dans la région 2800-1500 Å doit diminuer à mesure que la concentration diminue.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le passage du courant continu dans l'acétone.* Note de MM. **G. Reboul** et **J. Sambussy**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. Dans les *Comptes rendus* du 26 juin 1930, M. Hubert Garrigue a publié les résultats d'un travail au cours duquel il a répété quelques-unes des expériences contenues dans la Thèse de M. P. Lafond [1].

Ces expériences consistent à suivre en fonction du temps les variations de l'intensité du courant qui, sous une tension pouvant atteindre un million de volts, passe dans un voltamètre contenant divers liquides, notamment de l'acétone; en outre, on examine au moyen de sondes comment se répartissent les potentiels à l'intérieur du liquide. M. Garrigue a retrouvé en partie les résultats de M. Lafond, avec un apport personnel dont la partie la plus marquante est en contradiction avec ce que trouvait M. Lafond : il constate que l'intensité du courant dans le voltamètre varie de manière compliquée et présente parfois des variations périodiques qu'il explique en faisant intervenir des phénomènes de diffusion.

II. Nous avons recherché quelle pouvait être la cause des différences existant entre les résultats obtenus par ces deux auteurs. M. Lafond, dans ses expériences, prenait soin de placer ses appareils dans un thermostrat, qui, formé de substances opaques, maintenait le voltamètre dans l'obscu-

---

[1] P. Lafond, *Thèse*, Montpellier, 21 juin 1930.

rité en même temps qu'il permettait d'avoir une température constante; M. Garrigue ne prenait aucune précaution spéciale à ce double point de vue. On pouvait soupçonner que là se trouvait la cause des différences obtenues dans les résultats.

Nous avons repris les expériences en opérant soit à la lumière, soit à l'obscurité la plus complète : à la lumière, on constate l'existence de variations comme celles qu'indique M. Garrigue; à l'obscurité, ces variations disparaissent et les phénomènes présentent la régularité observée par M. Lafond. Les anomalies constatées sont dues par conséquent soit à des effets actino-électriques, soit à la formation d'impuretés par action de la lumière sur l'acétone. Cette dernière hypothèse expliquerait assez facilement l'existence de variations périodiques dans l'intensité du courant : elles seraient dues aux variations de résistance prenant naissance quand les produits de la décomposition électrolytique viennent se dégager aux électrodes; le phénomène serait le même que celui que l'on observe dans un circuit contenant un voltamètre sur les électrodes duquel viennent se dégager des bulles gazeuses.

III. Quand on opère à l'obscurité, on trouve que, pour l'acétone comme pour quelques autres liquides étudiés par M. Lafond, l'intensité du courant dans le circuit diminue régulièrement en fonction du temps suivant une loi exponentielle et tend vers une limite qui, suivant les conditions expérimentales, est plus ou moins rapidement atteinte.

Les variations de l'intensité i en fonction du temps t s'expriment assez bien par la formule

$$i - i_\infty = (i_0 - i_\infty) e^{-kt},$$

dans laquelle i_0 représente l'intensité du courant au début de l'expérience et i_∞ celle du courant limite, k étant une constante dépendant du liquide et des conditions de l'expérience.

Cette expression a la même forme que celle que l'on trouve assez souvent pour les variations de l'intensité du courant dans des circuits comprenant des corps solides très résistants. On établit théoriquement cette formule avec facilité en supposant qu'il y a formation dans le voisinage des électrodes de chutes de potentiel antagonistes. L'étude de la répartition des potentiels, dans les solides ou dans les liquides, au moyen d'électrodes-sondes montre l'existence de ces chutes et permet d'en obtenir la valeur.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les chlorosulfinates d'aryle* (1) *et les sulfites d'aryle*. Note de MM. **M. Battegay** et **L. Denivelle**, présentée par M. Delépine.

Une première Communication de MM. W. Voss et Eric Blanke qui vient de paraître dans les *Annalen der Chemie* du 16 février 1931 (t. 485, p. 258), sur les esters de l'acide sulfureux, nous incite à publier dès à présent les résultats de nos propres recherches sur le même sujet. Ces recherches, qui font partie d'un ensemble d'expériences dont la suite est encore en cours d'exécution, ont d'ailleurs été consignées dans le pli cacheté n° 2795 déposé le 15 avril 1930 à la Société industrielle de Mulhouse (2).

Nos recherches confirment les résultats des auteurs précités et réalisent, d'une manière tout à fait semblable, la synthèse de sulfites d'aryle par l'action du chlorure de thionyle sur le phénate de sodium, par exemple, en milieu toluénique. En plus, et ce fut le résultat capital, nous avons pu saisir et identifier le chlorosulfinate de phényle, substance mère de la famille des chlorures de monoarylsulfites jusqu'à présent inconnus. Ces composés constituent, à notre avis, le terme de passage dans la formation des sulfites d'aryle, et ils correspondent aux chlorures d'alcoylsulfites lesquels précèdent également la formation des alcoylsulfites dans l'action du chlorure de thionyle sur les alcools.

Nous donnons ci-après le mode de préparation et de séparation, ainsi que les propriétés du chlorosulfinate de phényle ou chlorure de phénylsulfite qui se forme, dans ces conditions, à côté de sulfite de phényle.

Nous introduisons lentement par petites portions le phénate de sodium (30^g) obtenu par action de sodium métallique sur du phénol en milieu toluénique, à la température de $-10°$ à $-5°$ dans le chlorure de thionyle (45^g) dissous dans 100^{cm^3} de toluène préalablement desséché :

$$C^6H^5ONa + SOCl^2 = C^6H^5OSOCl + ClNa,$$
$$C^6H^5OSOCl + C^6H^5ONa = (C^6H^5O)^2SO + ClNa.$$

Le phénate de sodium, en suspension, disparaît rapidement et il reste un liquide limpide brun qu'on laisse reposer une dizaine d'heures à 0°. On filtre et l'on frac-

---

(1) Chlorosulfinates d'aryle, chlorures-arylesters sulfureux ou chlorures d'arylsulfites.

(2) L'ouverture de ce pli sera effectuée incessamment.

tionne sous vide. Le chlorure de thionyle en excès et le toluène passent tout d'abord au-dessous de 35° sous 13mm; sous ce même vide, à 94-96°, passe un liquide fluide, incolore, suivi d'une huile jaune paille qui distille entre 172-176°.

La fraction qui passe à 94-96° fume à l'air en répandant des vapeurs d'acide chlorhydrique. Une trace d'eau décompose le produit en phénol, anhydride sulfureux et acide chlorhydrique. En le chauffant avec de la poudre de zinc, il y a dégagement d'anhydride sulfureux et formation de chlorobenzène. Ces réactions conduisent à admettre qu'il s'agit du chlorosulfinate de phényle $C^6H^5O - SOCl$, dont les dosages de chlore et de soufre confirment la composition.

Dosage de soufre. — Substance, $0^g,324$; SO^4Ba, $0^g,4286$; soit 17,94 pour 100 S.

Dosage de chlore. — Substance, $0^g,4027$; ClAg, $0^g,3267$; soit 19,83 pour 100 Cl.

Calculé pour $C^6H^5SO^2Cl$: 18,13 pour 100 S et 20,11 pour 100 Cl.

Le chlorosulfinate de phényle supporte la distillation dans le vide, en milieu strictement anhydre. A la longue, il prend une teinte rosée.

La fraction de queue qui passe entre 172-176° ne contient pas de chlore, elle renferme du soufre, elle est insoluble dans l'eau et stable vis-à-vis des alcalis dilués; elle se décompose sous l'action des alcalis concentrés. Nous sommes en présence du sulfite de phényle déjà décrit par Richter (1) qui l'avait obtenu par action du chlorure de thionyle sur le phénol en milieu pyridiné.

Dosage de soufre. — Substance, $0^g,345$; SO^4Ba, $0^g,348$; soit 13,85 pour 100 S.

Calculé pour $(C^6H^5O)^2SO$: 13,675 pour 100 S.

GÉOLOGIE. — *Résultats géologiques et hydrogéologiques d'un forage au Muséum national d'histoire naturelle.* Note (2) de M. **Paul Lemoine**, présentée par M. L. Cayeux.

Ce forage a été fait dans les caves du laboratoire de Géologie du Muséum pour élucider quelques problèmes de Géologie souterraine :

Altitude du sol.	$+34^m,15$
Alluvions	$2^m,50$ de $+34^m,15$ à $+31^m,65$
Calcaire grossier sur	$13^m,50$ de $+31^m,65$ à $+18^m,11$
Fausses Glaises	$5^m,38$ de $+18^m,11$ à $+12^m,73$
Sables d'Auteuil	$1^m,14$ de $+12^m,73$ à $+11^m,59$
Glaises sur	$10^m,44$ de $+11^m,59$ à $+1^m,55$

Le calcaire grossier est certainement le Lutétien inférieur; car, on est

(1) *D. ch. Ges.*, 49, 1916, p. 2340. — D. R. P. 303033. — *Lieb. Ann.*, 416, 1918, p. 301.

(2) Séance du 16 février 1931.

au-dessous du niveau à *Orbitolites complanatus*, visible dans les fondations de la nouvelle galerie de botanique.

Mais le faciès ne ressemble pas au faciès classique de Vaugirard et d'Arcueil; pas de calcaire à *Cerithium giganteum*, pas de calcaire à *Nummulites*. On est donc en présence d'alternances de calcaires glauconieux, à *Ditrupa*, et de petits lits d'argile. Ce faciès est très spécial; on le retrouve dans une vieille coupe, d'un puits situé au Muséum-Administration (Becquerel); je l'ai observé à Meaux, dans les sondages en Marne; il est probablement localisé à la région Sud-Est du bassin de Paris.

Il est intéressant de constater que la division classique du Sparnacien en Fausses Glaises, Sables d'Auteuil et Glaises se poursuit jusqu'ici; car aux Invalides les Fausses Glaises n'existent pas.

L'altitude du contact Sparnacien-Lutétien est analogue à celle observée à la place Jussieu et au Muséum-Administration, mais elle est anormale par rapport à celle de deux forages de la vallée de la Bièvre. Il y a 16^{m} de dénivellation entre deux puits situés à moins de 200^{m} de distance. Par suite on se trouve en présence d'un petit accident tectonique local en relation avec la rive gauche de la Bièvre, qui coule donc ici dans une région synclinale. Je connais d'autres accidents analogues dans Paris, mais je tenais à avoir une vérification expérimentale.

Les Sables d'Auteuil sont très aquifères (niveau hydrostatique, entre $+ 25^{m},15$ et $+ 26^{m},15$). Leur zone d'alimentation ne peut être cherchée qu'à Auteuil, à Arcueil et aux Invalides. Aux Invalides, le niveau hydrostatique des Sables est à $+ 25\text{-}26^{m}$; l'étiage de la Seine est à $+ 27^{m}$.

La différence de cote et la perte de charge ($0^{m},75$ par kilomètre) entre les deux points est trop minime pour qu'il y ait alimentation en période d'étiage; celle-ci peut au contraire se produire en période de crue (perte de charge, $4^{m},15$). Ceci explique que le niveau hydrostatique observé au Muséum-Géologie varie, dans une certaine mesure, comme le niveau de la Seine.

Il est vraisemblable que la région d'alimentation normale est à Arcueil, où l'infiltration se fait vers la cote $+ 40^{m}$; la perte de charge serait de $2^{m},40$, par kilomètre, mais la surface d'absorption est très faible.

Cette conclusion est étayée par les observations sur la température (18° en moyenne), qui a baissé quelques jours à 11° pendant une période de dégel; elle a au contraire monté à 13°,5, en avril 1929 et novembre 1930, à la suite de périodes pluvieuses. Il est curieux que Becquerel n'ait pas

signalé de semblables différences, pour le puits du Muséum-Administration.

Le débit de la nappe est du moins de 4^{m^3} à l'heure, sans dénivellation sensible. On peut lui faire absorber également 4^{m^3}, avec un relèvement très faible et très passager du niveau. L'absorption ne peut dépasser la valeur de 8^{m^3} à l'heure.

La dépendance entre les valeurs du débit émissif et de l'absorption tient à ce qu'ils expriment ce que le sable peut laisser passer d'eau, par unité de temps, étant données la grosseur de ses grains et sa teneur en argile.

En résumé, ce forage a fourni les renseignements suivants :

1° Découverte d'un faciès spécial et nouveau du Lutétien inférieur;

2° Détermination d'une cote précise de la base du Lutétien, indiquant l'existence d'un accident local, sur la rive gauche de la Bièvre;

3° Existence, en ce point, des Sables d'Auteuil, avec nappe captive;

4° Détermination des zones d'alimentation et des pertes de charge dans cette nappe;

5° Détermination approximative et rapports étroits entre le débit et le pouvoir absorbant de cette nappe.

GÉOLOGIE. — *Observations tectoniques sur le Rif méridional (région Moulay Bou-Chta)*. Note de M. **Jean Lacoste**, présentée par M. L. Cayeux.

Ces observations ont été faites dans la région comprise entre l'Oued Sebou, au Sud, et la haute chaîne du Rif, au Nord; c'est-à-dire dans cette portion du Rif méridional faisant géographiquement suite à la région prérifaine étudiée par M. Daguin (¹), et immédiatement au nord de celle-ci.

Les problèmes tectoniques prérifains se posent donc à nouveau dans cette région. On peut les résumer ainsi : La nappe Trias-Nummulitique se prolonge-t-elle vers le Nord ? Quelles sont ses relations avec les massifs du Rif méridional ?

Si partant de Fès on se dirige vers le Nord on trouve, entre Sebou et Ouergha, le prolongement de l'étendue nummulitique prérifaine. Puis, aux abords de l'Ouergha, apparaît une ligne de reliefs, orientée NW-SE, sur 150^{km} environ; Djebels Sidi-Redouane-Arechko-Amargou-Messaoud, Sefs.

(¹) F. Daguin, *Contribution à l'étude géologique de la région prérifaine* (Maroc occidental), *Thèse*, Montpellier, 1927.

Ils ont une grande importance quant à la compréhension tectonique du pays. En effet, à première vue, et d'après leur position dans le paysage on est porté à les considérer comme des lambeaux de recouvrement et c'est l'interprétation qu'ont provisoirement admise L. Gentil et F. Daguin qui, pour des raisons de sécurité, n'ont pu que parcourir rapidement cette région.

Une étude détaillée révèle sur les flancs nord et nord-est de ces massifs liasiques la présence d'une série normale Lias-Jurassique-Crétacé, dont les couches plongent régulièrement sous le bassin miocène situé au Nord. Il y a là enracinement certain. Ces massifs ne sont pas des Klippes. Ce sont des plis couchés, ce sont des plis déversés, ce sont des écailles. On est là en présence d'une nouvelle ride du substratum, analogue à celles décrites par M. Daguin dans le Prérif (Kefs, Zerhoun, Zalagh).

Au nord de l'Ouergha, on retrouve pareille disposition d'une seconde ride (Senhadjas, Aïn-Berda, Tabouda), parallèle à la première.

Un troisième massif (Ouled Bou Slama, Dj. Tifelouast) se dessine en avant de la haute chaîne rifaine.

Quelles sont les relations des plus méridionales de ces rides avec le pays nummulitique prérifain? Ainsi que je l'ai déjà signalé ce Nummulitique ne paraît pas flotter sur ces massifs jurassico-crétacés. Avec leurs flancs directs il s'enfonce et disparaît sous le Miocène qui les recouvre. Il est pincé et laminé avec leurs flancs inverses. Tout se passe donc comme si ce Nummulitique était venu de la profondeur avec ces massifs. S'enracine-t-il réellement avec eux; ou bien, élément d'une nappe venue du Nord, a-t-il été plissé postérieurement à la mise en place de cette nappe? Diverses observations sont en faveur de la première interprétation. Ainsi, il existe immédiatement au sud de la ride Amergou-Sofs et, courant parallèlement à elle, une zone large d'une dizaine de kilomètres, où le style du Nummulitique est nettement différent de celui de la nappe prérifaine.

Dans cette dernière région, comme l'a si bien décrit M. Daguin, se remarquent des plissotements, du broyage fréquent, une allure chaotique. Sous le Nummulitique qui paraît morcelé, disjoint, se trouve fréquemment le Trias gypseux qui forme parfois des masses importantes. Plus au Nord au contraire, les couches qui ont moins souffert ont des pendages plus réguliers. Le Trias devient plus rare et aussi plus dolomitique. On peut vraiment dire que le Nummulitique, plus homogène, s' « organise ».

En même temps, quand apparaît son substratum, on constate que c'est toujours le Crétacé et non le Miocène. Au contact du Crétacé-Nummulitique

se trouve encore parfois du Trias (bord d'écailles), mais souvent la lame triasique n'est plus là pour jalonner les contacts comme il est de règle dans la région prérifaine et aussi dans le Rarb, de M. Bourcard.

D'autre part, un argument important en faveur de la position normale du Nummulitique est donné par l'étude du Miocène. La discordance des terrains miocènes sur les schistes et le flysch du Rif méridional a été parfois interprétée comme une discordance tectonique. Dans cette hypothèse le Miocène aurait été transporté avec la nappe nummulitique et voyagé avec elle, et la superposition directe du Miocène aux schistes et flysch crétacés s'expliquerait par un laminage des éléments nummulitiques de la nappe. Or, en bien des points, on peut voir que le contact Miocène-Crétacé se fait non par une zone de broyage, mais par un banc d'algues qui prouve le caractère transgressif et nettement autochtone du Miocène. Pour ne citer qu'un point très accessible ce banc est admirablement visible près Fès el Bali (route Fès-Ouessan). C'est sous ce Miocène, couverture normale du pays du Rif méridional, que plonge le Nummulitique prérifain.

Je crois donc qu'aux confins nord du pays prérifain commence une zone où le Nummulitique n'est plus en nappe. Il s'agit moins là d'une zone de racines au sens exact du terme, que d'une zone où s'opère une remise en place progressive, comme si, au nord du Sebou, on assistait peu à peu à une atténuation des phénomènes de déplacement tangentiel, et de proche en proche à un retour aux conditions normales.

Tous les faits principaux permettant cette interprétation ne peuvent être énoncés dans le cadre d'une communication. Dès maintenant un fait est cependant certain : en allant du Prérif vers le Rif méridional on ne trouve pas de nappes nouvelles, à éléments jurassiques et crétacés, superposées à la nappe Trias-Nummulitique. Tectoniquement, on va au contraire du complexe au simple. J'ajoute que, dès l'Ouergha, on peut considérer le Nummulitique comme faisant lui-même partie de l'Autochtone.

CRYPTOGAMIE. — *Sur la présence d'un Ascomycète dans un tubercule d'*Astragalus alopecuroïdes *L.* Note de M[me] **Mara Lechtova-Trnka**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Dans les cellules du manteau d'un tubercule d'*Astragalus alopecuroïdes*, nous avons trouvé par hasard des hyphes mycéliens. Nous avons pu très facilement établir que ces filaments appartenaient à un Ascomycète, car à côté d'eux, on apercevait de place en place de véritables périthèces avec

asques et ascospores. Nous nous sommes mis tout de suite à rechercher les différents stades de la formation de ces organes. Malheureusement nos observations n'ont pu porter que sur les quelques coupes de ce tubercule qui était habité normalement par la bactérie et par le mycélium du champignon.

Les hyphes de l'Ascomycète du tubercule d'*Astragalus alopecuroïdes* restent dans les couches du manteau, et nous ne trouvons aucune anomalie dans la nodosité envahie par le champignon. Ce dernier avait même assuré sa reproduction sexuelle par périthèces et sa reproduction asexuelle par chlamydospores. Après un examen très détaillé des coupes, nous avons pu relever quelques stades de la formation des périthèces, des asques et des ascospores appartenant à cet Ascomycète parasite. Le thalle de ce champignon est représenté par des filaments plus ou moins longs et cloisonnés, dont les articles sont uninucléés. Parmi les nombreux hyphes mycéliens, nous avons souvent rencontré des filaments accolés parallèlement sur une certaine partie de leur longueur ou chevauchant à leur extrémité. Ces deux filaments se développant en même temps ont à peu près la même taille et il est difficile de leur donner immédiatement les noms qui leur correspondent, notamment celui de trophogone ou rameau stérile et d'ascogone ou rameau fertile. Mais il n'est pas rare cependant que, dès le début, l'ascogone se présente avec un plus grand diamètre.

Nous voulons remarquer ici que les filaments mycéliens qui se trouvaient dans les couches extérieures du manteau étaient plus vigoureux et avaient des noyaux plus chromatiques. C'est également dans cette région que le champignon avait formé ses organes de reproduction. Tous les autres filaments qui s'étaient introduits un peu plus profondément dans les tissus du manteau et ceux de l'endoderme du tubercule montraient une dégénérescence et aucun indice d'organes de reproduction.

Nous n'avons pas pu suivre l'apparition de la première cloison dans le filament du trophogone ni la division de son noyau, mais nous avons vu cependant des trophogones où les noyaux étaient complètement dégénérés et où ils n'étaient plus visibles à l'intérieur du filament déjà cloisonné. Les noyaux de l'ascogone sont notablement plus gros que ceux des autres filaments. Nous assistons ensuite à un enroulement du filament ascogène, c'est-à-dire du gamétophore, dont le noyau a subi plusieurs divisions suivies de quelques cloisonnements. A ce moment, le premier filament recouvrant apparaît au-dessous de la cloison basilaire de l'ascogone, entoure le gamétophore, donnant ainsi naissance au périthèce.

Les cellules du gamétophore devenues plurinucléées se cloisonnent et donnent naissance à des articles binucléés qui ne sont pas autre chose que les diplogamètes dans lesquels se produira la fécondation [1]. Parmi ces articles binucléés, il y a un certain nombre de cellules libres uninucléées qui sont tout simplement des cellules nourricières. Une fois les cellules binucléées formées, elles se dissocient à l'intérieur du périthèce parmi les cellules nourricières. Le nombre des diplogamètes est très variable. Leurs noyaux sont plus volumineux et plus chromatiques que ceux des autres cellules du périthèce. Lorsque la fécondation est opérée dans ces diplogamètes, donc après fusion de leurs deux noyaux, nous avons une cellule œuf, qui grossit et peut atteindre jusqu'à 17^{μ} de diamètre. Le noyau de l'œuf, c'est-à-dire de l'asque, se divise trois fois et donne huit noyaux qui fournissent les énergides des huit ascospores.

Nous avons remarqué que la maturité ne se fait pas simultanément dans tous les asques. Dans les périthèces, nous trouvons des diplogamètes à côté d'un œuf et d'un asque avec des spores déjà mûres. Dans les asques de ce champignon il n'y a pas d'épiplasme. Les ascospores sont ovoïdes et ont 9^{μ} sur 6^{μ}. Elles ont à leur maturité une épaisse couche de protoplasme hyalin et dense ainsi qu'une membrane cutinisée et réticulée. Souvent ces ascospores sont binucléées et possèdent une sorte de sillon longitudinal.

Les spores sont mises en liberté à l'intérieur du périthèce par destruction de l'asque. A la maturité des ascospores, les cellules du périthèce commencent à se désorganiser : elles perdent leur noyau et leurs membranes se cutinisent. Les périthèces de cet Ascomycète mesurent 65^{μ} sur 40^{μ}, mais il y en avait de plus petits où le nombre des asques était moindre également.

Nous avons dit au début de cet exposé que ce champignon produisait aussi des chlamydospores.

Nous pouvons conclure, avec tous ceux qui ont confirmé la fusion Dangeardienne, que la fécondation chez les Ascomycètes se fait à la base de l'asque et non à la base de la formation du périthèce.

D'après nos observations, ce champignon se place au voisinage des Aspergillées et des Monascées avec lesquelles il présente de nombreux caractères communs.

Nous proposons pour cet Ascomycète, qui nous paraît nouveau, le nom de *Ascorhiza Leguminosarum*.

---

(1) Consulter P.-A. Dangeard, *L'origine du périthèce chez les Ascomycètes* (*Le Botaniste*, série X, 1917, p. 1-385, pl. I-XC).

Nous avons retrouvé depuis le même Ascomycète dans les tubercules de trois autres Légumineuses : *Cytisus scoparius* Lk; *Cytisus scoparius* var. *Andreanus* Hort.; *Brachysema lanceolatum* Meisn.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La sensibilité des Laminaires aux actions extérieures et l'iodovolatilisation.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les Laminaires sont sensibles, comme nous l'avons montré précédemment ([1]), aux actions extérieures d'ordre mécanique, thermique ou chimique. Elles sont revêtues en effet d'une assise épidermique (assise iodogène) qui jouit de la propriété de réagir aux excitations par un véritable phénomène réflexe qui consiste en une émission d'iode libre. D'autre part le phénomène en question peut être observé sur des algues vivant dans les conditions naturelles et qui n'ont subi aucune intervention provenant de l'expérimentatenr : nous avions donc prouvé l'existence de l'iodovolatilisation naturelle, en même temps que nous montrions la possibilité de l'iodovolatilisation provoquée expérimentalement ([2]).

Il reste à voir quelles sont les causes susceptibles d'influencer l'iodovolatilisation naturelle, c'est-à-dire susceptibles d'agir à l'échelle des phénomènes naturels et normaux de la vie des Laminaires et les expériences suivantes montrent tout d'abord quelle peut être le rôle de l'émersion.

Lorsqu'on coupe un pied de *Laminaria flexicaulis* immergé et, qu'après l'avoir retiré de l'eau, on le laisse égoutter à l'air libre en le tenant par la base du stipe sectionné et par le sommet des lanières, les gouttes d'eau de mer qui s'écoulent, à partir du moment où elles commencent à s'espacer, bleuissent aussitôt l'empois d'amidon sur lequel on les recueille. L'expérience peut être également réalisée avec une Laminaire coupée, conservée en aquarium depuis peu; dans ce cas, il n'est pas possible de la renouveler plusieurs fois de suite, avec un résultat positif, à des intervalles de temps trop rapprochés. L'émersion permet donc tout d'abord de constater une production d'iode libre, mais elle a évidemment pour conséquence une sorte d'épuisement du pouvoir iodogène, ce qui prouve, soit qu'elle agit dans le

---

([1]) *Sur les conditions du dégagement de l'iode libre chez les Laminaires* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1371).

([2]) *L'iodovolatilisation chez les Algues marines et les problèmes de l'iode* (*Le Botaniste*, **21**, 1929, p. 134, 152-170).

sens d'une augmentation de l'iodovolatilisation, soit qu'elle provoque ce phénomène s'il n'existait pas auparavant.

Nous ajouterons que la méthode précédente, c'est-à-dire le simple fait de retirer une Laminaire de l'eau, permet de recueillir plusieurs centimètres cubes d'eau de mer où l'iode libre est très facile à caractériser.

Une autre influence qui paraît importante pour l'iodovolatilisation naturelle est celle des actions mécaniques ou thermiques. Voici comment on peut s'en rendre compte ; si l'on verse avec précaution un peu d'empois d'amidon, préparé à l'eau de mer récemment et refroidi à la température extérieure, sur une fronde de *L. flexicaulis*, plusieurs cas peuvent se présenter : 1° l'empois se colore presque aussitôt en bleu noir sur une grande étendue, là où l'amidon a coulé de lui-même; 2° l'empois se colore de la même façon, mais en des points très limités; 3° l'empois n'offre à l'œil nu aucune coloration. Dans ce dernier cas, le seul fait de frotter la fronde légèrement avec le doigt, dans la partie mouillée d'empois, suffit pour faire apparaître une coloration bleue au point touché. La même action exercée avec une baguette de verre à bout arrondi peut produire le même résultat, mais est nettement moins efficace que le contact du doigt ou d'une partie quelconque de la main.

Nous avons encore fait l'essai d'un autre genre d'action mécanique. Lorsque la base d'une lame de *L. flexicaulis* a été mouillée d'empois versé à sa surface et qui s'est étalé de lui-même sur une certaine étendue et qu'aucune coloration ne s'est produite, si l'on exerce une forte traction sur ce pied de Laminaire en tenant l'extrémité des frondes dans les mains et en cherchant à provoquer une rupture, on ne tarde pas à voir l'empois se colorer, même pour une traction n'allant pas jusqu'à la rupture du stipe. L'empois s'est donc coloré dans une région qui n'avait pas subi de contact, mais qui avait supporté seulement un effet d'étirement.

Il apparaît donc, à la suite de ces expériences, que les Laminaires vivantes, dans les conditions naturelles, présentent une sensibilité très grande à diverses actions extérieures. Cette sensibilité est telle qu'il faut envisager les alternatives d'émersion et d'immersion, les variations de température et le choc des vagues comme capables de provoquer de l'iodovolatilisation ou de faire varier son intensité.

Les algues coupées, rapportées au laboratoire, tout en restant bien vivantes, perdent assez vite la propriété de réagir aussi facilement; il faut alors une blessure entamant l'épiderme, ou une forte pression déterminant une sortie de liquide au dehors, pour provoquer une émission d'iode au voisinage immédiat de la région traumatisée.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Un nouvel exemple du rôle important des Bactéries en phytopathologie.* Note de M. G. Nicolas et Mlle Aggéry, présentée par M. Molliard.

Les études que nous poursuivons depuis quelques années et dont nous avons signalé ici les principaux résultats (¹) nous convainquent chaque jour davantage du rôle très important que les bactéries jouent en phytopathologie. Tout récemment encore (²), nous signalions leur intervention en même temps qu'un champignon, *Phyllosticta Daphniphylli* Nicol. et Agg. et, depuis, nous nous sommes rendu compte que les bactéries, qui avaient envahi le *Daphniphyllum* vraisemblablement à la faveur du champignon, l'avaient distancé et provoquaient actuellement chez cet arbuste des dégâts considérables (feuilles rabougries, déformées, à teinte générale jaunâtre, marbrées de taches blanchâtres), beaucoup plus graves que ceux occasionnés par *Phyllosticta* au moment où nous l'avons décrit (1928).

Cherchant à expliquer l'aspect souffreteux d'un *Fatsia japonica* Decne. et Planch. (*Aralia japonica* Thunb., *Aralia Sieboldii* Hort.) du Jardin botanique dont les feuilles portaient des taches de dimensions variables, desséchées, au niveau desquelles les folioles se déchiraient, nous avons observé sur ces taches, faisant saillie à la face supérieure des feuilles, des pycnides aplaties ($195 \times 100 - 120^{\mu}$), produisant des spores blanches, unicellulaires, arrondies à leurs extrémités, cylindriques, quelquefois légèrement arquées et contenant deux gouttelettes; leurs dimensions sont : $8 - 10,4 \times 2^{\mu},6$. Le parasite qui occasionne ces taches diffère de *Phyllosticta Araliæ* Ell. et Ev. (*Ph. Everhartii* Sacc. et Sydow) sur *Aralia spinosa* en Virginie et de *Ph. Araliæ* Sacc. et Berl. sur un *Aralia*, en Algérie; il a tous les caractères de *Phyllosticta hedericola* Dur. et Mont., notamment la courbure en arc des spores signalée dans *Kryptogamen Flora* de Rabenhorst I, V, p. 46; nous ne voyons pas du tout la nécessité de le rapporter à la variété *Araliæ* de *Ph. hedericola* établie par P. Brunaud d'après un *Phyllosticta* observé à Rochefort sur *Aralia Sieboldii;* les hôtes seuls sont différents : *Hedera Helix* pour *Ph. hedericola* et *Aralia Sieboldii* pour la variété

(¹) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1693; **189**, 1929, p. 946, et **190**, 1930, p. 1446.

(²) Nouvelles observations sur *Phyllosticta Daphniphylli* et aggravation de son action par des bactéries (*Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1376).

Araliæ. Ce sont des caractères sans valeur et la variété *Araliæ* devrait disparaître.

L'*Aralia* du Japon ainsi tacheté par *Phyllosticta* est sérieusement malade; ses feuilles ont une teinte générale jaunâtre; les plus jeunes, uniformément jaunes, sont relativement petites, à la fois comme limbe et comme pétiole, rassemblées en bouquet au sommet de la tige; les dernières sont mal formées. La plante n'a pas encore fructifié, malgré son âge, alors que d'autres *Aralia*, croissant en pleine terre dans les jardins de Toulouse, sont remarquables par le développement et la teinte vert foncé de leurs feuilles et les belles ombelles terminales de baies encore vertes. En outre, sur les feuilles complètement développées, jaunâtres, beaucoup plus épaisses d'ailleurs que la normale, apparaissent des plaques blanchâtres, mal délimitées. En somme, cet *Aralia* est atteint d'une affection généralisée, que ne saurait expliquer les quelques taches de *Phyllosticta* qui sont sur ses feuilles et auquel un mycologue n'aurait probablement pas hésité à attribuer la maladie. *Ph. hedericola* se borne, comme d'ailleurs tous les *Phyllosticta*, à produire des désordres localisés, des taches qui se dessèchent, provoquent la déchirure du limbe et nuisent surtout à l'esthétique de l'arbuste. L'état général de souffrance est dû à des bactéries qui pullulent dans toute la feuille, principalement dans les plages blanchâtres où elles détruisent la chlorophylle à la base du pétiole et dans la tige. Étant donnée la rareté de *Ph. hedericola*, que nous n'avons observé que sur l'*Aralia* du Jardin botanique et sur quelques autres présentant les mêmes symptômes, on peut admettre que ce parasite envahit les *Aralia* déjà contaminés par les bactéries en pénétrant dans les régions décolorées des feuilles; il serait, si l'on veut, un parasite de faiblesse. Les bactéries sont le premier et le principal coupable.

Fatsia Japonica nous offre un exemple analogue à celui de *Daphniphyllum glaucescens*, avec cette différence que, dans le premier cas, les bactéries pénètrent directement dans la plante, tandis que, dans le deuxième, elles envahissent l'arbuste par les chancres produits par *Phyllosticta* ou par les cicatrices foliaires. On devrait observer d'autres exemples du même genre, notamment chez des arbustes d'origine exotique, qui, bien que capables de vivre et de se développer sous notre climat, ne sont pas dans leur milieu naturel et offrent une résistance très diminuée aux bactéries qui les entourent; c'est, à notre avis, de cette manière qu'il faut envisager l'infection bactérienne chez les végétaux et l'on peut même se demander s'il existe réellement des bactéries qui leur soient spéciales. Du fait que, dans

les deux exemples précédents, les bactéries jouent un rôle plus important que *Phyllosticta*, il ne faudrait pas conclure que ce champignon est toujours sous la dépendance des premières; il est de nombreux cas où il existe seul, il n'entraîne alors que des désordres localisés et traduit sa présence d'abord par le rougissement puis par la dessiccation des régions où le mycélium se trouve, sans provoquer le jaunissement par plaques; mais, toutes les fois que le feuillage présente une teinte vert jaunâtre homogène ou formant une sorte de mosaïque, l'observateur devra songer à l'intervention de bactéries. Il est fortement question depuis quelque temps de rattacher certaines maladies à virus à la catégorie des maladies bactériennes; les observations que nous avons eu l'occasion de faire en juin-juillet 1930 sur certains cas de dégénérescence de la Pomme de terre, et que nous nous proposons de répéter cette année, confirmeraient cette manière de voir.

Nous n'avons pas cru utile d'indiquer ici les caractères des bactéries de *Fatsia*, ayant en vue simplement d'attirer une fois de plus l'attention sur l'importance de ces organismes en pathologie végétale.

CHIMIE AGRICOLE. — *La fixité de la composition des végétaux, d'après Liebig, et la betterave à sucre née de sélections.* Note de M. **Émile Saillard**, déposée par M. P. Viala.

La théorie de la nutrition minérale des plantes a conduit Liebig à la théorie de la fixité de composition des végétaux (*La Chimie organique dans ses rapports avec l'agriculture et la physiologie*, 1837).

En s'aidant des données de Liebig et des résultats publiés par L. Walkhoff en 1874 (¹), puis rassemblés par Geschwind et Sellier en 1902 (²), on est allé plus loin dans la chimie sucrière française. On a admis que la betterave entière a toujours besoin des mêmes quantités d'acide phosphorique et de matières minérales pour élaborer 100^{kg} de sucre de la racine ou 100^{kg} de matière sèche et l'on représentait la betterave à 9 ou 10 pour 100 de sucre comme contenant dans la plante entière :

(¹) Walkhoff, *Traité complet de fabrication et raffinage du sucre de betteraves*, 2ᵉ édition française, 1, 1874, p. 43.

(²) Geschwind et Sellier, *La Betterave agricole et industrielle*, 1902, p. 300.

Matière sèche pour 100 de sucre 203kg
Matières minérales pour 100 de sucre 14kg,3

dont :

K^2O	5,50	P^2O^5	1,20
Na^2O	1,50	SO^2	0,65
MgO	1,24	Cl	1,53
CaO	1,50	Si	0,38
Total des bases...	9,74	divers	0,80
P^2O^5	1,20	Total des acides minéraux......	3,36
Bases + P^2O^5.......	10,94		

Total général : 14kg,30, dont 9,74 pour la somme absolue des bases et 10,94 pour la somme des bases et de l'acide phosphorique.

On ne voyait de différence que dans la répartition de la matière sèche et des principes minéraux entre la racine et les feuilles, les betteraves à forte teneur en sucre ayant un feuillage plus abondant.

La betterave à sucre née de sélections a-t-elle cette fixité de composition indiquée par Liebig pour les végétaux en général, ou cette constance de besoins en acide phosphorique et en principes minéraux pour élaborer 100kg de sucre ou 100kg de matière sèche, qui a été souvent admise depuis 1874 dans la chimie sucrière française?

En 1837, date de la publication du Mémoire de Liebig, on ne pratiquait pas encore les méthodes de sélection généalogiques. Celles-ci ont été indiquées par Louis de Vilmorin en 1856 [1]. D'autre part il y a maintenant des variétés à 17, 18, 20 et même plus de 20 pour 100 de sucre et ce résultat a été obtenu par l'emploi des méthodes de sélection.

Au cours des 30 dernières années, nous avons fait de nombreux essais sur les engrais à betteraves et des essais culturaux comparatifs annuels sur une trentaine de variétés de betteraves françaises et étrangères.

Nous avons eu ainsi l'occasion de faire de nombreuses pesées et de nombreuses analyses de racines et de feuilles.

Avec les résultats obtenus, j'ai dressé le tableau suivant qui indique les principes contenus dans la plante entière par 100kg de sucre contenus dans la racine. J'ai admis que la différence entre le total des bases minérales et le total des acides minéraux (le tout exprimé en potasse) représente les acides organiques exprimés en potasse K^2O.

(1) Voir *Comptes rendus*, 43, 1856, p. 871.

Principes contenus dans la plante entière pour 100 de sucre.

	Betteraves à 9 ou 10 % de sucre		Betteraves à 15,5 ou 17 % de sucre		Betteraves à 17 ou 18,5 % de sucre		Betteraves à 18,5 ou 20 % de sucre	
		exprimé en K^2O.		exprimé en K^2O.		exprimé en K^2O.		exprimé en K^2O.
K^2O	5,50	5,50	3,75	3,75	1,98	1,98	2,31	2,31
Na^2O	1,50	2,28	2,05	3,09	1,60	2,42	1,13	1,71
CaO	1,50	2,50	0,75	1,25	1,25	2,09	0,90	1,50
MgO	1,24	2,91	0,46	1,08	0,51	1,20	0,52	1,22
Total des bases	9,74	13,19	7,01	9,17	5,34	7,69	4,86	6,74
P^2O^5	1,20	2,40	0,98	2,21	0,63	1,42	0,80	1,81
Bases + P^2O^5	10,94	15,59	7,99	11,38	5,97	9,11	5,66	8,55
SO^3	0,65	0,76	0,70	0,82	0,55	0,64	0,66	0,77
Cl	1,50	2	0,97	1,28	0,96	1,27	0,44	0,58
Divers	0,80	–	–	–	–	–	–	–
Total des acides	2,95	5,16	2,65	4,31	2,14	3,33	1,90	3,16
Bases combinées aux acides organiques	–	8,03	–	4,86	–	4,36	–	3,58
Matière sèche	–	203 kg	–	196 kg	–	188 kg	–	185 kg
Matière sèche élaborée par 1 kg de bases (exprimées en K^2O)	–	15 kg	–	21 kg	–	24 kg	–	27 kg

Conclusions. — 1° La quantité de bases minérales (quantités absolues ou quantités équivalentaires) contenue dans la plante entière par 100kg de sucre de la racine ou par 100kg de matière sèche n'est pas une constante; elle diminue en moyenne à mesure qu'augmente la richesse saccharine des racines;

2° La quantité d'acide phosphorique contenue dans la plante entière par 100kg de sucre n'est pas une constante;

3° Les quantités de bases combinées à des acides organiques et rapportées à 100kg de sucre diminuent quand la richesse des betteraves augmente.

L'accroissement de la richesse saccharine par la sélection a donc eu pour résultat de diminuer les exigences minérales de la betterave pour élaborer 100kg de sucre ou 100kg de matière sèche.

Les chiffres qui figurent dans le tableau ci-dessus sont des moyennes de plusieurs essais. Ils ne créent pas une loi mathématique. Le sucre et la

matière sèche élaborés par kilogramme de bases (exprimées en K^2O) varient avec les variétés, avec les individus d'une même variété, avec les conditions de fumure, de culture. Toutes les influences qui agissent sur la variabilité des individus agissent aussi sur la variabilité des exigences de la betterave à sucre.

La betterave à sucre, née de sélections, n'a donc pas la fixité de composition indiquée par Liebig. La vérité est que les variétés sucrières prennent dans le sol moins de principes minéraux pour élaborer 100^{kg} de sucre que les variétés demi-sucrières.

ZOOLOGIE. — *Sur l'existence de la parthénogenèse chez une espèce de Copépodes* (Elaphoïdella bidens). Note [1] de M. **Jean Roy**, présentée par M. M. Caullery.

La parthénogenèse était inconnue jusqu'à présent dans le groupe des Copépodes. P.-A. Chappuis [2] avait cependant constaté la *spanandrie* (disette de mâles) dans les espèces du genre *Elaphoïdella*. Il remarquait en particulier que les mâles de *E. Grandidieri* (de G. et Rich.) et de *E. bidens* (Schmeil) n'étaient pas connus.

Le 10 novembre 1928, j'observai, dans un étang situé à la limite de la Sarthe et du Maine-et-Loire (Étang-Neuf, près de la Flèche), 25 exemplaires ♀ de *Elaphoïdella bidens* (Schmeil). Cette espèce ne manque pas d'intérêt : outre deux variétés tropicales et subtropicales, *E. bidens coronata* (Sars) et *E. bidens subtropica* (Kiefer), cet Harpacticide, décrit par Schmeil, présente sa forme typique en quelques stations d'Europe : lac de Plön en Allemagne (Schmeil); Kew-Garden en Angleterre (Scourfield); Posnanie (Lucks); Lac Daumesnil, près de Paris (Jakubisiak). L'étang précité est donc la cinquième station européenne de ce Copépode.

Des pêches ultérieures furent faites : le 15 décembre 1928 sont observées 10 ♀ ; le 10 janvier 1929, on en trouve quatre et le 14 février 1929 une seule.

Il est remarquable que, ni au cours des années précédentes, non plus que

(1) Séance du 16 février 1931.

(2) P.-A. Chappuis. *Mikrofauna von British-Indien* (*Records of the Indian Museum*, 30, 1928, p. 384).

postérieurement au 14 février 1929, je n'aie pu déceler la présence de cette curieuse espèce en un point particulièrement étudié.

Dès le 10 novembre 1928 fut commencée la mise en culture de 5 sacs ovigères contenant chacun de 9 à 13 œufs.

Chaque sac était soigneusement isolé dans une cellule humide contenant un peu d'eau distillée. En tout, 54 œufs se trouvaient mis en expérience. Au bout d'environ 5 jours, je pouvais isoler à leur tour 30 Nauplius, chacun dans une « cellule » spéciale. L'eau était renouvelée tous les deux jours avec un compte-gouttes flambé, après avoir été aérée, et la nourriture consistait en un mélange de débris organiques préalablement bouillis et de petites algues vertes cultivées soigneusement à part (1).

Les Nauplius présentèrent 5 stades successifs, et, au bout de 12 à 15 jours, 8 ♀ *adultes ovigères étaient obtenues* (26 au 27 novembre 1928).

Aucune fécondation n'avait été possible, *nul mâle* n'étant apparu dans les cultures.

Deuxième génération : 40 Nauplius (issus de 8 ♀) donnent en 17 à 20 jours 9 adultes ♀ ovigères (20 au 23 décembre 1928).

Troisième génération : 10 Nauplius (issus de 3 ♀) donnent 2 ♀ ovigères (14 et 15 janvier 1929).

Quatrième génération : 8 Nauplius (issus de 2 ♀) donnent en 15 jours 3 ♀ ovigères (2 au 5 février 1929).

Cinquième génération : 15 Nauplius (issus de 3 ♀) donnent en 17 jours 7 ♀ ovigères (24 au 27 février 1929). C'est le plus fort pourcentage d'adultes obtenu, mais les œufs de cette cinquième génération ne se développèrent pas. Abandonnés à eux-mêmes ou soumis à des expériences diverses (dessiccation, etc.), ils demeurèrent inertes et se désagrégèrent au bout de deux semaines.

Pour conclure : le développement complet de 29 femelles réparties sur 5 générations successives et obtenues en l'absence de tout mâle, démontre la parthénogenèse; les mâles, s'ils existent, sont d'une extrême rareté et n'ont *pas encore été observés*. La forte mortalité des embryons ou des larves (71,8 pour 100) s'explique en partie par les conditions spéciales de l'expérience poursuivie à la température du laboratoire. D'ailleurs, même dans la nature, le nombre d'adultes est assez restreint.

Enfin, en janvier 1929, la mise en culture de boues recueillies sur des

(1) A la troisième et à la quatrième génération, j'essayai du jaune d'œuf et des Protozoaires; la mortalité ne fut pas plus faible.

pattes de Râles (*Rallus aquaticus* L.) et de Poules d'eau (*Gallinula chloropus* L.) a donné 7 Nauplius d'*Elaphoïdella bidens* (Schm.), dont 2 fournirent des ♀ adultes. Ce mode de transport contribue à expliquer les apparitions brusques de l'espèce et sa distribution géographique curieuse en stations sporadiques.

PHYSIOLOGIE. — *Modifications de la chronaxie dans le rachitisme expérimental du Rat.* Note de MM. **Georges Morin** et **Jean Boucomont**, présentée par M. F. Mesnil.

L'existence de lésions musculaires dans le rachitisme, signalée par certains auteurs, a été infirmée par d'autres. Nous avons supposé que l'étude de la chronaxie dans le rachitisme expérimental, facilement réalisable chez le rat blanc, pouvait contribuer à éclaircir cette question.

Neuf jeunes rats, pesant de 30 à 35^g, ont été soumis au régime 85 de Pappenheimer et maintenus à l'obscurité pendant 16 jours pour les rats II et III, pendant 17 jours pour les rats VI, VII, VIII, IX; pendant 21 jours pours les rats I, IV, V. Les animaux soumis à un tel régime présentent dès le quatorzième jour des lésions rachitiques typiques des épiphyses qu'il est facile de contrôler par simple examen, à la loupe binoculaire, des articulations du genou.

Huit autres rats (B, C, D, etc.), nourris normalement et provenant autant que possible des mêmes portées que les animaux correspondants soumis au régime de Pappenheimer, ont servi de témoins.

Lors des mesures, le poids des rats rachitiques était compris entre 40 et 55^g, celui des témoins entre 45 et 65^g.

Sur ces deux séries d'animaux, nous avons mesuré la chronaxie du biceps crural, après anesthésie par une injection sous-cutanée de $\frac{1}{8}$ de centimètre cube le plus souvent de somnifène Roche; des doses plus faibles furent parfois employées; mais dans tous les cas, les doses injectées et nécessaires pour obtenir une résolution musculaire suffisante ont été mortelles au bout de 4 à 5 heures. Des différences notables de sensibilité à ce toxique ont été observées aussi bien dans la série des témoins que dans l'autre. L'animal étant anesthésié, une étroite boutonnière est taillée dans la peau sur la face interne de la cuisse, dans la région du point moteur; un fil d'argent constituant la cathode, engagé dans cette boutonnière, est placé par tâtonnement

au contact du point moteur. L'anode, également constituée par un fil d'argent, est introduite dans le rectum. La chronaxie a été établie par la méthode des condensateurs (résistance du circuit de décharge : 10000 ohms).

Des mesures se succédant toutes les 3 à 5 minutes à partir du moment où l'animal s'est endormi ont montré que les valeurs de la rhéobase et de la chronaxie variaient pendant une première période assez longue pouvant comprendre toute la première heure suivant l'injection de somnifène ; généralement la chronaxie décroît progressivement, mais irrégulièrement, pendant cette phase. Puis, lorsque l'anesthésie est profonde, la chronaxie se stabilise à une certaine valeur très stable, qui reste la même pendant longtemps et jusqu'à la mort de l'animal ; la rhéobase elle-même demeure pratiquement constante. Le chiffre stable trouvé pendant la période d'anesthésie complète a seul été retenu et considéré comme exprimant la valeur de la chronaxie.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Témoins.				Rachitiques.			
Poids.	N°.	Chronaxie (σ).	Chronaxie moyenne (σ).	Poids.	N°.	Chronaxie. (σ).	Chronaxie. moyenne (σ)
45^g	B....	0,06	0,06	40^g	VII.....	0,08	0,08
55	C....	0,06	0,06	45	I.......	0,13	0,13
	E....	0,06			II......	0,14	
	I....	0,06			III.....	0,11	
					IV.....	0,15	
60	D....	0,08	0,07		VIII....	0,11	
	G....	0,06					
				50	VI.....	0,26	0,23
65	F....	0,08	0,085		IX.....	0,20	
	H....	0,09					
				55	V......	0,26	0,26

Il résulte des chiffres consignés dans ce tableau :

1° Que dans chaque série, la chronaxie augmente en fonction du poids, de 0,06 à 0,085 chez les témoins, de 0,08 à 0,26 chez les rats rachitiques ; l'augmentation de la chronaxie est sensiblement plus prononcée chez les rachitiques ;

2° Pour des animaux appartenant à des séries différentes, mais de poids correspondants, un écart de poids de 5 à 10^g séparant les rachitiques des témoins provenant d'une même portée, la chronaxie des rachitiques est

toujours plus grande que celle des témoins; les seules mêmes valeurs trouvées à la fois dans les deux séries concernent le plus petit rat rachitique (VII) d'une part, et les témoins les plus gros (D, F, H) d'autre part. En moyenne la chronaxie des rats rachitiques est le double ou le triple de celle des témoins;

3° Chez les rats rachitiques, il n'y a pas de relation de proportionnalité entre la longueur pendant laquelle les animaux ont été soumis au régime rachitigène et l'augmentation de la chronaxie.

En conclusion ces expériences concordantes chez près d'une vingtaine d'animaux montrent une augmentation constante et relativement peu marquée de la chronaxie dans le rachitisme expérimental. Quant à l'interprétation de ce fait, le peu d'amplitude de l'augmentation de chronaxie enregistrée conduit à supposer qu'il s'agit d'une modification « par répercussion » de ce test d'excitabilité, analogue à celles qu'a décrites Bourguignon dans les atrophies musculaires réflexes, secondaires à des lésions tendineuses et ostéo-articulaires.

A la suite de cette Communication, M. **Louis Lapicque** présente les observations suivantes :

Je puis apporter une confirmation des intéressants résultats annoncés par MM. G. Morin et J. Boucomont. Pendant la guerre, au moment où j'étudiais la valeur alimentaire des farines à différents taux d'extraction, j'ai eu, parmi d'autres manifestations pathologiques, l'occasion d'observer des troubles moteurs chez les souris alimentées exclusivement au pain blanc. Quelques mesures d'excitabilité effectuées par Mme Lapicque et Mlle C. Veil ont donné des augmentations de chronaxie de l'ordre de celle qu'on vient de nous signaler.

Nous n'avons pas poursuivi l'étude de ce point et nous n'avons même, autant que je me rappelle, rien publié là-dessus. Ceci n'est donc nullement une réclamation de priorité. C'est, comme je le disais, une confirmation. C'est aussi le rappel d'un fait hygiéniquement important sur lequel on maintient un silence systématique, à savoir que la farine blanche est une alimentation carencée, pouvant donner, quand il n'y a pas d'addition d'autres aliments, tous les accidents du rachitisme.

SÉROLOGIE. — *Dissociation du complexe anatoxine-antitoxine diphtérique et récupération de l'anatoxine.* Note de MM. **G. Ramon**, **R. Legroux** et **M. Schoen**, présentée par M. Roux.

Peu après avoir mis en évidence le phénomène de floculation dans les mélanges de toxine et de sérum antidiphtérique, l'un de nous faisait connaître ici même ([1]) que le complexe toxine-antitoxine contenu dans le floculat peut être dissocié et l'antitoxine en grande partie récupérée : le floculat issu du mélange de toxine diphtérique et de sérum spécifique étant dissous dans l'eau distillée légèrement acidulée, puis chauffé à 60°, la toxine qu'il renferme est presque complètement détruite à cette température, par contre l'antitoxine non altérée recouvre son activité.

Il a été établi, par ailleurs, que l'anatoxine, dérivée de la toxine, conserve certaines propriétés de cette dernière, en particulier le pouvoir de floculer par mélange avec l'antitoxine spécifique; elle possède en outre des qualités qui lui sont propres ; elle résiste à la température de 80°. Nous avons cherché à tirer parti de cette résistance à la chaleur pour essayer de récupérer l'anatoxine du floculat anatoxine + antitoxine. Dans ce but, nous avons institué un certain nombre d'expériences dont voici le type.

Préparons, dans les pots d'un centrifugeur, un mélange composé par exemple de 400^{cm^3} d'un échantillon d'anatoxine titrant 14 unités au centicube, et d'une quantité de sérum antidiphtérique égale ou très légèrement inférieure à celle qui doit provoquer la floculation « initiale », soit 7^{cm^3} d'un sérum titrant 750 unités antitoxiques. Agitons pour bien mélanger, puis laissons au repos. Lorsque la floculation est nettement perceptible, opérons la centrifugation. Le floculat obtenu est lavé à l'eau physiologique, centrifugé à nouveau; après élimination de l'eau de lavage, il est additionné d'eau distillée ([2]) de pH 6 ou pH 6,5 dans laquelle il va se dissoudre lentement à la température ordinaire. Chauffons cette solution au bain-marie à 82° pendant 20 minutes; après chauffage, elle est parfaitement limpide.

Qu'est devenu le complexe anatoxine-antitoxine à la suite de ce traite-

---

([1]) *Comptes rendus*, 160, 1923, p. 267.

([2]) Dans nos essais, nous ajoutons un volume d'eau distillée correspondant au quart du volume du mélange anatoxine-sérum, mais on peut utiliser un volume beaucoup plus faible.

ment ? Nous avons pour nous en rendre compte plusieurs moyens à notre disposition.

Mélangeons parties égales d'une anatoxine récemment préparée titrant 14 unités et de la solution du floculat anatoxine-antitoxine traitée comme il vient d'être dit. Répartissons ce mélange dans des tubes à raison de 2^{cm^3} par tube. Ajoutons dans ces tubes des quantités décroissantes d'un sérum antidiphtérique de valeur connue. Au bout d'un temps variable, nous constatons dans l'un des tubes l'apparition d'une floculation qui nous indique pour le mélange anatoxine-solution de floculat chauffé, un titre de 24 unités. Tout se passe comme si à l'anatoxine d'une valeur de 14 unités nous avions ajouté parties égales d'une anatoxine titrant 34 unités. Il semble déjà d'après cette première expérience que notre solution de floculat ne soit autre chose qu'une anatoxine concentrée. Nous en avons une preuve directe en mettant, dans une autre expérience, la solution de floculat en présence de sérum antidiphtérique. Nous obtenons une floculation qui indique bien, pour cette solution, une valeur de 34 unités.

On sait que l'anatoxine, ajoutée à un mélange neutre (LO) de sérum antidiphtérique et de toxine, prend la place de celle-ci auprès de l'antitoxine, si bien que le mélange primitivement neutre devient toxique pour l'animal d'expériences. A une série de mélanges LO, préparés depuis un quart d'heure, ajoutons des doses variables 1^{cm^3}, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de notre solution de floculat chauffée, puis après 20 minutes de contact injectons ces différents mélanges à des cobayes. Nous constatons que ceux-ci meurent, au bout de quelques jours, d'intoxication diphtérique. La solution de floculat se comporte, ici encore, de même façon qu'une anatoxine active.

Nous pourrions en outre montrer que la solution de floculat chauffée, injectée à des cobayes, est capable d'immuniser ces animaux dans les mêmes conditions qu'une dose équivalente d'anatoxine ordinaire.

D'après ces expériences, la solution du floculat anatoxine-antitoxine, préparée dans les conditions indiquées et chauffée à 82°, s'identifie donc pleinement par ses propriétés avec l'anatoxine telle qu'elle est produite à partir de la toxine.

Par la même méthode qui permet de réaliser la dissociation du complexe toxine-antitoxine et la récupération de l'anticorps, nous avons donc pu dissocier le complexe anatoxine-antitoxine et récupérer, cette fois, l'antigène, ceci grâce à certaines propriétés spéciales à l'anatoxine, bien mises

en évidence ici. Ainsi se trouve affirmée, une fois de plus, l'existence propre de ce dérivé nouveau de la toxine auquel a été donné le nom d'anatoxine.

MICROBIOLOGIE AGRICOLE. — *Sur les fermentations dans un milieu hétérogène et discontinu*. Note de MM. **A. Demolon** et **G. Barbier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les milieux de culture utilisés en bactériologie sont presque toujours homogènes et continus. Le sol, dont la structure est lacunaire, représente au contraire un milieu hétérogène et discontinu. Nous avons cherché dans quelle mesure cette particularité affecte l'allure des phénomènes microbiens dont il est le siège.

Technique. — Nous avons utilisé une terre à briques et un sable quartzeux, tous deux passant au tamis n° 100. Ces supports ont été introduits dans des tubes en quantité convenable pour occuper toujours la même hauteur ($6^{cm},5$), et imprégnés d'une solution nutritive appropriée. La terre a été mise dans le tube à l'état sec, puis imbibée par le fond; on a obtenu ainsi une répartition verticale de l'humidité sensiblement uniforme après 1 ou 2 jours. Après stérilisation, on a ensemencé au fond des tubes par une tubulure latérale. Après incubation, le contenu a été divisé en trois tranches égales et l'on a dosé dans chacune d'elles la quantité restante de substance fermentescible. On a suivi en même temps la migration des germes.

I. *Cas d'un microorganisme non mobile.* — Nous avons expérimenté avec une levure alcoolique; les supports solides étaient imprégnés d'une solution de maltopeptone saccharosée à 10 pour 100, employée en quantité variable. Nous avons vérifié que la terre ne possédait aucune action inhibitrice vis-à-vis du développement de la levure.

Nature du milieu.....		Sable.			Terre.				Milieu liquide.
Humidité moyenne %.		8.	8.	17,5.	17.	21,5.	21,5.	24.	-
Sucre disparu après...		4 jours.	8 jours.	8 jours.	4 jours.	4 jours.	8 jours.	4 jours.	4 jours.
Pour cent de sucre introduit	dessus..	-	74	97	0	0	0	0	98,5
	milieu..	75	82	96,5	4	8,5	12	10	
	fond...	87,5	92	99	32	48	55	67	

Pour des taux d'humidité voisins, la fermentation du sucre se propage beaucoup plus rapidement dans le sable que dans la terre; dans les deux cas, elle est favorisée par l'accroissement du taux d'humidité. Or, la levure

est toujours restée localisée à moins de 1^{cm} du point d'ensemencement. La disparition du sucre dans la partie non envahie par la levure n'est donc due qu'à la diffusion.

Dans le sable, même pour une très faible humidité, qu'on sait suffisante toutefois pour assurer la continuité des pellicules liquides, la diffusion est rapide; dans ces conditions, ce milieu s'éloigne peu d'un milieu liquide. Nous avons constaté que la diffusion s'opère au moins aussi facilement dans le sable à 8 pour 100 d'humidité que dans un milieu gélosé à 1,5 pour 100. Il en va tout différemment dans le cas de la terre, même lorsque la fermentation a été active au contact immédiat de la levure.

II. *Cas d'un microorganisme mobile : a. Migration d'un* Bacterium coli. — Dans le cas du sable, avec humidité de 6 pour 100 seulement, il a suffi de moins de 2 jours au microbe pour parcourir la totalité de la hauteur (6^{cm},5). Dans le cas de la terre, avec une humidité déjà élevée de 18 pour 100, la migration n'est que de 0^{cm},5 après 8 jours; pour 25 pour 100, elle n'est encore que de quelques centimètres.

b. Fermentation de l'urée dans la terre par un urobacille mobile. — On a utilisé une solution d'urée à 5 pour 100 :

Humidité pour 100.	17,0.				21,5.				Milieu liquide.
	Urée disparue pour 100			Migration	Urée disparue pour 100			Migration	Urée disparue
	dessus.	milieu.	fond.	des germes.	dessus.	milieu.	fond.	des germes.	pour 100.
Après 4 jours .	5	18	78,5		18	84	100	3^{cm},5	100
Après 8 jours .	11	50	100	$\leqq 2^{cm}$	100	100	100	6^{cm},5	

Pour une humidité de 17 pour 100 l'action à distance est lente. Lorsqu'on passe de 17,0 à 21,5, on observe un accroissement marqué de la rapidité de migration du microbe et de la vitesse de propagation de la fermentation dans la masse.

En résumé, si, en milieu sableux, les phénomènes de diffusion et de migration sont aisés, dès une teneur de 6 à 8 pour 100 d'eau, il n'en est pas de même dans un milieu silico-argileux. Les taux d'humidité qu'on rencontre le plus souvent dans ces sols sont tels que les processus microbiens sont susceptibles d'y demeurer localisés et limités dans leur intensité. On peut voir là une explication de certains faits, tels que la distribution irrégulière des nitrates en des points voisins, l'influence activante de l'émiettement, l'échec de tentatives d'inoculation.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *Recherches sur la vaccination contre la peste bovine; préparation de l'antigène par déshydratation de la pulpe splénique virulente.* Note de M. **H. Jacotot**, présentée par M. Roux.

On sait que l'addition de divers antiseptiques (glycérine, toluol, acide phénique, formol, chloroforme) aux émulsions de certaines pulpes organiques virulentes permet l'obtention de vaccins avirulents, en usage aujourd'hui contre plusieurs maladies à virus filtrables (peste bovine, fièvre aphteuse, maladie de Carré, peste aviaire, fièvre jaune) (1).

Or ces agents chimiques ne sont pas sans altérer plus ou moins les qualités antigènes des vaccins lorsqu'on les met en présence des tissus tout d'abord, et, dans la suite, au cours de la conservation du produit.

D'ailleurs les mêmes tissus pulpés et délayés dans de l'eau lorsque leur virulence a disparu perdent rapidement leur propriété vaccinantes.

Nous nous sommes proposé de rechercher si, par la dessiccation de la pulpe splénique virulente, il ne serait pas possible de préparer un antigène pestique doué tout à la fois d'activité et de stabilité.

Voici la technique établie et les résultats obtenus.

Préparation de l'antigène. — La rate, prélevée sur un veau sacrifié en pleine réaction thermique, est sommairement fragmentée puis passée au hache-viande; on tamise le hachis (tamis de laiton à mailles de 5/10 de millimètre, cuillère à bouche en fer étamé); la pulpe qu'on recueille sous le tamis est immédiatement desséchée, en couches minces, sous la cloche d'une pompe à vide (machine dite pompe à huile); la déshydratation totale demande un temps plus ou moins long suivant la quantité de matière employée; il faut, pour obtenir un antigène satisfaisant, opérer vite, mettre par exemple sous la cloche une quantité de pulpe telle que la dessiccation s'effectue en 4 heures.

Cette opération terminée, on pilonne rapidement la matière sèche et l'on répartit la poudre de rate ainsi obtenue dans des tubes bien secs qu'on remplit complètement et qu'on ferme. La perte d'eau subie par la substance splénique est approximativement des 4/5 de la masse de pulpe.

Pour l'usage, on verse l'antigène déshydraté dans 4 à 6 fois son poids d'eau stérilisée en l'y délayant progressivement; le produit obtenu est facilement injectable avec les seringues ordinairement employées pour le bétail.

---

(1) Certains auteurs considèrent ces antiseptiques comme indispensables à l'élaboration du pouvoir vaccinant des extraits organiques dont il s'agit.

Exemples de vaccination. — Antigène préparé de la manière indiquée, avec les rates des veaux o-1 et o-2 le 23 août 1930.

Premier essai. — Le 24 août quatre veaux AAR, AAS, AAT, AAU reçoivent respectivement sous la peau $0^g,25$, $0^g,50$, $0^g,75$ et 1^g d'antigène sec. Quelques jours après AAR et AAT font la peste; les deux autres veaux ne présentent rien d'anormal; éprouvés un mois après par inoculation de 2^{cm^3} de sang virulent, ils résistent sans manifester aucun trouble.

Deuxième essai. — Le 3 septembre (onze jours après la dessiccation) le veau E-805 reçoit 1 gramme d'antigène sec par injection sous cutanée; il ne présente aucun trouble; éprouvé trois semaines après il résiste sans réagir d'aucune façon.

Troisième essai. — Le 2 octobre (cinq semaines après la préparation), trois veaux, ADO, ADP, ADQ, reçoivent respectivement $0^{gr},25$, $0^{gr},50$, $0^{gr},75$ d'antigène déshydraté; aucun trouble ne survient chez ces veaux; on les éprouve 15 jours après par injection de 1^{cm^3} de sang virulent; le premier réagit violemment, le second fait une réaction thermique légère, progressive, sans manifestation cliniques, le troisième reste indemne.

Quatrième essai. — Le 3 novembre (neuf semaines après la préparation) deux veaux, AGJ et AGI, reçoivent respectivement $0^{gr},50$ et $0^{gr},75$ d'antigène déshydraté; ils ne marquent aucun trouble; on les éprouve 12 jours après par inoculation de 2^{cm^3} de sang virulent; ils résistent sans aucun signe clinique, mais la courbe thermique du premier indique deux sautes de température de 1°, le sixième et le neuvième jour.

Nous avons effectué six expériences semblables et toutes nous ont donné des résultats concordants.

Nous avons essayé en outre de mélanger à l'antigène sec divers antiseptiques pulvérulents, et cela nous a permis de constater que certains au moins n'exercent pas d'influence fâcheuse sur les qualités de l'antigène ainsi présenté.

Enfin nous avons étudié comparativement, quant à leur pouvoir immunisant, l'antigène sec et le vaccin préparé par émulsion de la pulpe splénique selon les procédés en usage d'une part, et d'autre part, le même antigène splénique sec et les vaccins mixtes ordinaires (mélanges des pulpes splénique, pulmonaire, ganglionnaire, etc.). En ce qui concerne par exemple les préparations à base de pulpe de rate, les expériences comparatives effectuées au cours des essais de vaccination rapportés plus haut ont donné les résultats suivants: après deux mois de conservation à la température du milieu (30°), le vaccin formolé n'était actif qu'à une dose correspondant à 7^g de pulpe splénique brute, alors que la quantité d'antigène sec apte à donner l'immunité représentait moins de 3 grammes de la même pulpe brute.

Conclusions. — Lorsqu'on soumet la pulpe splénique des sujets atteints de

peste bovine à une déshydratation rapide et aussi complète que possible, on obtient, après pilonnage, une matière pulvérulente qui, dès qu'elle a perdu sa virulence, c'est-à-dire après quelques jours de conservation à la température de 20 à 30°, possède les quantités d'un bon antigène pestique.

En raison de son faible volume (au moins 30 fois inférieur à celui des émulsions vaccinales ordinaires à activité égale) cet antigène pourrait être utilisé en certaines circonstances comme vaccin, et d'autre part, sous cette forme, libre qu'il est de toute substance étrangère, il serait indiqué comme test dans l'étude des vaccins liquides préparés par addition d'antiseptique aux émulsions de pulpes organiques virulentes.

A 16h, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Minéralogie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *P. Termier* :

En première ligne	M. **Charles Jacob**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Paul Gaubert**, **Charles Mauguin**.
En troisième ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Léon Bertrand**, **Paul Lemoine**, **Emmanuel de Margerie**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1930 (*suite et fin*).

ÉTUDES SUR LA GREFFE. Tome I : *Historique. Organisation et physiologie des végétaux susceptibles d'être greffés. Classification des greffes et des greffages. Matériel du greffeur.* Tome II : *Conditions de réussites. Structure du bourrelet. Variations de capacités fonctionnelles à la suite de la décapitation, du bouturage et du greffage. Structure et morphologie externe des symbiotes.* Tome III : *Variations de nutrition. Symbiomorphoses. Hybrides de greffe. Hérédité chez des symbiotes. Applications pratiques. Greffages actuellement réussis.* (Texte et planches), par LUCIEN DANIEL. Rennes, Imprimerie Oberthur, 1930; 4 vol. 25cm.

Standard Time Zones of the United States and adjacent parts of Canada and Mexico. As of April 1, 1930. In *Miscellaneous Publication of National Bureau of Standards*, n° 111. Washington, 1930; 1 carte 76cm × 50cm.

Cours de l'École Polytechnique. *Cours de Physique.* Tome I : *Acoustique, électricité*, par A. LAFAY. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 28cm,2. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

Mémorial du Service géographique de l'Armée faisant suite au Mémorial du Dépôt général de la guerre. Tome V : *La carte d'Algérie* 1830-1930. Paris. Imprimerie du Service géographique de l'Armée, 1930; 1 vol. 29cm,5.

La Parthénogenèse, par A. VANDEL. In *Encyclopédie scientifique*, publiée sous la direction du Dr Toulouse. Paris, Gaston Doin et Cie, s. d.; 1 vol. 17cm,8.

Étude sur l'utilisation de l'énergie des marées en France, par GEORGES MOREAU. Paris, Librairie Delagrave, 1931; 1 vol. 25cm,5.

Les isotopes et la matière vivante, par W. VERNADSKY. In *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de l'U. R. S. S.*, s. l., 1926; 1 fasc. 25cm,8.

Radiations From Radioactive substances, par ERNEST RUTHERFORD, JAMES CHADWICK et C. D. ELLIS. Cambridge, At the University Press, 1930; 1 vol. 23cm.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JANVIER 1931.

Tout le corps humain. Encyclopédie illustrée des connaissances médicales, publiée sous la direction du Dr HENRI BOUQUET. Tomes III et IV. Paris, Hachette, 1930; 2 vol. 31cm.

Mécanique des fluides, par HENRI VILLAT. In *Cours de l'École nationale supérieure d'aéronautique.* Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 25cm,2.

Principes mathématiques de la théorie de la gravitation, par J. Le Roux. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. 25cm,3.

L'hérédité, par E. Guyénot. In *Encyclopédie scientifique*, publiée sous la direction du Dr Toulouse. Paris, Gaston Doin et Cie, 1930; 1 vol. 17cm,5. (Présenté par M. M. Caullery.)

Étude sur le système solaire. Nouvelle loi des distances des planètes et des satellites, par P. Reynaud. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1919; 1 vol. 25cm,3.

Tables annuelles de constantes et données numériques de chimie, de physique, de biologie et de technologie. Table des matières des volumes I à V. Années 1910 *à* 1922, rédigée par G. Kravtzoff. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 27cm.

Introduction à la biologie expérimentale. Les êtres organisés. Activités, instincts, structures, par Paul Vignon. In *Encyclopédie biologique*. Tome VIII. Paris, Paul Lechevalier, 1930; 1 vol. 25cm,3. (Présenté par M. L. Bouvier.)

Le bassin houiller du sud-ouest de Madagascar, par J. Goursat. Extrait des *Annales des mines*, livraisons de juillet et d'août 1923. Paris, Dunod, 1929; 1 fasc. 23cm.

A Patria Açoreana, par Gervasio Lima. Angra do Heroismo, 1928; 1 vol. 26cm,3.

Mesures rapides de précision, par René Danger, s. l. s. d.; 1 fasc. 27cm. (Présenté par M. Perrier.)

Les derniers jours de Lamarck, sa mort, sa philosophie morale. Une importante application du lamarckisme à l'agriculture tropicale. (*Examen critique du lamarckisme*), par J. Costantin. In *Archives du Muséum d'histoire naturelle*. Extrait. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 fasc. 32cm.

Les origines du système métrique, par Adrien Faure. Paris, Les Presses universitaires de France, 1931; 1 vol. 23cm.

Faune de France. Tome 21 : *Mollusques terrestres et fluviatiles*, par Louis Germain. Paris, Paul Lechevallier, 1930; 1 vol. 25cm,3. (Présenté par M. L. Joubin.)

Conférence des Sociétés savantes, littéraires et artistiques du département de Seine-et-Oise. Neuvième session. Compte rendu des travaux. Gap. Imprimerie Louis Jean, 1930; 1 fasc. 25cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 MARS 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Maurice Kraïtchik**, professeur à l'École des Hautes Études de Bruxelles, qui assiste à la séance.

SPECTROSCOPIE. — *Relations simples du spectre moléculaire avec la structure de la molécule.* Note de M. **H. Deslandres.**

Cette Note est la suite d'une Note précédente présentée sous le même titre dans les *Comptes rendus* le 29 décembre 1930. Elle continue l'étude des relations simples qui unissent le spectre moléculaire aux divisions naturelles formées par les atomes constituants, les grands anneaux d'électrons et les électrons de chaque atome.

Les premiers résultats ont été réunis dans une formule et un tableau, que j'appellerai ici formule (1) et tableau I. Je reproduis la formule qui donne les bandes et raies d'une même molécule, représentées par la fréquence ν en cm^{-1} de leur partie la plus intense.

$$\nu = qd_1/rs \pm q'd_1/r's', \tag{1}$$

d_1 étant une constante universelle égale à 1062.5; s étant le nombre des grands anneaux d'électrons dans la molécule et s' le nombre des électrons extérieurs d'un atome ou le nombre atomique de cet atome; q, r, q', r' étant des nombres entiers.

La formule avait été présentée en 1925 dans les conditions suivantes : La molécule simple HCN de l'acide cyanhydrique, formée de trois atomes, a un spectre simple dont les bandes sont des multiples de $d_1/3$. Frappé de

cette coïncidence, j'ai étudié au même point de vue dix-neuf autres spectres, dus à des composés simples, et qui ont pu être représentés par le premier terme de la formule (1), l'accord entre les fréquences observées et calculées étant au moins aussi bon qu'avec les formules connues de Hettner et de Baly.

De plus, parmi les bandes de ces dix-neuf composés, quelques-unes, étudiées avec une dispersion forte, ont montré, de chaque côté du centre de la bande, des bandes ou raies secondaires, à peu près équidistantes. Tel est le cas des fortes bandes $6^{\mu},26$ et $3^{\mu},15$ de H^2O, et j'ai noté que l'écartement de leurs bandes secondaires était égal respectivement à $d_1/48$ et $d_1/24$; c'est-à-dire à $d_1/8$ divisé par 6 et à $d_1/8$ divisé par 3. Avec les bandes secondaires de HFl et de HCl, l'écartement moyen était égal à $d_1/9 \times 3$ et à $d_1/17 \times 3$. Or, 8, 9 et 17 sont les nombres atomiques des corps simples O, Fl et Cl; d'où le second terme de la formule (1) présenté d'abord avec réserves (en 1925).

Le tableau I de la Note précédente (1930) apporte des vérifications nouvelles très nettes, en particulier pour le deuxième terme de la formule (1) qui, même, devient le plus important; et le tableau II ci-contre, qui prolonge le tableau I, est encore plus probant, avec huit spectres nouveaux. Les fréquences de ces corps composés sont la plupart, surtout dans l'infrarouge extrême, des multiples de $d_1/q's'$, et donc rattachées nettement aux nombres atomiques des éléments. D'ailleurs ces fréquences, reconnues d'abord dans le proche infrarouge, comme bandes secondaires des bandes principales de H^2O et HCl, ont été retrouvées ensuite dans l'infrarouge extrême, isolées et séparées de ces bandes principales. Voir dans le tableau II deux raies ou bandes de HCl dont les fréquences sont $d_1/17 \times 3$ et $9\,d_1/17 \times 3$. La dernière fréquence $3\,d_1/17$ a été relevée dans le spectre d'absorption par Czerny, et dans le spectre Raman par Wood, et on la trouve aussi dans le spectre de réflexion de NaCl. Dans ces conditions, il a paru meilleur de séparer les deux termes de la formule (1), et de leur substituer les formules (2) et (3) :

$$(2)\quad \nu = q\,d_1/rs; \qquad (3)\quad \nu = q'\,d_1/r's'.$$

s' étant toujours le nombre atomique, ou plus généralement, le nombre des électrons qui sont excités simultanément. Les fréquences des formules (2) et (3) peuvent évidemment s'unir par addition ou soustraction, conformément au principe de combinaison qui s'applique à toutes les vibrations.

II. Le tableau II complète le tableau I sur le point suivant. Les molé-

Tableau II. — *Fréquences infrarouges de molécules simples.*

Molécule.	Nombre s.	Fréquence de la bande ou de la raie (¹).			Multiples de d_1/rs et de $d_1/r's'$.	Résidus.	Nombre atomique s'.
H^2 gaz (²).......	2	ram.	354,1	=	$d_1/3$	+ 0,00	1 — H
HCl gaz.........	2	abs.	20,79	=	$d_1/17\times3$	— 0,04	17 — Cl
		id.	185,86	=	$3\,d_1/17$	— 1,64	17 — Cl
		ram.	187,45	=	$3\,d_1/17$	— 0,05	17 — Cl
NaCl cristal.....	4	réfl.	**186,6**	=	$3\,d_1/17$	— 0,90	17 — Cl
				=	$2\,d_1/11$	— 6,6	11 — Na
$CaFl^2$ id.	5	id.	**316,5**	=	$3\,d_1/10$	— 2,2	20 — Ca
				=	$8\,d_1/9\times3$	+ 1,7	9 — Fl
		id.	409,6	=	$7\,d_1/9\times2$	— 3,6	9 — Fl
	5			=	$23\,d_1/20\times3$	+ 2,3	20 — Ca
SIO^2 cristal......	4	ram.	**128,5**	=	$d_1/8$	— 4,3	8 — O
				=	$5\,d_1/14\times3$	+ 2,0	14 — Si
		id.	207,5	=	$d_1/5$	— 5,0	
				=	$8\,d_1/14\times3$	+ 5,1	14 — Si
		id.	1165	=	$11\,d_1/10$	— 3,7	
				=	$46\,d_1/14\times3$	+ 1,3	14 — Si
SiC solide.......	3	réfl.	833	=	$11\,d_1/14$	— 1,8	14 — Si
$SiCl^4$ solide......	10	ram.	**152**	=	$2\,d_1/14$	+ 0,2	14 — Si
		id.	**220**	=	$3\,d_1/14$	— 7,5	14 — Si
				=	$7\,d_1/17\times2$	+ 1,25	17 — Cl
	10	id.	**427**	=	$2\,d_1/5$	+ 1,5	
				=	$17\,d_1/14\times3$	— 3,1	14 — Si
ClO^3Na cristal...	7	ram.	**127,5**	=	$2\,d_1/17$	+ 2,5	17 — Cl
		id.	177,5	=	$4\,d_1/8\times3$	+ 0,4	8 — O
		id.	**483,7**	=	$5\,d_1/11$	+ 0,7	11 — Na
		id.	624,5	=	$10\,d_1/17$	— 0,5	17 — Cl
		id.	**936**	=	$15\,d_1/17$	— 1,5	17 — Cl
	7	id.	990	=	$13\,d_1/7\times2$	+ 3,4	
NH^4Cl solide....	7	réfl.	**1420,4**	=	$28\,d_1/7\times3$	+ 3,7	7 N
				=	$44\,d_1/11\times3$	+ 3,7	11 NH^4
		id.	3125	=	$50\,d_1/17$	+ 0,0	17 Cl
				=	$97\,d_1/11\times3$	+ 1,9	11 NH^4
C^2H^6 liquide.....	8	ram.	**2950**	=	$25\,d_1/9$	+ 1,4	9 CH^3
C^6H^6 liquide.....	12	id.	**990**	=	$13\,d_1/7\times2$	+ 3,4	7 CH
	12	id.	**3060**	=	$69\,d_1/6\times4$	+ 6	6 C
		abs.	**1481**	=	$39\,d_1/7\times4$	— 1	7 CH
		id.	**3080**	=	$81\,d_1/7\times4$	+ 6,5	7 CH

(¹) Les fréquences en chiffres gras sont celles des bandes les plus fortes.

(²) La raie ν 354 (ou $d_1/3$) est la première raie Raman de la molécule H_2; l'intervalle qui la sépare de la deuxième raie est égal à $2\,d_1/9$. Les spectres Raman de H^2, N^2 et O^2 forment un groupe spécial qui sera examiné plus tard.

cules du tableau I sont formées de deux corps simples seulement, et chaque fréquence a été rapportée soit à la formule (2), soit à la formule (3) avec l'un des atomes, soit à la fois aux deux formules. Or il arrive souvent que cette fréquence peut être rattachée aussi à l'atome du second corps simple. Les molécules étudiées offrent de nombreux exemples de ce dernier fait et le tableau II en présente quelques-uns, qui se rapportent aux molécules HCl, $CaFl^2$ et SiO^2 du tableau I, et aux molécules nouvelles. A noter qu'il y a là une confirmation, au moins partielle, des lois suivantes, posées en 1915 par Baly. Dans la molécule, les atomes ont leurs vibrations propres, et les vibrations émises les plus fortes sont celles qui sont communes à deux ou plusieurs atomes. Baly a publié les fréquences appelées par lui fréquences bases de l'atome et de la molécule, desquelles on peut déduire les autres fréquences. Je montrerai dans une Note prochaine que ces fréquences bases sont rattachées simplement à la constante d_1 et aux nombres s et s', au dernier nombre surtout.

Le spectre de SiO^2 dans le tableau I offre quatre fréquences qui sont des sous-multiples simples de d_1, mais qui ne sont pas rattachées dans le tableau aux nombres s ou s'. J'ai émis l'idée qu'elles pouvaient être émises par une partie seulement des électrons de l'atome, et j'estime que cette idée doit être retenue. En réalité, ces fréquences rentrent dans la règle générale; car elles sont des multiples de $d_1/14\times3$ et 14 est le nombre atomique de Si. Deux de ces fréquences sont insérées dans le tableau II.

III. Les huit molécules nouvelles du tableau II [1] et sept molécules du tableau I montrent bien l'accord des fréquences émises avec la formule (3) et avec l'inverse du nombre atomique [2]. Onze corps simples, dont les nombres atomiques sont compris entre 1 et 80, sont impliqués dans la recherche; et le nombre entier r', associé au nombre atomique, est petit et le plus souvent égal à 1 ou à 3. Deux molécules, moins simples que les autres, ClO^3Na et NH^4Cl, sont constituées par trois atomes différents; et, avec ClO^3Na, les trois nombres atomiques sont rattachés à une ou plusieurs fréquences de la molécule.

---

(1) Pour les fréquences du tableau, les sources sont : H^2, Rasetti, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 367; HCl, absorption, Czerny, *Zts. Phys.*, 34, p. 227; Raman, Wood et Dicke, *Phys. Rev.*, 35, 1930, p. 1355; SiC, Coblentz, *Publ. Carnegie*, n° 35, 1908, p. 1; $SiCl^4$, ClO^3Na, C^6H^6, Daure, *Ann. de Physique*, 12, 1929, p. 375; NH^4Cl, Rheinkober, *Zeits. f. Phys.*, 3, 1920, p. 1; C^6H^6, Raman, Daure; absorption, Coblentz.

(2) J'ai recherché aussi l'influence du poids atomique; car le noyau peut, dans une certaine mesure, participer aux radiations émises. La question sera examinée ultérieurement.

La loi résumée par la formule (3) est probablement générale, et elle suggère que ces radiations infrarouges, attribuées en général à la rotation de la molécule, ont une origine différente.

IV. La molécule NH^4Cl offre un intérêt particulier; elle a, dans l'infrarouge extrême, les mêmes radiations que la molécule NaCl, et le radical ammonium NH^4 doit avoir la même influence que l'atome Na. En effet NH^4 et Na ont le même nombre atomique, égal à 11, si l'on admet que le nombre atomique du radical est la somme des nombres atomiques de ses atomes. De plus, parmi les chlorures examinés, le chlorure d'ammonium est le seul qui ait un spectre de réflexion dans le proche infrarouge, et les deux fréquences émises, insérées dans le tableau, sont rattachées à $d_1/11$.

J'ai examiné au même point de vue d'autres radicaux de la chimie organique, et en particulier les radicaux CH^3, OH, NH^2, qui ont le même nombre atomique égal à 9, et aussi le radical CH, représenté par le nombre 7. Or une raie Raman intense de l'éthane ($H^3C - CH^3$), présentée dans le tableau II, et plusieurs bandes fortes de l'eau (H — OH) sont des multiples de $d_1/9$. Avec le benzène C^6H^6, formé de six radicaux CH, la raie Raman la plus forte, et les deux bandes d'absorption les plus intenses sont rattachées à $d_1/7$. Le radical serait un assemblage d'atomes dont tous les électrons seraient groupés ainsi que dans un atome; ce qui lui donne quelques-unes des propriétés de l'atome.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La teneur des plantes, notamment des plantes alimentaires en aluminium.* Note de M. **Gabriel Bertrand** et Mme **Georgette Lévy**.

La recherche et le dosage de l'aluminium dans les plantes ont donné lieu, depuis plus d'un siècle, à de très nombreuses publications. Malgré quelques données certaines, on ne peut se contenter des résultats obtenus, surtout au point de vue quantitatif. Dans la plupart des cas, toutes les précautions n'ont pas été prises pour éliminer les poussières argileuses qui pouvaient souiller les échantillons analysés, ou du moins, il n'a pas été fait mention de cette particularité importante dans les travaux publiés. En outre, la détermination exacte de l'aluminium en présence des autres éléments de la plante est une opération difficile et, manifestement, le plus grand nombre de ceux qui l'ont tentée se sont servis de méthodes insuffisamment précises.

Il n'est donc pas surprenant que, dans le but d'élucider certains problèmes biologiques, et en particulier, d'hygiène alimentaire, on ait repris, dans ces dernières années, l'étude de la détermination qualitative et quansitative de l'aluminium dans les plantes. On n'est pas encore arrivé, cependant, même sur le premier de ces objectifs, à une entente générale. Ainsi Mac Collum, Rask et Becker d'une part ([1]), Kahlenberg et Closs d'autre part ([2]) ont employé la méthode spectrographique pour atteindre une grande sensibilité et éviter en même temps les causes d'erreur dues aux impuretés des réactifs ou aux poussières du laboratoire. Les premiers sont arrivés à la conclusion que l'« aluminium n'est pas un constituant de la matière végétale », tandis que les derniers prétendent avoir trouvé l'aluminium dans tous les échantillons qu'ils ont examinés et tiennent la conclusion de leurs prédécesseurs comme reposant sur une erreur. Mac Collum, Rask et Becker ont répondu depuis que Kahlenberg et Closs avaient pris des raies du calcium pour les deux raies ultimes de l'aluminium ([3]).

Il nous a paru, dans ces conditions, que de nouvelles recherches, entreprises à l'aide d'une méthode d'analyse quantitative appropriée, pourraient encore avoir un assez grand intérêt, principalement si elles portaient sur des plantes ou parties de plantes alimentaires au sujet desquelles on n'a que des données tout à fait insuffisantes. Nous avons choisi une méthode d'analyse chimique pondérale, permettant de doser l'aluminium en présence des autres éléments contenus dans les cendres. Cette méthode est d'une exécution un peu longue et oblige à opérer sur une quantité de matière assez élevée, mais elle fournit des résultats plus sûrs et plus utiles que ceux dus aux méthodes colorimétriques ou spectrographiques antérieurement employées.

Chaque détermination est effectuée sur un échantillon contenant de 25 à 50g de matière sèche, quelquefois même davantage, jusqu'à une centaine de grammes, selon la teneur probable ou approximativement connue en aluminium.

L'échantillon est d'abord débarrassé avec grand soin des particules de terre et des poussières adhérentes, ainsi qu'il a déjà été décrit plusieurs fois par l'un de nous dans des circonstances analogues ([4]), puis séché et

([1]) *Journ. biochem. Chem.*, 77, 1928, p. 753.

([2]) *Ibid.*, 83, 1929, p. 261.

([3]) *Ibid.*, 85, 1930, p. 779.

([4]) La dernière fois, pour la recherche du titane : Gab. Bertrand et Mme Voronca Spirt, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 45, 1929, p. 1044, et 47, 1930, p. 102.

inciné au rouge naissant. L'aluminium est ensuite dosé dans la solution acide des cendres à l'état de phosphate (1). Le détail de la méthode, ne pouvant trouver place ici, sera exposé prochainement dans un autre Recueil avec le tableau des résultats.

De plus d'une centaine d'analyses effectuées par cette méthode, il nous semble possible de tirer les conclusions suivantes :

L'aluminium existe chez toutes les plantes phanérogames. On l'y trouve en proportions très différentes selon les espèces. Depuis environ une dizaine de milligrammes jusqu'à plusieurs décigrammes par kilogramme de matière sèche.

Exceptionnellement, certaines espèces, comme le haricot, peuvent en contenir plus d'un gramme.

Cette teneur est influencée par l'âge. Les plantes que nous avons examinées ont présenté, à cet égard, des variations importantes. Elles se sont d'abord enrichies très rapidement par rapport à la graine, puis cet enrichissement s'est modéré, de sorte que, dans certains cas, la teneur en aluminium a passé par un maximum au cours de la première période du développement.

Les *racines comestibles*, dans lesquelles la culture a développé considérablement le tissu parenchymateux, renferment ordinairement beaucoup moins d'aluminium que les racines ordinaires. Par exemple : betterave fourragère 6^{mg} (chiffre rapporté, comme tous les autres, au kilogramme de matière sèche); carotte jeune 30^{mg}, carotte âgée 22^{mg}, radis rose (mars) 210^{mg}, radis rose (avril) 440^{mg}, navet (mai) 37^{mg}, navet (décembre) 90^{mg}, salsifis 56^{mg} et, d'autre part : racines de colza (mai) 140^{mg}, (juin) 90^{mg}, de pissenlit sauvage 120^{mg}, de laitue 440^{mg}, de pomme de terre non tubérisée (juin) 1100^{mg}, tubérisée mais sans les tubercules (juillet) 200^{mg}, de haricot 1640^{mg}.

Les *tubercules* et les *bulbes* ont des teneurs en aluminium de l'ordre de grandeur des racines comestibles : topinambour 24^{mg},6, crosne du Japon 73^{mg},7, pomme de terre 76^{mg}, ail 36^{mg}, oignon 93^{mg}.

Il en est approximativement de même de la plupart des *fruits charnus* ou

(1) Nous avons dit plus haut que le dosage de l'aluminium dans les cendres végétales est une opération difficile. En soumettant à l'analyse le précipité obtenu à la fin de nos dosages, nous y avons trouvé des fractions de milligrammes de silice et d'acide titanique. Nous estimons, d'après quelques-unes de ces analyses ultimes, que les précipités pesés pouvaient être comptés dans la majorité des cas, comme formés d'environ 95 pour 100 de leur poids de phosphate d'aluminium.

succulents : pomme, 13^{mg}; groseille rouge, 15^{mg}; groseille blanche, 28^{mg}; tomate, 23^{mg}; abricot, 60^{mg}; pêche, 64^{mg}; cerise, 70^{mg}. Cependant l'orange et la mandarine sont plus pauvres : tranches seules, 6 à 7^{mg}. La banane est très pauvre dans sa partie comestible : 1^{mg},4, avec 15^{mg} dans son écorce. Par contre le réceptacle fructifère qui constitue la fraise est relativement riche : 158^{mg}.

Les *graines* sont, d'une manière générale, très pauvres en aluminium : maïs, 0^{mg},5; haricot flageolet, lentille, pois, 1^{mg}; riz blanc, 1^{mg},4; noix, vesce, 2^{mg}; soja, haricot de Soissons, 3^{mg}; froment, 4^{mg}; malt, chou, 5^{mg}; avoine 5^{mg},2; seigle, 5^{mg},6; orge, 6^{mg},7; vigne, 10^{mg}. Dans le cas de l'arachide, nous n'avons même pas pu recueillir une quantité pondérable de phosphate d'aluminium à la fin du dosage, en opérant sur 100^{g} de graines, alors qu'il y avait 79^{mg} de métal dans les valves de la gousse. Inversement, le café s'est montré exceptionnellement riche avec une teneur de 46^{mg},2. Dans le froment, le métal est surtout contenu dans le germe (14^{mg},3) et les téguments (gros son, 12^{mg},4), la farine n'en renferme pour ainsi dire pas (farine première 1^{mg}).

Les *feuilles*, enfin, sont les organes végétaux dans lesquels on rencontre, ordinairement, les proportions les plus élevées d'aluminium. S'il n'y en a dans celles de platane que 60^{mg}, de pin sylvestre que 55^{mg}, de lilas que 74^{m} et de l'iris de Florence que 85^{mg}, il y a, par exemple, dans les feuilles de mâche 96^{mg} d'aluminium, d'épinard 96 à 104^{mg}, d'oseille 121^{mg}, de rhubarbe 166^{mg}, de radis 157 à 280^{mg}, de thé de Ceylan 465^{mg}.

Comme il a été reconnu déjà au sujet du fer, du zinc et du titane, il y a une certaine proportionnalité dans les feuilles entre la teneur en chlorophylle et la teneur en métal : les feuilles vertes sont riches en aluminium, les feuilles étiolées n'en renferment presque pas. Nous avons trouvé, par exemple : dans le chou pommé, feuilles extérieures vertes 232^{mg}, feuilles intérieures blanches 8^{mg}; dans la laitue pommée, feuilles extérieures vertes 260^{mg}, feuilles du cœur 100^{mg}; dans l'endive et la barbe de capucin respectivement 51 et 10^{mg}; dans le pissenlit sauvage à feuilles vertes 135^{mg}, dans la même espèce à feuilles étiolées par la culture 7^{mg},4.

Cette particularité est favorable à l'hypothèse d'une intervention de l'aluminium dans les phénomènes nutritifs de la plante et, peut-être, explique-t-elle, du moins en partie, les résultats positifs obtenus à diverses reprises par l'emploi du sulfate d'aluminium comme engrais catalytique.

Sous le rapport de l'alimentation, les résultats que nous publions aujourd'hui démontrent que l'homme ingère ordinairement de l'aluminium avec

la nourriture végétale, en quantités très petites avec les graines et avec le pain, mais le plus souvent voisines, parfois même supérieures à celles du fer lorsqu'il s'agit de feuilles et d'organes parenchymateux.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la chute de pouvoir rotatoire des solutions de glucides sous l'action des alcalis.* Note de M. **Jean Effront.**

Dans un travail publié en 1887 (¹), j'ai établi que les solutions de glucose, de fructose et de maltose perdent leur pouvoir rotatoire sous l'influence de l'ammoniaque, tandis que le pouvoir rotatoire des solutions de dextrines, d'inuline et de saccharose traitées dans les mêmes conditions n'est pas modifié. Des recherches nouvelles m'ont démontré qu'en remplaçant l'ammoniaque par NaOH $n/2$ on arrive, à la température ordinaire, à provoquer une action isomérisante non seulement sur les sucres, mais aussi sur l'amidon et les dextrines et que la chute de rotation qui en résulte diffère selon la nature du glucide traité. Un empois d'amidon ainsi que des solutions de maltose ou de glucose sont amenés à une concentration correspondante à 50° du saccharimètre Soleil. On dilue ensuite les solutions de leur volume de NaOH $n/1$, et l'on détermine à différents intervalles la rotation du liquide maintenu à la température de 20° à l'abri de la lumière.

Nature des substances.	Rotation dans H^2O.	Rotation dans NaOH après 5 h. 30.	Chute °/₀ en 5 h. 30.	Rotation dans NaOH après 24 h.	Chute °/₀ en 24 h.
1. Empois d'amidon...	25°	imm. = 21°	16	21°	16
2. Solution de maltose.	25	18,7	25,2	12,5	50
3. Solution de glucose.	25	12,9	48,2	2,2	19

Dans l'empois, dès qu'on ajoute la soude, la rotation tombe de 25 à 21°; la chute est donc de 16 pour 100 et l'on reste au même point après 24 heures. Les différents amidons naturels, de même que les dextrines, se comportent de même, la chute ne différant que de 0°,2 à 0°,3. La chute de rotation de l'amidon soluble Merck est de 16°,8 pour 100, l'amidon soluble préparé au laboratoire donne une chute de 14°,6 pour 100. Pour l'amidon artificiel Maquenne, on a obtenu 17°,7 pour 100. Malgré ces variations, tous ces produits amylacés présentent la même propriété fondamentale, à savoir que la chute de rotation se produit dès le début de l'action de la

(¹) *Moniteur scientifique de Quesneville*, 1887, livr. 545, p. 533 à 540.

soude et reste stationnaire pendant 24 heures. Ces données permettent d'apprécier le degré de pureté de ces produits : une dextrine ayant une rotation stable est certainement exempte de sucre, et l'intensité de la chute qui se déclare permet de déterminer la nature et même approximativement la quantité du sucre qui s'y trouve présent.

Avec le glucose, par contre, en $5^h 30^m$ et en 24 heures la chute de rotation est respectivement de 48 et 91 pour 100 dans le cas de solutions de 4 à 5 pour 100 de sucre. Quand il s'agit de solutions à 0,5-1 pour 100, la neutralité optique est à peu près atteinte en 24 heures. Avec des quantités de glucose encore plus faibles, on arrive à une rotation gauche.

Le maltose donne une chute de 25 pour 100 en 5 heures et demie et de 50 pour 100 en 24 heures; cette chute varie entre 48° et 52°, suivant qu'il s'agit d'une solution de maltose contenant de 0,5 à 4 pour 100; elle est de 48° avec 0,5-1 pour 100 de sucre et devient plus prononcée avec l'accroissement de la dose de sucre. L'écart entre la chute de rotation du maltose et du glucose reste encore assez sensible pour qu'on puisse déceler la présence simultanée des deux sucres. De plus, une chute dépassant sensiblement 52 pour 100 de rotation dans un liquide contenant à la fois dextrine, maltose et glucose est un indice certain de la présence du dernier de ces corps.

Action de la soude sur un mélange de glucose et de maltose.

Nos.	Composition pour 100^{cm^3}. Maltose.	Glucose.	Dissolvant.	Rotation. Début.	Après 24 h.	Chute de rotation % (degrés).	Chute due au glucose.
	g	g		°	°		
1.	1,5	0	H^2O	17,84	17,84	48,2	0
2.	1,5	0	Na OH	–	9,23		
3.	1,5	0,3	H^2O	–	19,75	54,8	54°,8-48°,2 = **6°,6**
4.	1,5	0,3	Na OH	–	8,92		
5.	1,5	0,75	H^2O	–	23,89	60,6	60°,6-48°,2 = **12°,4**
6.	1,5	0,75	Na OH	–	9,39		

La solution de maltose à 1,5 pour 100 donne une chute de rotation de 48,2 pour 100; l'addition 4 de $0^g,3$ de glucose ramène la chute à 54°,8; les 6°,6 supplémentaires étant dus au glucose ajouté. La différence s'accentue avec l'augmentation de la dose de glucose 6.

Amidon soluble, dextrines-réductrices et maltose.

Nos.	Composition pour 100cm³.	Maltose ajouté % cm³.	Chute totale % degrés en 24 h.	Chute % degrés due au maltose.	Chute calculée due au maltose.
					°
1.	0g,8757 amidon soluble	0	14,6	0	0
2.	» » »	0,2471	20,1	(20,1-14,6)=5,5	5,92
3.	» » »	0,1235	17,4	(17,4-14,6)=2,8	3,22
4.	» » »	0,0618	16,1	(16,1-14,6)=1,5	1,69
5.	1g,63 dextr. réd. dont 0g,23 malt.	0	15,8	(15,8-16)<0	3,57
6.	2g,875 » » » 0,75 » .	0	15,2	(15,2-16)<0	6,86
7.	1g,63 de produit de l'exp. n° 5 plus	0,75	24,1	(24,1-16)=8,1	11,35
8.	3g,237 dextr. de bière dont 0,517 malt......................	0	14,3	(14,3-16)<0	4,14

Sous l'action de la soude la rotation de 100° de l'amidon soluble subit une chute de 14°,6; l'addition de 0g,0618 de maltose 4 ramène la chute à 16°,1 pour 100 dont 1°,5 sont dus à la présence du maltose. En ajoutant une dose double 3 et quadruple 2 de maltose, la chute due à celui-ci s'accentue. Dans une Note précédente ([1]), j'ai fait ressortir qu'au cours de la saccharification diastasique il se forme dès le début des dextrines réductrices à côté du maltose libre. Les méthodes actuellement en usage ne sont pas appropriées pour différencier ces deux états de maltose qui tous les deux réduisent la liqueur cupro-potassique. La nouvelle méthode donne à cet égard des indications précises. En effet, le 8 du tableau ci-dessus se rapporte à une dextrine précipitée par l'alcool d'une bière de fermentation basse. Cette dextrine titre 15,9 pour 100 de maltose d'après la méthode Bertrand. Or, par la nouvelle méthode, on acquiert la preuve qu'elle ne contient point de maltose libre : en effet, la chute de rotation reste stationnaire au cours de l'action de la soude, et la chute totale en 24 heures est même un peu moindre que celle de la dextrine seule. Dans 5 et 6, il s'agit de deux dextrines assez riches en réducteurs (exprimés en maltose) retirées d'un empois saccharifié et ensuite fermenté à fond. Comme toutes les dextrines donnent avec NaOH une chute de 16 pour 100 en utilisant ce coefficient nous voyons que la chute due au maltose de ces deux dextrines est nulle. Dans le 7 on emploie une de ces deux dextrines 5 additionnée de maltose dont la présence est aussitôt révélée par la chute de rotation

([1]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 198.

supplémentaire de 8°,1. Dans la dernière colonne du tableau, ces résultats sont contrôlés par le calcul suivant : d'après la teneur du liquide en maltose et en dextrine, on calcule leur rotation (maltose = 130°,5, dextrine = 182° pour 10^g pour 100$^{cm^3}$), ainsi que la rotation due au maltose seul pour 100 de rotation totale. Exemple : dans l'essai 2 0^g,8757 d'amidon et 0^g,2471 de maltose ont une rotation totale de 19°,15, dans laquelle le maltose et l'amidon interviennent respectivement pour 16°,8 et 83°,2 pour 100. La chute respective des deux corps étant 50 et 14,6 pour 100, soit 8°,4 + 12°,14 = 20°,52 pour 100 de rotation totale, la chute due au maltose est donc de 20°,52 — 14°,6 = 5°,92 pour 100. On arrive aussi au même résultat en multipliant directement 16°,8 par le coefficient 0,354. Dans les essais 1 à 4 les valeurs trouvées et calculées sont sensiblement les mêmes, parce qu'il ne s'agit pas de maltose combiné. Au contraire, dans 5 et 6 le maltose est entièrement combiné et la soude ne provoque point de chute supérieure à celle de la dextrine. Dans le 7, on a trouvé que sur 100° de rotation totale on devrait avoir une chute supplémentaire de 11°,35 si tout le maltose était libre. En réalité on a constaté une chute de 8°,1 et, en effet, la composition du liquide montre que sur la totalité des réducteurs présents, il y en a seulement trois quarts environ à l'état libre (maltose ajouté).

M. **H. Lecomte** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de disposer pour la Bibliothèque de l'Institut la 44e livraison, soit le fascicule 7 du volume III de la *Flore générale de l'Indochine*, publiée par mon Service du Muséum et sous ma direction.

Ce fascicule comprend :

1° La fin de la famille des Myrsinacées par M. J. Pitard, décédé ;

2° Les deux familles des Sapotacées, par M. Henri Lecomte.

Ces deux dernières familles comportent surtout des espèces arborescentes; elles tiennent par conséquent une place importante dans la flore indochinoise.

Les Sapotacées sont essentiellement des arbres à latex; c'est de quelques espèces du genre *Palaquium* qu'on extrait la gutta-percha; le même genre est représenté en Indochine, et de l'espèce *P. obovatum* on a retiré une substance ayant, dit-on, quelques caractères de la gutta.

Quant à la famille des Ébénacées, elle contient les genres *Diospyros* et *Maba*, qui sont les producteurs de bois d'ébène.

Ce travail considérable de la Flore d'un grand pays comme l'Indochine comprendra 7 tomes d'environ 1000 pages, avec planches hors texte et nombreuses vignettes dans le texte. Ce travail fut entrepris il y a 25 ans grâce aux matériaux rassemblés au Muséum et donnés par le Dr Thorel, Harmand, Pierre, Chevalier, Lecomte et Finet, ou acquis de Balansa, Père Bon, etc.

A ces collections déjà considérables se sont ajoutées, dans ces dernières années, les récoltes de Poilane (recruté autrefois par le Service scientifique d'Indochine et par quelques inspecteurs des forêts de bonne volonté, MM. Bgaud et Brillet surtout).

Pour l'élaboration de cette Flore, je dus recourir d'abord à des collaborateurs de bonne volonté et, dès les premières années et en dehors du personnel ordinaire et malheureusement restreint, du Laboratoire de Botanique du Muséum, j'avais le bonheur de pouvoir compter sur la collaboration précieuse de quelques professeurs des Universités et de Province (M. Costantin, du Muséum et Membre de l'Institut; MM. Guérin, Dop, Pitard, Courchet et Beille) et même quelques botanistes étrangers, parmi lesquels j'ai le grand plaisir de citer le grand botaniste anglais Sir Joseph Dalton Hooker; Casimir de Candolle, de Genève; les professeurs Beccari et Martelli, de Florence. Tous ces collaborateurs signent personnellement la description des familles qui leur sont attribuées et dont ils ont la charge.

Mais pour une œuvre de longue haleine, groupant de multiples auteurs et exigeant, dans les tomes différents, l'utilisation simultanée de plusieurs imprimeries, j'ai cru bon de demander à l'un des plus actifs de mes collaborateurs, de se consacrer exclusivement à la *Flore générale de l'Indochine* et, sous le titre de Rédacteur principal, de répartir entre auteurs les matériaux d'étude, de vérifier et de compléter leurs corrections personnelles et surtout d'assurer l'exécution typographique uniforme des différentes parties de l'Ouvrage.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Minéralogie, en remplacement de M. *P. Termier* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 59,

M. Charles Jacob	obtient	....	41 suffrages
M. Léon Bertrand	»	....	15 »
M. Paul Lemoine	»	....	1 »
M. Emmanuel de Margerie	»	....	1 »
M. Charles Mauguin	»	....	1 »

M. **Charles Jacob**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1931, ouvert en la séance du 23 février, est clos en celle du 2 mars.

50 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Francœur* — MM. Émile Picard, Painlevé, Hamy, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel, Lebesgue, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Drach.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Poncelet.* — MM. Émile Picard, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Goursat, Mesnager, Borel, Drach, Jouguet.

A obtenu ensuite le plus de suffrages : M. d'Ocagne.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Valz, G. de Pontécoulant, fondation Antoinette Janssen.* — MM. Émile Picard, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Lebesgue, A. Cotton, Esclangon, Maurain.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Fichot, Ch. Fabry.

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef, prix Alexandre Givry.* — MM. Douvillé, Mangin, Lallemand, Lecomte, Fournier, Bourgeois, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, Ch. Maurain.

V. Navigation : *Prix du Ministère de la Marine, Plumey.* — MM. Émile

Picard, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Mesnager, Laubeuf, Ferrié, Fichot, Perrier, Charcot, Drach, Jouguet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, E. Borel.

VI. Physique : *Prix Kastner-Boursault, Gaston Planté, Hébert, Henri de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, fondation Clément Félix.* — MM. Émile Picard, Villard, Branly, Paul Janet, Brillouin, Perrin, A. Cotton, M. de Broglie, Ch. Fabry.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Émile Borel.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. A. Lacroix, Le Chatelier, Béhal, Urbain, Bertrand, Desgrez, Matignon, Delépine, R. Fosse.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, M. de Broglie.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Delesse, Victor Raulin, Joseph Labbé.* — MM. A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Wallerant, Mangin, L. de Launay, Sabatier, Cayeux, Ch. Jacob.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrin, A. Cotton.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de La Fons-Melicocq, de Coincy, Jean de Rufz de Lavison.* — MM. Bouvier, A. Lacroix, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard, Gabriel Bertrand, Molliard, Blaringhem.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Flahault, Viala.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny.* — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Marchal, Joubin, Mesnil, Gravier, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Richet.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut, Charles Mayer.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Vincent, Calmette, Achard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Joubin, Lapicque.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Richet, Quénu, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Caullery.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin,

Branly, Richet, Quénu, Leclainche, Bazy, Mesnil, Gravier, Vincent, Calmette, Achard.

XIV. Statistique : *Prix Montyon.* — MM. Émile Picard, Lecornu, Lecomte, Borel, M. d'Ocagne, Lebesgue, Drach.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Kœnigs.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Émile Picard, Bouvier, Bigourdan, L. de Launay, Richet, Émile Borel, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Joubin, d'Ocagne.

XVI. Ouvrages de science : *Prix Henri de Parville.* — MM. de Launay, Bourgeois, Émile Picard, A. Lacroix, Émile Borel, Gravier, Paul Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Goursat, Caullery, M. d'Ocagne.

XVII. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré.*.— MM. de Launay, Bourgeois, Émile Picard, A. Lacroix.

XVIII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel, Mme Victor Noury.* — MM. de Launay, Bourgeois, Émile Picard, A. Lacroix, Lallemand, Bouvier.

XIX. *Prix fondé par l'État* (Grand prix des sciences physiques). — MM. d'Arsonval, A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Le Chatelier, Dangeard, Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. de Launay, Gravier.

XX. *Prix Bordin.* — MM. Émile Picard, Painlevé, Lecornu, Hadamard, Goursat, E. Borel, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Deslandres, d'Ocagne.

XXI. *Prix Lallemand.* — MM. d'Arsonval, Bouvier, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Vincent, Lapicque.

XXII. *Prix Maujean.* — MM. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Joubin, Mesnil, Gravier, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Caullery, Lapicque.

XXIII. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences mathématiques pures ou appliquées).—

MM. Émile Picard, Painlevé, Bigourdan, Lecornu, Hadamard, Émile Borel, Fichot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Lebesgue.

XXIV. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences naturelles). — MM. Roux, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Mangin, Dangeard, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lecomte, Mesnil.

XXV. *Prix Jean Reynaud.* — MM. Émile Picard, d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Breton, E. Borel, Molliard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bouvier, d'Ocagne.

XXVI. *Prix du Baron de Joest.* — MM. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Breton, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Ocagne, Caullery.

XXVII. *Prix Parkin.* — MM. Roux, A. Lacroix, Bigourdan, Douvillé, Richet, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Cayeux, Maurain.

XXVIII. *Prix Saintour.* — MM. Émile Picard, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Kœnigs, Émile Borel, Cotton.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lebesgue, d'Ocagne.

XXIX. *Prix Lonchampt.* — MM. d'Arsonval, Roux, A. Lacroix, Mangin, Richet, Leclainche, Gabriel Bertrand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Dangeard, Vincent.

XXX. *Prix Henry Wilde.* — MM. Émile Picard, A. Lacroix, Bigourdan, Hamy, Kœnigs, Borel, Perrin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Deslandres, G. Bertrand.

XXXI. *Prix Hélène Helbronner-Fould.* — MM. de Launay, Bourgeois, Émile Picard, A. Lacroix, Blondel, Paul Janet, Breton, M. d'Ocagne, M. de Broglie, Desgrez, Séjourné, Charcot, Helbronner, A. de Gramont.

XXXII. *Fondation Roy-Vaucouloux.* — MM. Roux, Richet, Quénu, Bazy, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Gravier, Lapicque.

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° FAUNE DE FRANCE, 21. *Mollusques terrestres et fluviatiles* (première partie), par LOUIS GERMAIN. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

2° *Contribution à l'étude du peuplement des Iles Britanniques*, par W. S. BRISTOWE, J. CARDOT, W. E. CHINA, L. DUPONT, H. HEIM DE BALSAC, L. JOLEAUD, MARTIN, E. MOSELY, J. SAINTE-CLAIRE DEVILLE, B. P. UVAROV, A. J. WILMOTT. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

3° *Measures of double Stars*, by FRANCIS P. LEAVENWORTH, *with which are included The Measures by* WILLIAM O. BELL.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la recherche des équations $s = f(x, y, z, p, q)$ intégrables par la méthode de Darboux.* Note de M. PASQUIER, présentée par M. E. Goursat.

La recherche des équations $s = f(x, y, z, p, q)$ qui admettent, pour l'un ou l'autre de leurs systèmes de caractéristiques, un invariant autre que x ou y se fait, en général, par l'application à ces équations de conditions nécessaires, mais non suffisantes. Un premier groupe de conditions est constitué par les conditions (C) de M. Gau, les conditions (Γ) de M. Gosse et les conditions (G) ou (H) de M. Lainé. Leur application particularise la forme de $f(x, y, z, p, q)$. Il arrive cependant que cette forme demeure trop imprécise pour qu'on puisse trancher le débat.

La remarque suivante peut être utile dans certain cas.

Supposons que l'on connaisse une transformation de Bäcklund qui permette de passer d'une équation du second ordre (E) à une autre (E'). M. Goursat a démontré qu'à tout invariant de (E) correspond un invariant de (E'). Pour que (E) ait un invariant, il faudra donc que (E') satisfasse à l'un des systèmes de conditions qui vient d'être rappelé. Or, parce que ces conditions sont seulement nécessaires, il se peut qu'elles soient satisfaites par (E) sans l'être par (E'). On a ainsi un moyen de poursuivre l'étude de (E).

Considérons par exemple

$$(\mathrm{E}) \qquad s = \frac{a(p).b(q)}{1 - e^{x+y}},$$

où a et b sont définis par $a + 1 = e^{a-p}$, $b + 1 = e^{b-q}$. (E) satisfait aux conditions (Γ_x) et (Γ_y) de M. Gosse.

Posons $\frac{\partial u}{\partial y} = q_1$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial y} = s_1$. On passe de l'équation (E) à l'équation de M. Gau

$$(\mathrm{E}') \qquad s_1 = \left(\frac{e^u}{1 - e^{x+y}} - 1 \right) q_1 + \frac{e^u - 1}{(1 - e^{x+y})^2}$$

par les formules de transformation

$$p = e^u - u - 1, \qquad q = e^v - v - 1, \qquad e^v = (1 - e^{x+y}) q_1 + 1.$$

Or, pour l'équation (E'), la condition (Γ_y^1), $\Delta_1^x \mu + \mu \frac{\partial f}{\partial q_1} = 0$, est satisfaite par $\mu = \frac{1}{q_1 + \frac{1}{1 - e^{x+y}}}$, tandis que la condition (Γ_y^2) mène à des incompatibilités.

On peut en conclure que (E') n'a pas d'invariant du système Y et que, par conséquent, (E) n'est pas de la première classe.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une propriété de la mesure de M. Lebesgue.* Note de MM. **J. Schreier** et **St. M. Ulam**, présentée par M. Émile Borel.

M. Lebesgue a prouvé le théorème suivant, d'unicité de la mesure :

« Une fonction F d'ensembles, définie pour les ensembles plans mesurables et remplissant les conditions :

1° $F(E_1 + E_2 + \ldots E_n + \ldots) = F(E_1) + F(E_2) + \ldots F(E_n) + \ldots$ pour chaque suite d'ensembles disjoints $\{E_n\}$;

2° $F(Q) = 1$, Q désignant le carré fondamental dans le plan;

3° $F(E) = F(E')$ pour deux ensembles E, E' congruents (dans le sens de la géométrie élémentaire),

coïncide nécessairement avec la mesure qu'il a définie. »

Nous généraliserons ce théorème en introduisant d'une façon convenable la notion de congruence relative des ensembles.

Soient notamment φ et ψ deux fonctions continues de variable réelle, ne s'annulant que sur des ensembles dénombrables, finis ou vides.

Deux ensembles E et E′ seront dits « congruents relativement aux fonctions φ et ψ », en symboles : $E \sim E'$, s'il existe deux constantes c et d, telles que la transformation $x' = x + c.\varphi(y)$, $y' = y + d.\psi(x)$ transforme E en E′.

Évidemment, si φ et ψ se réduisent à deux constantes $\neq 0$, l'opération considérée est une translation.

Voici la généralisation du théorème de M. Lebesgue :

Théorème. — *Toute fonction* F *d'ensembles plans mesurables* (L) *remplissant les conditions* 1°, 2° *et* 3′ $F(E') = F(E)$ *si* $E' \sim E$, *est identique à la mesure de* E *au sens de M. Lebesgue.*

On déduit de ce théorème *l'unicité de la mesure des ensembles de droites du plan*, ce qui fournit une solution d'un problème proposé par M. H. Steinhaus [*Sur la portée pratique et théorique de quelques théorèmes sur la mesure des ensembles de droites* (*C. R. du Ier Congrès de Math. des pays slaves*)] et qui se rattache à la Théorie des probabilités. Une droite du plan étant définie par sa distance $p = OP$ d'un point fixe O et par l'angle ϑ entre OP et l'axe fixe $O\infty$, à tout ensemble D de droites correspond un ensemble ponctuel E du plan cartésien (ϑ, p). MM. Cartan [cf. les renvois de la Note : *Sur les probabilités géométriques* de M. Hostinsky (*Publications de la Faculté des Sciences de l'Université Masaryk*, 50, 1925)] et Deltheil [*Probabilités géométriques. Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications* de M. E. Borel, 2, II (Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1926)] mesurent D en lui attribuant par définition la mesure de Lebesgue de l'ensemble E. Cette mesure ne change pas quand l'ensemble D se déplace en restant congruent (dans le sens de la géométrie élémentaire) à lui-même.

Réciproquement, chaque fonction des ensembles de droites absolument additive, normée d'une façon convenable et attribuant les mêmes valeurs à des ensembles congruents de droites, donne lieu, si l'on effectue la transformation indiquée, à une fonction des ensembles ponctuels du plan.

Cette fonction remplit les conditions 1°, 2° et, comme il est aisé à calculer, aussi 3′, la fonction φ ayant dans le cas considéré la valeur constante 1 et ψ étant égale à $\cos\vartheta$.

Conformément à notre théorème, cette fonction doit donc être égale à la mesure de Lebesgue; la fonction des ensembles de droites est par suite identique à la mesure de Cartan et Deltheil, ce qui signifie l'unicité de cette mesure.

Démonstration du théorème. — D'après un résultat de M. Sierpinski [*Sur la définition axiomatique des ensembles mesurables* (L) (*Bull. de l'Acad. des Sc. Cracovie*, 1918)], pour qu'une fonction d'ensembles, remplissant les conditions 1° et 2°, soit identique à la mesure de M. Lebesgue, il faut et il suffit qu'elle prenne pour les carrés aux côtés parallèles aux axes des valeurs propres, c'est-à-dire égales à leur aire.

Il suffit donc de montrer qu'une fonction remplissant 3′ jouit de cette propriété. Comme il est aisé de le voir, il suffit dans ce but de montrer que la fonction F prend des valeurs égales pour deux carrés A et B, équivalents par une translation.

Les conditions étant symétriques par rapport à x et y, il est légitime d'admettre que le carré A a pour base l'intervalle (0, 1) de l'axe des x et que le carré B s'obtient de A en augmentant les ordonnées de ses points d'une valeur fixe a.

Il s'agit de prouver que $F(A) = F(B)$. Remarquons d'abord que s étant un segment parallèle à l'un des axes (à l'axe des y par exemple), on a $F(s) = 0$; car en effectuant les transformations

$$(x'_1, y') = \left(x + \frac{1}{n}\varphi(y), y\right) \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

on obtient une suite d'ensembles congruents, qui deux à deux ont un ensemble au plus dénombrable de points communs. Ces ensembles ont donc tous la même mesure; l'ensemble somme étant mesurable, il vient $F(s) = 0$. Ceci établi, il résulte de l'additivité complète de la fonction F que, R étant un rectangle, F(R) tend vers zéro avec la largeur de la base de ce rectangle. Par hypothèse, les points x où $\psi(x)$ s'annule peuvent être enfermés dans un nombre fini d'intervalles de longueur totale très petite.

Le reste de l'intervalle (0, 1) peut être divisé en un nombre fini d'intervalles (α_i, β_i) $[i \leq k]$ si petits, que l'oscillation de la fonction ψ soit dans chacun d'eux très petite. Transformons chaque rectangle R_i de base (α_i, β_i) et de hauteur l, à l'aide de la transformation

$$x' = x, \qquad y' = y + \frac{a}{\psi(\alpha_i)}\psi(x).$$

Par conséquent

$$F(R_1) + \ldots + F(R_k) = F(R'_1) + \ldots + F(R'_k),$$

et comme, d'une part, l'ensemble $R_1 + \ldots + R_k$ diffère très peu du carré A et, d'autre part, $R'_1 + \ldots + R'_k$ diffère très peu de B (dans ce sens que la

différence entre ces ensembles peut être renfermée dans un nombre fini de rectangles de base ou de hauteur très petite), la différence $|F(A)-F(B)|$ est aussi petite que l'on veut. Donc $F(A)=F(B)$.

ÉLASTICITÉ. — *Sur les vibrations tournantes d'un corps limité par une surface de révolution.* Note de M. A. **Lokchine**, présentée par M. Mesnager.

La vibration étant symétrique relativement à l'axe du corps, l'équation du mouvement est

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(r^3\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(r^3\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{\gamma}{g\mathrm{G}}r^3\frac{\partial^2 p}{\partial t^2};$$

p, l'angle dont tourne le cercle de rayon r, de la section transversale, distante de x de l'origine des coordonnées. Posons $p=\mathrm{F}\cos(kt+\varepsilon)$, où F est une fonction de x et r, il vient

$$(1)\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(r^3\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(r^3\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial r}\right)+m^2r^3\mathrm{F}=0,\qquad \text{avec } m^2=\frac{\gamma k^2}{g\mathrm{G}}.$$

Il faut intégrer l'équation (1) et satisfaire aux conditions $\frac{\partial p}{\partial n}=0$ pour la surface libre et $p=0$ dans la surface immobilisée. Introduisons les coordonnées ξ et η liées à x et r par $x+ir=f(\xi+i\eta)$. Nous aurons

$$(2)\qquad \frac{\partial}{\partial \xi}\left(r^3\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}\right)+\frac{\partial}{\partial \eta}\left(r^3\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}\right)+\frac{m^2}{h^2}r^3\mathrm{F}=0;\qquad h^2=\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2+\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2.$$

Pour la vibration du corps limité par une surface conique et des surfaces sphériques, prenons $x+ir=ce^{\xi+i\eta}$ et portons dans l'équation (2). Cela donne

$$\frac{\partial^2 \mathrm{F}}{\partial \xi^2}+3\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \xi}+\frac{\partial^2 \mathrm{F}}{\partial \eta^2}+3c\operatorname{tang}\eta\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}+m^2c^2e^{2\xi}\mathrm{F}=0.$$

Considérons le mouvement vibratoire, où F ne dépend que de ξ,

$$\mathrm{F}=\frac{1}{\rho^2}\left[\mathrm{A}\left(\frac{\sin m\rho}{m\rho}-\cos m\rho\right)+\mathrm{B}\left(\sin m\rho+\frac{\cos m\rho}{m\rho}\right)\right],\qquad \rho=ce^{\xi}.$$

Nous satisfaisons à la condition sur la surface conique $\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \eta}=0$.

Dans le cas du corps avec une extrémité pointue

$$\mathrm{F}=\mathrm{A}\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\sin m\rho}{m\rho}-\cos m\rho\right).$$

Si l'autre bout pour $\rho = R$ est fixe, on a pour mR l'équation $\operatorname{tang} mR = mR$. La plus petite valeur de mR différente de zéro est $4,4934$; à celle-ci correspond $K = \frac{4,4934}{R}\sqrt{\frac{gG}{\gamma}}$. Passons à la vibration du corps limité par des surfaces paraboloïdales. Posons $x + ir = (\xi + i\eta)^2$. L'équation (2) devient

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + \frac{3}{\xi}\frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + \frac{3}{\eta}\frac{\partial F}{\partial \eta} + 4m^2(\xi^2 + \eta^2)F = 0.$$

Soit $F = uv$, où u ne dépend que de ξ et v de η. Les équations, qui définissent u et v, sont les suivantes :

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} + \frac{3}{\xi}\frac{du}{d\xi} + 4(m^2\xi^2 + \lambda)u = 0, \qquad \frac{d^2 v}{d\eta^2} + \frac{3}{\eta}\frac{dv}{d\eta} + 4(m^2\eta^2 - \lambda)v = 0.$$

Prenons les variables $s = \xi^2$ et $\zeta = \eta^2$, introduisons-les dans ces équations et posons $u = \varphi s$ et $v = \theta\zeta$. Nous obtenons

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2} + \left(m^2 + \frac{\lambda}{s}\right)\varphi = 0, \qquad \frac{d^2\theta}{d\zeta^2} + \left(m^2 - \frac{\lambda}{\zeta}\right)\theta = 0.$$

Nous trouvons les valeurs de m et λ pour le corps pointu avec l'autre extrémité fixe, en résolvant le système des équations

$$u(\alpha) = 0, \qquad \left(\frac{dv}{d\eta}\right)_{\eta=\beta} = 0,$$

$u(0)$ et $v(0)$ doivent être finis, $\xi = \alpha$ au bout fixe et $\eta = \beta$ à la surface libre. Dans ce cas u et v sont sous la forme d'intégrales définies

$$u = A\int_0^1 \cos\left[2m\xi^2\left(z - \frac{1}{2}\right) + \frac{\lambda}{2m}\log\frac{z}{1-z}\right]dz,$$
$$v = B\int_0^1 \cos\left[2m\eta^2\left(z - \frac{1}{2}\right) - \frac{\lambda}{2m}\log\frac{z}{1-z}\right]dz.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les mouvements permanents possibles d'un fluide pesant.* Note de M. **Henri Poncin.**

Nous considérons le mouvement permanent et irrotationnel d'un fluide pesant en écoulement sur une paroi courbe indéfinie S. Soient q le débit de cet écoulement, H la profondeur, V la vitesse limite en amont et f le potentiel complexe qui correspond au mouvement étudié. Nous avons

montré (¹) comment on peut déterminer la fonction $z(F) = x(F) + iy(F)$ qui réalise la représentation conforme du domaine fluide sur une bande indéfinie D du plan $F = \frac{f}{q} - \frac{i}{2}$. Dans le cas où l'inclinaison de la paroi varie de façon continue d'amont en aval la fonction $z(F)$ est holomorphe dans D et sur son contour. Si l'on étudie les variations de la pression au sein du fluide on constate que le minimum de cette fonction est atteint en un point de S pour lequel la concavité est dirigée dans le sens de la verticale descendante. Si nous considérons d'autre part deux points d'une même ligne équipotentielle situés, l'un M sur la paroi solide, l'autre N sur la surface libre, les affixes de ces points sont liés par la relation $z(M) = e^{-iD}x(N) + ie^{-iD}y(N)$, qui permet d'exprimer la valeur de la pression au point M en fonction des éléments géométriques du profil libre au point N. La condition $p(M) > 0$ se traduit ainsi par certaines propriétés géométriques du profil libre. Dans le cas général, où la pression extérieure a une valeur donnée, l'écoulement permanent est physiquement impossible si cette pression est trop faible relativement au rayon de courbure minimum de la paroi. On peut alors concevoir l'existence de mouvements permanents pour lesquels le fluide cesse de glisser tout le long de la paroi et laisse au contact de celle-ci, suivant la manière dont a été amorcé le mouvement, soit une cavitation à pression constante soit une plage de fluide qui ne participe pas au mouvement. Dans ces conditions les formules

$$w = \frac{df}{dz}, \qquad f = \frac{2q}{\pi}\log\left[2\xi_{30}\left(-\frac{\omega_3}{i\pi}\log z\right)\right]$$

réalisent la représentation conforme du domaine fluide sur une demi-couronne circulaire $\rho < |z| < 1$. Les portions de S sur lesquelles glisse le fluide en amont et en aval ont leurs images sur l'axe réel du plan Z. Ceci posé, si nous désignons par $f(r, s)$ la valeur de la partie réelle de la fonction $\omega = i\log\frac{w}{V}$ au point $P(re^{is})$, par $g(r, s)$ la valeur de sa partie imaginaire et par $h(r, s)$ la dérivée de la partie réelle prise dans la direction OP, nous voyons que la fonction $\omega(Z)$ est déterminée par les conditions :

$$(1) \quad \left\{\begin{aligned} &\omega(-1) = 0,\\ &f(r, 0) = \theta(X),\\ &f(r, \pi) = \theta(X),\\ &h(1, s) = \mu\,\varphi_1(s)\,e^{-3g(1,s)}\sin f(1, s),\\ &\rho\,h(\rho, s) = \mu\,\varphi_2(s)\,e^{-3g(\rho,s)}\sin f(\rho, s), \end{aligned}\right.$$

(¹) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 17.

où $\mu = \frac{2g}{\pi}\frac{H}{V^2}$. $\theta(X)$ est une fonction donnée de X qui s'annule pour $X = \pm 1$ et où les fonctions $\varphi_1(s)$ et $\varphi_2(s)$ sont définies par les formules

$$\varphi_1(s) = \frac{\omega_3}{\pi}\left[\zeta\frac{\omega_3}{\pi}s - \zeta_3\frac{\omega_3}{\pi}s\right], \qquad \varphi_2(s) = \frac{\omega_3}{\pi}\left[\zeta_1\frac{\omega_3}{\pi}s - \zeta_2\frac{\omega_3}{\pi}s\right].$$

La fonction φ_2 est identiquement nulle dans le cas où il existe au contact de S une plage de fluide mort. La fonction ω_1, qui correspond à $\mu = 0$, s'obtient en utilisant une formule de M. H. Villat [1]

$$\begin{aligned}\omega_1(Z) = {} & \frac{\omega_3}{\pi^2}\int_\rho^1 f(r,\pi)\left[\zeta_3\left(\frac{\omega_3}{i\pi}\log\frac{r}{Z}\right) - \zeta_3\left(\frac{\omega_3}{i\pi}\log rZ\right)\right]\frac{dr}{r} \\ & - \frac{\omega_3}{\pi^2}\int_\rho^1 f(r,0)\left[\zeta\left(\frac{\omega_3}{i\pi}\log\frac{r}{Z}\right) - \zeta\left(\frac{\omega_3}{i\pi}\log rZ\right)\right]\frac{dr}{r}.\end{aligned}$$

A partir de cette fonction. nous pouvons définir une suite indéfinie de fonctions analytiques dans D en remplaçant les deux dernières conditions (1) par les conditions

$$(2) \qquad \left\{\begin{aligned} h_n(1,s) &= \mu\,\varphi_1(s)\,e^{-3g_{n-1}(1,s)}\sin f_{n-1}(1,s), \\ \rho\,h_n(\rho,s) &= \mu\,\varphi_2(s)\,e^{-3g_{n-1}(\rho,s)}\sin f_{n-1}(\rho,s).\end{aligned}\right.$$

Les fonctions successives $f(r,s)$ ont alors pour expressions :

$$\begin{aligned} f_n(1,s) = f_1(1,s) &+ \mu\int_0^\pi e^{-3g_{n-1}(1,u)}\sin f_{n-1}(1,u)\varphi_1(u)M_1(u,s)\,du \\ &- \mu\int_0^\pi e^{-3g_{n-1}(\rho,u)}\sin f_{n-1}(\rho,u)\varphi_2(u)M_2(u,s)\,du, \\ f_n(\rho,s) = f_1(\rho,s) &+ \mu\int_0^\pi e^{-3g_{n-1}(1,u)}\sin f_{n-1}(1,u)\varphi_1(u)M_2(u,s)\,du \\ &- \mu\int_0^\pi e^{-3g_{n-1}(\rho,u)}\sin f_{n-1}(\rho,u)\varphi_2(u)M_1(u,s)\,du,\end{aligned}$$

où $M_1(u,s)$ et $M_2(u,s)$ sont les noyaux symétriques

$$M_1(u,s) = -\frac{1}{\pi}\left[\log\frac{\sigma\frac{\omega_3}{\pi}|u-s|}{\sigma\frac{\omega_3}{\pi}|u+s|} + 2\eta_3\omega_3\frac{us}{\pi^2}\right]$$

et

$$M_2(u,s) = -\frac{1}{\pi}\left[\log\frac{\sigma_1\frac{\omega_3}{\pi}|u-s|}{\sigma_1\frac{\omega_3}{\pi}|u+s|} + 2\eta_3\omega_3\frac{us}{\pi^2}\right]$$

[1] *Rendiconti del Circolo mat. di Palermo*, **33**, 1912, p. 134, et *Acta math.*, **40**, 1916, p. 101.

et l'on démontre que si le paramètre μ est assez petit les fonctions ω_n convergent uniformément vers une fonction limite. A chaque fonction ω_n correspond dans le plan z un mouvement M_n. On peut en utilisant les formules obtenues déterminer le nombre n de façon telle que dans une région déterminée du plan z la distance des mouvements M_n et M soit arbitrairement petite ou bien de façon telle que l'oscillation de la pression sur le profil libre qui correspond au mouvement M_n soit arbitrairement petite. La forme même des approximations permet indépendamment de tout calcul de trouver certaines propriétés des mouvements approchés qui se transmettent au mouvement réel. Si la paroi S est décroissante d'amont en aval la fonction $f(s)$ qui définit l'inclinaison du profil libre admet comme dominante la solution de l'équation intégrale linéaire à noyau de Schmidt positif

$$F(s) = F_1(s) + \mu \int_0^{\pi} F(u)\varphi_1(u) M_1(u, s)\, du.$$

Le module τ des fonctions elliptiques qui interviennent dans ces calculs est arbitraire et les périodes s'en déduisent par la relation $\omega_1 = \pi\theta_2(0)\theta_2(0)$.

En faisant varier ce module on obtient ainsi une famille de mouvements permanents, physiquement possibles, correspondant à une paroi de forme donnée. Dans le cas limite où τ peut être nul on retombe sur le cas étudié dans une Note précédente.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie de la diffusion.* Note de M. **B. Hostinský**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit T l'intérieur d'un vase fermé rempli d'eau. Supposons qu'il n'y ait pas de courants visibles dans T et qu'un grand nombre de petits grains solides s'y meuvent indépendamment les uns des autres. Chaque grain se meut parce qu'il subit des chocs moléculaires de la part des molécules de l'eau et parce qu'il est soumis à l'action d'une force dont les composantes (X, Y, Z) sont fonctions données de la position (x, y, z) du grain. Le nombre u de grains par centimètre cube satisfait, d'après Smoluchowski (qui a considéré le mouvement sur une droite; voir *Annalen der Physik*, 4e série, 48, 1915, p. 1103), à l'équation

$$(1)\qquad \frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u - \beta\left[\frac{\partial(X_u)}{\partial x} + \frac{\partial(Y_u)}{\partial y} + \frac{\partial(Z_u)}{\partial z}\right]$$

dans T et à la condition

$$D\frac{\partial u}{\partial n} - \beta F_n u = 0 \tag{2}$$

sur la paroi Σ; D (coefficient de diffusion) et β sont deux constantes, F_n désigne la composante de la force (X, Y, Z) prise suivant la normale n de Σ.

Deux points $A(x_0, y_0, z_0)$ et $B(x, y, z)$ dans T étant donnés, cherchons à déterminer une fonction $u_0(A, B, t)$ par les conditions suivantes : u_0 satisfait, considérée comme fonction des coordonnées x, y, z de B, aux conditions (1) et (2), B étant différent de A; elle est positive et l'on a

$$\iiint_T u_0(A, B, t)\, d\tau_B = 1 \quad \text{(pour tout point A et pour } t > 0\text{)}, \tag{3}$$

$d\tau_B$ étant l'élément de volume en B; enfin

$$\lim_{t=0} u_0(A, B, t) = 0 \quad \text{(si A est différent de B).} \tag{4}$$

L'expression $u_0(A, B, t)\, d\tau_B$ donne la probabilité pour qu'un grain qui se trouve d'abord en A, soit, après t secondes, à l'intérieur de $d\tau_B$; elle est proportionnelle au nombre de grains qui se trouvent dans cet élément et qui, avant t secondes, étaient tous en A.

Supposons que u_0 puisse s'exprimer par une série de la forme

$$\sum_{i=0}^{\infty} C_i(A)\,\varphi_i(B)\,e^{-\lambda_i t} \tag{5}$$

dont les coefficients C_i dépendent de A. Pour déterminer les fonctions φ_i et les constantes λ_i, substituons (5) à la place de u dans (1) et dans (2). L'équation aux dérivées partielles ainsi obtenue pour φ_i n'est pas identique avec son adjointe. La recherche des φ_i et des λ_i dépend d'une fonction de Green; cette fonction entre dans le noyau d'une équation de Fredholm homogène où figure une intégrale triple et une intégrale double. D'après Poincaré (*Leçons de Mécanique céleste*, 3, 1910, nos 158-160), qui s'est occupé d'un problème analogue, les méthodes connues pour résoudre l'équation de Fredholm ordinaire s'appliquent encore à ce genre de problèmes sans modification essentielle.

2. Prenons, au lieu de (2), la condition plus simple $u = 0$ sur Σ. La fonction de Green s'annule dans ce cas sur Σ et l'intégrale double dans l'équation de Fredholm disparaît. Les fonctions φ_i sont alors solutions de

l'équation de Fredholm homogène ordinaire et elles forment avec les solutions $\psi_1, \psi_2, \ldots$ de l'équation adjointe un système biorthogonal et normal. Multiplions les deux membres de (5) par $\psi_i(B)$, intégrons par rapport à B, T étant le domaine d'intégration, et faisons ensuite tendre t vers zéro. Les conditions (3) et (4) montrent que le premier membre de (5) se réduit, après toutes ces transformations, à $\psi_i(A)$, de sorte que $C_i(A) = \psi_i(A)$; nous avons donc

$$u_0(A, B, t) = \varphi_0(B) + \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i(A)\, \varphi_i(B)\, e^{-\lambda_i t}. \tag{6}$$

Ici $\varphi_0(B)$ désigne la limite de u_0 pour t infini. Dans le cas où il n'y a pas de forces (X, Y, Z), u_0 est symétrique en A et en B et l'on a $\varphi_0 = \text{const.}$ La probabilité u_0 tend vers une valeur constante quand t augmente indéfiniment. Ce cas particulier est au fond identique avec le problème de la chaleur dans le conducteur T solide isotrope et homogène; la température u_0 tend vers une valeur constante quand t augmente indéfiniment. La question se pose si le développement (6) reste valable encore pour les conditions aux limites telles que (2).

3. S'il y a des courants variables dans T, la densité de probabilité $U(A, B, t, \tau)$ du passage de A en B dépend à la fois de sa durée t et de l'époque τ où le grain se trouve en A et l'on a

$$U(A, B, t+t', \tau) = \iiint_T U(A, M, t, \tau)\, U(M, B, t', \tau + t)\, d\tau_M, \tag{7}$$

d'après S. Chapman (*Proceedings of the Royal Society*, A, 119, 1928, p. 39). L'équation (7) admet des solutions de la forme $\Sigma \Phi_i(B) \Psi_i(A) f_i(t, \tau)$ où Φ_i et Ψ_i forment un système biorthogonal dans T et où les $f_i(t, \tau)$ satisfont à l'équation fonctionnelle

$$f(t+t', \tau) = f(t, \tau) f(t', \tau + t).$$

Sous certaines hypothèses une fonction U positive qui satisfait à (7) admet, pour t infini, une valeur limite qui ne dépend que du point B.

OPTIQUE. — *Nouvelle hypothèse sur le rayonnement et sur l'optique des corps en mouvement.* Note de M. **A. Sesmat.**

1. *Principe fondamental.* — La croyance à un éther mécanique autorisait, ou même imposait, l'idée d'un rayonnement dans tout l'espace. Dès qu'on

n'admet plus l'existence d'un tel éther, on est en droit de se demander si la continuité spatiale du rayonnement est réelle, ou si au contraire le champ électromagnétique n'est pas simplement une façon d'exprimer sous forme continue les lois de phénomènes qui n'intéressent que des corps placés ici et là, comme le champ newtonien exprime sous forme continue la loi d'attractions qui ne s'exercent qu'entre des masses disséminées dans l'espace. Ce doute est d'autant plus légitime qu'on n'observe jamais aucun phénomène de rayonnement en dehors de la matière. Il est donc souhaitable, comme Walther Ritz l'insinuait déjà en 1908 [1], qu'on puisse restreindre le rayonnement à des actions, ou relations, entre sources et récepteurs matériels.

2. *La courbe de poursuite.* — Partons de ce postulat. Admettons de plus un système de référence absolument privilégié pour les lois du rayonnement, le système où l'éther classique était immobile. Si tous les corps étaient fixes dans ce système absolu, les actions iraient des sources aux récepteurs à la vitesse c suivant les *droites* qui les joignent. Quand il s'agit de corps mobiles, les faits connus montrent que le mouvement de la source n'influe pas, tandis que le mouvement du récepteur influe, sur le temps de transmission. En quoi peut consister pour nous cette influence du mouvement du récepteur? Étant admis que le rayonnement ne se fait pas dans toutes les directions, on ne peut plus prétendre que le temps de transmission soit le temps de parcours à la vitesse c de la *droite* qui va du point de départ de l'action au point de réception. Ce dernier point en effet dépend lui-même de l'instant de la réception qu'il s'agit de trouver, et la droite en question n'est déterminée qu'à ce même instant.

Notre postulat exige qu'on ne tienne compte que de la position de la source au moment du départ de l'action, et des positions successives du récepteur à mesure qu'il les occupe. Mais alors on est conduit à dire que le temps de transmission est le temps de parcours, à la vitesse c, d'une *courbe de poursuite*, c'est-à-dire d'une courbe qui, commençant au point de départ de l'action, soit dirigée à tout instant vers la position actuelle du récepteur et se termine au point de réception, à un moment déterminé par la loi même de formation de la courbe et par le rapport de la vitesse v du récepteur et de la vitesse c de la lumière.

(1) Walther Ritz, *Recherches critiques sur l'Électrodynamique générale* (*Annales de Chimie et de Physique*, 8e série, 13, 1908, p. 145-275). Étude reproduite dans *Gesammelte Werke Walther Ritz*. Paris, Gauthier-Villars, 1911, p. 317-426. Voir notamment, dans ce dernier Ouvrage, pages 331 et 368.

En quoi consiste l'action qui va ainsi de la source au récepteur? Qu'on nous permette de réserver cette question, et qu'on veuille bien voir simplement dans la courbe de poursuite et dans le voyage de l'action sur cette trajectoire un moyen de déterminer des durées de transmission, et surtout de calculer des *différences* de durées de transmission, différences qui paraissent bien être les seules données observables.

3. *Interférences.* — L'hypothèse de la courbe de poursuite conduit à une façon nouvelle de déterminer les interférences d'actions transmises par des miroirs ou vers des récepteurs *mobiles*. On fera toujours dépendre les interférences de deux actions — issues d'un même point lumineux et arrivant par deux chemins en un même point récepteur — de leur différence de marche : mais les différences de marche devront se compter sur des courbes de poursuite et non sur des droites.

4. *Réflexion.* — Une première application de ce principe des interférences généralisé donnera les lois de la réflexion pour un miroir et un récepteur entraînés dans une même translation rectiligne et uniforme (cas d'appareils immobiles par rapport à la Terre, la rotation étant négligée). Nous pouvons dire dès maintenant que les lois ainsi déduites sont *rigoureusement* les mêmes pour les corps entraînés que pour des corps qui seraient fixés dans le système absolu.

D'où, si l'on néglige les traversées des lentilles et des lames, et si l'on admet les lois classiques de la réfraction, une explication immédiate du résultat négatif de l'expérience de Michelson.

5. *Réfraction.* — Quant à la réfraction, le problème est plus complexe, puisqu'il faut faire intervenir les particules du milieu transparent. Toutefois nous pouvons signaler ici deux conséquences de nos hypothèses : c'est, d'abord, que la traversée d'un milieu matériel peut s'interpréter, au moins du point de vue *formel*, comme une suite d'actions de proche en proche se transmettant d'une particule à la suivante à la vitesse c, mais avec un *temps d'arrêt* à chaque particule, si bien que le ralentissement de la vitesse globale, $c_n < c$, dépendrait de la durée de ces arrêts ; c'est ensuite que la transmission à la vitesse c des actions de particule à particule doit se faire sur de petites droites quand le milieu est au repos, sur de petites courbes de poursuite quand il est en mouvement.

6. *Remarque.* — Une condition nécessaire, d'après notre principe, pour que tous les corps du monde puissent échanger deux à deux de l'énergie par rayonnement est qu'aucun d'eux n'ait dans le système absolu une vitesse rectiligne aussi grande que celle de la lumière.

On pourrait postuler, pour cette raison, la limitation des vitesses, et admettre une loi de variation des masses telle que la masse d'un corps deviendrait infinie si sa vitesse atteignait la valeur c. Les formules relativistes sont acceptables ici, à condition que m_0 s'entende de la masse du corps au repos dans le système absolu, et m_v de sa masse quand il a dans ce même système la vitesse v.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur un dispositif permettant l'amplification des courants photo-électriques faibles, et son application à l'enregistrement du flux lumineux provenant des étoiles.* Note de M. **Pierre Lejay**, présentée par M. G. Ferrié.

J'ai étudié précédemment [1] les conditions d'emploi des lampes amplificatrices ordinaires comme électromètres. Leur sensibilité peut atteindre 10^{-5} ampère par volt, alors que les courants de fuite de l'électrode de contrôle peuvent être réduits à 10^{-12} ampère.

Ce genre d'électromètres s'appliquait très bien à la mesure des différences de potentiel fournies par des sources de courant qui ne pouvaient débiter plus de 10^{-9} ampère. Je l'ai en particulier utilisé pour la mesure du gradient électrique de l'atmosphère, au sol à l'aide de prises de potentiel ordinaires, et M. Idrac a fait les mêmes mesures dans la haute atmosphère avec des ballons-sondes.

Depuis ces recherches un nouveau type de triode électromètre a été mis au point. Sa sensibilité est environ le double de celle que j'avais obtenu avec les lampes du commerce, et les courants de fuite ont été réduits à quelque 10^{-15} ampère.

J'ai repris les recherches précédentes avec cette nouvelle valve.

En reliant directement l'électrode de contrôle à la cathode d'une cellule photo-électrique, on isole un conducteur dont le potentiel mis préalablement à une valeur convenable au moyen d'un contact auxiliaire, ne sera plus modifié que par les charges reçues à ses deux extrémités. Or de légères variations de ce potentiel n'entraînent que des variations insignifiantes des courants de fuite de la cellule, tandis qu'elles provoquent des variations considérables des fuites de l'électromètre. Il arrive un moment où les fuites

(1) P. Lejay, *Les perturbations orageuses du champ électrique*, p. 32, (Chiron, 1926); *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 2171, et 181, 1925, p. 678.

étant égales et opposées un équilibre s'établit. Cet équilibre est stable; en effet lorsque le potentiel du conducteur s'élève il reçoit de la lampe électromètre des charges négatives en plus grand nombre, ce qui tend à ramener le potentiel à sa valeur primitive.

Si l'on fait alors tomber sur la cellule un flux lumineux, le potentiel du conducteur variera du fait de l'accroissement de charges reçues de la cellule, et l'état d'équilibre qui s'établira sera différent du précédent. Il en résultera une variation du courant de plaque de l'électromètre, qu'il est facile d'amplifier par les procédés connus.

La stabilité de l'ensemble est telle qu'on peut pousser cette amplification à une valeur extrêmement élevée, et obtenir par conséquent des variations de courant aussi grandes qu'on veut pour des flux lumineux faibles tombant sur la cellule.

Pratiquement on ne sera limité que par les fluctuations accidentelles des fuites de la cellule. Lorsque les courants produits par les flux lumineux ne dépasseront plus notablement les fluctuations, ils seront masqués par celles-ci et l'enregistrement ne sera plus lisible.

Pour faciliter les réglages et augmenter la stabilité, j'ai disposé de plus dans l'instrument réalisé une chambre d'ionisation dans laquelle plonge un petit plateau relié au conducteur isolé. Un diaphragme d'appareil photographique détermine la surface utile du corps radioactif placé immédiatement au-dessous. On peut ainsi régler la valeur de la résistance de fuite supplémentaire ainsi constituée, et en agissant sur la tension appliquée à la chambre on peut faire varier à volonté le courant qui la traverse.

Grâce à ce dispositif, il devient très facile de se placer dans la région convenable de la caractéristique de fuite de l'électromètre, et de régler le potentiel d'équilibre du conducteur isolé de telle sorte que la dernière lampe de l'amplificateur travaille au milieu de la partie rectiligne de sa caractéristique.

Pratiquement, le dispositif ainsi constitué permet *d'enregistrer facilement*, avec un oscillographe inscripteur à encre, les phénomènes les plus difficilement observables visuellement avec les électromètres à fil les plus sensibles.

Ainsi, au cours d'une nuit d'observation très brumeuse, la lumière tombant directement de Jupiter sur la cellule, sans objectif, a pu donner des variations de courant de 30 milliampères par seconde à la sortie d'un amplificateur à cinq étages; une étoile de grandeur 2,2 donnait encore, avec un objectif de 18^{cm}, une variation de 10 milliampères par seconde, avec une

déviation totale de 20 milliampères avant stabilisation. On peut admettre que l'absorption dans ce dernier cas, tant par la brume du ciel que par les miroirs qui dirigeaient le faisceau lumineux sur l'objectif, réduisait l'éclat de plusieurs grandeurs.

On peut remarquer sur les enregistrements obtenus que les départs sont instantanés, et la pente proportionnelle à l'intensité lumineuse, ainsi que la déviation totale.

L'instrument pourrait donc servir soit à l'enregistrement du passage de l'astre dans les observations méridiennes, soit à la mesure des intensités, comme photomètre enregistreur.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Appareil pour observer les phénomènes d'injection dans l'air comprimé.* Note [1] de M. **Clerget**, présentée par M. G. Kœnigs.

Dans les moteurs thermiques où le combustible est injecté vers la fin de compression à haute pression, il est essentiel de pouvoir contrôler toutes les circonstances de durée du jet, de vitesse et puissance de pénétration, de diffusion, de discontinuité dans le débit ainsi que la réflexion contre les parois des jets pénétrants.

Les phénomènes sont très différents suivant que l'on opère à la pression atmosphérique ou dans l'air comprimé, par suite de l'augmentation de densité et partant de la résistance du milieu.

Les conditions que doit remplir l'appareil c'est de se rapprocher aussi près que possible de celles du fonctionnement dans le moteur, notamment d'utiliser les organes mêmes du moteur, c'est-à-dire les appareils d'injection au régime d'utilisation.

Les vitesses de rotation adoptées donnant une grande fréquence des jets, il est indispensable d'assurer le balayage de ceux-ci après chaque injection pour permettre une observation convenable et obtenir des photographies nettes.

L'appareil se compose d'une chambre en acier très résistante, de forme cylindrique, pourvue de hublots en cristal de dimensions suffisantes. Une source lumineuse permet, suivant la position qu'elle occupe, d'observer les jets par transparence, réflexion ou éclairage dans l'axe.

(1) Séance du 26 janvier 1931.

Une tuyère conique pourvue intérieurement de directrices alimente la chambre en air comprimé, celle-ci étant en communication permanente avec un compresseur assurant un débit régulier.

La partie inférieure de la chambre se termine par une tuyère convergente pourvue d'une soupape dont la levée est synchronisée avec le mécanisme d'injection. La levée de cette soupape est variable et réglable en marche par le déplacement d'une came conique.

Le fonctionnement est le suivant : Au régime choisi pour l'observation et pour un débit donné on règle la levée de la soupape de façon a assurer un balayage efficace de chaque injection, un manomètre ou mieux un indicateur de pression indique les variations et la pression au moment de l'injection.

Un réglage convenable donne le minimum de turbulence à l'air comprimé se renouvelant dans la chambre et l'on obtient ainsi des images d'une grande netteté. En observation directe on voit l'ensemble du phénomène, le volume du jet, les variations de longueur de pénétration aux différentes pressions.

Cet appareil se prête particulièrement bien aux observations stroboscopiques et à la cinématographie synchronisée.

Grâce au concours de MM. Seguin frères et à leur appareil *Stroborama* (déjà présenté à l'Académie) (¹), des photographies ont pu être obtenues dans de bonnes conditions, l'adjonction d'un condensateur de forte capacité permettant de réduire la pose au millionième de seconde.

On a pu se rendre compte de phénomènes résultant de l'élasticité des tuyautages, de l'amortissement des ressorts et de l'inertie de la colonne liquide. Des photographies obtenues à des intervalles rapprochés ont permis de mesurer la vitesse de pénétration des jets. L'éclairage simultané d'un disque gradué monté sur l'arbre de la pompe indique la durée angulaire de l'injection et le déphasage entre la partie mécanique et les positions du jet observé.

La cinématographie s'applique avec facilité sur cet appareil, tous les mouvements pouvant être synchronisés.

Sur le moteur Clerget à huile lourde, avec pulvérisateur à un seul orifice obturé par aiguille se levant automatiquement sous la pression d'injection, pour une vitesse de rotation correspondant à 1040 t/min du moteur :

1° La durée totale d'injection est de $\frac{1}{360}$ de seconde ; la vitesse moyenne

(¹) *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 539.

de pénétration du jet a été de 130 m/sec à la pression atmosphérique, et de 32,4 m/sec dans l'air comprimé à 28 Hpz pour une pression d'injection de 200 Hpz.

2° En enveloppant d'une courbe les sommets successifs des jets obtenus avec cinq images successives pendant la durée de développement du jet, on a constaté que cette courbe est sensiblement la dérivée du profil de la came commandant le piston de la pompe.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur l'absorption des rayons β par la matière.* Note de MM. **Georges Fournier** et **Marcel Guillot**, présentée par M. Jean Perrin.

Dispositif expérimental. — Dans le but d'étendre les résultats obtenus par l'un de nous (¹) concernant l'absorption des rayons β par la matière, nous avons utilisé un dispositif expérimental légèrement modifié par rapport au précédent. L'électromètre de mesures, le quartz piézo-électrique destiné à compenser le courant d'ionisation, et la chambre d'ionisation elle-même, sont disposés très près les uns des autres, de façon à éviter l'emploi de tiges de connexion. La haute tension nécessaire au fonctionnement est fournie non plus par une batterie de petits accumulateurs, mais par un ensemble transformateur-redresseur, précédemment décrit (²), alimenté sur le secteur alternatif. Une chambre de compensation de même capacité électrostatique que la chambre d'ionisation, mais chargée de signe contraire, annule le *mouvement propre* dû à l'action du milieu ambiant et les effets des variations de tension du secteur. La chambre d'ionisation a son axe horizontal, ce qui permet de placer verticalement les minces cuves de verre à faces parallèles contenant les liquides dans lesquels on étudie l'absorption. En outre, la chambre de compensation, à axe vertical, peut servir de chambre d'ionisation pour l'étude des solides pulvérulents disposés horizontalement (la chambre à axe horizontal servant alors à la compensation). La source de rayonnement est constituée par une préparation de Ra (D + E).

Résultats. — Notre effort a particulièrement porté sur les métalloïdes parmi lesquels, seuls, le soufre et le carbone avaient été étudiés aupara-

(¹) Voir principalement Georges Fournier, *Thèse*, Paris, 1927 (Masson).

(²) *Journal de Physique et le Radium*, 6ᵉ série, 9, février 1928, p. 71.

vant. En effet G. Fournier (*loc. cit.*) avait principalement mesuré les coefficients d'absorption des rayons β dans les métaux, qu'on peut aisément obtenir en lames minces, ce qui facilite les mesures. Les métalloïdes, au contraire, doivent être étudiés soit sous forme de poudre (et il est très délicat d'obtenir des couches uniformes), soit liquides, à l'intérieur de cuves de verre à faces parallèles d'épaisseur suffisamment petite et à parois suffisamment minces. En raison des difficultés expérimentales qui en résultent, nous avons dû nous borner momentanément aux corps mentionnés dans le tableau ci-dessous. Nous donnons leurs coefficients massiques d'absorption par rapport aux rayons β du Ra(D + E), $\frac{\mu}{\rho}$, définis par l'équation d'absorption

$$I = I_0 e^{-\frac{\mu}{\rho}\frac{m}{s}} \qquad \left(\frac{m}{s}, \text{ masse superficielle de l'absorbant}\right)$$

et calculés d'après les courbes logarithmiques expérimentales comportant chacune le plus grand nombre possible de déterminations.

Numéro atomique.	Élément.	Forme sous laquelle il a été étudié.	Coefficient massique d'absorption.
5........	Bore	amorphe, en poudre.	16,4
15........	Phosphore blanc	liquide, surfondu ou non, en cuves de verre.	20,9
15........	Phosphore blanc	solidifié dans les cuves de verre.	20,9
15........	Phosphore rouge	solide, en poudre.	20,2
23........	Vanadium	id.	19,7
33........	Arsenic	id.	20,9
35........	Brome	liquide, en cuves de verre.	23,0
11........	Sodium	en plaques obtenues par compression et protégées par pellieule d'huile.	16,8

Interprétation des résultats. — 1° On ne trouve aucune différence entre les ceefficients d'absorption du phosphore blanc *solide* ou *liquide* (la masse superficielle reste constante malgré la légère variation de densité, les parois très minces des cuves étant facilement déformables).

2° Il semble exister une légère différence entre les coefficients d'absorption des deux formes allotropiques du phosphore.

3° En se basant sur les déterminations relatives à un grand nombre de métaux différents, G. Fournier avait montré que leurs coefficients massiques d'absorption vis-à-vis des rayons β du Ra(D + E) pouvaient être

calculés, aux erreurs d'expérience près, par la relation linéaire

(1) $\frac{\mu}{\rho} = 15 + 0,142.N$ (N, numéro atomique du métal).

Le carbone, sous forme de graphite, satisfaisait également à cette relation, tandis que le soufre faisait nettement exception $\left(\frac{\mu}{\rho}\right.$ expérimental : 18,53; calculé, 17,27$\left.\right)$. Le tableau ci-dessus montre que le sodium se comporte bien comme un métal, satisfaisant à la relation (1), tandis que les divers métalloïdes ont, comme le soufre, un coefficient massique d'absorption *plus grand* que celui que l'on calcule d'après cette relation (écart allant de 4 à 19 pour 100).

4° Le fait que seul, parmi les métalloïdes étudiés, le graphite se comporte comme les métaux, peut donner à penser que ce sont les corps conducteurs de l'électricité qui satisfont à la relation (1). Des recherches sont en cours pour éclaircir ce point et apporter des renseignements concernant de nouveaux corps simples.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cryoscopique du paraldéhyde, dans les solutions de chlorures de calcium et de strontium.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons montré [1] l'intérêt qui s'attache à la détermination directe de la constante cryoscopique des solutions salines, et comment le paraldéhyde permettait de résoudre le problème, dans le cas des solutions étendues de chlorures de potassium et de sodium et dans le cas du chlorure de baryum à toute concentration.

Nous avons fait une semblable étude pour les solutions de chlorures de calcium et de strontium.

I. Solutions de chlorure de calcium. — *a. Cryoscopie du paraldéhyde, dans les solutions de* Cl^2Ca 0,25M. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.	
	g	°		
0,125	1,684	0,284	22,25	K_c moyen = 22,40
0,250	3,421	0,585	22,57	
0,375	5,215	0,893	22,60	
0,500	7,064	1,198	22,38	
0,625	8,972	1,522	22,38	
0,750	10,952	1,845	22,24	

[1] F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 585, et 191, 1930, p. 1062.

L'abaissement de Cl^2Ca pur est 1°,231. Dans tout ce travail, K_c est calculé dans l'hypothèse de la molécule triple $(C^2H^4O)^3$; K_c se présente comme constant, indice d'une non-dépolymérisation de la molécule. Une solution de Cl^2Ca 0,25 M possède donc une constante cryoscopique de 22,4. M. Tuttle [1] avait trouvé 23,6 par voie indirecte.

b. Cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions de Cl^2Ca 0,6125 M. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.	
0,125	g 1,698	° 0,358	27,82	K_c moyen = 27,67
0,250	3,449	0,729	27,90	
0,375	5,259	1,115	27,98	
0,500	7,123	1,478	27,39	
0,550	7,886	1,628	27,25	

L'abaissement de Cl^2Ca pur est ΔC = 3°,320. On voit que là encore K_c est constant quand la concentration change, et l'on peut dire que la molécule de paraldéhyde est stable, dans les solutions de Cl^2Ca 0,6125 M, comme dans les solutions de chlorure de baryum à la même concentration. La constante cryoscopique est ici 27,67, alors que M. Tuttle avait trouvé 28,6 indirectement, par la méthode des premiers passages par zéro.

II. Solutions de chlorure de strontium. — *c. Cryoscopie du paraldéhyde, dans les solutions* Cl^2Sr 0,25 M. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.	
0,125	g 1,686	° 0,297	23,25	K_c moyen = 23,00
0,250	3,425	0,594	22,90	
0,375	5,221	0,913	23,08	
0,500	7,072	1,225	22,87	
0,625	8,987	1,559	22,90	
0,750	10,965	1,908	21,97	

Pour Cl^2Sr pur, ΔC = 1°,224. Le paraldéhyde est donc stable, puisque K_c est constant, dans les solutions de Cl^2Sr 0,25 M, et ce dernier milieu, possède une constante cryoscopique C_c = 23,00.

Aucune mesure indirecte de ce paramètre n'avait été faite dans les solutions de Cl^2Sr.

d. Cryoscopie du paraldéhyde, dans les solutions de Cl^2Sr 0,6125 M. — On a :

---

[1] Ch. Tuttle, *Journ. de Chim. phys.*, 27, 1930, p. 307-328.

Concentration.	Poids pour 100g de H^2O.	ΔC.	K_c.	
0,125	1,703	0,366	28,37	
0,250	3,458	0,747	28,51	
0,375	5,273	1,145	28,66	K_c moyen = 28,53
0,500	7,142	1,553	28,70	
0,550	7,907	1,703	28,43	

Pour Cl^2Sr pur, $\Delta C = 3°,265$. Le paraldéhyde est encore stable dans les solutions de Cl^2Sr 0,6125M, et un tel milieu, est caractérisé par une constante cryoscopique $K_c = 28,53$.

En résumé, le paraldéhyde est parfaitement stable, dans les solutions de chlorures alcalino-terreux à toutes les concentrations étudiées, ceux-ci se comportant, comme des milieux stabilisants de sa molécule. Cette méthode directe de détermination de la constante cryoscopique de ces solutions fournit des résultats qui diffèrent au plus de 5 pour 100 de ceux offerts par la méthode indirecte des premiers passages par zéro.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude sur la structure du soufre mou.* Note de MM. **J.-J. Trillat** et **J. Forestier**, présentée par M. de Broglie.

On sait que le soufre fondu, coulé au-dessus de 230° dans l'eau froide, se présente sous la forme d'une matière plastique amorphe, qui se transforme peu à peu, et reprend l'état cristallin au bout d'un temps variable suivant les conditions de préparation, mais qui n'excède jamais 2 ou 3 jours (1). Nous avons constaté que cette variété de soufre pouvait s'étirer, et conserver un allongement permanent très important (800 à 1000 pour 100) sous l'action d'une traction *rapide* (effectuée en une seconde environ); dans cet état, le fil de soufre a perdu une partie de sa transparence, presque toute son élasticité, et il offre à la traction lente une résistance beaucoup plus élevée qu'avant étirement. Nous avons cherché à élucider la nature de cette transformation dont on retrouve un exemple du même genre dans le caoutchouc étiré et refroidi (caoutchouc de Feuchter) et les fils ou films en cellulose (ou dérivés cellulosiques) étirés.

---

(1) Dussy, *Comptes rendus*, 123, 1896, p. 305. — Malus, *Comptes rendus*, 130, 1900, p. 1708. — Smith et Holmes, *J. Am. Chem. Soc.*, 27, 1905, p. 797. — Kastle et Kelley, *Am. Chem. Journ.*, 32, 1904, 484.

Le soufre que nous avons utilisé était recristallisé dans CS^2, puis soumis à une ébullition prolongée (2 à 3 heures) suivie de plusieurs fusions et cristallisations successives pour éliminer toute trace de gaz ou vapeurs étrangers, parmi lesquels le sulfure de carbone, dont une quantité minime suffit à provoquer la transformation rapide du soufre mou en soufre cristallisé; il était ensuite chauffé jusqu'à l'ébullition, puis coulé dans un filet d'eau à 15° C.; nous l'obtenions ainsi sous forme de fils de $0^{mm},5$ de diamètre environ, qui étaient étirés aussitôt.

La charge de rupture du fil non étiré est inférieure à 70 grammes par millimètre carré, celle du fil qui a subi un allongement permanent oscille entre 9 et 10 kilogs par millimètre carré (durée de la mise en charge : 30 secondes), chiffres voisins de ceux donnés par les métaux légers; un phénomène semblable a été signalé pour le caoutchouc et la cellulose (1).

L'examen au microscope polarisant montre que le fil, amorphe avant étirement, présente maintenant le caractère d'une fibre cristalline, dont un axe optique serait parallèle à la direction de la traction subie; l'examen microscopique en lumière directe de la cassure du fil étiré, permet de voir que ce dernier est constitué par une agglomération de fibrilles, dont l'étude aux rayons X va nous permettre d'établir la structure.

Les spectrogrammes X obtenus immédiatement après l'étirement des fils (anticathode cuivre 20 milliampères, 30 kilovolts, durée de la pose : 6 heures, film plan) présentent les caractéristiques des diagrammes de fibre (Faser diagrammes) et montrent des lignes de couche hyperboliques (Schichtlinien) accentuées, avec une ligne équatoriale perpendiculaire à l'axe du fil, ce qui indique : 1° que le soufre n'est plus amorphe; 2° qu'il existe une orientation privilégiée des plans réticulaires analogue à celle que l'on observe par exemple pour les fils métalliques étirés, les fils cellulosiques, le caoutchouc étiré.

La mesure des distances entre les diverses lignes de couche donne pour la valeur de la période d'identité suivant l'axe de la fibre : 9,35 Å. Cette valeur diffère très notablement de celles trouvées pour les trois paramètres du soufre orthorhombique [$a = 10,61$; $b = 12,87$; $c = 24,56$ (2)], et pour les distances entre deux nœuds consécutifs sur les diagonales des faces du prisme V_h^{24}. Il paraît donc certain que le soufre cristallin obtenu par

(1) K. H. Meyer et H. Mark, *Aufbau der Hochpolymeren organischer Naturstoffe*, p. 202.

(2) Mark et Wigner, *Zeit. Phys. Chem.*, 3, 1924, p. 398.

étirement rapide du soufre mou n'a pas la même structure ou les mêmes paramètres que le soufre orthorhombique stable à la température ordinaire. Par contre, si on laisse cristalliser un fil de soufre non étiré, on trouve des anneaux complets de Debye-Scherrer, coïncidant avec ceux du soufre orthorhombique pulvérisé; dans ce cas, la cristallisation se produit donc normalement, sans orientation.

D'autre part, il est important de noter que la structure des fils étirés varie en fonction du temps; il apparaît de nouveaux arcs de cercle coïncidant en position avec les anneaux du soufre orthorhombique. Cette évolution peut être attribuée au retour de la forme cristalline, obtenue par étirement rapide, à la forme orthorhombique normale, celle-ci présentant encore une orientation notable dans le fil. Ceci est à rapprocher en outre avec le fait que le fil récemment étiré est souple, tandis qu'après quelques jours, il devient cassant.

Le soufre mou paraît donc ressembler par certains points au caoutchouc et à la cellulose, il en diffère au contraire par d'autres. Ceci sera examiné en détail dans un autre Mémoire.

Enfin nous avons constaté de plus, au cours de cette étude, que les rayons X activaient d'une manière considérable la recristallisation du soufre mou, non étiré, une exposition de quelques minutes suffisant à provoquer une transformation visible au microscope en lumière polarisée. Les actions de ce genre, dues aux rayons X, sont rares, et il nous a paru important de signaler également ce phénomène dans cette Note.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation catalytique des amylènes.* Note de MM. **A. Mailhe** et **Renaudie**.

En chauffant l'amylène en tube scellé, pendant 32 jours, Engler et Routala ([1]) ont obtenu un liquide de $D_{15} = 0,7737$, bouillant jusqu'à 300°, dans lequel ils ont identifié des oléfines, des carbures forméniques et des naphtènes. Il s'est formé, en même temps, un gaz à 10 pour 100 d'hydrogène et 38 pour 100 de carbures saturés.

Nous avons poursuivi sur l'amylène nos essais de condensation catalytique des carbures éthyléniques, à la pression ordinaire, en présence de silicagel. Deux carbures ont été étudiés : l'isoamylène $(CH^3)^2CH.CH = CH^2$ et le pentène-2, $CH^3CH = CH.CH^2CH^3$.

([1]) *Berichte d. chem. Ges.*, 42, 1909, p. 4620.

1° *L'isoamylène*, dirigé en vapeurs sur une traînée de silicagel placée dans un tube de quartz de 60^{cm} de longueur, chauffé à 670°, a fourni : *a.* des gaz; *b.* un goudron léger; *c.* de l'essence retiré des gaz par passage sur charbon activé.

Les gaz sont formés principalement de 47 pour 100 de carbures éthyléniques, 38 pour 100 de méthane, 7 pour 100 d'hydrogène. Les carbures éthyléniques sont constitués surtout par de l'éthylène et du propylène. Le goudron et l'essence mélangés, soumis à la rectification, ont fourni les fractions suivantes :

		$D_{12°}$.	$n_D^{14°}$.	Indice d'iode.
40°- 50°	20$^{cm^3}$	0,6488	1,3983	341
50- 60	20	0,7097	1,4141	262
60- 70	14	0,7397	1,4292	223
70- 80	15	0,7736	1,4462	181
80- 90	12	0,8147	1,4699	121,5
90-100	22	0,8393	1,4801	98,5
100-110	16	0,8555	1,4884	72,3
110-120	25	0,8612	1,4917	68,8
120-130	17	0,8635	1,4945	67,0
130-140	19	0,8682	1,4975	79,1
140-150	9	0,8741	1,5023	91,4
150-160	10	0,8804	1,5067	103
160-180	11	0,8946	1,5166	117
180-200	15	0,9243	1,5372	121,5
200-250	19	0,9868	1,5745	90,8
250-280	4	1,006	trop sombre	67
280-300	8	1,045	»	38

Le résidu de la distillation est un brai qui fond à 80°.

La première fraction est constituée par de l'isoamylène non modifié. Les autres sont des mélanges de carbures non saturés et aromatiques, ainsi que l'indiquent les densités et indices d'iode. Dans les fractions qui distillent à 70-80°, 80-90°, on trouve la benzine accompagnée d'une assez forte proportion de carbures non saturés. Ceux-ci diminuent rapidement dans les fractions suivantes jusqu'à 130°, pour croître ensuite de nouveau jusqu'à 200° et s'abaisser au-dessus.

Dans la fraction 100-110° se trouve le toluène, caractérisé par son dérivé dinitré; la nitration de la fraction 130-140° a conduit au trinitrométaxylène.

Le fractionnement montre que, s'il y a une forte proportion de benzine,

il s'est formé également des quantités importantes de toluène et de xylène.

2° *Le pentène*-2 fournit également, par condensation sur silicagel, à 650-670°, des gaz, un goudron noir et une essence de densité 0,77.

Le gaz renferme 52 pour 100 d'éthyléniques formés surtout de propylène et de butylène, 34 pour 100 de méthane et 5-6 pour 100 d'hydrogène.

L'essence a donné par rectification :

		D_{15}.	n^D_{20}.	Indice d'iode.
Avant 50°..........	8 cm³	0,6814	1,4037	301
50- 70..........	7	0,7414	1,4296	214
70- 80..........	7	0,8035	1,4611	125
80- 90..........	10	0,8475	1,4824	81
90-100..........	7	0,8591	1,4896	63
100-120..........	5	0,8632	1,4941	71
120-160..........	3	0,8834	1,5075	106

Le goudron a fourni les fractions suivantes (début de la distillation, 35°):

		D_{15}.	n^D_{20}.	Indice d'iode.
De 35 à 55°........	9,5 cm³	0,7024	1,4075	263
55 65........	12	0,7121	1,4154	252
65 75........	8	0,7396	1,4292	212
75 90........	11	0,7786	1,4495	177
90 100........	8	0,826	1,4724	118
100 120........	15	0,8558	1,4888	116
120 140........	10	0,8683	1,4991	90
140 170........	9	0,8922	1,5163	117
170 200........	6	0,9295	1,5459	130
200 à 300........	11,5	1,0034	1,4970	88

Il reste un brai qui fond à 53° (au Kräemer).

Les fractions du début de l'essence et du goudron renferment surtout du pentène non transformé; celles qui suivent sont encore des mélanges d'hydrocarbures aromatiques et non saturés. Ceux-ci présentent encore un minimum à 130-140°. La benzine, le toluène, le xylène sont facilement identifiés par leurs dérivés nitrés dans les différentes fractions distillant de 75 à 140°.

Ces résultats montrent qu'à la manière des carbures éthyléniques gazeux les pentènes liquides peuvent se transformer à la pression ordinaire en carbures aromatiques et éthyléniques de rang plus élevé.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Application de l'effet antioxygène au problème de la lutte contre l'incendie. Catalyse négative de l'ignition du charbon.* Note de MM. **Charles Dufraisse** et **Raymond Horclois**, présentée par M. Délépine.

En vue d'étendre à la lutte contre l'incendie les applications de l'effet antioxygène, nous avons recherché si la combustion, oxydation à haute température, était sensible à la catalyse antioxygène. Dans l'affirmative, on pourrait espérer la réalisation d'un procédé catalytique d'extinction qui éviterait certains inconvénients des procédés actuels, basés sur l'emploi massif de matières antiincendiaires. Les expériences qui font l'objet de la présente Note ont porté sur l'ignition d'un combustible fixe, le charbon de bois; d'autres sont en cours sur les flammes.

a. Un petit fourneau cylindrique, vertical, étanche, est muni en bas d'une tuyère et latéralement d'une fenêtre longitudinale étroite, fermée par du mica transparent. On le charge de braise de boulanger allumée, et l'on assure l'embrasement de la masse par injection d'air à une vitesse réglée. Dès que l'incandescence est devenue uniforme, on substitue à l'air insufflé le gaz ou le mélange gazeux soumis à l'étude. Les répercussions sur le régime de la combustion sont appréciées par l'un des procédés pyrométriques usuels (pile thermo-électrique).

Pour la mesure des concentrations actives minima, ou seuils d'activité, on remplace l'observation pyrométrique par l'observation visuelle, beaucoup plus sensible (disparition de la flamme d'oxyde de carbone).

Chaque série d'essais comporte, à titre de comparaison, une extinction par étouffement proprement dit : on l'obtient en arrêtant brusquement l'adduction d'air, en même temps qu'on obture la gueule du fourneau.

b. Nous avons expérimenté d'abord les extincteurs commerciaux, afin de rechercher si, en dehors de leur action massive bien connue, ces corps n'auraient pas également sur le feu une action d'ordre catalytique.

Sans préjuger de ce qui peut avoir lieu réellement dans la pratique des extinctions, nous croyons être en mesure d'affirmer que l'un des antiincendiaires les plus appréciés, le tétrachlorure de carbone, CCl^4, est un catalyseur négatif de l'ignition. L'air qui en est chargé par barbotage détermine la même extinction que l'étouffement (*fig.* 1). En d'autres termes, il est équivalent pour un brasier d'être complètement privé d'air ou bien d'être alimenté avec de l'air chargé de vapeurs de tétrachlorure.

Or, dans les conditions de nos expériences, les vapeurs de ce corps n'atteignent que la concentration de 5 pour 100 environ; par suite la concentration de l'oxygène ne se trouve abaissée que de 21 à 20 pour 100. Un appauvrissement en oxygène aussi peu marqué ne saurait évidemment expliquer l'extinction du charbon : d'ailleurs, vérification faite, la diminution à 20 pour 100 de la teneur en oxygène, quand le seul diluant est l'azote, n'atténue qu'à peine l'incandescence.

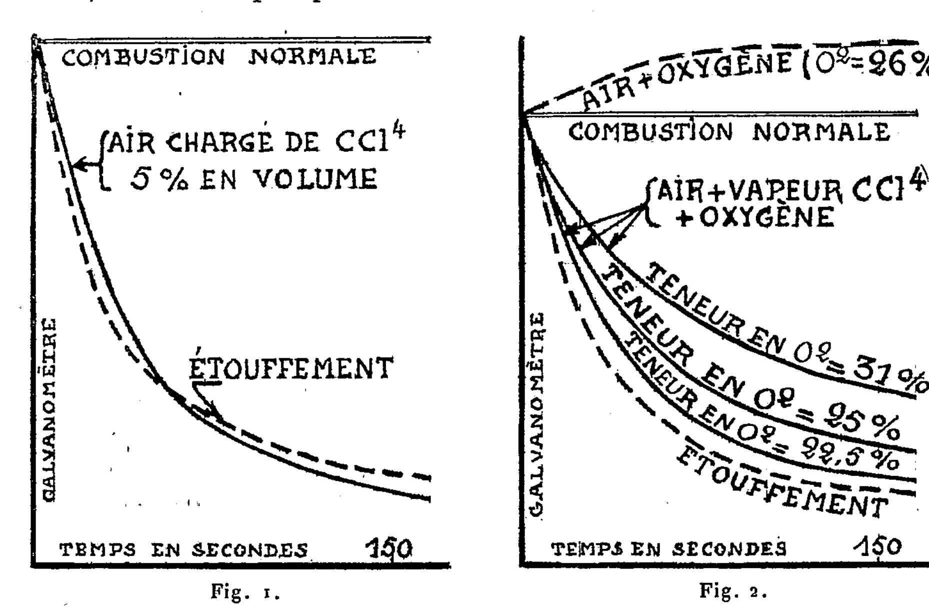


Fig. 1. Fig. 2.

On s'est assuré, d'autre part, que l'on ne rétablissait pas une combustion normale en ajoutant au mélange air-vapeurs un appoint d'oxygène, jusqu'à atteindre et même dépasser largement la teneur de l'air atmosphérique. Ainsi, un air chargé de vapeurs chlorocarboniques et enrichi en oxygène jusqu'au titre de 31 pour 100 possède encore un pouvoir extincteur notable (*fig.* 2), tandis qu'à la même concentration, si le diluant est l'azote pur, l'oxygène non seulement consume énergiquement le charbon, mais commence même à brûler le fer du four.

Enfin le seuil d'activité a été trouvé au $\frac{1}{10}$ de la saturation, soit à une teneur en volume de $\frac{1}{100}$ environ. Le pouvoir extincteur du tétrachlorure de carbone se manifeste donc à des doses très faibles, et, dès lors, il ne paraît guère admissible de le rapporter à une action physique massive, et, en particulier, à une raréfaction de l'oxygène par dilution.

Les conclusions sont plus douteuses en ce qui concerne l'anhydride carbonique, CO^2, autre extincteur préconisé (*fig.* 3).

De nombreux autres corps ont été essayés. Certains se comportent plus ou moins comme le tétrachlorure de carbone; ce sont les suivants : chloroforme, chlorure d'éthylène, éthylène dichloré, éthylène trichloré, bromure d'éthyle, chloroformiate d'éthyle, chlorure de soufre, chlorure de thionyle, chlorure de sulfuryle, trichlorure de phosphore, tribromure de phosphore,

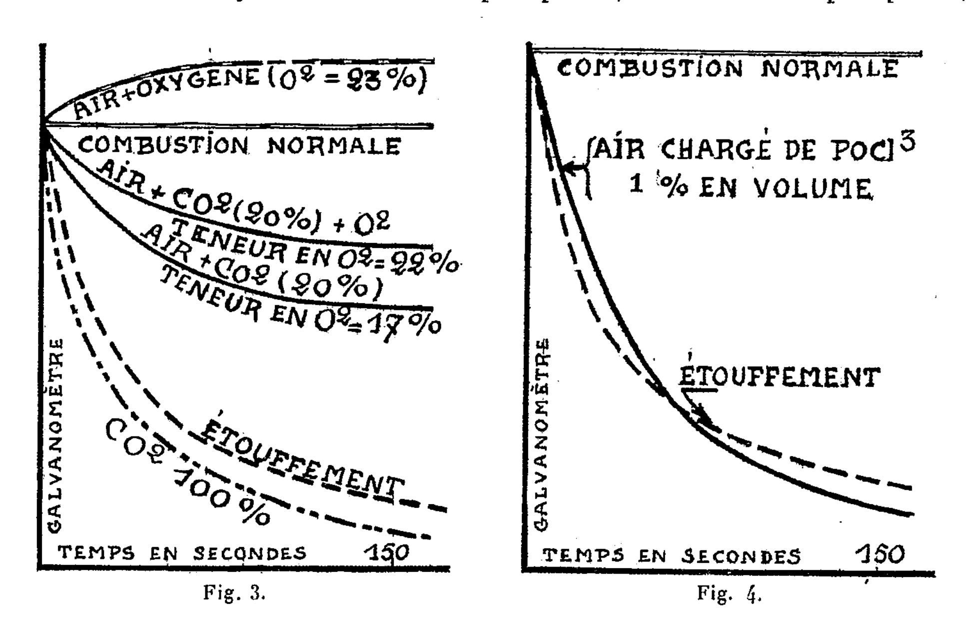


Fig. 3. Fig. 4.

chlorure d'arsenic, chlorure de silicium, chlorure de titane, chlorure d'étain, chlorure de bore, diéthylamine, anhydride sulfureux, etc. D'autres n'ont que des actions très faibles; nous ne les mentionnerons pas.

Par contre nous signalerons la haute activité de l'oxychlorure de phosphore, $POCl^3$. Malgré la faible tension de vapeur de ce corps, l'air qui en est chargé éteint le charbon (*fig.* 4). Or, la teneur en vapeurs nocives pour le feu n'est plus ici que de 1 pour 100 en volume; de plus, le seuil se trouve au $\frac{1}{20}$ de la saturation, soit à environ $\frac{1}{2000}$ en volume.

Des effets aussi marqués, obtenus avec aussi peu de matière, nous semblent être la preuve irrécusable d'une action catalytique.

En résumé, tout comme les oxydations à basse température, l'ignition peut être entravée par des catalyseurs négatifs. Il n'y a donc aucune impossibilité théorique à la réalisation de procédés d'extinction basés sur la catalyse antioxygène.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Processus de la combustion du charbon pulvérisé.* Note [1] de M. A. **Grebel**, présentée par M. Matignon.

Suivant leur nature, les charbons, lignites et anthracites, pulvérisés en grains dont les dimensions sont de l'ordre de plusieurs dizaines de micromillimètres et dont l'humidité est ramenée à 1 pour 100 environ pour faciliter leur broyage et leur transport, s'allument à des températures caractéristiques variant de 700° à 800° et à plus de 900°. Ces températures correspondent assez bien au dégagement maximum de l'hydrogène pendant la distillation sèche, fractionnée, telle que la pratique M. Lebeau [2] sur de très petites masses ($0^g,5$ à 1^g); c'est précisément ce qui rend ces mesures directement applicables à la première phase de la combustion du charbon pulvérisé. Cette coïncidence renforce notre conception que l'allumage du charbon, en présence de traces de vapeur d'eau, débute par l'inflammation de l'hydrogène qu'il dégage, au sortir du nez du brûleur, dans les chambres de combustion des fours et chaudières.

La carbonisation, qui n'est pas instantanée, se poursuit évidemment pendant la première partie du parcours de la flamme éclairante. Nous estimons que l'oxydation progressive concomitante par l'air primaire [qui représente, par exemple, 25 pour 100 du pouvoir comburivore [3]], puis par des additions étagées d'air secondaire, porte d'abord sur l'hydrogène qui assure déjà l'allumage, ensuite sur le carbone transformé, au début surtout, en monoxyde de carbone. Lorsque le coke est suffisamment formé et incandescent, il décompose l'eau hygroscopique et l'eau de formation, en donnant du gaz à l'eau de haute température ($CO + H^2$) mélangé de gaz à l'eau de basse température ($CO^2 + 2H^2$). L'air qu'on introduit en plusieurs fractions jusqu'à atteindre, par exemple, un total de l'ordre de 120 pour 100 du pouvoir comburivore, commence par produire, avec le coke à température assez élevée, du gaz à l'air ($CO^2 + 2Az^2$) et finit par donner de plus en plus de fumée ($CO^2 + 4Az^2$). Quand la flamme cesse d'être lumineuse et réductrice, la combustion se complète; la teneur en Az^2 ayant atteint son maximum et s'y maintenant, le CO^2 arrive à prédominer par

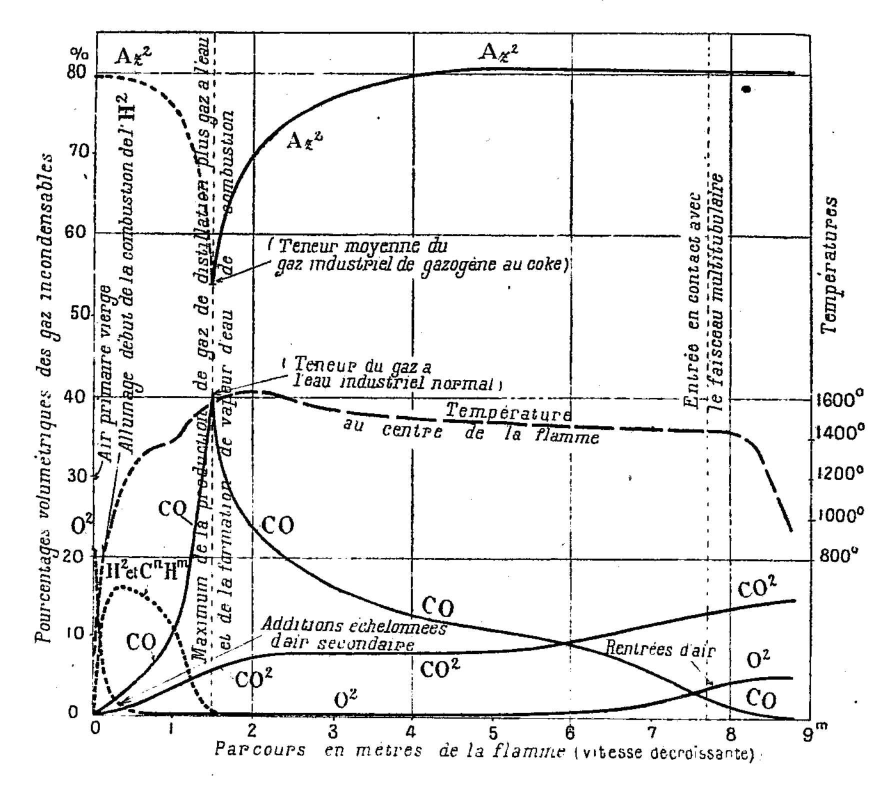
(1) Séance du 23 février 1931.

(2) *VIIe Congrès de Chimie industrielle*, 19, n° 4 *bis*, avril 1928, p. 73-90.

(3) Quantité d'air théoriquement nécessaire à la combustion complète d'un combustible (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 1285).

rapport au CO qui disparaît presque totalement en présence d'un petit excès d'air.

Notre conception d'ensemble diffère sensiblement de la théorie de la « maturation pour la combustion » d'Aufhäuser (1) qui suppose une formation intermédiaire de « gaz à l'eau » (en réalité très mêlé de Az^2, CO^2 et H^2O vap.). Elle se trouve confirmée nettement par des analyses récentes,



effectuées sur les gaz incondensables, prélevés en différents points périphériques d'une flamme de charbon pulvérisé. Les résultats de ces analyses volumétriques ont été consignés dans l'ouvrage de Fink (2), sous forme d'un tableau que nous avons traduit dans le graphique ci-dessus. Nous avons indiqué en pointillé la proportion des produits gazeux de la distillation non mesurés par les expérimentateurs et dont nous avons fait une évaluation. Les

(1) *Brennstoff und Verbrennung*, Springer, Berlin, 1926.

(2) *Le chauffage des chaudières au charbon pulvérisé*, Chiron, Paris, 1930, p. 87.

légendes du graphique nous dispensent de commentaires, et l'allure des courbes fait ressortir les conclusions que l'auteur n'a pas tiré de ses chiffres.

Étant pour ainsi dire étirés dans l'espace et dans le temps, les phénomènes de pyrogénation et d'oxydation du charbon pulvérisé sont faciles à suivre dans leurs développements. On constate, sans doute possible, la primauté de la formation du CO, contraire à l'idée encore généralement admise d'une oxydation primaire totale du carbone à l'état de CO^2.

Cependant il serait souhaitable que ces essais industriels soient repris avec des dispositifs irréprochables de prélèvement de gaz et que l'analyse s'étende au dosage des hydrocarbures et de l'hydrogène.

GÉOLOGIE. — *De la genèse du Massif central saharien.* Note de M. **Conrad Kilian**.

Nos connaissances se précisent sur l'histoire du Massif central saharien. Nous distinguons :

1° Les *plissements antécambriens*. — Ce sont ceux qui n'ont affecté que les schistes cristallins et qui sont la cause première de la discordance tassilienne; Suess les a appelés *Saharides*, mais en se méprenant sur leur âge.

Il y eut plissements, émersion et érosion.

2° La *transgression tassilienne*. — Durant l'Ordovicien une vaste transgression sur cette primitive forme du Bouclier ou Faîte saharien, forme de première consolidation, atteint les pays du Massif central, et, sur la tranche des schistes cristallins arasés, s'établit en discordance la base de la Couverture tassilienne : les Conglomérats, les Grès inférieurs.

La sédimentation se poursuit durant tout le Gothlandien par le dépôt des schistes à Graptolithes; il se pourrait que ce soit alors que la transgression tassilienne ait atteint son apogée.

3° Les *mouvements préhercyniens*. — Durant la période dévonienne une certaine variété succède à la monotonie de la sédimentation gothlandienne : on distingue des grès, des schistes, des calcaires et des conglomérats.

Les conglomérats surtout font songer à des mouvements précurseurs des plissements hercyniens; on en voit par place dans des grès à Brachiopodes du Coblentzien en la région d'Amserha (Corne nord-est de l'Immidir) et surtout on en observe, toujours dans la même région d'Amserha, dans le Frasnien, qui sont très ferrugineux et parlent d'émersions ou de régression.

4° Les *plissements hercyniens*. — Ce sont eux qui ont, semble-t-il, fait le principal du plissement de la Couverture tassilienne et des formations des Pays prétassiliens, ou qui en ont tout au moins achevé la forme; c'est à eux que l'on doit probablement les crêtes anticlinales NW-SE de l'enceinte tassilienne avec leur accroissement dans le

bombement général conjugué EW du Massif central saharien, tout au moins leur achèvement.

Ces plissements ne sont jamais violents : je n'ai pas observé de charriages.

Tout est émergé à la fin du Moscovien et l'érosion longuement travaille.

5° *La transgression hamadienne.* — Au Cénomanien, la mer, par le Nord, l'Ouest et le Sud, monte à l'assaut de ces pays de formations primaires et dépose ses argiles à gypse, ses marnes, ses calcaires sur le pourtour du Massif central saharien, sauf à l'Est.

Elle trouve un massif à ce point décapé et gravé par l'érosion qu'il devait être déjà, pour ce qu'elle n'en a pas immergé, à peu près ce que nous voyons maintenant (volcanisme enlevé) car on trouve ses formations dans le fond de grandes vallées actuelles, comme celle de Baris-Irrarar qui sont donc des vallées antecénomaniennes, dans leur essence transformées en fjord au Cénomanien.

La sédimentation se poursuit durant la fin de l'époque crétacée.

6° *La régression éocène.* — La mer évacue son domaine crétacé vers le début de l'Éocène, il reste de la transgression crétacée, les « Hamadas ».

7° Contrairement à l'hypothèse émise par certains auteurs et par nous-même, aucun mouvement ou plissement d'ensemble, vraiment très important, ne semble se produire, en retentissement des chaînes alpines, durant le Tertiaire et l'on ne doit guère signaler qu'une activité volcanique intense en liaison avec des failles, ou champs de failles, qui, ils sont des accidents considérables (Faille de Djanet), ont alors simplement rejoué, quand étant nés antérieurement.

En conclusion de cet aperçu rapide, il nous paraît intéressant de noter qu'ainsi donc, en son département du Massif central, le Faîte ou Bouclier saharien, de plissements, d'ébauche et de moindre souplesse antécambriens, n'ayant subi des chaînes calédoniennes (ou calédoniennes tardives) autre chose que peut-être des retentissements (les mouvements préhercyniens), s'est définitivement consolidé et fixé, figé, dans des plissements hercyniens peu violents.

GÉOLOGIE. — *Les discordances dans la série paléozoïque du Maroc central.* Note (¹) de M. **Henri Termier**, présentée par M. H. Douvillé.

Les mouvements orogéniques et épeirogéniques qui ont affecté la Meseta marocaine se manifestent à nous par trois discordances principales, de valeurs bien différentes. Je vais les énumérer en faisant à leur sujet quelques remarques.

I. La période dévonienne est caractérisée dans la partie nord-ouest de l'Afrique par

(¹) Séance du 23 février 1931.

des allées et venues continuelles de la mer. Au Sahara, dans la corne nord-est de l'Imidir, M. C. Kilian(1) a vu des conglomérats rouges à *Rh. cuboïdes* qui indiquent une tentative d'émersion au Frasnien. En Chaouia, un ridement d'âge dévonien supérieur a été mis en évidence par M. G. Lecointre (2). Il semble donc que puisse être décelé dans ces régions l'ébauche d'une phase orogénique qu'il faudra nommer ou « calédonienne tardive » ou « hercynienne précoce » (plissement breton de H. Stille (3). Pour des raisons d'ordre théorique j'ai proposé de rattacher provisoirement à cette phase la discordance du terrain de Sidi-Kassem (4) sur le Gothlandien dans le Maroc central.

II. Le Viséen est transgressif sur le Dévonien et le Silurien. Pas de discordance visible sur les coupes de détail mais un vaste mouvement épeirogénique qui apparaît à la lecture des cartes.

Vient ensuite la phase hercynienne majeure, depuis longtemps classique au Maroc (5). Dans mon territoire l'Autunien repose sur le Viséen arasé au Bou-Achouch et à Khenifra. Mais les limites fournies par cette discordance peuvent être resserrées. Une épaisse série que j'attribue au Namurien est plissée en concordance avec le Dinantien. D'autre part M. E. Roch a décrit (6) dans l'Atlas de Marrakech plusieurs affleurements de Stéphanien moyen discordants sur le Paléozoïque antérieur. Si nous admettons un synchronisme approché des mouvements orogéniques du Primaire au Maroc la phase en question serait postérieure au Namurien et antérieure au Stéphanien moyen. Elle appartient donc au plissement mésovarisque de H. Stille et je suis d'avis de l'assimiler plutôt à l' « asturische Faltung » qu'à l' « erzgebirgische Faltung » de cet auteur. Il s'agit pour ces pays d'un grand paroxysme ayant réalisé des plissements énergiques avec laminages importants.

III. La troisième discordance est celle que j'ai annoncée à titre d'hypothèse (7) entre l'Autunien et un niveau encore indéterminé du Permo-Trias. Entre el Bordj et Khenifra l'Autunien est plissé tandis que la partie supérieure des couches rouges infraliasiques est subhorizontale. Dans les environs de Kebbab la même observation a été faite par M. A. Beaugé (8).

---

(1) Communication orale.

(2) G. Lecointre, *Recherches géologiques dans la Meseta marocaine* (*Mém. de la Soc. des Sc. nat. du Maroc*, 14, 1926, p. 97).

(3) H. Stille, *Grundfragen der vergleichenden Tektonik*, Berlin, 1924, p. 126; *Zu Einführung in die Phasen der paläozischen Gebirgsbildung* (*Zeitschrift der Deutschen geol. Ges.*, 80, 1928, abt. n° 1, p. 24).

(4) Henri Termier, *Sur l'existence de plissements calédoniens au Maroc central* (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1356).

(5) G. Lecointre, *op. cit.*, p. 98.

(6) E. Roch, *Études géologiques dans la région méridionale du Maroc occidental* (Notes et Mémoires du Service des Mines du Maroc, 1930, p. 158 et suivantes).

(7) Henri Termier, *Une hypothèse concernant le Permien et le Trias du Maroc* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 640).

(8) Communication orale.

A Mechra ben Abbou, le Permien est redressé, tandis que le Rhétien de L. Gentil (récemment retrouvé par G. Dubar) est horizontal. Ainsi nous devons admettre au Maroc une discordance au plus tôt postautunienne et au plus tard anterhétienne.

Cette discordance peut avoir passé longtemps inaperçue parce que localisée à la base du complexe rouge, très près de l'Autunien dont les couches ne se sont déposées qu'en un petit nombre de bassins de faibles dimensions. Je pense qu'il s'agit de la « phase saalienne » (Permien moyen) du plissement néovarisque de H. Stille.

Pour terminer je me permets de suggérer que plusieurs autres discordances ont dû exister qui sont devenues presque partout des « accordances (1) » : entre Silurien et Dévonien dans l'anticlinorium de Ziar-Azrou, à la base du Viséen dans le pays des Zaïans, et entre le Permien et le Trias (phase palatine) sous le Causse préatlasique (2). Les traces de ces mouvements sont à rechercher puisque il existe au Maroc un Paléozoïque très complet ayant pu leur servir d'appareil enregistreur.

GÉOLOGIE. — *Les anciens cours de l'Allier et de ses affluents, sur la feuille de Gannat, pendant le Pliocène supérieur et durant le Quaternaire.* Note de M. G. **Garde**, présentée par M. de Launay.

L'Allier a commencé à couler dès le Miocène, mais ce n'est qu'à partir du Pliocène supérieur qu'il a laissé des traces de son passage dans la partie de la Limagne qui s'étend sur la feuille de Gannat.

Les différents niveaux de terrasses alluviales admis par les géologues et les géographes pour le Pliocène supérieur et pour le Quaternaire, existent dans la vallée de l'Allier, et la série complète de ces anciennes terrasses est étagée sur le sommet et sur le flanc oriental du petit massif oligocène de Randan.

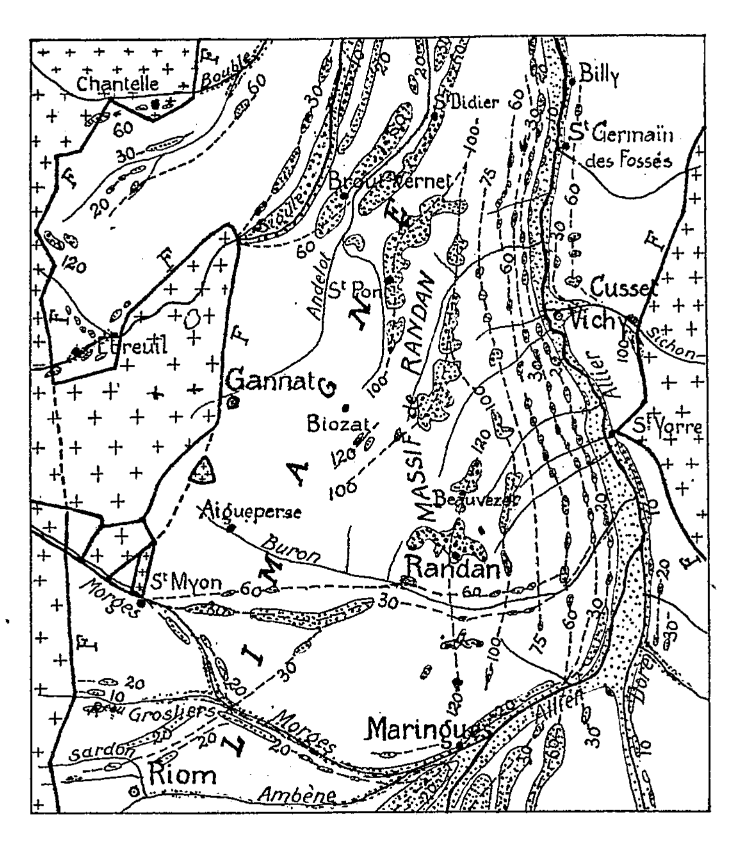
Dans un prochain Mémoire, je donnerai plusieurs coupes géologiques à travers ce massif. L'une des plus intéressantes va de Saint-Yorre à Beauvezet, au nord de Randan, et elle passe par les terrasses de 18-20^{m} de la Poivrière, de 30-35^{m} des Bernards, de 55-60^{m} des Gays, de 90-100^{m} de la Croix de Trève et de 120-130^{m} de Beauvezet (les niveaux de ces terrasses sont indiqués sur la carte ci-contre).

---

(1) H. Stille, *op. cit.* (*Grundfragen*), p. 42.

(2) L. Gentil figure même une discordance du Jurassique sur le Permien (en réalité : Permo-Trias) au sud d'Azrou, je ne l'ai pas retrouvée [*Notes sur les régions volcaniques du Maroc central* (*Bull. Soc. géol. de France*, **16**, 1916, fig. 2, p. 194)].

L'étude détaillée que je viens de faire de ces anciennes terrasses, et dont se sont déjà occupés plusieurs géologues, notamment MM. de Launay, Glangeaud, Chaput, m'a permis de reconstituer les anciens systèmes hydrographiques de la région, depuis le Pliocène supérieur jusqu'à nos jours.



Calabrien. Terrasses de 120-130^{m}. — La terrasse la plus élevée, et par suite la plus ancienne, déposée par l'Allier, qui existe sur la feuille de Gannat, coiffe le petit massif de calcaires marneux et de marnes de Randan et les sommets de deux petits mamelons situés plus au Sud.

Par son niveau, à 120-130^{m} au-dessus du lit actuel de l'Allier, cette terrasse appartient donc au Calabrien ou Pliocène supérieur. Cet âge, au surplus, serait confirmé par la molaire d'*Elephas meridionalis* qu'on a signalée à Randan.

Un affluent de l'Allier Pliocène supérieur, venant de l'Ouest et passant au sud de Biozat, allait rejoindre celui-ci plus au Nord.

Sicilien. Terrasses de 90-100^{m}. — Au Sicilien, ou Quaternaire inférieur, l'Allier contournait, sur son côté oriental, la terrasse de 120-130^{m}.

Sur sa rive gauche, au nord de cette dernière, l'Allier recevait deux affluents, dont les anciens cours sont jalonnés par deux belles traînées de terrasses alluviales.

C'est aussi à cette époque que le Sichon déposa la terrasse de Barentan, au sud-est de Cusset.

Quant aux quelques lambeaux de terrasses qui existent à 70-75^m au-dessus du lit de l'Allier, ils doivent correspondre à une étape du creusement de la vallée de cette rivière.

Milazzien. Terrasses de 55-60^m. — Sur le côté oriental du massif de Randan, l'Allier, durant la période milazzienne, continua à se déplacer vers l'Est. Et c'est pendant cette période qu'il déposa la terrasse qui s'étend dans l'angle formé par son cours actuel avec celui de la Dore.

Après avoir quitté la région de Cusset, le Sichon s'écoulait vers le Nord parallèlement à l'Allier, et il ne devait se jeter dans celui-ci que bien plus loin.

La Sioule se réunissait à l'Andelot, et elle déposa la belle terrasse, formant plateau, qui supporte Brout-Vernet et Saint-Didier.

Peu après son entrée dans la Limagne, à partir de Saint-Myon, la *Morges* s'écoulait directement vers l'Est pour aller rejoindre l'Allier. Le Buron était alors son affluent.

Tyrrhénien. Terrasses de 30-35^m. — Au Tyrrhénien, *l'Allier* continua à se déplacer vers l'Est, dans toute sa partie septentrionale, tandis qu'il se déjeta vers l'Ouest, dans sa partie tout à fait méridionale.

Capturée par un affluent de la Bouble, la *Sioule* s'était séparée de l'Andelot et elle coula à l'Ouest de son lit actuel.

Héritant du cours de la Sioule, l'*Andelot* se mit à entailler la large terrasse que cette rivière avait déposée pendant la période précédente.

Comme au Milazzien, la *Morges* coula directement vers l'Est ayant toujours le Buron comme affluent. De plus elle recevait le Sardon.

Monastirien. Terrasse de 18-20^m. — Durant le Monastirien, ou Quaternaire supérieur, tout l'*Allier* se trouvait à l'Ouest de son lit actuel.

La *Sioule* s'était un peu déplacée vers l'Est.

Un affluent de l'Ambène captura la *Morges*, le ruisseau des *Grosliers* et le *Sardon*, et c'est le lit de cet ancien affluent conquérant et le cours inférieur de l'Ambène qui sont devenus le lit de la Morges actuelle.

Quant au *Buron*, il hérita de la partie inférieure du lit que la Morges venait d'abandonner et qu'elle avait suivie pendant les deux périodes précédentes.

Après le Monastirien, au début de la période actuelle, les cours de l'Allier et de ses affluents étaient à peu près définitivement fixés.

Et c'est peu après le Monastirien que le *Sardon*, qui se déversait dans la

Morges pendant les périodes précédentes, fut de nouveau capturé par un autre affluent de l'Ambène et qu'il alla se jeter dans cette dernière rivière, près de Riom.

GÉOLOGIE. — *Sur le prolongement du complexe tectonique Cévenol dans les montagnes de la Louvesc.* Note de M. **A. Demay**, présentée par M. de Launay.

L'analyse tectonique de la région montagneuse de la Louvesc m'a permis d'y reconnaître une structure identique à celle que j'ai décrite antérieurement pour le massif du Pilat, le panneau du Pyfara et le synclinal Saint-Marcel-Roche-de-Vent.

Les gneiss œillés de la nappe des Trois-Dents que j'avais suivis sur les deux bords de ce synclinal jusqu'à hauteur de Saint-Julien-Vocance se poursuivent d'abord avec des caractères identiques, puis disparaissent au sud de la crête de Saint-Bonnet et du col du Faux. Par contre, j'ai pu suivre une bande continue de gneiss œillés qui unit les bandes ouest et est du synclinal de la Roche-de-Vent. De même, les affleurements de la nappe de Pouyardière sur les bords ouest et est du synclinal de la Roche-de-Vent se relient par une zone large et continue de gneiss à mica noir, d'amphibolites et de granite, dont la position au-dessus des gneiss œillés inférieurs de la bande méridionale visée ci-dessus est établie directement sur plusieurs points. La concordance des conclusions obtenues de deux manières est une vérification nouvelle des principes directeurs adoptés pour l'analyse tectonique des Cévennes septentrionales. L'érosion a respecté au voisinage de la Louvesc deux lambeaux de la nappe du Pilat qui flottent sur les crêtes, le lambeau du Rouvey et celui du Mont-Chaix. A partir de ces lambeaux, le relèvement axial fait apparaître successivement du nord au sud la nappe de Pouyardière, celle des Trois-Dents, puis le substratum. Ainsi se termine le synclinal de nappes Saint-Marcel-Roche-de-Vent. Du côté Est subsiste pourtant un peu plus loin, vers le Sud, un lambeau complexe, presque indépendant, le lambeau du Mont-Sardier. Il comprend une couronne de gneiss œillés de la nappe des Trois-Dents, reliée à la masse principale du synclinal de la Roche-de-Vent par l'isthme tectonique étroit du col du Faux, une couronne interne qui appartient à un lambeau de recouvrement de la nappe de Pouyardière vraiment indépendant ; enfin, au centre, un lambeau de gneiss œillés de la nappe du Pilat.

Dans les montagnes de la Louvesc, la granulitisation post-tectonique très étendue a effacé souvent les effets dynamiques des charriages. Dans la nappe des Trois-Dents, on observe cependant le laminage plus ou moins accentué des gneiss œillés sur toute leur hauteur et un laminage ou écrasement plus intense à la base, par exemple sur la route de Saint-Pierre à Saint-Bonnet et près du col des Grands. Les effets dynamiques du charriage sont encore plus nets près du hameau de Faugeas sur la route de la Louvesc à Nozières et sur les croupes voisines. Pour la nappe de Pouyardière, dont le contact de base est presque partout masqué par la granulite, les seuls arguments d'ordre dynamique en faveur du charriage sont le laminage ou l'écrasement franc à la base dans la région de Faugeas et près de Champaurie à l'ouest de la Louvesc. Pour la nappe du Pilat, on peut citer le laminage des gneiss œillés sur toute leur hauteur et la grande agitation des gneiss à leur base avec mylonitisation partielle dans la région de Faugeas et le long de la route de Saint-Bonnet à la Louvesc à la base du lambeau du Rouvey.

En dehors des arguments d'ordre dynamique, on peut invoquer d'ailleurs en faveur du charriage des trois séries leur allure toujours peu inclinée et souvent presque horizontale, malgré le laminage apparent dans les deux séries de gneiss œillés. Même sur les points où les couches près d'un contact sont agitées et redressées, le dessin des contours, toujours très voisin de celui d'une courbe de niveau, accuse la faible inclinaison des surfaces de séparation et la réalité des mouvements tangentiels.

Enfin la répétition des facies et la répartition anormale des termes des divers degrés métamorphiques, dont j'ai signalé l'importance pour l'analyse tectonique du cristallin et du cristallophyllien (¹) et dont M. E. Raguin a envisagé récemment l'utilisation dans l'ouest du Massif Central (²), donne, dans la région de la Louvesc comme plus au nord, des arguments concrets en faveur des duplicatures et recouvrements tectoniques : répétition du facies des gneiss œillés, position recouvrante de ces gneiss catamétamorphiques sur des gneiss mésométamorphiques, position recouvrante de granite sur les gneiss œillés. Le dernier fait est bien net en particulier près de Faugeas dans le lambeau de la Farre et à l'extrémité sud du noyau synclinal de la Roche-de-Vent.

(¹) A. Demay, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 935, 1035; 186, 1928, p. 507. — *C. R. Congr. géol. Int. Pretoria*, 1929, II, p. 15.

(²) E. Raguin, *Bull. Soc. Géol.*, 30, 1930, p. 51.

Le charriage de l'ensemble des trois séries, Pilat, Pouyardière et Trois-Dents, et l'existence, dans cet ensemble, d'une structure complexe en pli couché ou en écailles, sont démontrés directement par ces observations comme ils l'étaient déjà par la continuité de ces séries avec les éléments tectoniques observés plus au nord. La zone tectonique cévenole (1) se prolonge donc vers le sud au moins jusque dans les montagnes de la Louvesc et dans le petit massif du Mont Sardier.

Les gneiss granulitiques figurés sur l'ancienne carte dans le haut bassin du Doux doivent être attribués du point de vue actuel, non au complexe charrié, mais à son substratum plus ou moins granulitisé. L'aire autochtone du haut bassin du Doux, presque complètement enserrée entre le lambeau de Saint-André, celui du Pyfara et l'extrémité méridionale de la bande de la Roche-de-Vent est une demi-fenêtre dans le paquet charrié. Le granite et les gneiss de Bobinieux à l'ouest de la Louvesc sont, d'après la carte ancienne, complètement entourés par les gneiss granulitiques et semblent *a priori* définir du point de vue actuel une fenêtre. En réalité, le granite de Bobinieux affleure dans un golfe étranglé entre le lambeau du Sardier et la languette tectonique étroite et mince de la crête de Micoulaux. C'est en somme une demi-fenêtre plus petite, ouverte sur celle du Doux.

D'une manière générale, la topographie actuelle souligne remarquablement la structure. L'allure subhorizontale et onduleuse des nappes se traduit, dans ce pays profondément creusé, à la fois par la complication des contours et par la belle simplicité du plan général.

BOTANIQUE. — *Sur la conjugaison des ascopores chez les Levures et quelques points obscurs du développement de ces Champignons.* Note (2) de M. **Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

Dans des recherches déjà anciennes, nous avons démontré que les Levures se rattachent, au point de vue de leur sexualité, à deux types : les unes ont une conjugaison précédant la formation de l'asque (*Zygosaccharomyces*, *Debaryomyces*, etc.); chez les autres, la conjugaison s'opère entre les ascospores au moment de leur germination (*Saccharomycodes*, beaucoup de *Saccharomyces*). Depuis, Mlle Batchinskaja a décrit le *Saccharomyces paradoxus* qui offre un développement tout à fait inexplicable : dans cette espèce,

(1) A. Demay, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 923.

(2) Séance du 16 février 1931.

il y aurait deux fusions cellulaires, l'une s'opérerait entre les ascospores, et la cellule qui résulterait de cette première fusion germerait en un promycélium; ce dernier donnerait naissance par bourgeonnement à des cellules levures qui, avant de continuer à se multiplier, subiraient une seconde fusion; Nadson et Krassilnikov ont montré que la fusion des ascospores de cette Levure est accompagnée d'une caryogamie, mais ils ne parlent pas de la seconde fusion. Tout récemment Nishiwaki a découvert une Levure dont la multiplication s'effectue, comme dans le genre *Saccharomycodes*, par un processus intermédiaire entre le bourgeonnement et le cloisonnement et qui offre aussi deux fusions cellulaires : l'une à l'origine de l'asque, l'autre entre les ascospores. En raison de ces caractères intermédiaires entre les gènres *Zygosaccharomyces* et *Saccharomyces*, Nishiwaki a créé pour cette Levure le genre nouveau *Zygosaccharomycodes* et lui a réservé le nom de *Z. Japonicus*. Il a incorporé dans ce genre le *S. paradoxus* et la Levure de Pulque que nous avons décrite. Ces données sont de nature à bouleverser toutes les conceptions actuelles de la sexualité des Levures et à mettre en doute la nature sexuelle de la fusion des ascospores. Il nous a donc paru nécessaire de reprendre l'étude de ces deux nouvelles espèces.

Le *S. paradoxus* forme d'ordinaire ses asques dans des cellules ordinaires ne résultant d'aucune conjugaison. Ces asques renferment de 1 à 4 ascospores. Celles-ci commencent à germer dans l'intérieur de la paroi de l'asque; elles se gonflent, puis s'anastomosent deux à deux par un canal, produisant des zygospores qui, par bourgeonnements successifs, donnent chacune naissance à une colonie de cellules végétatives. Ce n'est qu'au début du bourgeonnement de la zygospore que se produit l'éclatement de la paroi de l'asque. Un petit nombre d'ascospores germent isolément, sans conjugaison préalable. Jamais, nous n'avons constaté de fusion entre plus de deux ascospores, ni de formation de promycélium, contrairement à ce qu'a décrit M[lle] Batchinskaja. En aucun cas non plus, il ne s'effectue d'autres fusions que celle que nous venons de décrire. Par contre, dans les vieilles cultures, on trouve fréquemment des cellules anastomosées deux à deux par un canal, mais il est facile de constater qu'elles représentent d'anciennes zygospores, qui, après avoir bourgeonné, persistent, en conservant leur forme primitive; souvent, d'ailleurs, elles sont accolées à de petites ascospores qui, n'ayant pas germé, sont en voie de dégénérescence. Ces zygospores peuvent parfois se transformer en asques qui présentent alors le même aspect que ceux d'un *Zygosaccharomyces*. Ces anomalies sont celles que nous avons décrites dans la Levure de Pulque chez laquelle

il n'existe également qu'une seule fusion qui s'opère entre les ascospores.

Le *Zygosaccharomyces Japonicus* n'a, contrairement à ce qu'a avancé Nishiwaki, aucune ressemblance avec le genre *Saccharomycodes* et se multiplie par bourgeonnement typique. Ses asques dérivent d'une conjugaison isogamique et sont formés par deux renflements unis par un isthme étroit : les ascospores, au nombre de 1 à 4, naissent dans les renflements. La germination des ascospores commence dans l'intérieur de l'asque : les ascospores se gonflent, puis germent isolément, par bourgeonnement, en même temps que se produit la rupture de la paroi de l'asque. Jamais on ne rencontre aucune fusion entre les ascospores.

Il résulte donc de nos recherches que le genre *Zygosaccharomycodes* créé par Nishiwaki n'a aucun fondement. Le *S. paradoxus* est une forme chez laquelle la conjugaison s'effectue entre les ascospores comme dans la Levure de Pulque et beaucoup d'autres *Saccharomyces*, tandis que l'espèce décrite par Nishiwaki est un *Zygosaccharomyces* caractérisé par sa conjugaison précédant la formation de l'asque. Les deux fusions cellulaires décrites dans le développement de ces deux Levures résultent d'interprétations erronées. Il s'ensuit donc que le développement de ces deux Levures n'infirme en rien la nature sexuelle attribuée à la conjugaison des ascospores.

Nous avons établi dans nos recherches antérieures l'étroite relation qui existe entre les Endomycétacés et les Levures à conjugaison placée à l'origine de l'asque. Par contre les Levures à conjugaison s'effectuant entre les ascospores constituaient jusqu'ici une exception dans les Ascomycètes. Il semblerait aujourd'hui, qu'à la suite des travaux récents de Melle Wieben, il soit permis d'entrevoir un rapprochement entre les Levures de cette catégorie et les Exoascées. Mlle Wieben a montré, en effet, que dans les *Taphrina epiphylla*, les asques renferment des ascospores + et — qui germent en produisant des conidies — levures + et — qui se conjuguent aussitôt : la zygospore résultant de ce phénomène germe immédiatement en un mycélium. Seulement cette conjugaison (*plasmogamie*) n'est pas accompagnée de caryogamie et les deux noyaux constituent un dicaryon qui se transmet, par division, dans toute les cellules du mycélium et c'est dans l'asque que se produit la caryogamie décrite par Dangeard. Les Levures à conjugaison se produisant entre les ascospores offrent un développement assez comparable à celui de *Taphrina epiphylla* et qui n'en diffère que par le fait que la conjugaison se produit entre les ascospores elles-mêmes, et non entre les levures issues de la germination de celles-ci, et qu'elle est accompagnée de caryogamie.

BOTANIQUE. — *Sur l'origine des vacuoles*. Note de M[lle] CASSAIGNE, présentée par M. Molliard.

La question de l'origine des vacuoles est depuis longtemps discutée, mais dans ces dernières années la méthode des colorations vitales par le rouge neutre a donné un moyen de suivre avec beaucoup de précision l'évolution de ces éléments. Le seul procédé pour résoudre cette importante question serait de pouvoir suivre sous le microscope la formation des vacuoles. Cette étude ne peut guère être réalisée que chez les champignons; malheureusement la coloration des vacuoles par le rouge neutre, qui s'effectue instantanément sous le microscope, ne se produit plus quand on cultive les champignons en milieux additionnés de ce colorant.

Cependant un *Saprolegnia*, étudié par Guilliermond, fait exception à la règle. Cultivé en milieu nutritif additionné de 2 à 5^{mg} pour 100 de rouge neutre, ce champignon croît normalement et présente pendant tout son développement une belle coloration de son vacuome. Nous avons donc utilisé ce *Saprolegnia*, que nous avons cultivé sur bouillon de peptone (1 pour 100) additionné de 2 à 5^{mg} pour 100 de rouge neutre, sur des cellules de Van Tieghem et Le Monnier de 4^{cm} de diamètre et nous avons pu suivre sous le microscope l'origine des vacuoles pendant la croissance du champignon.

Cette méthode nous a permis d'observer la germination des zoospores et de constater fréquemment l'apparition dans le tube germinatif de petites vacuoles qui n'avaient pas de relation avec la grosse vacuole unique de la zoospore; ces vacuoles se fusionnaient entre elles puis se soudaient ensuite à la vacuole de la zoospore qui finissait par se prolonger dans le tube germinatif. Nous avons assisté aussi à des néoformations de vacuoles dans les extrémités de filaments, soit dans les régions terminales qui n'en renfermaient pas encore, soit dans les parties situées un peu au-dessous et entre des vacuoles préformées : ces vacuoles de néoformation apparaissent sous la forme de très petits éléments plus ou moins fortement colorés. Enfin nous avons observé souvent, en même temps, la fragmentation de vacuoles soit par allongement, suivi d'étranglement, soit par une sorte de bourgeonnement. Ce phénomène peut d'ailleurs ne pas être définitif car souvent les vacuoles ainsi formées se fusionnent de nouveau.

Nos observations nous ont montré, en outre, que les vacuoles ont une extrême instabilité de forme et que certaines ont un contour qui offre les

plus capricieuses irrégularités, surtout dans les extrémités des filaments où les déformations des vacuoles se produisent généralement sans arrêt et avec une grande amplitude. Mais le fait le plus important de ces modifications de formes est la production de réseau. L'examen des extrémités de filaments montre que le vacuome s'y présente sous deux formes différentes : il peut être constitué par des vacuoles plus ou moins arrondies, de tailles diverses ou bien par des réseaux. Or, en suivant l'évolution du vacuome pendant un temps suffisant, nous avons vu souvent avec une grande netteté les formes réticulées succéder aux vacuoles arrondies par étirement, ramifications et fusionnement de celles-ci; le phénomène semble dû à l'action combinée des mouvements du cytoplasme et de variations de la tension superficielle du suc vacuolaire; certaines substances susceptibles d'abaisser cette tension telles que le chlorure de calcium employé à faible dose afin d'éviter la plasmolyse, nous ont permis d'ailleurs d'obtenir artificiellement de superbes réseaux. L'examen ultramicroscopique du champignon nous a en outre permis de constater que les vacuoles offrent des mouvements ondulatoires très lents qui paraissent dus aux mouvements du cytoplasme.

On a objecté contre la théorie de la néoformation des vacuoles que les colorations au rouge neutre, sans altérer les cellules, déterminent cependant la fragmentation immédiate des vacuoles en voie de bourgeonnement et ne permettent pas par conséquent de constater la division des vacuoles (Pierre Dangeard); cette objection valable pour les autres champignons ne l'est plus pour le *Saprolegnia* dans les conditions où nous avons opéré. Toutefois les travaux de Chlopin ont montré que le rouge neutre employé à fortes doses est capable de provoquer la formation de vacuoles artificielles. Bien que ce phénomène n'ait jamais été retrouvé dans les cellules végétales et que nous n'ayons employé que des doses faibles de rouge neutre, il y avait cependant là une objection qui pouvait nous être faite. Pour y parer nous avons complété nos recherches par l'étude d'une Levure, le *Saccharomyces pastorianus*, dans laquelle les vacuoles sont visibles avec une grande netteté et où l'emploi du rouge neutre n'est pas nécessaire pour les mettre en évidence. Cette Levure a été cultivée sur cellules de Van Tieghem et Le Monnier et nous avons suivi sous le microscope son bourgeonnement qui s'effectue en une heure environ. Nous avons pu nous rendre compte ainsi que la vacuole du bourgeon peut apparaître par deux processus très différents; tantôt la vacuole de la cellule mère, même lorsqu'elle est très éloignée du bourgeon, envoie brusquement un prolongemente mince et très allongé qui s'introduit dans le bourgeon puis se frag-

mente en petites vacuoles (processus décrit par Pierre Dangeard); tantôt au contraire on ne constate aucun bourgeonnement de la vacuole de la cellule mère et l'on voit simplement apparaître dans le bourgeon une petite vacuole de néoformation; parfois enfin nous avons vu une néoformation suivie d'un bourgeonnement. Ajoutons que les vacuoles des cellules de Levures ont des formes également très instables, sujettes à d'incessantes déformations : fragmentation, étirement, refusion.

En résumé nos recherches nous ont amené à la conclusion que, dans la plupart des cas, les vacuoles naissent spontanément dans le cytoplasme, mais qu'elles peuvent aussi dériver de l'étirement et de la fragmentation de vacuoles préformées, phénomènes qui semblent déterminés par les mouvements du cytoplasme.

AGRONOMIE. — *Sur l'influence de la nature du sol et des radiations sur la dégénérescence de la pomme de terre.* Note de M. **Gustave Jaguenaud**, présentée par M. Mangin.

Il m'a été donné de faire maintes observations sur la germination des tubercules de pomme de terre et sur les maladies dites de dégénérescence qui affectent ces tubercules. C'est ainsi que j'ai obtenu les meilleurs résultats en utilisant comme semence des pommes de terre nouvelles provenant d'Algérie, ou du midi de la France, de février à avril, incomplètement mûres, mises en germination au préalable dans un local éclairé et sain. D'autre part, un grand nombre de cultivateurs du Sud-Ouest utilisent comme semence des pommes de terre dites de la Saint-Jean provenant de tubercules plantés fin juin; et ils s'en trouvent fort bien, alors que les tubercules plantés normalement de février à mai sont atteints par la dégénérescence.

Guidé par ces observations, j'ai fait, l'an dernier, l'expérience suivante, avec le concours de l'Office Agricole du Tarn; j'ai placé dans différentes régions du département, mais surtout en montagne, de 650 à 700^m d'altitude, des semences prélevées dans la plaine gaillacoise, à 200^m environ, en terre argileuse, en variété *Great Scot* très sommairement choisies, provenant de semis de juin, et je les ai étudiées comparativement avec des tubercules sélectionnés de la même variété provenant de la région parisienne.

J'ai constaté que le nombre des pieds malades n'atteignait que 10 p. 100 avec *Great Scot* venant du Tarn et dépassait 30 pour 100 avec les tubercules

de l'autre provenance. Le rendement a été supérieur de plus de moitié dans le premier cas. Avec la variété *Institut de Beauvais* j'ai pu faire des observations analogues.

La régularité a été meilleure avec les semences prélevées dans le pays sur culture de juin, qu'avec celles provenant de l'extérieur.

D'autre part j'ai observé que la semence normale provenant de la montagne tarnaise (régions de Lacaune, Brassac, les Cammazes) est assez bonne, bien qu'elle ne soit pas l'objet d'une sélection attentive. Or, dans la montagne, on ne fait guère que des semis tardifs, d'avril à juin. Il y aurait donc lieu, à mon avis, de s'orienter vers une sélection basée sur les semis tardifs de préférence.

Il résulte de mes expériences que l'époque de la plantation et la rapidité du cycle végétatif ont une influence très nette sur la valeur de la semence quant à sa résistance à la dégénérescence.

Ces conditions semblent indiquer une influence des radiations lumineuses ou autres, sur le processus de ces maladies. Des expériences nombreuses faites sur la conservation et la germination des semences ainsi que des pratiques culturales déjà anciennes, on peut également conclure que les deux facteurs *éclairement* et *aération* ont une grande influence sur le développement normal des tubercules.

L'action lumineuse et calorifique est particulièrement bienfaisante.

On a remarqué que le sable humide est ordinairement favorable à la conservation des qualités sanitaires de la pomme de terre, non le sable sec. Les terres argileuses provoquent une dégénérescence très rapide dans les conditions ordinaires de la culture; mais on constate que la dégénérescence peut être très ralentie dans les mêmes terres argileuses par le choix de l'époque de la plantation, par le raccourcissement de la période végétative précisément au moment où l'humidité de ces terrains est à son minimum, condition cependant défavorable à la culture.

Ces faits, qui semblent obscurs à première vue, peuvent trouver une interprétation dans les travaux et les théories de M. Georges Lakhowsky au sujet de l'influence de la nature du sol sur le développement des êtres vivants.

Les études sur l'influence du sol et celles des radiations ouvrent ainsi une voie nouvelle aux recherches non seulement sur les maladies de dégénérescence de la pomme de terre, mais aussi sur la périodicité de certaines maladies des plantes, sur les modifications de la flore microbienne des sols et par suite sur la fertilité des terres arables.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les variations du signe de la biréfringence dans les figures myéliniques et formations connexes.* Note de M. J. **Nageotte**, présentée par M. Brillouin.

Un fragment d'extrait éthéré de cerveau ou de lécithine pure (¹) mis, entre lame et lamelle, au contact de l'eau, donne trois hydrates différents, qui possèdent une biréfringence de même signe : positif si la matière est fraîche, négatif si au contact de l'air elle a pris une teinte brun foncé, qui indique l'oxydation.

Ce sont : 1° les *figures myéliniques*, disposées en couronne rayonnante à la périphérie; 2° un *réseau trabéculaire* tendu dans l'espace circonscrit par cette couronne (stries huileuses de Lehmann); 3° une *substance pseudo-isotrope* (Lehmann), d'aspect homogène, qui remplit tout cet espace central et dans l'épaisseur de laquelle courent les trabécules du réseau.

J'ai indiqué précédemment la structure lamellaire des figures myéliniques (²); elles sont biréfringentes à axe radié.

Le réseau trabéculaire du disque central est visible en lumière ordinaire, grâce à sa réfringence; il paraît aussi nettement distinct de son milieu que pourrait l'être un réseau fait d'une matière transparente quelconque, examiné dans l'eau; il ne s'insère aux parois qu'en des points restreints, par des piliers d'où partent les trabécules. Ces dernières sont entièrement libres dans leurs parcours; elles sont cannelées en long et généralement striées en travers. L'aspect de leur surface, à un fort grossissement, et leur mode de bifurcation indiquent qu'elles sont formées de filaments élémentaires minces, intimement accolés, exactement parallèles entre eux; leur striation transversale apparente résulte d'ondulations régulières de ces fibrilles; cette striation peut être absente, ou bien au contraire très développée, avec des ébauches de dispositions en éventail et des structures apparemment coniques, qui alternent d'un côté à l'autre; sous cette forme, les trabécules du réseau sont les chaînes de coniques focales de M. Friedel. En lumière polarisée, avec lame de gypse en position diagonale, elles prennent, pour la même orientation, les mêmes couleurs que les figures myéliniques, ce qui conduit à attribuer un axe radié à chacun de leurs filaments élémentaires.

(¹) Je dois à l'extrême obligeance du Dr H. H. Escher un échantillon de l'ovolécithine pure qu'il a obtenue à l'état cristallisé (*Helvetia chimica Acta*, 8, 1925, p. 686).

(²) J. Nageotte, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 44 et 1021; 186, 1928, p. 300 et 741.

La substance pseudo-isotrope dans laquelle le réseau trabéculaire est plongé paraît homogène; elle peut contenir des structures isolées apparemment coniques, avec croix de polarisation, dont la périphérie n'est pas limitée par une ligne nette, mais se confond insensiblement avec le milieu ambiant (konische Störungen). En inclinant la préparation sur la platine du microscope, il apparaît des couleurs qui décèlent la biréfringence; l'axe est perpendiculaire aux surfaces, le signe est le même que pour les figures myéliniques.

Les mêmes dispositions peuvent être observées dans les préparations faites avec des savons; elles sont particulièrement faciles à mettre en évidence avec l'oléate d'ammoniaque.

La biréfringence des savons est toujours positive. Mais l'oxydation de l'extrait de cerveau et de la lécithine amène une inversion du signe des hydrates, qui devient négatif, contrairement à ce que l'on sait des « corps smectiques »; avec les progrès de l'oxydation, la biréfringence, d'abord positive, s'abaisse puis reparaît avec le signe négatif après passage à o.

Pourtant la matière oxydée garde sa biréfringence positive en l'absence d'hydratation. Étalée sur verre, une couche mince d'extrait ou de lécithine pure donne toujours le signe positif, que la matière soit fraîche ou oxydée : la couleur est bleu II ou jaune I suivant que les molécules, perpendiculaires à la direction de l'étalement, sont parallèles ou perpendiculaires à l'axe de moindre élasticité de la lame de gypse.

Il s'agit donc, dans les figures produites par l'hydratation d'une matière oxydée, d'une biréfringence « de forme », de signe négatif, qui apparaît ou s'exagère par suite d'une modification apportée au mode de dispersion des particules dans l'eau et qui agit en sens inverse de la biréfringence propre des particules dispersées. L'inversion du signe ne se produit pas si, au lieu d'eau distillée, on se sert de solutions aqueuses diverses (glycérine, saccharose, NaCl, urée). A mesure que les solutions sont plus concentrées, l'on obtient successivement des figures myéliniques encore négatives, puis isotropes, enfin biréfringentes positives, avec des couleurs de plus en plus élevées, qui atteignent le niveau de celles données par les extraits frais.

Les formules de O. Wiener laissent supposer que la disposition lamellaire des figures myéliniques est ici en cause, puisqu'il s'agit d'une biréfringence négative. Mais il n'est pas possible d'analyser rigoureusement les phénomènes, parce que l'action des solutions employées est double : elles augmentent l'indice de réfraction du milieu, ce qui diminue l'effet optique de la dispersion des particules, et en même temps elles augmentent la

pression osmotique, ce qui diminue la dispersion elle-même. D'autre part, les variations d'indice que l'on peut obtenir dans un liquide aqueux, utilisable pour cette expérience, sont trop limitées.

Ce qui est certain, c'est que l'oxydation de la matière, qui fait apparaître le signe négatif, favorise l'hydratation. Les figures isotropes ou négatives paraissent moins réfringentes en lumière ordinaire que les figures positives, leur consistance est plus molle. Lorsque l'oxydation est inégalement répartie, il apparaît, dans la même préparation, des figures positives et négatives et ces deux sortes de figures peuvent s'invaginer les unes dans les autres, suivant un processus très fréquent, comme on le sait, dans toutes les préparations. Or ce sont toujours les figures positives, plus dures, qui s'introduisent dans les figures négatives, plus molles, et jamais l'inverse.

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'action calcifiante et sur l'action toxique, chez l'animal, de hautes doses d'ergostérol irradié : tentative de séparation des deux actions.* Note de MM. **H. Simonnet** et **G. Tanret**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans des recherches précédentes (¹) nous avons étudié l'action calcifiante et toxique de hautes doses d'ergostérol irradié administrées au lapin, ainsi que la calcification du poumon chez l'animal sain et l'animal tuberculeux. Les recherches suivantes complètent les résultats précédemment publiés.

1. Alors qu'au début nous n'utilisions que de l'ergostérol dissous dans du beurre de cacao, que nous gardions à l'état solide et ne faisions fondre qu'au moment de l'emploi, afin de nous mettre à l'abri des phénomènes d'oxydation, nous avons utilisé dans la suite le produit dissous dans l'huile, ayant reconnu que l'activité d'une telle préparation reste longtemps presque intacte, même pendant un an. La mort survient, dans les deux cas, après 6 à 18 jours pour des doses de 40^{mg} d'ergostérol irradié 45 minutes; 8 à 12 jours pour le même ergostérol irradié 6 heures; elle n'a lieu qu'après 15 à 25 jours pour la dose de 20^{mg} irradiés 45 minutes. La calcification limite de l'aorte thoracique peut monter jusqu'à 23,6 pour 100, égale à celle d'une côte d'un animal sain.

2. Les principes calcifiants et toxiques de l'ergostérol irradié résistent, en effet, assez bien aux agents d'oxydation : on les a retrouvés intacts dans un ergostérol (irradié 6 heures) qui avait été soumis à l'oxydation dans des

(¹) Simonnet et Tanret, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 400 et 1529. Pour le détail des expériences, voir *Bull. de la Soc. de Chimie biologique*, 12, 1930, p. 371, et 13, 1931 (sous presse).

conditions analogues à celles réalisées pour l'obtention du peroxyde d'ergostérol (addition d'éosine, lampe de 200 watts, courant d'oxygène continu); parallèlement, le pouvoir antirachitique, vis-à-vis du jeune rat, se manifestait encore à la dose de 1/50 de milligramme. La même résistance a été retrouvée quand on l'a soumis aux agents d'hydrogénation (Na métallique et alcool absolu).

Ces deux ordres de faits montrent la stabilité chimique assez grande de la vitamine D, qui, d'autre part, est nettement thermostable.

3. Au cours de nos recherches, nous avons souvent été frappés par la résistance de certains lapins à l'administration de doses qui tuaient la plupart des autres animaux dans des délais infiniment plus courts : alors que ceux-ci mouraient en 15 à 20 jours, par exemple, les premiers ne succombaient qu'au bout de plusieurs mois. On se trouve ainsi amené à envisager la notion d'ergostérino-résistance, analogue à l'insulino-résistance, à l'arséno-résistance, de certains animaux ou de certains malades. La cause de cette ergostérino-résistance nous échappe encore. Expérimentalement, l'influence de la race ou celle du régime alimentaire n'a pu être mise en évidence.

Cette notion d'ergostérino-résistance n'est pas sans troubler la marche des expériences et exige l'emploi de nombreux animaux pour donner des séries aux résultats bien nets.

4. Alors que l'administration journalière d'ergostérol irradié provoque une intoxication calcique en général assez rapide, il n'en est plus ainsi quand les mêmes doses sont administrées de façon discontinue, avec des intervalles de repos bien réglés, par exemple dans des traitements de longue durée où le produit n'est donné que 4 jours par semaine, avec 3 jours de repos entre des prises successives. Dans ces conditions, la survie est très fortement prolongée, les jours de repos agissant à la façon de cures de désintoxication et, dans une certaine mesure, de décalcification artérielle. On peut ainsi garder plusieurs mois des animaux qui, autrement, auraient succombé en quelques semaines.

5. Dans le même ordre d'idées, on a cherché à voir l'effet de l'iodure de potassium — employé couramment dans l'artériosclérose humaine — sur le ralentissement de la calcification expérimentale du lapin. Cette action s'est trouvée très nette et, dans certains cas, tout à fait remarquable. Ainsi, alors qu'un de nos lapins recevant 2^{cg} d'ergostérol irradié 4 jours par semaine ne succombait qu'au 228e jour (ayant ingéré $2^{g},66$ d'ergostérol irradié) avec une calcification intense (Ca de l'aorte thoracique descendante : 17,7 pour 100), deux autres lapins recevant les mêmes doses d'ergo-

stérol et, en même temps, $0^g,20$ KI étaient encore vivants, engraissés et bien portants au bout du même temps : sacrifiés, ils montraient des aortes souples et saines où une légère calcification (0,36 et 0,94 pour 100) ne pouvait être mise en évidence que par l'analyse chimique.

6. Si l'on administre à des lapins des doses quotidiennes qu'on peut qualifier de massives — $0^g,10$ et $0^g,20$ d'ergostérol irradié (2 à 4^{cm^3} d'huile à $\frac{1}{20}$) — la mort se produit au bout de quelques jours (6 à 8) avec une baisse de poids modérée, sans grandes lésions anatomiques apparentes, sans calcification aortique appréciable, celle-ci n'étant décelable qu'à l'analyse et ne dépassant guère 1 à 4 pour 100. Ainsi par l'emploi de doses massives se trouve expérimentalement réalisée la dissociation entre l'action toxique et l'action calcifiante, dissociation que l'emploi de petites doses quotidiennes ne nous avait pas permis jusqu'alors de mettre en évidence : par cet artifice, l'action calcifiante n'a pas encore eu le temps de se manifester sensiblement, alors que l'action toxique tue l'animal par un processus tout à fait différent de celui de la calcification. Il semble donc établi qu'il y a, dans les produits d'irradiation de l'ergostérol, un facteur toxique et un facteur calcifiant, bien différents l'un de l'autre.

A $15^h 50^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géométrie, par l'organe de M. J. Hadamard, remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *P. Appell* :

En première ligne	M. **Élie Cartan**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Arnaud Denjoy**, **Gaston Julia**, **Paul Montel**, **Ernest Vessiot**.

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 MARS 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 7 mars 1931, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Charles Jacob** pour occuper dans la Section de Minéralogie la place vacante par le décès de M. *P. Termier*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Charles Jacob** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Wacław Sierpiński**, professeur à l'Université de Varsovie, qui assiste à la séance.

ÉLASTICITÉ. — *La flèche d'une poutre ne dépend pas de l'effort tranchant.* Note de M. **Mesnager**.

J'entends ici par flèche celle de la fibre supérieure ou de la fibre inférieure, ce sont celles qu'on mesure habituellement dans les laboratoires et sur les ouvrages exécutés.

On sait déterminer par la théorie de l'élasticité les tensions longitudinales dans les poutres pour un certain nombre de dispositions de charges. Les valeurs usuelles de la résistance des matériaux en diffèrent peu. Mais quand il s'agit de calculer les flèches, la plupart des auteurs affirment qu'il faut ajouter deux espèces de déformation : 1° les déformations dues au moment fléchissant; 2° les déformations dues aux efforts tranchants. Les

premières sont produites par les tensions longitudinales agissant sur les sections droites, les secondes par les cisaillements qui s'y joignent.

Pour démontrer mon affirmation, je vais me servir de l'expression de la courbure d'une fibre longitudinale qu'on peut tirer de la théorie de l'élasticité à deux dimensions.

Prenons les notations de Lamé et plaçons l'axe Ox, horizontal suivant celui de la poutre, Oy vertical et par conséquent Oz horizontal. On a

$$T_3 = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad \text{et} \quad E\frac{\partial u}{\partial x} = N_1 - \sigma N_2.$$

On en tire

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial T_3}{\partial x} + \frac{\sigma}{E}\frac{\partial N_2}{\partial y} - \frac{1}{E}\frac{\partial N_1}{\partial y}. \tag{1}$$

Si l'on suppose avec de Saint-Venant les charges et les réactions réparties dans la hauteur de la poutre de façon que les fibres longitudinales n'exercent aucune pression verticale les unes sur les autres, $N_2 = 0$; ce qu'on fait presque toujours implicitement en supposant leurs allongements fonctions de N_1 seul on a

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial T_3}{\partial x} - \frac{1}{E}\frac{\partial N_1}{\partial y}. \tag{2}$$

Sur la fibre supérieure et la fibre inférieure on a $T_3 \equiv 0$, donc

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\frac{1}{E}\frac{\partial N_1}{\partial y}. \tag{3}$$

La courbure de ces fibres ne dépend que des tensions longitudinales, nullement des cisaillements; la flèche en est donc indépendante.

On peut illustrer ceci par un exemple. Soit une poutre droite, posée aux points $x = 0$ et $x = l$, uniformément chargée de p par unité de longueur, rectangulaire, de hauteur constante h, infiniment mince dans les sens Oz. J'ai donné dans mon *Cours de résistance des matériaux* (Dunod, 1928) les tensions qu'elle subit; elles sont :

$$N_1 = -\frac{My}{I} - \frac{py}{h}\left(\frac{2y^2}{h^2} - \frac{3}{10}\right) = -\frac{6p}{h^3}xy(l-x) - \frac{py}{h}\left(\frac{2y^2}{h^2} - \frac{3}{10}\right),$$

$$T_3 = \frac{T}{I}\left(\frac{y^2}{2} - \frac{h^2}{4}\right) = \frac{3p(l-2x)}{h}\left(\frac{y^2}{h^2} - \frac{1}{4}\right),$$

$N_2 = 0$, Y charge par unité de volume,

$$Y = \frac{6p}{h}\left(\frac{y^2}{h^2} - \frac{1}{4}\right).$$

On vérifie facilement que ces équations satisfont aux conditions du problème.

Le premier terme de N_1 est l'expression usuelle de la résistance des matériaux, le second est exigé par la condition de continuité (expression de Beltrami) et la nécessité de ne pas changer la valeur du moment fléchissant. Ce second terme constitue la différence entre la théorie de l'élasticité et les formules usuelles de la résistance des matériaux.

En appliquant la formule (3) on trouve, pour les fibres extrêmes, qu'il faut multiplier la flèche due au moment correspondant au premier terme de N_1 (résistance des matériaux) par

$$1+\frac{24}{25}\frac{h^2}{l^2}<1,01, \text{ si } l=10h.$$

La correction est souvent négligeable.

Il n'en est pas de même dans la fibre, lieu des centres de gravité.

Si l'on cherche avec la formule (2) ce qui se passe *dans la fibre moyenne*, on trouve que $\frac{\partial N_1}{\partial y}$ se réduit à son premier terme, le terme introduit par la continuité s'annulant pour $y=0$. Le cisaillement produit une flèche de même sens que celle de flexion. Il faut multiplier la flèche usuelle due au moment par

$$1+2,4\frac{l^2}{h^2}(1+\sigma)=1,032, \text{ si } l=10h,\ \sigma=0,33.$$

A partir des extrémités la fibre moyenne se déplace de plus en plus, jusqu'au milieu de la portée, par rapport aux fibres supérieures et inférieures de la poutre. Celles-ci pendant la déformation sont restées partout à leur distance primitive l'une de l'autre, mais la fibre moyenne s'est rapprochée partout de la semelle inférieure. Ce résultat était à prévoir, les fibres comprimées de la partie supérieure de la poutre occupant une plus grande hauteur à cause du coefficient de Poisson et les fibres tendues de la partie inférieure occupant une moindre hauteur pour la même raison. Ce déplacement relatif est toujours inférieur à $\frac{1}{10000}$ de la hauteur.

Car l'allongement en dessous de la limite d'élasticité est inférieur pour tous les corps solides à $\frac{1}{1000}$, le coefficient de Poisson est voisin d'un tiers et la tension varie de zéro à son maximum sur la demi-hauteur.

On trouve des résultats analogues en plaçant la charge sur la face supérieure de la poutre. Le dernier terme de N_1 est doublé, T_3 ne change pas,

$N_2 = Yy - \frac{p}{2}$, comme je l'ai jadis établi (*Annales des Ponts et Chaussées*, 2, 1901, p. 170). Les flèches s'expriment d'une façon peu différente.

Ces calculs sont applicables aux contraintes moyennes et déplacements moyens de la poutre rectangulaire épaisse et avec des modifications peu importantes à la poutre de section constante quelconque.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les dérivés magnésiens de la dichlorotriphénylphosphine et sur les pentaphosphines.* Note de MM. **V. Grignard** et **J. Savard.**

A. Job et Dussollier [1] ont montré que les dérivés magnésiens de la mono- et de la di-phénylphosphines se préparaient simplement par action, sur ces corps, d'un organomagnésien ; par exemple :

$$C^6H^5PH^2 + 2RMgX = 2RH + C^6H^5P(MgX)^2$$

Nous avons constaté par contre qu'il est impossible d'obtenir ce même magnésien en partant du chlorure correspondant, $C^6H^5PCl^2$; le magnésium ne réagit pas et l'action d'un organomagnésien remplace Cl par R.

De même les atomes de chlore de PCl^3 et de PCl^5 s'éliminent, en tout ou partie, avec la partie minérale d'un magnésien ; on ne peut arriver, par cette voie, à un magnésien de phosphine.

En partant du fait classique que les deux valences supplémentaires du phosphore ne sont pas identiques aux valences principales, nous nous sommes proposé de les étudier séparément en partant de corps de la forme R^3PO. Nous ne nous occuperons ici que de l'oxyde de triphénylphosphine, déjà obtenu, ave de médiocres rendements, par Sauvage [2] et par Pickard et Kenyon [3].

Le procédé de préparation a été quelque peu modifié. Pour obtenir de bons résultats, il faut préparer le magnésien du bromobenzène avec d'assez grandes précautions, afin d'éviter, autant que possible, la formation de diphényle, très gênant pour les cristallisations ultérieures. Il faut éviter toute trace d'humidité et opérer dans un mélange réfrigérant en agitant constamment. L'addition de $POCl^3$ dans la solution éthérée de C^6H^5MgBr doit être faite lentement, en refroidissant énergiquement et

(1) *Comptes rendus* 184, 1927, p. 1454.
(2) *Comptes rendus* 139, 1904, p. 674.
(3) *J. Chem. Soc.*, 1906, p. 262.

sans violente agitation. On chauffe ensuite pendant une heure et demie, au bain-marie, pour compléter la réaction. Il s'est formé un magna que l'on décompose par l'eau, ajoutée goutte à goutte, dans le ballon, par la boule à robinet, en agitant violemment et laissant bouillir l'éther. Si l'hydrolyse est bien conduite, le magna doit disparaître complètement et il ne doit pas rester une couche pâteuse entre l'eau et l'éther.

On purifie la solution éthérée par deux ou trois lavages et on la concentre après dessiccation. On soumet le résidu à une série de cristallisations dont les premières donnent l'oxyde de triphénylphosphine, $(C^6H^5)^3PO$, à peu près pur, tandis que les suivantes contiennent du diphényle et doivent être recristallisées.

On obtient finalement le corps cherché, en jolis cristaux blancs, fusibles à 155-157°. Le rendement atteint 65 pour 100 par rapport au bromobenzène.

L'oxyde de triphénylphosphine est soumis à la chloruration, à la température de l'eau courante (10°), en introduisant le PCl^5, bien pulvérisé, dans la solution toluénique ou benzénique de l'oxyde.

Le produit de la réaction se sépare en une couche liquide qui isole le PCl^5, aussi est-il nécessaire d'agiter vers la fin pour maintenir le contact des deux réactifs. On décante la couche inférieure, on lave à l'eau pour éliminer l'acide chlorhydrique et l'oxychlorure de phosphore, et l'on neutralise par le bicarbonate de soude qui n'a pas d'action hydrolysante appréciable. Enfin on dissout l'huile dans l'alcool ou le benzène et l'on fait cristalliser jusqu'à point de fusion constant.

La dichlorotriphénylphosphine qui n'a pas encore été décrite, est un corps blanc, finement cristallisé, fusible à 176°, insoluble dans l'eau et l'éther froids. Elle est hydrolysée par l'eau bouillante.

L'analyse, pour C et H, a été effectuée dans le chromate de plomb; le Cl a été dosé par la méthode de Baubigny-Chavanne. Enfin le P a été déterminé par la méthode de Marie, en détruisant la substance ($0^g,3$) par 3^{cm^3} d'acide sulfurique pur, dans un erlenmeyer chauffé au bain de sable. Quand le dégagement de gaz SO^2 a cessé, on ajoute quelques cristaux de nitrate de potassium et l'on continue de chauffer, jusqu'à clarification du liquide. On dilue, on neutralise par l'ammoniaque et l'on précipite par la mixture magnésienne.

Trouvé	C = 64,8	H = 4,6	Cl = 21,2	P = 9,45
Calculé pour $(C^6H^5)^3PCl^2$.....	C = 64,86	H = 4,50	Cl = 21,32	P = 9,32

Si l'on fait réagir un magnésien sur le dichlorure de triphénylphosphine, en élevant la température, on a la réaction suivante :

$$(C^6H^5)^3PCl^2 + 2RMgX = 2RCl + (C^6H^5)^3P(MgX)^2.$$

La réaction a été étudiée avec CH^3MgI, C^2H^5MgI et C^2H^5MgBr. Il a

paru préférable d'opérer avec un fort excès de magnésien et de remplacer l'éther par du benzène pour pouvoir élever la température à 60-70°. Le dégagement de CH^3Cl, ou de C^3H^5Cl, permet de suivre la marche de la réaction.

Le temps nous a manqué jusqu'à présent pour faire une étude systématique de ces magnésiens. Nous leur avons, cependant, reconnu une très intéressante propriété que nous allons signaler.

Si l'on fait réagir sur le dimagnésien de la triphénylphosphine un alcool aliphatique saturé, ROH, contrairement à ce qui se produit d'ordinaire, on a la réaction suivante :

$$(C^6H^5)^3P(MgX)^2 + 2ROH = 2MgXOH + (C^6H^5)^3PR^2.$$

On aboutit donc à des phosphines du phosphore pentavalent que l'on peut appeler des *pentaphosphines*. Et c'est la première fois, croyons-nous, que l'on ait réussi à substituer les cinq valences du phosphore par des radicaux hydrocarbonés.

Ce résultat a été obtenu, jusqu'à maintenant, avec les trois premiers alcools. L'alcool anhydre est introduit, goutte à goutte, dans la solution benzénique du dimagnésien; la réaction est nettement exothermique. On décompose ensuite par l'eau acidulée pour dissoudre la magnésie. Le rendement par rapport à $(C^6H^5)^3PCl^2$ n'a pas dépassé 15 à 20 pour 100.

Ces triphényldialcoylpentaphosphines se présentent comme des corps blancs, bien cristallisés, insolubles dans l'eau et l'éther, solubles dans le benzène et l'alcool chauds.

Voici leurs points de fusion et leurs analyses :

1° $(C^6H^5)^3P(CH^3)^2$ (F. 163-166°).

Trouvé	C = 81,9	H = 7,2	P = 10,7
Calculé	C = 82,19	H = 7,19	P = 10,62

2° $(C^6H^5)^3P(C^2H^5)^2$ (F. 172°).

Trouvé	C = 82,3	H = 8,2	P = 9,5
Calculé	C = 82,50	H = 8,12	P = 9,38

3° $(C^6H^5)^3P(n-C^3H^7)^2$ (F. 179-182°).

Trouvé	C = 82,7	H = 8,4	P = 9,0
Calculé	C = 82,70	H = 8,33	P = 8,97

Ces résultats montrent que le chlore fixé sur l'atome de phosphore triva-

lent ne se comporte pas comme celui qui sature les deux valences supplémentaires de l'atome pentavalent. Cette différence est mise en évidence par la comparaison des deux réactions suivantes :

$$C^6H^5PCl^2 + 2RMgX \rightarrow C^6H^5PR^2,$$
$$(C^6H^5)^3PCl^2 + 2RMgX \rightarrow (C^6H^5)^3P(MgX)^2.$$

Cependant les deux valences supplémentaires du phosphore pentavalent peuvent être, elles aussi, saturées par des radicaux hydrocarbonés, mais en employant, comme on vient de le voir, une voie détournée.

Nous nous proposons d'étudier ces nouveaux magnésiens et leurs dérivés, particulièrement les pentaphosphines; et aussi de rechercher s'il est possible de réaliser le même type de substitution sur d'autres éléments de la même famille.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre de la Section de Géométrie en remplacement de M. *P. Appell*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 54,

M. Élie Cartan	obtient	51	suffrages
M. Ernest Vessiot	»	2	»
M. Paul Montel	»	1	»

M. **Élie Cartan**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. **François Maignon** adresse un rapport sur l'emploi qu'il a fait des subventions qui lui ont été attribuées en 1928 et 1929 sur la *Fondation Loutreuil*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Comitato per l'Ingegneria del Consiglio nazionale delle Ricerche. *La*

partecipazione italiana alla seconda Conferenza mondiale dell'Energia, Berlino, Giugno 1930.

2° *Repertorio de las publicaciones y tareas de la Real Sociedad Geográfica* (1921-1930), par D. José Maria Torroja. (Présenté par M. G. Perrier.)

3° Les Tomes I (1928) et II (1929) des *Anales de la Sociedad Española de Estudios fotogrametricos*. (Présenté par M. G. Perrier.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété fondamentale des fonctions analytiques de plusieurs variables*. Note [1] de M. **Francesco Severi**.

On sait que l'extension du théorème de Cauchy aux intégrales multiples a été faite en 1886 par M. Poincaré. La proposition réciproque a été établie en 1888 par M. Volterra comme une des conséquences de sa théorie des fonctionnelles isogènes et plus tard par M. E. Pascal en employant les méthodes du calcul des variations.

Je vais exposer, dans les lignes qui suivent, une démonstration directe très simple de cette réciproque en me bornant, pour la brièveté du langage, aux fonctions de deux variables. L'idée directrice de la démonstration s'applique aux intégrales doubles attachées à une surface algébrique et donne lieu à des conséquences intéressantes que j'indiquerai ultérieurement.

Le théorème dont il s'agit (extension d'une proposition de M. Morera) s'énonce ainsi :

Si une fonction $f(x,y)$ de deux variables complexes $x=x_1+ix_2$, $y=y_1+iy_2$ est continue dans une cellule E *à quatre dimensions de l'espace euclidien (x_1, x_2, y_1, y_2) et si en outre l'intégrale*

$$J=\int\int f(x,y)\,dx\,dy,$$

étendue à toute surface fermée bilatère de E, *est nulle, alors $f(x,y)$ est holomorphe en* E.

Comme domaine d'un point (x_0, y_0), intérieur à E, on peut prendre le bicylindre B (suivant la dénomination de M. Carathéodory), qui représente les couples de points de deux cercles, C_1, C_2, ayant les centres respectifs x_0, y_0 dans les plans $y=0$, $x=0$. Soient λ_1 une ligne simple, orientée,

[1] Séance du 2 mars 1931.

ouverte, appartenant à C_1 et λ_2 une ligne simple, orientée, fermée, appartenant à C_2. Les couples de points de λ_1, λ_2 sont représentés en B par une surface S, bilatère, orientée, ouverte, qui est homéomorphe à la surface latérale d'un cylindre.

Je dis que, quoique S soit ouverte, l'intégrale J, étendue à S, est nulle.

En effet la frontière de S se compose de deux courbes simples, fermées, qui représentent les couples ayant un point variable sur λ_2 et un point fixe dans l'un ou dans l'autre des extrémités x', x'' de λ_1. Or les deux courbes susdites appartiennent respectivement aux plans $x = x'$, $x = x''$ et sur ces plans elles sont frontières de deux cellules E′, E″, qu'on ajoutera à S, obtenant ainsi une surface bilatère, fermée, homéomorphe à la surface totale d'un cylindre. Comme S était déjà orientée, on pourra orienter la surface totale T, en fixant convenablement un côté de chacune des E′, E″. Alors l'intégrale J, étendue à T, sera nulle. Mais, comme la même intégrale, étendue à chacune des cellules E′, E″, est nulle, parce que sur ces cellules on a $dx = 0$, on en conclut que

$$\int\int_S f(x,y)\,dx\,dy = 0;$$

d'où l'on déduit tout de suite que, si l'on choisit deux lignes ouvertes orientées σ_1, σ_2, dans C_1, C_2, avec les extrémités respectives a, x et b, y, la valeur de J étendue à la surface σ, qui représente les couples de points des lignes σ_1, σ_2, ne change pas par les déformations continues de σ_1, σ_2, en C_1, C_2, à condition que les extrémités a, x; b, y demeurent fixes. On peut donc écrire :

$$\int\int_\sigma f(x, y)\,dx\,dy = \int_a^x \int_b^y f(x, y)\,dx\,dy = F(x, y),$$

F étant une fonction *univoque* de (x, y) en B.

Or la fonction

$$\varphi(x, y) = \int_b^y f(x, y)\,dy,$$

pour chaque y de C_2, est une fonction continue univoque de x sur C_1. De plus, comme $\int_l \varphi(x, y)\,dx$ est nulle pour tout cycle linéaire l de C_1, la fonction $\varphi(x, y)$, à cause du théorème de Morera, sera fonction holomorphe de x en C_1, pour chaque point y de C_2, et par conséquent l'expression

$$F(x, y) = \int_a^x \varphi(x, y)\,dx$$

sera aussi fonction holomorphe de x, dans les mêmes conditions. D'une façon semblable on prouve que $F(x, y)$ est fonction holomorphe de y en C_2, pour tout x de C_1; de sorte que, en vertu d'un théorème classique, $F(x, y)$ sera fonction holomorphe du couple (x, y) en B, et, comme

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y},$$

on aboutit à la proposition énoncée.

J'ajoute quelques remarques complémentaires.

a. La démonstration n'exige point que J soit nulle sur *toute* surface fermée de E. Il suffit de savoir que J est nulle par les surfaces du type cylindrique S (ou T) et même sur des surfaces particulières du type S, qu'on construit en s'appuyant sur une remarque de M. Bôcher, se rapportant au théorème de Morera.

b. La valeur de l'intégrale J est une fonctionnelle univoque des lignes fermées de E. Cette fonctionnelle demeure constante lorsque les côtés du quadrilatère curviligne entourant σ varient d'une manière continue sur les plans $x = \text{const.}$, $y = \text{const.}$, auxquels ils appartiennent. Par rapport à ces déformations la valeur de J dépend donc seulement des positions des quatre sommets. C'est là une forme particulière de la propriété générale suivante : Étant donnée une surface caractéristique [au sens de M. Levi-Cività, c'est-à-dire une surface ayant une équation analytique $\psi(x, y) = 0$], l'intégrale double de toute fonction de (x, y), étendue à un morceau quelconque (bilatère) de la surface, où la fonction soit continue, est nulle. Ceci signifie que sur la surface l'élément $dx\,dy$ de J est nul.

La propriété est caractéristique des surfaces dont il s'agit. On peut le voir soit au moyen de la transformation $x' = \psi(x, y)$, $y' = y$, qui ramène une telle surface à un plan caractéristique, soit en calculant directement l'élément $dx\,dy$. On trouve ainsi aisément que la condition $dx\,dy = 0$ se réduit à la condition qu'une des variables x, y soit, sur la surface, fonction analytique de l'autre.

La condition même $dx\,dy = 0$ est étroitement liée à la propriété connue (mais non caractéristique) des surfaces caractéristiques, d'être des surfaces minima (Kommerell).

c. Des raisonnements analogues aux précédents s'appliquent à la question que j'ai soulevée la première fois en 1908 et que j'ai traitée depuis plusieurs fois (dernièrement en 1928), se rapportant à l'existence des intégrales *semi-exactes* de première espèce attachées à une surface algébrique, ou,

ce qui est la même chose, à l'existence des intégrales doubles de première espèce sans périodes. La question a été résolue tout récemment par M. Hodge (*London Mathematical Society*, October 1930, p. 290), ce qui conduit à des conséquences d'un très grand intérêt pour la théorie des fonctions algébriques de deux variables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Résolution d'une équation fonctionnelle et fonctions itératives généralisées*. Note [1] de M. **Radu Badesco**, présentée par M. Hadamard.

Le procédé d'itération des fonctions analytiques, qui a fait l'objet de plusieurs Mémoires fondamentaux de MM. Fatou et Julia [2], peut être généralisé en considérant une transformation linéaire (et homogène) quelconque

$$T_n(z) = \lambda F(z) T_{n-1}[\theta(z)] \qquad (n = 1, 2, \ldots), \tag{1}$$

$\theta(z)$ et $F(z)$ étant des fonctions analytiques de z, et λ un paramètre complexe. On est alors conduit — $T_0(z)$, fonction donnée de z — à une famille (T) de fonctions analytiques qui interviennent dans la résolution de l'équation fonctionnelle [3]

$$\Phi(z) = \lambda F(z) \Phi[\theta(z)] + \Psi(z), \qquad \Phi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(z), \tag{2}$$

et qui généralisent les fonctions itératives ordinaires. L'existence des fonctions limites de (T) est conditionnée par l'existence d'une solution $\Phi(z)$ de (2), holomorphe à l'intérieur d'un certain cercle du plan λ, car, à partir de n assez grand, on peut écrire

$$m\,|T_p(z)| \leqq |T_{p+1} - T_p| \leqq M\,|T_p(z)| \qquad \left[\frac{1}{M}, m \neq 0\right] \qquad (p = n, n+1, \ldots), \tag{3}$$

z appartenant à un *domaine d'attraction* Δ que nous avons défini dans une Note précédente [3]. L'étude des fonctions de la famille (T) se rattache donc à celle des solutions de l'équation (2); nous exposerons maintenant les propriétés des diverses solutions de (2) qui correspondent aux points

---

(1) Séance du 2 mars 1931.

(2) Fatou, *Bull. Soc. math. France*, 47, 1919, p. 161. — Julia, *Journal de Liouville*, 7e série, 4, p. 47.

(3) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 480. Il existe des domaines d'attraction aussi dans le voisinage d'un point fixe mixte.

fixes de la transformation ([1]) $z_n = z_{n-1}[\theta(z)]$, nous proposant de revenir dans une prochaine Note sur l'étude de la famille (T). Il est à remarquer que les points fixes de la transformation particulière considérée jouent un rôle essentiel dans cette recherche.

Cycle attractif. — Soit $(\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n)$ un cycle d'ordre n relatif aux itérées ([2]) de $\theta(z)$. En groupant convenablement les termes de la série

$$\Phi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n F(z) F]\theta(z)[\ldots F(\theta_{n-1}(z)] \Psi[\theta_n(z)], \tag{4}$$

solution *formelle* de l'équation (2), et la multipliant par la fonction

$$\Pi(\lambda) = \prod_{i=0}^{\infty} \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_i}\right)^n \right],$$

on démontre qu'il faut et qu'il suffit de prendre

$$\lambda_i^{-n} = F(\xi_1).F(\xi_2)\ldots F(\xi_n) s^i \qquad (i = 0, 1, \ldots) \tag{5}$$

(s étant le multiplicateur du cycle), pour que le produit $\Pi(\lambda).\Phi(z)$, solution *effective* d'une équation analogue à (2), représente une fonction entière de λ, quel que soit z appartenant à un certain *domaine d'attraction* Δ, correspondant au point ξ_j. Les points $\varepsilon_k \lambda_i$ où ε_k est l'une des n racines de $\varepsilon^n = 1$, sont les pôles de la solution générale de (2); on tire de là les mêmes conclusions que dans le cas d'un point fixe attractif ([3]). Cette recherche généralise celle qui a été faite par M. Pincherle comme application de l'équation de Fredholm à une équation du type (2).

Points fixes ou cycles répulsifs. — Si $F(\xi_j) \neq 0$, on ramène ([4]) la recherche des solutions de (2) au problème déjà traité des cycles attractifs; le cas $F(\xi_j) = 0$ introduit de nouvelles propriétés.

Points fixes (ou cycles) mixtes. — Si $|s| = 1$ et si l'argument de s est

---

([1]) Dans la Note des *Comptes rendus*, nous avons déjà donné quelques propriétés de la solution de (2), holomorphe autour d'un point attractif.

([2]) Au sens de M. Julia.

([3]) Voir la Note des *Comptes rendus*.

([4]) On pose $z = \theta_{-1}(u)$, qui est la branche inverse de $\theta(z)$, $[\theta_{-1}(\xi) = \xi]$, et l'on trouve une solution $\Phi_1(u)$, fonction méromorphe en $\frac{1}{\lambda}$ dans tout le plan de la variable $\nu = \frac{1}{\lambda}$.

commensurable avec 2π, la série (4) représente une fonction holomorphe de la variable λ à l'intérieur du cercle Γ, de rayon égal à $|\lambda_0|$ pourvu que z soit intérieur à un certain domaine d'attraction Δ vers l'origine O_z, relatif aux itérées de $\theta(z)$. Si Δ coïncide avec tout ou partie du domaine *total* d'attraction R (sur la frontière duquel se trouve O_z), les arcs frontières de R qui limitent Δ sont des *coupures essentielles* au sens de Weierstrass pour $\Phi(z)$. Il y a, dans les hypothèses faites, un nombre *fini* de points singuliers essentiels sur Γ (dans le plan λ), apparents ou effectifs, dont les affixes dont données par les relations (5) [1]. Dans le cas de l'itération au sens de M. Julia, les équations fonctionnelles correspondantes (de Schröder, Abel, etc.) sont des *équations singulières* à notre point de vue (étude autour d'un point fixe mixte), car λ coïncide avec le point 1, qui est singulier essentiel pour la série (4).

Il est à remarquer que, même si l'argument de s est incommensurable avec 2π, et s'il existe des *domaines* ou des *lignes d'attraction* aboutissant en O_z [pour les itérées de $\theta(3)$], la série (3) a un sens sur ces domaines ou lignes, pour λ intérieur à Γ. Ce cercle est alors une *coupure essentielle* pour $\Phi(z)$.

La méthode utilisée pour étudier les solutions de (2) dans le cas des points fixes répulsifs permet de trouver une nouvelle solution relative aux points fixes mixtes, *holomorphes en* $\frac{1}{\lambda}$ *à l'extérieur du cercle* Γ, et qui est définie sur des domaines répulsifs Δ' qui correspondent aux itérées de $\theta(z)$. Si $\theta(z)$ est une fonction analytique quelconque, nous n'avons pu faire qu'une étude locale dans le plan z en tenant compte des valeurs prises par cette fonction dans son domaine d'existence. De là une subdivision en cellules univalentes, obtenue au moyen des surfaces de Riemann [2]. M. F. Marty avait déjà considéré une subdivision analogue [3], avec une condition aux contours (l'homologie), mais que nous ne pouvions pas utiliser dans l'étude des solutions de (2) où n'intervenait que l'univalence; le théorème IV est d'ailleurs parfaitement vrai avec les deux hypothèses faites.

Les séries de fonctions (4) ont une très grande importance, car de leur existence dépend celle des séries plus générales [4] que l'on obtient en

---

(1) Les points $\varepsilon_k\lambda_i$ ne sont pas distincts. On doit donner à i seulement les premières p valeurs entières et positives.

(2) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 931.

(3) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 466.

(4) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 987.

remplaçant λ^n par un coefficient a_n quelconque, séries qui généralisent celles envisagées par M. Julia [1]. Nous reviendrons dans un Mémoire plus détaillé sur toutes ces questions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions qui ont une infinité de dérivées.* Note de M. **Soula**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit une fonction réelle $f(x)$ indéfiniment dérivable pour $-1 \leqq x \leqq 1$. Les quantités

$$\gamma_n = \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^n f^{(n)}(x)\,dx$$

peuvent s'exprimer à l'aide des polynomes $X_n(x)$ de Legendre :

$$\gamma_n = 2^n n! \int_{-1}^{+1} X_n(x) f(x)\,dx.$$

Il en résulte que les nombres

$$c_n = \sqrt{\frac{2n+1}{2}}\,\frac{1}{2^n n!}\,\gamma_n$$

sont des constantes de Fourier pour la suite orthogonale et normale de polynomes $\sqrt{\frac{2n+1}{2}}\,X_n(x)$. D'autre part le théorème de la moyenne permet d'écrire

$$\gamma_n = f^{(n)}(\xi_n) \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^n\,dx \qquad (-1 < \xi_n \leqq 1).$$

Il est donc facile d'évaluer $|f^{(n)}(\xi_n)|$ et par suite aussi le minimum de $|f^{(n)}(x)|$ dans l'intervalle. J'obtiens ainsi que si $f(x)$ admet une infinité de dérivées dans un intervalle $(-b, +b)$, le minimum α_n de $|f^{(n)}(x)|$ vérifie

$$(1) \qquad \alpha_n < \frac{1}{b^n}\sqrt{\frac{2n+2}{2}}\,\frac{(2n)!}{2^n n!}\sqrt{\frac{1}{b}\int_{-b}^{+b} f^2(x)\,dx}.$$

α_n est comparable à $\frac{2^n n^n}{b^n}$.

2. De cette remarque on peut déduire des propriétés de certaines fonc-

---

(1) On peut prendre, quel que soit n, $\lambda \geqq \sqrt[n]{a_n}$.

tions indéfiniment dérivables dans un intervalle que je prendrai à nouveau égal à $(-1, +1)$.

Si les dérivées de $f(x)$ ne sont jamais négatives dans l'intervalle, le minimum de $|f^{(n)}(x)|$ pour $x_0 < x < +1$ est $|f^{(n)}(x_0)|$. C'est aussi le maximum pour $-1 < x < x_0$. La fonction est donc analytique pour $-1 \leqq x < x_0$. Mais les coefficients de la série de Taylor suivant les puissances de $x+1$ ne sont pas négatifs. On sait que, dans ces conditions, le point du cercle de convergence pour lequel $x+1$ est réel et positif est un point singulier. Le rayon de convergence est donc 2 au moins et la fonction est analytique pour $(x+1) < 2$.

Supposons maintenant que les dérivées $f^{(n)}(x)$ gardent un signe constant pour n donné, ce signe pouvant varier avec n. On peut encore démontrer que $f(x)$ est analytique pour $-1 (x < +1$. On trouve que le domaine où il est certain qu'elle est holomorphe est formé de l'ensemble des cercles $|x - x_0| < \frac{\Delta}{4}$, x_0 étant compris entre -1 et 1, et Δ étant la plus petite des quantités $x_0 + 1$ et $1 - x_0$.

3. Je suppose que si n appartient à une certaine suite d'entiers

$$n_1, \quad n_2, \quad \ldots, \quad n_i, \quad \ldots,$$

$f^{(n)}(x)$ se comporte dans l'intervalle comme la dérivée d'une fonction analytique et que l'on ait $|f^{(n)}(x)| < K^n n^n$ pour $n = n_i$, K étant une constante.

a. L'inégalité (1) permet de montrer que la fonction est analytique si les n_i croissent assez lentement pour que $n_i - n_{i-1}$ soit de l'ordre de $\frac{n_{i-1}}{\log n_{i-1}}$.

b. Si les n_i vérifient des conditions un peu moins restrictives, $f(x)$ appartient à certaines classes de fonctions quasi analytiques. Par exemple, si $n_i - n_{i-1} < g(n_{i-1})$ avec $g(t) = \frac{t \log \log t}{\log t}$, $\sqrt[n]{|f^{(n)}(x)|}$ est de l'ordre de $n \log n$.

En combinant cet énoncé avec la démonstration du n° 2, on voit que si $f^{n_i}(x)$ et $f^{n_i+1}(x)$ gardent un signe constant dans l'intervalle, et si les n_i vérifient la condition *a*, la fonction est analytique. Elle appartient à une classe de fonctions quasi analytiques si les n_i répondent à la condition *b*.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le problème mixte inverse et les surfaces de glissement dans l'espace doublement connexe.* Note [1] de M. **Basile Demtchenko.**

Supposons que les frontières Σ_i et Σ_e d'un domaine doublement connexe Ω (plan Z) soient composées de plusieurs arcs ω_σ et $\lambda_\sigma (\sigma = 1, 2, \ldots, n)$ et que l'on connaisse (1) les valeurs g que prend la fonction harmonique ψ sur les frontières Σ_i et Σ_e, (2) sa dérivée normale $\frac{d\psi}{dN} = h_\sigma$ sur les arcs λ_σ et (3) les parties ω_σ de la frontière. Le problème mixte inverse consiste en la recherche des arcs λ_σ et de la fonction harmonique ψ d'après les données susdites [2].

Considérons un domaine-type ω (plan z) doublement connexe, pour le moment arbitraire, et transformons-le sur le rectangle ABCD dont les côtés sont $2\omega_1$ et $\frac{\omega_3}{i}$,

$$z = \Phi(u). \tag{1}$$

Construisons la fonction $W(z) = U + iV$ holomorphe dans ω et dont la partie imaginaire se réduit sur les frontières à g.

Nous avons démontré [3] que sur les arcs λ_σ on doit avoir

$$\left|\frac{dZ}{dz}\right| = \frac{1}{h_\sigma}\frac{dV}{dn}, \tag{2}$$

n étant la normale intérieure dans le plan (z). Introduisons la fonction

$$J(z) = -i\log\left(\frac{dZ}{dz}\right) \tag{3}$$

qui se réduit sur les frontières à

$$-i\log\left|\frac{dZ}{dz}\right| + \Theta - \theta, \tag{4}$$

en supposant

$$dZ = e^{i\Theta}\,|dZ|, \qquad dz = e^{i\theta}\,|dz|.$$

Choisissons le domaine ω tel que la fonction (3) soit régulière et uniforme à l'intérieur de ce domaine.

---

[1] Séance du 2 mars 1931.

[2] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 918.

[3] *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 725.

D'après les formules établies dans une Note précédente la fonction F est égale à

$$(5)\qquad J = \frac{i}{\pi}\frac{1}{S(u)}\int_0^{2\omega_1}\Big\{c_e(u')S(u')[\zeta(u-u')-\zeta(a_1-u')] \\ - c_i(u')S(u'+\omega_3)[\zeta_3(u-u')-\zeta_3(a_1-u')]\Big\}\,du'$$

ou

$$(6)\qquad \begin{cases} c(u') = \Theta - \vartheta & \text{(sur les arcs } \omega_\sigma\text{)},\\ c(u') = -i\log\left|\dfrac{1}{h_\sigma}\dfrac{dV}{dn}\right| & \text{(sur les arcs } \lambda\text{)},\end{cases}$$

les notations étant les mêmes que dans notre Note antérieure (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 141).

La condition nécessaire et suffisante pour que la fonction F donnée par la formule (5) soit régulière et uniforme est exprimée par n équations suivantes :

$$(7)\qquad \int_0^{2\omega_1}[c_e(u')S_\sigma(u') - c_i(u')S_\sigma(u'+\omega_3)]\,du' = 0 \qquad (\sigma = 1, 2, \ldots, n).$$

La fonction Z déterminée d'après (3) doit satisfaire à la condition supplémentaire d'avoir une période égale à $2\omega_1$, ce qui se traduit par l'équation

$$(8)\qquad \int_{u_0}^{u_0+2\omega_1} e^{i\vartheta(u)}\,\Phi'(u)\,du = 0.$$

Si le domaine Ω est intérieur la condition (8) en contient, en général, deux, puisqu'il s'agit de quantités imaginaires. Mais si le domaine Ω est extérieur, l'équation (8) donne, en général, quatre conditions. On les obtient en supposant, par exemple, $u_0 = 0$ et $u_0 = \omega_3$.

Supposons maintenant que deux ou plusieurs corps se trouvent placés dans un courant fluide uniforme à l'infini, et que des surfaces de glissement λ_σ réunissent ces corps de manière que l'espace Ω occupé par le liquide soit limité par deux frontières différentes Σ_e et Σ_i. La fonction du courant $\psi(X, Y)$ doit satisfaire aux conditions suivantes : 1° $\psi = \text{const.}$ sur les surfaces ω_σ des corps ; 2° $\psi = \text{const.}$ et $\dfrac{d\psi}{dn} = q_\sigma = \text{const.}$ sur les lignes de glissement λ_σ, et 3° $\operatorname{grad}\psi = q_0 = \text{const.}$ à l'infini. Ce n'est qu'un cas particulier du problème précédent. On fera dans ce cas $z = W$. Le domaine ω se réduisant ainsi à un plan entier avec deux coupures parallèles à l'axe réel, la transformation (1) peut être établie soit par la méthode

de M. H. Villat [1], soit par la méthode de M. R. Thiry [2]. Pratiquement, d'après (8), on n'a besoin que de la dérivée $\Phi'(u)$. On obtient :

$$(9)\quad \Phi'(u) = A\frac{H(u-m_1)H(u-m_2)\Theta(u-n_1)\Theta(u-n_2)}{H^2(u-k)H^2(u-\overline{k})}\qquad \begin{pmatrix} k = k_1 + ik_2 \\ \overline{k} = k_1 - ik_2 \end{pmatrix}.$$

1° $\quad m_1 + m_2 + n_1 + n_2 - 4k_1 = 2N\omega_1 \qquad (N = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots);$

2° $\quad \Phi(2\omega_1) = \Phi(0);$

3° $\quad \Phi(\omega_3 + 2\omega_1) = \Phi(\omega_3).$

La solution générale du problème est donnée par la formule (5), où

$v(u') = \Theta + \varepsilon\pi$ sur les arcs ω_σ $\begin{cases} \varepsilon = 1 \text{ sur les côtés supérieurs des coupures;} \\ \varepsilon = 0 \text{ sur les côtés inférieurs des coupures.} \end{cases}$

$v(u') = i\log q_\sigma$ sur les arcs λ_τ.

Les $n+4$ conditions (7) et (8) peuvent être satisfaites par le choix convenable des n vitesses de glissement q_σ et des points de détachement des lignes de glissement. Il est même à prévoir, dans le cas général, des solutions multiples [3]. Mais si les points de détachement des filets fluides sont bien déterminés sur les corps le problème devient, en général, impossible. Nous donnerons ailleurs les détails à ce sujet.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur un nouveau mode d'établissement du diagramme de fonctionnement normal des turbines.* Note [4] de M. **O. Yadoff**, présentée par M. G. Kœnigs.

Des recherches expérimentales entreprises sur les turbines hydrauliques hélico-centripètes (*Thèse* d'ingénieur-docteur n° 5, Paris 1931; *Revue d'Électricité et de Mécanique*, 1931) nous ont conduit au résultat d'ordre général suivant : d'après de nombreux tracés graphiques que nous avons établis expérimentalement sur une série de turbines du type et de vitesses différents, nous avons constaté que, pour chaque ouverture du distributeur et à la vitesse de rotation constante, la courbe représentative $N = f(H)$, de la puissance en fonction de la hauteur de chute, est — *à un haut degré de précision — une droite*.

---

(1) H. Villat, *Ann. de l'École Normale supérieure*, 38, 1921, p. 183-227.
(2) R. Thiry, *Thèse*, Paris, Gauthier-Villars, 1921, p. 87-93.
(3) Thiry, *ibid.*
(4) Séance du 23 février 1931.

Théoriquement cette propriété caractéristique peut être justifiée si nous égalons les deux expressions du rendement hydraulique :

$$(1)\qquad \rho = \frac{2u_2}{\sqrt{2gH}}\left[\frac{D_1}{D_2}k_1\cos\alpha_1 - \xi_2 + \lambda_2\cos\beta_2\right] = c\,\frac{N}{\varpi\,\frac{\pi D_2^2}{4}\,k_2\sqrt{2gH}\,H};$$

donc, pour n t/m = const. et m (ouverture) donnée, u_2, $\cos\alpha_1$ et $\cos\beta_2$ ne varient pas et $N = AH$. C. Q. F. D. ([1]).

Au cours de nos recherches, nous avons observé que toutes les droites $N = f(H)$ pivotent autour d'un point $-N_p$, situé sur l'axe des puissances; il peut être interprété comme fixant la puissance qu'il est nécessaire de communiquer à la turbine, supposée en mouvement à la vitesse considérée, pour vaincre les résistances passives.

De ces constatations on peut déduire une règle pratique permettant de déterminer complètement en peu de temps le faisceau des droites $N = f(H)$ de fonctionnement d'une turbine.

Pour cela on peut se contenter de faire : d'abord, pour une ouverture donnée, deux mesures pour deux hauteurs de chute différentes, puis, avec chacune des autres ouvertures envisagées, une seule mesure sous une hauteur de chute donnée.

On peut, sur un tel diagramme de fonctionnement normal des coordonnées (H, N), porter des courbes d'égal rendement constituant une colline de rendement. En changeant convenablement l'échelle des puissances et des hauteurs de la chute d'eau, la même colline de rendement peut servir pour caractériser toute une série de turbines géométriquement semblables appelées à tourner à des vitesses différentes.

Ces diagrammes ont une grande importance pratique pour l'installation des centrales à basse chute, ou de centrales alimentées par des lacs-réservoirs et des bassins d'accumulation et, en général, pour l'étude des turbines destinées à travailler sous des hauteurs variables.

D'après les considérations qui précèdent, on peut obtenir l'équation de la droite $N = f(H)$ pour l'utiliser aux calculs pratiques.

([1]) Si l'on remplace dans le second terme de l'expression (1) N par AH, en remarquant que $Q = \varpi\,\frac{\pi D_2^2}{4}\,k_2\sqrt{2gH}$, on obtient une famille de paraboles $Q = B\sqrt{H}$, avec m (ouverture) comme paramètre variable; ceci semble bien confirmé par toutes nos recherches expérimentales.

En effet, en exprimant que les deux vecteurs $\overrightarrow{N_P M_0}$ et $\overrightarrow{N_P M}$, situés dans le plan de coordonnées (H, N), définissent la même direction, on obtient, pour une ouverture normale :

$$N = \frac{H}{H_0}(N_0 + N_P) - N_P. \tag{2}$$

Pratiquement, pour une hauteur de chute donnée, les débits d'eau sont proportionnels aux ouvertures du distributeur, de sorte que

$$\frac{Q}{Q_m} = \frac{m}{m_m} \quad \text{et} \quad \mu \frac{\eta_m}{\eta} = \frac{m N_m}{m_m N}$$

pour une ouverture du distributeur différente de l'ouverture normale, la puissance varie donc d'après la formule

$$N_m = \mu \frac{m_m}{m}\left(\frac{N_0 + N_P}{H_0} H - N_P\right). \tag{3}$$

Dans ces formules, H_0, N_0 sont la chute et la puissance normales, N_P la puissance perdue par frottements, m l'ouverture normale du distributeur; l'indice m indiquant l'ouverture différente de l'ouverture normale.

Nota. — M. Rouel a bien voulu vérifier que la forme rectiligne de diagrammes se présente encore pour les turbines Pelton.

ASTRONOMIE. — *Sur les radiants apparents des grands météores.* Note de M. **V. G. Siadbey**, présentée par M. Ernest Esclangon.

En poursuivant l'étude des éléments de mouvement des grands météores du Catalogue de Niessl et Hoffmeister [1], j'ai obtenu, pour les radiants apparents, les résultats suivants.

Tous les météores dont les éléments sont fournis par le Catalogue ont leurs radiants apparents calculés. Pour la plupart, on n'a pas fait de correction d'attraction zénithale.

La distribution de ces radiants, d'après les ascensions droites et déclinaisons sur des aires égales de la sphère céleste, nous montre d'abord le petit nombre de radiants de l'hémisphère austral; aucun radiant du Catalogue ne se trouve au-dessous de $-36°,5$ de déclinaison. On remarque

[1] Pour une première série de résultats de cette étude, voir *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 699.

ensuite, vers l'équateur, une concentration de radiants sur les aires :

$$(1)\qquad 0^\circ < \text{décl.} < +19^\circ;\quad \text{asc. droite}\begin{cases} 0^\circ\text{-}22^\circ,5, \\ 337^\circ,5\text{-}360^\circ, \end{cases}$$

et le petit nombre de radiants dans l'aire :

$$(2)\qquad 0^\circ < \text{décl.} < +19^\circ;\quad \text{asc. droite entre } 157^\circ,5\text{-}180^\circ.$$

Les quadrants d'ascension droite 0°-90° (I), 270°-360° (IV) et 90°-180° (II), 180°-270° (III), dans l'hémisphère boréal, ont comme rapport des nombres de radiants qu'ils contiennent le nombre 1,3. En d'autres termes, si l'on désigne par les chiffres romains des parenthèses le nombre de radiants contenus dans chacun des quadrants, on a :

$$(\mathrm{I} + \mathrm{IV}) : (\mathrm{II} + \mathrm{III}) = 1,3.$$

On voit donc que les quadrants contenant la plus grande partie de la Voie lactée, dans l'hémisphère boréal, sont plus riches en radiants que les deux autres.

Un résultat analogue avec un rapport 1,4 avait été donné par de Tillo [1], pour les radiants d'étoiles filantes.

La distribution des radiants apparents par rapport à l'écliptique nous montre l'existence d'une *concentration vers l'écliptique;* concentration partout observable sauf dans l'aire que j'ai indiquée ci-dessus (2). La concentration dans les aires (1) est due à celle des radiants vers l'écliptique. On remarque également une concentration, moins importante que la précédente, vers le pôle de l'écliptique. L'existence de ces concentrations peut être mise encore en évidence en étudiant la distribution de fréquence des latitudes des radiants apparents.

En prenant des zones de latitude, de 10°, et nous bornant à l'hémisphère boréal de l'écliptique, on trouve pour chacune de ces zones des nombres qui ne sont pas comparables, eu égard à la différence d'aire des zones. Pour obtenir des nombres comparables j'ai formé les rapports ρ entre les nombres trouvés dans chaque zone et ceux qu'on devrait attendre dans le cas d'une distribution uniforme. On trouve de cette manière, pour ces zones de latitude (β), les nombres suivants :

---

(1) De Tillo, *Sur la répartition des points radiants* (*Bulletin astronomique*, 5, 1888, p. 248).

β.	ρ.	β.	ρ.	β.	ρ.
°		°		°	
0-10.........	3,01	30-40........	1,01	60-70........	1,50
10-20.........	1,40	40-50........	1,38	70-80........	1,75
20-30.........	1,28	50-60........	1,31	80-90........	2,82

En prenant ensuite la distribution de fréquence des élongations des radiants par rapport au Soleil ($\varepsilon_\odot$) et formant des rapports R analogues, on trouve :

$\varepsilon_\odot$.	R.	$\varepsilon_\odot$.	R.	$\varepsilon_\odot$.	R.
°		°		°	
0-10.......	0,43	60- 70....	0,45	120-130.....	0,64
10-20.......	0,51	70- 80.....	0,76	130-140.....	1,30
20-30.......	0,84	80- 90.....	0,90	140-150.....	1,70
30-40.......	0,29	90-100.....	0,53	150-160.....	2,61
40-50.......	0,69	100-110.....	0,84	160-170.....	4,38
50-60.......	0,64	110-120.....	0,81	170-180.....	11,52

On remarque ici l'importante concentration de radiants vers l'anti-hélion, concentration semblable à celle donnée par de Tillo pour les étoiles filantes (¹).

Si l'on suppose, comme on le fait généralement, que les radiants vrais sont répartis uniformément sur la sphère céleste, si l'on désigne par N_a le nombre de radiants apparents sur l'unité de surface de la zone de surface $2\pi \sin\varepsilon_a d\varepsilon_a$ et d'élongation ε_a à l'apex du mouvement de la Terre, et par N_v le nombre de radiants vrais sur l'unité de surface de la zone $2\pi \sin\varepsilon_v d\varepsilon_v$, ε_v étant l'élongation de cette zone à l'apex, on doit avoir

$$2\pi N_a \sin\varepsilon_a d\varepsilon_a = 2\pi N_v \sin\varepsilon_v d\varepsilon_v.$$

Bien entendu, cette relation suppose que tous les radiants vrais de la seconde zone deviennent apparents dans la première. D'où

$$\frac{N_a}{N_v} = \frac{\sin\varepsilon_v \cdot d\varepsilon_v}{\sin\varepsilon_a \, d\varepsilon_a} = \frac{w^2}{v^2\sqrt{1-\alpha^2\sin^2\varepsilon_a}},$$

w, v et α étant respectivement la vitesse géocentrique, la vitesse héliocentrique et le rapport de la vitesse de la Terre dans son orbite à la vitesse héliocentrique moyenne des météores; par suite, le rapport du nombre de radiants apparents sur l'unité de surface à l'apex, au même nombre à

(¹) *Loc. cit.*, page 287. De Tillo étudiait la répartition des radiants dans des fuseaux d'ascension droite en partant du Soleil.

l'antihélion, doit être

$$\sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}}(1+\alpha). \tag{3}$$

Les matériaux du catalogue donnent pour ce rapport environ $\frac{1}{30}$. Admettant pour les grands météores une vitesse hyperbolique voisine de 2, la vitesse de la Terre dans son orbite étant prise comme unité, on voit par l'expression (3) qu'à l'apex, on ne peut observer environ que $\frac{1}{100}$ du nombre de radiants de grands météores qu'on y devrait attendre, ayant en vue le nombre de radiants apparents observé à l'antihélion.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Une interprétation physique du tenseur de Riemann et des courbures principales d'une variété* V_3. Note de M. **T. Boggio**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note publiée sous le même titre que celle-ci (*Comptes rendus*, 190, 1930, p, 787), M. Tonolo a démontré une propriété des milieux continus, à l'aide de formules qu'il a établies, d'une façon relativement compliquée, dans sa Note : *Forma intrinseca delle equazioni di equilibrio dei mezzi elastici* (*Rendiconti Accademia Lincei*, série 6ª, 2ᵉ sem. 1930).

Il est bon de remarquer que la propriété envisagée peut s'établir sans aucun calcul : elle est presque évidente, d'après des formules connues.

En effet, rappelons que si β désigne l'homographie (ou tenseur) des efforts intérieurs (qui est une dilatation), relative à un corps continu S qui n'est pas soumis à des forces extérieures, l'équation indéfinie de l'équilibre du corps S est $\mathrm{grad}\,\beta = 0$ ([1]).

Si l'on considère le corps S comme plongé dans une variété *courbe* V_3 à trois dimensions, l'équation précédente doit être remplacée par

$$\mathrm{grad}_v\,\beta = 0, \tag{1}$$

où grad_v indique le *gradient superficiel* ([2]).

Cela posé, si l'on désigne par μ l'homographie de Ricci (voir la *Geome-*

([1]) BURALI et MARCOLONGO, *Analyse vectorielle générale;* II, *Applications à la Mécanique et à la Physique*, p. 26 (Paris, Hermann, 1913). — MARCOLONGO, *Meccanica razionale*, 2, 2ᵉ édition, p. 341.

([2]) BURGATTI, BOGGIO, BURALI, *Geometria differenziale* p. 192 (Zanichelli, Bologna, 1930).

tria differenziale citée, p. 247), qui est aussi une dilatation, et qui remplace les symboles de Ricci et de Riemann, M. Cisotti a démontré que μ satisfait à la condition (voir *Geometria differenziale*, p. 249) : $\text{grad}_\rho \mu = 0$. On en conclut que l'équation (1) est vérifiée si l'on fait $\beta = \mu$, par suite : *on a équilibre dans le milieu* S, *si l'on prend le tenseur des efforts de* S *égal au tenseur de Riemann* (*ou de Ricci*) *de* V_3.

C'est la proposition établie par M. Tonolo.

En particulier, soit V_3 une variété de Bianchi. On voit alors aisément qu'*on a équilibre dans le milieu* S *si les surfaces principales de* V_3 *constituent un système isostatique pour* S, *et si les courbures principales de* V_3 *sont égales aux efforts qui sollicitent les surfaces isostatiques de* S.

En effet, dans ces hypothèses, si u_1, u_2, u_3 désignent trois valeurs unitaires tangentes aux lignes des congruences principales passant par un point P de la V_3, et que l'on désigne par k_1, k_2, k_3 les trois courbures principales de la V_3 au point P, on a (voir *Geometria differenziale*, p. 251)

$$\mu u_r = k_r u_r \qquad (r = 1, 2, 3);$$

on a de même : $\beta u_r = f_r u_r$, où f_1, f_2, f_3 désignent les efforts qui s'exercent sur les surfaces du système isostatique; d'après cela, la relation $\mu = \beta$ nous donne $k_r = f_r$; c'est bien la proposition énoncée, due aussi à M. Tonolo.

M. Levi-Cività a démontré que l'homographie de gravitation θ, d'après la théorie de Einstein, est égale à l'homographie μ (voir *Geometria differenziale*, p. 249), on voit alors que l'équation (1) est aussi vérifiée si l'on fait $\beta = \theta$.

CALORIMÉTRIE. — *Méthode simple de mesure de la chaleur spécifique d'un corps solide à la température ordinaire. Application au glucinium.* Note [1] de MM. **P. Vernotte** et **A. Jeufroy**, présentée par M. A. Cotton.

La mesure très précise de la chaleur spécifique d'un corps solide par la méthode des mélanges, soulève certaines difficultés. La présente Note vise à les préciser, et à donner un moyen pratique de les tourner.

La température du corps en expérience est incertaine au moment où il pénètre dans le calorimètre, parce que généralement il ne reste pas assez longtemps dans son thermostat (souvent imparfait), et qu'il cède de la chaleur au milieu ambiant pendant son transport au calorimètre.

---

[1] Séance du 2 mars 1931.

L'isolement thermique de l'eau du calorimètre est insuffisant même lorsqu'on emploie pour calorimètre un vase de Dewar; car il y a des échanges thermiques importants entre l'air extérieur et le contenu du dewar, si ce contenu est plus chaud que l'air extérieur. Et comme on l'a démontré dans une Note précédente [1], les isolants thermiques utilisés, soit pour constituer les parois du calorimètre, soit pour le fermer, soit pour le supporter, absorbent pour s'échauffer une quantité de chaleur difficile à évaluer. Celle-ci dépend à chaque instant, et d'une façon compliquée, des températures des divers corps en présence en tous leurs points et à tous les instants antérieurs, elle est hors de proportion avec le très léger flux de chaleur qu'ils auraient laissé échapper, en vertu de leur très légère conductibilité thermique, durant le temps de la mesure, en régime permanent; ce qui revient à dire que *l'équivalent en eau réel du calorimètre est mal connu*.

Ajoutons à cela *les fuites de chaleur par évaporation de l'eau*.

Dans le cas de la mesure de la chaleur spécifique à la température ordinaire, nous avons employé une méthode dispensant de toute correction.

Le corps à étudier est suspendu par un fil fin à l'intérieur d'une boîte métallique épaisse bien close, que l'on a maintenue longtemps dans une salle d'expérience de température à peu près constante. Un thermomètre indique la température régnant dans la boîte : c'est, au moment de l'expérience, *la température exacte du corps*, car la température ambiante étant presque égale, il n'y a pas d'échange thermique appréciable entre l'air ambiant et le corps, pendant qu'on le fait tomber dans le calorimètre.

D'autre part le calorimètre contient de l'eau glacée (1 à 2° C.); même échauffée par le corps, cette eau reste notablement plus froide que l'air ambiant, ce qui *annule sensiblement les échanges thermiques par l'ouverture du dewar*.

On peut d'ailleurs employer une méthode analogue à température plus élevée, une étuve jouant alors le rôle de salle d'expérience.

Une mesure effectuée sans corrections donne une valeur approchée de la chaleur spécifique.

Si l'on recommence la mesure avec une autre substance, de capacité calorifique bien connue, et très voisine de celle, approximativement connue, du corps en expérience, et de même volume, à la même température initiale, en ayant initialement dans le calorimètre la même quantité d'eau, à la même température, cette eau ayant séjourné le même temps dans le calori-

---

(1) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 340.

mètre, et la température ambiante n'ayant pas varié, on se retrouve exactement *dans les mêmes conditions expérimentales*, et par suite, la chaleur spécifique de la deuxième substance étant connue, cette expérience *détermine toutes les quantités de chaleur inconnues*, et d'ailleurs faibles, *qui sont entrées en jeu dans la première mesure*.

On a réalisé une substance ayant le même volume et la même capacité calorifique que le corps en expérience, au moyen d'un mélange d'eau et de mercure.

Cette méthode a été appliquée à la détermination de la chaleur spécifique d'un barreau de *glucinium* pesant 325^g. On a trouvé, à 13° C., la valeur 0,397 cal-g/deg.

OPTIQUE. — *L'hypothèse de la courbe de poursuite et les lois de la réflexion dans les systèmes optiques en mouvement*. Note de M. **V. Lalan**.

1. Je me propose de montrer que l'hypothèse formulée tout récemment par M. Sesmat (¹) entraîne la conservation des lois de la réflexion dans les systèmes optiques en mouvement. Adoptant la méthode que cet auteur a indiquée, je pars du principe des interférences, que j'énonce comme suit. Soit un ensemble de points tels que P, dont les distances mutuelles sont petites par rapport à λ, et qui, sous l'action d'une source ponctuelle S, deviennent des sources secondaires. Le récepteur ponctuel R sera éclairé par le point P, si l'action de P sur R n'est pas détruite par celle d'autres sources secondaires situées dans le voisinage immédiat de P, entendant par *voisinage immédiat* les points dont la distance à P est, au plus, de l'ordre de λ.

De ce principe on peut déduire le théorème de Fermat. En effet le point P′ le plus proche de P qui détruit l'action de P se détermine en écrivant que la différence de marche des deux actions transmises par P et P′ est, à leur arrivée en R, égale à une demi-longueur d'onde. Or de S à R en passant par P, le chemin *optique* l est une fonction $f(P)$ de la position occupée par P. La variation de l, quand on passe de P à $P' = P + \Delta P$ est de la forme (²)

$$\Delta l = \mathrm{D} f(\mathrm{P}) + \frac{1}{2}\mathrm{D}^2 f(\mathrm{P}) + \ldots.$$

(¹) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 548.

(²) G. Bouligand, *Leçons de Géométrie vectorielle*, Paris, 1924, p. 152.

Si $Df(P) \neq 0$, Δl et ΔP sont du même ordre; la valeur de ΔP qui rend Δl égal à $\lambda : 2$ est de l'ordre de λ. Il y a donc dans le voisinage immédiat de P des sources P′ qui annulent l'action de P sur R : R n'est pas éclairé par P.

Si $Df(P) = 0$, Δl est au moins de l'ordre de $(\Delta P)^2$, donc beaucoup plus petit que ΔP. Par conséquent les sources situées dans le voisinage immédiat de P ne détruisent pas l'action de P; elles la renforcent au contraire, ainsi que les sources qui entourent P dans une région très grande relativement à λ : R est éclairé par P.

Mais $Df(P) = 0$ est une condition nécessaire pour que l soit minimum (ou maximum) : nous retrouvons donc le théorème de Fermat. Il est ainsi démontré que ce théorème a le même champ d'application que le principe de Fresnel et peut en particulier être utilisé, comme l'a fait du reste H. Poincaré [1], pour découvrir les lois de la réflexion et de la réfraction dans les systèmes optiques en mouvement.

2. Quand un système optique composé d'une source S, d'un miroir plan, et d'un récepteur R est au repos dans le système *absolu* (au sens de M. Sesmat), le point réfléchissant P est celui qui rend minimum le chemin optique $l = SP + PR$. Quand le même système est emporté dans une translation de vitesse v, le chemin optique devient, dans notre hypothèse, la somme de deux lignes de poursuite, l'une issue de S et dirigée vers P, l'autre issue de P et dirigée vers R. En vertu d'une formule précédemment établie [2], on obtient, en posant $\varphi_1 = \widehat{v, SP}$, $\varphi_2 = \widehat{v, PR}$:

$$(1) \quad l = \frac{SP}{1-\beta^2}(1 + \beta\cos\varphi_1) + \frac{PR}{1-\beta^2}(1 + \beta\cos\varphi_2) = \frac{1}{1-\beta^2}(SP + PR + \beta sr);$$

le coefficient de β, projection de SR sur la direction de v, est indépendant du choix de P; donc l sera minimum quand la somme $SP + PR$ le sera elle-même : *la translation d'ensemble ne change donc absolument rien à la détermination du point réfléchissant* P.

3. Comparons avec la théorie classique. Le chemin optique s'écrit, dans cette théorie :

$$(2) \quad l = \frac{1}{1-\beta^2}\left(SP\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi_1} + PR\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi_2} + \beta sr\right).$$

Appelons N la normale au miroir dirigée du côté où sont la source et le

(1) H. Poincaré, *Leçons sur la théorie mathématique de la lumière*, p. 390, Paris, 1889.

(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 467.

récepteur, et posons $\omega = \widehat{v, N}$; nous trouvons, en appliquant le théorème de Fermat, la loi de réflexion :

$$\frac{\sin i + \beta^2 \cos\omega \sin(\omega - i)}{\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2(\omega - i)}} = \frac{\sin r - \beta^2 \cos\omega \sin(\omega + r)}{\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2(\omega + r)}}.$$

En dehors du cas d'un miroir glissant dans son plan $\left(\omega = \pm \frac{\pi}{2}\right)$, ou d'un miroir se déplaçant normalement à son plan ($\omega = 0$ ou π), r n'est pas égal à i, si l'on tient compte du carré de l'aberration.

4. Dans la théorie de la Relativité, la question ne se pose pas si l'on se place dans le système entraîné; mais si l'on se place dans le système de référence par rapport auquel le système entraîné a la vitesse v, on obtient pour expression du chemin optique

$$(3) \qquad l = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} (\mathrm{SP} + \mathrm{PR} + \beta sr).$$

Dans cette formule, SP, PR, sr sont les longueurs *propres*. On ne manquera pas de remarquer, en comparant avec la formule (1), l'analogie de cette expression avec celle que fournit l'hypothèse de la courbe de poursuite.

PHOTOMÉTRIE. — *Le problème de la photométrie hétérochrome.* Note de M. **R. Jouaust**, présentée par M. P. Janet.

Le problème de la photométrie hétérochrome se présente pratiquement sous la forme suivante : étant donné un étalon d'intensité lumineuse dont la température de coloration est t, c'est-à-dire dont le rayonnement dans le spectre visible est celui du corps noir à la température absolue t, évaluer l'intensité lumineuse d'une source dont la température de coloration est T.

Une longue expérience personnelle nous a montré qu'avec les photomètres actuels, pour des températures t de l'ordre de 2100° K. et des températures T atteignant 2700° K. (cas qui se rencontre journellement dans l'étude des lampes à incandescence), les résultats d'un même opérateur sont reproductibles d'un jour à l'autre avec une précision suffisante pour les besoins de la pratique.

Mais il n'en est plus de même lorsqu'il s'agit de deux observateurs différents entre les mesures desquels se manifestent le plus souvent des différences inadmissibles. La raison est la suivante :

La brillance d'un corps noir à la température de coloration T évaluée en fonction d'une brillance étalon à la température t est donnée par l'expression

$$\frac{\int K_\lambda b_{\lambda T}\, d\lambda}{\int K_\lambda b_{\lambda t}\, d\lambda},$$

dans laquelle K_λ représente les facteurs de visibilité spectrale, $b_{\lambda T}$, $b_{\lambda t}$ les brillances énergétiques spectrales pour les températures T et t.

Cette expression ne pourrait être indépendante des facteurs de visibilité que si le rapport $\frac{b_{\lambda T}}{b_{\lambda t}}$ était constant, ce qui est en contradiction avec la loi de Planck.

L'intensité lumineuse d'une source de température de coloration T en fonction d'un étalon à température t n'a donc aucun sens physique. Elle varie d'un opérateur à un autre.

Il en résulte que ce n'est qu'au prix d'une hypothèse qu'on peut résoudre le problème de la photométrie hétérochrome ainsi posé, problème pour lequel les besoins de l'art de l'éclairage réclament une solution.

Cette hypothèse nécessaire consiste dans le choix d'une courbe type de facteurs de visibilité.

C'est celle qu'a faite en 1924 la Commission internationale de l'éclairage en adoptant comme courbe type celle proposée par Gibson.

Toute solution du problème de la photométrie hétérochrome, dans laquelle cette hypothèse n'intervient pas à un moment quelconque des opérations, soit dans la partie expérimentale, soit dans les calculs, ne saurait conduire au résultat cherché.

C'est un point qui semble avoir été trop oublié par les expérimentateurs qui se sont occupés de la question.

La présence de l'hypothèse mentionnée ne suffit pas du reste pour rendre correctes les méthodes employées.

C'est ainsi qu'on a proposé de placer devant la source étalon à température t un filtre coloré tel que la coloration qu'elle produit sur l'écran du photomètre soit la même que celle produite par la source T. Le facteur de transmision visuelle r du filtre en lumière totale pour la source à température t se calculant par la formule

$$r = \frac{\int K_\lambda \rho_\lambda b_{\lambda t}\, d\lambda}{\int K_\lambda b_{\lambda t}\, d\lambda},$$

K_λ étant les facteurs de visibilité normaux et ρ_λ les coefficients de transmission spectrale du filtre déterminés au spectrophotomètre.

Pour un observateur ayant des coefficients de visibilité M_λ différents des coefficients normaux, le rapport des brillances des deux sources aux températures T et t sera

$$\frac{\int M_\lambda b_{\lambda T}\, d\lambda}{\int M_\lambda \rho_\lambda b_{\lambda t}\, d\lambda} \times \frac{\int K_\lambda \rho_\lambda b_{\lambda t}\, d\lambda}{\int K_\lambda b_{\lambda t}\, d\lambda}$$

qui ne sera le même que celui obtenu par l'observateur normal

$$\frac{\int K_\lambda b_{\lambda T}\, d\lambda}{\int K_\lambda b_{\lambda t}\, d\lambda}$$

que si

$$\frac{b_{\lambda T}}{\rho_\lambda b_{\lambda t}} = \text{const.},$$

c'est-à-dire que si, après son passage à travers le filtre, le rayonnement de la source à température t est le même que celui de la source à température T.

Il existe à l'heure actuelle des filtres susceptibles d'amener par exemple le rayonnement d'un corps noir à 2100° K. à être le même que celui d'un corps noir à 2400° K. L'emploi de ces filtres constitue donc une solution du problème de la photométrie hétérochrome tel qu'il se présente dans l'étude des lampes à incandescence. Il est évidemment possible d'en concevoir d'autres, mais il conviendra de justifier leur emploi par des considérations identiques à celles que nous venons de développer dans le cas des filtres.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les divers spectres d'étincelle du mercure.* Note (1) de M. **R. Ricard**, présentée par M. Ch. Fabry.

Les divers spectres d'étincelle du mercure ont été étudiés dans l'intervalle spectral 4000 Å-2700 Å, en utilisant comme procédé d'excitation la décharge sans électrodes. De nombreuses raies nouvelles ont été observées dans ces conditions; elles ont été réparties dans les trois groupes E_1, E_2

(1) Séance du 23 février 1931.

et E_3, dont l'identité avec les spectres Hg II, Hg III et Hg IV est actuellement démontrée (1). Les tableaux suivants donnent, pour chaque spectre, la liste des raies nouvelles dont les longueurs d'onde ont été déterminées à quelques centièmes d'angström près, au moyen d'un réseau concave de $1^m,5$ de rayon.

Spectre Hg II.

2.....	3508,35	7.....	3064,56	2.....	2902,64	4.....	2827,00
3.....	3338,45	2.....	2994,43	5.....	2841,80	1.....	26,66
5.....	3107,05	2.....	81,61	2.....	33,92	1.....	08,30
5.....	3067,75	1d....	14,52	4.....	29,55	1d....	2740,65

Spectre Hg III.

3.....	3503,08	5.....	3472,67	7.....	3426,42	1d....	3311,61
1.....	3497,65	3.....	59,14	6.....	3389,30	4.....	3044,67
2d....	83,21	6.....	50,80	1.....	35,36	4.....	2991,38
2d....	82,11	2.....	30,32	2.....	31,17	1.....	2831,95

Spectre Hg IV.

2.....	3546,26	3.....	3382,43	1.....	3293,87	2.....	3041,43
3.....	41,70	1.....	79,90	1.....	71,87	3.....	04,74
1.....	07,93	4.....	61,33	2.....	61,28	1.....	2985,41
1.....	3476,32	2.....	57,18	2d....	56,05	1.....	79,38
1.....	75,59	1d....	56,22	1.....	48,66	2d....	34,50
3.....	70,35	3.....	54,06	2d....	14,86	1.....	13,28
1.....	65,99	1.....	50,09	1d....	13,85	4.....	2881,64
2.....	43,30	1.....	48,13	1d....	02,92	2.....	81,03
3.....	18,69	3.....	32,36	1.....	3086,99	3.....	67,59
3.....	05,16	4.....	21,01	1.....	78,70	2.....	63,46
3.....	02,76	1.....	14,36	1.....	70,96	3.....	61,62
2.....	01,35	1.....	01,08	3.....	44,03	1.....	49,16
4.....	3398,79	1.....	3299,12	2.....	41,96	5.....	09,06

Dans le spectre Hg II, un certain nombre de raies jusqu'ici non classées peuvent s'interpréter en admettant l'existence de deux nouveaux termes (doublets *ou* quadruplets) qui se combinent avec ceux découverts par Paschen (2) et Naudé (3). Dans la Table suivante, les deux termes supplémentaires sont désignés provisoirement par $M(P_{3/2})$ et $N(D_{5/2})$:

$$M(P_{3/2}) : 55096,5, \qquad N(D_{5/2}) : 6724.$$

(1) L. et E. Bloch, *Journ. Phys. et Radium*, 6e série, 4, 1923, p. 333; G. Déjardin, *Ann. de Phys.*, 10e série, 8, 1927, p. 424.

(2) *Sitz. Preus. Akad. Wiss.* (*Phys.-Math. Kl.*, 32, 1928, p. 32).

(3) *Ann. der Phys.*, 3, 1929, p. 1.

Int.	λ.	ν (mes.).	ν (calc.).		
2.............	4297,34	23623,7	23623,5	$M(P_{3/2}) - {}^{4}D^{2}_{1/2}$	N.
5.............	3067,75	32587,7	32586	$3\,{}^{2}P_{3/2} - N(D_{5/2})$	R.
1.............	2826,66	35367,0	35367	$X(P_{3/2}) - N(D_{5/2})$	R.
1.............	2494,12	40082,2	40082,5	$M(P_{3/2}) - A(D_{5/2})$	D.
1.............	2416,25	41373,9	41374	${}^{4}\overline{D}_{3/2} - N(D_{5/2})$	D.
0.............	2287,70	43698,5	43698	${}^{2}F_{5/2} - N(D_{5/2})$	D.
4.............	2190,74	45631,7	45631,5	${}^{2}D^{3}_{3/} - M(P_{3/2})$	D.
0.............	2106,17	47464,4	47464	${}^{4}\overline{D}_{5/2} - N(D_{5/2})$	D.
1.............	2066,65	48731,7	48732,5	$M(P_{3/2}) - N(D_{5/2})$	D.
0.............	2051,71	48724,1	48726,5	$M(P_{3/2}) - {}^{4}D^{3}_{1/2}$	D.
2.............	1980,80	50468,6	50466	${}^{4}F_{3/2} - N(D_{5/2})$	D.
2.............	1657,1	60346	60345	${}^{4}\overline{D}_{7/2} - N(D_{5/2})$	C.
3.............	1039,69	96182,1	96183,5	$1\,{}^{2}S_{1/2} - M(P_{3/2})$	N.

(C = Carroll; D = Déjardin; N = Naudé; R = Ricard.)

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Modifications de la surface caractéristique d'une cellule photo-électrique à atmosphère gazeuse lorsqu'on change la résistance en série.* Note ([1]) de M. **G.-A. Boutry**, présentée par M. Ch. Fabry.

Nous avons décrit ([2]) la surface caractéristique $i = f(F, V)$ d'une certaine cellule photo-électrique employée en série avec une résistance de 500000 ohms. Nous avons montré que cette résistance R, en jouant le rôle de limitatrice de l'énergie débitée, influait sur l'allure de la surface, et, en particulier, délimitait la nappe cylindrique 3 qui représente des états instables de la cellule.

Si l'on augmente la résistance R, la hauteur de cette nappe correspondant à un potentiel donné doit diminuer, et inversement. Si R est assez grand pour que le potentiel critique X devienne supérieur au potentiel disruptif dans l'obscurité, la nappe 3 n'existera plus.

Nous avons vérifié ces prévisions en traçant les surfaces caractéristiques de la même cellule pour d'autres valeurs de R.

1° *La résistance* R *est très grande* (30 mégohms). — La figure 1 représente la surface obtenue : il n'y a plus de nappe verticale. La pente des caractéristiques à flux variable est, au voisinage de l'origine, la même que

([1]) Séance du 23 février 1931.

([2]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 411.

sur la surface caractéristique obtenue avec R = 500000 ohms; mais dès que le courant atteint des valeurs de l'ordre des dixièmes de microampère, cette pente diminue très rapidement par suite de la chute ohmique de potentiel dans la résistance R. La différence de potentiel aux bornes de la cellule commence à baisser avant que l'ionisation par choc ait pris des valeurs suffisantes pour que la densité spatiale au voisinage de la cathode ne soit plus négligeable : la chute cathodique de potentiel, qui provoquait sur

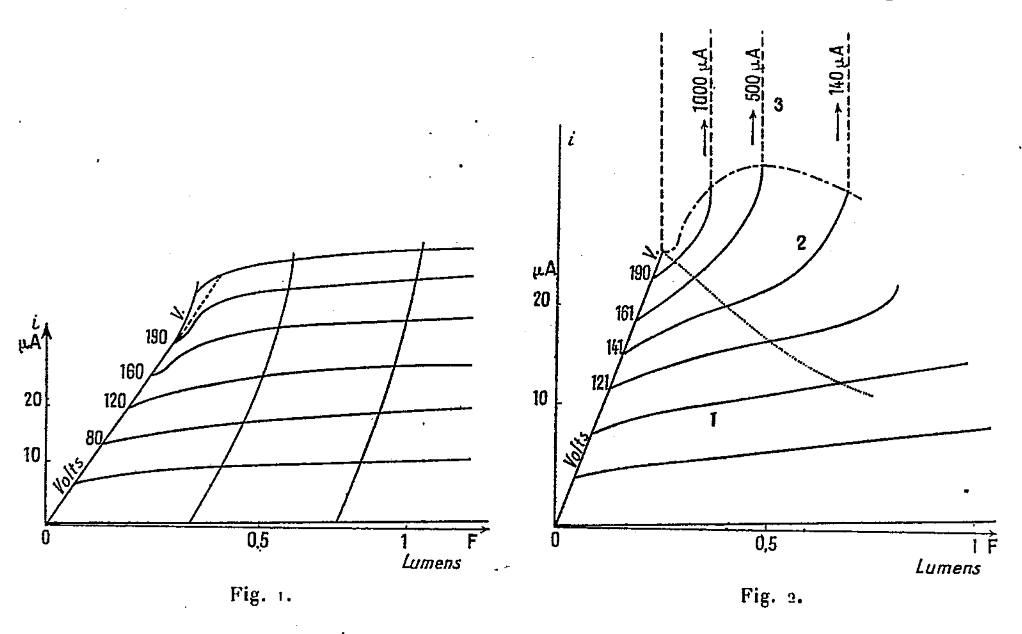


Fig. 1.

Fig. 2.

l'ancienne surface caractéristique un changement de signe de la courbure n'aura donc pas lieu, ou sera très faible.

En effet, quand le flux lumineux continue à augmenter, la courbure devient faible, mais ne semble pas changer de signe, et, sur la région 2, les caractéristiques à flux variable sont peu différentes de droites de faible pente (sous 164 volts, 0,7 μA par lumen).

On peut se demander, étant donnée l'absence de la nappe 3, ce qui se passe quand on soumet la cellule à des différences de potentiel supérieures au potentiel disruptif dans l'obscurité. L'expérience montre que, même si le flux est nul, un courant passe. Ce courant est continu (1), et la cellule est le siège d'une faible luminosité. L'intensité de cette décharge, parente

(1) Ce qui a été vérifié en connectant conductivement la cellule fonctionnant dans ces conditions à un amplificateur de basse fréquence.

du régime « corona » peut être rendue très faible, en diminuant la tension appliquée. Nous avons pu descendre à 8.10^{-10} ampère. Si l'on éclaire la cellule, on constate que les caractéristiques à flux variable tracées sous de telles d. d. p. sont semblables à celles que l'on obtient au-dessous du potentiel disruptif, sauf qu'elles ne partent plus de l'origine, mais d'un point du plan de coordonnées i, V dont l'ordonnée i représente le courant indépendant fourni par la cellule dans l'obscurité au potentiel choisi. On obtient ainsi des résultats paradoxaux : des courants contrôlés peuvent se superposer à des courants indépendants cent fois plus faibles.

2° *La résistance* R *est petite* (*fig.* 2, R = 50000 ohms). — Les régions 1 et 2 sont presque identiques, quant à la forme, aux nappes correspondantes de la surface caractéristique tracée avec R = 500000 ohms, mais la nappe 2 est limitée à sa partie supérieure à des *courants plus faibles*, à flux et tension égaux, que ceux que l'on obtenait alors. Cela était évident, puisque l'influence régulatrice de la chute ohmique de potentiel dans la résistance est ici très diminuée; toutes choses égales d'ailleurs, la vitesse de l'émission est plus grande que précédemment, et le taux d'ionisation $r = 1$ est atteint pour des courants plus faibles.

La nappe verticale 3 a une hauteur très grande; de peur de détruire la cellule, nous n'avons pas cherché à la déterminer. Pour des tensions de l'ordre de 180 volts, le courant indépendant obtenu est de l'ordre du milliampère. La région 5 n'a qu'une existence théorique, car elle correspond à des intensités de courant qui détruiraient rapidement la cellule. L'existence de la région 4 est encore douteuse. Nous cherchons actuellement à préciser la forme de la surface dans cette région.

Une conclusion pratique importante de cette étude est que, pour un flux lumineux donné et une différence de potentiel donnée, il existe une valeur optimum de la résistance R extérieure à la cellule, pour laquelle celle-ci fournit le courant contrôlé maximum, avec la plus grande pente utilisable de la caractéristique à flux variable correspondante. Ce n'est que lorsque les valeurs moyennes des flux mesurés sont très faibles qu'on peut admettre que la sensibilité est indépendante de R.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'indépendance de la dureté et de la teneur en hydrogène des métaux électrolytiques.* Note de MM. Guichard, Clausmann, Billon et Lanthony, présentée par M. G. Urbain.

La grande dureté du fer électrolytique a attiré depuis longtemps l'attention et l'on a émis dès l'origine l'hypothèse que cette dureté tenait, d'une part, à l'état de division extrême du métal et, d'autre part, à la présence d'un hydrure de fer dur et cassant, présentant un aspect métallographique caractéristique. En faisant des recuits discontinus dans le vide à des températures de plus en plus élevées, l'opération étant poursuivie durant deux heures à chaque température, on a pensé établir, en 1925, que le dégagement des gaz pendant le recuit produisait une variation bien progressive des propriétés mécaniques (¹).

En reprenant ces essais, nous arrivons à une conclusion entièrement différente.

En examinant divers échantillons de fer électrolytique, le plus souvent préparés par nous, nous avons d'abord observé de grandes variations dans la dureté et dans la teneur en gaz :

Dureté Brinell (bille 3^{mm}, charge 40^{kg})	200 à 365
Gaz hydrogène, par gramme de fer	$1^{cm^3},5$ à 8^{cm^3}
Gaz CO et CO^2, par gramme de fer	$0^{cm^3},1$ à $0^{cm^3},6$

Nous n'avons pas trouvé de carbures d'hydrogène.

Les échantillons les plus durs ne sont pas les plus riches en hydrogène; les teneurs en gaz carbonés sont très faibles (²).

Pour mieux voir s'il existe une relation entre la dureté et les teneurs en gaz hydrogène, nous avons repris la méthode des recuits discontinus dans le vide, mais, dans nos essais, chacun des recuits a été prolongé, à chaque température, assez longtemps, en général 24 heures, pour que la plus grande partie de l'effet possible soit obtenue à chacune de ces températures.

Le diagramme ci-après montre que tout l'hydrogène peut être ainsi dégagé du fer au-dessous de 250°, tandis que la dureté, n'ayant pas baissé à cette température, décroît ensuite, jusqu'à 1000° ($\Delta = 50$) (*fig.* 1).

(¹) Hugues, *Rev. Metall.*, 22, 1925, p. 764.

(²) Nous avons d'autre part entrepris l'étude des variations de teneur en gaz en fonction des nombreux facteurs qui interviennent dans l'électrolyse.

Une étude parallèle faite sur le cobalt nous a montré que l'hydrogène

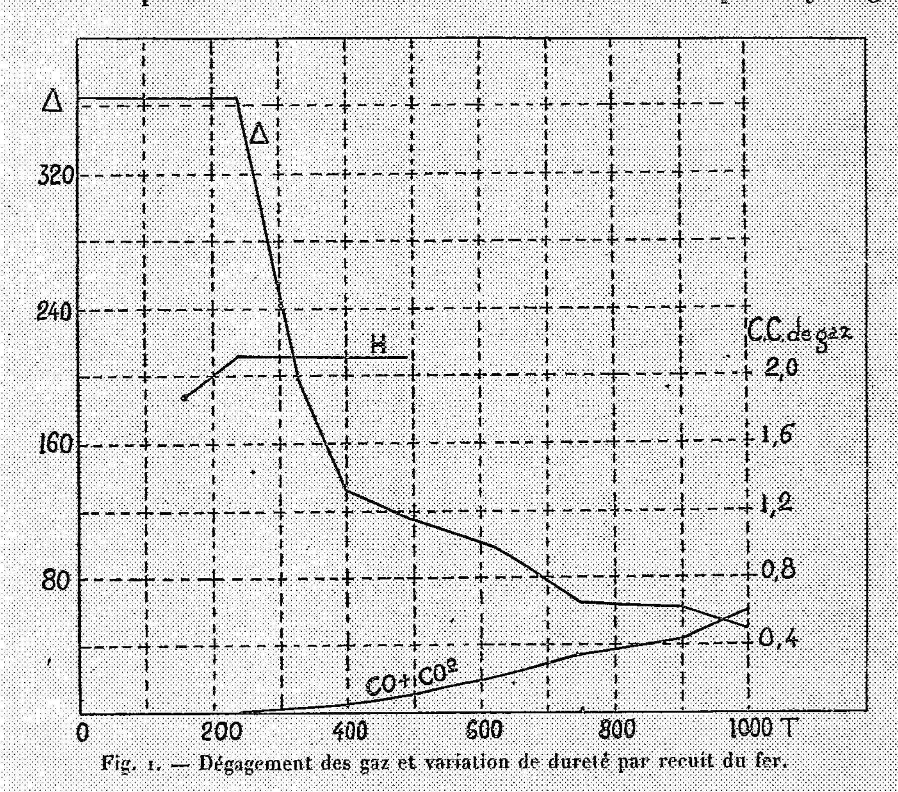
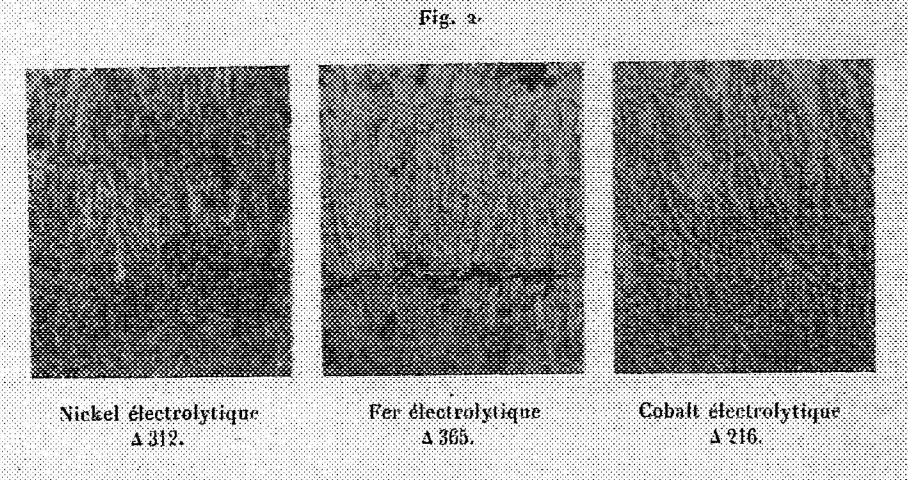


Fig. 1. — Dégagement des gaz et variation de dureté par recuit du fer.

peut être totalement extrait de ce métal au-dessous de 450°, alors que sa

Fig. 2.

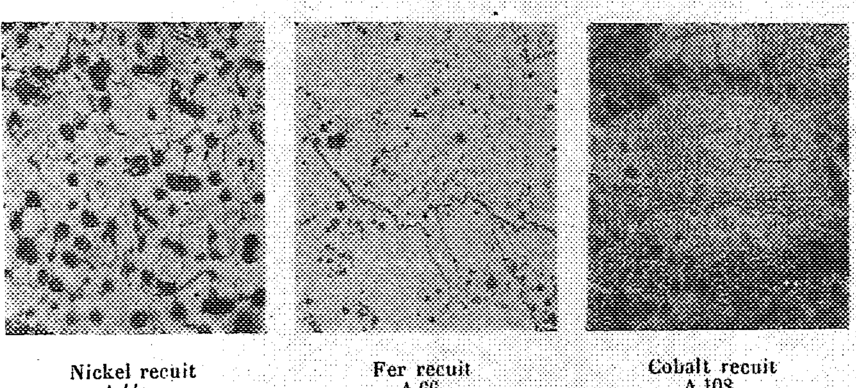

Nickel électrolytique Δ 312. Fer électrolytique Δ 365. Cobalt électrolytique Δ 216.

dureté qui a commencé à baisser à cette température décroît régulièrement

jusqu'au delà de 1000° ($\Delta = 108$)(*fig.* 1) sans arriver à une dureté limite.

Rapprochant ces résultats de ceux que nous avons publiés sur le nickel électrolytique (¹), nous arrivons à cette conclusion que les métaux électrolytiques ne doivent pas leur dureté, *même partiellement*, à la présence d'un hydrure hypothétique; ils sont durs *uniquement* à cause de leur structure très fine (*fig.* 2 et 3) déjà observée par divers auteurs.

Fig. 3.



Nickel recuit Δ 44. Fer recuit Δ 66. Cobalt recuit Δ 108.

Dans le nickel et le cobalt, apparition de nombreuses lacunes correspondant au gonflement par recuit.

On voit avec quelle prudence il convient d'attribuer aux gaz des métaux un rôle précis dans la détermination de leurs qualités mécaniques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Pouvoir inducteur spécifique et poids moléculaire des colloïdes*. Note de M. **Néda Marinesco**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai montré (²) que les colloïdes hydrophiles, notamment les protéines, sont des corps polarisés à l'état permanent. Leurs solutions aqueuses présentent, par suite, deux régions de dispersion anomale de la constante diélectrique. La première de ces régions (placée vers les courtes longueurs d'onde) correspond au temps de relaxation des molécules d'eau (λ de l'ordre de 10^{cm}), alors que les molécules du corps dissous, beaucoup plus grosses, ont une période de relaxation correspondant à une longueur d'onde de quelques mètres.

(¹) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1417.

(²) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 163; 189, 1929, p. 1274.

Il est possible de déduire le poids moléculaire de la protéine dissoute de l'étude de la dispersion diélectrique du système en fonction de la longueur d'onde. En effet la période de relaxation τ des grosses molécules est donnée par la relation de Debye

$$\tau = \frac{4\pi\rho^3\eta}{kT}, \tag{1}$$

ρ étant le rayon moléculaire, η la viscosité du milieu, k la constante de Boltzmann et T la température absolue. On peut déterminer directement $\mathfrak{T}$, car

$$\tau = \frac{\lambda}{c}, \tag{2}$$

λ étant la longueur d'onde de la dispersion anomale du corps dissous, et c la vitesse de la lumière.

On peut écrire, d'autre part, pour le volume V de la molécule-gramme dissoute,

$$V = Mv = \frac{4}{3}\pi\rho^3 N, \tag{3}$$

M étant le poids moléculaire, v le volume spécifique du colloïde en solution et N le nombre d'Avogadro.

On tire de (1), (2) et (3)

$$M = \frac{1}{3}\,\frac{\lambda}{c}\,\frac{RT}{\eta v}, \tag{4}$$

R étant la constante des gaz.

Le volume v peut s'obtenir également par des mesures de polarisation spécifique du même système colloïdal.

Les protéines sont des substances hydrophiles qui augmentent de volume spécifique en contact avec l'eau. Or nous pouvons mesurer le pouvoir inducteur de la solution pour une longueur d'onde λ_0, comprise entre celle de la dispersion anomale du corps dissous et celle de la dispersion anomale de l'eau. Dans ces conditions la polarité permanente du corps dissous n'intervient plus. Au contraire les molécules d'eau libres restent toujours en phase avec le champ de haute fréquence extérieur, alors que l'eau, diélectriquement saturée et adsorbée par le colloïde, ne participe à la polarisation globale que par sa déformabilité. Par suite on a pour la polarisation spécifique du système

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\left(\frac{n_1}{d_1} + \frac{n_2}{d_2} + \frac{n_3}{d_3}\right) = n_1\varpi_1 + n_2\varpi_2 + n_3\varpi_3, \tag{5}$$

ε étant le pouvoir inducteur de la solution pour λ_0; n_1, n_2, n_3, d_1, d_2, d_3 les nombres de grammes et les densités respectives d'eau libre, d'eau fixe et de corps dissous se trouvant dans un centimètre cube de solution. ϖ_1, ϖ_2 et ϖ_3 sont de la forme

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{1}{d}$$

et représentent respectivement la polarisation spécifique de l'eau libre ($\varepsilon = 80$), de l'eau diélectriquement saturée ($\varepsilon = 2,2$), et du corps dissous (ε étant mesuré à l'état solide où la polarité permanente disparaît).

D'autre part, la somme $n_1 + n_2 = S$ est connue et l'on peut prendre $d_1 = d_2$, par suite (5) devient

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\left(\frac{S}{d_1}+\frac{n_3}{d_3}\right)=(S-n_2)\,\omega_1+n_2\omega_2+n_3\omega_3, \tag{6}$$

équation qui donne le nombre de grammes d'eau n_2 fixés par n_3 grammes de colloïde.

On obtient le volume spécifique v en solution, nécessaire à l'application de (4), en ajoutant au volume spécifique de l'état solide le volume d'eau lié par gramme de colloïde dissous.

J'ai appliqué cette méthode à une solution très diluée de gélatine (0,3 à 0,5 pour 100). La dispersion anomale de la solution correspond à $\lambda = 6^{\text{m}}$: pour une température de 17°C. et pour $v = 1^{\text{cm}^3},294$, on trouve, d'après la relation (4), $M = 11300$.

Biltz [1] avait trouvé par la mesure de la pression osmotique des valeurs comprises entre 11000 et 18000. Ed. J. Cohn [2] donne également des valeurs comprises entre 10700 et 123000, mais dans ce dernier cas, il s'agit du poids micellaire correspondant à une particule possédant déjà un haut degré d'association.

Je tiens à remarquer que le moment permanent est une propriété intrinsèque de l'espèce chimique, rigidement lié à l'édifice moléculaire du colloïde et non pas à la micelle associée; antérieurement j'ai montré [3] que si la concentration croît, les molécules simples de gélatine s'associent de manière à donner un ensemble de moment nul qui ne peut plus s'orienter

---

(1) *Zts. f. Phys. Chemie*, **91**, 1916, p. 705.

(2) *Journ. of Biolog. Chemistry*, **63**, 1925, p. 721-766; *Physiolog. Rev.*, **5**, 1925, p. 349.

(3) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 163.

dans un champ électrique. Bref, on obtient par cette méthode seulement le poids moléculaire correspondant à la plus petite particule de substance dissoute, même s'il y avait ou non en présence des micelles plus complexes et possédant un haut degré d'association.

GÉOLOGIE. — *Les récents progrès de nos connaissances sur l'histoire du Pacifique aux temps tertiaires et la théorie de Wegener*. Note de M. **L. Joleaud**.

Une série d'observations récentes a permis de signaler des Foraminifères éocènes, oligocènes et miocènes, *Nummulites*, *Pellatispira*, *Operculina*, *Orthophragmina*, *Spiroclypeus*, *Cycloclypeus*, *Lepidocyclina*, *Miogypsina*, dans des îles du Pacifique central (Marshall, Fiji, Tonga, Cook). Des découvertes antérieures avaient déjà fait connaître la présence de ces genres de Protozoaires dans des terrains de même âge des archipels du Pacifique occidental (Bonin, Bismark, Nouvelles-Hébrides, Nouvelle-Calédonie, Nouvelle-Zélande).

Les études minutieuses poursuivies dans ces dernières années sur le genre *Lepidocyclina* par H. Douvillé, W. Waughan, H. Van der Vlerk, J. A. Cushman, ont montré que deux sous-genres de ce type d'Orbitoïdidés, *Polylepidina* et *Pliolepidina* ne se trouvent que dans les régions indopacifiques et antillaises : *Polylepidina proteiformis* existe ainsi à la fois au Mexique et aux îles Cook; le sous-genre *Pliolepidina* a été indiqué seulement de la Trinité, de Panama et du Mexique d'une part, de Bornéo et de Sumatra d'autre part. Parmi les espèces du sous-genre *Amphilepidina*, *L. sumatrensis*, de Madagascar, du sud du Japon, de la Malaisie et de la Nouvelle-Guinée, est connue aussi des Nouvelles-Hébrides et des Fiji; or, cette même espèce est représentée par une forme affine aux Antilles (Cuba, Haïti). Encore dans ce sous-genre *Amphilepidina*, H. Douvillé a classé à part les formes radiées qui comptent un représentant à Cuba (J. A. Cushman), à côté de *L. radiata* et de *L. Martini* décrites de Madagascar, de la Malaisie et de l'Australie et connues également des Nouvelles-Hébrides et des Fiji. Enfin, dans le sous-genre *Eulepidina*, *L. formosa* apparaît précisément à Madagascar, en Malaisie, en Nouvelle-Guinée et se révèle également aux Nouvelles-Hébrides, aux Fiji, aux Cook, enfin à la Trinité, à Panama, au Mexique.

Ces *Lepidocyclina* des sous-genres *Polylepidina* et *Pliolepidina*, des

groupes des *Amphistegina* radiées et de *L. sumatrensis*, enfin *L. formosa* elle-même, toutes absentes de l'Europe et de l'Afrique du Nord, et par contre présentes à la fois en Malaisie et en Mélanésie, au Mexique, à Panama et aux Antilles, généralement aussi d'ailleurs en Polynésie, permettent d'affirmer l'existence de communications marines néritiques directes entre la Nouvelle-Guinée et l'Amérique centrale : cette jonction devait se faire par les archipels Bismarck, Marshall, Nouvelles-Hébrides, Fiji, Cook. La Mésogée transpacifique assurait ainsi, autour de la Terre, la continuité de la Thétys antillaise, méditerranéenne et indienne. La migration mélano-centre-américaine des grands Foraminifères ne s'est certainement pas faite par les régions circumpacifiques sud ou nord : P. Marshall a montré que déjà dans l'île du nord de la Nouvelle-Zélande, *Lepidocyclina* et *Miogypsina*, limités aux régions septentrionales de cette terre, s'y trouvaient à la limite méridionale des conditions climatiques favorables à leur développement et les mêmes constatations ont été faites par H. Yabe au Japon; il n'y a d'ailleurs pas de *Lepidocyclina* connus en Californie, ni au sud du Pérou.

L'océan Pacifique tertiaire devait présenter des archipels d'atolls jusque dans une zone assez proche du Nouveau Monde. L'absence de récifs coralliens, dans le Pacifique, entre la Polynésie et l'Amérique actuelles, a parfois été envisagée comme déterminée même indirectement par l'extension de l'influence des courants froids de Californie et de Humboldt. La présence de *Lepidocyclina* au Pérou, d'*Orthophragmina* en Californie et au Pérou prouve que cette influence était bien moins étendue aux temps tertiaires.

Enfin la facilité des communications dans les mers néritiques tropicales à travers tout le Pacifique pendant le Nummulitique et le Miocène exclut la possibilité d'existence d'un immense océan Pacifique sans îles, tel que l'implique l'hypothèse de Wegener.

GÉOLOGIE. — *Observations sur la limite occidentale de la nappe du Briançonnais au sud de la Maurienne.* Note de M. **D. Schneegans**, présentée par M. de Launay.

L'étude de la série stratigraphique du Massif du Grand Galibier m'a amené à le considérer comme formé par une écaille frontale de la nappe du Briançonnais. J'ai pu observer que le Lias n'était pas conservé dans cette écaille et que les terrains plus récents étaient représentés par des facies

nettement briançonnais, accompagnés d'importants niveaux de brèches. Le soubassement du Massif du Galibier comprend une série bien différente. Le Lias s'y présente sous un faciès dit intermédiaire (marnocalcaires zoogènes et spathiques noirs, calcaires oolithiques) évoquant une sédimentation calme et régulière. Au nord du Lauzet au-dessus de la route de Briançon au Lautaret, ce terrain présente une épaisseur de plus de 300^{m}. Dans toute la zone le Lias est encadré de larges paquets de Marbres en plaquettes et Flysch schisto-gréseux. Pincés entre la nappe du Briançonnais et la zone du Flysch (nappe de l'Embrinais) ces terrains représentent vraisemblablement une remontée anticlinale des sédiments secondaires de cette dernière, accompagnés de lames de Flysch. Au terme de sous-zone du Galibier attribué à cet ensemble par W. Kilian ([1]), il convient de substituer celui de sous-zone du Pas du Roc, parce que, dans la coupe de la vallée de l'Arc, cette sous-zone montre son plus beau développement.

Entre la sous-zone du Pas du Roc et la zone du Flysch, de la vallée de l'Arc au Lautaret, on ne peut pas tracer une ligne continue de contact anormal. Par contre la surface de charriage de la nappe du Briançonnais sépare les terrains de la série stratigraphique briançonnaise de ceux de la sous-zone du Pas du Roc. Les différences de faciès de part et d'autre de cette surface permettent d'apprécier l'importance du chevauchement. Cette discontinuité est soulignée localement par des lames de gypses triasiques dégagées de leur gisement d'origine.

Les écailles de terrains briançonnais qui apparaissent parmi le Flysch de part et d'autre de la route du Galibier ont été décrites par W. Kilian. Je ne crois cependant pas qu'elles soient enracinées sur place et elles n'ont pas la continuité que W. Kilian croyait pouvoir leur attribuer. J'admettrais plutôt que ce sont des duplicatures secondaires et des copeaux de la nappe du Briançonnais sectionnés à la base de cette nappe et fichés dans le flanc normal de la nappe de l'Embrunais (s. l.).

La coupe du Pas du Roc, réétudiée récemment par MM. Gignoux et L. Moret, montre, comme celle du Galibier, que la surface de charriage de la nappe du Briançonnais passe à l'est de la sous-zone du Pas du Roc. Mais la coupe du Pas du Roc montre cette surface entaillée à un niveau plus profond. Le noyau houiller est en contact avec les terrains de la sous-zone du Pas du Roc par l'intermédiaire d'une épaisse lame de gypse pétrie de frag-

---

([1]) W. Kilian et J. Révil, *Études géologiques dans les Alpes françaises* (*Mém. p. servir à l'expl. de la Carte géol. dét. de la Fr.*, 1, 1904, pl. 42).

ments laminés de la couverture secondaire, restes du flanc normal étiré de la nappe du Briançonnais. Dans les flancs du Galibier, on observe par contre le contact des digitations frontales du noyau houiller, recouvertes encore de leur couverture mésozoïque, avec les terrains de la sous-zone du Pas du Roc.

La ligne de charriage de la nappe du Briançonnais se suit aisément depuis le Pas du Roc dans l'axe de la vallée de la Valloirette. Elle est jalonnée ensuite par les points suivants : Granges du Galibier, col du Galibier, Clot Julien, Chalets de l'Alpe du Lauzet. A partir de là, cette ligne se poursuit sur le versant gauche de la vallée de la Guisanne, traverse cette dernière au niveau du Monétier, pour passer sur la rive droite dans le système d'écailles décrit par P. Termier. La sous-zone du Pas du Roc correspond, à peu près, à la deuxième écaille, caractérisée par son Lias zoogène de Vallouise. La limite entre la deuxième et la troisième écaille est la limite occidentale de la nappe du Briançonnais. Malgré de grandes complications, on peut la suivre jusqu'au col de la Pousterle. La fenêtre de Largentière laisse apparaître largement les terrains de la sous-zone du Pas du Roc. Plus au sud, dans la nappe de l'Ubaye, la liaison entre la sous-zone du Pas du Roc et la zone du Flysch se montre encore plus étroite que dans le Briançonnais et dans la Maurienne. Par contre les relations entre la nappe de l'Ubaye et la nappe du Briançonnais sont encore à étudier.

S'il paraît évident que la limite occidentale de la nappe du Briançonnais entre la vallée de l'Arc et le Galibier se situe à l'est de la sous-zone du Pas du Roc, il semblerait d'après les études de H. Schoeller (1), qu'en Tarentaise le grand contact anormal qui sépare la nappe du Briançonnais de la nappe de l'Embrunais passe à l'ouest de la sous-zone du Pas du Roc, considérée alors comme une dépendance du Briançonnais. Si l'on arrive à démontrer qu'entre la Maurienne et la Tarentaise ces deux surfaces de charriage se relayent parallèlement à l'axe de la chaîne alpine et de part et d'autre de la sous-zone du Pas du Roc, la surface interne se développant vers le Sud, alors que la discontinuité externe se résorbe, on sera en présence du plus fort argument en faveur de l'enracinement à courte distance des zones internes des Alpes françaises. La preuve sera donnée que les nappes alpines n'ont pas sur toute la longueur de l'arc alpin une même forme et une portée égale.

---

(1) H. Schoeller, *La nappe de l'Embrunais au nord de l'Isère* (*Bull. Serv. Carte géol. Fr.*, 33, n° 175, 1929, p. 387).

SÉISMOLOGIE. — *Deux catastrophes séismiques en novembre* 1930 *et janvier* 1931 *en Albanie*. Note de M. **Mihaïlovitch Jélenko**, présentée par M. Bigourdan.

Deux grands tremblements de terre albanais, comme une période séismique en deux séries bien accusées, ont eu lieu le 21 novembre 1930 dans les environs de Tépéléni et le 28 janvier 1931 dans les environs de Kortcha. Les deux séismes attestent bien nettement que les mouvements tectoniques dans l'Albanie centrale, étant presque permanents, s'accentuent de temps à autre comme tremblements de terre désastreux.

1° *La ville de Tépéléni* (43°18′N; 20°2′ E, de Gr.), épicentre très prononcé, a été détruite 5 fois dans l'intervalle des 90 années dernières (1860, 1866, 1920 deux fois, 1930). La dernière dévastation, du 21 novembre à $2^{h}0^{m}25^{s},6$, enregistrée dans toutes les stations séismiques de l'Europe, a eu une réplique ruineuse le 2 décembre 1930 à $13^{h}29^{m}3^{s},6$ suivie de nombre de secousses modérées et légères, et a provoqué des grands dégâts. Comme victimes on a noté 35 morts, 108 blessés, et 950 maisons sont tombées en ruines. De grands blocs de terre se sont détachés et ont roulé plus bas, supprimant les communications entre Valona et Ciné, en dehors de la surface épicentrale, etc. Le pléistoséiste proprement dit englobe deux villages : Braday (40°15′N; 19°41′E) et Terbak (40°14′N; 19°38′,5E), alignés par la zone séismogène de Valona, Tépéléni, Delvino, Suli pour se diriger vers Janina. La zone bien fréquentée par les séismes très sévères a donné nombre de secousses désastreuses. Par exemple, Valona (40°28′N; 19°29′E) a été détruit 13 fois de 1833 à 1920; Delvino (39°38′N; 20°7′E) 4 fois de 1854 à 1920); Suli (39°43′N; 20°27′E) 2 fois de 1823 à 1854; Janina (30°39′N; 20°52′E) 14 fois de 1813 à 1921, etc.

2° *La ville de Kortcha* (Koritza, Goritsa; 40°37′ N; 20°48′ E) au point de vue géologique est située dans un bassin des puissantes couches d'alluvion déposées dans une fosse (Graben) de néogène disloqué ayant comme trois horsts : de l'est et de l'ouest des roches volcaniques (péridotite, serpentine) et des porphyrites et des grès triasiques au nord. Le néogène de Kortcha appartient au bord d'un lac tertiaire se prolongeant au S-S-E. Au point de vue séismique, Kortcha représente un épicentre très actif des séismes relativement modérés et légers. Il y a à citer comme exemple, qu'on y a signalé les 600 secousses d'intensité différente en 1883 dans une période séismique de trois mois; mais les grands tremblements de terre y sont bien rares. Jusqu'à présent on n'y a noté que deux secousses ruineuses : celle du

14 février 1896 et la dernière du 28 janvier 1931. La ville même occupe la place, sur la zone séismogène bien accusée, passant par la côte ouest du lac d'Ohrid en alignant Struga (41°10′ N; 20°41′ E, en Yougoslavie), Starovo (40°5′ N; 20°41′ E), le lac de Ventrok (Mališko), Kortcha (en Albanie) et s'allonge au sud suivant la vallée d'Arta pour prendre fin dans le golfe d'Arta.

La dernière série séismique a débuté par une secousse désastreuse dans les environs de Kortcha le 28 janvier 1931 à $5^h55^m8^s$ et fut enregistrée dans les stations européennes; elle fut suivie de nombre de répliques. D'après les séismogrammes inscrits à l'Institut séismologique de l'Université de Beograd nous avons calculé la profondeur du foyer qui a 25^{km} au maximum. La série en question a fini le 20 février 1931 à $5^h5^m11^s,8$ par un choc bien fort. Durant 8 à 10 secondes la secousse a provoqué les ruines de 500 maisons, 2 églises, le musée de la ville, le collège des jeunes filles, etc. Toutes les communications, surtout télégraphiques et téléphoniques, ont cessé. La rupture des câbles électriques a produit un obscurcissement formidable qui a augmenté la terreur panique soudaine : les habitants se sont disséminés en tous lieux. Le nombre exact des victimes et des blessés n'est pas encore connu; il s'élève à 90. Dans les villages des environs de la ville les dégâts et les victimes ont été plus grands. L'aire d'ébranlement macroséismique englobe toute la Serbie du Sud. Quelques secousses de relais ont éclaté dans les épicentres bien éloignés de l'épicentre de Kortcha, par exemple dans les régions séismiques yougoslaves : le 28 janvier 1931 à 8^h24^m à Mostar, éloigné de 400^{km} Nord-Ouest, le 29 janvier à 12^h30^m et le 1er février à 2^h5^m dans la région des Pologs, éloignée de 150^{km} au Nord. D'après la situation géologique et séismique de la dépression de Kortcha, il faut chercher la cause de ce mouvement dans la situation tectonique qui a précédé la formation de la vallée de Dunavec, c'est-à-dire la dépression ayant le lac de Ventrok (Mališko) comme centre.

Conclusion. — Une impulsion constante pour les mouvements séismiques en Albanie provient surtout de l'abaissement progressif, parfois accéléré, de l'abaissement des grands blocs de l'Adriatique. La cause provoque le plus souvent des séries séismiques qui se transforment de temps en temps en véritables coups ruineux. Sous la constante pression des grands blocs adriatiques, les anticlinaux des montagnes épiro-albanaises se mettent en mouvement et se morcellent, leurs blocs changent de stabilité sur les blocs continentaux, descendent et se déplacent dans différentes directions. Ces mouvements se compliquent à leur tour par la descente progressive des synclinaux morcelés. L'augmentation ou la diminution de la force des pressions

extérieures et inférieures amène indubitablement les déplacements des épicentres, de manière que ce mouvement compliqué des blocs disloqués produit de nouvelles failles et contribue à la formation de nouveaux petits blocs séismogènes. Les plus grandes catastrophes séismiques survenues là eurent lieu sur de nouvelles failles. Les deux dernières catastrophes albanaises confirment mes conclusions sur l'existence d'une pression des blocs adriatiques sur la stabilité des blocs séismogènes albanais et mettent en évidence les migrations des épicentres suivant les zones séismogènes que j'ai construites en 1927 pour les plissements tectoniques épiro-albanais (¹).

PHYSIOLOGIE. — *La répartition de l'azote urinaire dans le métabolisme azoté endogène spécifique au cours de la croissance.* Note de M. **Émile-F. Terroine**, Mlles **Germaine Boy**, **Marguerite Champagne** et **Gilberte Mourot**, présentée par M. d'Arsonval.

L'étude de la répartition de l'azote total de l'urine entre les différents constituants azotés, dans les conditions les plus variées, a donné lieu à un nombre considérable de travaux. Sur elle reposent des considérations de tous ordres sur le métabolisme normal et pathologique. Un examen attentif nous a conduits à penser que beaucoup d'entre elles étaient, ou peu, ou mal fondées, par suite de l'absence d'un élément normal certain de comparaison. D'autre part, de multiples problèmes pourraient être posés et discutés avec plus de clarté si l'on possédait une base fixe de comparaison : conditions de formation de l'ammoniaque, des corps puriques et créatiniques, termes ultimes de la dégradation des divers matériaux azotés, liaison ou indépendance des éléments de la dépense azotée totale, caractères distinctifs du métabolisme des individus ou des espèces, etc.

Cette base fixe de comparaison doit exprimer, en quantité et en nature, uniquement les processus fondamentaux du métabolisme azoté en dehors de toute cause extérieure de perturbation. Cette base, nous croyons la trouver dans le métabolisme azoté endogène spécifique; c'est-à-dire dans la dépense azotée d'un organisme normal dont tous les besoins énergétiques, minéraux et de vitamines sont largement couverts, mais ne recevant aucun apport azoté extérieur. Quelques déterminations seulement ont été faites jusqu'ici notamment par K. Thomas chez le chien; Boothby, Deuel et Sandiford chez l'homme. Nous avons donc entrepris une étude systématique de la répartition de l'azote urinaire dans le métabolisme azoté endo-

(¹) J. Mihaïlovitch, *Mouvements séismiques épiro-albanais* (Beograd, 1927).

gène spécifique. Dans un premier temps nous avons cherché comment variait l'excrétion des composés azotés au cours de la croissance.

Une telle étude, pour ne pas s'étendre sur plusieurs années, devait être poursuivie sur des animaux à croissance très rapide; le porc était donc indiqué.

Les essais portent sur deux sujets qui reçoivent à différents moments de leur existence une alimentation constituée par de l'amidon (150 cal/kg) ainsi que les substances minérales et les vitamines nécessaires. Le régime est poursuivi jusqu'à obtention de la constance quotidienne de l'excrétion des divers composés dosés. La prépériode qui permet d'atteindre cette constance dure de 8 à 15 jours. La période fondamentale, au cours de laquelle on relève les données qui seront rapportées plus loin, dure une huitaine de jours. Entre temps, l'animal reçoit l'alimentation mixte abondante habituelle aux représentants de cette espèce. On détermine quotidiennement : N total (microkjeldahl), urée (méthode de Fosse), ammoniaque (méthode de Yovanovitch), N aminé (méthode de Van Slyke), allantoïne (méthode Champagne-Mourot), corps puriques (méthode Haycraft-Denigès), créatine et créatinine (méthode de Folin) et pH.

Dans un prochain Mémoire on trouvera la totalité des résultats expérimentaux. Nous donnerons seulement (p. 636) quelques-unes des valeurs qui permettent de faire apparaître les faits essentiels.

Les faits principaux sur lesquels nous désirons dès maintenant appeler l'attention sont les suivants :

1° La comparaison respective des premières et troisièmes périodes chez les deux sujets — périodes où ils ont le même poids — fait apparaître une concordance remarquable pour toutes les données. La répartition des composés azotés urinaires lors du métabolisme endogène spécifique constitue donc une excellente base de comparaison.

2° La dépense totale diminue considérablement au cours de la croissance; rapportée au kilogramme, elle est trois fois plus faible chez le sujet de 130^{kg} que chez le sujet de 13^{kg}. C'est là un fait qui corrobore l'affirmation antérieure de Terroine et Mme Sorg-Matter, fondée sur l'étude d'autres espèces animales : la dépense azotée endogène suit fidèlement la dépense énergétique.

3° L'urée, l'ammoniaque, l'azote aminé, l'allantoïne suivent un même mouvement de baisse au cours de la croissance. On peut donc présumer l'existence d'un lien étroit entre le métabolisme des constituants de l'organisme dont la dégradation aboutit à ces corps.

Par contre la créatinine ne participe nullement à cette baisse. Son

excrétion reste constante par rapport au poids, si même elle n'augmente légèrement. C'est là un nouvel argument en faveur de la thèse défendue par l'un de nous : la créatinine n'est pas un représentant qualifié de la valeur du métabolisme endogène total.

4° Lors de la prolongation d'un régime ne comportant pas de matières protéiques, la créatine tend à disparaître complètement.

5° Il existe une proportion considérable de N aminé. Si l'on écarte l'allantoïne, les corps puriques et créatiniques, dont l'origine est tout autre, pour considérer l'ensemble *Urée + Ammoniaque* + N *aminé*, on constate que ce dernier y compte pour 15 à 20 pour 100. Proportion considérablement plus élevée que celle signalée chez l'homme dans des conditions analogues par de multiples auteurs ou que celle trouvée par nous-mêmes dans des études encore inédites sur d'autres espèces animales. Le porc posséderait-il une inaptitude particulière et marquée à la dégradation des protides? C'est ce que nous nous proposons d'examiner dans la suite.

Dates.	Poids. (en kg).	N total.	N urée.	N de NH^3.	N aminé.	N allantoïne.	N corps puriques.	N créatinine.	N créatine.	pH.
Valeurs absolues en grammes par jour (moyennes de chaque période).										
Sujet n° I :										
Fév. 1929.	14,5	1,587	0,838	0,187	–	0,134	–	0,098	0,008	–
Mai 1929.	40,5	1,559	0,374	0,171	0,222	0,269	0,048	0,379	0,024	8,3
Déc. 1929.	132,25	4,724	2,102	0,207	0,394	0,465	0,019	1,208	–	8,6
Sujet n° II :										
Mai 1930.	13,25	1,333	0,613	0,074	0,154	0,169	0,007	0,128	0,110	7,9
Nov. 1930.	88,5	4,124	2,242	0,142	0,454	0,535	0,021	0,592	0	8,2
Fév. 1931.	132,0	4,36	2,04	0,14	0,49	0,50	–	0,88	0,02	8,3
Valeurs en grammes par kilogramme d'animal et par 24 heures.										
Sujet n° I :										
Fév. 1929.	14,5	0,109	0,057	0,012	–	0,009	quantités	0,0067	0,0005	
Mai 1929.	40,5	0,038	0,009	0,004	0,005	0,006	infimes	0,009	0,0005	
Déc. 1929.	132,25	0,035	0,015	0,0015	0,003	0,003		0,010	0,0009	
Sujet n° II :										
Mai 1930.	13,25	0,100	0,046	0,005	0,011	0,012	quantités	0,008	0,001	
Nov. 1930.	88,5	0,047	0,026	0,0016	0,005	0,006	infimes	0,007	0	
Fév. 1931.	132,0	0,033	0,015	0,0010	0,0037	0,0037		0,0068	0,0001	

PHYSIOLOGIE. — *Le quotient respiratoire des poissons en fonction de la température.* Note de M. **Louis Baudin**, présentée par M. Ch. Gravier.

Plusieurs auteurs ont indiqué des valeurs très différentes du quotient respiratoire des poissons. Mais, à notre connaissance, il n'existe pas d'étude générale de sa variation en fonction de la température.

Comme, à température constante, échanges gazeux et quotient varient dans le même sens que la pression atmosphérique, ainsi que nous l'avons montré dans une Note précédente [1], toute détermination de ces valeurs devrait être faite à pression constante ; ou si l'on opère à la pression atmosphérique variable, les résultats ne sont valables que s'ils portent sur les moyennes des essais de plusieurs jours consécutifs. C'est cette dernière méthode qui a été choisie.

Les recherches ont été faites à Lausanne, depuis l'été 1929, et pendant l'été 1930 au Laboratoire maritime du Collège de France à Concarneau. Elles ont porté sur les mêmes espèces et ont été poursuivies avec les mêmes méthodes que celles qui ont fait l'objet de la Note ci-dessus mentionnée.

Nous avons pris les précautions suivantes :

1° Le poisson reste au moins 24 heures à la température choisie, avant le début des essais quantitatifs. L'expérience enseigne, en effet, que toute variation brusque de température provoque des perturbations profondes et immédiates dans le métabolisme. Si la température monte, échanges et quotient s'élèvent à un taux excessif; si elle descend, ils s'abaissent à un taux très bas; puis, dans l'un et l'autre cas, ce taux revient et se stabilise au niveau correspondant à la températnre atteinte.

2° Nous obtenons une température constante ou très lentement variable, en plongeant le flacon où respire l'animal dans un grand bassin plein d'eau, placé dans un local aux murs épais. De janvier à juin, la température monte lentement de 0° à 15° environ. Il est beaucoup plus difficile de maintenir des niveaux thermiques stables entre 15° et 30°.

Voici les résultats obtenus avec un *Carassius auratus* de 72^g. Les essais ont eu lieu de juillet à décembre 1929. Leur durée varie entre 1 et 2 heures :

---

(1) L. Baudin, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 530.

Température.	Durée totale.	Échanges O².	CO² en cm³/h.	Quotient.
7°	55h	0,65	0,61	0,93
10	26	1,81	1,61	0,89
15	17	5,2	3,8	0,75
20	41 1/3	6,2	5,6	0,91
25	16 1/2	11,0	10,9	0,97
30	8	12,6	15,2	1,2

Cette série autorise les remarques suivantes :

1° La consommation d'oxygène et le dégagement de CO^2 augmentent avec la température de l'eau. C'est exactement le contraire de ce que l'on observe chez les homéothermes. En revanche, la grenouille d'après Weiss, les mammifères hibernants d'après Dubois, se comportent de la même façon.

2° Le quotient est minimum vers 15°; il augmente à partir de ce point, que la température monte ou qu'elle baisse. On peut donc considérer que cette température de quotient minimum joue un rôle particulier, mais encore inexpliqué, dans le métabolisme général du poisson.

Au-dessus de 15°, l'exagération du mouvement vient augmenter la dépense minimum. En effet, le poisson s'agite de plus en plus. Vers 25°, dès le début de l'essai, alors que la quantité d'oxygène dissous est normale, les mouvements respiratoires sont très actifs et rappellent ceux qui se manifestent en milieu asphyxique. L'appareil branchial semble ne plus suffire aux besoins en O^2 des oxydations internes.

A 35°, au bout de 40 minutes, l'animal est en état de mort apparente. Quelle est la part de la température, quelle est celle du mouvement dans cette augmentation du métabolisme général ?

A Concarneau, un *Cottus bubalis* de 15g a réagi comme suit :

	O^2/h.	CO^2/h.	Quotient.
18°	1,03 cm³	0,76 cm³	0,74
20	1,63	1,41	0,87
22	1,71	1,61	0,94

Le métabolisme de cette espèce est plutôt bas, parce que les individus sont pratiquement immobiles, même à température élevée. Et pourtant il s'élève dans le même sens que la température du milieu. L'augmentation est donc attribuable essentiellement à la température.

Au-dessous de 15°, le poisson se comporte comme les homéothermes hibernants et la grenouille, à cette réserve importante près que chez le premier

le quotient s'élève, que chez les seconds il s'abaisse quand la température descend.

Voici une autre série fournie par un *Carassius auratus* de 100g, de janvier à mars 1930 :

		O^2/h.	CO^2/h.	Quotient.
	h	cm³	cm³	
3-5°	554	1,19	1,26	1,07
6	134 3/4	2,31	2,27	0,98
7	56 1/4	2,2	1,8	0,83
8	91	4,0	3,0	0,75
10	43 1/2	4,1	3,1	0,76

L'augmentation du quotient au-dessous de la température moyenne est donc un fait bien établi. L'animal s'immobilise, ses mouvements respiratoires sont rares. Peut-on parler d'une lutte contre le froid ? Il n'y a pas de thermogénèse si l'on n'envisage que l'allure des seuls échanges. Elle existe peut-être si l'on considère celle du seul quotient.

Enfin, pendant la longue durée des essais consécutifs à 3-5°, les échanges n'ont pas varié. On pouvait penser que l'animal s'adapterait à cette température en les améliorant peu à peu. Cette hypothèse ne s'est pas confirmée.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la production de formations anormales et multiples dans les membres du Triton par transplantation de régénérats.* Note de MM. **Marcel Abeloos** et **Maurice Lecamp**, présentée par M. M. Caullery.

Dans le but d'étudier les potentialités des régénérats qui prennent naissance aux différents niveaux d'un membre d'Amphibien, nous avons entrepris, sur *Triton cristatus* Laur., des expériences de transplantations autoplastiques de bourgeons de régénération de pattes sur des moignons de pattes. Nous avons constaté, au cours de ces expériences, que le développement du transplantat produisait, dans certains cas, soit une extrémité plus ou moins anormale (présentant, par exemple, des doigts surnuméraires), soit une extrémité double ou triple. Nous avons alors été conduits à étudier systématiquement la production de ces anomalies dans différentes séries d'expériences, correspondant à divers types de transplantations.

Première série. — Le bourgeon de régénération est sectionné et replanté sur le moignon d'origine, soit avec son orientation primitive (transplantation *dorso-dorsale*), soit après une rotation de 180° autour de l'axe longitu-

dinal du membre (transplantation *dorso-ventrale*). Il se développe généralement, dans le premier cas, un membre normal (2 anomalies seulement sur 19 membres opérés); dans le deuxième cas, un membre anormal (14 anomalies sur 18 membres opérés), dans lequel on peut reconnaître assez souvent deux extrémités plus ou moins enchevêtrées.

Deuxième série. — Échange des bourgeons de régénération entre les membres antérieur et postérieur d'un même côté du corps, soit en respectant (transplantation dorso-dorsale), soit en inversant (transplantation dorso-ventrale) l'orientation de l'axe dorso-ventral du bourgeon.

a. Lorsque les membres, antérieur et postérieur, sont sectionnés au même niveau, les résultats sont comparables à ceux de la série précédente.

b. Lorsque les deux membres, antérieur et postérieur, ont été sectionnés à des niveaux différents, les transplantations dorso-dorsales fournissent encore des extrémités normales; mais, dans le cas où les transplantations sont dorso-ventrales. seul le régénérat qui se trouve transplanté à un niveau plus distal que son niveau d'origine (du milieu du stylopode au milieu du zeugopode) donne lieu à des formations anormales, en général doubles ou triples; le régénérat transplanté à un niveau plus proximal donne une extrémité normale, malgré l'inversion de son axe dorso-ventral.

Troisième série. — Échange des bourgeons de régénération entre les pattes antérieures (ou postérieures) droite et gauche (transplantations *hétéropleurales*); les transplantations étant soit dorso-dorsales, soit dorso-ventrales.

a. Si les deux pattes sont sectionnées au même niveau, on obtient, dans la moitié des cas environ, des anomalies et des formations multiples, et cela aussi bien dans les transplantations dorso-dorsales que dans les transplantations dorso-ventrales (25 membres opérés).

b. Si les pattes, droite et gauche, ont été sectionnées à des niveaux différents, on constate que, quelle que soit l'orientation des transplantats, le régénérat transplanté à un niveau plus proximal que son niveau d'origine donne une extrémité normale (un seul cas de duplication sur 22 membres opérés), tandis que le régénérat transplanté à un niveau plus distal donne naissance à des anomalies ou à des formations doubles ou triples assez variées (une seule extrémité normale sur 26 membres opérés).

La production d'anomalies et de formations multiples par transplantation est soumise à un déterminisme évidemment complexe. Nos expériences mettent cependant nettement en évidence deux facteurs importants de ce déterminisme :

1° L'influence de l'*orientation des axes présomptifs du régénérat transplanté* (axes antéro-postérieur, dorso-ventral, longitudinal) *par rapport à*

ceux du moignon d'implantation : la tendance à la production d'anomalies est en effet beaucoup plus accentuée dans les cas où le trièdre formé par les axes présomptifs du régénérat *ne coïncide pas* avec celui des axes correspondants de sa base d'implantation; c'est-à-dire dans les transplantations dorso-ventrales des séries 1 et 2 et dans toutes les transplantations hétéropleurales (série 3).

2° L'influence du *changement de niveau du régénérat le long de l'axe longitudinal* du membre. En effet, lorsque le régénérat est transplanté au même niveau ou à un niveau plus distal que son niveau d'origine, l'orientation du régénérat sur sa base d'implantation règle seule la production des anomalies; mais, si le régénérat est transplanté à un niveau *plus proximal* que son niveau d'origine, il se développe un membre normal, quelle que soit l'orientation du régénérat par rapport au moignon d'implantation (séries 2, *b* et 3, *b*). Il est à remarquer que, dans ce dernier cas, il existe, entre le moignon et le transplantat, une lacune virtuelle, qui correspond à la portion de l'axe longitudinal du membre comprise entre ce qui subsiste de cet axe dans le moignon d'implantation et la portion qu'en représente, en puissance, le bourgeon transplanté.

PHYSICO-CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur le sort ultérieur des greffes de tumeurs épithéliales bloquées.* Note (1) de MM. **F. Vlès** et **A. de Coulon**, transmise par M. d'Arsonval.

Dans une série de travaux antérieurs (2), nous avions montré que la réceptivité des Souris pour les greffes de tumeurs épithéliales pouvait être modifiée par une perturbation préalable du terrain physico-chimique de l'organisme, en corrélation avec un décalage de points isoélectriques. Dans un certain nombre de ces cas, comme nous l'avons vu, les tumeurs greffées avaient subi une inhibition pouvant aller jusqu'à la disparition totale.

---

(1) Séance du 2 mars 1931.

(2) F. Vlès et A. de Coulon, *Sur les modifications expérimentales de l'indice de réceptivité des Souris pour les greffes de tumeurs* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 403); *Recherches sur les propriétés physico-chimiques des tissus en relation avec l'état normal ou pathologique de l'organisme*, 4e partie : *Sur les modifications expérimentales de la réceptivité des Souris pour les greffes de tumeurs* (*Arch. Phys. biol.*, 6, I, 1927, p. 22-37); *Revue sur un problème de physico-chimie pathologique* (*Arch. Phys. biol.*, 7, fasc. suppl. V, 1929, p. 1-64).

Le mécanisme de cette disparition a paru reposer sur une lyse totale des greffons inhibés : l'examen histologique, pratiqué par M. Nicod, de 12 Souris ayant effectué un tel blocage de leur greffe n'a montré dans 11 cas, à l'endroit de l'ancienne greffe, aucune trace de tissu néoplasique; un seul cas a présenté de petits nodules de tissu cancéreux ayant persisté localement. Mais la disparition histologique est-elle la disparition physiologique de l'affection? Nous nous sommes effectivement demandé quelle pouvait être la destinée ultérieure des greffes ainsi inhibées.

I. Un certain nombre de Souris résultant des expériences antérieures et ayant ainsi lysé leurs greffes ont été gardées, et par la suite soumises à un badigeonnage de goudron sur une région autre que celle de l'ancienne tumeur, dans les conditions usuelles (3 fois par semaine, peau de la nuque, avec du goudron Bloch de Zurich).

Or, dans un certain nombre de cas (29 sur 140 Souris traitées), *il est reparu au lieu de l'ancienne greffe une nouvelle tumeur;* l'examen de deux de celles-ci a montré des caractères équivalents à ceux de la tumeur épithéliale primitive qui avait servi à la greffe (tumeur de Gaspari, Francfort). Ce phénomène pose donc toute une série de problèmes relatifs à la vie latente de la greffe lysée, ou en général à un procédé de transmission unissant la greffe à la seconde tumeur. Il est impossible pour le moment de savoir si la greffe initiale, avant son blocage, a eu le temps de fournir des métastases qui auraient pu à leur tour servir d'origine pour une insémination récurrente.

L'intervalle de temps entre la disparition de la greffe et le début du goudronnage a varié entre 30 et 130 jours; entre ces deux limites, on n'a pas trouvé de seuil indiquant l'épuisement du mécanisme de transmission. *Tout se passe comme si la tumeur lysée avait conservé pendant plus de* 130 *jours sa faculté de régénération.*

Les substances au moyen desquelles le point isoélectrique des Souris avait dans les expériences antérieures été modifié pour les rendre réfractaires à la greffe ont été très diverses (coton, émeri, acides aminés, digestions pepsiques, tartrates, etc.); de plus un certain nombre de témoins n'ayant subi aucun traitement et s'étant montrés spontanément réfractaires à la greffe n'ont pas donné de résultats dissemblables : *il ne semble donc pas que le mode de préparation physico-chimique du terrain dans l'opération initiale ait introduit des différences dans le comportement de la seconde tumeur.*

II. D'autre part l'action du goudron a, dans un certain nombre de cas, fait apparaître à l'endroit badigeonné les papillomes usuels consécutifs à un

pareil traitement; or sur 39 cas de papillomes ainsi apparus, 36 *n'ont pas* été accompagnés de l'apparition de nouvelle tumeur à la place de l'ancienne greffe, mais par la suite un certain nombre de ces papillomes ont évolué *sur place* en cancer; par contre, sur les 29 Souris qui ont présenté une reprise de la greffe, 26 n'ont montré aucun papillome de goudron. Dans deux cas seulement les deux types de tumeurs sont apparus parallèlement; dans un troisième la tumeur à la place greffée, ayant reparu seule, a régressé par la suite (après 50 jours), et cette dernière disparition a été à son tour suivie, deux mois après, de l'apparition du papillome ordinaire de goudron. *Il semblerait donc qu'il y ait jusqu'à un certain point antagonisme entre la réaction qui transmet la nouvelle tumeur à partir de l'ancienne greffe bloquée, et l'opération par laquelle le goudron amorce l'apparition du papillome et sa cancérisation postérieure.*

A 15h35m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h10m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1931.

Région volcanique d'Olòi, par M. San Miguel de La Camara et J. Marcet Riba (*XIVe Congrès géologique international.* Madrid, 1926. *Excurcion C-4*). Barcelona, de López Robert y Ca, 1926; 1 vol. 21cm,5.

Bibliographie géologique de l'Espagne, à l'occasion et à la suite du Congrès international de Madrid. Études et observations sur la géologie de la Méditerranée occidentale. Préface de César Rubio y Muñoz. Barcelona, Tipografia occitánia, 1930; 1 fasc. 24cm,5.

Géologie de la Méditerranée occidentale. Études et observations faites au cours du Congrès géologique international (XIVe Session). Volume I. Barcelona, Tipografia occitánia, 1929; Partie I et II, 2 vol. 26cm.

Belastungsproben des Kreislaufes, par H. Gerhartz. In *Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden.* Tome V, Partie IX, p. 1 à 190. Berlin, Urban et Schwarzenberg, 1928; 2 fasc. 24cm.

Annuaire pour l'an 1931, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. 14cm.

National Research Council. Organization and Members (1930-1931). Washington, 1930; 1 fasc. 23cm.

Cinquantenaire de la Société française de Minéralogie. Livre jubilaire (1878-1928). Paris, Masson et Cie, 1930; 1 vol. 23cm.

Le Conservatoire national des Arts et Métiers. Haute École d'application des connaissances scientifiques. Programmes. Paris, Librairie Vuibert, 1930; 1 vol. 25cm.

Les principes de la méthode statistique, par Lucien March. Paris, Félix Alcan, 1930; 1 vol. 24cm.

I Funzionali Analitici, par Luigi Fantappiè. In *Memorie della R. Accademia Nazionale dei Lincei.* Città di Castello, Società Anànima Tipografica « Leonardo Da Vinci », 1930; 1 vol. 29cm,7.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 MARS 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS** adresse ampliation du décret, en date du 13 mars 1931, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **ÉLIE CARTAN** pour occuper, dans la Section de Géométrie, la place vacante par le décès de M. *P. Appell*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **ÉLIE CARTAN** prend place parmi ses Confrères.

GÉOLOGIE. — *Origine épigénique des dolomies jurassiques des Pyrénées.* Note de M. **L. CAYEUX**.

Il existe d'un bout à l'autre de la chaîne des Pyrénées une formation dolomitique, généralement attribuée au Jurassique moyen, dont la puissance est de l'ordre de grandeur de 200^m. D'après Michel Longchambon (1) cette formation se résout en dolomies microcristallines, dépourvues de fossiles, dans les Pyrénées-Orientales et une partie de l'Ariège. Mais, déjà à l'Est de Saint-Girons, les dolomies présentent une structure oolithique qui se révèle très nette au microscope. Pour l'auteur, ces dolomies, y compris celles qui sont oolithiques, résultent d'une sédimentation magnésienne, et les oolithes elles-mêmes étaient originellement dolomitiques.

---

(1) MICHEL LONGCHAMBON, *Sur la structure primitive des dolomies pyrénéennes* (*Comptes rendus*, 158, 1914, p. 953-955).

De nombreux échantillons, recueillis par M. Castéras dans l'Ariège et la Haute-Garonne, font des dolomies jurassiques des Pyrénées un véritable complexe réunissant des *dolomies typiques*, des *dolomies calcarifères*, des *calcaires dolomitiques* et des *calcaires proprement dits*. Et ce complexe fournit tous les passages entre les *oolithes calcaires* et les *oolithes dolomitiques*, de même qu'il réalise toutes les transitions entre les calcaires non magnésiens et les dolomies typiques.

1° En partant des calcaires, le premier stade de complication nous met en présence d'une roche composée d'un ciment essentiellement dolomitique, emprisonnant des oolithes calcaires, des morceaux de calcaires remaniés parfois oolithiques et des débris organiques reconnaissables. Il est de règle que les oolithes les mieux conservées gisent dans les calcaires dolomitiques ou dans les dolomies calcarifères, et jamais dans les dolomies proprement dites. En général, ces oolithes sont constituées dans toute leur épaisseur par un calcaire cryptocristallin différencié dans une minorité d'individus par une structure concentrique très fine qui ne s'étend jamais jusqu'au centre. Quand, par exception, un corps étranger fait fonction de noyau, on peut reconnaître, au premier rang, des restes d'Échinodermes, notamment des articles de Crinoïdes, puis des représentants du groupe des Mollusques.

Les matériaux remaniés sont constitués par un calcaire non moins fin que celui des oolithes, débité en éléments de forme générale arrondie ou anguleuse, faciles à confondre à l'œil nu avec des oolithes et surtout des pisolithes. Tous procèdent d'un seul et même dépôt qui n'est pas autre chose que le complexe oolithique lui-même en voie de formation. Et c'est, entre parenthèses, la preuve que le calcaire oolithique n'était pas encore dolomitique lorsqu'une partie de ses éléments ont été remis en mouvement.

Quant à la gangue, elle se décompose en rhomboèdres très nets, en éléments subrhomboédriques et en grains irréguliers englobant ou non de minuscules témoins d'un calcaire de finesse égale à celle des oolithes et des débris remaniés. De plus, il existe souvent une trame faite de ce même calcaire séparant cristaux et grains subrhomboédriques.

Un coup d'œil sur les coupes minces avertit d'emblée l'observateur que la roche est composée de deux carbonates très distincts : celui des oolithes, des matériaux remaniés et d'une toute petite fraction du ciment, teinté de gris et *cryptocristallin*, et celui qui forme la presque totalité de la gangue, *microgrenu*, riche en rhomboèdres et coloré en jaune sale. Tous les essais exécutés sur les préparations découvertes démontrent que le premier est du

carbonate de chaux et le second de la dolomite. D'un bout à l'autre de la série des transformations observées, on retrouve cette dualité de caractères, aussi longtemps que le carbonate de chaux est représenté dans le milieu.

2° Dans une deuxième phase de complication, la structure concentrique des oolithes disparaît, sans qu'il y ait le moindre changement dans le degré de fréquence de la dolomite, ou en même temps que ses éléments se multiplient. On peut alors observer des oolithes à tous les stades d'épigénie par la dolomite. D'abord clairsemés, les rhomboèdres se fixent n'importe où et dans toutes les orientations possibles; ils peuvent même envahir la région centrale des oolithes avant de se développer à la périphérie. Tantôt, cette invasion se fait sans porter atteinte à l'individualité des oolithes; tantôt, elle crée maints traits d'union avec la gangue, par la genèse de cristaux à cheval sur les contours oolithiques et le ciment. Ce qui est vrai pour les oolithes l'est également pour les éléments de calcaires remaniés. Plus la dolomitisation se généralise dans ces conditions et plus la structure première s'efface. A l'extrême limite, les témoins reconnaissables des oolithes se raréfient au point qu'un examen attentif est nécessaire pour conclure à l'existence d'une roche-mère oolithique. Finalement de celle-ci rien ne subsiste.

3° Dans un cas, exceptionnel à ce qu'il semble, la dolomitisation aboutit à la formation de globules de la taille des oolithes, caractérisés par une structure d'agrégat. Chaque globule, représentant une ancienne oolithe, se décompose en grains dolomitiques irréguliers, moulés les uns sur les autres, et qui n'empiètent jamais sur la gangue. De la structure première des oolithes il ne reste pas le moindre vestige, mais leur individualité morphologique a gardé toute sa netteté, bien que la dolomitisation du calcaire, ciment compris, soit intégrale. Ce résultat fait supposer que l'épigénie des oolithes s'est effectuée indépendamment de celle de la gangue, et que l'histoire des métamorphoses du dépôt compte deux temps, correspondant respectivement à la dolomitisation du ciment et à celle des oolithes.

4° Dans une dernière phase d'allure très aberrante, il est à première vue impossible de déceler la plus petite trace d'une ancienne roche oolithique. La dolomie se décompose en très grands éléments clivés, moulés les uns sur les autres. Dans chaque individu on discerne des taches en nombre variable, jusqu'à une demi-douzaine et plus. Ces taches marquent la place d'éléments préexistant à la dolomitisation, et aujourd'hui représentés par les nombreuses impuretés qu'ils englobaient. Quelques-unes d'entre elles permettent de

reconnaître, soit des Foraminifères à test épais, soit des oolithes entières, soit d'anciens espaces interoolithiques. C'est tout ce qui reste de la roche première. Un pas de plus dans la voie des transformations et le calcaire oolithique est remplacé par une dolomie grenue d'un type extrêmement banal dont rien ne trahit l'histoire. Pour réaliser ce dernier stade de destruction, il suffit que la dolomite engendre des cristaux et grains plus petits que les matériaux calcaires.

L'analyse des variétés riches en carbonate de chaux fournit les éléments d'une synthèse de la roche-mère. Le point de départ du complexe dolomitique est un calcaire oolithique, renfermant de nombreux matériaux calcaires remaniés et des organismes placés ou non sous la dépendance des oolithes. On y peut reconnaître des *Foraminifères*, des spicules de *Spongiaires* calcifiés, des restes d'*Échinodermes* prédominants (*Crinoïdes* et, notamment, *Pentacrines; Oursins*, représentés par des plaques et des piquants) et des *Mollusques*.

En résumé, les dolomies jurassiques des Pyrénées fournissent un témoignage particulièrement décisif en faveur d'une origine épigénique. Tout prouve qu'elles ont pris la place d'un calcaire fossilifère, déjà magnésien dès le principe, dans la mesure du degré de fréquence des restes d'Échinodermes, et plus ou moins oolithique. En d'autres termes la formation des dolomies jurassiques en question rentre dans le problème général de la *dolomitisation* des calcaires.

BIOCHIMIE. — *Sur les propriétés cryptotoxiques des acides oxybenzoïques halogénés.* Note de MM. **H. Vincent** et **L. Velluz.**

A côté des savons dont le pouvoir cryptotoxique énergique a été démontré depuis 1907 (H. Vincent), il existe un certain nombre de corps non colloïdaux qui sont, quoique à un degré beaucoup moindre, capables de neutraliser les toxines microbiennes et de les transformer en cryptotoxines immunigènes. Parmi ces corps est le salicylate (orthoxybenzoate) de sodium (H. Vincent). A la proportion de 40 à 50^{mg}, ce dernier sel, mis en contact pendant quatre jours à 38°-39°, avec 1^{cm^3} (500 d. m.) de toxine tétanique, inhibe complètement sa toxicité sans lui enlever sa fonction antigène. Après injections successives et croissantes de toxine de moins en

moins salicylée, le lapin peut recevoir impunément 10000 d. m. de toxine pure; son sang est devenu fortement antitoxique ([1]).

Les toxines diphtérique, colibacillaire, celle du *B. œdematiens*, du vibrion septique, etc., sont également inactivées et transformées en cryptotoxines par le même agent ([2]). La neutralisation des toxines est due à l'ion salicylique pour lequel elles offrent une particulière affinité.

Partant de ces constatations, on a été conduit à rechercher si la même propriété se retrouve, d'une part, chez les *isomères* de l'acide orthoxybenzoïque et, d'autre part, chez les dérivés salicyliques *halogénés* (ortho, méta et para).

En ce qui concerne les isomères de l'acide orthosalicylique, cette étude comparative nous a montré qu'ils sont également pourvus d'un certain pouvoir cryptotoxique, mais celui-ci est nettement plus faible. Dans les mêmes conditions de contact, de durée et de température, la neutralisation de la toxine par les acides 1.3 et 1.4 exige, en effet, des proportions plus élevées de leurs sels sodiques : 80^{mg} pour l'isomère *para* et 150^{mg} pour l'isomère *méta*-salicylique.

L'acide orthosalicylique est donc environ deux à trois fois plus actif que ses isomères.

Nous avons également recherché le pouvoir cryptotoxique des acides ortho, méta et parasalicylique halogénés. Une étude préliminaire faite avec l'un d'entre eux, l'acide diiodoorthosalicylique, a déjà montré la très grande activité de ce corps ([3]). Reprises d'une manière systématique et dans les mêmes conditions expérimentales, ces recherches ont été faites avec les trois acides dérivés mono- et dichlorés; mono-, di- et tribromés; enfin diiodés, utilisés à l'état de sels sodiques et en solutions à 2 ou 5 pour 100.

Comme précédemment, la toxine (500 d. m. par centimètre cube) a été mise pendant 4 jours à 38°-39°, en rapport avec des proportions variables de chacun de ces sels halogénés. On vérifiait ensuite la toxicité respective de ces mélanges jusqu'à constatation de leurs titres respectifs de neutralité.

([1]) H. Vincent, *Sur quelques substances non colloïdales à propriétés cryptotoxiques* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1175).

([2]) H. Vincent, *Action antitoxique du salicylate de sodium et de quelques dérivés substitués* (*C. R. Soc. Biol.*, 103, x, 1930, p. 747; *Bull. de l'Académie de Médecine*, 100, xxviii, 10 juillet 1928; *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1175).

([3]) H. Vincent, *C. R. Soc. Biol.*, 103, x, 14 mars 1930, p. 747.

On étudiait enfin, par le contrôle de l'immunité, le pouvoir antigène des cryptotoxines ainsi obtenues.

Il résulte de ces expériences comparées qu'à l'état de sels sodiques :

Les acides *orthosalicyliques* halogénés sont, d'une manière générale, ainsi qu'on va le montrer, beaucoup plus cryptotoxiques que l'acide orthosalicylique non halogéné.

Dans la série *parasalicylique*, les effets de l'halogénation sont irréguliers : affaiblissement pour les acides 5-monochloré et 5-monobromé; renforcement faible pour l'acide 3.5-dichloré; accroissement marqué du pouvoir cryptotoxique pour l'acide 3.5-dibromé dont le titre antitoxique est de 10^{mg} pour 500 doses de toxine (1^{cm^3}).

Dans la série *métasalicylique*, l'halogénation n'a pas de pouvoir de renforcement. L'acide 2.4.6-tribromé n'est pas plus actif que l'acide non halogéné.

Les acides halogénés ayant montré la propriété cryptotoxique la plus énergique appartiennent tous au groupe ortho [1]. La proportion de leurs sels sodiques, représentée en milligrammes, qui neutralise 500 d. m. de toxine tétanique est, pour les plus actifs, la suivante :

Acide orthosalicylique	5-monochloré.............	5^{mg}
»	3.5-dichloré................	4
»	3.5-dibromé................	2
»	3.5-diiodé..................	0,5

L'halogénation de l'acide orthosalicylique accroît, en conséquence, les effets neutralisants de ces corps à l'égard de la toxine microbienne.

Pour l'un deux, l'acide diiodosalicylique, cet accroissement est très élevé.

Des trois halogènes, c'est l'iode dont la combinaison à l'acide orthoxybenzoïque lui communique la plus grande activité cryptotoxique. Br vient ensuite; Cl est le moins efficace. Une appréciation plus exacte peut être fournie en évaluant l'indice cryptotoxique moléculaire des corps les plus actifs [2].

---

(1) Seul, l'acide 5-Br ne présente qu'un pouvoir neutralisant assez faible (20^{mg}). Il est, cependant, deux fois et demie supérieur à celui de l'acide orthosalicylique non halogéné.

(2) Tel que nous le définissons, l'*indice cryptotoxique simple* d'un corps de cette série est inversement proportionnel au poids minimum qui neutralise, *in vitro*, après 4 jours de contact à 38°-39°, 500 doses mortelles de toxine tétanique.

L'indice cryptotoxique moléculaire est donc représenté par l'indice précédent modifié dans le rapport des poids moléculaires (poids moléculaire de base : acide salicylique = 138).

Si l'on prend pour unité l'indice de l'acide orthosalicylique non halogéné, ceux des orthoacides halogénés sont les suivants :

	Indice cryptotoxique simple.	Indice cryptotoxique moléculaire.
Acide orthosalicylique	1	1
» 5-Cl	10	12
» 3.5-Cl^2	12,5	19
» 3.5-Br^2	25	53
» 3.5-I^2	100	282

Le diiodosalicylate (ortho) de sodium est donc 280 fois plus cryptotoxique que l'orthosalicylate de sodium. Il est le plus actif des corps étudiés ci-dessus. Il possède, en même temps, des propriétés antiseptiques.

Les acides orthosalicyliques halogénés à l'état de sels sodiques, en particulier le diiodosalicylate de sodium, possèdent encore la propriété (déjà démontrée pour l'acide orthosalicylique non halogéné) de former avec les toxines microbiennes des complexes qui, injectés progressivement à l'animal, l'immunisent contre l'inoculation de toxine pure : ils sont cryptotoxiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. THÉORIE DU POTENTIEL. — *Sur quelques extensions de la méthode du balayage de Poincaré et sur le problème de Dirichlet*. Note [1] de M. C. DE LA VALLÉE POUSSIN.

Nous considérons le potentiel logarithmique et le problème de Dirichlet dans le plan. En étudiant ce que deviennent à la limite les masses balayées par la méthode de Poincaré, nous avons été conduit aux résultats suivants :

1. Soit A une aire bornée d'un seul tenant, à connexion simple ou multiple, bornée par des contours rectifiables. Si l'on répartit une masse, pour préciser positive, m dans l'intérieur de l'aire A de manière qu'il en résulte un potentiel U(P) au point P, continu dans le voisinage du bord, on peut reporter toute cette masse sur les contours sans changer le potentiel à l'extérieur de A. C'est donc l'extension à une aire quelconque du principe du *balayage du cercle*.

Après le *balayage de l'aire* A, le potentiel en un point P quelconque du plan, intérieur, extérieur ou sur le contour, s'exprime par une *intégrale de Stieltjes*, étendue à tout le contour C (simple ou multiple) de A. Si l'on désigne par $\mu(s)$ la masse portée par l'arc s du contour et par r la distance

[1] Séance du 9 mars 1931.

de l'élément $d\mu(s)$ au point P, cette intégrale s'écrit

$$V(P) = \int_C \log \frac{1}{r}\, d\mu(s).$$

Ce nouveau potentiel V (P) est continu dans tout le plan, égal au potentiel initial U hors de A et sur C. A l'intérieur de A, c'est la fonction harmonique qui prend la valeur U sur le contour.

2. Supposons, comme cas particulier, la *masse unité* localisée en un point P de l'intérieur de A. Le *balayage* de A répartira cette masse unité sur le contour, suivant une loi $\mu(s, P)$ dépendant du point P. Cette fonction $\mu(s, P)$ jouit des deux propriétés suivantes :

1° C'est une fonction harmonique du point P dans A.

2° Si P tend vers un point P_0 du contour, la charge $\mu(s, P)$ tend vers zéro sur tout arc s de C à distance finie du point P_0 et, par conséquent, vers l'unité sur tout arc qui contient ce point au sens étroit.

Ces deux propriétés entraînent la démonstration du principe et la solution du problème de Dirichlet sous la forme suivante :

3. Nous considérons maintenant la valeur de l'arc s comme définissant un point du contour C. Si l'on donne une suite continue de valeurs sur le contour définissant une fonction U(s), la fonction U(P), qui prend ces valeurs sur le bord et qui est harmonique dans l'aire A, s'exprime par l'*intégrale de Stieltjes*

$$U(P) = \int_C U(s)\, d\mu(s, P).$$

4. Le *problème extérieur* est analogue, mais distinct du problème intérieur que nous venons de résoudre.

Soit A une aire qui peut se composer de plusieurs morceaux séparés à contour simple. Le balayage du domaine extérieur se définit comme limite du balayage du domaine extérieur à A et intérieur à une circonférence de rayon infiniment grand. Il amène sur les contours de A toutes les masses à distance finie. En particulier, le balayage de la masse unité placée au point extérieur P répartit cette masse sur les contours suivant une loi $\mu(s, P)$. Le potentiel dû à cette répartition ne diffère, dans A, que par une constante du potentiel initial dû à P. La fonction $\mu(s, P)$ jouit des deux mêmes propriétés que dans le cas intérieur, et le problème extérieur de Dirichlet se résout par la même formule.

5. Si le point extérieur P s'éloigne à l'infini, la distribution $\mu(s, P)$ sur les

contours de A tend vers la *distribution d'équilibre*, c'est-à-dire celle qui engendre le même potentiel constant dans toutes les parties de l'aire A. Donc, quand le point P tend vers l'infini, la valeur de la fonction harmonique U(P) tend vers une valeur moyenne entre celles assignées sur les contours, qui est définie par la distribution d'équilibre et qui mériterait le nom de *moyenne harmonique*.

6. Ces théorèmes subsistent si l'aire A est bornée par des lignes de Jordan. Seulement, si ces lignes ne sont pas rectifiables, il faut, dans les formules, remplacer la valeur s de l'arc inexistant par celle du paramètre t qui définit la position d'un point sur ces lignes.

7. Le *potentiel newtonien* et le *problème de Dirichlet dans l'espace* donnent lieu à des théorèmes correspondants, pourvu que les volumes considérés soient bornés par des surfaces douées de plan tangent. La correspondance est entière pour le *problème intérieur*.

Le *problème extérieur* est différent, parce que le balayage de la masse unité localisée en un point P, extérieur au volume A, n'amène, sur la surface frontière S, qu'une partie de la masse, suivant une loi $\mu(S, P)$, mais le potentiel est exactement conservé dans l'intérieur de A. Le problème extérieur se résout encore par la même formule. Seulement, si P tend vers l'infini, la masse transportée sur S tend vers zéro et la fonction harmonique s'annule à l'infini.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'existence ou la non-existence du filet des éclairs en chapelet*. Note de M. **E. Mathias**.

1. L'observation, le 30 mai 1930 à 21^h25^m, à Flamicourt près Péronne (Somme), faite par MM. Daniel et Abel Roguet, d'un éclair en chapelet, décrite dans une lettre à M. Émile Touchet (*L'Astronomie*, février 1931, p. 24-25), est de nature à éclairer la théorie de ce phénomène intéressant, dont les observations précises sont encore trop peu nombreuses.

L'éclair, sensiblement vertical, d'une luminosité violette, était, suivant la terminologie du professeur B. Walter, de Hambourg, un *éclair sextuple unique*, en entendant par là qu'il était formé de six décharges successives suivant la même trajectoire. Les cinq premières, sensiblement équidistantes dans le temps, étaient assez espacées pour que l'œil pût les suivre et les compter sans erreur. La sixième, jaillie après un intervalle de temps sensiblement double des précédentes, très lumineuse, a été vue « en chapelet »

par les deux observateurs, d'une façon *absolument nette* et sans qu'il pût y avoir *aucun doute* pour eux.

Là forme observée ressemblait assez bien à un « chapelet de saucissons ». Il ne semblait pas exister de liaison entre les grains, ce que les observateurs n'affirment pas toutefois, étant donné l'éblouissement. En tout cas, les grains ont paru de même importance et leurs distances égales.

Bref, il ne semblait pas y avoir de filet. La forme ellipsoïdale des grains prouve seulement : soit que la tension superficielle de la matière fulminante n'avait pas eu le temps de réaliser l'aire minima sphérique, soit que, vu la vitesse du jaillissement et la résistance de l'air, les grains sphériques s'étaient allongés dans la direction du mouvement.

2. L'éclair de Flamicourt rappelle invinciblement celui que le regretté Luizet a observé, le 15 août 1907, au mont Sappey. « J'ai vu un éclair vertical, peu sinueux, mais très brillant, suivi à une seconde d'intervalle d'un deuxième éclair EN CHAPELET, *exactement à la même place que lui et présentant les mêmes sinuosités*. D'autres personnes ont vu comme moi ces deux éclairs successifs : le premier, brillant et continu; le second, bien moins intense, *rouge* et formé de *traits* lumineux (1). »

Si les observations de MM. Luizet et Roguet représentent le cas général des éclairs en chapelet, elles indiquent que la forme exclusivement en chapelet du *dernier* jaillissement, *nettement en retard sur les autres*, est une *forme d'épuisement* du jet fulgurant (2).

Le *filet*, vu par Gaston Planté et le professeur De Haas, vu de différentes couleurs par l'ingénieur Carlo Bassani, n'a pas été vu par d'autres excellents observateurs tels que Luizet et De Jans, lequel dit : « Il est d'ailleurs à remarquer qu'il existe une transition continue entre l'éclair ordinaire et l'éclair en chapelet proprement dit. Il n'est pas très rare d'observer des éclairs linéaires de durée sensible, qui, au moment de disparaître, prennent un aspect plus ou moins granulaire sans arriver, toutefois, à la netteté de séparation qui donne aux éclairs en chapelet leur figure particulière (3). »

3. Ce qui précède nous paraît pouvoir s'expliquer simplement.

---

(1) LUIZET, *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 780.

(2) Il faut admettre que le premier éclair très brillant vu par Luizet est, lui aussi, un *éclair multiple* quant au nombre des jaillissements, mais *unique* quant à la trajectoire.

(3) DE JANS, *Coup d'œil rétrospectif sur les essais d'explication de la foudre globulaire*, p. 38, en note au bas de la page. Bruxelles, 1912.

Soit un éclair *unique* à n jaillissements. Si les $n-1$ premiers jaillissements sont séparés par des intervalles de temps nettement inférieurs au dixième de seconde, l'œil verra un seul éclair; si les jaillissements sont séparés par des temps égaux ou peu supérieurs au dixième de seconde, l'œil pourra les compter sans cesser d'avoir la sensation de jaillissement suivant une trajectoire unique.

Considérons maintenant le $n^{\text{ième}}$ jaillissement, qui est un *jaillissement d'épuisement*. Le nuage générateur de l'éclair mettant un peu plus de temps à reformer sa charge, le dernier jaillissement sera nettement en retard sur les autres et souvent moins intense. Si le retard excède largement le dixième de seconde, l'œil verra le jaillissement en chapelet avec ses masses globulaires ou linéaires (Luizet) séparées, c'est-à-dire *sans filet*. C'est bien ce qui arrive dans l'éclair de Flamicourt et celui du mont Sappey.

Si, au contraire, le retard de la décharge d'épuisement, par rapport à la $(n-1)^{\text{ième}}$ est inférieur au dixième de seconde, *on verra l'éclair en chapelet se projetant sur le fond continu du jaillissement antérieur* et l'on aura la *sensation du filet*, celui-ci étant de diamètre moindre que les grains du chapelet.

Il pourra arriver que le jaillissement antérieur, générateur du filet, accuse une température élevée de la matière fulminante et donne un filet blanc très lumineux, tandis que la décharge d'épuisement discontinue est constituée par une matière fulminante déjà refroidie et plus ou moins rouge, comme le montrent certaines observations.

Selon la valeur du retard de la décharge d'épuisement par rapport à la $(n-1)^{\text{ième}}$, variant entre quelques millièmes et le dixième de seconde, on pourra observer tous les intermédiaires indiqués par De Jans entre l'éclair fulgurant d'abord continu, puis, à un certain moment, après avoir pâli, se fondant « en lumière granulaire » [1].

ÉLECTIONS.

M. **Thomas Hunt Morgan**, par l'unanimité de 50 suffrages, est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie.

---

(1) Vte Th. Du Moncel, *Notice historique et théorique sur le tonnerre et les éclairs*, p. 54; Paris, 1857.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Éléments d'une Faune des Myriapodes de France. Chilopodes*, par H. W. Brolemann. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

2° A. Paillot. *Les insectes nuisibles des vergers et de la vigne.* (Présenté par M. P. Marchal.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *L'hypothèse de Riemann sur la distribution des zéros de $\zeta(s)$, reliée à la théorie des probabilités.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Émile Borel.

On ignore sur quelle raison s'est fondé Riemann pour affirmer que, très vraisemblablement, les zéros imaginaires de la fonction $\zeta(s)$ sont sur la droite $\sigma = \frac{1}{2}$, si $s = \sigma + it$.

On sait que ces zéros sont deux à deux symétriques par rapport au point $s = \frac{1}{2}$.

Je voudrais signaler une idée très simple conduisant immédiatement à l'intuition de Riemann.

Pour $\sigma > 1$, on a

$$\zeta(s) = \sum \frac{1}{n^s}$$

$$\frac{1}{\zeta(s)} = \prod_1 \left(1 - \frac{1}{p^s}\right) = 1 - \sum \frac{1}{p^s} + \sum \frac{1}{p^s q^s} - \sum \frac{1}{p^s q^s r^s} + \ldots = \sum \frac{\mu(n)}{n^s},$$

les p, q, r, ... étant des nombres premiers distincts. $\mu(n)$ vaut zéro si n admet un diviseur carré et $\mu(n) = (-1)^k$ si tous les diviseurs premiers de n sont distincts et en nombre égal à k.

Soit

$$M(n) = \sum_1^n \mu(n).$$

On voit sans peine que $\frac{M(n)}{n}$ tend vers zéro quand n croît. D'où

$$\frac{1}{\zeta(s)} = \sum M(n) \left[\frac{1}{n^s} - \frac{1}{(n+1)^s}\right] \qquad (\sigma < 1).$$

Une inégalité telle que $|M(n)| < An^\alpha$ avec $\alpha < 1$, A, indépendant de n, entraîne que $\frac{1}{\zeta(s)}$ est holomorphe dans le demi-plan $\sigma > \alpha$. Donc, nécessairement, $\alpha \geqq \frac{1}{2}$. Pour $\alpha < \sigma \leqq 1$,

$$\frac{1}{|\zeta(s+it)|} < B\frac{|t|^{\sigma-\alpha+1}}{\sigma-\alpha},$$

B étant indépendant de s et de α. Si ρ, zéro de $\zeta(s)$, est sur la droite $\sigma = \alpha$, ce zéro est simple et

$$|\zeta'(\rho)| > \frac{1}{B|\rho|}.$$

Plus précisément, l'inégalité $M(n) < An^\alpha(Ln)^\beta$ entraînerait

$$\frac{1}{|\zeta(\sigma+it)|} < B'\frac{\Gamma(\beta+1)|t|}{(\sigma-\alpha)^{\beta+1}} \qquad (\alpha < \sigma \leqq 1).$$

Alors tout zéro situé sur la droite $\sigma = \alpha$ est d'ordre au plus égal à $1+\beta$.

Toutes ces remarques sont très élémentaires et depuis longtemps connues.

Ceci posé, le nombre des entiers n, au plus égaux à x, et pour lesquels $\mu(n) \neq 0$ est équivalent à

$$\frac{x}{\zeta(2)} = \frac{6}{\pi^2}x.$$

Si n est un grand entier choisi au hasard, la probabilité pour qu'il ne possède pas de diviseur carré est sensiblement $\frac{6}{\pi^2}$.

Admettons qu'un grand nombre entier sans diviseur carré *offre une égale probabilité d'avoir un nombre pair ou un nombre impair de facteurs premiers distincts.*

Alors les valeurs $\mu(n) = 0$, $\mu(n) = 1$, $\mu(n) = -1$ ont les probabilités respectives $1 - \frac{6}{\pi^2}$, $\frac{3}{\pi^2}$, $\frac{3}{\pi^2}$. La valeur la plus probable de $M(n)$ est zéro et la valeur probable de l'écart, égal à $|M(n)|$ est inférieure à $A(\omega)n^{\frac{1}{2}+\omega}$, si petit que soit ω positif, quand n croît.

D'où résulte que tous les zéros imaginaires de $\zeta(s)$ sont sur la droite $\sigma = \frac{1}{2}$.

Si l'on admet l'inégalité $|M(n)| < A'\sqrt{n}\log^{1-\omega}n$ [et *a fortiori* $|M(n)| < A'\sqrt{n\log\log n}$, d'après M. Khintchine (*Comptes rendus*, 178, p. 617)], il en résulte que tous les zéros de $\zeta(s)$ sont simples.

Réciproquement, la démonstration logique des inégalités limitant $|M(n)|$ ou de leurs conséquences montrerait que les entiers, dont le nombre des diviseurs est pair ou impair, sont répartis comme dans un jeu de hasard type. Elle apporterait aux théories des probabilités une des confirmations les plus remarquables qu'elles puissent trouver dans le domaine de l'arithmétique.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Quelques théorèmes sur les probabilités dénombrables*. Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

1. Nous désignerons par $x_n (n = 1, 2, \ldots)$ une suite de variables éventuelles indépendantes; par X_n, la somme $x_1 + \ldots + x_n$; par x'_n, une variable auxiliaire bornée, égale à x_n si $a_n \leqq x_n \leqq b_n$, et, dans le cas contraire, à la valeur probable des valeurs qu'elle a dans le premier cas; par ε_n, la probabilité du second cas; par m'^2_n, la valeur probable de $(x'_n - \mu'_n)^2$; par μ_n et m^2_n, celles de x_n et $(x_n - \mu_n)^2$; m_n, fini ou infini, n'est jamais indéterminé.

On peut dans tous les cas, par un choix convenable de a_n et b_n, rendre la somme $\Sigma\varepsilon_n$ convergente, et même arbitrairement petite, et ramener l'étude des x_n à celle des x'_n, $x_n - x'_n$ étant nul, sauf dans des cas infiniment peu probables, pour tout n assez grand. Cette simple remarque a de nombreuses applications, notamment une démonstration nouvelle et une extension du second théorème de M. Lindeberg sur la loi de Gauss, qu'elle ramène au premier théorème de cet auteur.

2. Pour l'étude de Σx_n, nous distinguerons le *cas de convergence de* Σm^2_n; le *cas de divergence apparente*, où Σm^2_n diverge, mais où l'on peut choisir a_n et b_n de manière à assurer la convergence simultanée de $\Sigma\varepsilon_n$ et $\Sigma m'^2_n$; enfin le *cas de divergence réelle*, où cela est impossible.

Théorème I. — *Dans les deux premiers cas, on peut choisir une suite de nombres* $\bar{\mu}_n$ *telle que la probabilité de la convergence de* $\Sigma(x_n - \bar{\mu}_n)$ *soit égale à* 1 [1].

Nous désignerons par S la somme de cette série, par M_1 et M^2 les valeurs probables de S et de $(S - M_1)^2$; par $F(\sigma)$ la probabilité de $S < \sigma$; aux points de discontinuité de cette fonction, nous écrirons $F(\sigma - \varepsilon)$ et $F(\sigma + \varepsilon)$.

---

[1] Au moment de corriger les épreuves, je m'aperçois que le théorème I et la première partie du théorème II ont été obtenus dès 1925 par MM. Khintchine et Kolmogoroff.

On a $M^2 = \Sigma m_n^2$, de sorte que, dans le cas de divergence apparente, M est infini (¹).

Théorème II. — *Dans le cas de divergence réelle, la probabilité de la convergence de Σx_n est nulle; il en est de même pour $\Sigma(x_n - \overline{\mu}_n)$, quels que soient les $\overline{\mu}_n$. Quels que soient $l > 0$ et a, la probabilité de $a \leqq X_n \leqq a + l$ tend vers zéro pour n infini, et cela d'une manière uniforme par rapport à a.*

3. Donnons-nous maintenant une suite (A) de nombres réels, A_n, absolument quelconques.

Théorème III. — *Dans les cas de convergence ou de divergence apparente, la probabilité* P *d'une infinité de réalisations de l'inégalité* $X_n > A_n$ *est* $1 - F(\sigma)$, *σ désignant la limite inférieure d'indétermination, pour n infini, de la suite des nombres* $A_n + \sum_1^n \overline{\mu}_n$. Aux points de discontinuité, $F(\sigma)$ doit être remplacé par $F(\sigma - \varepsilon)$ ou $F(\sigma + \varepsilon)$, à l'exclusion de toute valeur intermédiaire.

Théorème IV. — *Dans le cas de divergence réelle la probabilité* P *est toujours égale, soit à* 0, *soit à* 1.

Ce théorème définit une coupure dans l'ensemble des suites (A). Cette coupure ne peut d'ailleurs être définie, ni par une infinité dénombrable de suites de la classe supérieure, ni par une infinité dénombrable de suites de la classe inférieure.

Dans le cas de Bernoulli, où les valeurs possibles de x_n, quel que soit n, sont $1 - \alpha$ et $-\alpha$, leurs probabilités étant α et $(1 - \alpha)$, un théorème de M. Khintchine permet de placer approximativement cette coupure. Une approximation un peu meilleure résulte de l'énoncé suivant, dans lequel $\log_2 n$ et $\log_3 n$ sont des logarithmes itérés.

Théorème V. — *Dans le cas de Bernoulli, la probabilité d'une infinité de réalisations de*

$$X_n > \sqrt{2\alpha(1-\alpha)n(\log_2 n + c \log_3 n)}$$

est 0 *si* $c > \frac{3}{2}$ *et* 1 *si* $c \leqq \frac{1}{2}$.

(¹) Bien qu'il n'y ait en général que semi-convergence, la somme S dépend d'une loi de probabilité indépendante de l'ordre des termes, ou des groupements de termes. En particulier,

$$\sum_1^\infty \frac{\pm 1}{n} \sim \sum_0^\infty \frac{1}{2p+1}\left(\sum_0^\infty \pm \frac{1}{2^h}\right) \sim \sum_0^\infty \frac{4x_p}{2p+1},$$

et chaque x_p peut être choisi au hasard entre $-\frac{1}{2}$ et $+\frac{1}{2}$ (chaque intervalle dx ayant la probabilité dx).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Construction de l'opérateur général permutant les intégrales d'une équation, linéaire et homogène, aux dérivées partielles du premier ordre.* Note [1] de M. **G. Pfeiffer.**

M. A. Buhl [2] a étudié la question des opérateurs

$$Y(f) = \eta_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \ldots + \eta_n \frac{\partial f}{\partial x_n} \tag{1}$$

qui permutent les intégrales de l'équation linéaire et homogène

$$X(f) = \xi_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \ldots + \xi_n \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0. \tag{2}$$

Les intégrales indépendantes de (2) sont désignées par

$$\varphi_1, \quad \varphi_2, \quad \ldots, \quad \varphi_{n-1}. \tag{3}$$

La bibliographie du problème peut être trouvée dans une Note précédente [3] et dans le *Mémorial des Sciences mathématiques* [4].

D'après S. Lie [5], les opérateurs (1) se définissent par la relation

$$XY(f) - YX(f) = \lambda X(f), \tag{4}$$

où λ est fonction arbitraire des x_i. Il est nécessaire de partager les opérateurs de (2) en deux classes : *a.* opérateurs à caractère trivial $X(f)$, $\rho X(f)$, où ρ est fonction arbitraire des x_i, opérateurs qui sont nuls pour les intégrales (3); *b.* opérateurs $Y(f)$ qui peuvent être nuls pour des intégrales (3) mais non pour toutes. Soit

$$X(r) = \lambda. \tag{5}$$

On passe alors de (4) à la relation

$$XZ(f) - ZX(f) = 0, \tag{6}$$

$$Z(f) = \zeta_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \ldots + \zeta_n \frac{\partial f}{\partial x_n}, \tag{7}$$

---

(1) Séance du 9 mars 1931.

(2) Ed. Goursat, *Leçons sur le problème de Pfaff*, 1922, p. 234.

(3) G. Pfeiffer, *Sur la permutation des solutions d'une équation linéaire aux dérivées partielles du premier ordre* (*Bulletin des Sc. math.*, 2e série, 52, octobre 1928, p. 350).

(4) A. Buhl, *Aperçus modernes sur les groupes continus et finis* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. XXXIII, 1928).

(5) S. Lie et Fr. Engel, *Transformationsgruppen*, 1, p. 138-143. Leipzig, 1888.

à l'aide de la substitution

$$Y(f) = rX(f) + Z(f). \tag{8}$$

Les opérateurs, à caractère trivial, $rX(f)$, $X(f)$ satisfont, le premier à la relation (4), le second à la relation (6). Cette circonstance fait rentrer tout cas particulier dans la structure de l'opérateur général de l'équation (2). La forme de l'opérateur général est alors

$$Y(f) = \sum_{j=1}^{n-1} \theta_j Y_j(f) + \rho X(f) \tag{9}$$

si les θ_j sont des fonctions arbitraires des intégrales (3) et les Y_j des opérateurs particuliers de (2) qui, avec $X(f)$, forment un système de n opérateurs indépendants.

La forme de l'opérateur général de (2) a également occupé M. C. Popovici ([1]). Il nous semble que nous avons résolu un problème plus général, d'où des résultats quelque peu différents. Les équations

$$L_j^j(f) = \frac{D(f, \varphi_1, \ldots, \varphi_{j-1}, v_j, \varphi_{j+1}, \ldots, \varphi_{n-1})}{D(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n)} = 0, \tag{10}$$

avec $j = 1, 2, \ldots, (n-1)$, et où les v_j sont fonctions arbitraires des x_i donnent les opérateurs

$$Y_j(f) = \frac{L_j^j(f)}{\omega^j}, \qquad \omega^j = \frac{D(\varphi_{n-1}, \varphi_1, \ldots, \varphi_{n-2}, v_j)}{D(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n)} \tag{11}$$

relevant des caractères des opérateurs $Y_j(f)$ de (9). De là suit qu'on peut, en partant des intégrales (3), construire l'opérateur général (9) sans intégrations.

En vertu de (6), les coefficients ζ_i de (7) sont des solutions d'un système jacobien R d'équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre de plusieurs fonctions inconnues dont l'intégration, si les intégrales (3) sont connues, exige l'intégration d'un système S de n équations différentielles ordinaires linéaires et homogènes. Attendu que l'opérateur $X(f)$ satisfait à (6), le système S se résout en un système de $n - 1$ équations linéaires et homogènes et en une quadrature.

([1]) C. Popovici, *Sur les fonctions adjointes de M. A. Buhl* (*Comptes rendus*, 145, 1907, p. 749).

L'opérateur général (9) de (2) qui peut être construit, d'après les intégrales (3), sans intégration du système S, donne l'intégrale générale du système R; donc, la recherche de l'intégrale générale du système R, d'après les intégrales (3), n'exige pas d'intégrations.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommabilité* (C, δ) *de développements suivant les polynomes d'Hermite.* Note de M. E. **Kogbetliantz**, présentée par M. Hadamard.

Le développement formel de $f(x)$, suivant les polynomes d'Hermite $H_n(x)$,

$$(1)\qquad f(x) \sim \sum_0^\infty c_n H_n(x) \qquad \text{où} \qquad 2^n . n ! c_n \sqrt{\pi} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} f(u) H_n(u)\, du$$

est équiconvergent ([1]) à la série trigonométrique de Fourier de $f(x)$, donc en particulier sommable (C, $\delta > 0$) avec la somme $\frac{1}{2}[f(x+0)+f(x-0)]$, pourvu que $f(x)$, intégrable (L^2) dans tout intervalle fini $(-a, +a)$, soit $O(|x|^k)$ pour $|x| \to \infty$, k étant un nombre fini. Or, on connaît ([2]) également des conditions suffisantes de *convergence* qui n'exigent pour $|x| \to \infty$ que l'intégrabilité de $e^{-x^2}[f(x)]^2$ dans les intervalles $(-\infty, -a)$ et (a, ∞), a étant aussi grand qu'on veut, mais fini.

Ainsi, les conditions d'équiconvergence sont surabondantes pour la sommabilité (C, δ) en ce qui concerne l'allure de $f(x)$ à l'infini. En général, au point de vue de la recherche des conditions suffisantes *minimales* de sommabilité par tel ou autre procédé de sommation, la méthode directe, basée sur l'étude de la série-noyau, est supérieure à la méthode d'équiconvergence.

Dans le cas de polynomes d'Hermite, son application se heurtait à l'absence d'une expression explicite de la fonction génératrice de la série-noyau au terme général $\lambda_n H_n(x) H_n(y)$, où $2^n n! \lambda_n \sqrt{\pi} = 1$. L'ayant déterminée, soit

$$\Phi(z) = \sum_0^\infty \frac{H_n(x) H_n(y)}{2^n . n! \sqrt{\pi}} z^n = \frac{e^{x^2+y^2}}{\sqrt{\pi(1-z^2)}} e^{-\frac{x^2-2xyz+y^2}{1-z^2}},$$

([1]) G. Szegö, *Mathematishe Zeitschrift*, 25, 1926, p. 87-115.

([2]) J. Uspensky, *Annals of Mathem.*, 28, 1927, p. 593-619.

nous avons pu former l'expression approchée de la moyenne arithmétique $S_n^{(\delta)}(x, y)$, d'ordre δ de la série-noyau

$$\pi e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} S_n^{(\delta)}(x, y) = \Gamma(\delta+1)\sqrt{\left(\frac{2}{n}\right)^\delta}\left[\frac{\sin\left(|x-y|\sqrt{2n}-\frac{\delta\pi}{2}\right)}{|x-y|^{\delta+1}} + O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right]$$
$$+\frac{(-1)^n\Gamma(\delta+1)}{2.(2n)^{\frac{1}{2}+\delta}}\left[\cos\left((x+y)\sqrt{2n}\right)+O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right]$$

et démontrer ainsi le théorème suivant :

La série-noyau de (1) *est sommable* (C, δ) *avec la somme zéro pour tout* $\delta > 0$, *si* $x \neq y$. *Multipliée par* $e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$, *elle l'est même uniformément pour* $|x-y| \geqq \varepsilon > 0$ *dans* $-\infty < x, y < +\infty$. *Les constantes de Lebesgue d'ordre* $\delta > 0$ *sont bornées dans leur ensemble.*

On en déduit la sommabilité (C, $\delta > 0$) de (1) avec la somme

$$\frac{1}{2}[f(x+0)+f(x-0)],$$

si $f(x)$, intégrable (L) dans tout intervalle fini $(-a, +a)$, satisfait, pour $x \to \infty$, à la condition d'intégrabilité dans $(-\infty, -a)$ et $(a, +\infty)$ du produit $x^{-(\delta+1)} e^{-\frac{x^2}{2}} |f(x)|$. Vu que (C, δ) entraîne la sommabilité par le procédé d'Abel-Poisson quelque grand que soit δ, on voit qu'il n'est pas nécessaire d'exiger de $|f(x)|$ l'intégrabilité dans $(-\infty, +\infty)$ comme l'a fait M. Müntz [1] pour assurer la sommabilité de (1) par le procédé de Poisson.

ASTRONOMIE. — *La dynamique des masses variables d'après les lois de Newton et d'Einstein.* Note de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. La masse des étoiles décroît de manière réversible et se transforme en rayonnement lumineux. Nous avons cherché les conséquences de cette décroissance de masse d'un corps central sur le mouvement d'une planète ou d'un compagnon de masse négligeable et tenté d'expliquer par ce moyen la relation constatée entre la période et l'excentricité des étoiles doubles.

2. Admettons d'abord la loi de gravitation newtonienne et prenons

(1) *Mathematishe Zeitschrift*, 31, 1930, p. 350-355.

comme inconnues les éléments osculateurs de l'orbite du compagnon. On peut alors développer une méthode analogue à celle de Lagrange, en supposant la masse centrale variable. Aux termes classiques s'ajoutent des termes tels que $[a, M]\frac{dM}{dt}$, ... Les nouveaux crochets ne sont pas constants dans le temps comme les crochets tels que $[e, a]$, ..., mais, comme la décroissance de masse est très lente, on est amené, pour chercher les termes séculaires du mouvement, à prendre la moyenne de ces crochets pendant une révolution et cette moyenne est indépendante du temps. On trouve ainsi que dans le cours du temps, le demi-grand axe varie en raison inverse de la masse m, et que l'excentricité, la longitude du périhélie et l'anomalie moyenne de l'époque restent constantes. La loi de Newton ne permet donc pas d'expliquer la relation période-excentricité.

3. Nous avons montré (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 625) comment on pouvait former le ds^2 d'une masse $m(t)$ variant avec le temps et rayonnant sphériquement dans l'espace, en prenant pour base la théorie de la relativité généralisée d'Einstein.

Soient t le temps, r la distance d'un point à la masse m, K le coefficient de la loi de gravitation, c la vitesse de la lumière, et

$$x = r - ct, \qquad y = r + ct.$$

Le ds^2 a la forme

$$ds^2 = f^2(c^2\,dt - dr^2) - g^2(d\theta^2 + \cos^2\theta\,d\varphi^2),$$

f et g sont définis par

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{1}{2} - \frac{Km(x)}{c^2 g},$$

$$f^{-2} = \varphi = \frac{1}{2\frac{\partial g}{\partial y}}.$$

La première équation ne permet pas d'obtenir l'expression explicite de g si on laisse m arbitraire, mais si l'on prend comme variables x et $r_1 = g$, le ds^2 considéré s'écrit

$$(1) \qquad ds^2 = (\varphi\,dx - \varphi^{-1}dr_1)^2 - \varphi^{-2}dr_1^2 - r_1^2(d\theta^2 + \cos^2\theta\,d\varphi^2)$$

où

$$\varphi = \sqrt{1 - \frac{2Km(x)}{c^2 r_1}}.$$

4. Cherchons le mouvement d'un compagnon de masse μ, négligeable vis-à-vis de m, placé dans le champ précédent, en supposant μ variable par suite du rayonnement du compagnon.

Soit

$$\vec{I}_1 = \mu \sum_1^4 \frac{\omega^i}{ds} \vec{e}_i$$

son impulsion d'univers à l'époque t.

A l'époque $t + dt$ les masses qui constituaient μ sont réparties d'une part dans la masse $\mu + d\mu$ d'impulsion

$$\vec{I}'_1 = \mu \sum_1^4 \frac{\omega^i}{ds} \vec{e}_i + d\mu \sum_1^4 \frac{\omega^i}{ds} \vec{e}_i + \mu d \sum_1^4 \frac{\omega^i}{ds} \vec{e}_i$$

et d'autre part dans l'onde lumineuse rayonnée pendant le temps dt par le corps considéré. Si l'on admet que cette onde est sphérique par rapport à des axes liés au corps, son impulsion d'univers par rapport à de tels axes est

$$T' = -d\mu, \qquad X' = Y' = Z' = 0,$$

donc par rapport aux axes primitifs, elle est

$$\vec{I}'_2 = -d\mu \sum_1^4 \frac{\omega^i}{ds} \vec{e}^i.$$

Écrivons que l'impulsion d'univers totale est restée constante :

$$\mu d \sum_1^4 \frac{\omega^i}{ds} \vec{e}_i = 0,$$

c'est l'équation des géodésiques du ds^2.

Le mouvement d'une masse variable est donc le même que celui d'une masse constante.

5. Formons les équations des géodésiques du ds^2 (1). D'après la forme du ds^2 (1) on obtient des équations où les inconnues sont $r_1(x)$ et $\theta(x)$, puis on prend comme nouvelle variable le temps défini par

$$c\, dt = \varphi^{-2}\, dr - dx.$$

On obtient ainsi

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r_1\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{k^2 m(x)}{r_1^2} = \frac{k^2 m(x)}{r_1^2} + (\varphi^2 - 1)\, r \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{\partial\varphi}{\partial r_1}\left[3\varphi^{-1}\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - c^2\varphi^3\right]$$
$$+ c^2 \frac{\partial\varphi}{\partial x}\left[\varphi - 3\varphi^{-1}\frac{1}{c}\frac{dr_1}{dt} + \varphi^{-3}\frac{1}{c^2}\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 + \varphi^{-5}\frac{1}{c^3}\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^3\right],$$

$$r_1 \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\,\frac{dr_1}{dt}\,\frac{d\theta}{dt} = 2\varphi^{-1} r_1 \frac{dr_1}{dt}\,\frac{d\theta}{dt}\,\frac{\partial\varphi}{\partial r_1}$$
$$+ c^2 \frac{\partial\varphi}{\partial x}\left\{-2\varphi^{-3}\frac{r_1}{c^2}\frac{dr_1}{dt}\frac{d\theta}{dt} + \varphi\left[1 - \frac{2}{c}\varphi^{-2}\frac{dr_1}{dt} - \varphi^{-4}\frac{1}{c^2}\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2\right]\right\}.$$

Les équations ne sont pas intégrables en général.

6. On peut, en considérant les seconds membres des équations (2) comme définissant les composantes d'une force perturbatrice, appliquer la théorie du paragraphe 2. On trouve ainsi

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a}{m}\frac{dm}{dt}\left(1 - \frac{2na}{c}\right),$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{na}{ce}\frac{1}{m}\frac{dm}{dt}\left[\sqrt{1-e^2} - (1-e^2)\right].$$

Ces équations montrent que, d'après la loi d'Einstein, l'excentricité de l'orbite de compagnon doit augmenter en même temps que le demi-grand axe.

7. Si les faits constatés par les étoiles doubles se trouvent ainsi expliqués qualitativement, ils ne le sont pas quantitativement. Pour qu'il en fût ainsi il faudrait admettre une variation de masse 10^3 fois plus élevée que celle que l'on peut déduire des déterminations effectuées jusqu'à présent. Notre tentative d'explication de la relation période-excentricité est encore insuffisante et des recherches plus approfondies seront nécessaires pour parvenir à l'explication complète.

THÉORIE DES MARÉES. — *Profondeur moyenne d'un canal calculée au moyen des constantes harmoniques de deux stations.* Note de Mme **E. Chandon**, présentée par M. E. Fichot.

M. S. F. Grace a repris l'étude de la marée semi-diurne M_2 dans la mer Rouge (1) et trouvé des résultats en accord avec les nôtres (2).

Pour calculer la variation de la profondeur moyenne suivant l'axe de cette mer, il a relevé sur les Cartes des sondages le long de 40 sections entre Shadwan et Périm, alors que dans le même intervalle nous n'avions considéré que 19 sections.

Ce grand nombre de profondeurs notées par M. Grace lui a permis de faire une remarque intéressante en ce qui concerne la méthode de fractionnement en quatre canaux partiels que nous avions employée : tandis que dans les trois premiers canaux nous avions obtenu une concordance satis-

(1) *Monthly Notices*, Geophysical Supplément, 2, 1930, p. 273.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 683, et *Bull. astr.*, 6, 1, 1930, p. 1. Thèse de doctorat.

faisante entre les constantes harmoniques observées et calculées pour la marée M_2, nous avions été obligée, pour maintenir l'accord à Assab et à Périm, stations du quatrième canal, d'adopter une profondeur sensiblement différente de celle qui provenait de nos relevés de sondages, soit 73^m, au lieu de 43^m.

Or M. J. Proudman, directeur du *Tidal Institute* de Liverpool, a bien voulu nous signaler que M. S. F. Grace, ayant eu l'obligeance de calculer la profondeur moyenne du quatrième canal, d'après ses relevés personnels, plus nombreux que les nôtres, a trouvé le nombre 76^m qui est bien proche des 73^m déduits des constantes harmoniques observées à Assab et à Périm.

De cette remarque nous croyons pouvoir tirer les conclusions suivantes : le frottement, dont nous n'avions pas tenu compte, est bien sans influence sensible sur l'amplitude de la marée, même dans une région aussi troublée que le voisinage d'un détroit (détroit de Bab-el-Mandeb); de plus notre méthode de fractionnement en canaux partiels permet de calculer la profondeur moyenne d'un canal, situé à 1900^{km} de la station qui a servi de point de départ (Shadwan), sans connaître aucun sondage, mais en utilisant les constantes harmoniques observées dans deux stations du canal.

Observation de M. **E. Fichot** *sur la Communication précédente.*

Lorsque la configuration d'un canal océanique est suffisamment régulière pour que la marée calculée à partir d'une section origine s'accorde convenablement avec les résultats de l'observation, on peut effectivement s'attendre que la connaissance des éléments de la marée sur deux sections permette, inversement, de déterminer la profondeur moyenne du tronçon intermédiaire. Mais cette méthode d'exploration indirecte, d'une explication évidemment restreinte, n'est pas sans présenter quelque incertitude, même lorsque son emploi paraîtrait *a priori* légitime.

Dans sa Thèse, Mme Chandon elle-même a donné des exemples de fractionnement de la mer Rouge tels qu'une variation sensible de profondeur moyenne n'amène qu'une modification insignifiante dans les amplitudes calculées. Pour les tronçons ainsi délimités, la profondeur moyenne déduite de la marée observée aux deux extrémités risquerait donc d'être fort mal déterminée.

Il est très vraisemblable que le degré de cette indétermination dépend de la résonance plus ou moins accentuée que présente le domaine envisagé avec la marée partielle considérée.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Élasticité, agitation thermique et fusion des corps solides.* Note [1] de M. L. **Brillouin**, présentée par M. M. Brillouin.

1. L'interprétation atomique des forces élastiques a fait l'objet de recherches classiques [2] qui aboutissent à un résultat déconcertant : dans un cristal cubique, ou dans un milieu isotrope, l'hypothèse de forces centrales conduit à l'égalité des deux coefficients de Lamé λ et μ, alors que tous les solides usuels ont un coefficient λ supérieur à μ. Ce paradoxe peut s'expliquer si l'on tient compte de l'agitation thermique du solide.

Cette agitation thermique s'analyse en ondes élastiques, parcourant le solide, et entre lesquelles l'énergie est répartie suivant la formule de Planck. En se réfléchissant sur les surfaces qui limitent le solide, ces ondes exercent une pression (dirigée de l'intérieur vers l'extérieur), pression qui croît lorsque la température s'élève, et est sensiblement proportionnelle à l'énergie d'agitation thermique E_T du solide. Cette pression est la cause de la *dilatation thermique* [3] du solide, et je veux en étudier de plus près les conséquences.

2. Considérons un solide au repos, sans agitation thermique et sans pression extérieure ; si on lui fait subir une petite déformation, sa densité d'énergie potentielle s'écrit

$$E = \frac{\lambda}{8} I_1^2 + \frac{\mu}{4} I_2 + A I_1 I_2 + B I_1^3 + C I_3 + \ldots, \tag{1}$$

I_1, I_2, I_3 étant les invariants de degrés 1, 2, 3 que l'on peut former avec les déformations [4] ; λ et μ sont les deux coefficients de Lamé, égaux entre eux dans la théorie des forces centrales. Supposons maintenant que nous fassions une dilatation uniforme du solide, de telle sorte que l'atome de coordonnée x vienne en $(1+\alpha)x$; et, à partir de ces nouvelles positions,

---

(1) Séance du 9 mars 1931.

(2) H. Poincaré, *Leçons sur l'élasticité*, Chap. II, p. 54.

(3) P. Debye, *Ann. der Phys.*, 4e série, 39, 1912, p. 789; *Göttinger Vorträge*, 1913, p. 17. — S. Ratnowsky, *Ann. der Phys.*, 38, 1912, p. 637. — H. A. Lorentz, *Proc. Amsterdam*, 19, 1917, p. 1324. — Forsterling, *Ann. der Phys.*, 47, 1915, p. 1127. — L. Brillouin, *Ann. École Normale sup.*, 37, 1920, p. 357; *Physica*, 5, 1925, p. 396.

(4) L. Brillouin, *Ann. de Phys.*, 3, 1925, p. 251, et 4, 1925, p. 528. Ce dernier travail sera désigné comme *loc. cit.* et contient tous les calculs essentiels.

faisons une petite déformation, nous aurons une nouvelle expression de la densité d'énergie η, qui pourra s'exprimer en fonction des nouveaux invariants J_1, J_2, J_3, ...; le calcul donne (*loc. cit.*, p. 575)

$$\eta = \eta_0 - \frac{p'}{2} J_1 + \frac{\lambda'}{8} J_1^2 + \frac{\mu'}{4} J_2 + A' J_1 J_2 + B' J_1^3 + C' J_3 + \ldots$$

avec

$$(1+\alpha)^3 \eta_0 = \frac{3}{8}(3\lambda + 2\mu)(2\alpha + \alpha^2)^2 + (2\alpha + \alpha^2)^3 (9A + 27B + 3C) + \ldots,$$

$$(1+\alpha) p' = -\frac{3\lambda + 2\mu}{2}(2\alpha + \alpha^2) - 2(2\alpha + \alpha^2)^2 (9A + 27B + 3C) + \ldots;$$

$$\lambda' = (1+\alpha)[\lambda + 8(2\alpha + \alpha^2)(2A + 9B)] \ldots,$$

$$\mu' = (1+\alpha)[\mu + 12(2\alpha + \alpha^2)(A + C)] \ldots;$$

$$A' = A(1+\alpha)^3, \qquad B' = B(1+\alpha)^3, \qquad C' = C(1+\alpha)^3,$$

Les coefficients A, B et C sont fort mal connus expérimentalement; pour rendre compte de la dilatation thermique du solide, il faut les supposer négatifs, et de l'ordre de grandeur de λ et μ (*loc. cit.*, p. 583). Dans ces conditions, λ et μ étant égaux, λ' et μ' seront presque égaux.

3. Admettons que la dilatation étudiée au paragraphe 2 soit due à la pression p' des ondes d'agitation thermique; pour une dilatation cubique $\frac{\delta v}{v}$ cette pression p' effectue un travail $p' \delta v$, ce qui donne un terme complémentaire $p' \frac{\delta v}{v}$ dans la densité d'énergie; or on a (*loc. cit.*, p. 550)

$$\frac{\delta v}{v} = \frac{J_1}{2} + \frac{J_1^2}{8} - \frac{J_2}{4} + \ldots \tag{3}$$

Ajoutons ce terme en $p' \frac{\delta v}{v}$ à l'expression (2) et nous obtenons

$$\eta_1 = \eta + p' \frac{\delta v}{v} = \frac{\lambda_1}{8} J_1^2 + \frac{\mu_1}{4} J_2 + \ldots, \tag{4}$$

avec deux coefficients λ_1 et μ_1 égaux à

$$\lambda_1 = \lambda' + p', \qquad \mu_1 = \mu' - p', \qquad \lambda_1 - \mu_1 \approx 2p'. \tag{5}$$

Nous obtenons en (4) une formule tout à fait semblable à (1), formule d'où la pression interne p' s'est éliminée; mais nos *deux coefficients* λ_1 *et* μ_1 *sont très différents*, leur différence étant de l'ordre de grandeur de $2p'$. Si l'on élève suffisamment la température, le coefficient μ_1 diminue jusqu'à s'annuler; c'est alors la *fusion* du corps solide, qui devient incapable de résister à un effort de glissement.

PHYSIQUE. — *Réalisation d'un éjecteur à vapeur de mercure.* Note de M. **Paul Ansiau**, présentée par M. P. Villard.

L'objet de cette Note est d'indiquer les résultats auxquels je suis arrivé en essayant de réaliser des éjecteurs pouvant servir à la construction de pompes à vide à grand débit et vide limite élevé.

J'ai tenté, sans résultat, d'utiliser les principes et calculs de l'éjection (Rateau, Leblanc, Kœrting, Orrock, Thimé, Giffard, etc.) (¹).

L'expérience a montré qu'un éjecteur fonctionnant à basse pression exige une configuration bien adaptée à ses conditions de travail (vide préliminaire, débit de vaporisation, tension de vapeur, débit et vide limite à atteindre...). Ces éjecteurs qui peuvent donner des vides limites très élevés, en maintenant des débits très considérables, ne fonctionnent qu'avec des vides primaires bien déterminés. L'éjecteur de la pompe décrite ici est construit pour un vide primaire de 1 à 4^{cm}. Vers 5^{mm}, on observe l'éclatement de la veine motrice. Lors de mes essais, un éjecteur en acier, alimenté par un arc, et construit pour un vide primaire de 6^{cm}, cessait de fonctionner quand le vide primaire devenait inférieur à 8^{cm} ou supérieur à 3^{cm}.

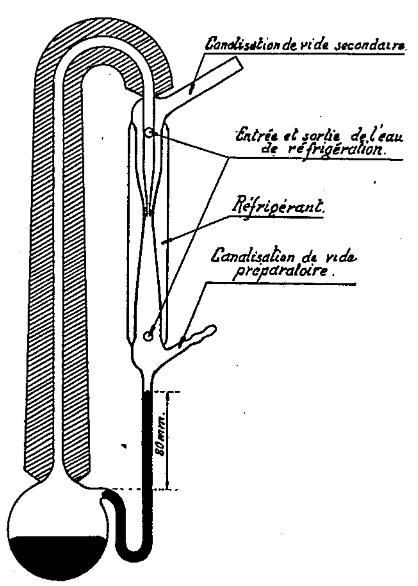
On peut considérablement augmenter le vide limite, en dérivant un peu de vapeur en amont du col. Cela facilite en même temps l'amorçage.

Description. — La figure représente une pompe réalisée en verre Pyrex. Cet appareil se compose d'une chaudière à vapeur de mercure qui alimente un éjecteur. Le mercure condensé, après son passage dans celui-ci, retourne à la chaudière par un siphon. La canalisation d'aspiration secondaire communique avec une tuyère convergente qui dirige le gaz à évacuer vers le col. La partie supérieure cylindrique de cette tuyère est énergiquement refroidie pour condenser la vapeur détendue de mercure échappée de la veine motrice. Tout en empêchant ainsi l'existence d'un courant de vapeur vers l'enceinte à vider, on permet à la diffusion d'améliorer le vide dû à l'éjection.

Les conicités et les dimensions à donner aux tuyères doivent être judicieusement choisies, afin de satisfaire simultanément à sept ou huit conditions indispensables. Aussi cette pompe est assez difficile à réaliser et demande une construction précise. La moindre erreur dans la configuration des parties essentielles se traduit généralement par un non-fonctionnement total. Le développement de cette question (calculs et vérifications expéri-

(¹) M. Leblanc, *Bull. de la Soc. d'Encour. pour Ind. Nat.*, 116, x, 1911, p. 435.

mentales correspondantes) fera l'objet d'une publication beaucoup plus détaillée.



Résultats. — 1° Employée sans piège à vapeur de mercure, la pompe donne très rapidement un vide limite qui n'est plus ou très difficilement mesurable à la jauge de Mac-Leod. Le vide primaire de 25 à 35^{mm} est assuré par une trompe à eau.

2° Si l'on interpose un piège, le vide est suffisant pour que 60 à 70 kilovolts $\sim$ 50 périodes entre pointes d'un éclateur ne donnent plus aucun phénomène cathodique.

3° Quand on emploie cet éjecteur pour entretenir le vide primaire d'une pompe à condensation du type Dusham et qu'on supprime le piège, le vide obtenu, évalué qualitativement, semble meilleur que le vide de la même pompe à condensation munie d'un piège et d'une bonne pompe primaire à huile. Je ne m'explique pas encore ce résultat inattendu, mais reproductible.

4° Essais de débit. Ces essais ont été effectués sur une canalisation de $7^{l},6$, en notant chaque fois le temps nécessaire pour atteindre chaque fois le même vide (dernière lueur cathodique dans un tube de 20^{mm} de diamètre avec 30 kilovolts entre pointes distantes de 21^{cm}).

Trompes à eau	A.	B.	C.	D.
Vide primaire en millimètres (début de l'expérience)	15	21	36	42
Vide primaire en millimètres (fin de l'expérience)	14	21	32	37
Temps en minutes (moyenne arrondie)	2	3	5	7

RADIATIONS. — *Sur les directions d'émission des photo-électrons.* Note de M. **Pierre Auger** et Mlle **Thérèse Meyer**, présentée par M. Jean Perrin.

1. L'un de nous a montré dans plusieurs Notes [1] que la répartition dans l'espace des photo-électrons qui sont produits dans un gaz par un faisceau de rayons X présentait une asymétrie. Cette asymétrie résulte sans doute de l'influence de la quantité de mouvement des photons absorbés, qui se communique aux électrons émis. Cependant, en moyenne, la quantité de mouvement des électrons, dans la direction du faisceau, est supérieure à celle des photons qui leur ont donné naissance. Si l'on appelle σ le rapport de ces impulsions, on a $\sigma > 1$. On peut aussi caractériser l'asymétrie par le rapport S du cosinus de l'angle de bipartition ($\cos\omega_b$) au cosinus de l'angle θ de projection en avant des électrons, obtenu par simple application des formules classiques sur la pression de radiation.

Une théorie de l'effet photo-électrique a été proposée par Sommerfeld par application des méthodes de la mécanique ondulatoire [2] avec le résultat $S = 1,8$. Il a depuis corrigé ce résultat et indiqué $S = 2$.

2. Les expériences dont il s'agit ici ont porté sur le rayonnement $K\alpha$ de l'uranium, agissant sur de l'argon, et étudié dans l'appareil à détente déjà décrit ailleurs [3]. Les résultats peuvent être groupés avec ceux de deux séries de mesures déjà publiées portant sur des rayons X de longueurs d'onde très différentes, et donnent ainsi le tableau suivant :

Rayons X	Mo Kα.	W Kα.	U Kα.
Gaz	Ar.	Ar.	Ar.
λ efficace (U. Å)	0,87	0,22	0,134
σ	1,41	1,34	1,30
S	1,90	1,56	1,45

On voit que la valeur de σ trouvée expérimentalement dans ces trois cas varie de 1,3 à 1,4; la valeur correspondante de S restant toujours au-dessous de la valeur donnée par le second calcul de Sommerfeld. L'accord est meilleur avec son premier calcul.

---

(1) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1141; *Journal de Physique et le Radium*, 1928, 6e série, n° 9, p. 225; *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 758.

(2) *Annalen der Physik*, 4, 1930, n° 4, p. 99.

(3) *Annales de Physique*, 6, 1926, p. 183.

3. On remarquera que les valeurs données ci-dessus ont été obtenues en tenant compte dans le calcul de λ efficace, et par conséquent de $\cos\theta$, de la valeur du niveau K de l'argon (1). A ce propos, des expériences ont été faites sur les rayons produits par le rayonnement $K\alpha$ de l'uranium sur le niveau K du xénon, gaz donné par M. G. Claude. On obtient des rayons secondaires de $95 - 35 = 60$ kilovolts.

La courbe et les valeurs caractéristiques obtenues dans ce cas se confondent presque avec celles qu'on avait obtenues avec $K\alpha$ du tungstène sur K de l'argon (56 kilovolts), conformément à la théorie de Sommerfeld sur l'intervention d'un niveau K.

4. La forme générale de la répartition correspond à la formule en $\cos^3\omega$. Cependant, dans la répartition trouvée pour les rayons $K\alpha$ de l'uranium, on note une déformation déjà très nette dans la région des petits angles; la courbe devenant dissymétrique dans sa forme. Ceci se répercute dans la valeur de S relativement à celle de σ. Pour une répartition en $\cos^3\omega$ exacte, on a $S/\sigma = 1,25$; or, dans les expériences, ce rapport a varié de 1,35 dans le cas des grandes longueurs d'onde à 1,12 pour les courtes longueurs d'onde. C'est la valeur, considérable dans ce cas, du déplacement vers l'avant qui amène cette déformation.

RADIO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur des phénomènes de propagation dans les gaz ionisés par les décharges de très haute fréquence.* Note de Mlle **M. Chenot**, présentée par M. G. Ferrié.

Nous avons décrit (2) des phénomènes de propagation qui interviennent dans la décharge en haute fréquence et montré que, pour des pressions très faibles et des longueurs d'onde de quelques mètres, il s'établit dans un tube excité par un oscillateur à lampes un système d'ondes stationnaires. Nous avons poursuivi ces recherches et fait quelques observations nouvelles.

Lorsque la réflexion de l'onde se produit sur une paroi rigide : verre, mica, aluminium, cuivre, il existe toujours contre la paroi un espace sombre correspondant à un nœud de courant. Mais, lorsque le tube est ouvert à l'extrémité dans un ballon de grande capacité, on constate qu'une réflexion se produit dans la région de raccord du tube et du ballon; le

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 447.
(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 38.

dernier fuseau lumineux est tronqué vers le milieu de manière à présenter une région brillante, donc un ventre de courant, à l'extrémité de la partie cylindrique du tube. On retrouve comme en acoustique les réflexions avec ou sans changement de signe, et ces expériences s'accordent bien avec l'idée de la propagation d'un mouvement oscillatoire de particules électrisées.

Nous avons cherché quelle est l'action d'un champ magnétique sur la décharge. Si l'on approche du tube un barreau aimanté, dans une direction normale à l'axe du tube, on observe un changement dans la disposition des fuseaux. Les régions sombres sont les plus sensibles à l'action du barreau. Le cas le plus intéressant est celui qui est obtenu lorsque l'excitation de l'oscillateur est trop faible pour que la décharge atteigne l'extrémité du tube et qu'une réflexion se produise; l'approche du barreau aimanté provoque alors un raccourcissement de la colonne lumineuse et l'apparition des fuseaux. Le champ magnétique de l'aimant rejette les particules en oscillation vers la paroi du tube et détermine une réflexion sur cette paroi.

Enfin, au centre des internœuds du système d'ondes stationnaires, on observe souvent un noyau ovoïde, brillant, à contour défini; le reste de l'espace occupé par l'internœud est beaucoup moins lumineux.

Cet aspect nous a suggéré l'idée que les observations de Wood sur les formations qu'il a appelées plasmoïdes se rapportent sans doute à des phénomènes du genre de ceux que nous décrivons. Dans un de ses Mémoires ([1]), Wood remarque que l'aspect de la décharge aux très basses pressions et sur des longueurs d'onde de quelques mètres rappelle celui d'ondes stationnaires; mais il se borne à une comparaison des formes et cherche l'explication du phénomène dans un autre processus indiqué par Langmuir. Il note également que l'action d'un champ magnétique dans certains cas fait disparaître les plasmoïdes, dans d'autres cas, les fait apparaître.

Langmuir a émis l'idée que la formation des plasmoïdes de Wood pourrait être due à des oscillations dans un « plasma » d'ions et d'électrons, oscillations analogues à celles qu'il a observées dans l'arc au mercure. Comme on observe les plasmoïdes au centre des internœuds d'un système d'ondes stationnaires, il est possible qu'ils occupent la région de l'espace où les vitesses des ions positifs sont suffisantes pour produire une ionisation par choc. Tonks et Langmuir ([2]) ont aussi indiqué la possibilité d'une pro-

---

([1]) R. W. WOOD, *Phys. Rev.*, 35, 1930, p. 673.

([2]) TONKS et LANGMUIR, *Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 195.

pagation par ondes de vibrations des ions positifs. Dans un milieu contenant n ions positifs et n électrons par centimètre cube, la longueur d'onde λ pour une fréquence ν est donnée par l'expression

$$\lambda = \left[k\mathrm{T}_e \left(\frac{1}{m_p \nu^2} - \frac{\pi}{ne^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}},$$

qui se déduit immédiatement des formules trouvées par Tonks et Langmuir; e est la charge d'une particule, m_p la masse des ions positifs, k la constante de Boltzmann et T_e la « température » des électrons. Comme l'expérience nous l'a montré, à fréquence constante, la longueur d'onde augmente lorsque l'ionisation croît.

Pour le vérifier plus complètement et simplifier les conditions expérimentales, nous avons fait des essais de propagation de vibrations de fréquence élevée dans un milieu ionisé par des décharges de fréquence beaucoup plus basse. L'ionisation réalisée est alors produite indépendamment des vibrations dont on étudie la propagation. Nous avons exploré le champ au voisinage du tube avec un résonateur, comme nous l'avons indiqué dans une Note précédente; nous avons bien constaté que la longueur de l'internœud augmentait avec l'ionisation.

POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE. — *Sur la polarisation rotatoire magnétique de quelques homologues supérieurs des acides organiques gras.* Note de M. **Constantin Salceanu**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons étudié, au point de vue de la dispersion et de la variation avec la température, la polarisation rotatoire magnétique de cinq acides gras homologues, ayant comme raison d'homologie C^2H^4, savoir : les acides décanoïque, laurique, myristique, palmitique et stéarique.

Comme les courbes qui donnent la variation avec la température sont à peu près des droites, nous nous contentons d'en indiquer deux points.

Les colonnes suivantes représentent : α la rotation magnétique du plan de polarisation de la lumière ($\lambda = 578\,\mathrm{m}\mu$), b_e le rapport de cette rotation à celle de l'eau à 20°, ρ la constante de Verdet, celle de l'eau ayant comme valeur $\rho_{20}^{578} = 0{,}0136$, et ρ_s les quotients $\frac{\rho}{d}$ de cette constante par la densité à la température de l'expérience.

t.	α.	b_e.	ρ.	ρ_s.	
46.......	8	0,974	1,325.10⁻² → $1,325.10^{-2}$	$1,512.10^{-2}$	acide décanoïque
128.......	7,37	0,897	1,220	1,506	
50.......	8,17	0,995	$1,343.10^{-2}$	$1,543.10^{-2}$	acide laurique
155.......	7,35	0,895	1,217	1,548	
64.......	8,17	0,995	$1,343.10^{-2}$	$1,578.10^{-2}$	acide myristique
164.......	7,40	0,901	1,225	1,576	
68.......	8,20	0,998	$1,358.10^{-2}$	$1,594.10^{-2}$	acide palmitique
153.......	7,56	0,920	1,252	1,598	
74.......	8,22	1,001	$1,361.10^{-2}$	$1,610.10^{-2}$	acide stéarique
164.......	7,54	0,918	1,248	1,614	

Les rapports $\frac{\rho}{d}$ restent constants pour chaque corps. En ce qui concerne la dispersion, nous avons trouvé pour tous les corps étudiés les valeurs suivantes :

$$\frac{\alpha_v}{\alpha_j} = 1,13; \qquad \frac{\alpha_i}{\alpha_j} = 1,85.$$

Les courbes de variation avec la température peuvent être représentées par cinq droites parallèles qui se rapprochent les unes des autres lorsque le poids moléculaire croît.

Dans le tableau suivant nous représentons, pour la température de 100°, dans une colonne, la valeur de la rotation magnétique spécifique S_s de chaque substance; dans l'autre, les rotations magnétiques moléculaires M, calculées d'après la formule de Perkin $M = \frac{\alpha.m.\delta}{a.d.\mu}$, où a représente la rotation magnétique de l'eau à 20° dans les mêmes conditions d'expérience, m et d le poids moléculaire et la densité de chaque substance à 100°C. et μ et δ celles de l'eau à 20° :

	Symbole.	S_s.	M.	Différ.
Acide décanoïque........	$C^{10}H^{20}O^2$	$1,509\times10^{-2}$	10,57	
» laurique..........	$C^{12}H^{24}O^2$	1,545	12,63	2,06
» myristique........	$C^{14}H^{28}O^2$	1,577	14,66	2,03
» palmitique........	$C^{16}H^{32}O^2$	1,596	16,67	2,01
» stéarique..........	$C^{18}H^{36}O^2$	1,612	18,65	1,98

La raison de la progression décroît d'une façon faible mais systématique. La loi de Perkin, d'après laquelle dans une série homologue quelconque le pouvoir rotatoire magnétique moléculaire de deux termes consécutifs diffère d'une quantité constante égale à 1,023 si l'on prend comme unité le pou-

voir rotatoire magnétique moléculaire de l'eau, n'est donc vérifiée qu'en première approximation, et des écarts systématiques apparaissent pour les termes supérieurs de l'homologie.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Application du diagramme carré à la représentation et au calcul de l'équilibre dans la réaction du gaz à l'eau.* Note de M. **Pierre Montagne**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons indiqué (¹) une méthode de calcul graphique qui permet de résoudre rapidement les problèmes qui se posent dans les réactions d'équilibre représentées par une équation de la forme

$$2A \rightleftharpoons 2B + C.$$

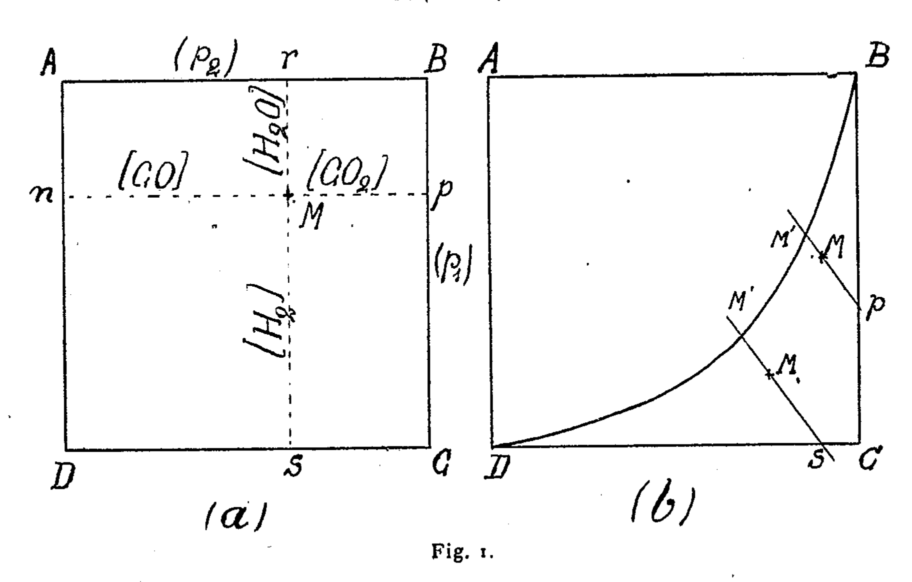


Fig. 1.

En général, la représentation plane des phénomènes n'est plus possible lorsque l'équation de dissociation met en jeu quatre corps. Dans certains cas cependant, le diagramme carré permet le calcul graphique des concentrations; c'est le cas de la réaction du gaz à l'eau :

(1) $$CO + H^2O = CO^2 + H^2.$$

Un point M, de coordonnées x, y, situé à l'intérieur du carré de côté 1

(¹) P. Jolibois et P. Montagne, *Sur une méthode rapide de calcul graphique des dissociations homogènes. Application au gaz carbonique* (*Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1145).

(*fig.* 1, *a*), représentera un mélange de :

$p_1 x$	molécules de	CO
$p_1(1-x)$	»	CO^2
$p_2 y$	»	H^2
$p_2(1-y)$	»	H^2O

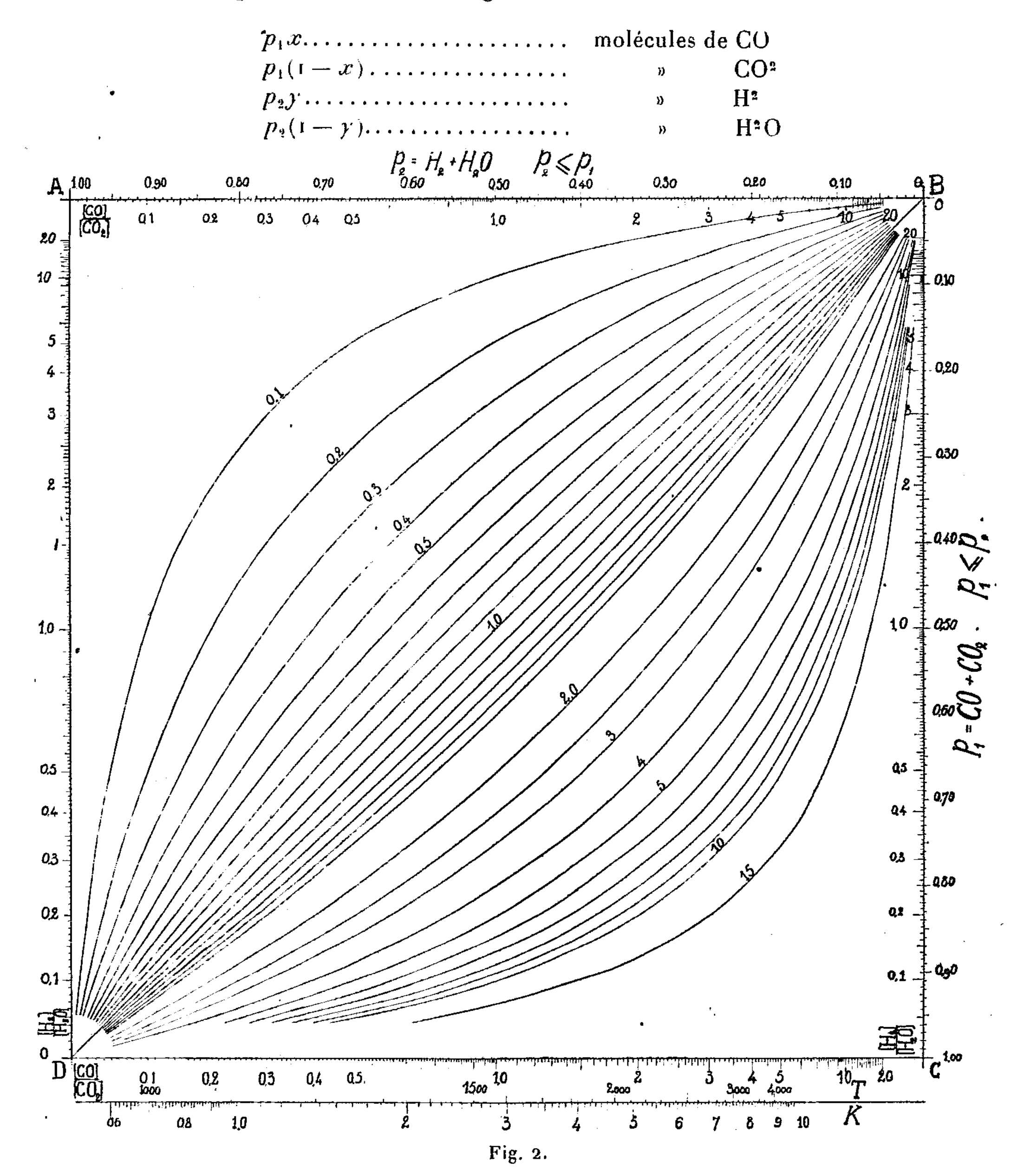


Fig. 2.

Dans la réaction (1), les pressions p_1 et p_2 des gaz carbonés ou hydrogénés restent invariables. Les coordonnées x et y étant ainsi fixées, l'équation de

la loi d'action de masse s'écrit

$$K = \frac{x(1-y)}{y(1-x)}.$$

Cette constante est indépendante des pressions p_1 et p_2. Les courbes K sont des arcs d'hyperboles équilatères, qu'il est facile de construire par points (*fig.* 2).

Si nous représentons par M un mélange en équilibre à la température *t*, et si nous faisons varier la température, le point représentant l'état d'équilibre se meut sur une droite MM′ (*fig.* 1, *b*), dont le coefficient angulaire est

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Cette droite coupe le côté BC en un point *p*, ou le côté CD en un point *s*, et les positions de *p* et *s* sont données par les rapports

$$\frac{Cp}{pB} = \frac{[H^2]-[CO^2]}{[H^2O]+[CO^2]} \quad \text{ou} \quad \frac{Ds}{sC} = \frac{[CO]+[H^2]}{[CO^2]-[H^2]}.$$

Nous avons construit le faisceau des courbes K (*fig.* 2), en l'inscrivant dans un carré de 60^{cm} de côté; les quatre côtés ont été gradués d'après la valeur des rapports

$$\frac{[CO]}{[CO^2]} = \frac{x}{1-x} = \frac{nM}{Mp} \quad \text{et} \quad \frac{[H^2]}{[H^2O]} = \frac{1}{1-y} = \frac{sM}{Mr}.$$

Les deux côtés AB et BC ont été gradués en outre en fonction du rapport $\frac{p_1}{p_2}$, ce qui permet de tracer immédiatement la direction de la droite suivie par le point représentatif M de l'équilibre : on joint le point de coordonnée $\frac{p_1}{p_2}$ situé sur BC à A si $p_1 < p_2$, ou le point de coordonnée $\frac{p_2}{p_1}$ situé sur AB à C si $p_1 > p_2$.

La constante K a été calculée en fonction de T d'après les résultats de Neumann et Köhler [1]. Elle a été reportée sur l'échelle graduée située en dessous du côté CD. Le graphique tel qu'il est tracé permet le calcul immédiat à 0,001 près des concentrations à l'équilibre d'un mélange des quatre gaz qui concourent à la réaction du gaz à l'eau.

---

(1) NEUMANN et KÖHLER, *Die Gleichgewichtsverhältnisse bei der Wassergasreaktion im Temperaturbereich von* 300° bis 1000° (*Zf. Elek.*, 34, 1928, p. 218).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le potentiel d'oxydo-réduction des solutions de glucides.* Note (¹) de MM. **R. Wurmser** et **J. Geloso**, présentée par M. G. Urbain.

Le potentiel d'oxydo-réduction d'une solution de glucose maintenue à l'abri de l'oxygène subit une lente évolution et finit par atteindre une valeur limite bien déterminée, qui par rapport à l'électrode normale d'hydrogène est égale à — 0,170 volt, à pH = 7 et à 20° C. (soit $rH_2 = 8,2$), et qui reste fixe tant que le pH et la température ne varient pas. Cette valeur finale est atteinte quelle que soit la valeur initiale; elle n'est pas modifiée par l'addition de faibles quantités de substances en équilibre d'oxydo-réduction, que leur potentiel normal soit supérieur ou inférieur au potentiel limite, et qu'elles soient introduites sous la forme oxydée ou sous la forme réduite [2].

Il y avait donc lieu de penser que ce potentiel final était déterminé par un système en équilibre d'oxydo-réduction dérivé du glucose, et dont la présence devait pouvoir être décelée par un titrage électrométrique. En effectuant un tel titrage dans un temps très court, soit environ 10 minutes, nous avons déjà démontré [3] qu'il existait un système en équilibre d'oxydo-réduction dont le potentiel normal a pour valeur + 0,030 volt à pH = 7 et à 20° C. (soit $rH_2 = 15$). Ce système que nous avons représenté par l'équation $G' \rightleftharpoons A + mH_2$, réagit très rapidement et cède son hydrogène à divers accepteurs, entre autre à l'oxygène moléculaire, ce qui lui confère des propriétés biologiques importantes; mais son potentiel normal étant relativement positif par rapport au potentiel limite, et d'autre part la masse de ce système contenue dans les solutions étudiées étant très faible, il ne peut rendre compte de l'existence du potentiel limite à la valeur — 0,170 volt.

Dans le présent travail nous avons alors effectué de nouveaux titrages dans le but d'atteindre cette fois le système déterminant le potentiel limite. En opérant lentement, c'est-à-dire en attendant après chaque addition d'oxydant (ferricyanure de potassium) ou de réducteur (citrate de titane),

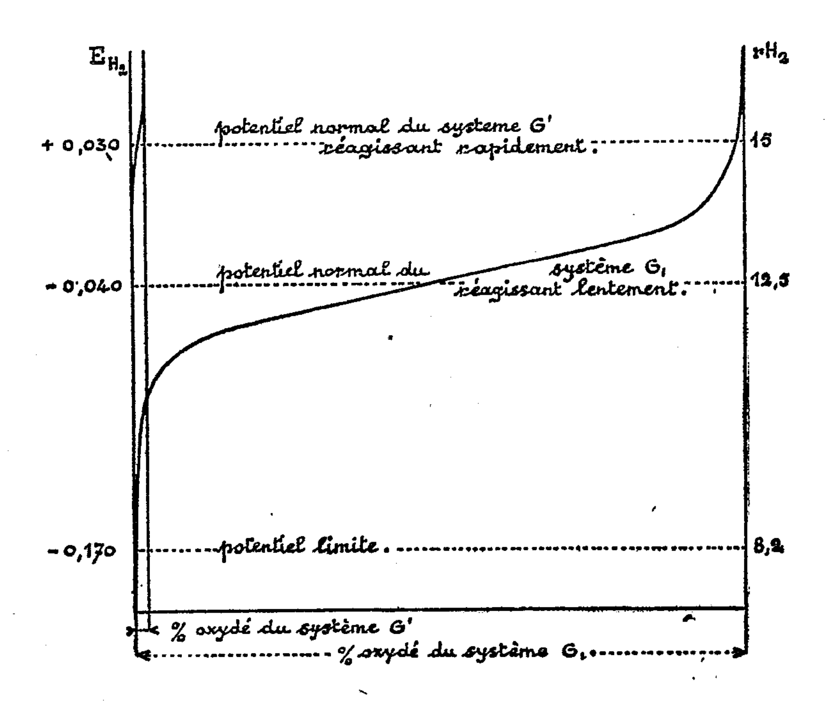
---

(¹) Séance du 9 mars 1931.

(²) R. Wurmser et J. Geloso, *Journ. de Chim. Phys.*, 25, 1928, p. 641, et 26, 1929, p. 424.

(³) R. Wurmser et J. Geloso, *Journ. Chim. Phys.*, 26, 1929, p. 447.

que le potentiel prenne une valeur fixe, ce qui demande à pH = 7 et à 20° C., 48 heures environ pour chaque opération, nous avons pu établir définitivement l'existence d'un deuxième système dont le potentiel normal a pour valeur — 0,040 volt à pH = 7 et à 20° C. (soit $rH_2 = 12,5$). Ce système que nous désignerons par $G_1 \rightleftharpoons B + nH_2$, se trouve en forte quantité dans le milieu étudié et réagit lentement. Il apparaît sous la forme réduite et reste stable sous cette forme tant qu'il n'est pas mis en présence d'un autre système qui peut l'oxyder. L'existence du potentiel limite s'explique par le fait qu'une petite partie de ce système étant oxydée par d'autres éléments



de la solution, le potentiel mesuré se rapproche du potentiel normal sans toutefois l'atteindre.

D'autre part les quantités de colorants qui peuvent être réduites au bout d'un temps très long par les solutions de glucides peuvent être déduites des courbes de titrage précédentes quand on connaît le potentiel normal de ces colorants. Le potentiel limite des solutions de glucides, déterminé par des mesures électrométriques ou colorimétriques lentes, aussi bien que le potentiel déterminé par des mesures électrométriques ou colorimétriques rapides, sont donc liés chacun à l'existence d'un système en équilibre

d'oxydo-réduction. Ils ont tous deux une signification thermodynamique précise.

La figure contient les courbes de titrage respectives des deux systèmes.

Nous avons déjà signalé l'analogie des propriétés oxydo-réductrices des solutions de glucides avec celles des milieux intracellulaires. Dès lors, si les systèmes réversibles que nous venons de mettre en évidence se trouvent dans les cellules vivantes, on conçoit que certaines réactions qui à l'intérieur des organismes s'effectuent tantôt dans le sens d'une dégradation, tantôt dans celui d'une synthèse, puissent constituer de véritables équilibres.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cinétique des anneaux de Liesegang.* Note de M. L. **Bull** et Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

Après l'observation cinématographique de la formation des anneaux de Liesegang [1], nous avons poursuivi l'étude cinétique des phénomènes à l'aide d'un enregistrement optique.

Technique. — Une goutte de nitrate d'argent est déposée sur la gélatine bichromatée. Son domaine d'action ayant un développement circulaire, une projection diamétrale agrandie de l'image de la préparation est faite sur la fente d'un appareil enregistreur. En arrière de cette fente, et perpendiculairement, se déroule un film ou un papier photographique. La méthode permet de suivre, en fonction du temps, les diverses phases de la diffusion.

La figure reproduit l'enregistrement obtenu, où les temps sont lus dans le sens des abscisses, et les espaces, comptés depuis la goutte, dans le sens des ordonnées.

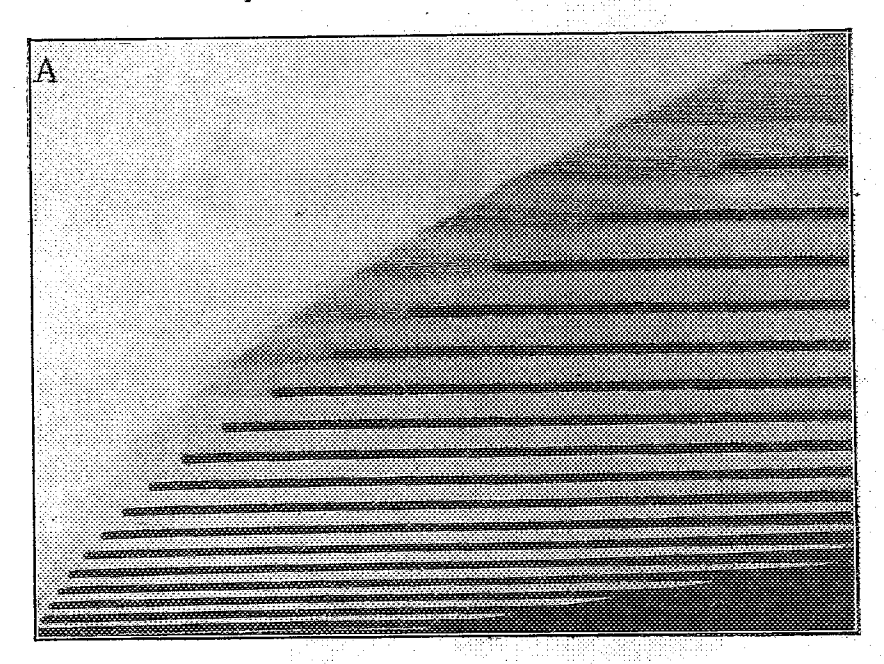
Les traits épais sont les traces des anneaux principaux. Ainsi que le révèle déjà l'examen direct de la préparation, les anneaux principaux sont de plus en plus larges à mesure qu'ils sont plus éloignés de la goutte. En outre, chacun d'eux tend à s'élargir au cours du temps, ce qui est particulièrement perceptible pour les premiers anneaux formés.

D'autre part le système des anneaux secondaires, sorte de tapis étendu sous le système des anneaux principaux, fournit une inscription à limite sensiblement parabolique, abstraction faite des dépressions successives observées. En considérant, en effet, les espaces non plus en fonction du

(1) Suzanne Veil et L. Bull, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 282.

temps, mais en fonction de la racine carrée du temps, on obtient un graphique sensiblement rectiligne. A partir donc de l'instant correspondant au sommet de la parabole, la diffusion de la goutte progresse proportionnellement à la racine carrée du temps écoulé. On en conclut qu'à partir du même instant, la vitesse de diffusion varie comme l'inverse de la racine carrée de ce temps.

L'apparition des anneaux principaux est régie par une loi du même ordre. On reconnaît que le lieu du début des traits épais est voisin d'une



seconde parabole, dont le paramètre est légèrement différent de celui de la première. La formation des anneaux principaux précéderait, à l'origine, celle des anneaux secondaires. Puis le système des anneaux secondaires, progressant plus rapidement que celui des anneaux principaux, l'atteint et le dépasse toujours davantage, en sorte que les anneaux principaux prennent naissance à des distances de plus en plus grandes du bord du tapis.

Les dépressions de la courbe limite de l'inscription trahissent des variations dans le régime de diffusion du domaine de la goutte. Ces variations semblent liées à la génération des anneaux principaux. Tout se passe comme si la génération d'un anneau principal imposait à la diffusion un retard passager.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le sulfure de cérium pur.* Note de M. Picon, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons constaté que la meilleure préparation du sulfure de cérium pur correspondait au procédé déjà indiqué par Sterba en 1904, qui consiste à faire agir l'acide sulfhydrique sur l'oxyde cérique à très haute température. On peut en effet vérifier que, si la température ne dépasse pas 1000°, le sulfure contient encore 2 pour 100 d'oxygène mais, qu'à partir de 1500°, l'on obtient un produit rigoureusement pur, à condition d'utiliser une nacelle de graphite au lieu de la nacelle de porcelaine qu'employait Sterba. La préparation s'effectue dans un four électrique avec résistance constituée par un tube de graphite horizontal. L'appareil est rendu étanche aux gaz aux hautes températures en bakélisant tous les joints et en refroidissant la paroi et les contacts par des manchons creux en métal, munis d'une circulation d'eau.

On commence par chauffer l'oxyde pendant 1 heure entre 1000 et 1200° dans le courant de gaz sulfhydrique pour éliminer la presque totalité de l'oxygène. Le corps reste pulvérisé puis on porte pendant 30 minutes à 1550-1600° et l'on obtient un produit pur d'aspect fondu. Au lieu des chiffres théoriques pour la formule S^3Ce^2, S : 25,49; Ce : 74,51, on trouve S : 25,43; 25,55; 25,60 et Ce : 74,91; 74,78; 74,63.

Le sulfure de cérium est un corps solide rouge cinabre qui présente sur une section polie une structure cellulaire en forme d'hexagones réguliers. Toutefois, au microscope, soit avec le dispositif ordinaire, soit avec un système polarisant, on ne peut constater l'existence d'une structure cristalline. On trouve seulement des lamelles homogènes, colorées en rouge groseille, ayant l'aspect vitreux avec fentes ou cassures concentriques et courbes ou rayonnantes. $d_0^0 = 5,184$ (dans CCl^4).

L'action de la chaleur dans le vide a été effectuée avec le four à résistance de carbone que nous avons décrit en collaboration avec M. Lebeau en 1924 et qui permet de réaliser une température de 2300° dans un vide voisin de $\frac{1}{1000}$ de millimètre de mercure.

Bien que le produit obtenu à 1550° soit nettement fondu, on constate que, dans le vide, il ne fond plus, même à 2000°. Il s'agglomère seulement légèrement, son poids ne varie pas, sa teneur en soufre reste la même. A 2200°, le sulfure fond. Le composé est encore très stable, on constate seule-

ment la formation de traces de carbure et une volatilisation à peine sensible. Après 1 heure elle est inférieure à 4 pour 100 en poids. A 2300°, la décomposition devient rapide, la perte de poids atteint 25 pour 100 en 1 heure; le produit se désulfure partiellement et se carbure légèrement. Dans l'hydrogène à la pression ordinaire et à 2400°, la volatilisation et l'attaque sont très lentes.

En ce qui concerne les propriétés chimiques, nous avons constaté que l'hydrogène, l'azote et l'oxyde de carbone sont sans action jusqu'à 1000°. Le chlore fournit le chlorure Cl^3Ce à partir de 250°; le brome agit très lentement à la température ordinaire et beaucoup plus rapidement en présence d'eau. L'oxygène donne des traces de sulfate céreux à 400°. La transformation n'est complète qu'après 2 heures à 700° et les $\frac{4}{5}$ du sulfate préalablement formé ont été dissociés avec production d'anhydride sulfureux, d'anhydride sulfurique et d'oxyde cérique.

L'eau, à la température ordinaire, ne fournit une attaque visible et seulement en surface qu'après quelques jours; l'action rapide de l'eau ne s'effectue que vers 300°. A la même température, l'acide chlorhydrique sec conduit au chlorure céreux; en présence d'eau, l'attaque est rapide à la température ordinaire. L'anhydride sulfureux fournit vers 600° du sulfate partiellement dissocié en oxyde. L'acide sulfurique ne réagit rapidement que s'il est dilué. Par contre, l'acide azotique même concentré transforme instantanément ce sulfure en azotate sans donner trace de sulfate. L'anhydride carbonique réagit à partir de 700°. Nous avons constaté qu'à 800° la réaction se produit quantitativement d'après l'équation suivante :

$$S^3Ce^2 + 4CO^2 = 3S + 4CO + 2CeO^2.$$

Le sulfure de cérium résiste complètement à l'action du magnésium, même à 1000°. A cette température, il est également stable en présence de chlorure de sodium, de cyanure de potassium, des sulfures de plomb, d'antimoine et de bismuth.

Les oxydants, tels que l'eau oxygénée et le permanganate de potassium, à froid, fournissent le sulfate céreux soluble dans l'eau mais une certaine quantité de sulfure se transforme en oxyde cérique.

En résumé, le sulfure de cérium pur doit être préparé à une température voisine de 1550° dans une nacelle de graphite par action de l'acide sulfhydrique sur l'oxyde cérique. Ce composé résiste remarquablement à l'action de la chaleur; il ne fond qu'au-dessus de 2000° et ne commence à se volatiliser qu'à 2200° dans un vide voisin du millième de millimètre. Il résiste

également à l'action des métaux et des sels non oxygénés. L'anhydride carbonique fournit une oxydation assez spéciale à 700°. Le cérium se transforme en oxyde cérique, le soufre s'élimine en nature, tandis que l'anhydride carbonique produit de l'oxyde de carbone.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention d'une forme intermédiaire dans une transposition acétylénique.* Note de M. **M. Bourguel**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que la liaison acétylénique se déplace facilement sous l'influence de divers réactifs : la soude et la potasse provoquent une migration vers l'intérieur de la molécule, le sodium et l'amidure de sodium, la migration inverse.

J'ai étudié la transformation réciproque de deux carbures : les phénylpropynes (¹) :

$$C^6H^5-C\equiv C-CH^3 \quad (I) \qquad \text{et} \qquad C^6H^5-CH^2-C\equiv CH \quad (II).$$

Dans les deux cas j'ai pu isoler un composé intermédiaire dont les propriétés sont très curieuses.

Le carbure I est extrêmement sensible à l'action de l'amidure; alors que la température de 150° est en général nécessaire pour provoquer la transposition, on peut opérer, ici, dès 60° et même plus bas. Il faut 3 jours à 60-70°, mais cette basse température présente de gros avantages.

La transposition s'écrit :

$$C^6H^5-C\equiv C-CH^3+NH^2Na=NH^3+C^6H^5-CH^2-C\equiv CNa;$$

le dérivé sodé est d'abord rouge vif, il tourne petit à petit au rose. Sa destruction par l'eau acidulée donne, non pas un, mais deux carbures isomères bouillant à 4 degrés d'intervalle. Des distillations soignées contrôlées par la variation d'indice, ont permis de les séparer suffisamment pour constater, chose inattendue, qu'un seul réagit sur le chlorure ammoniacal. Une séparation absolue est alors aisée.

On obtient : 1° le phénylpropyne vrai II (Eb. $=67°$ sous 16^{mm}; $d^{20}=0,936$; $n_D^{20}=1,5272$) qui réagit sur CuCl et a été identifié par sa transformation en cétone $C^6H^5-CH^2-CO-CH^3$ (semi-carbazone fondant à 197°).

(¹) M. Bourguel, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1211.

2° Un carbure inconnu (carbure X), Eb. = 72° sous 17^{mm}, $d^{20} = 0,9385$, $n_D^{20} = 1,5820$) qui ne réagit pas sur CuCl, ne s'hydrate ni par SO^4H^2, ni par les sels mercuriques. Il est totalement différent de I (Eb. = 77° sous 17^{mm}; $d^{20} = 0,939$; $n_D^{20} = 1,5642$) qui, lui, conduit par hydratation à la cétone attendue $C^6H^5 - CO - C^2H^5$ (semi-carbazone fondant à 178-179°).

Les spectres Raman des trois isomères sont différents.

Traité par NH^2Na, il s'isomérise *à froid* en phénylpropyne vrai II; le dérivé sodé obtenu est encore rouge vif au début puis il rosit. On peut donc transformer intégralement I en II, mais il faut s'y reprendre à deux fois.

Inversement quand on traite II par la potasse sèche pulvérulente à la température du laboratoire, le liquide se colore instantanément en rouge vif, l'indice de réfraction augmente rapidement en même temps que la réaction sur CuCl disparaît. Quand l'indice est devenu 1,582 à 20°, on a exactement le carbure X (spectre Raman, voir plus loin un autre procédé d'identification). Enfin si l'on continue l'action de la potasse vers 40°, on obtient lentement le phénylpropyne bisubstitué I.

Le carbure X est donc sans aucun doute un stade intermédiaire entre I et II. On en obtient toujours de quelque façon que ce soit; la quantité diminue avec la température.

Ses propriétés en font un corps très curieux. Au moins à l'état naissant, il donne avec l'amidure un dérivé sodé et un dégagement d'ammoniac, puisque c'est de ce dérivé sodé que je l'ai extrait pour la première fois.

Son hydrogénation catalytique conduit normalement au phénylpropane.

Il fixe deux atomes d'oxygène avec une grande rapidité au point qu'en une nuit $0^g,5$ font le vide dans un ballon de 70^{cm^3} renversé sur le mercure; on obtient la dicétone :

$$C^6H^5 - CO - CO - CH^3$$

caractérisée par ses constantes et sa di-oxime (F = 216-217°).

Il réduit l'acétate mercurique jusqu'au stade mercure; il se forme d'abord un précipité blanc ou gris dont l'hydrolyse donne la dicétone précédente avec un rendement quasi quantitatif.

Il décolore, instantanément à la lumière, une solution étendue d'iode en fixant deux atomes d'halogène, ce que ne font ni I ni II.

Il se polymérise très vite dès 60° en une résine blonde; à froid le même résultat est obtenu en quelques semaines, alors que ses isomères restent inaltérés. Cette fragilité en rend l'étude malaisée.

Je ne crois pas qu'il s'agisse du phénylallène $C^6H^5 - CH = C = CH^2$.

On ne connaît pas ce carbure, j'ai tenté plusieurs essais de préparation qui ont tous échoué, malgré les précautions enseignées par la fragilité du carbure X. Mais les alléniques n'ont aucune des propriétés précédentes, en outre, leur odeur n'est pas acétylénique tandis que celle du carbure X est presque identique à celle de II.

Je pense qu'il s'agit d'une forme nouvelle de la liaison acétylénique; la spectrographie Raman confirme cette façon de voir. Le caractère non saturé extrêmement marqué du carbure X conduit à imaginer que toutes les valences de ses carbones ne sont peut-être pas utilisées à la façon habituelle des triples liaisons, c'est-à-dire qu'il possède au moins un carbone divalent.

GÉOLOGIE. — *Les discordances de la série méso et cénozoïque dans le Maroc central et le Moyen-Atlas.* Note de M. **Henri Termier**, présentée par M. H. Douvillé.

Après les paroxysmes hercyniens dont j'ai parlé [1], le Maroc entre, comme presque toutes les régions du globe, dans une période calme avant de subir les grands efforts tangentiels du Paléogène.

I. Mais ce calme n'est pas absolu, car j'ai pu discerner en divers points de la Meseta marocaine et du Moyen-Atlas, la trace de faibles mouvements qui se sont produits au cours des *Temps Secondaires*.

A. Près d'Itzer, le Cénomanien transgressif à *Hemiaster Batnensis*, incliné à 10° vers le Sud-Est, repose en discordance sur le Permo-Trias, qui, au pied de la falaise liasique, offre des pendages de 20 à 40° vers le Nord-Ouest. (Sans doute, convient-il de se méfier quand intervient le Trias, car il existe dans le Moyen-Atlas plusieurs « dômes de sel », mais dans le cas présent, la tectonique salifère paraît bien être hors de cause.)

B. Près de Timhadit, à l'entrée sud du Foum Kheneg Merzouli, le Sénonien coupe en sifflet (comme l'a vérifié récemment M. G. Dubar) les bancs massifs du Lias moyen.

La Meseta marocaine et le Moyen-Atlas ayant été émergés depuis la fin du Dogger jusqu'au Crétacé moyen, les faits que je viens de rapporter prouvent l'existence de

---

[1] Henri Termier, *Les discordances dans la série paléozoïque du Maroc central* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 570).

légers mouvements de bascule avec timides essais de plissement entre le Bathonien et le Cénomanien (¹).

De semblables phénomènes ont été observés dans le Haut-Atlas : M. E. Roch a décrit (²) une discordance posttriasique et antekimeridgienne, M. L. Moret parle (³) d'une discordance du Crétacé sur le Trias et M. A. Beaugé a fait (⁴) la même observation dans la région de Demmat et de Sidi Réhal.

Il s'agit là sans doute des mouvements néocimmériens de M. le professeur Stille.

Je leur rattache dans le Maroc central la formation du synclinal de Permo-Trias des Chougranes qui a une direction SW-NE, ainsi que celle de la cuvette liasique située au sud d'Agouraï, cuvette dont l'orientation est analogue.

Ces faibles mouvements de l'Époque Secondaire se sont, au Maroc comme dans le Bassin de Paris, modelés sur le cadre rigide laissé par les plissements hercyniens. Leur énergie n'a pas été suffisante pour s'écarter du canevas offert par le matériel ancien.

II. La *Période Tertiaire* est, dans la région qui nous occupe, essentiellement marquée par la surrexion du Moyen-Atlas, mais l'âge exact de cette chaîne est difficile à préciser faute d'une gamme assez complète de niveaux fossilifères.

La phase orogénique principale (formation d'anticlinaux aigus et de plis-failles) s'est déclenchée à l'Éocène moyen ou supérieur (⁵), postérieurement au dépôt des couches de Timhadit que j'attribue à l'Éocène inférieur. Il s'agit donc d'une phase que l'on peut, jusqu'à plus ample informé, nommer « pyrénéenne ».

Un mouvement moins violent a ensuite soulevé les poudingues de la région de Skoura que je rapporte à l'Oligocène et qui, au sud de Taddout, sont discordants sur les couches renversées du Bajocien. Le plissement était terminé au Miocène car au poste d'Ahermoumou (près d'El Menzel) le Vindobonien (calcaire à *Ostrea crassissima* de grande taille, *O. Boblayei* et *O. gingensis*) incliné à 5-10° vers le Nord-Ouest repose en discordance sur les marno-calcaires fortement redressés du Domérien et du

---

(¹) Pour d'autres raisons, trop longues à détailler ici, je souscris à cette affirmation déjà ancienne de M. Savornin : « La séparation tectonique du Grand et du Moyen-Atlas était ..... ébauchée dès le début du Crétacé moyen » (*Comptes rendus*, 180, 1925, p. 528).

(²) E. Roch, *Études géologiques dans la région méridionale du Maroc occidentale* (*Notes et Mémoires du Service des Mines du Maroc*, 1930, p. 170, 248 et 519).

(³) L. Moret, *Carte géologique provisoire de l'Atlas de Marrakech*, *Notice explicative* (*Notes et Mémoires du Service des Mines du Maroc*, 1930, p. 28).

(⁴) Communication orale.

(⁵) C'est également ce qui paraît avoir eu lieu dans le Grand-Atlas (voir E. Roch, *op. cit.*, p. 501).

Toarcien (¹). Fait digne de remarque : les plis du Moyen-Atlas ont à peu de chose près la direction varisque de la chaîne hercynienne.

La conclusion qui se dégage de ces observations et de celles que j'ai rapportées dans une Note précédente (²) est une instabilité continuelle de la Terre marocaine au cours des Temps géologiques. Il y eut deux paroxysmes (hercynien et tertiaire) et un nombre assez grand de mouvements de moindre amplitude. Je pense que des recherches ultérieures nous feront connaître d'autre discordances locales, plus difficiles à discerner que celles qu'il m'a été donné de voir.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux (Seine-et-Oise) au 1er janvier* 1931. Note de MM. **L. Éblé** et **J. Itié**, présentée par M. Maurain.

Les valeurs données ci-dessous des éléments magnétiques au 1er janvier 1931 sont les moyennes de toutes les valeurs horaires relevées au magnétographe Mascart pendant les mois de décembre 1930 et janvier 1931; elles résultent donc de 1488 lectures. On peut espérer éliminer ainsi l'influence des irrégularités qui ont pu se produire aux environs du 1er janvier.

La variation séculaire des différents éléments est déduite de la comparaison entre les valeurs actuelles et celles qui ont été présentées pour le 1er janvier 1930.

Valeurs absolues et variation séculaire des éléments magnétiques à la Station du Val-Joyeux.

(Latitude : 48°49′16″; longitude : 2°0′52″ E. Gr.)

	Valeurs absolues pour l'époque 1931,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	10°54′,5	−10′,5
Inclinaison	64°42′,3	+ 1′,4
Composante horizontale	0,19637	+0,00005
» verticale	0,41553	+0,00056
» Nord	0,19282	+0,00016
» Ouest	0,03716	−0,00058
Force totale	0,45958	+0,00052

(¹) Cette discordance du Miocène est à mon avis distincte de celle des poudingues de Skoura.

(²) *Loc. cit.*

Le seul fait à signaler est l'augmentation nette de la composante verticale, entraînant celles de la force totale et de l'inclinaison. Cet élément retrouve ainsi la valeur qu'il avait au 1er janvier 1911, après avoir subi dans l'intervalle une oscillation caractérisée par un maximum relatif en 1918 entre deux minima en 1915 et en 1926.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la teneur en krypton et en xénon de quelques gaz naturels de Bulgarie.* Note de M. **N. P. Péntcheff**, présentée par M. Delépine.

1. Dans nos recherches antérieures sur les gaz rares de quelques sources thermales de Bulgarie (1), nous avons dosé l'hélium, le néon (2) et l'argon, mais nous n'avons recherché ni le krypton ni le xénon. Nous avons pu caractériser et doser ces deux derniers gaz rares dans les gaz spontanés de trois sources bulgares.

La méthode que nous avons suivie est celle de MM. Moureu et Lepape (3). Cette méthode spectrophotométrique s'applique au mélange de gaz rares lourds ($Ar + Kr + Xe$) préalablement fractionné. Elle consiste à comparer, au point de vue de l'intensité lumineuse, la raie principale du spectre visible du krypton (raie jaune $\lambda 5870,915$) ou du xénon (raie bleue $\lambda 4671,225$) aux raies voisines de l'argon ($\lambda 5912,31$ et $\lambda 5860,54$ pour le krypton, $\lambda 4702,5$ pour le xénon). MM. Moureu et Lepape ayant établi que, entre les limites de concentration utilisées par eux, les intensités des raies respectives du krypton et du xénon varient linéairement, pour chaque concentration, en fonction de la pression gazeuse dans le tube de Plücker, les courbes obtenues par voie expérimentale (à l'aide de solutions titrées de krypton pur ou de xénon pur dans l'argon pur) permettent de doser ces deux éléments dans le mélange gazeux étudié. A cet effet, il suffit de déterminer à quelle pression correspond l'égalité d'intensité des raies comparées.

2. Nous avons fractionné un volume connu (2 à 3^{cm^3}) du mélange global

---

(1) N. P. Péntcheff, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 511; 186, 1928, p. 249.

(2) Nous avons dosé le néon dans les gaz spontanés d'une seule source, celle de Tchouloudja (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 322).

(3) Moureu et Lepape, *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 908.

des gaz rares (¹) sur 0g,5 environ de charbon de noix de coco refroidi dans l'oxygène liquide. Après élimination de l'hélium et du néon, qui restent libres dans ces conditions (²), le tube à charbon est lentement réchauffé vers — 70°. Pendant ce temps, on extrait l'argon qui se dégage progressivement. On isole ensuite le tube à charbon, et on le porte à 400° environ au moyen d'un four électrique. La fraction gazeuse alors dégagée ($\frac{1}{25}$ environ du volume total) contient la totalité du xénon et presque la totalité du krypton dilués dans de l'argon. Après avoir mesuré le volume de cette fraction, on la soumet à l'examen spectrophotométrique, d'où l'on déduit la quantité du xénon. On mélange de nouveau ladite fraction avec le reste de l'argon et l'on répète les opérations ci-dessus en utilisant les gaz qui restent occlus dans le charbon jusqu'à — 80° environ. Dans cette nouvelle fraction ($\frac{1}{8}$ environ du volume total), où le krypton et le xénon sont plus dilués, mais qui contient le premier de ces gaz sans perte appréciable, on dose le krypton.

Les courbes d'étalonnage, dont nous nous sommes servi pour évaluer la teneur en krypton et en xénon des fractions gazeuses enrichies, ayant été construites il y a plusieurs années par M. Lepape pour son appareil, il était nécessaire de vérifier si elles s'appliquaient également à l'appareil que nous avons utilisé. Dans ce but M. Lepape a bien voulu mettre à notre disposition un mélange titré $\left(\frac{Kr}{Ar+Kr}=1,5\times10^{-3}\right)$ préparé par lui-même au moyen d'argon pur et de krypton pur. Les examens spectrophotométriques de ce mélange et de divers fractionnements que nous en avons réalisés $\left(\text{titres }\frac{Kr}{Ar+Kr}\text{ égaux à }2,54\times10^{-3}\text{ et à }0,2\times10^{-3}\right)$ ont établi l'exactitude des courbes utilisées.

3. Le tableau ci-après résume les résultats obtenus pour les gaz spontanés de trois sources thermales de Bulgarie :

(¹) Ces mélanges des gaz rares ont été isolés des gaz naturels respectifs en 1927, et ils ont été conservés dans les petits ballons scellés qui nous ont servi pour déterminer à Sofia la densité de ces mélanges (*loc. cit.*).

(²) Les proportions $\frac{He}{Ar}$ trouvées correspondent exactement à celles déduites antérieurement de la densité des mélanges globaux des gaz rares.

Stations et sources.	Teneurs (pour 100 en volume) de gaz spontanés en Krypton.	Xénon.	$\frac{\frac{Kr}{Ar}\text{(source)}}{\frac{Kr}{Ar}\text{(air)}}$ (¹).	$\frac{\frac{Xe}{Ar}\text{(source)}}{\frac{Xe}{Ar}\text{(air)}}$ (¹).
Soulou-Dervent (Momina)...	0,00021	>0,000013	1,2	0,9 (²)
Hissar (Tchouloudja).......	0,00015	0,000013	1,05	1,1
Kovanlik (le bain).........	0,00025	0,00002	1,3	1,3

Ces résultats sont en accord avec la théorie astrophysique de MM. Moureu et Lepape (³) et lui apportent ainsi un nouvel appui.

BOTANIQUE. — *Contribution à l'étude morphologique de la tige de* Triticum vulgare *Host*. Note de M. **Kalé**, présentée par M. Molliard.

Venu de l'Inde en France pour étudier *Triticum vulgare* Host., j'ai entrepris, depuis 1928, l'étude comparative, anatomique, chimique et physiologique d'un certain nombre de variétés de *Triticum vulgare*, étude déjà faite par de nombreux auteurs qu'il serait long de rappeler ici, mais à un point de vue différent du mien.

Je voudrais exposer ici mes observations relatives à l'anatomie générale du chaume sur des coupes pratiquées dans des tiges âgées de six mois à 1^{cm} au-dessus des premier et troisième nœuds et dans le dernier entre-nœud, à 1^{cm} au-dessous de l'épi.

Le centre de la tige est toujours occupé par une lacune, sauf dans le premier entre-nœud de *Bladette de Besplas* où la moelle est pleine.

L'épiderme est formé de cellules, les unes, plutôt rectangulaires que pentagonales, relativement grandes; les autres, carrées, plus petites. Ces cellules disposées généralement sans ordre, dans le premier entre-nœud,

(¹) Les titres en Kr et en Xe de l'argon brut de l'air atmosphérique sont égaux respectivement à $1,1\times10^{-4}$ et à $0,9\times10^{-5}$ (Moureu et Lepape, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 173).

(²) Ce rapport inférieur à l'unité peut être dû au fait que les gaz spontanés de Soulou-Dervent ont subi un contact prolongé avec une notable quantité d'eau refroidie (20°) de la même source (65°).

(³) Ch. Moureu et A. Lepape, *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 934; 153, 1911, p. 740.

paraissent être placées plus régulièrement dans le troisième, les petites, carrées, étant situées en face des faisceaux corticaux.

L'hypoderme ou anneau scléreux est constitué de cellules pentagonales de dimensions variables; le nombre des assises qui le forment varie suivant les variétés, mais il est toujours maximum dans le premier entre-nœud où il joue un rôle important pour la résistance à la verse; il diminue d'épaisseur dans les troisième et dernier, sauf dans quelques variétés (*Luigia*, *Riéti*, *Villa Glori*, *Inallettabile* 96) où il est plus important dans l'entre-nœud du sommet que dans le troisième.

Le parenchyme chlorophyllien constitue, dans le premier entre-nœud, une mince bande circulaire de quelques cellules sclérifiées, plus grandes que les cellules sclérifiées voisines; dans le troisième entre-nœud, cette bande formée de deux à trois assises, déjà moins sclérifiées, a une tendance à s'interrompre au niveau des faisceaux corticaux, tendance qui se manifeste dans le dernier entre-nœud où la bande est discontinue, fragmentée en îlots. Il faut noter que le chlorenchyme, à parois cellulosiques, est particulièrement abondant dans l'entre-nœud du sommet, ce qui explique le rôle de celui-ci au moment de la maturation de l'épi.

La position des faisceaux corticaux varie suivant les variétés et l'entre-nœud considérés. Leur bois peut comprendre des faisceaux radiaux, des faisceaux latéraux et une bande intravasculaire (faisceaux supernaires); c'est la constitution normale des faisceaux de bois dans le premier entre-nœud où quelquefois, cependant, les faisceaux radiaux n'existent pas (*Cervaro* et *Besplas*); on les retrouve dans le troisième et dans le dernier où ils ne disparaissent pas complètement, contrairement à ce que prétend Athanassoff pour *Triticum turgidum*. En général, le diamètre tangentiel de ces faisceaux (mesuré en partant de la paroi interne gauche du faisceau latéral gauche jusqu'à la paroi interne droite du faisceau latéral droit) est, dans le premier entre-nœud, supérieur au diamètre radial (compris entre le sclérenchyme des deux pôles du faisceau); mêmes caractères dans le troisième entre-nœud, sauf pour les variétés précoces où les deux diamètres tendent à devenir égaux; dans le dernier entre-nœud, le diamètre radial est plus grand que le diamètre tangentiel. La forme aplatie tangentiellement dans le premier entre-nœud résulte vraisemblablement de la résistance qu'offre à l'allongement radial l'anneau scléreux à différenciation centripète.

Le parenchyme médullaire comprend, dans le premier entre-nœud, au voisinage de l'hypoderme, un certain nombre d'assises lignifiées dans les-

quelles plongent les faisceaux; dans le troisième entre-nœud, cette zone s'observe encore mais moins développée; les faisceaux qui y sont encore englobés sont coiffés, en outre, sur chacun de leur pôle, par une calotte de petites cellules sclérifiées qui, dans l'entre-nœud du sommet, n'existent plus sur le pôle externe mais seulement sur le pôle interne et réduite à une ou deux assises; elle disparaît même complètement chez *Luigia*.

Les faisceaux médullaires, constitués de la même façon que les faisceaux corticaux, comprennent, dans les premier et troisième entre-nœuds, une lacune qui manque souvent dans le dernier; ils sont entourés d'une gaine scléreuse complète et portent, en outre, sur leurs pôles des cellules sclérifiées, qui, dans le troisième entre-nœud, diminuent sur le pôle externe et augmentent sur pôle interne. Dans le troisième, chez les variétés précoces ou demi-précoces, le sclérenchyme du pôle externe relie souvent le faisceau à l'hypoderme.

En prenant le troisième entre-nœud comme représentant la structure moyenne de la tige on observe que, dans les variétés précoces, les faisceaux médullaires, à peu près aussi nombreux que dans les variétés tardives, sont disposés sur une ou deux circonférences, alors que, dans les variétés tardives, ils sont répartis sur deux, trois ou plusieurs circonférences. Les variétés précoces se rapprochent ainsi, à ce point de vue, des variétés de printemps, qui ne comprennent, d'après Blaringhem et Miège (1914), qu'un cercle de faisceaux.

Le diamètre tangentiel des faisceaux médullaires est généralement plus grand que leur diamètre radial dans les premier et troisième entre-nœuds, sauf pour deux variétés précoces, *Mentana* et *Villa Glori:* dans le dernier entre-nœud ces deux diamètres tendent à être égaux.

C'est le premier entre-nœud qui contient le plus de faisceaux; quelquefois c'est le troisième (*Mentana*, *Villa Glori*), ou même le dernier (*Riéti*, *Carlotta A*). C'est aussi le premier entre-nœud qui, dans 5 variétés sur 14, renferme le plus grand nombre de faisceaux corticaux; chez 9 variétés, c'est le dernier; le troisième entre-nœud contient le plus de faisceaux médullaires.

ANATOMIE. — *Sur les dents du labre de certains Gastéropodes à coquille turbinée, et sur les rapports qu'elles peuvent contracter avec les varices.* Note de M. **P. Vignon**, présentée par M. L. Joubin.

On a coutume de parler de la dent que certains Gastéropodes Thaisidés, Muricidés, Buccinidés, Fusidés mettent au bord du labre, et dont l'animal se servirait comme d'un coin pour ouvrir les coquilles bivalves; mais on n'avait pas vu qu'un même mot désigne ici des formations bien différentes. Partons du genre *Acanthina* : chez les espèces typiques comme *A. calcar* Martyn, la dent, très rapprochée du siphon, termine un sillon fermé constituant une certaine rainure basale bien connue. C'est là, pour moi, une « dent de sillon », résultant de ce que le fond d'un sillon spiral se sera étiré dans le sens de la croissance : et, suivant les espèces, on va trouver ici toutes les étapes, depuis les sillons largement ouverts et les dents à peine marquées, jusqu'aux sillons étroits, puis fermés en rainures et engendrant une corne longue parfois (chez *A. lugubris* Sow.) d'un centimètre. Même rainure basale, même dent classique, chez le Buccinidé *Pseudoliva plumbea* Chemn., et surtout chez le Fusidé *Leucozonia cingulata* Lk. Chez le Thaisidé *Concholepas peruviana* Lk, la dent classique est précédée d'une autre dent moins nette, formée par un sillon analogue. Voilà ce que l'on connaissait.

Mais examinons le Thaisidé *Forreria* [= *Chorus*] *Belcheri* Hinds. Ici encore il y a un sillon basal, largement ouvert d'ailleurs et menant à une saillie obtuse : il y a donc une « dent de sillon ». Or je découvre autre chose : le cordon qui forme la carène du bas du dernier tour se termine parfois lui aussi par une saillie obtuse, et ce sera là une « dent de cordon », non signalée jusqu'ici. Retournons maintenant aux *Leucozonia* : chez *L. cingulifera* Lk, *L. leucozonalis* Lk, les dents, tenues pour homologues de la dent de sillon de *L. cingulata*, sont en réalité des dents de cordon, homologues de celle que je signale chez *F. Belcheri*. Chez l'un des spécimens de *L. leucozonalis* du Muséum, je découvre en outre des vestiges de la rainure et de la dent de sillon classiques : la rainure a laissé une ligne pâle, et, la dent, une sorte de plate-forme, placée entre deux faibles sinuosités du labre correspondant à celles qui précèdent et suivent la dent de *L. cingulata*.

Occupons-nous des varices. Chez *Acanthina grandis* Gray, certains soulèvements irrégulièrement périodiques des squames annoncent, selon moi, les varices lamelleuses, achevées chez *F. Belcheri;* or, du fait que, chez *F. Belcheri*, je vois la dent de sillon commencer à mieux se former sur le tranchant des varices que dans leurs intervalles, je puis dire qu'à la périodicité des varices aura tendu à correspondre une périodicité de la dent. De même, chez les *Murex*, où la périodicité des varices est rigoureuse, quand il y a une dent, une « dent de sillon », cette dent, qui se forme au moment où la varice s'achève, manque d'une varice à la suivante. Mais il faut savoir que cette dent des *Murex* n'est pas, quant à la place, l'homologue de celle des *Acanthina*, et voilà qui n'avait pas été signalé : elle est située plus haut sur la coquille.

Chez *Murex* (*Pteronotus*) *tripterus* Born, et dans le sous-genre *Chicoreus* (par exemple chez *M. ramosus* L.), la dent est creusée d'une gouttière. Au contraire, chez *Murex* (*Phyllonotus*) *radix* Gmelin, et surtout chez les *Murex* typiques, la dent est plate : elle résulte cette fois d'une spécialisation d'un des lobes aplatis que le manteau, retardé dans sa croissance aux points où il redresse des épines, développe tout naturellement entre celles-ci. C'est ainsi que déjà chez *M. scolopax* Dillwyn, où il existe quatre de ces lobes, l'inférieur est le plus fort, et je le vois pointer seul chez *M. occa* Sow., une forme jeune, dit Tryon, de *M. scolopax;* il en va de même pour *M. ternispina* Lk, bien qu'ici un fort spécimen du Muséum, étiqueté *M. Troscheli* Lischke, soit près d'effacer cette dent : ce que *M. tenuispina* Lk fait, lui, spécifiquement. Dans ce groupe, la dent peut d'ailleurs être blanchie, brillante, comme si, malgré son peu de robustesse, elle jouait vraiment le rôle d'un coin, ou rester au contraire fauve et mate.

Tandis que, chez les *Murex* à épines, en passant entre celles-ci la route est libre d'une dent à la suivante, chez les *Cerostoma* les varices des espèces *M. Nuttalli* Conrad, *emarginatus* Sow., *foliatus* Martyn, *coreanicus* Adams dressent au contraire un mur, au pied de quoi naît la dent; mais, chez *Murex* (*Ocinebra*) *lugubris* Brod., le mur s'interrompt face à la dent : et cela nous rappelle que, tant que la périodicité des varices n'était pas établie, des sillons, comme aussi des cordons continus donnaient, de façon ininterrompue, naissance aux dents. Je m'aperçois d'ailleurs que les dents de *Murex* (*Pteronotus*) *hemitripterus* Lk, *M.* (*Cerostoma*) *monoceros* Sow., *M.* (*Cerostoma*) *Burnetti* Adams et Reeve sont des dents de cordon.

Aucune conclusion générale ne se dégage de l'examen de toutes ces dents.

Ce sont leurs divers modes et lieux de formation, et les rapports qu'elles nouent avec les varices, qu'il y avait surtout profit à signaler.

CYTOLOGIE — *L'appareil parabasal et les dictyosomes chez* Reniera simulans *Johnston et* Hymeniacidon sanguinea *Grant.* Note de Mlle **Odette Tuzet**, présentée par M. M. Caullery.

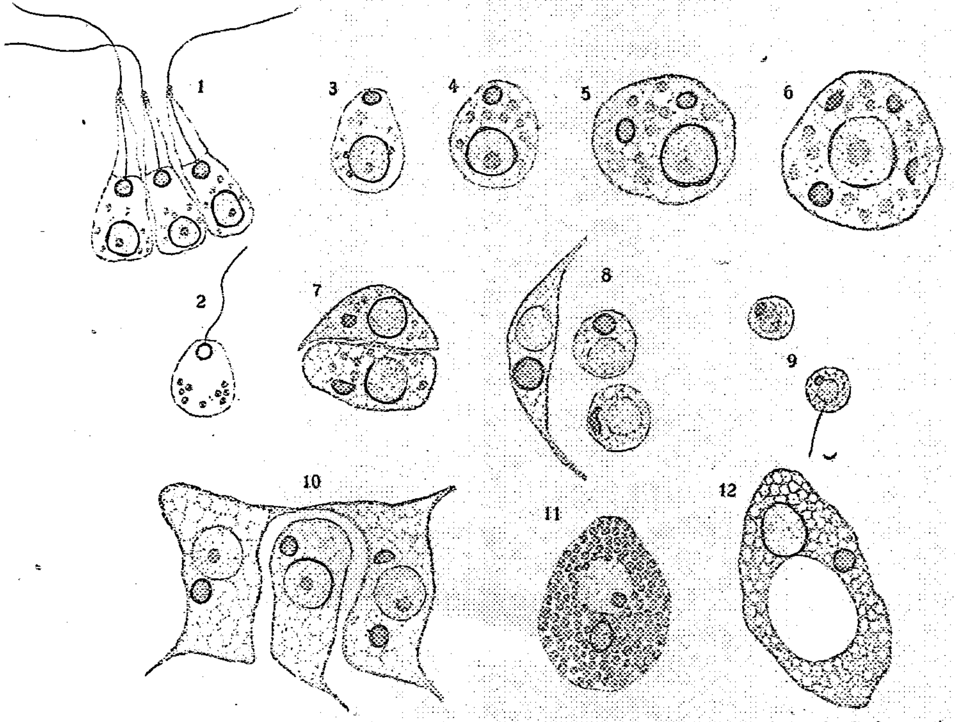
Par la méthode de Kopsch, Hirschler (*Anat. Anz.*, 47, 1914) imprègne, dans les choanocytes de *Spongilla fluviatilis*, un corps apical qu'il considère comme l'appareil de Golgi en le comparant à celui des cellules sexuelles des Métazoaires. Gatenby (*Journ. Linn. Soc.*, 34, 1920; *Quart. Journ. micr. Sc.*, 71, 1927) retrouve, chez *Grantia*, l'appareil de Golgi des cellules collaires découvert par Hirschler, et en voit un presque identique dans les jeunes oocytes. Volkonsky (*C. R. Soc. Biol.*, 102, 1929; *Bull. Soc. Zool.*, 55, 1930) assimile l'appareil de Golgi des choanocytes à un appareil parabasal, trouve dans l'œuf un parabasal qui s'est multiplié, mais n'admet pas qu'on puisse l'homologuer à l'appareil de Golgi et décrit une zone de Golgi dans les choanocytes.

Après imprégnation par la méthode de Kopsch, nous avons observé, dans les choanocytes de *Reniera simulans* Johnston, imprégnée d'une façon élective, une vésicule située au pôle apical (*fig.* 1). Elle est constituée par un anneau de substance chromophile entourant la substance chromophobe interne. C'est l'appareil parabasal. Le centrosome d'où part le flagelle est immédiatement au-dessus de lui. Dans le choanocyte on rencontre, en outre, des mitochondries et des vacuoles colorables par le rouge neutre. Après coloration vitale par le vert janus, la substance chromophile du parabasal se teinte en vert (*fig.* 2) : réaction caractéristique d'ailleurs de certains parabasaux.

Dans les œufs jeunes de *Reniera simulans*, l'imprégnation osmique fait apparaître un dictyosome (*fig.* 4) qui ressemble à l'appareil parabasal du choanocyte, la substance chromophile en anneau entoure la chromophobe. Elle est démontrée aussi par le vert janus.

Nous croyons avoir observé les cellules mères des œufs et des spermatozoïdes; elles possèdent un dictyosome apical qui a l'aspect d'un parabasal (*fig.* 3). Ces cellules dérivent probablement ici des choanocytes, comme l'a décrit Gatenby (1920) chez *Grantia*.

Lorsque l'œuf grandit, son unique dictyosome se divise en deux (*fig.* 5) puis en quatre (*fig.* 6) et la multiplication continue. La taille des dictyosomes diminue à mesure qu'ils se multiplient. Mais quel que soit leur nombre, la substance chromophile se colore toujours vitalement par le vert



Reniera simulans Johnston. — 1, 2, choanocytes; 3, cellule mère des œufs; 4, 5, 6, œufs; 7, formation du cyste spermatogonial; 8, cellule du cyste et deux spermatocytes I; 9, spermatides; 10, cellules conjonctives; 11, cellule adipeuse; 12, cellule globofère. × = 2000. 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, Kopsch; 2, vert janus.

janus. Dans une Note antérieure (*C. R. Soc. Biol.*, 103, 1930), nous avons déjà signalé que, dans la lignée mâle de *Reniera simulans*, la substance chromophile des dictyosomes se colore par le vert janus.

La cellule mère de la lignée mâle, comme celle de l'œuf, possède un dictyosome, qui se divise en deux en même temps que la cellule mère (*fig.* 7). L'évolution se poursuit : les spermatocytes ont deux dictyosomes collés l'un contre l'autre (*fig.* 8), les spermatides un seul (*fig.* 9). Pour cette évolution nous renvoyons à notre précédente Note.

Les autres éléments cellulaires semblent posséder tous un appareil de

Golgi, formé de un ou plusieurs dictyosomes, qui s'imprègnent électivement par l'acide osmique et se colorent vitalement par le vert janus. Les cellules conjonctives en ont un ou deux (*fig.* 10), les cellules adipeuses (thésocytes) habituellement deux (*fig.* 11), les « globoferous cells » (Wilson) n'en ont qu'un (*fig.* 12). Pour les autres cellules nous ne voulons encore nous prononcer.

Nous avons retrouvé des images semblables chez *Hymeniacidon sanguinea* Grant, où appareil parabasal et dictyosome se colorent aussi par le vert janus et s'imprègnent par l'acide osmique.

Ainsi l'étude cytologique de *Reniera simulans* et de *Hymeniacidon sanguinea* (¹) semble bien prouver que l'appareil parabasal du choanocyte, les dictyosomes des lignées mâle et femelle, l'appareil de Golgi des autres cellules sont un même organite. Ils ont même aspect, mêmes réactions et se transmettent par division binaire.

Dans toutes les cellules des Éponges, nous avons vu, avec le vert janus comme dans les préparations au Champy, les mitochondries granuleuses observées par Gatenby. Il nous semble qu'elles ne peuvent avoir aucun rapport génétique avec le parabasal et les dictyosomes ou corps de Golgi.

PHYSIOLOGIE. — *Rôle des différents éléments cellulaires dans la mobilisation des lipides au sein de la glande mammaire : le corpuscule de Donné.* Note de MM. Maurice Piettre et Boris Celan, présentée par M. Achard.

L'un de nous (²) a montré que la sécrétion mammaire n'est pas toujours une fonction continue en ce qui concerne notamment les éléments cytologiques du lait.

Aujourd'hui nous examinerons plus spécialement l'origine et la valeur du corpuscule de Donné, questions si longtemps débattues.

I. N'ayant obtenu aucune solution satisfaisante dans les recherches sur la sécrétion mammaire, nous nous sommes adressés à l'étude de la rétention

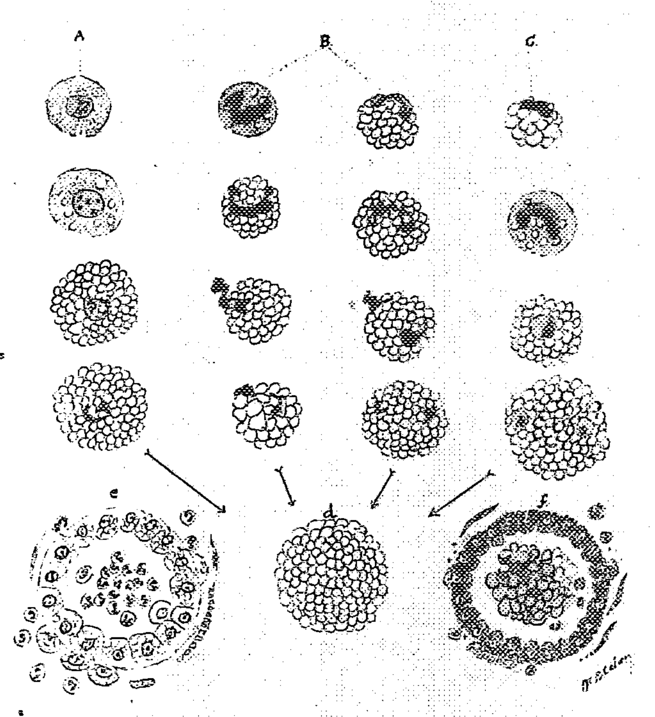
---

(¹) Les deux éponges citées ici ont été déterminées par M. Topsent.

(²) Boris Celan, *La catalase et les variations des éléments cellulaires du lait* (*Bulletin du Ministère de l'Agriculture*, Bucarest, 33, janvier 1931, p. 35).

lactée chez des femelles bovines en pleine lactation, par la suppression de la traite poussée toujours au delà de 48 heures.

Comme l'a bien montré M. Porcher, le lait de rétention, au repos, se sépare en deux couches; l'une aqueuse, de teinte vitreuse, légèrement grumeleuse, l'autre épaisse, butyreuse surmontant la première.



Stades de transition de la cellule mammaire (A), des mononucléaires (B), des polynucléaires (C) en corpuscule de Donné (D). Acinus en rétention : après élimination des graisses (e) avec son contenu butyreux (f) coloration éosine rouge écarlate.

C'est plus particulièrement l'examen cytologique de la partie aqueuse qui nous a permis de constater et de suivre, à l'aide de la technique histochimique, tous les termes de transition entre la cellule mammaire, les mononucléaires, les polynucléaires et le corpuscule de Donné, comme l'indique la figure ci-dessus.

La *cellule mammaire* (A), caractérisée par son noyau à contour très net, se charge de goutelettes graisseuses, d'abord isolées puis réunies au point de cacher complètement le noyau. On aboutit au corpuscule de Donné (*d*).

Dans les *polynucléaires* (B), les dépôts adipeux masquent bientôt le

noyau plurilobulé de façons variables d'où les divers aspects de ces éléments. Parfois, sous la pression interne exercée sans doute par les graisses, on assiste à une véritable expulsion de fragments nucléaires.

Les *mononucléaires* (C), au cours de la surcharge graisseuse, apparaissent souvent comme possédant plusieurs noyaux isolés, simple apparence tenant à ce que la partie médiane se trouve cachée par les gouttes butyreuses.

Les mêmes processus ont été observés sur des coupes (*e* et *f*) de mamelles prélevées sur les femelles en rétention sacrifiées à l'abattoir de La Villette. La figure (*f*) notamment, représentant un acinus avec les graisses en place, montre en outre des cellules épithéliales chargées de lipides et des leucocytes dans le même état émigrant vers le mésoderme.

L'injection de lait en nature dans le péritoine de cobaye confirme cette aptitude générale des différents éléments cellulaires. Ce sont d'abord les mononucléaires, puis les polynucléaires (L. Panisset et Ch. Porcher) qui se chargent des lipides apportés par le lait, mais plus tard, après la 20e heure, nous avons vu jouer le même rôle, aux cellules endothéliales, conjonctives et aux fibres musculaires lisses.

Dans la rétention on ne rencontre pas de lymphocytes.

II. Au point de vue chimique, le lait dans la mamelle en rétention très poussée se comporte comme en dehors de cet organe. Sous des influences mal connues modifiant profondément son état colloïdal, il se sépare en deux parties, et la couche butyreuse plus légère se trouve, par suite de pression des tissus, refoulée dans les acini, c'est-à-dire au contact des éléments cellulaires qui peuvent en effectuer dès lors la résorption progressive.

Dans une expérience, le contenu total d'une mamelle (4^l,500) a été séparé en trois lots. Après repos au froid, les rapports entre la couche butyreuse et la partie aqueuse ont été : début de traite $\left(\frac{1}{12}\right)$, milieu $\left(\frac{1,5}{7}\right)$, fin accompagnée de massage de la mamelle $\left(\frac{3}{5}\right)$.

L'analyse d'un échantillon moyen de la partie aqueuse a donné pour 100 :

Extrait sec.	Mat. grasses.	Caséine.	Lactose.	NaCl.	Autres centres.
6,581	0,08	2,80	2,73	0,353	0,367

L'étude de la couche butyreuse (fin de traite) a porté sur 62^{cm³}.

Après dessiccation sur vide sulfurique on a obtenu 32^g de matière sèche qui broyée et épuisée à l'éther sec a perdu 23^g,266 de beurre et laissé comme

insoluble 1g,64 d'une poudre blanche (caséine et cendres) et 4g,10 d'une substance grisâtre, compacte, cassante, partiellement soluble dans l'eau en une liqueur trouble, opalescente.

L'analyse de 2g,64 de ce *complexe* non encore signalé et des plus intéressants a donné notamment en caséine (0g,932), en lactose (0g,762), en phosphates calciques (0g,094).

Conclusion. — Ces recherches démontrent que le corpuscule de Donné n'est pas une entité cytolique, mais dérive, par un processus identique, de la cellule mammaire, des leucocytes mononucléaires, des leucocytes polynucléaires.

Pendant l'exsudation prélactée (*Bulletin de l'Académie de Médecine*, 4 mars 1931) et surtout au cours de la lactation normale, ce sont encore ces mêmes éléments cellulaires, leucocytes accessoirement, et cellules mammaires avant tout qui effectuent la mobilisation des glycérides neutres pour les transformer en beurre (butyrisation).

La fonction mammaire apparaît donc comme une *fonction réversible* avec ses deux variables possibles *sécrétion*, et *résorption*. Cette notion de *réversibilité* des sécrétions semble devoir désormais s'étendre à la physiologie normale et pathologique.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Duplications expérimentales des membres postérieurs chez le crapaud accoucheur* (Alytes obstetricans). Note de M. **Maurice Lecamp**, présentée par M. Maurice Caullery.

Tornier (1) a obtenu, chez le têtard du Pélobate brun (*Pelobates fuscus* Laur.), dans un certain nombre de cas (il n'indique pas le total de ses opérations), en fendant l'ébauche des membres postérieurs, des duplications et triplications de la ceinture et des membres.

J'ai répété ces expériences avec des têtards de crapauds accoucheurs (*Alytes obstetricans* Laur.). La technique employée a été la même, mais appropriée à un matériel plus petit par l'emploi de très fins scalpels. L'opération consiste à fendre en deux, suivant leur plan de symétrie, les ébauches des membres postérieurs.

---

(1) *Archiv f. Entw. Mech.*, 20, 1906, p. 76.

Les résultats obtenus ne concordant pas avec ceux de Tornier, j'ai été amené à expérimenter à divers stades de croissance des bourgeons.

1° *Stade de bouton*. — C'est le début du développement de l'ébauche, au moment où elle devient visible comme une légère saillie circulaire; c'est aussi le stade opéré par Tornier. J'ai expérimenté sur 60 individus; le membre s'est toujours développé normalement, je n'ai obtenu aucune duplication. Le résumé du processus est celui-ci :

Aussitôt après la section, les deux demi-blastèmes sont bien individualisés. Vers le deuxième jour, la demi-ébauche ventrale se distingue à peine, étant englobée dans le tissu cicatriciel du bord de la section qui la porte; le demi-bourgeon dorsal apparaît nettement plus important qu'avant et bien reconstitué. La suite du développement donne un membre normalement constitué et fonctionnel fourni par cette demi-ébauche dorsale. La demi-ventrale a disparu complètement.

2° *Stade cylindro-conique*. — La longueur de l'ébauche égale la largeur. Le processus est à peu près semblable, cependant le demi-blastème ventral conserve plus longtemps son individualité. Le résultat est identique, pas d'anomalie.

3° *Stade palette*. — Des duplications ont été obtenues, mais partielles. Dans un exemple typique, le membre double comprend onze doigts, deux squelettes sous une même gaine dermique dans la partie du zeugopode, pas de stylopode, et, à la base du membre, une masse plurilobée en relation avec le bassin. Ce doublement ne provient pas de l'évolution des deux demi-ébauches qui se seraient accolées, mais du développement de la moitié dorsale seule, où il y a eu régénération latéro-basale. La demi-ébauche ventrale n'a pas plus évolué que dans les cas précédents.

Après le stade palette, les blastèmes opérés ne se développent plus normalement.

De l'ensemble de ces cas étudiés, il se dégage un fait très net : La demi-ébauche ventrale n'a jamais évolué en un membre normal. Sans approfondir, pour les comparer avec les miens, les résultats de Tornier (les éléments nécessaires manquant), il apparaît, d'après les indications de cet auteur, que le développement normal des ébauches des membres postérieurs est différent chez le Pélobate et chez l'Alyte. L'apparition des pièces du bassin, plus tardive chez celui-ci que dans le premier, indique des déterminations divergentes des bourgeons qui peuvent déjà expliquer la différence des résultats. Chez le crapaud accoucheur, au stade de bouton, l'observa-

tion du processus évolutif, après l'opération, précise que le demi-blastème ventral, du fait de la section, se trouve fixé sur un ensemble de tissus dermiques mous, mais où pourtant il n'y a pas de dégénérescence. La disparition de cette demi-ébauche est en réalité une régression, comparable à celle obtenue par Græper (1926), dans la transplantation de demi-bourgeons de membres insuffisamment différenciés.

Le demi-blastème dorsal, lui aussi, subit une régression; mais, vers le deuxième jour après l'opération, une saillie, de masse plus grande que la demi-ébauche initiale, apparaît. Elle est constituée par les éléments de celle-ci et de ceux du territoire patte. C'est un régénérat semblable à celui que l'on obtient après ablation complète d'une ébauche. Il évoluera, comme nous l'avons vu, en un membre normal. Aux stades suivants, les demi-bourgeons de plus en plus différenciés conservent mieux leur intégrité, ils se régularisent et, après un temps plus ou moins long, se rapprochent puis se soudent. Cependant, là encore, c'est toujours le demi-blastème dorsal qui se développe.

Cet analyse met en évidence une différence très nette dans l'évolution des demi-ébauches dorsale et ventrale ([1]).

J'ai supposé d'abord une inhibition de l'une par l'autre, une différenciation inégale. Pour vérifier cette hypothèse, j'ai procédé à des transplantations de ces demi-bourgeons dans un territoire neutre. Les premiers résultats obtenus et ceux relatés ci-dessus m'ont amené à supposer une influence du système nerveux sur le développement des ébauches. Des expériences en cours en préciseront le mécanisme.

ÉPIDÉMIOLOGIE — *Hibernation du virus de la fièvre exanthématique méditerranéenne.* Note de MM. **Ch. Joyeux** et **J. Pieri**, présentée par M. F. Mesnil.

On sait que la fièvre exanthématique méditerranéenne est essentiellement une maladie d'été, quoique l'on en possède un certain nombre d'observations recueillies pendant la saison froide. Nous avons cherché à savoir quel

---

([1]) Dans les cas de régénération multiple obtenus par Tornier, la demi-ébauche dorsale fournissait deux membres et la demi-ébauche ventrale un troisième membre.

hôte conserve le virus pendant l'hiver. Vu l'impossibilité de trouver directement l'agent pathogène encore inconnu de l'affection, la meilleure façon de mettre le virus en évidence est de l'identifier cliniquement par inoculation de produits suspects, de préférence à l'homme qui montre, outre la poussée thermique, l'éruption caractéristique.

A. Reybaud (1928), étudiant les réservoirs possibles de la maladie, a, le premier, pensé que le virus pouvait passer d'une saison à l'autre, par l'intermédiaire des tiques vivant dans les terriers. Brumpt a formulé à nouveau cette hypothèse (1930), en incriminant plus spécialement *Rhipicephalus sanguineus*, qui est l'espèce communément trouvée à l'état d'hibernation dans la banlieue de Marseille, à la fourrière municipale, etc.

Nous avons repris expérimentalement cette étude. Dans une première série d'expériences, dont nous donnons aujourd'hui le résultat, nous nous sommes adressés à la tique *Rhipicephalus sanguineus* Lat. Nous avons récolté deux lots de tiques, le 9 février 1931 : le premier, comprenant 101 mâles et 138 femelles, provenait de la fourrière; le deuxième se composait de 80 mâles et 105 femelles, récoltés sur les murs d'une maison où l'un de nous a eu l'occasion de soigner l'an dernier deux malades atteints de la fièvre exanthématique méditerranéenne.

Les tiques provenant de la fourrière ont été rapidement passées au sublimé, puis lavées à l'eau distillée et broyées avec de l'eau physiologique stérile. Après filtration sur papier, on a inoculé $1^{cm^3},5$ de l'émulsion à la face externe de la cuisse d'un malade atteint de paralysie générale.

Les tiques provenant de la maison particulière ont été passées rapidement à l'éther, puis traitées comme les précédentes. $1^{cm^3},2$ de l'émulsion a été inoculé à un deuxième paralytique général.

Le premier malade n'a réagi que d'une façon à peine appréciable : légère poussée thermique au huitième jour, atteignant 38°, sans éruption cutanée. On a noté, au point d'inoculation, une plaque d'érythème prurigineux qui a persisté pendant 2 à 3 jours. Nous ne pensons pas que cet échec soit à mettre sur le compte de notre technique, qui est celle employée par Durand et Conseil à Tunis (1930), lorsqu'ils ont démontré le rôle joué par *R. sanguineus* dans la transmission de la maladie.

Le deuxième sujet, après 10 jours d'incubation, a présenté une poussée thermique qui a atteint 39,7 au troisième jour, et a persisté pendant 8 jours. En même temps est apparue l'éruption typique, papulo-nodulaire, assez discrète, mais suffisamment caractéristique pour permettre sans hési-

tation le diagnostic. Elle était principalement marquée à la face interne des genoux et ne respectait pas la face. Nous avons noté une zone légère d'inflammation au point d'injection, sans accident nécrotique. La réaction de Weil-Felix, faite au quinzième jour de la maladie, a été négative.

R. sanguineus peut donc héberger le virus de la fièvre méditerranéenne exanthématique en hiver, au moins pendant la première partie de cette saison. Il est possible aussi que le virus conservé par les tiques en hibernation sur les murs soit affaibli, puisque, malgré le grand nombre d'acariens employés, nous n'avons eu qu'un succès sur deux inoculations, et encore, le malade n'a présenté qu'une éruption discrète après une incubation de 10 jours.

La séance est levée à 15^h45^m.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 9 mars 1931.)

Note de M. *D. Schnéegans*, Observations sur la limite occidentale de la nappe du Briançonnais au sud de la Maurienne :

Page 631, ligne 1, *au lieu de* restes du flanc normal étiré, *lire* restes du flanc inverse étiré.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE FÉVRIER 1931 (*suite et fin*).

Phytoplankton (Diatomées Péridiniens) provenant des Campagnes scientifiques du prince Albert Ier de Monaco, par JULES PAVILLARD. In *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht*, par ALBERT Ier, prince souverain de Monaco, publiés sous sa direction avec le concours de M. JULES RICHARD. Fasc. 82. Imprimerie de Monaco, 1931; 1 vol. 35cm.

Les araignées venimeuses du Brésil méridional, par J. VELLARD. Turnhaut, Imprimerie « Lumen », s. d.; 1 fasc. 23cm,5. (Présenté par M. Caullery.)

Discours prononcés le 10 septembre 1930 aux obsèques de M. Philippe Glangeaud. Clermont-Ferrand, Imprimerie Générale de Bussac, 1930; 1 fasc. 24cm,5.

Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Équations, par VITO VOLTERRA. Volume III. London, Blackie and Son Limited, 1930; 1 vol. 22cm,5.

Les bases fondamentales de la métrologie pondérale dans l'antiquité, par M. C. SOUTZO. In *Bulletin de la Section historique de l'Académie roumaine*. Tome XVIII. Bucarest, Imprimerie nationale, 1930; 1 fasc. 23cm,5. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

L'action du radium et des rayons X. Publications reçues en 1930, par J. COSTANTIN. In *Annales des Sciences naturelles. Séries Botanique et Zoologie*. Tome XII. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 fasc. 25cm,5.

Faunes des colonies françaises. Tome IV : Fasc. I. *Curculionides de la Guadeloupe*, par A. HUSTACHE; Fasc. II. *Étude d'un mollusque nacrier, Le Troque* (Trochus niloticus *L.*), par J. RISBEC; Fasc. III. *Les insectes nuisibles au cotonnier dans les colonies françaises*, par PAUL VAYSSIÈRE; Fasc. IV. *Étude d'un Mammifère insectivore malgache, Le Géogale Aurita*, par G. GRANDIDIER et G. PETIT. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1930; 4 fasc. 25cm,5.

Trempe, recuit, revenu. III. *Résultats*, par LÉON GUILLET. Paris, Dunod, 1931; 1 vol. 25cm,5.

Cours de Physique de l'École Polytechnique. Tome II : *Thermodynamique — Optique*, par A. LAFAY. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. 28cm,5. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 MARS 1931.

PRÉSIDENCE DE M LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADEMIE.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les transformations des domaines cerclés bornés.* Note de MM. **Élie** et **Henri Cartan**.

1. Rappelons que, dans l'espace de deux variables complexes x et y, un domaine D est dit *cerclé* s'il contient l'origine ($x=y=0$) à son intérieur, et s'il admet les transformations

$$(1) \qquad x'=xe^{i\theta}, \qquad y'=ye^{i\theta} \qquad (\theta \text{ réel quelconque}).$$

L'origine est le *centre* du domaine.

On sait ([1]) que toute transformation analytique ([2]) qui laisse fixe l'origine et transforme un domaine cerclé borné en un domaine cerclé est nécessairement *linéaire*. Aussi dirons-nous que deux domaines cerclés sont *équivalents* si l'on peut les transformer l'un dans l'autre par une transformation linéaire homogène portant sur les variables complexes x et y.

Pour déterminer la forme la plus générale d'une correspondance analytique entre deux domaines cerclés bornés ([3]), dans le cas où les centres des

---

([1]) Henri Cartan, *Les fonctions de deux variables complexes et le problème de la représentation analytique* (*Journal de Math.*, 9e série, 10, 1931, p. 1-114; Chap. II, théorème VI). Voir aussi *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 718.

([2]) Il s'agit de transformations de la forme

$$x'=f(x, y), \qquad y'=g(x, y),$$

f et g étant des fonctions holomorphes des variables complexes x et y.

([3]) Si deux domaines cerclés sont en correspondance analytique, et si l'un d'eux est borné, l'autre est aussi borné (voir le Mémoire cité, Chap. II, § 6).

domaines ne sont pas homologues, il suffit pratiquement de résoudre le problème suivant :

Problème. — Déterminer *toutes* les transformations analytiques biunivoques d'un domaine cerclé borné D en lui-même.

M. Thullen [1] a déjà résolu ce problème dans le cas particulier des domaines de Reinhardt [2], c'est-à-dire des domaines qui admettent les transformations

$$x' = x e^{i\theta}, \qquad y' = y e^{i\varphi} \qquad (\theta \text{ et } \varphi \text{ réels quelconques}).$$

2. Nous avons résolu le problème posé et avons établi les théorèmes qui vont suivre.

a désignant un nombre réel quelconque compris entre 0 et 1 ($a \neq 1$), désignons par Δ_a le domaine cerclé constitué par l'ensemble des points x, y en lesquels sont simultanément vérifiées les inégalités suivantes :

$$(\Delta_a) \qquad |x| < 1, \qquad |y| < 1, \qquad \left|\frac{y - x}{1 - \bar{x}y}\right| < a \quad (^3).$$

Géométriquement, Δ_a se compose des points x, y tels que la distance non euclidienne de x et y, dans le cercle unité, soit inférieure à un nombre donné.

Théorème I. — *Si un domaine cerclé borné* D *n'est pas équivalent à un domaine de Reinhardt, et s'il admet au moins une transformation en lui-même, dans laquelle le centre n'est pas fixe, il est équivalent à un domaine* Δ_a.

Théorème II. — *Les transformations d'un domaine* Δ_a *en lui-même sont les*

---

(1) *Zu den Abbildungen durch analytische Funktionen*, etc. (*Math. Annalen*, 104, 1931, p. 244-259).

(2) Voici le résultat obtenu par M. Thullen. Si un domaine de Reinhardt borné admet au moins une transformation en lui-même, dans laquelle le centre n'est pas fixe, il a l'une des trois formes suivantes :

$$A|x|^2 + B|y|^\alpha < 1,$$
$$A|x|^\alpha + B|y|^2 < 1,$$
$$|x| < A, \quad |y| < B$$
$$(A > 0, \quad B > 0, \quad \alpha > 0).$$

On connaît d'ailleurs toutes les transformations analytiques qui laissent invariants ces domaines.

(3) Suivant l'usage, $\bar{y}$ désigne la quantité conjuguée de y.

suivantes :

$$x' = e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x}, \qquad y' = e^{i\theta}\frac{y+t}{1+\bar{t}y},$$

et

$$x' = e^{i\theta}\frac{y+t}{1+\bar{t}y}, \qquad y' = e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x},$$

θ *désignant un nombre réel quelconque, et* t *un nombre complexe arbitraire de module inférieur à un.*

Les transformations précédentes conservent tous les domaines Δ_a, et aussi le dicylindre

$$|x| < 1, \qquad |y| < 1,$$

qui correspondrait au cas $a = 1$.

Deux domaines Δ_a et Δ_b $(a \neq b)$ ne peuvent pas être mis en correspondance analytique.

3. Appelons (Γ) la classe des domaines cerclés suivants :

(I) $$|x|^\alpha + |y|^\alpha < 1 \qquad (\alpha > 0),$$

(II) $$|x| < 1, \qquad |y| < 1, \qquad \left|\frac{x-y}{1-\bar{y}x}\right| < a \qquad (0 < a \leqq 1),$$

et de leurs transformés par une substitution linéaire homogène arbitraire.

Des théorèmes précédents et des résultats de M. Thullen on déduit les propositions suivantes :

Théorème III. — *Soit* D *un domaine cerclé borné qui n'appartient pas à la classe* (Γ). *Toute transformation analytique, qui transforme* D *en un domaine cerclé* D′, *laisse fixe l'origine, et, par suite, est linéaire.*

Théorème IV. — *Soit* D *un domaine quelconque de la classe* (Γ). *Si* D *est en correspondance analytique avec un domaine cerclé* D′, *il existe une transformation de* D *en lui-même, amenant au centre de* D *l'homologue du centre de* D′; D *et* D′ *sont donc équivalents.*

4. Voici le principe de la démonstration des théorèmes I et II. Partons de la proposition suivante [1] : « Si un domaine cerclé borné D n'est pas équivalent à un domaine de Reinhardt, les seules transformations de D en lui-même, qui laissent fixe le centre, sont les substitutions (1), éventuellement combinées avec un groupe de substitutions linéaires *en nombre fini.* »

Cela posé, supposons donné un domaine cerclé borné D qui ne soit pas

---

[1] Voir le Mémoire déjà cité (Chap. IV, § 7, théorème XXVIII).

équivalent à un domaine de Reinhardt, et admettons l'existence d'une transformation S de D en lui-même, qui ne laisse pas fixe le centre. Considérons le plus petit groupe G contenant les substitutions (1) et les transformées de ces substitutions par S. Le groupe G sera le plus petit groupe de Lie contenant deux transformations infinitésimales données, dont l'une est

$$ix\frac{\partial f}{\partial x}+iy\frac{\partial f}{\partial y}, \tag{2}$$

et dont l'autre, de forme inconnue, ne laisse pas fixe l'origine. Mais nous savons que G est un sous-groupe du groupe de toutes les transformations de D en lui-même; G doit donc satisfaire aux deux conditions supplémentaires suivantes :

1° Toute transformation infinitésimale laissant fixe l'origine est identique à (2);

2° Il existe un domaine borné, invariant par G.

Or, les méthodes classiques de Lie permettent de déterminer tous les groupes qui satisfont aux conditions précédentes. Ils se ramènent, en effectuant au besoin une transformation linéaire sur x et y, à deux types G_1 et G_2

$$(G_1)\qquad x'=e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x},\qquad y'=ye^{i\theta}\frac{1-t\bar{t}}{(1+\bar{t}x)^2},$$

$$(G_2)\qquad x'=e^{i\theta}\frac{x+t}{1+\bar{t}x},\qquad y'=e^{i\theta}\frac{y+t}{1+\bar{t}y}\qquad (\theta \text{ réel}, |t|<1).$$

Les domaines bornés qui restent invariants par G_1 sont des domaines de Reinhardt. Ceux qui restent invariants par G_2 sont, outre le dicylindre, les domaines Δ_a.

THÉRAPEUTIQUE. — *Mode d'action de la malariathérapie.* Note de M. Paul Vuillemin.

Parmi les médications récentes, il en est peu qui eurent un succès plus retentissant que la malariathérapie. Le tabes et surtout la paralysie générale étaient considérés comme les formes les plus incurables de l'avarie supprimant chez le patient toute initiative et jusqu'à la conscience de sa responsabilité.

A la suite de l'inoculation de *Laverania vivax*, agent de la fièvre tierce, le malade sort de sa torpeur et peut assez souvent reprendre son rang et ses occupations dans la société.

Cette méthode fut inaugurée en 1917, à Vienne, par Wagner von Jauregg. On savait déjà que le *Treponema pallidum* ne cause pas de fièvre et supporte mal les hautes températures. Legrain (1913) songeait déjà à mettre à profit cette intolérance. Weichbrodt et Johnel (1918) constatent la guérison d'un chancre syphilitique chez le lapin à la suite de l'élévation de la courbe thermique à 42°. Mühlens, de Hambourg (1920), rappelle que, dans les régions tropicales, les accidents secondaires passent généralement inaperçus et que la paralysie générale est rare.

Convaincus que la malariathérapie agit en provoquant la fièvre, que c'est une pyrétothérapie, Plaut et Steiner (1919) emploient le *Borrelia duttoni*, agent de la récurrente à tiques. A. Marie (1925) le trouve supérieur au *Laverania vivax*, Schmidt-Ott (1927) emprunte des agents pyrétogènes aux Trypanosomes des animaux. Ayant reconnu que le *Trypanosoma brucei* donne la fièvre au lapin, il l'inocule dans un chancre syphilitique de cet animal et en amène le ramollissement, puis la stérilité qui, toutefois, ne s'étend pas aux ganglions. Le *Tr. equiperdum* de la dourine amène des effets analogues. Les essais ne furent pas étendus à l'homme.

On a encore préconisé, dans la paralysie générale, les agents du sodoku, de la fièvre de Malte, du pian.

A Vienne même, berceau de la malariathérapie, W. Saget (1926) obtient d'aussi brillants résultats à l'aide d'un procédé mettant hors de cause l'action de la chaleur. Il inocule le *Treponema pallidum* ayant gardé la vigueur primitive qui cause la syphilis. Il amende la paralysie générale sans allumer la fièvre. Il ne peut être question de pyrétothérapie dans ce cas. L'élévation thermique n'intervient pas davantage dans les autres procédés qui provoquent la fièvre.

Albert Viellard (1931) l'a bien compris. Il imagine une nouvelle théorie aussi incompatible avec les faits. Pour lui la Protozoaire vivant sous forme de mérozoïtes nus, analogues à des plasmodes ou mieux à des amibes, dévore toute granulation très fine existant dans la circulation sanguine; c'est une microzoophagie.

Une telle hypothèse est évidemment inapplicable aux expériences réalisées avec les Spirochètes, les Trypanosomes, les Tréponèmes. Quant aux agents du paludisme, ils ne s'alimentent pas dans le plasma sanguin; ils se nourrissent d'hémoglobine à l'intérieur des globules rouges et, quand ils quittent une hématie usée à la suite de leur partition intraglobulaire, la contractilité de leurs pseudopodes leur sert à attaquer au plus vite un nouveau globule. Supposons, pour entrer dans les vues de l'auteur, que les

mérozoïtes libérés s'attardent à y jouer un rôle épurateur, la paralysie générale ne saurait en être influencée, pour la bonne raison que les *Treponema* ne circulent pas dans le sang.

Dans la paralysie générale, le *Treponema pallidum* n'a plus, comme au stade syphilitique, une vigueur suffisante pour s'attaquer au tissu conjonctivo-vasculaire, il se rattrape sur l'endothélium d'origine épendymaire qui, en s'insinuant dans les anfractuosités du système cérébro-spinal, constitue la névroglie. C'est là son repaire, où les parasites amiboïdes les plus voraces n'iront pas le déranger. Au reste les leucocytes, organes amiboïdes du corps humain, n'englobent pas les *Treponema*; on n'est pas en droit d'attribuer une action de cet ordre aux agents de la malariathérapie.

Faut-il conclure que ce procédé, dont l'efficacité est incontestée, est purement empirique et devons-nous renoncer à lui trouver une base scientifique? Nous n'en sommes pas réduits à cette extrémité. La malariathérapie et ses succédanés efficaces n'influencent pas le parasite; ils réveillent l'activité de l'organisme en substituant à une infection devenue torpide une infection vive. Les agents utiles ont une propriété commune : ce sont des antigènes dont le principe actif est une protéine. On leur substituera avec avantage des protéines naturelles ou synthétiques dont la formule et le mode d'emploi restent à préciser.

En faisant hommage à l'Académie du sixième élément paru (Tome troisième) de sa *Description géométrique détaillée des Alpes françaises*, M. **Paul Helbronner** s'exprime en ces termes :

Lors de la présentation, dans la séance du 23 juin 1930, du précédent volume paru (Tome second), je signalais que si cette publication pouvait se poursuivre à une cadence relativement aussi rapide, c'est que j'avais mené l'exécution d'une grande partie des calculs concurremment à la réalisation, depuis leur début, des observations sur le terrain.

Le présent élément vient encore bénéficier de cette ancienne et longue méthode. La région qui s'y trouve en effet décrite est comprise entre les cours de l'Arve et de l'Isère et limitée à l'Est par la frontière italienne, et les résultats proviennent principalement, à quelques exceptions près, de mes campagnes des années 1912 et 1913. Un millier de tours d'horizon géodésiques y sont donnés en suivant le même mode de classement et d'appréciation de la précision que pour les précédents. Ils sont accompagnés de 20 tours ou fractions de tours d'horizon photographiques dont la plupart

mesurent de $1^m,50$ à $2^m,30$ de développement. Toutefois l'un des ensembles reproduits dans ce volume présente une longueur quelque peu inusitée, ayant trait à un panorama téléphotographique que j'ai eu la chance de pouvoir exécuter, sans solution de continuité par la juxtaposition de 27 clichés dont la série des tirages s'étend sur 6^m de longueur, traduisant la partie orientale du demi-tour d'horizon du Charvin, sommet relativement peu élevé (2410^m), mais qui, situé très en avant-garde de l'alignement de la grande chaîne vers l'Ouest donne des perspectives très étendues.

L'ensemble de la publication, comporte dans son état actuel six éléments parus : les Tomes I, II, III, VIII et IX et l'album annexe du Tome II. D'autre part sont à l'impression les Tomes IV et V (Massifs des Bauges, de la Grande Chartreuse, d'Allevard, des Grandes Rousses et des Arves), pour paraître vraisemblablement avant la fin de l'année 1931.

La rédaction des Tomes VI et VII, décrivant les grands massifs de la Maurienne et de la Tarentaise, est en cours tandis que s'achèvent les tout derniers calculs relatifs aux puissants massifs de l'Oisans (Pelvoux-Ecrins) dans le Dauphiné et qui doivent faire l'objet du Tome X.

L'album annexe de ce Tome X donnant le tour d'horizon du sommet du Pelvoux en 6^m de longueur, que je dessinai et peignis à l'aquarelle, il y a une trentaine d'années, est prêt à être exécuté en couleur avec sa légende détaillée. Seuls les calculs des deux derniers tomes, XI (Massifs du bassin du Guil et du bassin de l'Ubaye), et XII (Alpes Maritimes avec les Tables générales), demanderont encore un certain temps.

Mais autant qu'il est permis de faire des prévisions plusieurs années d'avance il ne me semble pas trop audacieux, à moins que quelque grave événement ne vienne m'arrêter, d'espérer l'achèvement complet de la publication pour le début de l'année 1936, heureux à cette occasion de rendre justice à la collaboration dévouée de la maison Gauthier-Villars et de son personnel.

M. Antoine Thomas fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *L'anc. franc.* pichar *et l'étimolojie du franc,* cloporte, *réponse à une qestion.*

NOMINATIONS.

M. **P. Painlevé** est désigné pour représenter l'Académie à la *Commission française de Coopération intellectuelle*.

MM. **G. Ferrié**, **C. Gutton**; **P. Brenot**, **R. Bureau**, **R. Jouaust**, **L. Jullien**, **M. Latour**, **P. Le Corbeiller**, **P. Lejay**, **R. Mesny**, **E. Picault** sont délégués à l'Assemblée générale de l'*Union radioscientifique internationale* qui se tiendra à Copenhague à partir du 27 mai 1931.

CORRESPONDANCE.

L'**Académie d'Athènes** adresse l'expression de ses condoléances à l'occasion du décès de M. *P. Termier*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Introduction à la Géométrie projective différentielle des surfaces*, par Guido Fubini et Eduard Čech. (Présenté par M. E. Cartan).

2° *Le Glycogène dans le développement des tumeurs des tissus normaux et des êtres organisés. Physiologie normale et pathologique*, par A. Brault. (Présenté par M. Ch. Achard.)

ALGÈBRE. — *Sur les zéros des polynomes*. Note de M. **J. Favard**, présentée par M. Hadamard.

Soit une suite de constantes $c_0, c_1, \ldots, c_n, \ldots$ ($c_0 > 0$) et un polynome

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_k x^k$$

dont les coefficients sont réels et satisfont à la relation

$$c_0 a_0 + c_1 a_1 + \ldots + c_k a_k = 0. \tag{1}$$

J'ai démontré que, pour que tout polynome $f(x)$ satisfaisant à (1) ait au moins une racine réelle, il est nécessaire et suffisant que le problème des moments

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^n \, d\Psi = c_n \qquad (n = 0, 1, \ldots) \ (\Psi \text{ non décroissante})$$

ait au moins une solution.

En utilisant un résultat de M. J. Chokhate (¹), on peut dire que :

La condition nécessaire et suffisante pour que tout polynome $f(x)$ satisfaisant à la condition (1) ait au moins une racine réelle comprise entre a et b $(-\infty \leqq a < b \leqq +\infty)$ est que le problème des moments

$$\int_{a}^{b} x^n \, d\Psi = c_n \qquad (n = 0, 1, \ldots)$$

ait au moins une solution.

Laissant de côté le cas particulier où la fonction Ψ n'aurait qu'un nombre fini de points de croissance, nous désignerons par $\Phi_n(x)$ le polynome de Tchebichef de degré n de la fonction Ψ et par $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les racines de ce polynome $(x_1 < x_2 < \ldots < x_n)$.

Les polynomes dont nous nous occupons sont ceux pour lesquels

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \, d\Psi = 0.$$

On démontre alors les résultats suivants :

1° Tout polynome $f(x)$, satisfaisant à la condition précédente et dont le degré ne dépasse pas $2n-1$, a au moins une racine ξ telle que $x_1 \leqq \xi \leqq x_n$ et cette limitation est la meilleure possible.

2° Si n est pair $(n = 2k)$, les polynomes $f(x)$ de degré pair, ne dépassant pas $2n$, ont au moins une racine extérieure à l'intervalle (x_i, x_{i+1}) quel que soit i, pourvu, naturellement, que $1 \leqq i \leqq n-1$.

Les résultats précédents donnent, comme cas particulier, un résultat de M. Paul Montel complété par M. Tchakaloff (²) sur le théorème des

(¹) J. Chokhate, *Sur les quadratures mécaniques et sur les zéros des polynomes de Tchebichef dans un intervalle infini* (*Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 597).

(²) Paul Montel, *Sur quelques conséquences du théorème de Rolle* (*Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 511), et *Sur les zéros des dérivées des fonctions analytiques* (*Bull. de la Soc. math. de France*, **48**, 1930, p. 106). — L. Tchakaloff, *Sur le théorème des accroissements finis* (*Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 32).

accroissements finis, c'est-à-dire sur les zéros des polynomes tels que

$$\int_{-1}^{+1} f(x)\,dx = 0.$$

Relativement à ces polynomes, on obtient également le résultat suivant (traduction de la proposition 2° dans un cas particulier) : un polynome $f(x)$ de degré pair, satisfaisant à la condition précédente, et dont le degré ne dépasse pas $4k$, a au moins un zéro réel dont le module n'est pas dépassé par le module commun des deux zéros du polynome de Legendre de degré $2k$ qui ont le module le plus petit, et cette limitation est la meilleure possible.

Comme application des résultats précédents je signalerai encore le résultat suivant : un polynome trigonométrique de la forme

$$a_1 \cos\delta + a^2 \cos 2\delta + \ldots + a_{2n-1} \cos(2n-1)\delta$$

a au moins un zéro dans l'intervalle $\left(\frac{\pi}{2n}, \pi - \frac{\pi}{2n}\right)$.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Généralisations d'un théorème de M. E. Slutsky*. Note de M. **V. Romanovsky**, présentée par M. Émile Borel.

M. E. Slutsky a publié (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 169) un théorème (théorème B de sa Note) qui donne un procédé pour construire des séries des quantités aléatoires obéissant à la loi sinusoïdale limite. Ce procédé consiste dans l'application répétée de la sommation glissante par deux des membres d'une série des quantités aléatoires indépendantes suivie par les différentiations finies. La généralisation du théorème B qui fait le but de cette Note consiste dans l'extension du résultat de M. E. Slutsky au cas de la sommation glissante par un nombre quelconque s.

Soit $\ldots x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \ldots$ une série des quantités aléatoires telles que

$$\mathrm{E}x_i = 0, \qquad \mathrm{E}x_i^2 = \sigma_x^2 = \text{const.}, \qquad \mathrm{E}x_i x_{i+k} = 0 \quad (k \gtrless 0).$$

La sommation glissante par s répétée n fois nous donne

$$x_i^{(1)} = x_i + x_{i-1} + \ldots + x_{i-s+1}, \qquad x_i^{(2)} = x_i^{(1)} + x_{i-1}^{(1)} + \ldots + x_{i-s+1}^{(1)}, \qquad \ldots,$$
$$y_i = x_i^{(n)} = x_i^{(n-1)} + x_{i-1}^{(n-1)} + \ldots + x_{i-s+1}^{(n-1)}.$$

et la différentiation finie de l'ordre m de y_i donne

$$z_i = \Delta^m y_i = \sum_{h=0}^{m} (-1)^h C_m^h y_{i+m-h}.$$

THÉORÈME. — *Si n et m croissent indéfiniment et de sorte que $\frac{m}{n} \to \alpha \neq 1$, la série (z) : $\ldots z_{i-1}, z_i, z_{i+1}, \ldots$ obéit à la loi sinusoïdale limite quel que soit $s \geqq 2$.*

En effet on trouve d'abord

$$(1) \qquad z_i = \sum_{h=0}^{\mu} L_h^{(m,n)} x_{i-h} \qquad [\mu = m + n(s-1)],$$

où $L_h^{(m,n)}$ sont définis par le développement

$$(2) \qquad (1-x)^{m-n}(1-x^s)^n = \sum_{h=0}^{\mu} L_h^{(m,n)} x^h.$$

A l'aide de (1) on obtient ensuite

$$E z_i^2 = \sigma_x^2 \sum_{h=0}^{\mu} (L_h^{(m,n)})^2, \qquad E z_i z_{i+k} = \sigma_x^2 \sum_{h=0}^{\mu-k} L_h^{(m,n)} L_{h+k}^{(m,n)}.$$

Mais la relation (2) permet de vérifier que

$$\sum_{h=0}^{\mu} (L_h^{(m,n)})^2 = L_\mu^{(2m,2n)}, \qquad \sum_{h=0}^{\mu-k} L_h^{(m,n)} L_{h+k}^{(m,n)} = L_{\mu+k}^{(2m,2n)};$$

donc on aura pour le coefficient de corrélation $r_k^{(m,n)}$ de z_i et z_{i+k}

$$(3) \qquad r_k^{(m,n)} = \frac{L_{\mu+k}^{(2m,2n)}}{L_\mu^{(2m,2n)}}.$$

Maintenant, en examinant attentivement la démonstration du théorème A de la Note citée de M. E. Slutsky, on s'assurera que la série (z) obéit à la loi sinusoïdale limite à une période finie si $\lim r_1^{(m,n)} = R < 1$ et $\lim r_2^{(m,n)} = R_2 = 2R_1^2 - 1$, la loi sinusoïdale dégénérant en la loi oscillante $z_{i+h} = (-1)^h z_i$ si $R_1 = -R_2 = 1$. En effet, en retenant les notations de M. E. Slutsky, on aura dans ces conditions

$$\lim \rho_1 = -1, \qquad \lim E\beta_{i+2} = 2 - 4R_2^1 + 2R_2 = 0$$

et la période L de la loi sinusoïdale sera définie par l'équation

$$\cos\frac{2\pi}{L} = r_1^{m,n} < 1,$$

donc sera finie. Pour $R_1 = -1$, $R_2 = 1$, la loi limite satisfera l'équation $\Delta^2 z_i = -4 z_{i+1}$ et sera de la forme $z_{i+h} = (-1)^h z_i$.

Ensuite, en s'aidant de la relation presque évidente $L_{h+1}^{(m+1,n)} = L_{h+1}^{(m,n)} - L_h^{(m,n)}$, on établit que $1 - r_2^{(m,n)} = 2(1 - r_1^{(m,n)}), (1 + r_1^{(m+1,n)})$, d'où l'on voit que si R_1 existe, R_2 existe aussi et $= 2R_1^2 - 1$. Par conséquent, la série (z) obéit à la loi sinusoïdale limite, y compris la loi oscillante comme cas de dégénérescence, quand R_1 existe et $\neq +1$.

En s'appuyant maintenant sur la formule

$$L_{\mu+k}^{(2m,2n)} = \frac{1}{2\pi i}\int_{|x|=1} (1-x)^{2m-2n}(1-x^s)^{2n} x^{-\mu-k-1}\,dx,$$

on trouve par les transformations simples

$$L_{\mu+k}^{2m,2n} = (-1)^m \frac{2^{2m+1}}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m-2n} t \sin^{2n} st \cos 2kt\,dt,$$

d'où

$$r_1^{m,n} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m-2n} t \sin^{2n} st \cos 2t\,dt}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m-2n} t \sin^{2n} st\,dt}.$$

En appliquant aux intégrales de cette égalité la méthode connue de Laplace pour évaluation des intégrales dépendant de très grands nombres, on trouve sans grande difficulté que

$$(4) \qquad R_1 = \cos 2\theta,$$

θ étant la valeur de t qui donne le maximum maximorum de

$$h(t) = \log[\sin^{2(\alpha-1)} t \sin^2 st]$$

dans l'intervalle $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ et satisfait à l'équation

$$(5) \qquad h'(t) = 2\left[(\alpha - 1)\frac{\cos t}{\sin t} + s\frac{\cos st}{\sin st}\right]$$
$$= \frac{2}{z}\left[\alpha - 1 + s\frac{1 - C_s^2 z^2 + C_s^4 z^4 - \ldots}{C_s^1 - C_s^3 z^2 + C_s^5 z^4 - \ldots}\right] = 0 \qquad (z = \tan g t).$$

En inspectant l'allure des courbes $y = \log \sin^{2(\alpha-1)} t$ et $y = \log \sin^2 st$ dans $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ on s'assure que cette valeur θ existe toujours et $\neq 0$ si $\alpha \neq 1$ quel que soit $s \geqq 2$. Pour $\alpha < 1$ et ε quelconque, θ est contenue dans l'intervalle $\left(0, \frac{\pi}{2s}\right)$ et correspond à la plus petite racine de (5); pour $\alpha > 1$ et s pair, θ se trouve dans l'intervalle $\left[\frac{(s-1)\pi}{2s}, \frac{\pi}{2}\right]$ et correspond à la plus grande racine de l'équation (5); pour $\alpha > 1$ et s impair, $\theta = \frac{\pi}{2}$; donc $R_1 = -1$, $R_2 = 1$ et la loi sinusoïdale dégénère : nous avons dans ce cas la loi oscillante limite.

On pourrait compléter le théorème démontré par considération du cas $\alpha = 1$, mais sa discussion est un peu longue et nous l'omettons ici.

Nous remarquerons encore que le schéma stocastique qui est à la base de la série (z) n'est autre chose qu'une chaîne simple de Markoff, ce qui ouvre une voie plus générale pour l'étude des séries obéissant à la loi sinusoïdale limite.

GÉOMÉTRIE. — *Sur quelques théorèmes relatifs aux variétés non holonomes et aux systèmes de formes de Pfaff.* Note [1] de M. G. **Vranceanu**, présentée par M. Élie Cartan.

Étant données n formes de Pfaff indépendantes $ds_1, ds_2, \ldots, ds_n$ dans n variables $x^1, x^2, \ldots, x^n$

$$ds_a = \sum_{1}^{n}{}_i \lambda_{a|i}\, dx^i \qquad \left(dx^i = \sum_{1}^{n}{}_a \lambda^i_a\, ds_a\right),$$

je rappelle qu'on peut définir une variété non holonome V_n^m [2], comme la variété ayant ses propriétés invariantes par rapport au groupe de transformations de formes de Pfaff

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} d\bar{s}_h &= \sum_{1}^{m}{}_k e_h^k\, ds_k,\\ d\bar{s}_{h'} &= \sum_{m-1}^{n}{}_{k'} \lambda_{h'}^{k'}\, ds_{k'}, \end{aligned}\right.$$

$$(m < n;\ h = 1, 2, \ldots, m;\ h' = m+1, \ldots, n),$$

(1) Séance du 16 mars 1931.

(2) Voir mon Mémoire, *Studio geometrico dei sistemi anolonomi* (*Annali di Matematica*, 4e série, 6, 1929, p. 9.

où les fonctions c_h des x sont les éléments d'un déterminant orthogonal et les $e_{h'}^{k'}$ sont des fonctions quelconques des x, à déterminant différent de zéro. Comme invariants principaux du groupe (1), nous avons évidemment la forme quadratique

$$(2) \qquad ds^2 = ds_1^2 + ds_2^2 + \ldots + ds_m^2,$$

appelée aussi la métrique de la V_n^m, et le système de Pfaff formé par les $n - m$ équations

$$(3) \qquad ds_{h'} = 0 \qquad (h' = m+1, \ldots, n),$$

appelées aussi équations de non-holonomie de la variété V_n^m.

Il s'agit de faire voir ici, en premier lieu, que le nombre minimum de variables qu'on peut laisser figurer dans un de ces invariants est en relation avec les trois tenseurs du troisième ordre de la V_n^m.

Il est bien connu que le nombre minimum de variables qu'on peut laisser figurer dans les équatioms (3) est égal au nombre d'équations indépendantes du système caractéristique [1], qui s'obtient, comme on peut le vérifier facilement, en associant aux équations (3) les équations suivantes :

$$(3) \qquad \sum_1^m {}_e\, w_{ke}^{h'}\, ds_e = 0 \qquad (k \leq m) \qquad \left[w_{bd}^a = \sum_1^n {}_{i,j} \left(\frac{\partial \lambda_{a|i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \lambda_{a|j}}{\partial x^i} \right) \lambda_b^i \lambda_d^j \right],$$

où les $w_{ke}^{h'}$ sont précisément les composantes du tenseur d'intégrabilité des équations de non-holonomie.

Cela dit, nous avons le théorème suivant :

Le nombre minimum de variables, qu'on peut laisser figurer dans la métrique (2) *de la* V_n^m, *est égal au nombre des équations indépendantes du système complètement intégrable suivant :*

$$(4) \quad ds_h = 0, \qquad \sum_{m+1}^n {}_{e'}\, w_{k'e'}^h\, ds_{e'} = 0, \qquad \sum_{m+1}^n {}_{e'} (w_{ke'}^h + w_{he'}^k)\, ds_{e'} = 0 \qquad (k' > m,\ h, k \leq m),$$

où $w_{k'e'}^h$ *sont les composantes du tenseur d'intégrabilité des premières équations* (4) *et* $w_{he'}^h + w_{he'}^k$ *sont les composantes du tenseur de la seconde forme de la* V_n^m. On voit que les premières et secondes équations (4) constituent le système caractéristique des premières équations (4) et, par conséquent, si

[1] Voir Éd. Goursat, *Leçons sur le problème de Pfaff*, p. 268 (Hermann, Paris, 1922).

là V_n^m est totalement géodésique ($w_{he'}^h + w_{he'}^k = 0$), on peut laisser figurer dans la métrique (2) le même nombre de variables que dans le système $ds_1 = \ldots = ds_m = 0$. Si ce système est complètement intégrable, ce nombre minimum est égal à m, et nous avons ainsi une généralisation du théorème de Hadamard-Bompiani relatif à une famille de variétés totalement géodésiques.

Le théorème peut aussi s'énoncer : Étant données m formes de Pfaff ds_1, $ds_2, \ldots, ds_m$, qui sont déterminées abstraction faite d'une transformation orthogonale à coefficients dépendant des x, le nombre minimum de variables qu'on peut laisser figurer dans ces formes est égal au nombre des équations indépendantes du système (4).

Le théorème peut être étendu à un système quelconque de formes de Pfaff. *Si nous avons m formes de Pfaff* $ds_1, ds_2, \ldots, ds_m$, *le nombre minimum de variables, qu'on peut laisser figurer dans ces formes, est égal au nombre d'équations indépendantes du système complètement intégrable*

$$(5) \qquad ds_h = 0, \qquad \sum_{m+1}^{n} {}_{e'} w_{k'e}^h ds_{e'} = 0, \qquad \sum_{m+1}^{n} {}_{e'} w_{ke'}^h ds_{e'} = 0.$$

Il existe des relations étroites entre le nombre minimum de variables des invariants (2) et (3), et le nombre maximum de paramètres du groupe d'applicabilité de la V_n^m, mais nous nous limitons à donner ici le théorème suivant : *Si nous avons une* V_n^2 ($n \geq 4$), *et si le système* (3) *de* $n - 2$ *équations dans n variables est un système spécial* (¹), et n'a aucune combinaison intégrable, la V_n^2 ne peut avoir au maximum qu'un groupe simplement transitif d'applicabilité. Ce théorème peut avoir des applications en Mécanique, au cas des mouvements de roulement, sans glissement d'une courbe sur une surface, car les conditions de non-glissement, forment en ce cas un système spécial de deux équations dans quatre variables, sans aucune combinaison intégrable. De même les conditions de non-glissement et de non-pivotement forment aussi un système spécial de trois équations dans cinq variables sous combinaison intégrable, sauf le cas où il est complètement intégrable, ce qui arrive seulement si la courbe est une *ligne droite*.

Nous avons aussi le théorème : *Si l'on considère une* V_5^3, *où le système* (3) *de deux équations est de classe cinq sans aucune combinaison intégrable, elle peut avoir au maximum un groupe transitif à six paramètres.*

(¹) Voir E. Goursat, déjà cité, p. 326.

De même *si les équations de non-holonomie d'une* V_n^m *n'ont aucune combinaison intégrable, le groupe d'applicabilité de la variété est toujours fini et peut avoir au maximum* $n + \frac{m(m-1)}{2}$ *paramètres.*

THÉORIE DES GROUPES. — *Groupes topologiques, groupes fuchsiens, groupes libres.* Note de MM. **Chevalley** et **Herbrand**, présentée par M. J. Hadamard.

Nous voudrions montrer, dans cette Note, comment certains théorèmes sur les groupes infinis dénombrables peuvent être démontrés d'une manière très simple et quasi intuitive par des considérations empruntées à la Théorie des surfaces de Riemann, ou, ce qui revient au même, des groupes fuchsiens.

1. Soit donc une riemannienne r (multiplicité bidimensionnelle orientable); une riemannienne R est dite de recouvrement sur r, si, à chaque point A de r, on peut faire correspondre un ensemble fini ou dénombrable de points de R qui se déplacent chacun d'une manière continue avec A (1). Le nombre de ces points est dit le « degré » de R par rapport à r. Si, quand A tend vers B, plusieurs des points correspondants tendent vers un même point de R, ce point est dit un « point de ramification » de R.

Partons d'un point O de r, et décrivons un circuit revenant en O; au retour, les points correspondants de R auront subi une permutation; ces permutations forment, on le voit sans peine, un groupe indépendant du point initial O; c'est le groupe topologique (ou de monodromie) de R par rapport à r. On peut développer alors une théorie analogue à celle de Galois, les mots « surface de recouvrement » et « groupe topologique » remplaçant les mots « extension algébrique » et « groupe de Galois ». En particulier (comparez Reidemeister, *Göttinger Nachrichten*, 1928, p. 72 et 73) :

R *étant une riemannienne de recouvrement de* r, *de groupe* G, *les riemanniennes* ρ *de recouvrement sur* r, *telles que* R *soit de recouvrement sur* ρ, *correspondent biunivoquement aux sous-groupes* g *de* G, *la correspondance étant réalisée par le fait que* g *est le groupe de* R *par rapport à* ρ. *L'indice de* g *(fini ou infini) est égal au degré de* ρ *par rapport à* r.

Remarquons que, si à un point de r correspondent des points de ramification de ρ, il y correspond aussi sûrement des points de ramification de R.

(1) Voir pour ces notions : Kœbe, *Acta math.*, 50, 1927, p. 119 et suiv., et Poincaré, *Acta math.*, 31, 1908, p. 19 et suiv.

Nous supposerons désormais que ρ est de degré fini sur r, et que r (ainsi donc que ρ) est une surface de Riemann algébrique ordinaire. R et ρ peuvent alors être représentées, comme on sait, comme formées de feuillets identiques à r, empilés les uns sur les autres, et réunis par des coupures convenables. Soit W le nombre des points de ramification de ρ par rapport à r, en comptant $j-1$ fois un point d'ordre j. Dans ce qui suit, ce nombre sera toujours fini, parce que les points de ramification de R correspondront à un nombre fini de points de r. Soient p le genre de r, P celui de ρ. On a

$$2(P-1) = W + 2n(p-1). \tag{1}$$

C'est la généralisation d'une formule connue de Riemann (PICARD, *Traité d'Analyse*, 2e édition, 2, Chap. XIII, § 19), et on l'en déduit sans difficulté.

2. Prenons d'abord pour R la surface de recouvrement maximum non ramifiée sur r; elle est caractérisée par le fait qu'elle est non ramifiée sur r et simplement connexe. La théorie des rétrosections sur une surface de Riemann algébrique nous montre que le groupe de R est engendré par $2p$ générateurs $A_1, A_2, \ldots, A_p, B_1, B_2, \ldots, B_p$, entre lesquels existe la seule relation

$$A_1 B_1 A_1^{-1} B_1^{-1} A_2 B_2 A_2^{-1} B_2^{-1} \ldots A_p B_p A_p^{-1} B_p^{-1} = 1.$$

Nous appellerons un tel groupe, un groupe *quasi libre* d'espèce p.

A un sous-groupe g d'indice fini n d'un tel groupe va correspondre une riemannienne ρ de genre P ; R est non ramifiée sur ρ et simplement connexe. g, groupe de R par rapport à ρ, est donc quasi libre d'espèce P. D'ailleurs $W = 0$. D'où [d'après la formule (1)] le

THÉORÈME 1. — *Tout sous-groupe d'indice fini n d'un groupe quasi libre d'espèce p est quasi libre d'espèce $n(p-1)+1$.*

3. Soient r' la surface obtenue en enlevant de r les points $M_1, M_2, \ldots, M_{q+1}$; R la plus grande surface de recouvrement de r' non ramifiée sur r'. Comme précédemment, elle est caractérisée par le fait qu'elle est simplement connexe; on voit comme plus haut que G est ici engendré par $2p+q+1$ générateurs $A_1, A_2, \ldots, A_p$; $B_1, B_2, \ldots, B_p$; $C_1, C_2, \ldots, C_{q+1}$, entre lesquels existe la seule relation

$$C_1 C_2 \ldots C_{q+1} A_1 B_1 A_1^{-1} B_1^{-1} \ldots A_p B_p A_p^{-1} B_p^{-1} = 1.$$

G est donc un groupe libre [1] à $2p+q$ générateurs. Supposons main-

[1] Un groupe libre est un groupe engendré par des générateurs entre lesquels il n'y a aucune relation.

tenant $p = 0$; soit g un sous-groupe d'indice n de G; il correspond à une riemannienne ρ'. On voit immédiatement qu'en ajoutant à ρ' les points correspondant aux points M_i, ρ' se transforme en une riemannienne ρ de recouvrement de r; soit P son genre. Soit K le nombre des points de ρ correspondant aux points M_i; R est non ramifié sur ρ' et simplement connexe, son groupe g par rapport à ρ' est donc libre avec $2P + K - 1$ générateurs. Un point M_i correspond à k_i points, de ramification ou non, de ρ, d'ordres $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \ldots, \alpha_{ik_i}$ ($\alpha_{ij} = 1$ pour un point non de ramification) de somme n; donc $W = \Sigma(\alpha_{ij} - 1) = n(q + 1) - K$; on a P par la formule (1), d'où le

THÉORÈME 2. — *Tout sous-groupe d'indice fini n d'un groupe libre à q générateurs est un groupe libre à* $Q = n(q - 1) + 1$ *générateurs* (¹).

Les groupes fuchsiens donnent une démonstration différente en apparence, très simple et très intuitive. Un groupe libre G à q générateurs est isomorphe à un groupe fuchsien dont le polygone fondamental a $q + 1$ sommets, tous sur le cercle fondamental. Si g est un sous-groupe d'indice fini n, il est isomorphe à un groupe fuchsien dont le polygone fondamental s'obtient en réunissant n des polygones précédents (on le voit de la manière la plus simple, en imaginant l'intérieur du cercle fondamental appliqué sur R, de manière que chaque feuillet s'applique sur un polygone : à r' correspond un polygone, à ρ' un ensemble de n polygones contigus). On obtient ainsi un nouveau polygone de $q + 1 + (n - 1)(q - 1) = Q + 1$ sommets, tous sur le cercle fondamental (car, si l'on ajoute les polygones les uns après les autres, chaque polygone a deux sommets en commun exactement avec l'ensemble des précédents). On retrouve bien un groupe libre à Q générateurs.

4. Les méthodes précédentes peuvent s'étendre aux sous-groupes d'indice infini, et sont susceptibles de bien d'autres applications; citons encore le

THÉORÈME 3. — *Tout sous-groupe d'indice fini d'un groupe fuchsien de première espèce, c'est-à-dire d'un groupe engendré par les générateurs* C_1, $C_2, \ldots, C_q, A_1, \ldots, A_p, B_1, \ldots, B_p$, *entre lesquels existent les seules relations*

$$C_i^{n_i} = 1 \quad (i = 1, 2, \ldots, q). \qquad C_1 C_2 \ldots C_q A_1 B_1 A_1 B_1^{-1} \ldots A_p B_p A_p^{-1} B_p^{-1} = 1,$$

est un groupe fuchsien de première espèce.

(¹) Théorème déjà démontré par SCHREIER, *Hamb. Abh.*, 5, 1927, p. 161 et suiv. Voir aussi NIELSEN, *Matem. Tidsskrift*, B, 1921, p. 77 et suiv.; LEVI, *Math. Zeitsch.*, **32**, 1930, p. 315, et HUREWICZ, *Hamb. Abh.*, 8, 1931, p. 307, qui ne donnent pas le nombre de générateurs du sous-groupe.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de fonctions parfaitement additives d'ensembles abstraits.* Note de M. **Otton Nikodym**, présentée par M. Émile Borel.

Soit donnée une variété abstraite et non vide 1 dont les éléments sont de nature quelconque. Appelons *corps d'ensembles* (relativement à 1) toute classe K non vide de sous-ensembles de 1, jouissant des propriétés suivantes :

1° Si $E \in K$, on a $1 - E \in K$;

2° Si tous les éléments d'une suite infinie $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ appartiennent à K, il en est de même pour leur somme.

Par une *fonction d'ensembles* de K nous entendrons toute fonction $f(E)$ dont les valeurs sont des nombres réels et qui est définie pour tout $E \in K$. La fonction $f(E)$ s'appelle *parfaitement additive*, si

$$f(E_1) + f(E_2) + \ldots = f(E_1 + E_2 + \ldots),$$

quelle que soit la suite infinie d'ensembles $E_1, E_2, \ldots$ disjoints du corps K.

Nous ne parlerons que des suites infinies

$$f_1(E), \quad f_2(E), \quad \ldots, \quad f_n(E), \quad \ldots$$

de fonctions parfaitement additives d'ensembles d'un corps K fixe, mais arbitraire d'ailleurs.

Or, en ce qui concerne de telles suites, on peut démontrer les deux théorèmes suivants :

I. Si, quel que soit $E \in K$, il existe un nombre M_E (qui peut dépendre de E), tel que

$$|f_n(E)| < M_E, \qquad \text{pour tout } n = 1, 2, \ldots,$$

il existe un nombre $M > 0$, tel que

$$|f_n(E)| < M, \qquad \text{pour tout } n \text{ et tout } E \in K.$$

II. Si la suite $\{f_n(E)\}$ de fonctions parfaitement additives est convergente pour tout $E \in K$, la limite

$$f(E) = \lim_{n \to \infty} f_n(E)$$

est aussi une fonction parfaitement additive de K.

La démonstration du théorème II s'appuie sur le théorème I.

ÉLASTICITÉ. — *Représentation, en grandeur et en direction, des efforts intérieurs dans le cas des problèmes d'élasticité plane.* Note de M. **Tesar**, présentée par M. Mesnager.

L'objet de la présente Note est d'exposer une méthode pour représenter les efforts intérieurs dans l'équilibre en élasticité plane par deux figures constituées par deux systèmes de courbes orthogonales.

Supposons connues les tensions principales ν_1 et ν_2 le long d'une série de courbes isostatiques. Pour arriver à représenter les efforts intérieurs, il suffit de juxtaposer à la figure des courbes isostatiques une autre figure, dessinée à *l'échelle de forces*, et donnant une *représentation vectorielle des efforts normaux aux courbes isostatiques*. A chaque élément infiniment petit ds_1 ou ds_2 d'une courbe isostatique correspond dans la figure des forces un vecteur $d\sigma_1$, ou $d\sigma_2$ orienté normalement à ds_1 ou ds_2, représentant une force infiniment petite, égale au produit de l'élément par la tension principale normale

$$d\sigma_1 = \nu_2\, ds_1 \qquad \text{ou} \qquad d\sigma_2 = \nu_2\, ds_2.$$

On établit ainsi facilement la figure des forces en s'aidant des règles bien connues de la statique graphique, concernant les polygones dynamiques ou polygones des forces. En effet les courbes de la figure des forces correspondant aux courbes isostatiques ne sont que les polygones dynamiques des efforts normaux aux sections isostatiques.

La figure des forces est une représentation conforme de la solution du problème : à chaque point de la figure des isostatiques correspond sans ambiguïté un seul point dans la figure des forces. A chaque section ds, en général inclinée par rapport aux courbes isostatiques, correspond dans la figure des forces un élément dynamique $d\sigma$ dont la direction est en général inclinée par rapport à la normale de la section ds.

Si l'on désigne par φ l'angle avec les isostatiques, la contrainte normale, ou tension ν, satisfait à la relation

$$\nu = \frac{d\sigma}{ds}\cos\varphi.$$

On obtient d'une façon analogue la contrainte tangentielle ou cisaillement τ, sur la même section ds

$$\tau = \frac{d\sigma}{ds}\sin\varphi.$$

Les courbes isostatiques seules peuvent être représentées dans la figure des forces par de semblables figures dynamiques, que nous appellerons *dynamiques-isostatiques*. Les tangentes à ces courbes sont toujours parallèles aux normales des courbes isostatiques aux points correspondants.

On trouve facilement une relation simple entre les rayons de courbure des isostatiques et des dynamiques-isostatiques : *le rayon courbure r'_1 ou r'_2 d'une dynamique-isostatique est égal au produit du rayon de courbure r_1 ou r_2 de l'isostatique par la tension principale ν_1 ou ν_2 normale à cette dernière courbe au point correspondant :*

$$r'_1 = r_1 \nu_1 \qquad \text{et} \qquad r'_2 = r_2 \nu_2.$$

La figure des forces est aussi une représentation des paramètres différentiels du premier ordre et des premières dérivées de la fonction F d'Airy, dont la définition est

$$\mathrm{F} = \int\int \nu_y \, dx \, dx = \int\int \nu_x \, dy \, dy = -\int\int \tau \, dx \, dy.$$

En résumé, la méthode exposée est une représentation des solutions des problèmes d'élasticité plane par deux systèmes conjugués de coordonnées curvilignes orthogonales, les isostatiques d'une part, et les dynamiques-isostatiques d'autre part. Elle est particulièrement utile pour mettre en évidence certaines propriétés caractéristiques, qui autrement seraient difficiles à interpréter, ou même resteraient inaperçues.

On arrive ainsi, par exemple, à une représentation graphique très claire de la variation des efforts longitudinaux et transversaux le long des tubes isostatiques du disque circulaire comprimé par des forces opposées (voir Mesnager, *Annales des Ponts et Chaussées*, 4, 1901, p. 168 à 183).

La méthode ci-dessus n'est valable que pour les problèmes d'élasticité plane, où l'on néglige le poids propre; si l'on voulait tenir compte de ce poids propre, le procédé serait moins simple.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la vibration des tiges cylindriques dans l'eau sous l'influence des tourbillons alternés*. Note de MM. **P. Dupin** et **E. Crausse**, présentée par M. L. Lecornu.

Le mode de vibration des tiges cylindriques dans un plan perpendiculaire à la direction de l'écoulement, décrit dans une Note précédente (¹), n'est

(¹) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 482.

pas le seul possible. Comme l'un de nous l'a signalé, les cylindres peuvent encore vibrer sous l'action des tourbillons alternés dans un plan parallèle à la direction de la vitesse du liquide (¹).

Nous avons pu étudier ce phénomène sur différents cylindres encastrés à leur base et ayant tous 295^{mm} de hauteur. Nous signalerons tout d'abord que sur des cylindres de laiton d'un diamètre inférieur à 4^{mm}, cette vibration n'est guère visible. Elle est au contraire très nette sur des cylindres de 8 à 10^{mm}. Les méthodes de mesures étaient les mêmes que celles précédemment décrites : détermination stroboscopique directe de la fréquence de la tige et utilisation du fil dans le sillage pour la mesure de celle des tourbillons.

La vibration débute pour une vitesse v_0 (inférieure à la vitesse V_0 marquant le début de la vibration dans un plan perpendiculaire). La période des oscillations est égale à Θ_0, valeur qui correspond à la période des oscillations amorties de la tige écartée de sa position d'équilibre dans de l'eau immobile. L'oscillation de la tige n'apporte aucune perturbation à la fréquence des tourbillons qui reste normale. Il faut atteindre la vitesse pour laquelle la période des tourbillons est égale au *double* de la fréquence de la tige, pour qu'un phénomène d'accrochage (analogue à celui déjà décrit dans l'étude de la vibration dans un plan normal à l'écoulement) se produise. Sur une plage de vitesse assez étendue (de $0^m,80$ à $1^m,15$ pour un cylindre de 8^{mm}) la période des tourbillons reste toujours égale au double de la période des oscillations du cylindre qui d'ailleurs diminue très lentement avec la vitesse. Il y a ensuite décrochage, les tourbillons ne sont plus influencés par le cylindre et reprennent la fréquence qu'ils doivent avoir normalement en l'absence d'oscillations.

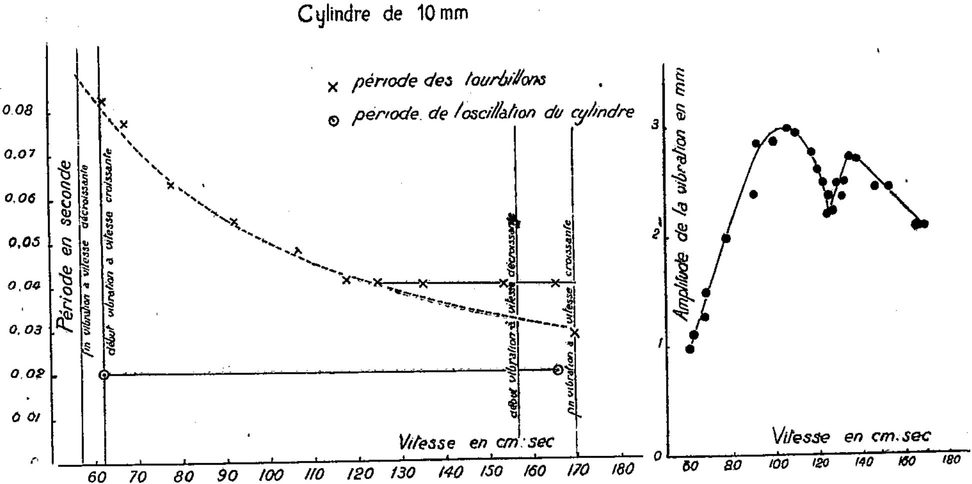
Sur certains cylindres, on constate vers la fin de la vibration, dans un plan parallèle à l'écoulement, l'existence simultanée de la vibration dans un plan perpendiculaire. Il est dans quelques cas (sur le cylindre de 8^{mm} en particulier) possible d'immobiliser l'obstacle entre les deux vibrations. On constate, en effet, que les vitesses entre lesquelles se maintiennent les vibrations diffèrent suivant que l'on opère à vitesse croissante ou décroissante (voir la figure). Si après avoir dépassé la vitesse pour laquelle cesse la vibration dans un plan parallèle on revient en arrière en diminuant la vitesse, la vibration perpendiculaire à l'écoulement, qui comme nous l'avons dit s'était déjà manifestée, s'éteint à son tour et la tige devient immobile.

Malgré cette manœuvre on ne peut obtenir ce résultat pour un cylindre

(¹) P. Dupin, *Thèse* présentée à la Faculté des Sciences de Paris, juin 1930, p. 62.

de 10mm. Sur des cylindres d'un diamètre inférieur à 8mm, les deux vibrations sont au contraire nettement séparées.

L'étude de l'amplitude des oscillations des cylindres permet de constater que cette amplitude passe par un minimum très net au moment de l'accrochage. Pour des cylindres de faible diamètre, ce minimum est quasi nul.



Vibration, dans un plan parallèle à la direction de l'écoulement, d'une tige sous l'influence des tourbillons alternés. La droite parallèle à l'axe des abscisses et d'ordonnée égale à 0,02 correspond à la période du cylindre. La droite parallèle à l'axe des abscisses et d'ordonnée égale à 0,04 correspond à la période des tourbillons après l'accrochage.

Si l'on caractérise les tiges de 295mm de longueur par le rapport $\frac{D}{\Theta_0}$ de leur diamètre à la période initiale des oscillations, on remarque que les vitesses v_0 pour lesquelles débutent les vibrations sont données par la relation

$$v_0 = \frac{1}{0,8}\frac{D}{\Theta_0} \qquad \text{si} \qquad \frac{D}{\Theta_0} > 30,$$

ce qui montre que dans ce cas, puisque le paramètre de Strouhal est égal à 0,200, la vibration étudiée débute lorsque la période des tourbillons alternés est égale à quatre fois la période propre du cylindre dans l'eau.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Mécanique quantique des chocs de seconde espèce.* Note de M. L. GOLDSTEIN, présentée par M. M. de Broglie.

La précision apportée par Dirac [1] au traitement des problèmes de chocs ou de diffusion de particules (électrons ou photons) permet d'aborder l'étude détaillée du choc dit de seconde espèce. On sait que ce processus correspond au transfert d'énergie électronique d'un atome (ou molécule) à un autre atome, électron ou molécule. La présente Note s'occupe du processus relatif à un atome et un électron sans entrer dans les détails du calcul qui seront réservés pour une publication ultérieure.

Le problème tel qu'il s'énonce en mécanique quantique est le suivant : étant donné un système formé par un électron à l'infini et un atome dans un état stationnaire, le tout caractérisé par une fonction d'onde $(p'\alpha'|)$, où $\vec{p'}$ désigne la quantité de mouvement de l'électron et α' un état stationnaire de l'atome, chercher la configuration de ce système décrit par $(p''\alpha''|)$, celui-ci ayant passé par un état intermédiaire par suite d'un potentiel de couplage V qui s'est créé entre l'atome et l'électron. Dans ce processus on exige la conservation de l'énergie

$$\left|\frac{p''^2}{2m}-\frac{p'^2}{2m}\right| = |\mathrm{H}(\alpha'')-\mathrm{H}(\alpha')| \tag{1}$$

[$\mathrm{H}(\alpha)$ est l'énergie du niveau α].

Dans la théorie générale on ne *spécifie* pas les états stationnaires α'' et α'. Elle s'applique dans les deux cas :

$$\mathrm{H}(\alpha'') \gtrless \mathrm{H}(\alpha'). \tag{2}$$

La première inégalité correspond au choc d'un électron qui trouvant l'atome dans l'état α' l'*excite* à l'état α'' pendant que lui a changé d'énergie suivant (1).

La théorie, à l'approximation de Born [2], conduit au coefficient de diffusion

$$\mathrm{D}_1 = \mathrm{D}_{p''\alpha''}^{p'\alpha'} = 4\pi^2 m^2 h^2 \frac{p''}{p'}\left|(p''\alpha''|\mathrm{V}|p'\alpha')\right|^2 \tag{3}$$

qui détermine le nombre des électrons p'' diffusés autour de ce vecteur, par

---

(1) P.-A.-M. DIRAC, *The principles of Quantum mecanics*, Oxford, 1930.
(2) *Loc. cit.*

unité d'angle solide si le nombre des électrons incidents par unité de temps et de surface est $\frac{p'}{m}$. $(p''\alpha''|V|p'\alpha')$ est l'élément $(p''\alpha'', p'\alpha')$ de la matrice de l'énergie de perturbation due au potentiel de couplage V.

Considérons l'inégalité inférieure, l'état stationnaire final a une énergie inférieure à celle de l'état initial. Le coefficient de diffusion de seconde espèce sera

$$D_2 = D_{p'\alpha'}^{p''\alpha''} = 4\pi^2 m^2 h^2 \frac{p'}{p''} |(p'\alpha'|V|p''\alpha'')|^2. \tag{4}$$

Si la matrice V est hermitique, ce qui est le cas, on a

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{p'^2}{p''^2} = \frac{W'}{W''}, \tag{5}$$

W étant l'énergie (cinétique) de l'électron. Cette formule est *identique* à celle déduite des considérations thermodynamiques des processus de chocs électroniques. En effet, d'après Klein et Rosseland (¹), l'équilibre entre les chocs de deux espèces exige pour le rapport des probabilités respectives

$$\frac{\mathfrak{S}_2(W'')}{\mathfrak{S}_1(W')} = \left(\frac{W'}{W''}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{6}$$

où $W' > W''$ est l'énergie cinétique susceptible d'exciter. Pour obtenir les coefficients de diffusion on doit tenir compte des *flux* des électrons avant le choc, qui donne

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{\mathfrak{S}_2 p'}{\mathfrak{S}_1 p''} = \frac{W'}{W''}. \tag{5'}$$

ce qui est identique à une formule de Klein et Rosseland déduite de (6) d'une autre manière. Ceci comme (6) à des constantes près qui interviennent nécessairement dans la déduction statistique. Du même coup il apparaît légitime d'appliquer la distribution maxwellienne des électrons — sur laquelle (6) est fondée — dans le traitement statistique des problèmes de ce genre. Il résulte de ce qui précède que les phénomènes d'excitation de niveaux et de transition non radiante doivent avoir des allures *comparables, en accord avec l'expérience* (²).

Dans le calcul on doit nécessairement tenir compte de l'*échange* entre les

---

(¹) O. Klein et S. Rosseland, *Z. Physik*, 4, 1921, p. 46.

(²) G. D. Laytscheff et A. I. Leipunsky, *Ibid.*, 65, 1930, p. 111.

électrons atomiques et l'électron incident. Ceci permet alors, dans le cas d'électrons incidents rapides, malgré le principe de sélection relatif au nombre quantique azimutal, des transitions optiquement interdites.

Dans le cas d'électrons incidents lents on doit, en plus de l'échange, appliquer une méthode de solution directe et non pas de perturbation usuelle qui pourrait conduire à un accord quantitatif avec l'expérience.

En ce qui concerne les processus de chocs entre atomes où il y a transformation de l'énergie de mouvement de *centre de gravité* d'un atome en énergie électronique de l'autre, ou inversement, la connaissance du potentiel de couplage — entre le spectre *continu* de valeurs propres du mouvement de centre de gravité d'un atome avec le spectre *discret* (électronique) de l'autre — résout le problème. Un exemple de ce genre est l'interaction des électrons de conduction avec les ions oscillants dans le réseau métallique qui est un cas particulier du problème précédent.

ÉLECTRICITÉ. — *Appareils de mesures électriques à cadre mobile dans un champ uniforme.* Note de M. **G. Dupouy**, présentée par M. A. Cotton.

Dans les galvanomètres, ampèremètres et voltmètres à cadre mobile actuellement construits, on utilise comme champ magnétique créant le couple directeur un champ magnétique radial. Il en résulte que, dans toute l'étendue de l'échelle, les déviations de l'équipage mobile sont proportionnelles au courant à mesurer.

Les appareils de ce type ne sont pas avantageux dans le cas où on les utilise comme appareils de contrôle au voisinage d'un régime déterminé de fonctionnement. Par exemple un voltmètre destiné à mesurer la tension d'un secteur continu sera surtout intéressant s'il est très sensible dans la région de la graduation correspondant à la tension normale de ce secteur.

On peut, en utilisant un champ magnétique directeur uniforme, obtenir des appareils présentant des régimes très variés de sensibilité; ceci permet, en particulier, d'amplifier ou de resserrer l'échelle dans telle région de la graduation que l'on désire.

Soit $O\mathcal{H}$ la direction des lignes de force du champ dans lequel se déplace le cadre en tournant autour d'un axe perpendiculaire aux lignes de force. Supposons d'abord le cadre abandonné à lui-même dans le champ et non soumis à un couple antagoniste (on imaginera, par exemple, qu'il est sus-

pendu par un fil de cocon); dans ces conditions, le cadre a deux positions d'équilibre à 180° l'une de l'autre où il est normal au champ : la première (position d'équilibre stable) correspond au cas où le flux qui traverse le cadre est maximum; la deuxième (instable), au cas où le flux qui traverse le cadre est minimum.

Si l'on désigne par $\mathcal{H}$ l'intensité du champ magnétique, par i celle du courant traversant le cadre, par θ_0 l'angle formé par le champ et la normale au plan du cadre, avant la rotation de celui-ci, le moment des forces électromagnétiques subies par le cadre lorsqu'il a tourné d'un angle ρ a pour expression

$$\mathcal{H} i S \sin(\theta_0 - \rho)$$

(S est la surface *totale* du cadre supposé infiniment plat).

Dans ces conditions si l'on applique au cadre un couple antagoniste dû à la torsion d'un fil ou à un ressort spiral de constante C par unité d'angle, le cadre prendra une position d'équilibre, après avoir tourné d'un angle ρ tel que

$$\mathcal{H} i S \sin(\theta_0 - \rho) = C\rho. \tag{1}$$

La valeur de la rotation ρ (déviation du cadre) dépend donc essentiellement pour un courant donné de l'angle θ_0 qui caractérise l'orientation initiale du cadre dans le champ.

On peut trouver la valeur de ρ qui correspond à l'équilibre en cherchant par exemple le point d'intersection de la sinusoïde

$$y_1 = \sin(\theta_0 - \rho),$$

avec la droite

$$y_2 = \frac{C}{\mathcal{H} i S} \rho.$$

Sensibilité. — La sensibilité d'un tel instrument est

$$s = \frac{d\rho}{di},$$

ce qui donne dans le cas actuel

$$s = \frac{\sin^2(\theta - \rho)}{\frac{c}{\mathcal{H} S} [\sin(\theta_0 - \rho) + \rho \cos(\theta_0 - \rho)]}. \tag{2}$$

Cette formule montre que la sensibilité varie en fonction de l'angle de déviation et aussi avec la position initiale du cadre dans le champ; en agissant sur ce paramètre on peut à volonté déformer la graduation de l'appareil.

Le résultat du calcul numérique montre que *dans sa région de grande sensibilité cet instrument est environ* 17 *fois plus sensible que l'appareil à champ radial pour lequel le produit* $\mathcal{H}S$ *et la constante* C *sont les mêmes.*

A partir d'une certaine valeur du courant, l'appareil dévie brusquement et dès lors toute l'échelle est parcourue par l'aiguille pour une très faible variation de l'effet à mesurer. On peut donc ainsi réaliser des ampèremètres et voltmètres à graduations très espacées dans certaines régions, des relais devant fonctionner à partir d'un régime donné de courant, etc.

On peut, au contraire, en agissant sur θ_0 resserrer beaucoup la graduation en fin d'échelle et faire ainsi des appareils pouvant dévier de façon normale pour des surcharges momentanées très importantes, tout en conservant une excellente sensibilité pour le courant de régime.

Amortissement. — L'amortissement est actuellement réalisé dans beaucoup d'appareils à cadre mobile en freinant l'équipage par l'action du champ sur les courants induits développés dans une bague métallique sur laquelle on bobine le cadre. L'instrument est alors apériodique, même en circuit ouvert.

Si s désigne la surface de la bague, r sa résistance, les oscillations de cette bague (supposées dans le plan du cadre) sont ici représentées par l'équation

$$K\frac{d^2\rho}{dt^2} + \left[A_1 + \frac{\mathcal{H}^2 S^2}{r}\sin^2(\theta_0 - \rho)\right]\frac{d\rho}{dt} + C\rho = 0,$$

K est le moment d'inertie de l'équipage et $A_1\frac{d\rho}{dt}$ le couple amortissant dû à l'air.

Cette équation diffère de celle qui régit les oscillations des systèmes amortis dans lesquels le couple est proportionnel à l'écart, en ce sens que le terme d'amortissement est une fonction de la position de l'équipage à l'instant t et les oscillations d'un tel équipage ne peuvent pas être apériodiques.

On peut cependant rendre l'appareil parfaitement apériodique en utilisant l'artifice suivant : On fixe au cadre une seconde bague métallique, identique à la première et à angle droit de celle-ci. Le facteur d'amortissement pour cette bague aura pour expression

$$A_1 + \frac{\mathcal{H}^2 S^2}{r}\cos^2(\theta_0 - \rho).$$

Ce terme s'ajoute, en vertu de la loi de Lenz, au terme correspondant

pour la première bague dans l'équation (3) qui devient

$$K\frac{d^2\rho}{dt^2}+\left(2A_1+\frac{\mathcal{H}^2S^2}{r}\right)\frac{d\rho}{dt}+C\rho=0,$$

équation du type classique qui montre que par un choix convenable de S et de r on peut réaliser très simplement l'apériodicité des appareils que je viens de décrire.

L'étude expérimentale des propriétés de ces instruments confirme en tous points la théorie que je viens d'exposer.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur le spectre de résonance de la vapeur de soufre.* Note [1] de M. **J. Fridrichson**, présentée par M. M. de Broglie.

Le spectre de résonance de la vapeur de soufre excitée par l'arc au mercure, a été examiné par M. B. Rosen [2] et plus tard par M. P. Swings [3] qui a mis en évidence quatre séries de doublets et plusieurs séries de multiplets.

Dans le présent travail nous avons employé une ampoule cylindrique en quartz à fenêtres plan parallèles, avec appendice latéral, pour pouvoir faire varier la pression de la vapeur indépendamment de la température. L'ampoule était entourée par l'arc au mercure, formant un anneau.

Devant l'ampoule était placé un second tube en quartz contenant la même vapeur et destiné à l'étude de la réabsorption. On y pouvait également faire varier la pression, en plaçant son appendice dans un four séparé. Au moyen de diaphragmes appropriés, l'excitation directe du contenu du tube d'absorption par l'arc au mercure était rendue impossible.

Les deux tubes étaient placés dans un four commun, « four de température », qui entourait aussi l'arc au mercure.

Nous avons pu ainsi constater que le spectre de résonance s'étend jusqu'à 6000 Å. Dans le tableau suivant nous donnons les longueurs d'onde des termes de séries de doublets et de multiplets dans la région de 5000-5700 Å.

(1) Séance du 16 mars 1931.

(2) B. Rosen, *Zs. f. Phys.*, 43, 1927, p. 106.

(3) P. Swings, *C. R. de la Soc. Pol. de Phys.*, V, 29, 1930, p. 139.

TABLEAU I.

Série de doublets excitée par la raie 3132 Hg. Terme.	λ.	Série de doublets excitée par la raie 3126 Hg. Terme.	λ.	Série de doublets excitée par la raie 2968 Hg. Terme.	λ.	Série de multiplets excitée par la raie 3132 Hg. Terme.	λ.
20....	5105,8 5109,4	20.....	5086,2 5089,6	23.....	5048,9 5052,9	18.....	4981,3 4984,9 4989,1 4992,8
21....	5262,8 5266,5	21.....	5242,3 5245,6	24.....	5211,0 5214,9	19.....	5137,9 5141,8 5146,1 5149,7
22....	5430,0 5434,0	22.....	5408,3 5411,7	25.....	5375,6 5379,9	20.....	5299,1 5303,0 5308,2 5311,8
23....	5607,3 5611,6	23.....	5585,3 5588,5	26.....	5552,4 5556,5	21.....	5430,1 5434,0 5439,0 5443,0
							5654,8 5659,6 5665,2 5668,7

En faisant varier la pression de la vapeur dans le tube de résonance, nous avons étudié quantitativement les variations d'intensité dans les doublets, signalées déjà par Swings (¹).

Nous avons photographié les doublets excités par

$$\lambda = 3132 \text{ Hg}, \quad \lambda = 3126 \text{ Hg} \quad \text{et} \quad \lambda = 2968 \text{ Hg},$$

toutes autres conditions restant constantes, pour diverses pressions de la vapeur excitée (entre 0,01 et 50^{mm} Hg) et de la vapeur se trouvant dans le tube d'absorption; de plus, chaque plaque était pourvue de repères d'intensité. En traçant les microphotogrammes de ces doublets et dessinant les courbes de noircissement de la plaque, nous avons calculé les intensités des composantes de doublets et leur rapport. On a pu constater que la réabsorption n'a aucune influence sur le rapport des intensités dans les doublets.

Le Tableau II donne les mesures pour les trois doublets des séries déjà

(¹) P. SWINGS, *loc. cit.*

citées. I_1 représente ici l'intensité de la composante de plus courte longueur d'onde, I_2 celle de la composante de plus grande longueur d'onde.

Tableau II.

Série excitée par la raie 3132 Hg.				Série excitée par la raie 3126 Hg.				Série excitée par la raie 2968 Hg.			
p (mm).	I_1.	I_2.	$\frac{I_1}{I_2}$.	p (mm).	I_1.	I_2.	$\frac{I_1}{I_2}$.	p (mm).	I_1.	I_2.	$\frac{I_1}{I_2}$.
0,01	5	8	0,62	0,01	5	8	0,62	0,01	19,5	20,5	0,95
0,05	9,4	16	0,59	0,05	10,5	19	0,55	0,16	85	94	0,9
0,3	42	85	0,49	0,3	44	104	0,43	1,1	116	130	0,9
1,1	80	200	0,4	1,1	87	220	0,4	5	86	96	0,9
12	36	140	0,26	12	38	150	0,25	20	16	17	0,94
27	10,5	54	0,2	27	14	76	0,19	52	0	0	–
52	0	11,5	0,0	52	0	17	0,0				

On voit très bien que le rapport des intensités dans les deux premières séries diminue systématiquement à mesure que la pression augmente. Cette variation se produit dans le même sens dans tous les doublets de ces deux séries [1]. Par contre, dans la série excitée par 2968 Hg on n'observe aucun changement dans les intensités relatives des composantes.

ÉLECTROCHIMIE. — *Enregistrement du* pH *dans les bains de nickelage.* Note de MM. **J. Barbaudy**, **A. Guérillot**, **H. Miachon** et **R. Simon**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Le développement des méthodes modernes de nickelage à haute densité de courant a montré combien il était important de connaître, à tout instant, la valeur du pH de la solution électrolytique. Nous avons donc pensé qu'il y aurait intérêt à réaliser l'enregistrement continu de l'acidité réelle aussi bien pendant le travail du bain que pendant son repos nocturne.

Les expériences ont porté sur un bain de 3000 litres de l'atelier de nickelage d'une usine d'automobiles. La composition de la solution était la suivante :

(1) En admettant, bien entendu, que l'arrangement des raies en séries est exact.

Sulfate de nickel cristallisé	450g
Chlorure de nickel cristallisé	30
Acide borique	22
Eau distillée	1000

Densité de la solution 1,225 à 50°, température à laquelle était effectuée l'opération. On travaillait sous une densité de courant de 20 amp/dm². La cuve était en pitchpin, chauffée à la vapeur. Le bain était agité à l'air comprimé. Une pompe permettait d'aspirer constamment une certaine quantité du liquide du bain et de l'envoyer d'abord sur un filtre en toile à double enveloppe et ensuite dans une colonne à grenaille de nickel pour éliminer le cuivre avant de le renvoyer dans la cuve.

La neutralisation du bain lorsqu'elle était nécessaire se faisait au moyen de carbonate de nickel ou à l'acide sulfurique dilué. Des additions périodiques d'eau distillée compensaient la concentration spontanée du bain par évaporation.

Les enregistrements ont été faits à l'aide d'un potentiomètre enregistreur Leeds et Northrup. L'appareil est gradué en millivolts de 0 à 700 mV, qui sont lus directement sur le papier après étalonnage avec une pile étalon. Sa précision garantie était de 3,5 mV mais la sensibilité était de 1 mV, quoiqu'on ne puisse alors être certain de la fidélité.

Comme pile de mesure on a employé une électrode à quinhydrone à écoulement munie d'une électrode d'or. La solution à examiner était prélevée dans le bain au moyen d'une piqûre faite sur le circuit de filtration entre la pompe et le filtre. Après refroidissement dans un serpentin en plomb la solution était envoyée dans le vase de la pile. Elle se saturait de quinhydrone en léchant une colonne de pastilles de quinhydrone, venait baigner l'électrode d'or, puis le vase poreux plein de cristaux de chlorure de potassium faisant la liaison avec l'électrode au calomel et enfin s'écoulait librement par un trop-plein.

L'enregistreur était placé à 25 mètres du bain près des génératrices d'électrolyse. Malgré cela les trépidations de l'atelier n'ont pas influé sur la régularité des inscriptions. L'électrode à quinhydrone était placée à côté du bain lui-même.

L'appareil a fonctionné durant cinq après-midi, environ 3 heures et quart à 4 heures chaque fois, ainsi que pendant une nuit entière, environ 18 heures sans arrêt.

Au point de vue de la précision des mesures les chiffres obtenus sont

comparables à ceux qu'on obtient avec les appareils ordinaires statiques donnant le millivolt.

Pendant l'essai de durée, l'enregistrement a été tout à fait régulier. La différence de potentiel s'est maintenue à 180 ± 2 mV sauf une chute anormale qui s'est produite en deux minutes vers 1^h30^m du matin. Vers 2^h du matin le potentiel avait repris une valeur normale. Peut-être cette anomalie est-elle due à l'obstruction momentanée de la canalisation par des cristaux de sels de nickel.

Sur les courbes on voit très nettement l'alcalinisation des bains sous l'influence d'un repos prolongé et son acidulation progressive sous l'influence des électrolyses répétées. A partir d'une certaine acidité le pH ne diminue plus que lentement.

De cette étude préliminaire il résulte que la méthode indiquée semble donner des résultats satisfaisants pour l'enregistrement continu du pH des bains de nickel dans l'industrie.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Solubilité du carbonate de calcium dans l'eau en présence de chlorures alcalins.* Note de MM. **René Dubrisay** et **R. François**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Pour expliquer la fixation du potassium par les sols agricoles, les agronomes [1] supposent que les sels de ce métal agissent sur le calcaire suivant la réaction réversible

$$CO^3Ca + 2KCl \rightleftharpoons CO^3K^2 + 2CaCl^2.$$

Cette réaction peut, à première vue, paraître surprenante : il nous a donc semblé qu'il pouvait être intéressant de rechercher directement si effectivement elle se produisait, les renseignements contenus dans la littérature à ce sujet étant souvent contradictoires [2]. Il nous est apparu qu'il était nécessaire d'opérer en l'absence de toute trace d'anhydride carbonique, et, dans ce but, nous avons toujours utilisé de l'eau ou des solutions privées de ce gaz par une ébullition prolongée. Nous prenions en outre la précaution de soumettre à l'ébullition le carbonate de calcium mis au

---

(1) J. André, *Chimie agricole*, 2, p. 317 (Paris, Baillière, 1913).

(2) E. A. Rowe, *Trans. E. Proc. New Zeeland Ins.*, 52, 1920, p. 192. — H. O. Askew, *Trans. E. Proc. N. Z. Ins.*, 54, 1923, p. 791. — Drechsel, *J. prakt. Ch.*, 2e série, 16, 1877, p. 169. — Anderson, *Proc. Edimb. Soc.*, 16, 1890, p. 319.

contact d'eau ou de solution de chlorure de potassium afin de chasser les traces de gaz carbonique que pouvait retenir le solide à sa surface. Nous avons procédé tout d'abord à des déterminations alcalimétriques, en titrant au moyen d'acide sulfurique N/3 en présence de bleu de thymol, les liqueurs obtenues en saturant de carbonate de calcium l'eau distillée ou les solutions de chlorure de potassium de composition connue. Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau I.

TABLEAU I.

Concentration en KCl de la liqueur saturée de CO^3Ca.	Nombre de centimètres cubes de la solution acide nécessaire pour neutraliser 1 litre de liqueur.
	cm³
0	0,60
N/20	0,60
N/8	0,65
N/5	0,75
N/3	0,90
N/2	1,10
N	1,20
2N	1,30
3N	1,35

Nous avons, en second lieu, vérifié qualitativement les variations d'alcalinité des diverses solutions en appliquant la méthode capillaire indiquée par l'un d'entre nous [1], méthode qui consiste à mesurer, par la méthode des gouttes, la tension superficielle existant à la surface de séparation du liquide étudié et d'une solution dans un liquide organique d'un acide gras supérieur (stéarique ou oléique). Les résultats sont consignés dans le Tableau II.

TABLEAU II.

Concentration en KCl de la liqueur saturée de CO^3Ca.	Volume de 10 gouttes.
	cm³
0	1,26
N/4	0,60
N/2	0,40
N	0,36
2N	0,20
3N	0,10

[1] R. DUBRISAY, *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 894, 1903; *Ann. de Chimie*, 9e série, 9, 1918, p. 25.

L'accroissement d'alcalinité avec le titre des liqueurs en chlorure alcalin est mis nettement en évidence par la réduction de la tension superficielle. Ce fait peut d'ailleurs être vérifié qualitativement par emploi des réactifs colorés : une solution saturée de carbonate de calcium dans l'eau distillée est neutre à la phénolphtaléine et au rouge de crésol, tandis que l'alcalinité apparaît pour les solutions contenant du chlorure de potassium.

Il était évidemment indiqué de chercher à contrôler les résultats par un dosage direct du calcium dissous; mais la méthode pondérale ne donne pas de résultats suffisamment précis pour le dosage de petites quantités de calcium en présence d'un grand excès de chlorure alcalin. Nous avons alors appliqué une méthode qui permet des comparaisons qualitatives, ou même grossièrement quantitatives. Aux diverses solutions nous ajoutions une même quantité d'oxalate d'ammonium, nous laissions reposer pendant 24 heures, puis nous comparions au néphélémètre les degrés de trouble. Ces degrés étaient d'autant plus grands que la quantité d'oxalate de calcium insoluble formé était plus grande, et par suite, que la liqueur étudiée était plus riche en calcium dissous. Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau III, le degré de trouble obtenu dans le cas de l'eau distillée étant pris pour unité.

TABLEAU III.

Concentration KCl de la solution saturée de CO^3Ca.	Degré de trouble.
N/4	1,03
F/3	1,08
N/2	1,17
N	1,21
2N	1,33
3N	1,34

De tout ce qui précède il résulte que l'alcalinité de l'eau mise en contact de carbonate de calcium est accrue par addition dans la phase aqueuse de chlorure de potassium, et que l'intensité du phénomène augmente avec la concentration du chlorure alcalin. Il en résulte aussi que la quantité de calcium passé en solution croît dans le même sens, et tout ceci cadre bien avec l'hypothèse schématisée par la réaction I. Il n'est toutefois pas possible d'en dire plus, les faits observés pouvant également être expliqués par des variations purement physiques de la solubilité du carbonate sous l'influence des sels dissous. Nous poursuivons de nouvelles expériences qui nous permettront peut-être de préciser la question.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la vitesse des phénomènes provoqués par la détonation des explosifs solides.* Note de MM. **P. Laffitte** et **M. Patry**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Lorsqu'on fait détoner un explosif solide dans un tube cylindrique il se propage une onde de choc au delà de la dernière tranche d'explosif en même temps que des gaz en combustion sont lancés dans la même direction ([1]). Les expériences rapportées dans la présente Note ont eu pour objet la mesure des vitesses de l'onde de choc et des gaz lumineux. Dans le voisinage de l'explosif les fronts des deux phénomènes coïncident et leurs vitesses sont identiques : c'est en quelque sorte le prolongement de l'onde explosive au delà de l'explosif, puisque cette onde est formée par la réunion de la flamme et de l'onde de choc. Mais la vitesse des gaz s'amortit plus rapidement que celle de l'onde de choc et il arrive un moment où les deux phénomènes se séparent et continuent à se propager à des vitesses différentes.

Dans nos expériences l'explosif occupait une certaine fraction de la longueur d'un tube de verre cylindrique prolongé par un tube métallique muni de fentes horizontales permettant au pinceau lumineux émané d'une lampe à arc de traverser l'atmosphère du tube avant d'impressionner la pellicule sensible, sur laquelle il convergeait.

Les photographies reproduites sont relatives à la détonation d'une colonne de tétryl (densité de chargement 0,7) de 10^{cm} de longueur dans un tube de 13^{mm} de diamètre intérieur. Le film se déplaçait dans le sens de la flèche. La bande noire verticale correspond au pinceau lumineux (de 16^{cm} de largeur) ayant traversé les fentes du tube métallique. Le trait noir AB (*fig.* 1) ou A (*fig.* 2) est l'image des gaz lumineux dans le tube de verre. La détonation de l'explosif a eu lieu en dehors du champ de l'objectif et serait sur la gauche. La figure 1 a été obtenue en disposant le tube métallique à fentes à 40^{cm} de la fin de la colonne de tétryl, c'est-à-dire à l'endroit où se produit la séparation des deux phénomènes. On voit en effet dans la partie correspondant au tube métallique, et au-dessus de l'image des gaz lumineux, une zone claire qui commence au milieu de la partie éclairée : elle est produite par la déviation de la lumière de la lampe à arc par l'onde de choc. Dans la figure 2 représentant les mêmes phénomènes à une plus grande distance de l'explosif (60^{cm}), le front de l'onde choc est indiqué par la diminution de l'intensité lumineuse en BC. En DE la lumière a été presque complètement arrêtée par des produits opaques de la combustion.

([1]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1335. Voir aussi Payman, *Safety in Mines Research Board*, pap. n^{os} **18** et **29**, 1926, p. 1; Perrott et Gawthrop, *J. Franklin Inst.*, 1927, p. 103 et 387; Jones, *Proc. R. Soc.*, **120**, 1928, p. 603.

Les Tableaux I et II donnent les vitesses des phénomènes provoqués par la détonation de colonnes de dynamite n° 1 et de tétryl de 10^{cm} de longueur dans des tubes de 13^{mm} de diamètre intérieur sous différentes densités de chargement Δ (vitesse de détonation V). Les vitesses de l'onde de choc (V_1)

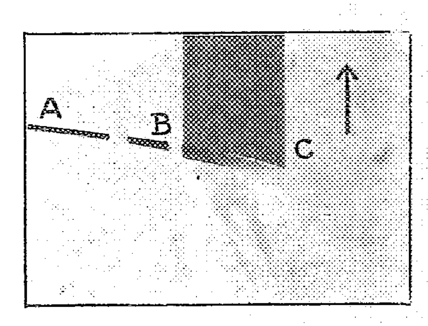


Fig. 1.

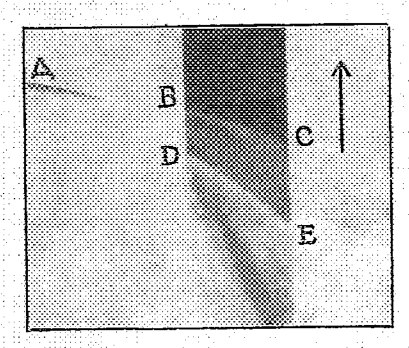


Fig. 2.

et des gaz lumineux (V_2) ont été mesurées à des distances l de la colonne d'explosif. Avec la dynamite pour les densités de chargement étudiées l'onde de choc et les gaz lumineux se sont séparés après les parcours suivants : 35^{cm} ($\Delta = 0,9$), 50^{cm} ($\Delta = 1,25$), 58^{cm} ($\Delta = 1,65$). Avec le tétryl cette séparation a eu lieu après 35^{cm} ($\Delta = 0,55$), 45^{cm} ($\Delta = 0,65$) et 55^{cm} ($\Delta = 0,9$).

TABLEAU I. — *Dynamite* n° 1.

$\Delta = 0,90$. $V = 2500$ m/sec.			$\Delta = 1,25$. $V = 4000$ m/sec.			$\Delta = 1,65$. $V = 7000$ m/sec.		
l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).
5	4000	4000	1 à 3	6000	6000	1 à 3	6500	6500
20	2500	2500	5	5500	5500	25	5000	5000
35	2220	1800	18	4000	4000	46	4000	4000
46	1800	–	30	3200	3200	50	3700	3700
54	1300	–	46	2250	–	60	3000	2700
60	830	–	54	2200	1900	–	–	–
67	540	–	–	–	–	–	–	–

TABLEAU II. — *Tétryl.*

$\Delta = 0,55$, $V = 3700$ m/sec.			$\Delta = 0,65$, $V = 4000$ m/sec.			$\Delta = 0,90$, $V = 5000$ m/sec.		
l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).	l (cm).	V_1 (m/sec).	V_2 (m/sec).
1 à 3	6500	6500	1 à 3	6500	6500	1 à 3	6250	6250
25	3000	3000	20	4000	4000	30	4000	4000
35	-	2450	40	3500	–	50	3500	3500
40	2650	–	45	–	2700	60	2700	2000
45	-	1500	50	2800	2400	–	–	–
60	1600	–	60	2170	–	–	–	–

Avec l'acide picrique on obtient des résultats comparables à ceux du tétryl.

Lorsque le diamètre augmente la distance à laquelle on observe la séparation de l'onde choc et des gaz lumineux devient plus importante (70^{cm} par exemple avec de la dynamite sous la densité du chargement 1,65 dans un tube de 16^{mm} de diamètre). Mais cette distance est indépendante de la longueur de la colonne d'explosif.

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des complexes argentohyposulfites de sodium.* Note (1) de MM. E. Carrière et Raulet, présentée par M. Matignon.

Nous nous sommes proposé d'isoler les complexes argentohyposulfites de sodium formés par réactions de l'hyposulfite de sodium sur le chlorure d'argent précipité (2). En négligeant l'eau de cristallisation, deux sels complexes ont été reconnus par différents auteurs, l'un peu soluble dans l'eau de formule AgS^2O^3Na; l'autre soluble dans l'eau de formule $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$ (Berzélius, *Traité de Chimie*, 4, 1846, p. 272; Herschell, *Ann. de Chimie et de Phys.*, 14, 1820, p. 353; Cohen, *Zeitschrift für physikal. Chemie*, 18, 1895, p. 61; Lumière et Seyewetz, *Bull. Soc. chim. de France*, 1, 1907, p. 946).

Un troisième sel complexe de formule $Ag^3(S^2O^3)^3Na^5 . 2H^2O$ a été décrit par M. H. Baines (*Bull. Soc. chim. de France*, 48, 1930, p. 739).

Ces divers auteurs ont généralement utilisé la précipitation du sel complexe par addition d'alcool à la solution aqueuse.

La méthode d'obtention des complexes argentohyposulfites que nous avons suivie consiste à former un précipité de chlorure d'argent, à séparer ce précipité par filtration, à le laver, puis à le dissoudre partiellement ou complètement dans une solution concentrée d'hyposulfite de sodium.

La solution est filtrée et abandonnée à une lente cristallisation par évaporation dans un dessiccateur à acide sulfurique, ou encore en produisant le vide à une température ne dépassant pas 30°. Nous avons isolé trois sels complexes AgS^2O^3Na, $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$ et $Ag(S^2O^3)^2Na^3$ en faisant varier les proportions d'hyposulfite de sodium en solution concentrée par rapport au chlorure d'argent; les deux premiers sels sont connus.

---

(1) Séance du 16 mars 1931.

(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 423.

Pour l'obtention de l'argentohyposulfite de sodium AgS^2O^3Na on arrête de verser la solution concentrée d'hyposulfite de sodium avant la dissolution complète du chlorure d'argent, puis on suit le traitement indiqué. Les cristaux grenus d'argentohyposulfite de sodium sont lavés à l'eau dans laquelle ils sont peu solubles; ils sont ensuite abandonnés quatre jours dans un dessiccateur à acide sulfurique. L'argent est dosé en pratiquant préalablement sur le sel une fusion oxydante aux carbonates de sodium et de potassium et au nitrate de sodium de manière à faire passer le soufre sous forme de sulfate.

Le radical S^2O^3 est dosé par une solution décinormale d'iode :

Trouvé pour 100.................	$Ag = 43,6$	$S^2O^3 = 46,2$
Calculé pour AgS^2O^3Na..........	$Ag = 44,4$	$S^2O^3 = 46,1$

L'argentohyposulfite de sodium AgS^2O^3Na possède une saveur sucrée; il noircit à la lumière; sa solution noircit aussi par chauffage par suite de la production de sulfure d'argent.

Le diargentotrihyposulfite de sodium $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$ est obtenu en dissolvant exactement le chlorure d'argent fraîchement précité par la solution concentrée d'hyposulfite de sodium, puis en faisant le vide au-dessus de la solution maintenue à 30°. Les cristaux sous forme de lamelles blanches, miroitantes, sont lavés à l'alcool aqueux, puis abandonnés plusieurs jours dans un dessiccateur à acide sulfurique. Le diargentotrihyposulfite de sodium est soluble dans l'eau; il possède une saveur très sucrée; il est plus stable que l'argentohyposulfite de sodium AgS^2O^3Na vis-à-vis de la chaleur et de la lumière. L'analyse donne les résultats suivants :

Trouvé pour 100.................	$Ag = 34,4$	$S^2O^3 = 52,3$
Calculé pour $Ag^2(S^2O^3)^3Na^4$......	$Ag = 33,6$	$S^2O^3 = 52,2$

L'argentodihyposulfite de sodium $Ag(S^2O^3)^2Na^3$ est obtenu en dissolvant le chlorure d'argent fraîchement précipité et lavé dans un excès de solution concentrée d'hyposulfite de sodium. La solution est abandonnée dans un dessiccateur à acide sulfurique. Les lamelles d'argentodihyposulfite de sodium sont brillantes et très solubles dans l'eau. Elles peuvent être chauffées à 115° sans qu'on observe de décomposition. Ce chauffage amène une perte d'eau égale à 7,8 pour 100 du poids du corps préalablement abandonné dans le dessiccateur à acide sulfurique. Les résultats de l'analyse du produit séché à l'étuve concordent avec la formule $Ag(S^2O^3)^2Na^3$:

Trouvé pour 100.................	$Ag = 26,4$	$S^2O^3 = 55,3$
Calculé pour $Ag(S^2O^3)^2Na^3$.......	$Ag = 26,9$	$S^2O^3 = 55,8$

En tenant compte de l'eau éliminée par chauffage, la formule du corps est $Ag(S^2O^3)^2Na^2 2H^2O$. L'argentodihyposulfite de sodium présente une saveur très sucrée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides α-carboxycamphocéane-β-acrylique et -β-propionique. Synthèse du β-homocamphre.* Note de M. F. **Salmon-Legagneur**, présentée par M. M. Delépine.

Les deux premiers homologues supérieurs en α de l'acide camphorique : acide homocamphorique et l'acide improprement appelé hydrocamphorylacétique ([1]) sont connus depuis fort longtemps. Ce dernier, notamment, a servi de point de départ pour la synthèse de l'α-homocamphre ([2]). Mais aucun homologue en β de l'acide camphorique tel que l'acide β-homocamphorique (I) ou l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II) n'ont été signalés jusqu'à ces dernières années.

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2H\\CH^2-CO^2H\ (\beta)\end{matrix}\right. \quad (I). \qquad C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2H\\CH^2-CH^2-CO^2H\ (\beta)\end{matrix}\right. \quad (II).$$

Cependant l'étude comparative des propriétés physiques et chimiques des composés des deux séries est intéressante du fait que l'un des carboxyles des acides de la série α est fixé sur un atome de carbone tertiaire, tandis que, dans la série β, ce même carboxyle est lié à un atome de carbone secondaire.

Dans la présente Note je décrirai la préparation de l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II) et de quelques-uns de ses dérivés (comme Bredt, j'adopte le mot camphocéane pour le carbure C^8H^{16} qui est le noyau de l'acide camphorique et de ses dérivés).

En 1905 MM. Haller et Blanc ([3]) ayant en vue la préparation du β-camphre ont tenté de préparer l'acide β-homocamphorique à partir de la β-campholide (obtenue par eux avec beaucoup de difficulté). Mais l'inertie que montra cette β-campholide à réagir avec tout agent de condensation ne leur permit pas d'aboutir au résultat désiré. Depuis le β-camphre

([1]) Winzer, *Lieb. Ann.*, 237, 1890, p. 303.
([2]) Lapworth et Royle, *Journ. Chem. Soc.*, 117, 1920, p. 743.
([3]) Haller et Blanc, *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 697.

ou « épicamphre » a bien été préparé simultanément par MM. Lankshear, Perkins et Bredt [1] mais par des méthodes tout à fait différentes et sans passer par l'acide β-homocamphorique non signalé jusqu'à présent.

Plus tard M. Bredt [2] reproduisait la β-campholide de MM. Haller et Blanc par réduction de l'acide β-aldéhyde camphorique (III) obtenu par fusion de la camphoquinone avec la potasse.

$$C^8H^{14}\begin{matrix}CO\\ |\\ CO\end{matrix} \rightarrow (III)\ C^8H^{14}\begin{matrix}COOH\\ C\overset{O}{\swarrow}H\ (\beta)\end{matrix} \rightarrow C^8H^{14}\begin{matrix}CO\\ CH^2\end{matrix}O$$

J'ai pensé que l'acide de Bredt, nommé par ce dernier acide camphocéane-aldéhydique, pourrait servir de point de départ, sinon pour la préparation de l'acide β-homocamphorique, du moins pour celle de son homologue supérieur, l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II). Pour cela, l'acide β-aldéhyde camphorique a été transformé en son éther méthylique (IV) par action successive de $SOCl^2$ et CH^3OH : Éb. 135-136°, sous 12^mm^; semicarbazone, F. 184°. Puis, par condensation avec le zinc et l'éther bromacétique, on a obtenu l'éther mixte méthyléthylique de l'acide α-carboxycamphocéane-β-acrylique (V), sans pouvoir isoler l'éther du diacide-alcool formé intermédiairement :

$$\underset{(IV)}{C^8H^{14}\begin{matrix}CO^2CH^3\\ C\overset{O}{\swarrow}H\end{matrix}} \xrightarrow[+Zn+BrCH^2CO^2C^2H^5]{} \underset{(V)}{C^8H^{14}\begin{matrix}CO^2CH^3\\ CH{=}CH{-}CO^2C^2H^5\ (\beta)\end{matrix}}$$

Cet éther mixte, qui fond à 52-53° (pouvoir rotatoire $[\alpha]_D^{23} = -92°,2$, dans l'alcool méthylique), a conduit par saponification à l'acide correspondant. F. 174-176°; $[\alpha]_D^{23} = +58°,8$ (dans l'alcool méthylique). Ce dernier ne décolore pas le brome à froid, mais donne instantanément, par le permanganate alcalin, de l'acide camphorique; il s'est, facilement et quantitativement, laissé réduire en présence d'oxyde de platine (méthode d'Adams) et a donné ainsi l'acide α-carboxycamphocéane-β-propionique (II) : lamelles brillantes de F. 150-151° et de pouvoir rotatoire $[\alpha]_D^{19} = +38°,1$ dans CH^3OH.

En calcinant le sel de plomb de ce dernier acide dans un courant de gaz carbonique j'ai obtenu, avec un rendement d'environ 45 pour 100, le

(1) LANKSHEAR et PERKINS, *Proc. Chem. Soc.*, 27, 1911, p. 167; BREDT, *Chem. Zeit.*, 35, 1911, p. 715; BREDT et PERKINS, *Journ. Chem. Soc.*, 103, 1913, p. 2182.
(2) BREDT, *Journ. f. prakt. Chem.*, 95, 1917, p. 63.

β-homocamphre (VI) résultant de l'élimination d'une molécule de carbonate de plomb :

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO\,O\text{———}Pb \\ \qquad\qquad\quad | \\ CH^2-CH^2-CO^2\end{matrix}\right. \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO \\ CH^2\end{matrix}\right\rangle CH^2.$$

(VI).

Ce produit, qui est très soluble dans les solvants organiques, fond à 202-204°, est très sublimable, entraînable à la vapeur d'eau et possède une odeur rappelant celle du camphre. Il donne facilement une oxime de P. F. 104-105° et une semicarbazone F. 245°; il est fortemeut dextrogyre $[\alpha]_D^{13} = +111°,2$ dans l'alcool méthylique. On l'obtient également par calcination du sel de thorium, mais le rendement est moins bon.

En résumé, les acides α-carboxycamphocéane-β-acrylique et -β-propionique, ainsi que le β-homocamphre peuvent aisément se préparer à partir de la camphoquinone. Dans mes expériences, la camphoquinone était issue du camphre droit des Laurinées; on aboutit à un β-homocamphre dont la rotation est également dextrogyre.

MINÉRALOGIE. — *Nouvelles recherches sur la composition chimique de la romanéchite*. Note [1] de MM. **F. Zambonini** et **V. Caglioti**.

Nous avions entrepris, il y a quelque temps, une étude approfondie des différents oxydes naturels du manganèse. Quand nous avons connu les résultats que M. J. Orcel a obtenus par ses études sur les mêmes minéraux, nous avons abandonné nos recherches, mais il nous semble bon de faire connaître les résultats de nos analyses chimiques de la romanéchite, le beau minéral de Romanèche que M. A. Lacroix avait distingué de la psilomélane en 1900, et dont M. Orcel a confirmé l'existence comme espèce définie.

On connaît de la romanéchite des analyses dues à Turner et à Berthier : des analyses plus récentes et très complètes ont été exécutées par Gorgeu, au cours de ses travaux sur les oxydes de manganèse naturels et artificiels.

Nous avons pu disposer de quelques échantillons très beaux de Romanèche, qui appartenaient à la variété botroyde à structure fibreuse de M. A. Lacroix. Le matériel pour l'analyse a été trié avec beaucoup de soins, et nous avons obtenu pour le fer une quantité bien plus petite que celle trouvée jadis par Gorgeu. Voici nos résultats :

---

(1) Séance du 9 mars 1931.

SiO^2....	0,340	MnO....	6,14	Fe^2O^3....	0,05	ZnO....	0,035
CuO....	0,046	BaO.....	16,03	P^2O^5....	0,015	Na^2O...	1,30
PbO....	0,094	CaO.....	1,55	Al^2O^3....	0,25	K^2O....	0,60
As^2O^5...	0,82	SrO.....	0,03	TiO^2.....	0,01	Li^2O....	0,0016
MnO^2...	67,69	MgO.....	0,33	WO^3....	0,16	H^2O....	4,68

Sa = 100,17; O actif = 12,46 pour 100.

Notre analyse est assez voisine de celle de Gorgeu, mais montre que la romanéchite contient de petites quantités de strontium, de zinc, de lithium, de titane et de tungstène, qui avaient échappées à ce chimiste. Il n'avait déterminé que la somme CuO + PbO : dans nos échantillons la quantité de PbO est double de celle de CuO. Les analyses de Gorgeu ont montré que le sodium et le potassium se trouvent dans la romanéchite en quantité faible et très variable : quelquefois le potassium existe en plus grande quantité que le sodium, tandis que, dans la variété subériforme, il ne se trouve qu'à l'état de traces. Dans la romanéchite que nous avons analysée Na et K sont plus abondants : comme dans la variété subériforme étudiée par Gorgeu, le sodium l'emporte sur le potassium. Gorgeu a reconnu la présence de l'aluminium seulement dans la variété subériforme : dans notre analyse la quantité de Al^2O^3 est nettement supérieure à celle de Fe^2O^3.

Ce résultat présente un certain intérêt. M. A. Lacroix a observé que, dans la zone manganésifère de Romanèche, se trouve toujours de l'arsenic, qui atteint jusqu'à 1,5 pour 100 dans la croûte extérieure de l'échantillon de romanéchite analysée par Gorgeu. Comme, à Romanèche, la romanéchite est accompagnée d'arséniosidérite, et comme M. A. Lacroix a constaté que ce dernier minéral alterne parfois avec la romanéchite, on pouvait penser que l'arsenic de la romanéchite est dû à de l'arséniosidérite mélangée, mais qu'on n'arrive pas à déceler. En effet, dans les analyses de Gorgeu, As^2O^5 est accompagné de quantités de Fe^2O^3 supérieures à celles qui seraient nécessaires d'après la composition de l'arséniosidérite. Dans notre analyse au contraire, la quantité de fer est très petite vis-à-vis de celle de l'arsenic, ce qui prouve que l'arsenic de notre romanéchite ne peut pas se trouver à l'état d'arséniosidérite. On peut penser à la présence d'un arséniate d'aluminium et de calcium, et l'on peut faire aussi d'autres hypothèses, qui malheureusement ne sont pas démontrables, parce que nous n'avons pas été plus heureux que M. A. Lacroix dans les tentatives que nous avons faites pour isoler ou déterminer le composé d'arsenic se trouvant dans la romanéchite.

Nous avons étudié l'élimination de l'eau de la romanéchite. Nos résultats se trouvent réunis dans le tableau ci-après :

Perte de poids (*pour* 100).

Sur $CaCl^2$...	0,28	A 200°......	1,40	A 450°......	1,76
A 110°......	0,40	A 300°......	1,56	A 500°......	2,47
A 120°......	0,46	A 350°......	1,56	A 550°......	3,05
A 140°......	0,63	A 370°......	1,56	A 600°......	4,10
A 180°......	1,06	A 400°......	1,60	A 650°......	4,68

On voit qu'une petite partie de l'eau peut être considérée comme hygroscopique, elle est, en effet, éliminée sur le chlorure de calcium. Une autre portion est chassée au-dessous de 200°, et le reste n'est éliminé qu'au-dessus de 400°. Entre 200° et 400° il n'y a pas d'élimination d'eau. Il est très probable que seule l'eau qui s'en va à une température supérieure à 400° appartient à la constitution de la romanéchite : celle qui s'élimine au-dessous de 200° est due aux composés, probablement amorphes ou colloïdaux, mélangés à la romanéchite.

Gorgeu a déduit de ses analyses la formule

$$(Mn, Ba)O.3MnO^2 + H^2O.$$

M. A. Lacroix a observé, avec raison, qu'il était difficile de ne pas considérer l'eau comme combinée, ce qui l'a conduit à écrire la formule de la romanéchite $H^2(Mn, Ba)Mn^3O^8$. Notre analyse a donné pour MnO une quantité plus petite que celles trouvées par Gorgeu; nos déterminations d'oxygène actif ont été répétées plusieurs fois et nous ne pouvons pas douter de l'exactitude des nombres obtenus par nous. Ces résultats conduisent aux rapports

$$MnO^2 : MnO + BaO : H^2O \text{ (au-dessus de } 400^o) = 4,08 : 1 : 0,89,$$

c'est-à-dire à la formule $H^2(Mn, Ba)Mn^4O^{10}$.

Si l'on réunit à MnO et BaO les oxydes de calcium, de potassium, de sodium, on obtient $MnO^2 : RO : H^2O = 3,08 : 1 : 0,68$; ou $3,08 : 1 : 1$, à condition de considérer comme eau de constitution l'eau totale. On retrouve ainsi la formule de Gorgeu, mais nous pensons qu'il faut bien admettre qu'une certaine partie des oxydes des métaux se trouve liée à l'arsenic, qui certainement n'est pas présent à l'état de As^2O^5.

Quoi qu'il en soit, nous sommes d'avis que la composition chimique de la romanéchite doit être interprétée de la manière suivante :

La coronadite, si on laisse de côté les impuretés, est bien une romanéchite à base de plomb, mais sa formule n'est pas celle du minéral français, et la hollandite doit aussi être rapprochée de la romanéchite, ainsi que l'ont montré récemment MM. Orcel

et Pavlovitch par leurs recherches optiques; mais la formule de la hollandite est très variable et sa composition est caractérisée par la présence de quantités considérables de Fe^2O^3. La hollandite, plus riche en baryum, de Kajlidongri répond à la formule $(Ba, Mn)Mn^4O^8.0,4(Fe, Al)^2O^3$, et il est intéressant de noter que le manganite est le même que celui de la romanéchite, mais il est anhydre. Nous pensons que tous ces minéraux doivent être réunis dans un même groupe.

Il nous semble qu'on peut les ramener à un même type de formule, en admettant que la structure cristalline fondamentale est déterminée par MnO^2 (dans la hollandite la teneur en MnO^2 atteint 75 pour 100). Supposons que, dans l'unité de structure cristalline, soit contenu un nombre de molécules de MnO^2 tel que le nombre des atomes d'oxygène soit un multiple de 3. L'hypothèse la plus simple est qu'on ait affaire à $3MnO^2$.

Il est aisé de voir que les groupements $2BaMnO^3$, $2Mn^2O^3$, $2Fe^2O^5$ ont le même nombre d'atomes d'oxygène que $3MnO^2$, et que la somme des valences est aussi la même. On conçoit alors la possibilité d'une substitution partielle de ces composés à $3MnO^2$ et il en résulte une variation considérable de composition chimique dans les minéraux de gisements différents.

Des recherches röntgenographiques doivent pouvoir jeter de la lumière sur cette question. Nous avons cherché, mais jusqu'ici sans succès, à obtenir par la méthode de Debye, des röntgenogrammes utilisables.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Massif du Mikoboka et du Plateau de l'Analavelona* (sud-ouest de Madagascar). Note de M[lle] **Éliane Basse**, présentée par M. Charles Jacob.

Géographie. — Le Massif basaltique du Mikoboka, y compris sa bordure sédimentaire, surplombe le coude pittoresque de la Vallée du Manombo, tandis que le Plateau de l'Analavelona, dont il est séparé par la Rivière Manandana, domine lui-même à l'Est, par 1320^m d'altitude, la grande plaine qui s'étend depuis Manera jusqu'au delà d'Ankazoabo.

Stratigraphie. — Les deux régions sont essentiellement constituées par des terrains crétacés avec coulées basaltiques interstratifiées. La série stratigraphique est la suivante :

1° Dalles gréseuses à grains fins, puis plus grossiers, avec des intercalations sableuses.

2° Marnes grises, gypsifères, néocomiennes, à *Belemnites* (*Duvalia dilatata*, etc.).

3° Grès grossiers, riches en galets de quartz roulés et en huîtres rappelant *Exogyra imbricata* Krauss. Aptien supérieur.

4° Calcaire gréseux brun à *Acanthoceras : Ac. Newboldi*, *Ac. Mantelli*, *Ac. Harpax*, *Prionotropis Douvillei*. La partie inférieure renferme parfois des galets d'oolite callovienne à *Hecticoceras* et presque toujours des blocs de l'Aptien supérieur sur lequel elle est transgressive. Cénomanien.

5° Grès sableux, jaune clair, mal cimenté. La partie inférieure (Turonien inférieur) contient : *Prionotropis Douvillei*, *Fagesia superstes*, *Mammites conciliatus*, des *Puzosia* (*Puz. planulata*), des *Scaphites*, des *Nautiles*; la partie moyenne (Turonien supérieur) est une véritable lumachelle à *Inoceramus digitatus*; l'horizon supérieur, de 50 à 100^{m} d'épaisseur, n'est pas fossilifère. Dans la région septentrionale de l'Analavelona, une coulée basaltique prismée, de 15 à 20^{m} de puissance et s'effilant vers le Sud-Ouest jusqu'à disparition complète, est intercalée vers le milieu de cet horizon supérieur.

6° Grès gris, pyriteux à la base, fossilifère au sommet avec une faune santonienne assez riche : *Mortoniceras texanum*, *Schloenbachia Umbulazi*, *Pachydiscus antecursor*, *Baculites capensis*, des *Kossmaticeras*, des *Turrilites* épineux, des Nautiles, *Janira quinquecostata*, *Protocardium* cf. *Hillanum*, des *Trigonoarca*, *Astarte*, *Lucina*, *Fusus* et *Voluta*.

7° Épanchements basaltiques prismés, atteignant 60^{m} de puissance environ.

8° Calcaire argileux rouge, probablement maestrichtien inférieur, transgressif sur les basaltes, au contact desquels il renferme : *Pachydiscus neubergicus*, *Pachyd. gollevillensis*, *Janira quinquecostata*, *Alectryonia ungulata*, *Al. diluviana*, *Trigonoarca Japeticum*.

9° Calcaires blancs, marneux à la base, crayeux au sommet, avec une riche faune : *Pachydiscus Grossouvrei*, *Campanile inauguratum*, *Cancellaria Camdeo*, *Volutilites fanivelonensis*, *Turrilites* cf. *difficilis*, *Pycnodonta vesicularis*, *Alectryonia ungulata*, *Nautilus desertorum*, *Naut. danicus* et autres espèces maestrichtiennes et daniennes.

La continuité de sédimentation depuis le Maestrichtien inférieur jusqu'au Danien inclus, les faciès et les faunes de ces terrains rappellent tout à fait ce qui a été récemment signalé dans la province de Maintirano. Seules, les faunes présentent ici une plus grande variété de formes.

10° Argiles rouges sans fossiles, marquant probablement une émersion passagère.

11° Grès à *Lithothamnium*, Algues diverses et Polypiers, coupés de lits argileux rouges.

Tectonique. — Dans l'ensemble, les couches sont légèrement inclinées vers le Sud.

Le Massif du Mikoboka correspond à un bombement anticlinal, déblayé jusqu'au niveau des basaltes, sur lesquels l'érosion s'exerce actuellement; la couverture sédimentaire apparaît vers le Sud et vers l'Ouest, formant les gradins d'un vaste amphithéâtre.

Ce massif s'enfonce vers l'Est sous le Plateau de l'Analavelona dont il est séparé par une faille assez oblique. Le rejet, qui mesure 400^{m} environ vers

le Nord (Région du Manombo), s'affaiblit progressivement vers le Sud et devient insensible à quelques kilomètres en deçà du confluent Manandana-Fiherenana. En réalité, aux abords de la faille, le Massif du Mikoboka est affecté d'ondulations sensiblement parallèles à celle-ci, plis qui par endroits se sont fracturés suivant la même direction méridienne.

Le plateau de l'Analavelona, protégé de l'érosion par une couverture basaltique tabulaire, en continuité stratigraphique avec celle du Mikoboka, est légèrement incliné vers le Sud-Est, direction suivant laquelle l'entaillent, à pic, deux affluents du Fiherenana : l'Andranohetsa et la Betaola.

La grande faille de contact semble avoir la même inclinaison que celle de l'Andrambo; en outre, située sur son prolongement, elle a la même direction et affecte les mêmes terrains. La surrection de l'Andrambo est la réplique, à une échelle réduite, de celle de l'Analavelona plus au Nord.

GÉOLOGIE. — *Présence d'un faciès à Céphalopodes dans le Coniacien du nord-ouest de la province de Burgos (Espagne).* Note de M. **Raymond Ciry**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Sénonien affleure largement dans la partie nord-ouest de la province de Burgos, où il constitue notamment les *Páramos* ou Hauts-Plateaux calcaires de Villalta et des environs de Sedano ([1]).

Une étude détaillée de cette région m'a permis de reconnaître, à la base de ces dépôts, un Coniacien bien caractérisé dont le principal intérêt est de présenter un faciès à Céphalopodes.

Ces couches débutent par des grès glauconieux, reposant en concordance sur les calcaires compacts à *Vaccinites prægiganteus* Toucas sp., du Turonien supérieur. Au-dessus viennent des marnes et des calcaires marneux qui passent progressivement, vers leur partie supérieure, à de nouveaux calcaires compacts, stériles, appartenant probablement déjà au Santonien.

Les deux niveaux, grès glauconieux d'une part, marnes et calcaires marneux de l'autre, sont très fossilifères. Aux environs de Masa, de Nidáguila, de Terradillos, de Sedano, etc., ils m'ont fourni une faune d'Ammonites coniaciennes, nombreuses sinon très variées. J'y ai recueilli à la fois des espèces classiques et des formes nouvelles : *Barroisiceras Haberfellneri*, F. von Hauer sp., *Barroisiceras Haberfellneri*, var. *Harlei* de Grossouvre,

([1]) Voir le *Mapa geologico de Espana*, au $\frac{1}{400000}$, feuille n° 12, et le *Mapa militar itinerario de Espana* au $\frac{1}{200000}$, feuille n° 15.

Barroisiceras sp., *Tissotia haplophylla* Redtenbacher sp., *Tissotia Robini* Thiollière sp., *Tissotia* sp., *Hemitissotia* du groupe d'*Hemitissotia batnensis*, *Mortoniceras Bourgeoisi* d'Orbigny sp. emend. de Grossouvre, *Gauthiericeras* sp., *Schloenbachia* aff. *propoetidum* Redtenbacher sp.

La répartition verticale de ces Ammonites n'est pas rigoureusement définie. Cependant, d'une façon générale, les *Tissotia* dominent dans les grès de base, tandis que les couches marneuses sont surtout riches en *Barroisiceras*. Les *Hemitissotia* se montrent seulement au sommet des marnes et subsistent seuls dans les couches plus calcaires de la partie supérieure.

Accompagnant ces Ammonites, se rencontre une faune variée, particulièrement riche dans les assises marneuses, et comprenant des Échinides : *Cyathocidaris spinosissima* Agassiz sp., *Hemiaster Lamberti* Savin sp., *Hemiaster Desori* Haime sp., *Integraster punctatus* d'Orbigny sp.; des Lamellibranches : *Ceratostrea plicifera* Coquand sp. et ses nombreuses variétés, *Heligmopsis petrocoriensis* Coquand sp., des Gastéropodes, des Brachiopodes, de très nombreux Bryozoaires.

Avec des caractères lithologiques analogues, mais une faune d'Ammonites souvent très appauvrie, ce Coniacien se rencontre sur toute la périphérie des Hauts-Plateaux et même d'une façon très constante à la base de tous les affleurements sénoniens de la région. Je l'ai également retrouvé, fossilifère, près de Santelices, à la limite des provinces de Burgos et de Santander, vers la terminaison occidentale des Pyrénées Cantabriques, où Larrazet (¹) a admis son absence.

Les faciès à Céphalopodes sont exceptionnels dans le Coniacien espagnol. Dans le nord de la péninsule notamment, il n'a été signalé d'Ammonites appartenant à cet étage, ni dans la bordure septentrionale de la Meseta, ni dans le domaine pyrénéen. Dans les provinces cantabriques, M. Mengaud (²) n'en a cité qu'une seule espèce : *Barroisiceras* cf. *Haberfellneri* F. von Hauer sp., var. *Desmoulinsi*, représentée par un échantillon unique et fruste, trouvé « à la partie inférieure de la Meseta de Cortiguera ».

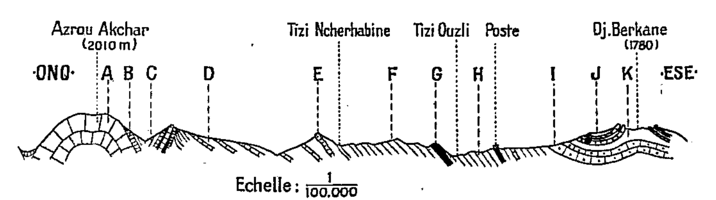
La faune découverte dans la partie nord-ouest de la province de Burgos constitue ainsi le premier ensemble important d'Ammonites coniaciennes connu en Espagne.

(¹) M. LARRAZET, *Recherches géologiques sur la région orientale de la province de Burgos et sur quelques points des provinces d'Alava et de Logroño* (*Thèse*, Paris, 1896).

(²) L. MENGAUD, *Recherches géologiques dans la région cantabrique* (*Thèse*, Paris, 1920).

GÉOLOGIE. — *Observations sur la géologie de la région de Tizi Ouzli (Rif oriental).* Note de M. **Jean Marçais**, présentée par M. Charles Jacob.

Au cours de ma dernière mission pour le Service de la Carte géologique du Maroc, j'ai pu préciser la stratigraphie des terrains de la région de Tizi Ouzli. La coupe transversale ci-dessous, qui passe par les points 467-642 et 462-650 (feuille *Boured* n° 3 au $\frac{1}{100\,000}$ du Service géographique du Maroc), commence à montrer la structure de la région.



Coupe dans le Rif oriental (région de Tizi Ouzli).

Aujourd'hui j'insisterai surtout sur les terrains jurassiques (A à F), passant ensuite rapidement sur ceux qui leur succèdent (G à K).

A. Le massif de l'Azrou Akchar est constitué, comme l'a dit le Dr Russo [1], de calcaires gris clairs légèrement dolomitiques (Lias probable), suivis d'un calcaire verdâtre et rosé, schisteux (Bajocien et Bathonien probables) avec *Phylloceras* sp.

B. Vient ensuite un calcaire noduleux rouge, callovien, qui m'a fourni sur le flanc oriental de l'Azrou : *Reineckeia Grossouvrei* Petitc., *Perisphinctes* cf. *Neumayri* Siem., *P.* cf. *Pottingeri* Sow. sp., *P.* cf. *Orion* Oppel sp., *Phylloceras* cf. *Demidoffi* Rouss., *Lytoceras* sp., fossiles qu'a bien voulu déterminer M. Corroy. J'ai retrouvé ce même faciès dans la crête dentelée qui perce les schistes à l'Est de l'Azrou et au Dj. Tafechtel, là avec *P.* cf. *Recuperoi* Gemm.

C. Des schistes marneux, bruns, luisants, de l'Oxfordien, avec *Pachyceras Lalandei* d'Orb., forment la haute vallée de l'Oued Azrou.

D. Des bancs calcaires avec intercalations de marnes schisteuses, violettes et verdâtres représentent l'Argovien. *Perisphinctes Elizabetæ* de Riaz, *P.* cf. *biplex* Sow., *P.* sp. aff. *breviceps* Quens., *P.* cf. *Praleirei* Favre, *Taramelliceras callicerum* Oppel sp., *Oppelia* cf. *Frotho* Oppel sp., *Aptychus*

(1) P. et L. Russo, *Recherches géologiques sur le nord-est du Rif* (*Mém. Soc. Sc. nat. du Maroc*, 20, 1929, p. 78 et suiv.).

sparsilamellosus Gümbel (in Favre) s'y rencontrent sur toute la hauteur et *Peltoceras bimammatum* Rasp. sp., seulement au sommet. Ces calcaires dessinent une courbe, depuis le point 465-646 jusqu'au Dj. Sidi Aissa, avec un pendage d'abord ESE puis ENE.

Un galet trouvé près du poste de Tizi Ouzli m'a fourni *Peltoceras* cf. *arduennense* d'Orb., qui indique une zone supérieure de l'Oxfordien.

Au nord de l'Azrou et du Dj. Malou, l'Argovien calcaire n'apparaît plus; mais, dans des schistes à bancs de quartzites souvent redressés et plongeant généralement NNW, on trouve sur le sol en 468-641 : *Perisphinctes Luciæ* de Riaz [1] et *P.* cf. *indogermanus* Waag. [2]. L'Oxfordien-Argovien passerait ainsi vers le Nord-Ouest à un faciès schisteux.

E. Reprenant la coupe, où des bancs de dolomie et de grès apparaissent dans les dernières couches argoviennes, j'ai trouvé un *Perisphinctes* du gr. de *pseudolictor* Choffat, c'est-à-dire à affinités nettement rauraciennes. *Lissoceras* cf. *elimatum* Oppel sp. ou *subelimatum* Font. sp., trouvé dans l'Oued Targhilest, confirme que le Jurassique supérieur doit exister dans la série.

F à K. Un banc calcaire dans les schistes (F) m'a fourni un échinide indéterminable spécifiquement, mais déjà crétacé pour M. Lambert. Deux lames de Trias (G) traversent la série schisteuse (H) à Tizi Ouzli; puis des marnocalcaires (I), riches en Nummulites, Orthophragmines et Assilines, représentent le Numulitique; enfin des bancs de grès quartzeux (J) sont intercalés dans les marnes noires (K) qui terminent la série. Dans ces derniers termes qui forment le Dj. Berkane, la coupe montre une disposition anticlinale, dont l'axe sur le terrain est dirigé Nord-Est.

En résumé, les terrains examinés comprennent d'abord un épisode calcaire assez profond avec *Lytoceras* et *Phylloceras*, qui représente le Jurassique jusqu'au Callovien inclus. Une série marnoschisteuse monotone (terrains dits « à faciès de schistes lustrés » du Dr Russo) se développe ensuite jusqu'au Nummulitique. Elle comporte probablement des lacunes que l'absence de fossiles et l'uniformité des faciès ne permettent pas encore de déceler.

---

(1) Fossile trouvé par le lieutenant Goavers du S. G. A.

(2) Dans cette région, le Dr Russo signale (*loc. cit.*, p. 78 et 85) deux fossiles du Lias supérieur, dont je ne puis actuellement m'expliquer la présence en ce point.

SÉISMOLOGIE. — *Grande catastrophe séismique du 8 mars 1931 en Yougoslavie méridionale.* Note de M. **Mihaïlovitch Jelenko**, présentée par M. G. Bigourdan.

Le 8 mars 1931 a éclaté un tremblement de terre désastreux provoquant des victimes, 159 morts, 572 blessés. Le cataclysme a détruit 36 villages et nombre d'autres ont été ruinés ou endommagés. C'est le plus violent séisme connu dans le territoire de la Yougoslavie méridionale pendant les 14 siècles derniers. Le téléséisme a été enregistré par tous les séismographes du monde.

Précédée d'une secousse ruineuse du 7 mars à $0^h16^m49^s,7$ (t. m. Gr. à l'épicentre) dans la vallée de *Valandovo* (41°20′N, 22°35′ E. Gr.), suivie d'un grand nombre des secousses moins fortes, la grande catastrophe fracassa après un intervalle de 25,5 heures le 8 mars à $1^h50^m25^s,8$ et dura 12 secondes. Les communications avec la Grèce ont été interrompues pendant 24 heures à la suite de dégâts aux chemins de fer. Les rails en avaient baissé jusqu'à demi-mètre et furent froissés à $30\text{-}40^{cm}$ sur une longueur de 2^{km}. Les communications télégraphiques et téléphoniques ont été interrompues pendant quelques heures, par suite de la chute des supports fixés sur les maisons écroulées. Nombre de crevasses ont été ouvertes suivant la vallée de Vardar et de ruisseaux dans la zone pléistoséiste. Des jets d'eau souterraine jaillirent en divers endroits. Dans les environs du village Negorci s'élancèrent encore de grandes quantités d'eau thermale sulfureuse de 40°C. suivant une nouvelle dislocation. Nombre de sources ont été mises à sec, etc.

Mais les deux premières secousses violentes ne furent pas les seules. Elles furent suivies de beaucoup d'autres, moins violentes qui se répétaient presque chaque 2 ou 3 minutes. Les plus fortes eurent lieu le 8 mars : à $2^h11^m27^s,7$, — $2^h26^m51^s,0$, — $2^h39^m25^s,5$, — $5^h03^m16^s,0$, — $5^h13^m35^s,7$, — $6^h28^m46^s,9$. Les répliques ont provoqué d'autres dégâts dans les ruines déjà ouvertes. Pour comble de malheur des pluies abondantes arrosent les ruines et les habitants consternés se sont réfugiés en plein air sans abris. Le Vardar et ses affluents ont débordé aggravant la misère.

Les bruits souterrains ont été très forts et très fréquents, ressemblant aux explosions de grenades. Même aujourd'hui on y entend encore des canonnades produisant l'impression de rafales du feu d'artillerie souterraine. Il y est impossible d'énumérer tout les bruits qui sont presque permanents.

Le nombre de secousses varie d'un jour à l'autre de 80 à 220. La terre tremble encore là-bas.

Situation géologique du pléistoséiste. — La vallée de Valandovo est une fosse (Graben) enfoncée entre deux grandes dislocations du Nord et du Sud, dans les roches cristallines des gneiss sédimentaires et des gneiss éruptifs, cassés par les éruptions des granits et des diabases et serpentins. Même entre deux autres grandes dislocations limitées à l'Ouest par des grandes masses des diabases et des serpentins coulées pendant le temps jurassique supérieur; à l'Est par les calcaires et marbres paléozoïques, des gneiss sédimentaires et éruptifs. La même situation suit les deux côtés du Vardar vers le Sud. La fosse même est formée de jeunes sédimentations diluviales et récentes.

Conclusions sur l'effet séismique. — D'après mes recherches dans toute la zone épicentrale et d'après les calculs des séismogrammes faits à l'Institut séismologique de Beograd, nous sommes porté aux conclusions suivantes :

1° La profondeur du foyer correspond au mieux à la valeur de 45^{km}. Vitesse moyenne des ondes primaires = 7,95 km/sec. Les volumes des blocs séismogènes comportent : pour le pléistoséiste du 7 mars, 3195^{km^3}. L'énergie calculée du premier bloc séismogène est de 460 milliards de kilogrammètres, c'est-à-dire à 6 trillions de H. P.

2° La fosse tectonique de Valandovo, formée du matériel émis, a servi comme pléistoséiste à la grande catastrophe et est exposé à la pression constante de la part des masses granitiques mobiles de l'Est (montagnes Belasica et Blaguša) et en même temps à la résistance correspondante des masses diabasiques de l'Ouest (montagnes Marianska) englobant la surface de 71^{km^2}.

3° Relâchées d'une telle manière, les masses granitiques de l'Est, pour rétablir leur premier état de stabilisation, ont donné un coup désastreux vers l'Ouest et vers le Sud-Ouest le 8 mars à $14^h 50^m 25^s,8$. Le bloc de Valandovo, déjà mis en mouvement le 7 mars, s'est avancé provoquant le mouvement destructeur d'un autre bloc, son voisin au Sud. Ainsi les deux blocs ont servi comme pléistoséiste à la grande catastrophe suivant les lignes de leur circonférence d'une surface totale de 335^{km^2}.

4° Les relâchements des grands blocs éruptifs ont provoqué, par une impulsion naturelle, les changements d'équilibre aux autres blocs séismogènes environnants. Le chancellement de la stabilité d'un grand nombre de blocs grands et petits a produit les ruines moins sévères des habitations sur une grande surface de $11\,500^{km^2}$.

5° Il faut chercher l'initiative de ces grands mouvements dans l'action

progressive de démembrement de la vieille masse du système du Rhodope. Comme nous l'avons indiqué antérieurement, le fractionnement de cette masse se continue et leurs blocs se meuvent encore.

a. Le 5 juillet 1902, une catastrophe au nord de Salonique, à *Langada* (40°3′N, 20°3′E), accuse la pression de la part des grands blocs de Rhodope vers le Sud;

b. Le 4 avril 1904, grande catastrophe dans le Kresna défilé, à *Džumaja* (42°8′N, 23°5′E), montre l'influence de Rhodope vers l'Ouest;

c. Le 9 août 1902, séismes destructeurs sur la mer de Marmara, à *Ganohora* (40°44′N, 27°20′E), produits par le mouvement de Rhodope vers le Sud-Est;

d. Les 14 et 18 avril 1928, les téléséismes destructeurs en Bulgarie, à *Duvandža-Papazli* (42°9′N, 24°50′E), indiquent la pression vers le Nord;

e. Enfin les dernières catastrophes de mars 1931 dans la vallée de *Valandovo* (41°20′N, 22°35′E) accusent bien net la pression du Rhodope vers le Sud-Ouest.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la caryocinèse somatique du* Bolbostemma paniculatum *Franquet*. Note (¹) de MM. **A. Eichhorn** et **R. Franquet**, présentée par M. Molliard.

Comme l'un de nous l'a montré récemment (²), on peut admettre que les deux opinions soutenues au sujet de l'aspect présenté, sur le vivant, par les noyaux à l'état quiescent ou en interphase, à savoir, d'une part, qu'ils sont porteurs d'un fin reticulum granuleux ou, d'autre part, qu'ils sont optiquement vides, sont, suivant les cas, également fondées. L'existence incontestable d'un réseau chez un grand nombre de noyaux d'Angiospermes, comme de Gymnospermes, explique l'apparence structurée de nombre de ces éléments. On connaît par contre un certain nombre de végétaux chez lesquels les noyaux ne possèdent pas de reticulum et à l'intérieur desquels on ne parvient à distinguer, *in vivo*, qu'un unique nucléole de forme sphérique, central le plus généralement, et assez volumineux. A vrai dire il est possible, dans ces derniers cas, de constater, après fixation, la présence, à

(¹) Séance du 16 mars 1931.

(²) A. Eichhorn, *Sur la notion de prochromosomes et de chromocentres* (*C. R. Soc. Biol.*, 104, 1930, p. 854) et *Aperçus sur le noyau à l'état quiescent* (*Rev. gén. Bot.*, 42, 1930, p. 449.

l'intérieur de la cavité nucléaire, de petits corps ovoïdes, placés tout contre la membrane, et dont l'exiguïté seule fait qu'ils ne peuvent être que difficilement discernés lors d'une observation vitale. L'étude du cycle évolutif de ces formations paraît autoriser à penser qu'elles ne sont autre chose que les chromosomes, persistant au delà de la mitose, et subsistant dans le noyau au repos. Ils répondent à la définition des prochromosomes et peuvent être considérés comme tels.

Par ailleurs il est aisé de constater que, si les noyaux porteurs d'un réseau possèdent des chromosomes de grande taille, ceux qui apparaissent optiquement vides (*Cucurbita*, *Phaseolus*, *Solanum*) en possèdent de très petits. Une confirmation de ces faits nous sera fournie par l'étude de la caryocinèse somatique d'une Cucurbitacée de Chine : *Bolbostemma paniculatum* Franquet ([1]).

A l'observation vitale les noyaux de cette plante apparaissent dépourvus de toute structure, et l'on ne peut reconnaître, à l'intérieur de la membrane, et baignant dans l'enchylème nucléaire, qu'un nucléole unique, arrondi et fortement réfringent. Si l'on procède à la fixation sous l'objectif, par passage d'un liquide fixateur entre lame et lamelle, on ne tarde pas à voir apparaître, à la périphérie du noyau, de petits corps, de taille sensiblement comparable, et dont il sera possible de suivre l'évolution sur préparations. D'autre part, si l'on utilise, au lieu du mélange fixateur, une solution assez concentrée de bleu de méthylène, on voit, après un certain temps, apparaître les mêmes corpuscules, faiblement colorés en bleu vert (*a*). On retrouve ces formations quand on examine des coupes de méristèmes radiculaires fixés, au liquide de Helly par exemple, et colorées à l'hématoxyline ferrique, suivant la technique usuelle. Quelle que soit la méthode employée les images sont semblables, plus nettes cependant dans cs dernier cas, qui permet de suivre la caryocinèse dans son ensemble.

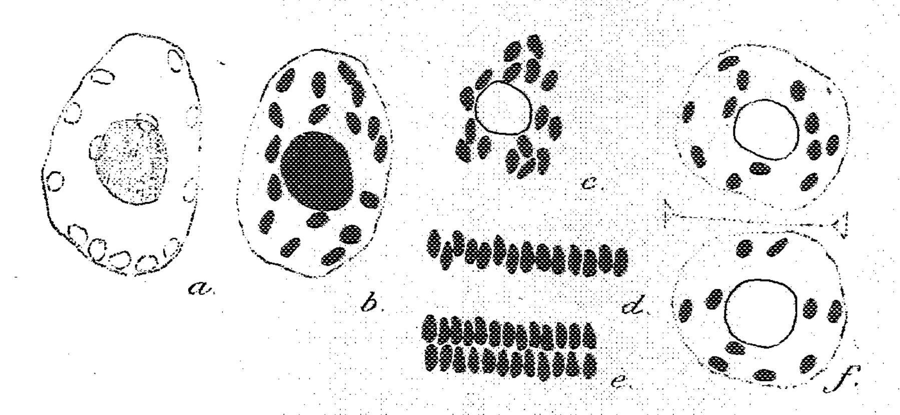
Si l'on part du noyau interphasique, pourvu comme nous venons de le voir d'un volumineux nucléole et d'un certain nombre de prochromosomes, on constate que ceux-ci quittent, à la prophase, la périphérie (*b*) et, se rap-

---

([1]) Cette plante est remarquable du point de vue physiologique par la richesse de ses bulbes en maltose, sucre présent chez très peu de végétaux [Cf. R. Franquet, L'Actinostemma paniculatum *Maxim ex-Cagniaux doit constituer un genre nouveau de Cucurbitacées* (*Bull. Muséum*, 2e série, 2, 1930, p. 324-328), et H. Colin et R. Franquet, *Une nouvelle plante à maltose*, Schizopepon Fargesii *Gagnepain* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 890)].

prochant les uns des autres, gagnent le centre pour finir par se grouper autour du nucléole (*c*) qui, lui, n'a ni bougé, ni modifié son aspect. Ce nucléole persistera parfois assez tard, ou disparaîtra soit brusquement, soit par fonte progressive, sans que les chromosomes ne lui aient emprunté manifestement une partie de leur substance.

On voit, ensuite, les chromosomes se ranger en plaque équatoriale. En vue latérale, ils apparaissent, étant donnée la régularité avec laquelle ils se placent côte à côte, sous forme d'une ligne presque droite (*d*); en vue



polaire, ils réalisent une véritable plaque. Bientôt la division de ces éléments s'opère (*e*) et l'on constate la formation de deux couronnes anaphasiques qui émigrent lentement, chacune respectivement vers un pôle. Jusqu'ici les chromosomes sont toujours demeurés parfaitement individualisés. A la télophase ils semblent se tasser quelque peu, mais ils ne se confondent pas et ne tardent pas à s'écarter les uns des autres, cependant que par places, apparaissent plusieurs petits nucléoles, dont la fusion redonnera le gros nucléole unique du noyau au repos. Les chromosomes gagnent alors la périphérie du noyau, où ils séjourneront, sous l'aspect de prochromosomes jusqu'à la mitose suivante (*f*).

En résumé, chez le *Bolbostemma paniculatum*, qui offre un nouvel exemple de noyaux possédant uniquement des chromosomes de petite taille, on peut admettre l'existence de prochromosomes réels, fournissant directement les chromosomes au moment de la mitose, ceux-ci redonnant à leur tour des prochromosomes à l'interphase. Le noyau quiescent apparaît optiquement vide et cela s'explique par ce qui a été dit plus haut. Le nucléole ne semble jouer ici encore aucun rôle apparent dans la cinèse. Nul fuseau fibrillaire ne peut être mis en évidence.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sécrétion par le méristème caulinaire de* Cuscuta epithymum *de substances nocives pour les tissus des hôtes.* Note de MM. Maurice Hocquette et L. Arsigny, présentée par M. Blaringhem.

Au cours de recherches sur le parasitisme de *Cuscuta epithymum* L. var. *Trifolii* (Bab. et Gibs.) Trab., nous avons remarqué que lorsque le bourgeon terminal d'une tige de Cuscute entre en contact avec des tissus de Luzerne, ceux-ci sont le siège d'altérations plus ou moins profondes. Ces phénomènes ne se produisent que dans les cas de contact au cours d'une période de croissance rectiligne, c'est-à-dire de non-irritabilité de la tige de Cuscute. Pendant les périodes d'irritabilité, lorsque la tige croît en spires serrées, et bien que son sommet puisse se trouver étroitement appliqué contre un organe de la plante-hôte, le contact prolongé entre l'épiderme de cet organe et le bourgeon terminal est rendu impossible par suite de l'allongement des éléments épidermiques (prehaustorium) immédiatement en arrière de celui-ci.

Les modifications pathologiques cellulaires que nous avons pu constater dans le premier cas sont vraisemblablement le résultat de l'action de substances chimiques sécrétées par les tissus jeunes; nos observations se rapportent à la membrane et au noyau.

L'action de la sécrétion se manifeste d'abord sur l'assise épidermique de Luzerne et se traduit par un gonflement des parois cellulosiques; la zone cutinisée de la membrane externe des éléments épidermiques offre plus de résistance et morphologiquement reste intacte assez longtemps. Les modifications chimiques qui interviennent dans la nature de la membrane aboutissent à une sorte de gélification et la membrane altérée présente une grande affinité pour les colorants basiques. Avec le gonflement on observe souvent des délaminations qui donnent lieu à des aspects particuliers. L'altération gagne rapidement les couches corticales sous-jacentes; en même temps les assises externes de plus en plus attaquées s'affaissent; leur contenu cellulaire disparaît, les éléments sont écrasés et l'on n'observe plus alors, à la périphérie des organes atteints, qu'une couche informe extrêmement chromophile.

Le noyau, normalement arrondi ou ovale, après s'être légèrement gonflé subit bientôt des modifications profondes. Dans l'enchylème nucléaire apparaissent d'abord de fines granulations chromatiques qui se teintent en

gris par l'hématoxyline après régression normale; les granules deviennent de plus en plus importants et nombreux, en même temps qu'ils se colorent davantage, et acquièrent finalement la taille des caryosomes qui existent dans un noyau quiescent normal. Le noyau se déforme, s'allonge, prend souvent la forme d'un boudin et le contact nucléo-cytoplasmique s'estompe. Finalement les granulations chromatiques sont dispersées dans le cytoplasme et le noyau disparaît complètement. Ces modifications pathologiqnes et ce mode de disparition du noyau correspondent exactement au processus de dégénérescence désigné sous le nom de *Caryorhexis*.

Les effets de la sécrétion s'observent sur une étendue de 1^{mm} à $1^{mm},5$ dans le plan perpendiculaire à la direction de croissance et parallèlement à l'épiderme de l'organe atteint; c'est au déplacement du bourgeon en rapport avec la circumnutation de l'extrémité de la tige ou du rameau qu'il faut attribuer, sur cette largeur, l'action de la sécrétion plus qu'à la diffusion. Celle-ci en effet ne paraît s'effectuer dans l'épaisseur de l'organe que sur une profondeur maximum de $60\text{-}110^{\mu}$. Nous avons essayé de délimiter l'étendue de la région active. Celle-ci comprend approximativement toute la hauteur du méristème, depuis le sommet ou un peu plus bas (à 10 ou 15^{μ} environ des éléments extrêmes) jusqu'à la région de différenciation cellulaire qui se trouve en général située à $0^{mm},3$ ou $0^{mm},4$ comptés à partir de l'extrémité; mais il est difficile de fixer exactement le niveau où l'activité devient nulle par suite de la croissance et du déplacement du point végétatif.

D'autre part, dans le cas de contact avec la tige de Luzerne d'une tige de Cuscute en période de croissance rectiligne, alors que la croissance se poursuit sans montrer de tendance à la volubilité, nous avons pu constater qu'il n'y a aucune modification morphologique des cellules épidermiques de Cuscute (prehaustorium) ni aucun développement de suçoir (haustorium). Au contraire la différenciation du prehaustorium et de l'haustorium se fait très rapidement pendant les périodes de croissance de la Cuscute en spires serrées.

En résumé, les cellules du méristème caulinaire de *Cuscuta* sécrètent des substances capables d'altérer les tissus étrangers avec lesquels elles entrent en contact. L'effet de cette sécrétion se traduit par des modifications chimiques de la membrane, par la désagrégation du noyau, par l'altération totale du contenu cellulaire accompagnée d'un affaissement de la cavité cellulaire, enfin par la destruction plus ou moins complète des cellules. La sécrétion des substances nocives n'est donc pas une fonction uniquement

localisée dans des organes particuliers, les suçoirs, ou dans certaines cellules des suçoirs; les tissus méristématiques possèdent un pouvoir sécréteur analogue et élaborent des subtances apparemment identiques à celles des suçoirs.

Notons enfin l'existence de périodes de contact rectiligne de l'extrémité d'une tige de Cuscute avec un organe de Luzerne; cette remarque vient à l'appui de notions déjà acquises sur l'irritabilité périodique de ces tiges; nous avons constaté qu'en dehors des périodes où l'extrémité d'une tige est irritable le contact ne provoque ni la volubilité ni la formation des suçoirs (prehaustorium et haustorium).

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches biochimiques sur la terre arable.* Note (¹) de MM. **Alb. J. J. Van de Velde**, **A. Verbelen** et **L. Dekoker**.

Poursuivant nos recherches (²) sur la terre arable à propos des cultures de houblon de la région de Poperinghe, et de cultures diverses entreprises à la ferme de l'État belge à Melle, nous avons fait une série de déterminations de concentration en hydrions ainsi que du pouvoir adsorbant pour trois colorants, le vert de méthyle, le violet de méthyle, le bleu de méthylène, pour le lait centrifugé. Nous avons ainsi appliqué les méthodes étudiées préalablement sur 4 terres à l'examen de 38 terres différentes.

Nous avons en outre établi pour chacune de ces terres trois facteurs : la valeur acide volumétrique, la valeur alcaline volumétrique, ainsi que la valeur volumétrique d'adsorption.

La valeur acide volumétrique s'obtient en traitant 5^{g} de terre par 40^{cm^3} d'eau distillée et 10^{cm^3} d'acide sulfurique ou chlorhydrique $n/10$; les fioles soigneusement bouchées sont agitées chaque heure pendant 9 heures et puis abandonnées au repos pendant 15 heures. Nous décantons alors 25^{cm^3} du liquide de décantation et titrons avec de la soude $n/10$ en employant la phénolphtaléine comme indicateur; le résultat ramené à 50^{cm^3} de liquide total est retranché de 10; la différence qui représente l'acide retenu par la terre et exprimée en centimètres cubes $n/10$ est la valeur cherchée. La valeur alcaline volumétrique s'obtient exactement de la même manière, mais il faut naturellement traiter la terre par de l'hydroxyde de sodium, et faire le titrage volumétrique par l'acide sulfurique.

(¹) Séance du 16 mars 1931.

(²) *Comptes rendus*, 1930, 190, p. 977; 191, p. 152.

L'acide chlorhydrique donne sensiblement les mêmes résultats que l'acide sulfurique à la condition d'opérer toujours de la même manière. Avec l'acide acétique $n/10$ employé au lieu d'acide chlorhydrique, la valeur acide est beaucoup plus faible. Cette diminution peut s'expliquer par une différence d'adsorption par le sol, les anions chlorhydriques et sulfuriques étant plus fortement adsorbés que les anions acétiques; la différence entre les valeurs obtenues peut alors servir pour mesurer l'aptitude adsorptive de la terre. Nous avons appelé cette différence la valeur volumétrique d'adsorption.

Nous avons reconnu que les variations de la valeur acide volumétrique et la valeur volumétrique d'adsorption suivent sensiblement celles que nous obtenons en employant les matières colorantes ou le lait centrifugé, et que ces valeurs d'adsorption augmentent à mesure que la concentration des hydrions diminue, en s'élevant au-dessus de 7,07. La valeur alcaline volumétrique se meut généralement en sens inverse de la valeur acide correspondante; nous ne pouvons pas en ce moment en expliquer le mécanisme.

L'emploi des colorants et du lait centrifugé conduit, pour les 38 terres examinées, comme pour notre valeur volumétrique d'adsorption, à des valeurs d'adsorption qui augmentent lorsque le coefficient p devient plus élevé.

Le détail des résultats que nous avons obtenus sera publié ultérieurement dans un autre Recueil.

ANATOMIE. — *Recherches anatomiques relatives à la séparation du sang veineux et du sang artériel dans le cœur de la Grenouille.* Note (¹) de M. Acolat, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Cette étude est basée sur des coupes en série dans des cœurs de Grenouille fixés en position les uns de diastole, les autres de systole.

Le réseau aréolaire de la paroi des oreillettes, décrit par Sabatier (1873), semble trop délicat pour projeter le sang rapidement et avec précision dans telle ou telle partie du ventricule. La séparation du sang veineux et du sang artériel, lors de leur passage des oreillettes dans le ventricule par l'orifice auriculo-ventriculaire commun, paraît assurée par la cloison inter-

(¹) Séance du 2 mars 1931.

auriculaire. La figure I représente la section transversale de la base du ventricule en diastole et montre dans la chambre centrale, entre les deux

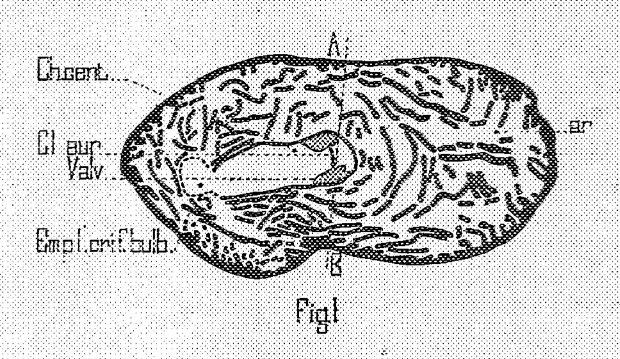


Fig I

grandes valvules auriculo-ventriculaires écartées, la section de cette cloison. La figure II, où le ventricule est contracté, ne la présente pas, même à un

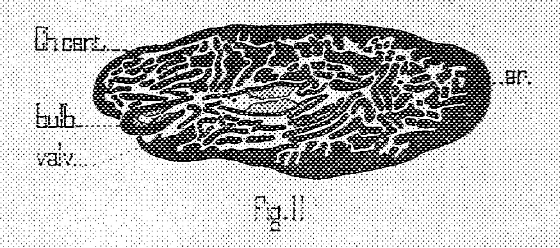


Fig. II

niveau légèrement supérieur. Le fonctionnement du cœur sur l'animal vivant permet de comprendre ce qui se passe : les oreillettes se contractent et pénètrent en même temps dans le ventricule dilaté par l'arrivée du sang; or la cloison interauriculaire, qui forme pont par-dessus l'orifice auriculo-ventriculaire, est entraînée dans le mouvement de pénétration; elle vient alors diviser cet orifice et même, plus bas, la chambre centrale du ventricule; les deux courants sanguins se trouvent ainsi séparés jusqu'à proximité des aréoles ventriculaires.

D'autre part, l'oreillette droite présente une capacité environ trois fois plus grande que celle de la gauche, ce qui est d'ailleurs en rapport avec l'importance relative de leurs sources d'alimentation. Aussi les circulations générale et pulmo-cutanée ne peuvent être régulières que si une partie du sang veineux, probablement mélangé à une faible quantité de sang artériel, passe dans la grande circulation. La forme et la structure du ventricule ne paraissent pas favoriser le mélange : l'aplatissement dorso-ventral et même l'existence de deux dépressions A et B (*fig.* I) diminuent la surface de con-

tact des sangs; de plus, le plan mené par A et B passe par la cloison interauriculaire et divise le ventricule en deux parties de capacités et de constitutions différentes, en rapport précisément avec chacune des deux oreillettes. Par suite le sang veineux, plus abondant, trouve l'espace nécessaire dans la région droite plus grande, avec la chambre centrale, tandis que le sang artériel est emprisonné dans les aréoles de la région gauche; ainsi le mélange des sangs est évité aussi bien que possible.

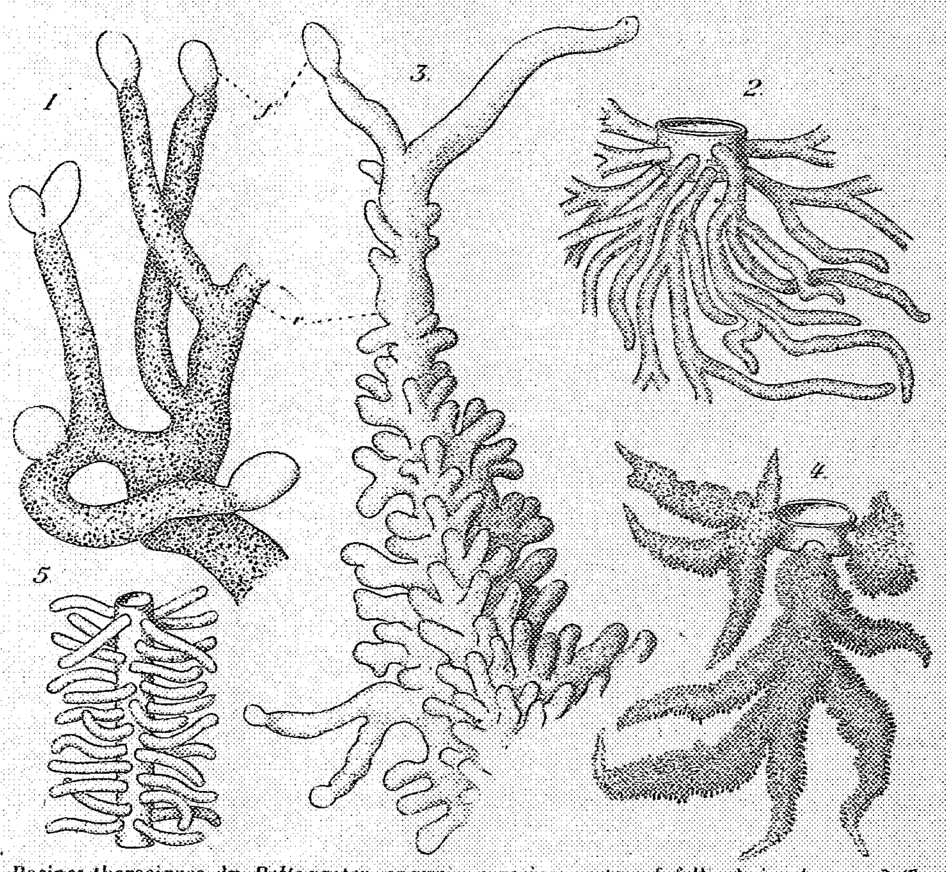
L'embouchure du bulbe, en forme de fer à cheval, munie de trois valvules, se trouve à droite en rapport avec la chambre centrale et n'est pas divisée tout d'abord. Bientôt apparaît la valvule spirale qui partage incomplètement le bulbe en deux rampes, la rampe aortique et la rampe pulmonaire pourvue à l'entrée de deux valvules. Cette dernière n'est donc pas en communication directe avec le ventricule, mais peut recevoir du sang de la rampe aortique, tant que la contraction du bulbe n'a pas amené sa paroi au contact du bord libre de la valvule spirale, c'est-à-dire jusque vers la fin de la systole ventriculaire. Dans ces conditions, les ondes veineuses et artérielles ne peuvent arriver en même temps dans le bulbe, comme l'a signalé Ozorio de Almeida (1923) chez les grosses grenouilles sud-américaines (*Leptodactylus ocellatus*) et il apparaît que la séparation des sangs artériel et veineux dans le bulbe ne semble réalisée que d'une façon imparfaite.

ZOOLOGIE. — *Sur les racines des Rhizocéphales parasites des Pagures.* Note de M. Charles Pérez, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les auteurs qui se sont occupés de l'anatomie ou de la classification des Rhizocéphales ont surtout porté leur attention sur la masse viscérale : la configuration et la topographie relative des organes ont suffi à établir de bonnes coupures systématiques; l'appareil radiculaire a plutôt été négligé. Disposant de matériel vivant, je me suis au contraire attaché, pour les divers Rhizocéphales parasites des Pagures, à pratiquer sur le frais des préparations aussi poussées et aussi complètes que possible du système des racines. La technique consiste essentiellement à enlever peu à peu tous les viscères et le tissu conjonctif de l'hôte et à ne laisser en place que les racines du parasite. Exécutées entièrement sous le binoculaire, ces dissections sont longues et pénibles; mais l'intérêt des résultats obtenus dédommage de la fatigue qu'ils ont coûtée.

Chez les *Peltogaster* proprement dits (*P. paguri*) le pédicule de la masse

viscérale s'insère en T sur un tube radiculaire principal, orienté longitudinalement par rapport à l'hôte, qui s'épuise vers l'avant du céphalothorax en un système lâche de racines grêles, irrégulièrement rameuses, et donne insertion dans l'abdomen à un chevelu très dense de racines filiformes bien calibrées, insinuées entre les tubes du foie. Ces racines naissent à angle



1. Racines thoraciques du *Peltogaster paguri* : *r*, racines vertes; *f*, follicule incolore. — 2. Type de ramification de l'axe abdominal des racines. — 3. Extrémité d'une racine de *Septosaccus cuenoti*. — 4. Type de ramification de l'axe abdominal des racines. — 5. *Chlorogaster sulcatus*, type de ramification de l'axe abdominal des racines.

droit sur l'axe principal; elles ne présentent qu'un petit nombre de bifurcations, au voisinage de leur point de départ, et se continuent ensuite en tubes simples sans aucune ramification (*fig.* 2). Dans la région antérieure de l'abdomen et la région postérieure du thorax, il y a passage graduel de ce type de racines à celui qui caractérise les ramifications antérieures.

Le liquide cavitaire du *Peltogaster* est d'un rouge vineux; mais il est peu

abondant en dehors des grosses lacunes de la masse viscérale; aussi les racines sont-elles en général sur toute leur étendue d'un vert intense, couleur due à de petits grains d'un vert émeraude qui parsèment le cytoplasme des cellules de la paroi. Il faut toutefois signaler que, dans la partie antérieure de l'abdomen et dans le thorax, les racines portent, soit latéralement sur leur trajet, soit à leur extrémité, comme de petits glands sans cupules, follicules épithéliaux pleins entièrement incolores (*fig.* 1); tout au plus les forts grossissements permettent-ils de distinguer, au voisinage de leur base, quelques minimes corpuscules verts.

Dans le genre *Septosaccus* (*S. cuenoti*), le système radiculaire a, dans l'ensemble, une disposition générale analogue, mais le détail est très différent. Les ramifications émises dans l'abdomen par l'axe principal portent ici, avec une profusion extrême, un revêtement touffu de courtes ramifications (*fig.* 4); elles ressemblent à de petites sapinettes insinuées entre les tubes du foie. Ces arborescences sont le plus souvent très turgescentes, gonflées par le liquide cavitaire qu'elles contiennent, tandis que leur paroi propre distendue ne forme plus qu'une pellicule autour du gonflement de la lacune axiale. La couleur verte, caractéristique des tissus, s'éclaircit alors jusqu'à s'évanouir en laissant transparaître celle du sang; suivant les inégalités de turgescence, les racines apparaissent ainsi d'une teinte qui tire tantôt sur le rouge, tantôt sur le vert. Dans la région antérieure de l'abdomen on passe progressivement à des racines à ramifications secondaires moins touffues et finalement dans le thorax à des racines filamenteuses entièrement vertes et irrégulièrement ramifiées. On y observe aussi quelques rameaux se terminant par des follicules incolores (*fig.* 3).

Enfin, chez les *Chlorogaster* (*C. sulcatus*), caractérisés par la présence de sacs viscéraux multiples, à chaque sac externe correspond un système individuel de racines, qui, dans l'abdomen tout au moins, est bien manifestement indépendant. Ce système est constitué par un tube principal flexueux, qui chemine entre les viscères sans jamais se ramifier et émet sur tout son trajet de courtes digitations transversales (*fig.* 5), qui, elles non plus, ne se ramifient jamais; ainsi se réalise l'aspect d'un très long goupillon. Ces racines ne sont jamais vertes, elles sont incolores ou plus ou moins jaunes suivant le stade évolutif. En avant de son raccord à angle droit avec le pédicule du sac viscéral, l'axe principal se prolonge par un tube hyalin, dont le calibre diminue peu à peu, qui émet quelques ramifications irrégulières et se perd finalement dans un système très rameux de racines feutrées autour du début de l'intestin. Je réserverai provisoirement

la question de savoir s'il y a ou non dans cette région indépendance des racines correspondant aux divers sacs viscéraux simultanés.

Les racines sont, on le voit, susceptibles de fournir des caractères distinctifs aussi tranchés que ceux de la masse viscérale.

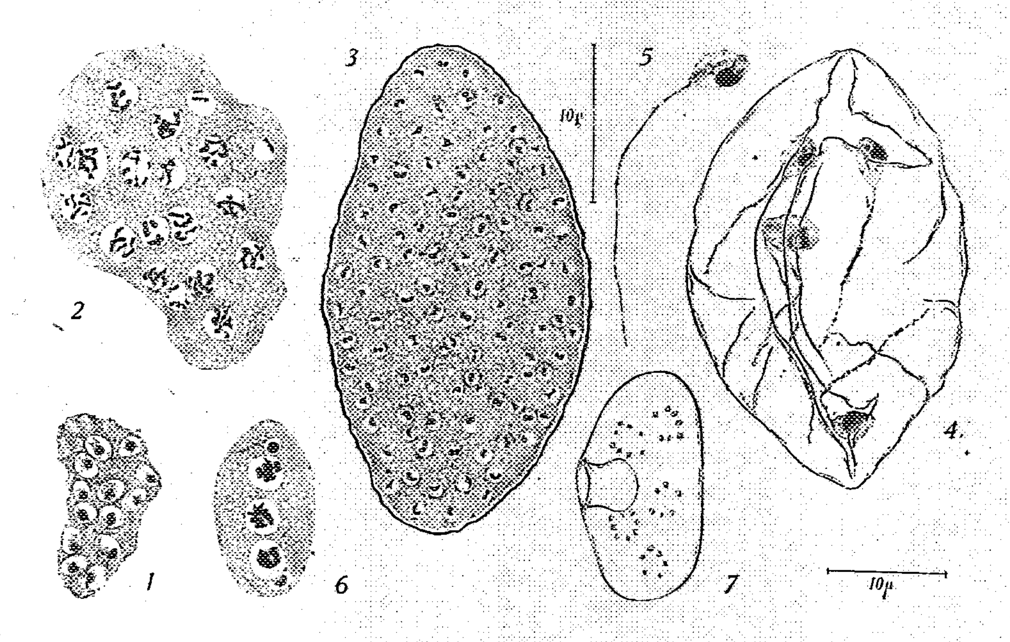
PROTISTOLOGIE. — *Sur l'évolution des* Endoblastidium, *nouveau genre de Protiste parasite cœlomique des larves d'Éphémères.* Note de M. **Radu Codreanu**, présentée par M. M. Caullery.

Les larves de *Baëtis rhodani* (Pict.) des torrents des environs de la Station zoologique de Sinaïa (Carpathes méridionales, Roumanie) offrent, pendant les mois de septembre-novembre, un pourcentage assez élevé d'individus parasités par un organisme appartenant aux Chytridinées, que j'appellerai *Endoblastidium caulleryi* n. gen., n. sp. Je suis amené à distinguer, chez les larves de *Rhithrogena semicolorata* (Curt.), de la même provenance, une seconde espèce du genre, sous le nom d'*Endoblastidium legeri* n. sp. Dès les plus jeunes stades observés, l'infection est cœlomique; elle se généralise de bonne heure à tout le corps de l'hôte; l'évolution des parasites se déroule d'une manière synchrone à l'intérieur de la même larve.

Chez *Baëtis*, une partie des parasites jeunes se trouve à l'état de plasmodes ovalaires, transportés par le sang dans tous les espaces cœlomiques du corps. Mais la plupart d'entre eux sont déjà groupés autour des nappes adipeuses, se moulent sur elles et pénètrent dans leurs interstices. Ces plasmodes mesurent 12-18$^{\mu}$ et présentent plusieurs noyaux vésiculeux, à un seul gros karyosome, logés dans un cytoplasme très basophile (*fig.* 1). Désormais, les parasites poursuivent leur croissance dans l'hôte, intimement appliqués au tissu adipeux, qui disparaît graduellement par réduction des enclaves graisseuses. A un stade plus avancé, les plasmodes agrandis, tassés les uns contre les autres, arrivent à combler la cavité générale de la larve et sont refoulés jusque dans les pieds, les trachéobranchies et les cerques. Leurs noyaux, dépourvus de membrane nette, augmentent de volume et renferment des filaments chromatiques distincts (*fig.* 2). *In vivo*, ils apparaissent comme autant d'aréoles claires, bordées par des inclusions réfringentes, disposées en cercle.

Au terme de leur développement, les plasmodes se ramassent, s'entourent chacun d'une membrane de sécrétion propre et constituent ainsi les sporanges, passivement mobiles dans le cœlome. De pair avec la

formation des sporanges, le corps de l'hôte devient blanchâtre, progressivement opaque et distendu. Leur accumulation considérable et peut-être aussi l'écartement que l'existence de la membrane introduit entre eux déterminent, à l'intérieur de la larve, une pression croissante, qui amène finalement la rupture de la paroi rectale de l'Éphémère et la projection en masse des sporanges par l'anus, dans l'eau ambiante. Les



contractions musculaires de l'hôte achèvent l'expulsion des parasites à l'extérieur. A ce moment les sporanges mesurent 30-50$^{\mu}$ et ont pour la plupart une forme ellipsoïdale. Sous l'enveloppe épaisse, le cytoplasme basophile contient quelques centaines de petits noyaux vésiculeux, dont la chromatine est condensée en virgule ou diplocoque (*fig.* 3). En moins de 24 heures de contact avec l'eau, se produit la déhiscence des sporanges : elle s'accomplit suivant une fente méridienne principale, accompagnée de quelques petites déchirures latérales (*fig.* 4). De l'intérieur, s'échappent une multitude de zoospores, à corps ovalaires, de 4-5$^{\mu}$ pourvues d'un flagellum postérieur dans la progression, pouvant atteindre 20$^{\mu}$ environ. Elles présentent un noyau latéral compact, surmonté toujours d'un corpuscule apical (*fig.* 5). Sur le vivant quelques granulations réfringentes sont visibles dans le cytoplasme. Après l'évacuation des parasites, la larve, réduite à une dépouille flétrie, ne tarde pas à succomber. Un certain

nombre de sporanges restés à son intérieur et l'anus largement évasé témoignent encore de l'infection, dont elle a été le siège. L'*Endoblastidium* exerce dès le début une action inhibitrice sur la croissance de l'Éphémère parasitée; les ébauches alaires restent courtes et minces; l'évolution des gonades est arrêtée à un stade précoce. Les amibocytes de l'hôte ne semblent pas s'attaquer aux plasmodes normaux du parasite; seuls, de rares sporanges dégénérés se trouvent englobés dans des nodules leucocytaires.

L'évolution de l'*Endoblastidium* de *Rhithrogena* est superposable à celle que je viens de décrire pour le parasite de *Baëtis*. Il n'y a que des différences morphologiques à relever. Les plasmodes adultes de l'*Endoblastidium legeri* n. sp. sont de taille relativement petite, à nombre restreint de noyaux (*fig.* 6). Ils deviennent des sporanges généralement ellipsoïdaux, ne mesurant que 20-25$^{\mu}$ et se reconnaissant tous, dès le début de leur formation, à une invagination cylindrique, étroite de leur enveloppe, au milieu de la face latérale (*fig.* 7). La déhiscence des sporanges et la constitution des flagellispores restent inconnues.

En conclusion, les *Endoblastidium* n. gen., parasites cœlomiques des larves d'Éphémères, se caractérisent par des plasmodes, à longue phase trophique au niveau du tissu adipeux de leurs hôtes; leurs sporanges ellipsoïdaux, d'origine holocarpique, à membrane consistante, éliminés par l'anus des Éphémères, aboutissent dans l'eau, à la formation des zoospores à flagellum postérieur unique. L'infection est massive et mortelle, sans exception.

Ces caractères indiquent une parenté étroite entre les *Endoblastidium* et *Cœlomycidium simulii*, Debaisieux, 1919 ([1]), Chytridinée parasite de la cavité générale des larves de *Simulium* de Belgique et d'Amérique (Strickland, 1913). Leurs sporanges holocarpiques et les zoospores à flagellum postérieur rattachent nettement ces deux genres à la famille des *Olpidiaceæ* ([2]), parmi les Chrytridinées. Ils doivent cependant y constituer un groupement à part, à cause de leur parasitisme cavitaire et de l'absence des sporoductes dans la déhiscence de leurs sporanges. La séparation générique entre *Cœlomycidium* Debaisieux et *Endoblastidium* n. gen. repose (en dehors de leur parasitisme dans des ordres différents d'Insectes) sur les caractères suivants, propres à ce dernier : sporanges ellipsoïdaux de taille

---

([1]) DEBAISIEUX, *C. R. Soc. Biol.*, 82, 1919, p. 899; *La Cellule*, 30, 1920, p. 249.

([2]) GAUMANN et DODGE, *Comparative Morphology of Fungi*, 1928, p. 17; FITZPATRICK, *Phycomycetes*, 1930, p. 71.

maxima 50μ, à membrane épaisse; différenciation des zoospores après l'expulsion dans l'eau.

Cœlomycidium et les *Endoblastidium* présentent des affinités plus lointaines avec les genres *Polycaryum* Stempell, 1901 (Stempell, 1901, 1902, 1903) et *Blastulidium* Ch. Pérez, 1903 (Ch. Pérez, 1903, 1905; Chatton, 1908), tous deux parasites des Phyllopodes d'eau douce et provisoirement annexés à la famille des *Cœlosporidiidæ* (Caullery et Mesnil, 1905).

PROTISTOLOGIE MÉDICALE. — *Les spirochètes d'une pleurésie enkystée, fétide et passagèrement gangréneuse.* Note de MM. **G. Delamare** et **C. Gatti**, présentée par M. H. Vincent.

Dans le pus, extrêmement fétide, d'une pleurésie de l'interlobe gauche observée chez un syphilitique ankylostomiasique, nous avons décelé une quantité considérable de spirochètes variés, accompagnés de quelques B. fusiformes, de nombreux cocci Gram positifs et négatifs, de streptocoques et de bacilles morphologiquement voisins du *B. coli* (1).

Parmi ces spirochètes figurent des spironèmes et des tréponèmes.

Les spironèmes sont nombreux (15 à 20 par champ). La plupart sont grands et gros: les plus longs atteignent 20μ; leurs spires, lâches et irrégulières, sont en nombre assez variable; les ondulations, inconstantes sont toujours de grand rayon; on en compte une ou deux, rarement davantage; les extrémités sont mousses; l'absence de membrane ondulante est constante. Ils se colorent bien par la fuchsine diluée; le liquide de Giemsa les teint en bleu. Leur identification à *S. buccalis* s'impose. Quelques éléments grêles, peu ou pas spiralés et beaucoup moins colorables par la fuchsine diluée se classent non moins naturellement dans les variétés ondulées ou droites de *S. vincenti*. Les éléments du type *S. buccalis* se meuvent assez lentement par des mouvements hélicoïdaux et des ondulations, les uns et les autres discontinus.

Les tréponèmes, plus nombreux (30 à 40 par champ), sont de deux types. Ceux du premier type, de beaucoup les plus fréquents, sont assez épais et mesurent d'ordinaire 8 à 15μ de long; leurs spires, peu profondes et pas très régulières, ne sont pas très serrées; les éléments de grande taille présentent une ou deux ondulations de faible rayons; l'une des extrémités est à peu près rectiligne et effilée, l'autre en crochet et obtuse. Ils prennent assez faiblement la fuchsine diluée et se colorent en violet rougeâtre par le liquide de Giemsa. Leurs déplacements s'effectuent par des mouvements hélicoïdaux et ondulatoires plus rapides et moins discontinus que ceux des spiro-

(1) Les crachats recueillis le même jour sont suppurés mais sans odeur; ils renferment d'innombrables B. fusiformes, de rarissimes spirochètes ainsi qu'un nombre élevé de germes Gram positifs et négatifs identiques à ceux du pus pleural.

nèmes. On les identifie sans difficulté à *T. dentium*. Quelques éléments de grande taille, à spires plus irrégulières et plus lâches correspondent non moins évidemment à *T. intermedium*.

Les tréponèmes du second type ne se rencontrent que de temps à autre, et seulement sur les préparations mordancées ou argentées. Très fins, ils ont 8 à 10 spires peu profondes, très régulières et très serrées. D'une remarquable rigidité, ils ne présentent pas d'ondulations ou en présentent une seule et de très petit rayon. Leurs extrémités sont d'ordinaire rectilignes ou à peine incurvées et pointues. Sur les frottis traités par le procédé de Fontana, la longueur de ces éléments est d'environ 8^{μ}, leur épaisseur de $0^{\mu},30$ alors que celle d'un *T. pallidum*-témoin n'excède pas, dans les mêmes conditions, $0^{\mu},25$. Les pas de spire, sensiblement identiques à ceux de *T. pallidum*, sont de $0^{\mu},7$ à 1^{μ}. La profondeur des spires est de $0^{\mu},5$ ou $0^{\mu},7$ tandis que celle des spires du même *pallidum* va de $0^{\mu},7$ à 1^{μ}. Ce tréponème qui se rencontre également dans la salive de sujets exempts de plaques muqueuses et dans l'expectoration de certaines bronchites sanglantes mérite, croyons-nous, d'être individualisé sous le nom de *T. rigidum*.

L'inoculation de quelques gouttes de pus spirochétifère dans la plèvre d'un singe et d'un cobaye et dans le testicule d'un lapin, est restée sans effets.

Les germes spiralés dont il vient d'être question se sont considérablement raréfiés dans le pus pleural et les B. fusiformes ont presque disparu de l'expectoration lorsque le malade a été soumis à une cure de 914 et à plusieurs cures d'émétine, mais les poussées fébriles et les vomiques fétides ont continué à se produire à intervalles plus ou moins irréguliers, pendant des mois. Le malade ayant finalement succombé à un phlegmon non fusospirochétien de la paroi thoraco-abdominale, on a pu constater que si la poche scissurale était exempte de fusospirochètes, *ces germes se trouvaient en abondance* avec des streptocoques et des cocci, *dans les petits foyers gangréneux du poumon malade*, à quelque distance de la scissure.

L'association fusospirochétienne dont les éléments constitutifs se sont séparés à la phase initiale, pleurobronchique, de l'infection s'est, on le voit, reconstituée à la phase terminale de celle-ci pour prendre part à la formation des nodules de nécrose bronchoalvéolaire, tardive et discrète, observés sur les coupes histologiques du poumon gauche, à quelque distance du foyer scissural et après la stérilisation apparente de celui-ci.

La séance est levée à 16^{h}.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 MARS 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADEMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 7 avril au lieu du lundi 6.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Einar Biilmann**, professeur à l'Université de Copenhague, président de l'Union internationale de la Chimie; M. **Obdulio Fernández**, professeur à l'Université de Madrid; M. **Enrique Moles**, professeur à l'Université et à l'Institut national de Physique et de Chimie de Madrid; M. **Tullio Levi-Cività**, Correspondant de l'Académie, qui assistent à la séance.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur quelques propriétés des nitrates de chaux commerciaux.* Note de M. **Camille Matignon**.

Le nitrate de chaux, introduit pour la première fois sur le marché des fertilisants, en 1903, par la Société Norvégienne de l'Azote, est fabriqué aujourd'hui dans tous les pays industriels à partir des oxydes d'azote formés dans la combustion catalytique du gaz ammoniac.

Dans quelques milieux on a cru voir, dans les nitrates de chaux commerciaux, une marchandise capable de produire des inflammations spontanées, aussi certaines Compagnies d'Assurances avaient-elles imposé à ces produits une surprime tout à fait illégitime, surprime qui se trouvait ainsi perçue au détriment de l'agriculture.

Il ne semble pas inutile, dans l'intérêt des cultivateurs, de préciser les propriétés de cet excellent engrais et de montrer qu'il ne peut, dans aucun cas, déterminer une inflammation spontanée.

Les nitrates commerciaux se présentent sous deux formes principales : le nitrate de chaux, dit norvégien, qui dose 13 pour 100 d'azote, et le nitrate de chaux ammoniacal dont la teneur en azote atteint 15,5 pour 100. Le premier est constitué par le nitrate de calcium hydraté avec 22 à 23 pour 100 d'eau, le second résulte de l'addition d'une petite quantité de nitrate d'ammoniaque au nitrate de chaux; il contient environ 5 pour 100 de nitrate d'ammoniaque et 14 pour 100 d'eau. En outre, ces deux sels sont très hygroscopiques. Par exemple 2^g d'azotate ammoniacal (le produit est en grains d'un diamètre moyen de 3^{mm}) ont subi, après deux jours d'exposition à l'air, une augmentation de poids de 42 pour 100; après 6 jours, cette augmentation atteignait 70 pour 100 et le sel était complètement dissous.

On doit lutter contre cette hygroscopicité par un emballage spécial. Le nitrate de chaux est transporté dans des tonneaux en bois jointifs ou bien dans des sacs de jute doublés à l'intérieur d'un revêtement en papier crêpe accolé au jute par l'intermédiaire d'un vernis organique imperméable à l'humidité.

I. Le nitrate de chaux ne peut subir une décomposition spontanée. En effet, c'est au delà de son point de fusion (560°) que le nitrate anhydre commence à dégager des vapeurs nitreuses suivant la réaction endothermique suivante

$$(NO^3)^2Ca = CaO + 2NO^2 + O - 86^{cal},3$$

avec dissociation simultanée, et également endothermique, du peroxyde d'azote

$$2NO^2 = 2NO + O^2 - 29^{cal},2.$$

Avec le nitrate de chaux ammoniacal, il est facile de calculer que le bilan de la décomposition de 100^g du produit commercial correspond à une absorption de $40^{cal},6$

	cal
Nitrate d'ammoniaque........................	+ 1,75
Nitrate de chaux...........................	−42,3
	−40,6

en négligeant la décomposition endothermique du peroxyde d'azote.

Ainsi, pour provoquer la décomposition de ces nitrates, il faut d'abord fournir de la chaleur pour en élever la température, et la décomposition

une fois commencée ne peut se poursuivre que par un apport constant d'énergie. La présence de l'eau dans les sels renforce encore cette conclusion.

II. Les nitrates se décomposent en donnant de l'oxygène, du peroxyde d'azote et les produits de dissociation de ce dernier, c'est-à-dire des corps oxydants capables d'entretenir la combustion de tout combustible. Pour qu'une telle combustion puisse se produire, il faut que la matière combustible soit mélangée au nitrate et que le mélange soit porté à une certaine température.

J'ai effectué des mélanges de nitrate de chaux ammoniacal, le plus actif des deux, avec différents combustibles et j'ai constaté, dans tous les cas, que la combustion, pour être provoquée, exigeait une température supérieure à 300°.

Je donnerai ici les résultats obtenus avec les matières combustibles qui constituent l'emballage des nitrates ou qui en dérivent immédiatement. Dans un bain dont tous les points sont constamment à la même température, on a chauffé progressivement cinq tubes contenant les substances suivantes : charbon pulvérisé et nitrate, sciure de bois et nitrate, nitrate ensaché dans un petit cylindre formé par les parois du sac d'emballage, sciure de bois seule et toile de sac seule. Jusqu'à 300° le nitrate commercial n'exerce aucune action sur les combustibles envisagés, car les produits de la décomposition pyrogénée de la sciure de bois, du sac (jute, vernis organique, papier) sont les mêmes dans les tubes avec nitrate ou sans nitrate. Le résultat est indépendant de la vitesse de chauffe.

L'inflammation de tous les mélanges, nitrate et combustible, s'est produite à une température variant entre 320 et 350°. J'ajoute que les mélanges étudiés correspondaient autant que possible aux conditions théoriques de la combustion, c'est-à-dire aux conditions les plus favorables à cette combustion.

Remarquons d'ailleurs qu'un mélange fortuit de nitrate avec un combustible ne peut se produire que si le nitrate n'est plus protégé par son emballage, c'est-à-dire dans des conditions où il absorbe rapidement l'humidité de l'air et par suite en diminuant encore si possible les risques de combustion.

Les conclusions qui se déduisent nettement des considérations précédentes peuvent d'ailleurs être envisagées dès maintenant comme vérifiées par l'expérience. En effet aucune inflammation spontanée ne s'est jamais produite pendant le transport ou le magasinage du nitrate de chaux et

cependant le nitrate norvégien circule depuis 1903, le nitrate ammoniacal depuis 1826 et actuellement près de 700000 tonnes de ces produits sont transportées chaque année par bateau et par chemin de fer, même dans les pays tropicaux : îles Hawaï, îles hollandaises, île de la Réunion.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *L'étain dans l'organisme des animaux.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **V. Ciurea.**

En raison de son emploi pour l'étamage des ustensiles de cuisine et des boîtes de conserves, l'étain est fréquemment mis au contact de substances alimentaires dans lesquelles il passe en petites quantités. On peut donc s'attendre à le rencontrer parfois dans les organes de l'homme.

En 1923 Em. Misk a eu l'idée de rechercher ce métal dans les principaux viscères de deux fœtus et d'un homme de 42 ans; il a tiré de ses analyses la conclusion qu'il y avait depuis environ 3^{mg} d'étain par kilogramme dans le rein jusqu'à plus de 150 dans le foie ([1]).

Mais la méthode d'analyse utilisée par Misk était au fond une méthode de dosage de la silice, substance que l'on sait exister dans les diverses parties de l'organisme humain ([2]), de sorte que les nombres obtenus par lui n'ont pas de valeur, même qualitative, en ce qui concerne l'étain.

A la fois pour étendre nos connaissances dans le domaine de la composition chimique élémentaire de la matière vivante et pour permettre d'aborder convenablement certaines questions d'hygiène alimentaire, voire de thérapeutique et de toxicologie, nous avons repris l'étude de l'étain chez les animaux. Après de nombreux essais, nous nous sommes servis d'une méthode chimique permettant de séparer le métal à l'état de combinaison définie, combinaison qui a été pesée à la microbalance, puis identifiée à l'aide du spectrographe et de l'arc électrique ([3]).

Les organes ont été prélevés directement sur les animaux aussitôt après l'abattage et soigneusement nettoyés. La destruction totale des matières

---

([1]) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 138.

([2]) Voir notamment Gonnermann, *Zeits. physiol. Chem.*, 99, 1917, p. 255, et *Biochem. Zeits.*, 88, 1918, p. 401.

([3]) En appliquant la méthode spectrographique aux cendres totales, C. Zbinden a signalé tout récemment la présence de l'étain dans le sang et les principaux organes de l'homme (*Thèse de l'Université de Lausanne*, 1930), ainsi que dans les laits de femme et de vache (*Le Lait*, 2, 1931, p. 113).

organiques a été réalisée par un chauffage de plusieurs jours, dans des matras en quartz fondu de grande capacité, avec un mélange d'acides sulfurique et nitrique. Le liquide final a été débarrassé, par évaporation dans une capsule de platine, des acides en excès, le résidu traité par l'acide chlorhydrique, la solution filtrée de la silice et précipitée par l'hydrogène sulfuré. Le mélange de sulfures de cuivre, de plomb, d'étain et de platine a été traité ensuite de manière à libérer le métal cherché à l'état d'acide stannique.

Les acides et l'eau avaient été purifiés par distillation dans des appareils en verre pyrex; l'hydrogène sulfuré était lavé et filtré à travers un tampon de coton. Enfin des expériences à blanc avaient montré que ni le matériel, ni les réactifs ne donnaient de quantités d'oxyde d'étain appréciables à la microbalance.

Nous avons expérimenté sur la plupart des organes du bœuf, du cheval et du mouton. Dans le péritoine du bœuf, l'expérience ayant porté sur 334^g de matière fraîche, nous n'avons pas trouvé d'étain; de tous les autres organes, au contraire, nous avons retiré en fin d'analyse une quantité pondérable d'acide stannique.

Voici un résumé des principaux résultats que nous avons obtenus (¹) :

Milligrammes de Sn *par kilogramme d'organe frais de* :

	Bœuf.	Cheval.	Mouton.
Estomac	0,40	0,65	1,64
Gros intestin	0,92	0,89	0,68
Poumon	0,98	1,24	2,04
Rein	1,12	1,36	1,78
Sang	1,32	1,25	1,64
Cœur	1,47	2,37	2,42
Muscle	1,54	1,86	1,70
Cerveau	2,52	3,00	2,40
Rate	2,44	3,09	non analysé
Intestin grêle	2,85	3,00	3,66
Pancréas	3,03	3,84	3,92
Foie	3,40	2,14	3,73
Peau	9,48	8,53	6,20

On voit par ces résultats que la teneur des divers organes du bœuf, du

(¹) On trouvera les détails opératoires et le tableau complet des résultats dans un autre Recueil.

cheval et du mouton varie à très peu près de $0^{mg},5$ à 4^{mg} par kilogramme de matière fraîche, avec une exception très nette en ce qui concerne la peau. Celle-ci est beaucoup plus riche. Ajoutons qu'il en est de même des poils.

Une autre exception, très remarquable, est celle que présente la langue. Ayant analysé séparément le muscle et la muqueuse de cet organe provenant, soit du bœuf, soit du mouton, nous avons trouvé :

Milligrammes de Sn par kilogramme d'organe frais de :

	Bœuf.	Mouton.
Langue, muscle	12,20	16,45
Langue, muqueuse	18,65	26,11

Une telle richesse relative de la langue et surtout de sa muqueuse n'est toutefois pas un fait sans précédent dans l'histoire de la répartition des métaux à travers les organes.

Déjà l'un de nous, en dosant le manganèse contenu dans les différentes parties du corps des animaux, avait trouvé, avec Medigreceanu, que chez le bœuf, le cheval, le mouton, le porc et le sanglier, le muscle de la langue présentait une teneur en métal plus élevée que les autres muscles et, surtout, que la muqueuse du même organe était beaucoup plus riche que sa partie musculaire (1).

Il est probable que l'accumulation des métaux tels que l'étain et le manganèse dans la muqueuse de la langue trahit une fonction physiologique, passée jusqu'ici inaperçue, du principal organe de la parole et du goût.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les limitations de la photométrie.* Note (2) de M. André Blondel.

Par le fait même qu'elle a été fondée sur des comparaisons faites au moyen de l'œil, la photométrie, branche de l'optique géométrique, se trouve en contact avec deux autres disciplines, dans lesquelles intervient également la sensation produite sur la rétine : l'optique physiologique et la psychophysique, ou psychologie expérimentale. Il importe de les délimiter pour éviter des confusions et des contradictions.

(1) Gab. Bertrand et Medigreceanu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 2, 1912, p. 857, et *Ann. Inst. Past.*, 27, 1913, p. 1.

(2) Séance du 16 mars 1931.

1° La photométrie ramène tous les phénomènes à des mesures de flux lumineux, au moyen de comparaisons d'éclairements, c'est-à-dire de flux par unité de surface. Dans ces mesures, on sait aujourd'hui remplacer le flux lumineux par le flux d'énergie, et l'œil par un photomètre physique utilisant la pile thermo-électrique ou la pile photo-électrique ou photolytique (sans compter la photographie). L'emploi des photomètres physiques s'étend à la comparaison de sources de compositions spectrales différentes en tenant compte de la courbe sensibilité spectrale S de la pile, et de la courbe de sensibilité visuelle V, établie d'après un grand nombre d'observations (Gilson). On peut étaler le flux à mesurer suivant un spectre et le faire agir sur la cellule sensible, à travers une fenêtre convenablement découpée dont les ordonnées sont proportionnelles aux rapports $\frac{V}{S}$ (1).

La photométrie devient ainsi théoriquement indépendante de l'œil matériel; quand on emploie ce dernier, comme simple instrument de comparaison, on a soin de corriger par des écrans colorés l'hétérochromie des flux à comparer, pour constater l'égalité de deux éclairements.

2° Tout autre est le rôle de l'œil dans l'optique physiologique; les propriétés de la rétine, des nerfs et des centres optiques déterminent le seuil de la sensation, la sensibilité différentielle, le pouvoir séparateur qui définit l'acuité visuelle, la fatigue, la persistance de l'impression lumineuse, l'inertie, le pouvoir d'éblouissement, les images accidentelles, la perception des lumières brèves à la limite de portée (2), la persistance, etc.

Si l'on utilise, dans ces recherches, quelques-unes des unités photométriques proprement dites, ce ne saurait être pour mesurer les sensations, mais seulement pour indiquer les circonstances qui les produisent; on emploie, par exemple, le lux dans l'étude du seuil des sensations et des lumières brèves.

3° On tombe dans le domaine psycho-physique toutes les fois que, dans la définition du phénomène étudié, intervient une appréciation subjective, un *jugement*, conscient ou inconscient, des centres intellectuels; c'est le cas, par exemple, dans les phénomènes de durée apparente des lumières brèves ou d'éclat apparent des étoiles, etc.

---

(1) J'ai notamment présenté à l'Académie (*Comptes rendus*, **179**, p. 830, reproduisant un pli cacheté déposé le 11 mai 1914, un photomètre physique utilisant une pile Coblentz thermo-électrique.

(2) Cf. la loi de Blondel-Rey, qui a fait l'objet de différentes communications de ces auteurs à l'Académie (*Comptes rendus*, **153**, 1911, p. 54; **178**, 1924, p. 1245, etc.).

Une étoile apparaît à l'observateur comme un point lumineux d'intensité et de distance inconnues; elle a pour invariant photométrique son éclairement ([1]).

L'image rétinienne, qui devrait être strictement ponctuelle quel que soit le flux lumineux qu'elle reçoit d'une étoile, semble grossir avec le flux reçu, par suite d'une certaine interdépendance entre les fibres nerveuses voisines; et comme l'esprit suppose, instinctivement, que les étoiles sont à une même distance (comme le croyaient les Anciens), il attribue une plus forte intensité à celles qui envoient le plus grand flux sur la rétine.

Par le fait même qu'il s'agit d'un concept psycho-physique, on ne peut pas obtenir pour la sensation une loi de proportionnalité avec l'excitation; et les astronomes ont été ainsi conduits à employer une graduation logarithmique, divisant l'écart des impressions lumineuses de l'étoile la plus forte à l'étoile la plus faible en degrés, dits grandeurs stellaires, obtenus d'après la sensibilité différentielle de l'œil, suivant le principe de Fechner ([2]).

La question se présente d'une manière analogue mais plus complexe dans la technique des projecteurs, quand on cherche à déterminer soit leur portée (phares maritimes et d'aviation), soit leur effet d'éblouissement (projecteurs d'automobiles). Ces appareils n'ont plus, pour l'observateur, l'invariant éclairement, mais bien, comme on l'a dit depuis longtemps, deux invariants différents suivant la distance : à petite distance, c'est la brillance de la surface, sensiblement uniforme et proportionnelle à celle de la source

([1]) Les récents perfectionnements des cellules photo-électriques, en particulier les remarquables expériences récentes de M. P. Legay, montrent qu'on pourra mesurer en valeur absolue les éclairements photométriques momentanés, même des étoiles très faibles.

([2]) Certains astronomes (cf. M. Nordmann) mesurent les éclairements photométriques des étoiles, en comparant les éclairements des taches de diffraction qui représentent leurs images réelles au foyer d'une lunette; d'autres comparent les brillances de l'objectif, suivant le principe de Lord Rayleigh et comme dans le photomètre Fabry-Buisson (voir par exemple J. Dufay, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 166) et l'on peut ainsi obtenir une précision de $\frac{2}{100}$ de magnitude.

D'autres au contraire comparent les éclairements en égalisant les impressions psycho-physiques produites par les images aériennes de deux étoiles, dont l'une est affaiblie à volonté, par coin ou par œil-de-chat; la précision est d'environ 0,6 pour 100 en magnitude [cf. Danjon, *Nouveau photomètre stellaire* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1524)]. Cette dernière méthode évite les erreurs dues aux variations de la transparence atmosphérique.

de lumière; à grande distance, où l'appareil apparaît comme une source, c'est l'intensité lumineuse ponctuelle équivalente (¹).

L'*effet* produit par un projecteur d'intensité ponctuelle donnée I, vu à une grande distance connue L, peut être envisagé à quatre points de vue différents :

a. Au point de vue *photométrique*, l'effet physique est un éclairement $E = \frac{I}{L}$ sur un écran perpendiculaire à la direction du rayon. Le rôle du photométriste consiste à tracer la courbe polaire des intensités lumineuses du faisceau en fonction de l'angle des rayons par rapport au rayon central, à calculer la portée minima d'après les constantes connues de la sensibilité de l'œil aux lumières ponctuelles.

b. Au point de vue *physiologique*, l'effet *utile* subjectif d'un projecteur (militaire ou naval, ou même d'automobile) est mesuré par l'acuité visuelle qu'il permet de réaliser pour la vision des objets éclairés (²).

c. Encore au point de vue *physiologique*, l'effet *nuisible* subjectif d'un projecteur ou d'un phare est sa puissance d'éblouissement; elle est maximum quand l'image rétinienne est ponctuelle. La loi de variation de l'effet éblouissant n'est pas proportionnelle à l'éclairement, mais dépend de la variation des sensations (Fechner), de la rapidité de la reconstitution du pourpre rétinien, de la dimension de l'image et beaucoup de l'éclairage ambiant.

Au point de vue pratique, tout ce qu'on peut faire, c'est de déterminer empiriquement une *limite* supérieure d'éblouissement admissible, et de mesurer l'éclairement sur l'œil qui correspond à cette limite; ensuite, pour chaque projecteur défini par son intensité, en déduire la distance minima au-dessous de laquelle le faisceau doit être éteint ou détourné de l'œil de l'observateur involontaire (voir plus loin).

(¹) Voir par exemple sur ce sujet nos publications : *Théorie photométrique de projecteurs de lumière* (*Industrie électrique*, 2, 1893, nᵒˢ 46-47, p. 516 et 541); *Sur l'effet des projecteurs de lumière* (*Annales de Physique*, 7, 1917, p. 249). Si le projecteur est construit de manière que le faisceau donne une tache centrale, l'éclairement mesuré sur cette tache centrale varie sensiblement en raison inverse du carré des distances comme pour une source de lumière ponctuelle. On aura une idée des conceptions erronées qui prévalaient auparavant par un article de E. Hospitalier (*L'Industrie électrique*, 2, 1893, nº 43, p. 499).

(²) Cf. A. Blondel, *A method for determining the rouge of projectors* (*The illuminating Engineer*, 8, 1915, p. 90 et 155).

d. Enfin, au point de vue *psycho-physique*, on peut considérer l'apparence, l'impression lumineuse produite par le faisceau sur l'œil de l'observateur (assez éloigné cette fois pour ne pas être soumis à l'éblouissement); une telle impression subjective n'est pas proportionnelle à l'éclairement, et devra être évaluée comme pour les étoiles en degrés de sensation (degrés qu'on pourrait appeler phène, lampsis, etc., en utilisant des mots grecs), mais un tel concept psycho-physique, intéressant pour les spécialistes, est inutile pour la pratique, semble-t-il, d'après ce qui précède. L'invariant est d'ailleurs l'intensité des projecteurs.

D'une manière générale, il importe, croyons-nous :

1° D'éviter la confusion trop fréquente, entre la photométrie, l'optique physiologique et la psycho-physique;

2° De caractériser simplement les « conditions de reproduction » des impressions subjectives, sans recourir à l'échelle des sensations, au moyen d'une unité de compréhension plus facile.

On doit reconnaître que le *lux* défini comme unité physique d'éclairement est devenu en fait une mesure du flux lumineux reçu par unité de surface et a une individualité trop nette, à ce point de vue, pour pouvoir désormais recevoir d'autres applications. Mais on peut donner une idée de l'impression psycho-physique (dite éclat) d'un phare à grande distance en l'évaluant par une fraction de bougie placée à 1^{km} (ou à 10^{km}), comme l'a fait Allard pour définir le minimum d'éclairement nécessaire pour apercevoir un phare en mer [1].

De même, il suffit d'exprimer les impressions produites par les projecteurs d'automobiles en bougies à 10^m ou à 100^m; l'ordre de grandeur est de 1000 bougies à 10^m ou 100000 bougies à 100^m. Un tel repérage de l'impression lumineuse produite sur l'œil par une lumière ponctuelle fait mieux image pour l'esprit (surtout pour les non-spécialistes) que la mesure de l'éclairement correspondant, c'est-à-dire ici 10 lux.

Par exemple, si l'on admet, comme maximum de la puissance d'éblouissement (*angl.* glaring power, dazzling power, *all.* Blendstörke) acceptable, 400 bougies à 10^m, tout le monde en déduira qu'un projecteur de 80000 bougies doit être éteint à partir de $L = 10\sqrt{\frac{80000}{400}} = 141^m$.

[1] Il n'est pas aussi intéressant de définir les éclats des étoiles par un chiffre de bougies à 1^{km} ou à 10^{km}, parce que cette impression varierait avec la transparence atmosphérique; il est bien plus logique de prendre pour étalon une étoile connue.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Remarques relatives à l'influence des gaz occlus sur les propriétés mécaniques des produits métallurgiques.* Note de MM. **Léon Guillet** et **Jean Cournot.**

Contrairement à de nombreux auteurs, MM. Guichard, Clausmann, Billon et Lanthony ont récemment conclu [1] à la non-influence, *même partielle*, de l'hydrogène occlus sur la dureté du fer électrolytique; en conclusion, ils paraissent mettre en doute l'influence des gaz occlus sur les propriétés mécaniques des produits métallurgiques.

Notons tout d'abord que les recherches antérieures n'attribuent pas exclusivement l'élévation de dureté à l'occlusion d'hydrogène; elles ne l'attribuent même qu'aux métaux dont le potentiel de séparation est voisin de celui de l'hydrogène; mais elles ne négligent pas non plus l'influence de la finesse de structure due à la nature électrolytique de l'élaboration; ensuite, elles n'excluent pas l'action de gaz autres que l'hydrogène au profit de ce dernier seul; enfin, si elles emploient parfois le mot d'hydrure, peut-être impropre en effet, elles le tirent de l'aspect micrographique qui porte davantage vers ce terme que vers celui de solution.

Notons ensuite que M. Hugues, dans les recherches visées [2], a fait une étude d'influence du temps au cours de recuits de 6 heures à 730°; les courbes obtenues par lui sont bien caractéristiques.

Si ces données, pourtant explicitement publiées, paraissent ignorées, il nous semblerait par contre du plus haut intérêt de pouvoir étudier, grâce à la présentation de résultats détaillés de volumes et compositions de gaz et de duretés, la manière dont s'étayent les conclusions nouvelles; la seule courbe donnée par MM. Guichard, Clausmann, Billon et Lanthony, sur le dégagement d'hydrogène, ne va que de 160 à 490°; cela nous paraît insuffisant pour asseoir des conclusions aussi formelles, d'autant que :

1° les résultats des autres auteurs semblent bien indiquer qu'un équilibre s'établit à chaque température, au bout d'un certain temps, entre le métal ou l'alliage, et le gaz résiduel;

2° le volume d'hydrogène dégagé, d'après la courbe publiée par MM. Guichard, Clausmann, Billon et Lanthony, est dans les moins élevés que ces auteurs citent au début de leur Note;

---

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 623.

(2) *Revue de Métallurgie*, Mémoires, XXII, 1925, p. 764.

3° la teneur $CO + CO^2$ suit, elle, exactement la diminution de dureté.

Il se peut fort bien que l'hydrure, s'il existe dans cette forme aciculaire bien visible au microscope, se dissocie au-dessous des 250° invoqués par les auteurs; au-dessus, il resterait de l'hydrogène en solution qui, bien qu'en faible quantité, élèverait fortement la dureté, caractéristique courante de telles solutions.

Or les résultats d'ensemble d'autres auteurs montrent que la dureté du fer électrolytique diminue et que sa malléabilité augmente quand on réduit l'occlusion d'hydrogène en agissant sur les caractéristiques de marche de l'électrolyse; ce résultat s'obtient en diminuant le dégagement d'hydrogène par une densité de courant peu élevée en bain peu concentré (les potentiels de séparation de l'hydrogène et du fer étant très voisins) et favorisant la formation de grosses bulles d'hydrogène, facilement détachables de la cathode, grâce à l'addition de carbonates en bain légèrement acide et froid (la présence de CO^2 dissous favorisant le grossissement des bulles et l'abaissement de la température augmentant la solubilité de CO^2); et pourtant ces caractéristiques de marche visent aussi l'obtention d'une grande finesse de dépôt.

Il serait également très important de préciser le mode d'obtention du métal étudié, d'autant que les résultats diffèrent énormément suivant les origines et le mode d'élaboration, comme d'ailleurs MM. Guichard, Clausmann, Billon et Lanthony l'ont remarqué, et comme, bien avant eux, de nombreux auteurs l'avaient montré, en particulier Bogitch dans un travail sur le nickel électrolytique (¹).

Nous sommes également surpris du peu de dureté du fer traité à 1000°; le chiffre de Brinell tombe à 50 et décroît encore ensuite, nous annoncent les auteurs; cela correspondrait à une charge de rupture finale de 15 kg/mm² environ; même en admettant que la correspondance usuellement adoptée ne soit plus très exacte dans un tel cas, il nous semble cependant que la différence est bien considérable.

Dans le nickel et le cobalt, à un degré plus grand encore que dans le fer, il ne faut pas se borner à envisager les occlusions d'hydrogène; ces deux métaux contiennent souvent de l'oxyde de carbone et du gaz carbonique; la micrographie du cobalt recuit, page 625, montre nettement que des gaz sont encore en solution dans le métal; il est donc normal que la dureté n'ait pas encore atteint sa valeur minimum.

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1467.

D'ailleurs dans une Communication que l'un de nous a présentée, avec M. Roux, au Congrès de la Sécurité aérienne, nous avons donné la principale conclusion suivante :

Il semble bien résulter de nos essais que la nocivité des gaz sur les propriétés mécaniques des produits métallurgiques n'est pas aussi grande qu'on le pense, *sauf pour le fer électrolytique*.

Enfin, si nous revenons à la conclusion des auteurs, que les métaux électrolytiques doivent *uniquement* leur dureté à leur structure très fine, comment pourrait-on expliquer l'action, sur les dépôts électrolytiques, des effluves sous courant alternatif à haute tension? ces effluves, provoquant le départ des gaz occlus sans altérer en rien la finesse du dépôt, diminuent pourtant la dureté et suppriment la fragilité de la couche électrolytique.

On voit avec quelle prudence il convient d'attribuer des monopoles parmi les facteurs de variation des qualités mécaniques.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à désigner un de ses membres qui remplacera, dans le Conseil national de l'*Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions*, M. *P. Appell* décédé.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Royal Dublin Society. *Bi-Centenary Souvenir* 1731-1931.

2° *Carta delle Irrigazioni lombarde; — piemontesi; — Regione emiliana* (3 volumes).

GÉOMÉTRIE DES MASSES. — *Représentation des résultats d'une série d'expériences par une formule approchée à deux paramètres.* Note de M. **D. Wolkowitsch**, présentée par M. M. d'Ocagne.

Il s'agit de faire passer une courbe C, d'équation $y = mf(x) + n$, par les points figuratifs P_i d'une série d'expériences, reportés sur un diagramme en coordonnées cartésiennes.

m et n sont deux paramètres à déterminer et $f(x)$ une fonction connue, que sa forme a fait choisir parce qu'on l'estime particulièrement adaptée à la représentation de la loi cherchée.

Effectuons la transformation de coordonnées

$$\text{(P)} \qquad Y = y, \qquad X = f(x),$$

la courbe C devient une droite

$$\text{(D)} \qquad Y = mX + n$$

(la transformation $X = \log x$ est d'un usage courant).

A la courbe C, que l'on détermine par la méthode des moindres carrés, correspond la droite D telle que la somme $\Sigma(y_i - mX_i - n)^2$ soit minimum.

Or nous avons montré, dans nos *Applications de la Géométrie à la stabilité des constructions*, que la droite D est le diamètre conjugué de la direction Oy dans l'ellipse centrale d'inertie E du système des points figuratifs P_i, affectés s'il y a lieu des poids de chaque expérience.

La détermination de ce diamètre est particulièrement simple, car il joint le centre de gravité dont les coordonnées sont (n étant le nombre des expériences)

$$a = \frac{\Sigma X_i}{n}, \qquad b = \frac{\Sigma Y_i}{n}$$

à l'antipôle de Oy par rapport à l'ellipse centrale; ses coordonnées sont

$$\alpha = \frac{\Sigma X_i^2}{\Sigma X_i}, \qquad \beta = \frac{\Sigma X_i Y_i}{\Sigma X_i},$$

expressions des cordonnées du centre de gravité du système des quantités X_i appliquées aux points X_i, Y_i.

L'équation de la courbe C est

$$y = \frac{\beta - b}{\alpha - a} f(x) + \frac{b\alpha - a\beta}{\alpha - a}.$$

Comme les points $a.b$ et $\alpha.\beta$ se déterminent sans qu'il soit besoin de connaître au préalable l'ellipse E, les calculs sont très simples; les tâtonnements de la méthode ordinaire sont évités et les opérations s'effectuent très rapidement.

Bien entendu les variables y et x jouent un rôle identique; on en déduit qu'on peut tout aussi bien adopter pour droite D le diamètre conjugué de la direction Ox. Cette remarque permet d'utiliser la méthode exposée à des

lois de la forme $y = e^{ax+b}$ qui peut s'écrire

$$x = \frac{1}{a}(\log y - b) = m.\varphi(y) - n.$$

D'ailleurs, si la fonction $f(x)$ est convenablement choisie, les points P_i doivent se trouver groupés sur une bande étroite, l'ellipse E est très aplatie ; aussi les deux diamètres diffèrent peu l'un de l'autre, et coïncident pratiquement avec le grand axe de l'ellipse que Poincaré a donné comme solution dans son *Calcul des probabilités*.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Congruences de courbes et figuration des invariants.* Note [1] de M. **Paul Delens**.

1. Nous avons précédemment [2] défini, à partir d'une congruence de courbes (**a**), la congruence des isoclines, trajectoires d'un champ de vecteurs **e**, liés à la courbure par $[\mathbf{e}.d\mathbf{m}.\delta\mathbf{m}] = [\mathbf{a}.d\mathbf{a}.\delta\mathbf{a}]$; tout vecteur $\mathbf{v} = \nabla\mathbf{a}$ transporté par équipollence le long des isoclines a son tenseur dérivé dégénéré et la famille de surfaces $V =$ const. appartient à la congruence (**e**). Soit une congruence arbitraire de courbes (**e**) : les congruences (**a**) dont ces courbes sont les isoclines se déterminent facilement par la relation

$$\mathbf{e}^0 \times \nabla\mathbf{a} \equiv d\mathbf{a}/d\varepsilon = 0 \quad (\varepsilon \text{ arc d'isocline}).$$

Il est intéressant de reehercher les congruences (**a**) relatives à un champ de vecteurs **e**($\operatorname{div}\mathbf{e} = 0$) et les relations entre deux champs de solutions **a** et **a**'; on voit qu'on peut successivement réaliser $\mathbf{c}' = \mathbf{c}$, puis $\mathbf{c}'_1 = \mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}'_2 = \mathbf{c}_2$, d'où :

Tous les champs de vecteurs unitaires définissant le même champ de vecteurs **e** *se déduisent de l'un d'eux par une rotation arbitraire constante* (axe de direction fixe, angle de rotation constant).

On peut donner à l'opération précédente le nom de *déformation astatique* des champs et congruences (**a**). Le vecteur **e**, les tenseurs $\mathcal{E}$, $\mathfrak{Q}$, le scalaire $\mathbf{a} \times \Delta_2\mathbf{a} = 2K - (D^2 + N^2 + k^2)$, du *premier ordre* par rapport à **a** [cf. (5)*, (9)*, (11)*, (12)*], sont des invariants astatiques. Les résultats indiqués s'étendent aux congruences à surfaces isoclines.

---

(1) Séance du 23 mars 1931.

(2) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 469; les références aux formules de cette Note sont indiquées par des astérisques.

2. Un problème plus difficile est la détermination d'une congruence ($\mathbf{a}$) à partir d'un champ de vecteurs $\mathbf{w}$ (de M. Weatherburn), c'est-à-dire l'intégration de

$$\mathbf{a}\,\mathrm{div}\,\mathbf{a} + \mathbf{a} \wedge \mathrm{rot}\,\mathbf{a} = -\mathbf{w}; \tag{1}$$

$\mathbf{w} = 0$ caractérise les congruences (rectilignes) solénoïdales. Pour le cas général, nous remarquons que le prolongement du système différentiel équivalent à (1) contient l'équation (9)* : $2K = -\mathrm{div}\,\mathbf{w}$, du *premier ordre* en $\mathbf{a}$, et

$$(\underset{2}{\Delta}\mathbf{a} + 2\mathbf{e}) \wedge \mathbf{a} - \nabla N = -\mathrm{rot}\,\mathbf{w}, \tag{2}$$

mais, malgré l'intérêt du système en cause, nous réservons ici sa discussion.

3. Il est utile de traduire les formules relatives au vecteur unitaire $\mathbf{a}$ pour un vecteur $\mathbf{v} = V\mathbf{a}$; par exemple

$$V^2\mathfrak{M} = \nabla\mathbf{v} \wedge \mathbf{v}, \qquad V^2\mathbf{w} = \mathbf{v} \times \nabla\mathbf{v} - \mathbf{v}\,\mathrm{div}\,\mathbf{v} = \frac{1}{2}\nabla V^2 - \mathbf{v} \wedge \mathrm{rot}\,\mathbf{v} - \mathbf{v}\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}. \tag{3}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{v} = (\nabla \log V - \mathbf{w}) \times \mathbf{v}, \qquad \mathrm{rot}\,\mathbf{v} = (\nabla \log V - \mathbf{w}) \wedge \mathbf{v} + N\mathbf{v}. \tag{4}$$

Si $\mathrm{div}\,\mathbf{v} = 0$, le vecteur $\nabla \log V$ issu de $\mathbf{m}$ est terminé dans un plan perpendiculaire à $\mathbf{a}$ mené par l'extrémité de $\mathbf{w}$; si $\mathrm{rot}\,\mathbf{v} = 0$ [congruence ($\mathbf{a}$) normale, $N = 0$], ce même vecteur est terminé sur une droite parallèle à $\mathbf{a}$ menée par le même point; les formules (4) permettent une figuration simple de la divergence et du rotationnel de $\mathbf{v}$. Dans le cas $N = 0$, on a

$$\mathbf{v} = \nabla\varphi, \qquad \mathbf{w} = \left(\frac{1}{2}\nabla \underset{1}{\Delta}\varphi - \underset{2}{\Delta}\varphi . \nabla\varphi\right) \Big/ \underset{1}{\Delta}\varphi = \frac{1}{2}\nabla \log \underset{1}{\Delta}\varphi - \Omega\varphi . \nabla\varphi, \tag{5}$$

$$\underset{2}{\Delta}\varphi = \left(\nabla \log \sqrt{\underset{1}{\Delta}\varphi} - \mathbf{w}\right) \times \nabla\varphi, \tag{6}$$

et les invariants $\underset{2}{\Delta}\varphi$ et $\Omega\varphi = \underset{2}{\Delta}\varphi / \underset{1}{\Delta}\varphi$ sont représentés par des produits scalaires formés soit avec le vecteur $\nabla\varphi$, soit avec le vecteur normal $\nabla\varphi / \underset{1}{\Delta}\varphi$ du *doublet* (au sens de M. Bouligand) attaché au gradient de φ.

Sur une surface, de la congruence ($\mathbf{a}$) par exemple, avec normale $\mathbf{a}_2$, les mêmes représentations des invariants s'effectuent avec les opérateurs superficiels et en substituant à $\mathbf{w}$ le vecteur *géodèse* $\mathbf{g}_2 = \mathbf{c}_2 \wedge \mathbf{a}_2$ [1].

Remplaçons le repère normal $\mathbf{m}\mathbf{a}\mathbf{a}_1\mathbf{a}_2$ par un repère naturel $\mathbf{m}\mathbf{m}_0\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2$,

[1] A ce sujet, et pour la formule (5), cf. notre Note *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 226.

l'indice o étant rétabli pour la congruence (a); on aura alors

$$(7)\qquad a_{00}\mathbf{w} = \mathbf{m}_{00} - \mathbf{m}_0 \operatorname{div}\mathbf{m}_0 = -(\Gamma_{01}^1 + \Gamma_{02}^2)\mathbf{m}_0 + \Gamma_{00}^1\mathbf{m}_1 + \Gamma_{00}^2\mathbf{m}_2,$$

$$(a_{00} = \mathbf{m}_0 \times \mathbf{m}_0,\ \mathbf{m}_i = \partial\mathbf{m}/\partial\varphi_i,\ \mathbf{m}_{00} = \partial^2\mathbf{m}/\partial\varphi_0^2,$$

Γ_{ij}^k symbole de Christoffel de deuxième espèce).

4. M. Weatherburn a démontré que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une congruence soit isotherme est $\operatorname{rot}\mathbf{w} = 0$; ceci résulte des formules (4) puisqu'il doit exister un vecteur $\mathbf{v}$ qui soit à la fois gradient et rotationnel. Cherchons plus généralement la condition pour qu'à une congruence normale (a) corresponde aussi une congruence ($\mathbf{w}$) normale; or

$$(8)\qquad \operatorname{rot}\mathbf{w} = \nabla\varphi \wedge \nabla\Omega\varphi, \qquad \mathbf{w} \times \operatorname{rot}\mathbf{w} = -\frac{1}{2}[\nabla\varphi . \nabla\underset{1}{\Delta}\varphi . \nabla\Omega\varphi],$$

donc il faut et il suffit qu'il y ait une relation fonctionnelle entre φ, $\underset{1}{\Delta}\varphi$ et $\Omega\varphi$ $\left(\text{ou } \underset{2}{\Delta}\varphi\right)$; ceci comprend les familles de surfaces parallèles et les familles isothermes (ou harmoniques). Pour une famille harmonique, on peut supposer $\underset{2}{\Delta}\varphi = 0$; si en outre la famille est formée de surfaces développables, $2\operatorname{div}\mathbf{w} = \underset{2}{\Delta}\log\underset{1}{\Delta}\varphi = 0$, d'où un faisceau de familles harmoniques.

5. Pour le mouvement *permanent* d'un fluide de vitesse $\mathbf{v}$, l'accélération est

$$(9)\qquad \mathbf{j} = \mathbf{v} \times \nabla\mathbf{v} = \frac{1}{2}\nabla V^2 - \mathbf{v} \wedge \operatorname{rot}\mathbf{v} = V^2\mathbf{w} + \mathbf{v}\operatorname{div}\mathbf{v};$$

s'il y a continuité, l'accélération se réduit à $V^2\mathbf{w}$.

6. Revenons aux congruences harmoniques; peut-il exister deux vecteurs $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}'$, sans divergence ni rotationnel, ayant même vecteur $\mathbf{w}$? on peut supposer $\underset{1}{\Delta}\varphi = \underset{1}{\Delta}\varphi'$, $\underset{2}{\Delta}\varphi = \underset{2}{\Delta}\varphi' = 0$; si les vecteurs sont rectangulaires, et nous les désignons alors par $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$ [suivant les congruences ($\mathbf{a}_1$) et ($\mathbf{a}_2$)], on est ramené à la solution de M. Alayrac (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 290, et 192, 1931, p. 213), où les surfaces normales à $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ appartiennent à une congruence isotrope de Ribaucour. Signalons l'identité

$$(10)\qquad D^2 + N^2 + k^2 - 4K \equiv (\mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_1)^{\overset{2}{\times}} + (N_2 - N_1)^2;$$

l'annulation du premier membre caractérise une congruence isotrope (a), d'où la possibilité de $N_1 = N_2 = 0$, $\mathbf{w}_2 = \mathbf{w}_1$, et l'on a aussi $\mathbf{w} = 2\mathbf{g}_1 = 2\mathbf{g}_2$, $\mathbf{w}_1 = \mathbf{g} + \mathbf{g}_1$, $\mathbf{j}_1 = \mathbf{j}_2$; ceci s'étend à toutes les familles isothermes de sur-

faces ((a)), se coupant sous angle constant α le long de [**ma**], c'est-à-dire $V_\alpha = V_1$, $\mathbf{w}_\alpha = \mathbf{w}_1$, $\mathbf{j}_\alpha = \mathbf{j}_1$.

Réciproquement, nous avons démontré que des congruences, de même vecteur $\mathbf{w}_\alpha$, se coupant sous angle α constant ou variant seulement dans la direction de **a**, sont nécessairement dans la relation précédente.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des fonctions holomorphes.* Note [1] de M. **D. Pompeiu.**

1. Soit $f(z)$ une fonction, holomorphe dans l'intérieur d'un domaine D. Si, en un point a de D, la dérivée de $f(z)$ s'annule, alors la fonction $f(z)$ ne peut pas être *monotone* dans l'intérieur de D; c'est-à-dire : elle prend nécessairement une même valeur en des points différents de D.

Ce théorème, d'un emploi si fréquent en théorie des fonctions, peut être présenté aussi sous la forme suivante : *si une fonction $f(z)$ est monotone dans un domaine* D, *sa dérivée n'a pas de zéros dans ce domaine.*

Je me propose, dans ce qui suit, de donner une démonstration de ce théorème en établissant la proposition contraire.

2. Soit a_1 un point très voisin de a et supposons que, lorsque le point ζ parcourt la frontière (c) de D, les valeurs $f(\zeta)$ sont toutes différentes de $f(a_1)$. Car si l'on avait, pour un certain point ζ_0,

$$f(\zeta_0) = f(a_1),$$

alors le théorème serait démontré.

Maintenant, considérons le rapport

$$\varphi(z) = \frac{f(z) - f(a_1)}{z - a_1}.$$

C'est une fonction *bien définie* dans D : en particulier

$$(1) \qquad \varphi(a_1) = f'(a_1).$$

Cette fonction $\varphi(z)$ est *holomorphe* dans D.

3. Cela précisé, je dis que si a_1 est pris assez voisin de a on peut conclure que $\varphi(z)$ s'annule dans D.

En effet nous avons supposé que $\varphi(z)$ est différente de zéro sur (c); soit μ le *minimum* de $|\varphi(\zeta)|$, lorsque le point ζ parcourt le contour (c).

[1] Séance du 23 mars 1931.

Si le point a_1 est pris assez voisin de a, où $f'(a)=0$, alors on a certainement

$$|f'(a_1)|<\mu.$$

Donc, d'après (1),

$$|\varphi(a_1)|<\mu.$$

Mais alors nous sommes dans les conditions d'un *lemme* très simple qui s'énonce dans les termes suivants :

Si une fonction holomorphe $\varphi(z)$ ne s'annule pas le long d'un contour fermé (c) et si μ est le *minimum* de $|\varphi(z)|$ le long de ce contour, si, dans l'intérieur de (c), on trouve un point z_0 tel que

$$|\varphi(z_0)|<\mu,$$

alors $\varphi(z)$ s'annule certainement dans l'intérieur de (c) (voir ma Note *Sur les fonctions holomorphes*, dans les *Annales scientifiques de l'Université de Jassy*, 10).

Il s'ensuit donc, d'après ce lemme, que $\varphi(z)$ s'annule dans D.

Mais, on a pu prendre a_1 tel que $f'(a_1)\neq 0$. Il faut alors, avec nécessité, qu'en un autre point a_2, différent de a_1, on ait $\varphi(a_2)=0$, c'est-à-dire

$$\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1}=0$$

ou enfin $f(a_2)=f(a_1)$, comme on voulait l'établir.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur la distribution des vitesses aérodynamiques autour d'un avion en vol.* Note de MM. **A. Magnan** et **A. Sainte-Laguë**, présentée par M. A. d'Arsonval.

Nons avons entrepris une série de recherches en vue de la détermination des diverses vitesses de l'air en différents points autour d'un monoplan Gourdou-Leseurre de 180 CV, en vol horizontal et pour un régime du moteur de 1800 t/m.

Le dispositif expérimental de mesure des vitesses était formé de deux trompes de Venturi multiples, reliées chacune à un manomètre métallique de grande sensibilité, d'un type analogue à celui employé sur les accélérographes établis par Huguenard, Magnan et Planiol [1].

[1] Huguenard, Magnan et Planiol, *Nouvelles recherches sur les conditions mécaniques du vol des avions* (*Bulletin technique du Service technique de l'Aéronautique*, n° 38, décembre 1926, p. 22 à 27).

Les trompes ont été montées, l'une en bout d'aile à l'endroit où la vitesse d'écoulement de l'air est aussi voisine que possible de la vitesse aérodyna-

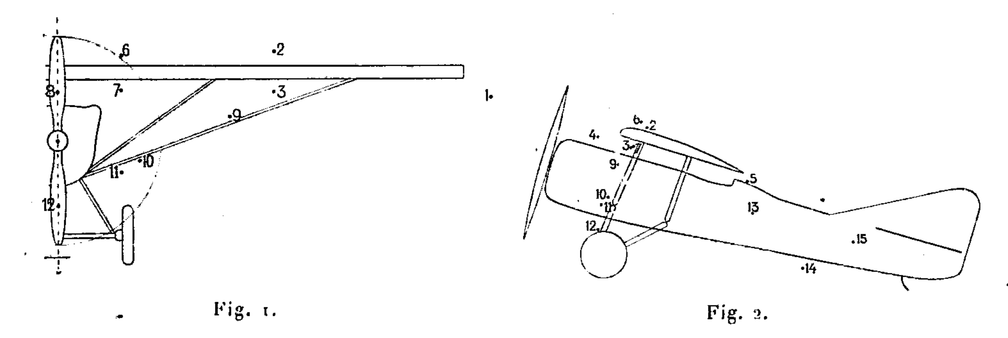


Fig. 1. Fig. 2.

mique de l'avion, l'autre en divers points autour de la partie gauche de l'appareil; ces différents points ont été notés avec leurs positions respectives sur les figures 1 et 2.

Nos donnant la position des trompes sur les figures.	Situation des trompes de Venturi sur l'avion.	Vitesse aérodynamique moyenne notée.
1..........	En bout d'aile gauche.	182 km/h
2..........	Au-dessus de l'aile gauche à 2m de son extrémité.	220
3..........	Au-dessous de l'aile gauche à 2m de son extrémité.	165
4..........	En avant du bord d'attaque de l'aile gauche.	162
5..........	En arrière du bord de fuite de l'aile gauche.	146
6..........	A la moitié du mât d'attache de l'aile gauche.	185
7..........	Au-dessus de l'aile gauche derrière l'hélice.	248
8..........	Au-dessous de l'aile gauche derrière l'hélice.	210
9..........	Au-dessous du milieu des ailes.	195
10..........	Sur le mât d'attache, en arrière du tiers externe de l'hélice, à gauche.	165
11..........	Sur le mât d'attache, en arrière du milieu de l'hélice, à gauche.	175
12...........	Sous le moteur dans le plan de symétrie de l'avion.	178
13...........	Le long du fuselage, à la hauteur de son milieu, à gauche.	175
14...........	Au-dessous du fuselage, à la hauteur de son milieu.	135
15...........	Devant le plan stabilisateur, à gauche.	162

En même temps qu'il évoluait dans l'atmosphère à une altitude d'environ 500m et que les manomètres placés dans la carlingue enregistraient les dépressions fournies par les trompes, le monoplan était cinématographié du

sol à son double passage devant un repère, d'abord vent debout, puis vent arrière, de manière à contrôler, pour chaque expérience, le bon fonctionnement du Venturi placé en bout d'aile et donnant la vitesse aérodynamique de l'avion.

Nous donnons dans le tableau ci-contre quelques-uns des résultats caractéristiques déjà obtenus, avec les numéros qui permettent de retrouver l'emplacement des trompes sur les figures 1 et 2.

On voit par l'examen de ces chiffres que la vitesse aérodynamique, qui est de 180 km/h en bout d'aile et qui correspond à celle fournie par les enregistrements cinématographiques, est beaucoup plus grande au-dessus de l'aile, surtout derrière l'hélice, et par contre plus faible au-dessous de l'aile, en avant du bord d'attaque et au bord de fuite dans les régions situées en dehors du souffle de l'hélice; elle est aussi plus petite en divers endroits en arrière du propulseur, sauf au voisinage de l'aile.

CHALEUR. — *Sur une méthode de mesure du coefficient de conductibilité calorifique des matériaux.* Note [1] de M. **L. Joly**, transmise par M. J.-L. Breton.

La mesure du coefficient de conductibilité calorifique des matériaux s'effectue en général par la méthode classique de l'anneau de garde.

On dispose sur l'un des côtés d'une plaque formée par le matériau à étudier une source de chaleur constituée, par exemple, par une boîte cylindrique remplie d'eau chaude à une température bien connue. Autour de cette boîte, on dispose une boîte annulaire maintenue à la même température et formant anneau de garde. De l'autre côté de la paroi, on place une boîte cylindrique de même section que la première mais remplie de glace. La mesure de la quantité de glace fondue pendant l'unité de temps permet de déterminer le nombre de calories qui ont traversé l'unité de surface de la plaque. Si l'on a eu soin de disposer deux thermomètres ou deux couples thermo-électriques de chaque côté de la plaque à étudier pour déterminer le gradient de température, on en déduit le coefficient de conductibilité par la formule classique :

$$\lambda = \frac{Q.e}{(t_1 - t_2).S},$$

(1) Séance du 23 mars 1931.

Q étant la quantité de chaleur, e l'épaisseur de la plaque, S sa surface, t_1 et t_2 les deux températures de chaque côté de la plaque.

Le Comité du Génie de l'Office national des Inventions, appelé à faire des expériences pratiques sur la conductibilité des parois employées dans la construction, a fait construire un dispositif de trois chambres parallélépipédiques, contiguës, isolées calorifiquement du milieu ambiant et séparées entre elles : la chambre 1 de la chambre 2 par une paroi témoin de ciment de 75^{mm} d'épaisseur et de $2^m \times 2^m$ environ, d'autre part la chambre 2 de la chambre 3 par une paroi constituée avec le matériau à étudier et présentant les mêmes dimensions que la paroi témoin. Les chambres 1 et 3 sont disposées symétriquement par rapport à la chambre 2 qui se trouve au milieu, et si l'on établit rapidement et maintient ensuite dans la chambre 2 une température constante de 60° environ, on observe dans chacune des deux chambres 1 et 2 une courbe d'élévation de température qui serait la même si les deux parois, la paroi témoin et celle à étudier, étaient identiques. Des expériences ont d'ailleurs permis de vérifier qu'il en était ainsi.

Si maintenant la paroi à étudier diffère comme conductibilité de la paroi témoin, on observe dans la chambre 1 la même courbe d'élévation de température que dans l'expérience précédente, tandis que dans la chambre 3 la courbe est nettement modifiée. En opérant de la même manière pour divers matériaux, on obtient dans la chambre 3 des courbes d'élévation de températures qui sont caractéristiques des matériaux à étudier et qui permettent de les classer. Ce classement a un certain intérêt pratique puisqu'il tient compte, non seulement de la conductibilité calorifique du matériau à étudier, mais encore des phénomènes de convection qui se produisent inévitablement dans une chambre d'immeuble dont les parois sont établies avec les divers matériaux de construction.

Si nous nous sommes étendu sur ce dispositif expérimental, visant au classement pratique des matériaux de construction, c'est qu'il a pu être utilisé pour la mesure du coefficient de conductibilité, indépendamment des autres phénomènes qui interviennent dans la pratique. A cet effet on a disposé dans la chambre 2, c'est-à-dire la chambre maintenue à température constante, une boîte cylindrique à double paroi de 40^{cm} de diamètre, ouverte d'un côté, et qu'on ferme en l'appliquant sur la paroi à étudier. La distance des deux parois métalliques, qui sont constituées en tôle de 1^{mm} environ, est de l'ordre de 15^{mm}; l'intervalle des deux parois est rempli avec un isolant comme la soie de verre pour éviter la convection de l'une à l'autre. On a disposé à l'intérieur de la boîte ainsi formée une résistance

électrique alimentée par un courant réglable à volonté de l'extérieur; on place en outre sur chacune des deux parois de la boîte un couple thermo-électrique permettant de comparer à tout instant les températures de ces deux parois, et par conséquent de les maintenir rigoureusement égales en agissant sur le courant qui alimente la résistance disposée à l'intérieur de la boîte; on voit alors que les watts dépensés dans ladite résistance permettent de mesurer les calories qui passent dans la section de la paroi déterminée par la boîte cylindrique.

Si, d'autre part, on place un couple thermo-électrique de chaque côté de la paroi, on obtient le gradient de température. On a donc ainsi un moyen d'obtenir une mesure de coefficient de conductibilité, en évitant l'emploi de la glace, et en basant la mesure de la quantité de chaleur sur l'indication d'un wattmètre suffisamment sensible. On se rend compte d'ailleurs qu'aucun flux de chaleur ne traverse les parois métalliques de la boîte à double paroi, puisque les deux parois sont maintenues rigoureusement à la même température.

Ce dispositif a pu être expérimenté et les résultats des premières mesures paraissent satisfaisants, étant donnés les nombres trouvés pour les coefficients de conductibilité des matériaux étudiés. Des études méthodiques sont d'ailleurs en cours pour la détermination des coefficients de conductibilité relatifs aux matériaux les plus connus et les mieux déterminés.

PHOTOCHIMIE. — *L'action chimique de la lumière ultraviolette sur les iodures d'alcoyle.* Note de M. **Guy Emschwiller**, présentée par M. Georges Urbain.

On sait que la lumière, visible ou ultraviolette, provoque dans les corps qui l'absorbent des transformations profondes, qui peuvent aller jusqu'à leur destruction. L'étude de ces décompositions photochimiques permet en particulier, par l'analyse de la façon dont les corps se dissocient, d'acquérir des renseignements précieux sur les structures. L'étude de l'action chimique de la lumière sur les iodures d'alcoyle se révèle, à ce point de vue, assez féconde.

Quand on soumet les iodures d'alcoyle, à l'état liquide, à l'action de la

lumière ultraviolette, il y a libération d'iode et, pour les termes jusqu'en C4, production de composés gazeux [1], dont voici la nature :

Iodure de méthyle........................	méthane.
Iodure d'éthyle..........................	éthylène-éthane.
Iodure de propyle et iodure d'isopropyle....	propylène-propane.
Iodure de butyle normal, iodure de butyle secondaire et iodure d'isobutyle...........	butylènes-butanes.
Iodure de butyle tertiaire.................	propylène, éthylène-propane, éthane.

Ainsi, sauf pour les iodures de méthyle et de butyle tertiaire, les résultats apparaissent comparables, un dérivé RI donnant naissance au carbure éthylénique R_{-H} et au carbure saturé R_{+H}. L'étude quantitative révèle d'ailleurs, en première approximation, que les quantités formées de carbure éthylénique et de carbure saturé sont les mêmes et qu'il y a correspondance entre les volumes des gaz recueillis et la masse d'iode libéré, conformément à l'équation globale de réaction :

$$2RI \rightarrow R_{-H} + R_{+H} + I^2.$$

L'interprétation de ce résultat conduit nécessairement à faire intervenir deux molécules d'iodure d'alcoyle. La première, qui a subi l'action de la lumière, céderait à la fois un atome d'iode et un atome d'hydrogène. Le groupement (R_{-H}), ainsi séparé, se réarrangerait en carbure éthylénique, tandis que les atomes d'iode et d'hydrogène, séparés ou combinés, concourraient, avec intervention d'une deuxième molécule quelconque de l'iodure, à la production du carbure saturé R_{+H} et de l'iode libre :

$$RI + \text{lumière} \rightarrow (R_{-H}) + (H- I-);$$
$$(R_{-H}) \rightarrow R_{-H}; \qquad (H- I-) + RI \rightarrow R_{+H} + I^2.$$

Dans le cas de l'iodure de méthyle, le processus serait analogue, mais le méthylène ne peut être isolé. On retrouve à sa place de l'iodure de méthylène, dû à la fixation d'iode, et des produits de condensation $(CH^2)^n$, de hauts poids moléculaires, qui se manifestent par une fluorescence bleuâtre en lumière ultraviolette.

Dans le cas de l'iodure de butyle tertiaire, la molécule, ayant subi l'action de la lumière, céderait encore un atome d'iode et un atome d'hydrogène; mais il en résulterait, dans le groupement restant, un déséquilibre qui se manifesterait sous l'action de

---

(1) André Job et Guy Emschwiller, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 52. Il faut noter que la présence annoncée alors de petites quantités de butane parmi les produits de la photolyse de l'iodure d'éthyle n'a pas été confirmée. Jamais on n'observe la formation, lors de la photolyse de l'iodure d'alcoyle RI, du carbure saturé RR.

la deuxième molécule. Cette deuxième molécule perdrait, elle aussi, un atome d'iode et un atome d'hydrogène; il y aurait union des deux groupements CH^2, conformément au schéma suivant :

```
CH³\            CH²--C/CH³
CH³/C--CH²           \CH³
    |    |       |   |
    I    H       H   I
```

Les deux groupements isopropylidène se réarrangeraient en propylène, et l'on retrouve bien ainsi deux molécules de propylène pour une molécule d'éthylène, comme l'indique l'analyse. Quant aux atomes d'iode et d'hydrogène, ils viendraient contribuer à la production d'iode libre d'une part, de propane et d'éthane d'autre part.

La façon particulière dont se comporte l'iodure de butyle tertiaire conduit à penser que, dans les autres iodures, les atomes d'iode et d'hydrogène seraient pris à un même atome de carbone, sinon il devrait se produire dans tous les cas des réactions analogues. Le groupement (R_{-H}), formé intermédiairement, serait ainsi un radical alcoylidène. Cette hypothèse paraît confirmée par l'étude des produits de l'oxydation photochimique.

Une circonstance heureuse m'a permis d'étudier les produits de l'oxydation photochimique indépendamment de ceux de la photolyse. Ayant en effet été conduit à étudier l'action de la lumière ultraviolette sur les iodures d'alcoyle à l'état gazeux (¹), j'ai constaté que dans un récipient de verre pyrex les vapeurs sèches ne sont décomposées qu'en présence d'oxygène. Cette absence de photolyse, sur laquelle j'aurai à revenir, s'accorde avec le fait précédemment établi que la loi dite de l'équivalence photochimique n'est pas applicable à la réaction globale de photolyse des iodures à l'état liquide (²).

L'oxydation photochimique de l'iodure d'éthyle gazeux donne, comme produits principaux, de l'iode et de l'acétaldéhyde, ce qui corrobore la représentation proposée pour la photolyse et laisserait de plus supposer la formation transitoire du radical éthylidène. De même l'oxydation photochimique de l'iodure de méthyle gazeux donne du formaldéhyde, ce qui confirme la production intermédiaire de méthylène. Les réactions sont complexes avec les iodures de propyle et d'isopropyle; néanmoins la formation d'acétone dans le seul cas de l'iodure d'isopropyle paraît confirmer la formation du radical isopropylidène.

La décomposition photochimique révèle donc l'existence dans les molécules d'iodure d'alcoyle d'un atome d'hydrogène singulier. Cet atome d'hydrogène serait fixé au même atome de carbone que l'atome d'iode, sauf nécessairement dans le cas des iodures tertiaires. Cet atome d'hydrogène et

---

(¹) GUY EMSCHWILLER, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 886.
(²) GUY EMSCHWILLER, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 741.

l'atome d'iode seraient étroitement solidaires; cette solidarité influerait sur la solidité des autres liaisons internes de la molécule, comme il apparaît nettement dans le cas de l'iodure de butyle tertiaire. L'atome d'hydrogène singulier serait ainsi sous la dépendance à la fois de l'atome d'iode et d'un atome de carbone. Cette conception paraît susceptible de rendre compte de l'ensemble des propriétés chimiques des iodures d'alcoyle, en particulier des réactions complexes qu'on observe au cours des synthèses de Wurtz.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la résistivité électrique du silicium.* Note de M. **Ch. Bedel** présentée par M. A. Béhal.

Les recherches effectuées sur la résistance électrique du silicium ne donnent pas d'indications certaines au point de vue de la résistivité de cet élément. Les difficultés que les auteurs ont rencontrées, d'une part pour préparer des échantillons de silicium pur compact, et d'autre part, pour obtenir des contacts électriques satisfaisants entre le silicium et les électrodes en sont la cause.

Comme nous avions à notre disposition des produits suffisamment compacts, nous avons étudié la possibilité de réaliser de bons contacts, puis nous avons déterminé la résistivité de ce métalloïde.

Nos recherches ont porté non seulement sur du silicium pur que nous avions préparé ne renfermant que 0,1 pour 100 de fer, mais encore sur un produit industriel à 1,4 pour 100 de cet élément, et un ferro-silicium dont la teneur en fer atteignait 8,5 pour 100.

Les échantillons étaient taillés en forme de bâtonnets de section régulière, dont la longueur comprise entre 1 et 3^{cm} était exactement mesurée. Le volume était évalué par la méthode que nous avons indiquée précédemment pour la détermination des densités ([1]), ce qui permettait de calculer la section avec précision.

On réalise aisément un contact électrique convenable avec le ferro-silicium, mais il n'en est pas de même pour le silicium industriel ou le silicium pur.

On est d'ailleurs averti, au cours des mesures, de l'existence de contacts imparfaits par les observations suivantes :

Même pour des contacts portant sur de larges surfaces, la résistance est

---

([1]) Bedel, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 434.

différente lorsqu'on inverse le sens du courant électrique dans l'échantillon. Elle diminue si l'intensité augmente mais, par contre, elle croît avec la durée de passage du courant. Elle est aussi fonction de la pression et diminue avec elle.

Les contacts imparfaits ont été attribués à la présence d'une mince couche, soit de silice, soit de gaz adsorbés (1); cependant ils se manifestent encore lorsqu'on dépose en couche adhérente sur le silicium certains métaux tels que le cuivre ou l'argent, même après traitement par l'acide fluorhydrique.

Au contraire le zinc ou le nickel fixés par électrolyse au moyen d'un courant de 0,2 ampère permettent de réaliser de bons contacts.

Nous avons aussi obtenu un résultat comparable en cuivrant d'abord les extrémités de l'échantillon par immersion dans une solution fluorhydrique de cuivre. On fixait ultérieurement sur le cuivre un amalgame renfermant 15^g de mercure pour 2^g d'étain. Le dépôt était jugé convenable lorsque l'amalgame adhérait uniformément sur le silicium. On le recouvrait enfin d'une lame d'étain.

Les échantillons ainsi préparés étaient maintenus au moyen de vis de pression entre deux plaques de cuivre qui servaient d'électrodes. L'ensemble de l'appareil constituait l'une des branches d'un pont de Wheatstone.

Les résultats obtenus ont été les suivants; ils sont exprimés en ohms-centimètre.

Teneur du Si en fer.	Échantillon.	Contacts par amalgame.	Contacts par zinc.	Moyenne.
0,1 %	I	0,292	0,243	0,267
	II	–	0,248	
	III	–	0,288	
1,4 %	I	0,061	0,083	0,069
	II	0,080	0,058	
	III	–	0,062	
	IV	0,076	0,072	
	V	0,098	0,066	
	VI	0,063	0,043	
8,5 %	I	0,034	0,046	0,035
	II	0,027	0,034	

En résumé, il nous a été possible de réaliser de bons contacts électriques

(1) KALLMEYER, *Annalen der Physik*, 4e série, 86, 1928, p. 547. — AUDUBERT et Mlle QUINTIN, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 972.

avec le silicium pur, et par suite de déterminer la résistivité de cet élément. Les résultats donnés ci-dessus montrent, en outre, l'influence considérable qu'exerce sur cette constante la présence d'une petite quantité de fer.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur l'optique des structures hétérogènes uniaxes.* Note de M. **R. Gibrat**, présentée par M. Ch. Fabry.

De nombreuses observations de nature diverse et particulièrement l'analyse aux rayons X ont montré que les molécules des substances smectiques se disposaient suivant des feuillets parallèles, leurs axes étant normaux aux faces des feuillets. Cet axe, qui est aussi l'axe optique de la substance uniaxe au point considéré, est donc tangent aux deux nappes de la surface des centres de courbure de la famille de surfaces parallèles. Le cas particulier le plus simple après la structure sphérolithique, où une des nappes s'évanouit et l'autre se réduit à une courbe ou même un point, sera donc la structure à focales et à cyclides de Dupin, cas unique où les deux nappes se réduisent à deux courbes. Il paraît donc hautement probable que cette structure, qui a paru si étrange et si inattendue aux premiers expérimentateurs, n'est que le cas le plus simple, et par conséquent le seul observé jusqu'ici, d'une structure beaucoup plus générale où la famille de surfaces parallèles est quelconque.

La recherche du rayon lumineux extraordinaire et de la surface d'onde correspondante peut se faire au moyen du principe de Fermat, si l'on fait l'hypothèse, qui paraît justifiée par l'expérience, qu'un changement de direction des vibrations n'agit pas sur leur propagation. Si θ est l'angle du rayon lumineux et de l'axe optique en un point donné, on a (milieu uniaxe) :

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_e^2}(1 - a\cos^2\theta), \qquad a = \frac{n_e^2 - n_0^2}{n_e^2}.$$

Des coordonnées curvilignes convenables permettent de mettre l'élément linéaire de l'espace sous la forme

$$ds^2 = g_1\,du^2 + g_2\,dv^2 + dK^2,$$

la famille de surfaces parallèles est donnée par $K = \text{const}$.

On est donc ramené à extrémer l'intégrale $V_e T = \int \sqrt{ds^2 - a\,dK^2}$, d'où le résultat suivant : les rayons lumineux extraordinaires sont les droites de l'espace dont l'élément linéaire a la forme

$$d\sigma^2 = ds^2 - a\,dK^2.$$

On peut, par la formule aux limites du calcul des variations et la condition de transversalité, obtenir immédiatement l'équation aux dérivées partielles à laquelle satisfait la surface d'onde

$$\frac{1}{g_1}\left(\frac{\partial T}{\partial u}\right)^2+\frac{1}{g_2}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)^2+\frac{1}{1-a}\left(\frac{\partial T}{\partial K}\right)^2=\frac{1}{V_e^2}.$$

Ces considérations permettent d'obtenir sans calculs les résultats déjà connus pour les structures hétérogènes les plus simples [1]. Par exemple, dans la structure rayonnée plane, on a

$$ds^2=dr^2+r^2\,d\varphi^2;\qquad d\sigma^2=(1-a)\,dr^2+r^2\,d\varphi^2;$$
$$\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right)^2+\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)^2\frac{1}{1-a}=\frac{1}{V_e^2}.$$

Les changements de variables $\varphi=\psi\sqrt{1-a}$ et $\psi=T\sqrt{1-a}$ conduisent à un milieu (ψ, r) où les rayons sont des droites et les surfaces d'onde celles de la structure homogène. D'où les équations

$$\frac{1}{r}=A\cos\frac{\varphi}{\sqrt{1-a}}+B\sin\frac{\varphi}{\sqrt{1-a}}\qquad\text{(rayon)},$$
$$r^2-2l\cos\frac{\varphi}{\sqrt{1-a}}+l^2-\frac{V_e^2T^2}{1-a}=0\qquad\text{(surface d'onde)}.$$

Dans le cas général, le calcul tensoriel permet de démontrer les relations énoncées par Grandjean (*loc. cit.*) dans des cas particuliers : les équations aux variations s'écrivent, en mettant en évidence l'accélération covariante :

$$\gamma^1=-\frac{du}{ds}\frac{d\sigma}{ds}\frac{d}{ds}\left(\frac{ds}{d\sigma}\right),$$
$$\gamma^2=-\frac{dv}{ds}\frac{d\sigma}{ds}\frac{d}{ds}\left(\frac{ds}{d\sigma}\right),$$
$$\gamma^3=-\frac{dK}{ds}\frac{d\sigma}{ds}\frac{d}{ds}\left(\frac{ds}{d\sigma}\right)+\frac{a}{2(1-a)}\left[\frac{\partial g_1}{\partial K}\left(\frac{du}{ds}\right)^2+\frac{\partial g_2}{\partial K}\left(\frac{dv}{ds}\right)^2\right].$$

Les deux premières équations montrent que le plan osculateur passe par l'axe optique. Le bivecteur vitesse-accélération permet de calculer le rayon de courbure

$$\frac{1}{\rho}=\frac{a}{1-a}\sqrt{1-K'^2}\left(\frac{\partial g_1}{\partial K}u'^2+\frac{\partial g_2}{\partial K}v'^2\right).$$

(1) GRANDJEAN, *Bulletin de la Société française de Minéralogie*, 41, 1919, p. 49.

Il est facile de voir que $\frac{1}{2g_1}\frac{\partial g_1}{\partial K}$, $\frac{1}{2g_2}\frac{\partial g_2}{\partial K}$ sont les rayons de courbure des sections normales principales, d'où en introduisant le rayon de courbure R de la section de la surface $k=$ const. par le plan osculateur au rayon lumineux

$$\frac{1}{\rho}=\frac{a}{1-a}\frac{\sin^2\theta}{R}.$$

Dans la structure à cyclides, les centres de courbure principaux sont sur les focales, la discussion se fait donc géométriquement. On voit, par exemple, qu'à l'intérieur du domaine focal, la surface étant à courbures opposées, tous les rayons d'un certain plan osculateur auront un point d'inflexion.

GÉOLOGIE. — *L'âge des terrasses marines récentes du Xu-Nghê dans le Nord-Annam (Indochine française).* Note de M. **H. Le Breton**, présentée par M. Charles Jacob.

Par Xu-Nghê (xu = Pays), les Annamites désignent le pays comprenant les deux provinces actuelles de Nghê-An et de Ha-Tinh.

M. E. Chassigneux fut le premier à appeler l'attention sur ce qu'il a appelé « les plages soulevées dans le nord de l'Annam » [1]. Ses recherches ont porté sur les provinces de Thanh-Hoa, Nghê-An et Ha-Tinh. Il a ainsi signalé cinq gisements de coquilles, à savoir, dans le Nghê-An : Phu-My, Phong-Lâu, Phu-Diên et Hai-Thanh; dans le Ha-Tinh : Hoang-Càn.

Je vais indiquer le fruit de mes propres recherches, effectuées de 1924 à 1928.

J'ai découvert dix nouveaux gisements coquilliers qui se situent dans le Nghê-An : Ngoc-Huy, My-Hoa, Tiên-Hiên, Ba-Giap, Thuong-Xa et Van-Tang; dans le Ha-Tinh : Ngu-Dông, Tri-Chi, Thô-Duong et Duc-Lâm. Ils m'ont fourni 70 espèces différentes de coquilles. Le savant conchyliologiste, M. Dautzenberg, m'a montré leur identité absolue avec celles qui vivent actuellement dans le golfe du Tonkin et la mer de Chine. Ce fait démontre déjà que le mouvement d'émersion qui a créé les terrasses à coquilles marines du Xu-Nghê est de date récente.

Le sujet principal de la présente Note est de signaler la présence de

---

[1] *La Géographie*, 32, 1918, p. 81 à 95.

tessons de poterie, mélangés aux coquilles dans la couche supérieure de la terrasse de Duc-Lâm, dont la surface occupe actuellement la cote de 18m. Cette découverte permet de fixer l'âge des dépôts du Xu-Nghê d'une façon beaucoup plus précise que la considération des coquilles. Les tessons montrent tous les caractères de la céramique du Néolithique de tous les pays, dite poterie au panier, cuite au feu : pâte grossière, charbonneuse, renfermant des grains de quartz, non faite au tour et montrant sur la face extérieure l'empreinte de la vannerie dans laquelle l'argile était modelée. Dans la même couche j'ai rencontré une valve inférieure d'*Ostrea gigas*, percée intentionnellement.

Les tessons de poterie permettent d'attribuer les couches les plus récentes des terrasses marines du Xu-Nghê aux temps néolithiques, sans préjuger d'un âge peut-être plus ancien pour les couches plus inférieures.

La réserve prudente relative aux couches inférieures est motivée par les raisons suivantes. On peut prendre pour type de la stratification des bancs coquilliers du Xu-Nghê, le gisement de Phu-Diên, qui est exploité par les carriers indigènes pour la fabrication de la chaux et pour la taille de pierres d'appareil. Quand on creuse le sol on trouve d'abord, sur 1m d'épaisseur environ, un entassement de coquilles entières manquant de cohésion. Plus bas, sur 2m d'épaisseur, vient un conglomérat peu résistant de coquilles brisées mais cependant déterminables. Plus profondément encore, on atteint un conglomérat de coquilles pulvérisées et fortement agglomérées, formant une pierre tendre, durcissant à l'air. Ce dernier conglomérat constitue ce que les carriers appellent la pierre de Phu-Diên, exploitée jusqu'à 6m environ de profondeur; on est ensuite arrêté par une nappe aquifère. La couche de pierre de Phu-Diên descend certainement à un niveau beaucoup plus bas que celui atteint par les carriers; mais, faute de sondages, on ne peut en préciser l'épaisseur. J'ajoute enfin que, par suite de leur pulvérisation, on ne saurait affirmer que les coquilles de la couche inférieure appartiennent bien aux mêmes espèces que celles déterminables dans les couches supérieures.

Quoi qu'il en soit, il n'en reste pas moins acquis, par la découverte de tessons de poterie, que les couches supérieures des terrasses marines du Xu-Nghê sont d'âge néolithique et qu'il faut chercher dans des mouvements épirogéniques très récents certains des traits de la topographie et de l'hydrographie du Nord-Annam.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la distribution de l'ozone dans l'atmosphère.* Note de MM. **D. Chalonge** et **E. Dubois**, présentée par M. Ch. Fabry.

On a supposé jusqu'ici que la totalité de l'ozone atmosphérique se trouve concentrée dans une couche élevée de l'atmosphère d'épaisseur relativement faible. Dans cette hypothèse il est facile de calculer *a priori* la loi suivant laquelle doit varier avec la distance zénithale ζ du Soleil la longueur x du trajet effectué à travers cette couche par les rayons solaires qui parviennent à l'observateur : cette loi est représentée par une famille de courbes C dépendant d'un paramètre qui est l'altitude h de la couche.

D'autre part l'étude du spectre solaire permet de calculer le rapport des intensités I et I′ au sol de deux radiations λ et λ' arrivant du Soleil. Si leurs coefficients d'absorption respectifs par l'ozone sont K et K′ on montre facilement que

$$x = -\frac{1}{K - K'} \log \frac{I}{I'} + \text{const. } (^1).$$

Quel que soit le couple $\lambda\lambda'$, on doit obtenir la même valeur de x. La loi suivant laquelle x varie avec ζ doit donc être parfaitement déterminée lorsque l'on a étudié expérimentalement la variation de $\log \frac{I}{I'}$. Si cette courbe expérimentale $x = f(\zeta)$ peut être amenée à coïncider avec une des courbes du réseau C l'hypothèse initiale se trouve justifiée et l'on a la valeur de l'altitude.

Cabannes et Dufay [2] ont indiqué une variante de cette méthode qui consiste à substituer à l'étude du rayonnement direct du Soleil celle de la lumière diffusée par le zénith : les mesures sont très analogues et les conclusions identiques, à condition toutefois que *la couche d'ozone se trouve tout entière au-dessus des couches diffusantes.*

Nous avons essayé de faire une détermination d'altitude en utilisant cette dernière méthode : les mesures ont été effectuées dans l'après-midi du 7 octobre 1930 à l'Observatoire du Pic du Midi, dans des conditions atmosphériques excellentes. L'épaisseur d'ozone est demeurée tout à fait constante pendant les mesures et n'a subi aucune variation au coucher du Soleil :

---

(1) Il figure également dans cette formule un terme provenant de la diffusion, mais il est facile d'en tenir compte.

(2) Cabannes et Dufay, *Journal de Physique*, 8, 1927, p. 125.

sa valeur déterminée par photographie du spectre de la Lune, le 8 entre 0 et 5h était exactement la même que la veille.

L'étude du cliché pris dans ces conditions nous a permis de faire les observations suivantes : la loi suivant laquelle x varie avec ζ dépend de λ et de λ' (à moins que ces radiations ne soient très voisines), de sorte qu'à chaque couple $\lambda\lambda'$ correspond une courbe $x = f(\zeta)$ et par suite une valeur différente de l'altitude. Si λ et λ' sont très voisins (distants de 20 à 40 Å, entre 3200 et 3300 Å) on trouve environ 65km; l'altitude croît avec l'intervalle des longueurs d'onde.

Ces faits montrent que la distribution de l'ozone est plus compliquée qu'il n'a été supposé. Nous avons essayé d'en rendre compte en imaginant qu'il existe, en plus de la couche d'ozone élevée, une certaine quantité d'ozone dans les couches diffusantes. Supposant (ce qui ne peut être qu'une image très grossière de la réalité) que cet ozone bas est également concentré dans une couche assez mince d'épaisseur a, on peut calculer la loi de variation de $\log\frac{I}{I'}$ en fonction de ζ pour deux radiations $\lambda\lambda'$ diffusées par le zénith. Nous nous sommes placés dans l'hypothèse d'une atmosphère isotherme et d'une loi exponentielle de distribution de pression avec l'altitude; nous avons de plus complètement négligé la diffusion secondaire. Soient a l'épaisseur de la couche basse, α la distance zénithale du Soleil au point où cette couche est traversée par les rayons directs qui, après s'être diffusés au-dessous, parviennent à l'observateur; b et β les quantités analogues pour la couche élevée; d et d' les coefficients d'extinction par diffusion des deux radiations considérées; m la masse d'air traversée par les rayons du Soleil qui arrivent directement et sans diffusion jusqu'à l'observateur; p_0 et p les valeurs respectives de la pression au sol et dans la couche b. On trouve que la quantité $\frac{1}{K - K'}\log\frac{I}{I'}$ (que nous continuerons à appeler x bien qu'elle ne soit plus proportionnelle à la longueur du trajet des rayons dans l'ozone) est la somme de deux termes : le premier, $-b\,\text{séc}\,\beta$, se rapporte à la couche élevée, la seule considérée dans les études antérieures, et l'on voit qu'il est indépendant de λ et λ'; le second peut s'écrire

$$u = \frac{1}{K - K'}\log\frac{A}{A'}\,\frac{1 + \frac{B}{A}e^{-Ka(\text{séc}\,\alpha - 1)}}{1 + \frac{B'}{A'}e^{-K'a(\text{séc}\,\alpha - 1)}}$$

en posant

$$A = 1 - e^{-\frac{p}{p_0}(m-1)d}, \qquad B = e^{-\frac{p}{p_0}(m-1)d} - e^{-(m-1)d},$$

A′ et B′ ayant des significations analogues. La valeur de ce deuxième terme dépend du couple des radiations considérées. Ses variations expliquent très bien qualitativement les phénomènes observés. Si l'on suppose $\lambda < \lambda'$, u au lieu de décroître constamment quand m croît passe par un minimum négatif pour une valeur de ζ comprise entre 80 et 85°, puis croît en tendant vers zéro. Nous n'avons pas observé de minimum pour x, ce qui montre que a doit être très inférieur à b.

Il semble donc que l'ozone soit distribué de façon beaucoup moins discontinue qu'on l'avait supposé jusqu'ici et qu'il en existe des quantités appréciables jusqu'à des altitudes relativement basses. La comparaison entre des mesures simultanées de x faites les unes par photographie directe du spectre du Soleil, les autres par étude du spectre du zénith permettraient de préciser ces premières indications : le calcul précédent montre que les valeurs fournies par la première méthode doivent être supérieures à celles de la seconde.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *La conductibilité électrique de l'air à Paris.* Note de Mme **F. Bayard-Duclaux**, présentée par M. Maurain.

Les mesures de la conductibilité de l'air, que j'ai effectuées pendant 8 mois à Paris (1), ont été rendues difficiles par la petitesse de ce coefficient : chaque mesure était très longue (15 à 30 minutes) et la fuite naturelle par les isolants prenait une importance relative considérable. Cette fuite a été l'objet d'une étude préliminaire détaillée.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1. *Valeurs moyennes.* — Les valeurs moyennes fournies par toutes les

(1) Ces mesures ont été effectuées à l'Institut de Physique du Globe de l'Université de Paris, à l'aide d'un appareil du type Gerdien modifié, installé au troisième étage, dans une salle ouverte sur la rue Saint-Jacques, soit à une dizaine de mètres au-dessus de la chaussée.

mesures effectuées pendant les 8 mois qu'a duré le travail sont :

$$\lambda_+ = 0,17.10^{-4}\,\text{E.S.} \qquad \lambda_- = 0,14.10^{-4},$$
$$\lambda_+ + \lambda_- = 0,31.10^{-4} \qquad \frac{\lambda_+}{\lambda_-} = 1,20.$$

2. *Variation annuelle.* — La portion de variation annuelle pour la même période est :

$\lambda.10^4$.	Nov.	Déc.	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin-Juil.
λ_+.........	0,193	0,213	0,121	0,139	0,149	0,180	0,182	0,225
λ_-.........	0,186	0,167	0,104	0,111	0,114	0,166	0,170	0,231
$\lambda_+ + \lambda_-$.....	0,379	0,380	0,225	0,250	0,263	0,346	0,352	0,456
$\frac{\lambda_+}{\lambda_-}$.........	1,04	1,27	1,16	1,25	1,31	1,08	1,07	0,97

On constate un minimum très accentué en janvier, prolongé en février et mars. Il est précédé d'une décroissance rapide en automne et suivi d'une croissance brusque au printemps. Cette même partie de la variation se retrouve au Val-Joyeux et à Kew. Elle correspond ainsi à une marche en sens inverse de celui du champ électrique atmosphérique.

3. L'après-midi marque une décroissance rapide de la conductibilité. On a :

	Conductibilité positive.			Conductibilité négative.		
	15 h.	17 h.	18 h.	15 h.	17 h.	18 h.
Mars........	0,175	0,131	0,117	0,137	0,104	0,093
Avril........	0,196	0,182	0,157	0,196	0,167	0,142

4. *Comparaison entre les valeurs de la conductibilité à Paris et au Val-Joyeux.* Des mesures de la conductibilité sont effectuées chaque jour au Val-Joyeux. J'ai fait des mesures aux mêmes heures (17^h) et déterminé pour chaque jour le rapport des conductibilités à Paris et au Val-Joyeux. L'étude porte sur 52 journées et a donné les résultats suivants :

$$\frac{\lambda_+\ \text{Paris}}{\lambda_+\ \text{Val-Joyeux}} = 0,30, \qquad \frac{\lambda_-\ \text{Paris}}{\lambda_-\ \text{Val-Joyeux}} = 0,24,$$

90 pour 100 des valeurs trouvées étant comprises entre 0,20 et 0,30.

Ces résultats sont intéressants à rapprocher de ceux de MM. Maurain et Salles sur les nombres respectifs de petits ions à Paris et au Val-Joyeux (¹).

(¹) *Comptes rendus*, 180, 1929, p. 723.

Ces nombres sont :

	Paris.	Val-Joyeux.
Nombre n de petits ions positifs	86	345
Nombre n' de petits ions négatifs	70	283

Les rapports de ces nombres sont :

$$\frac{n_{\text{Paris}}}{n_{\text{Val-Joyeux}}} = 0,25, \qquad \frac{n'_{\text{Paris}}}{n'_{\text{Val-Joyeux}}} = 0,25.$$

D'après la théorie de l'ionisation ces rapports doivent être égaux aux rapports des conductibilités. Or ils le sont très sensiblement comme on le voit, ce qui prouve un assez bon accord avec la théorie.

5. *Influence de la direction du vent sur le rapport précédent.* — J'ai cherché si le vent avait une influence sur le rapport des conductibilités. La direction Est semble correspondre à un maximum très accentué pour les deux rapports. Or, la rose des vents étant divisée en huit directions, le secteur Est comprenait dans le cas présent les deux directions E et ENE, c'est-à-dire justement la direction ENE qui souffle de Paris sur le Val-Joyeux. C'est peut-être là une indication que cette direction de vent contribue par un apport de poussières, à diminuer au Val-Joyeux la teneur en petits ions et par suite la conductibilité.

6. *Influence de l'humidité relative.* — Un accroissement d'humidité relative, favorisant la formation de gros ions, doit tendre à faire diminuer la conductibilité. C'est ce qui semble ressortir du tableau suivant :

Humidité relative.	26.	35.	47,5.	55.	64.	76.
$\lambda_+ . 10^4$	0,200	0,184	0,173	0,175	0,144	0,140
$\lambda_- . 10^4$	0,180	0,176	0,154	0,121	0,126	0,115

ENTOMOLOGIE. — *L'adaptation organique chez les Insectes xylophages de la famille des Bostrychides. Commensalisme des* Lyctoderma. Note de M. **Pierre Lesne**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'adaptation organique chez les Bostrychides térébrants par excellence, ceux chez lesquels le corps de l'imago est cylindrique et tronqué aux deux bouts, se manifeste notamment par l'existence d'un complexe d'appareils

assurant le sectionnement et l'arrachage des fibres du bois, le coinçage du corps pendant le travail de taraudage (appareil annitif), le balayage et le déblayage de la galerie.

Les mandibules, qui tantôt sectionnent transversalement les fibres ligneuses, tantôt les détachent par plaques ou par paquets de parois des galeries, possèdent des muscles adducteurs puissants et volumineux qui expliquent le développement que prend chez ces formes la portion intrathoracique de la capsule cranienne destinée à les contenir. Pour loger cette capsule céphalique ainsi que ses muscles protracteurs et rétracteurs, non moins puissants que ceux actionnant directement les mandibules, le prothorax s'est renflé sur sa face dorsale en rejetant la tête vers la face ventrale. Sur toutes les parties de sa convexité dorsale susceptibles d'entrer en contact avec les parois de la galerie se sont développées, chacune au côté externe de l'insertion d'un poil, des éminences en lame tranchante inclinées vers le centre du pronotum de manière à constituer des surfaces râpeuses, que je nomme surfaces annitives. En effet ces surfaces, fortement appuyées contre les parois de la galerie par l'effort des pattes antérieures, dont les tibias sont eux-mêmes garnis de dents pointues, immobilisent le prothorax et fournissent la base d'appui nécessaire au travail des muscles actionnant directement ou indirectement les mandibules.

La vermoulure produite par l'imago, qu'elle provienne des particules ligneuses non ingérées ou des boulettes sèches de débris ligneux rejetées par l'anus, doit être évacuée hors de la galerie. Ce sont les tarses de toutes les paires qui sont chargés de la collecter et de la rejeter en arrière du corps. Les tarses intermédiaires et postérieurs, qui sont comme les antérieurs, fortement comprimés, sont capables notamment de décrire la surface d'un cylindre enveloppant le corps, de manière à balayer la fine sciure qui se glisse entre le corps et la paroi de la galerie. Si les tarses avaient gardé leur conformation habituelle, ce mouvement ne serait guère possible. L'atrophie du premier article, qui est réduit à une pièce trochantériforme déviant le reste du tarse de sa direction normale, leur permet d'accomplir cette fonction.

Lorsque le tas de vermoulure accumulé en arrière de l'insecte devient encombrant, celui-ci se déplace en arrière poussant le tas de sciure vers l'extérieur, et, une fois arrivé à l'orifice de la galerie, le projette au dehors. L'extrémité postérieure des élytres affecte le plus souvent une conformation qui assure un meilleur fonctionnement de ce système de déblayage, à

savoir une troncature brusque bordée d'une carène ou de dents, et armée parfois d'épines discoïdales.

Pour creuser leurs galeries, les larves des mêmes Bostrychides disposent d'un outillage différent, mais non moins efficace. Au lieu d'être, comme chez l'adulte, un cylindre solide se déplaçant à la manière d'un piston dans un corps de pompe, le corps en action est ici schématiquement comparable, de par le reploiement de l'abdomen, à une sphère molle qui se déplace dans la galerie en roulant sur elle-même par le jeu de mouvements analogues aux contractions péristaltiques. Dans cette attitude, le bord postérieur de l'abdomen entre en contact avec les pièces buccales et les lobes pleuraux des segments, entre-croisant leurs soies, ferment la concavité ventrale du corps.

La partie intrathoracique de la capsule cranienne est encore plus développée chez la larve que chez l'adulte, mais les surfaces annitives ne peuvent être fournies chez elle que par les parois du prothorax rendues turgescentes par l'afflux du sang et s'appliquant étroitement aux parois de la galerie, ainsi que par la large surface dorsale des derniers segments abdominaux agissant mécaniquement comme une sorte de sole pédieuse.

Chez les formes les plus évoluées (*Bostrychini*), les pattes des trois paires ne jouent plus chez la larve de rôle ambulatoire, ce dont elles sont totalement incapables, étant uniquement adaptées à des fonctions de balayage : balayage continu des pièces buccales en action, dévolu aux pattes antérieures qui sont courtes et appliquées sur la bouche à la manière de pattes-mâchoires, et balayage de la concavité ventrale du corps, assurée par les deux autres paires, de manière à amener la sciure et les boulettes excrémentielles sur la face externe de l'extrémité de l'abdomen, d'où la sole pédieuse les rejette en arrière et les tasse graduellement derrière elle.

Telle est le mécanisme du taraudage du bois et de l'entretien des galeries chez les Bostrychides que l'on peut appeler supérieurs, à cause de leurs aptitudes au travail du bois.

A l'état de larve, les Lyctites sont des Bostrychides aussi parfaitement outillés que les précédents; mais l'adulte n'est, chez eux, qu'un médiocre taraudeur, ne possédant qu'un faible appareil annitif et dépourvu d'appareil de déblayage. Comme je l'ai montré antérieurement (1911), on peut suivre chez les Lyctites du groupe des Trogoxyliens, la gradation des formes, dont le corps, primitivement subcylindrique, s'aplatit graduellement jusqu'à être réduit, chez ceux que j'ai groupés sous le nom de Tristariens, à l'état d'une lame de faible épaisseur.

Comment peuvent vivre ces descendants de xylophages térébrants qui ne possèdent plus rien de ce qui est nécessaire au travail du bois ?

C'est ce dont j'ai pu me rendre compte au cours d'un récent séjour au Mozambique, où il m'a été donné d'observer l'un des Tristariens les plus caractérisés, le *Lyctoderma testacea* Lsn. Or, ce *Lyctoderma*, au corps perdéprimé, glabre et parfaitement poli, a effectivement abandonné toute industrie de taraudage, pour vivre en commensal d'un Bostrychide de grande taille, l'*Apate monachus* F. qui, à l'état adulte, creuse, souvent de concert avec plusieurs de ses congénères, de longues galeries axiales dans les rameaux vivants de diverses essences. C'est à l'intérieur de ces galeries que l'on trouve aussi le *Lyctoderma*, généralement au nombre de plusieurs individus à la fois. Capable, de par sa conformation, de circuler entre le corps de l'*Apate* et la paroi de la galerie, il se glisse entre les pattes de son hôte tandis qu'il est au travail et vient partager, sans être d'ailleurs aucunement inquiété par lui, un repas tout préparé.

On se trouve ici en présence d'un cas d'adaptation des plus suggestifs, en rapport avec des habitudes de commensalisme, l'inquiline appartenant au même groupe zoologique que l'hôte.

PHYSIOLOGIE. — *Recherches comparatives sur la teneur en dérivés sulfhydrylés des muscles striés, du foie et du sang chez le Rat normal, chez le Rat sous-alimenté et chez le Rat privé de vitamines* B. Note de Mme **Lucie Randoin** et M. **René Fabre**, présentée par M. A. Desgrez.

Divers travaux ont montré que les dérivés sulfhydrylés du type « glutathion réduit » jouent un rôle important dans les oxydo-réductions organiques. Dans un autre ordre d'idées, Mme L. Randoin et H. Simonnet (1923-1924) ont prouvé que la présence de vitamines B dans le régime alimentaire est nécessaire pour que la combustion des glucides puisse s'effectuer *normalement* dans les tissus.

Or, en 1927, nous avons montré que l'absence de vitamines B détermine, *dans le tissu musculaire du Pigeon* : 1° une forte diminution de la teneur en dérivés sulfhydrylés ; 2° une augmentation de substances réductrices autres que celles qui possèdent le groupe sulfhydryle [1].

---

[1] Mme L. Randoin et R. Fabre, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 151.

Il était nécessaire de compléter ces données en effectuant des recherches semblables sur le *Rat blanc*, dont les besoins en vitamines B ne sont pas, au moins quantitativement, les mêmes exactement que ceux du Pigeon; de plus, le Rat ne peut être gavé, comme le Pigeon, et, consommant sa ration avitaminée sans appétit, il se trouve, par surcroît, sous-alimenté.

Nous nous sommes donc posé cette question : chez le Rat, existe-t-il également une relation entre la teneur en dérivés sulfhydrylés de certains tissus et l'absence de vitamines B, dans le cas d'un régime alimentaire par ailleurs bien équilibré, contenant une proportion normale, donc assez forte, de glucides (68 pour 100)?

Technique. — 60 Rats jeunes de 125 à 200g ont été partagés en trois lots :

I. Rats normaux recevant : les uns, un *régime naturel;* les autres, un *régime artificiel complet* (protides purifiés, 18; graisse de beurre, 10; dextrine ou glucose, 68; mélange salin, 4; *levure de bière sèche*, 5).

II. Rats recevant le *même régime artificiel, mais exclusivement privé de vitamines* B (sans levure de bière) : crises de polynévrite du 40e au 80e jour.

III. Rats sous-alimentés (pendant 50-70 jours) recevant le *régime artificiel complet* mais en *quantité limitée* à celle que consomment à volonté les précédents.

Après avoir prélevé, sur deux Rats à la fois, des échantillons de muscles, de foie et de sang, nous avons déterminé les teneurs en dérivés sulfhydrylés par la méthode précédemment indiquée ([1]). En réalité, nous avons fait, chaque fois, avec la solution centinormale d'iode, deux dosages : l'un, en appréciant la fin de la réaction par l'essai au nitroprussiate dont l'action est spécifique du groupe sulfhydryle (chiffre G); l'autre, en déterminant le terme de la réaction avec l'empois d'amidon, second dosage qui donne un chiffre plus élevé (G′), car l'iode réagit sur la *totalité des substances réductrices* justiciables de son action.

Dans le tableau, les rapports $\frac{G'}{G}$ sont indiqués à côté des valeurs G et G′, lesquelles sont exprimées en *milligrammes de glutamylcystéine pour* 100g *de tissu frais.*

([1]) Mme L. Randoin et R. Fabre, *loc. cit.*

	Mucles striés.			Foie.			Sang.		
	G en mg.	G′ en mg.	$\frac{G'}{G}$.	G en mg.	G′ en mg.	$\frac{G'}{C}$.	G en mg.	G′ en mg.	$\frac{G'}{G}$.
				I. — *Rats normaux.*					
	18,60	23,00	1,24	173,90	250,70	1,43	–	–	–
	30,57	42,35	1,38	220,90	275,70	1,25	23,21	26,78	1,15
	21,70	24,46	1,12	192,50	221,66	1,15	20,00	25,83	1,29
	15,60	25,35	1,62	176,00	207,26	1,18	35,00	42,30	1,21
	16,10	30,01	1,86	168,90	254,00	1,50	–	–	–
	20,00	31,20	1,56	177,40	227,60	1,28	19,85	27,27	1,37
	17,50	26,30	1,50	104,81	130,00	1,24	23,80	27,50	1,15
	–	–	–	159,29	201,80	1,26	28,12	31,25	1,11
Moy.	**20,01**	**28,95**	**1,47**	**171,71**	**221,00**	**1,28**	**25,00**	**30,15**	**1,21**
				II. — *Rats privés de vitamines* B. *Période prémortelle* (40-80ᵉ *jour*).					
	20,13	35,23	1,75	157,22	186,76	1,18	–	–	–
	20,45	31,81	1,55	149,47	164,66	1,10	25,00	38,80	1,55
	16,64	33,40	2,00	95,09	131,81	1,38	–	–	–
	14,66	30,00	2,04	140,00	154,00	1,10	17,66	26,11	1,48
	20,13	27,77	1,38	127,05	142,50	1,12	33,75	37,50	1,11
	15,32	28,57	1,86	163,75	187,60	1,14	–	–	–
	12,94	22,32	1,72	118,60	127,90	1,07	29,16	35,50	1,22
	11,19	25,09	2,24	–	–	–	29,00	38,50	1,32
	15,43	26,84	1,74	93,30	140,60	1,50	–	–	–
	14,24	25,51	1,79	105,00	142,52	1,35	18,75	29,16	1,55
	15,78	34,09	2,16	–	–	–	29,06	52,50	1,81
	13,13	29,93	2,27	107,60	165,30	1,53	–	–	–
	12,12	20,80	1,71	87,70	138,00	1,57	–	–	–
	17,43	25,25	1,44	116,28	145,95	1,25	25,66	43,30	1,68
Moy.	**15,68**	**28,33**	**1,83**	**121,75**	**152,30**	**1,27**	**26,00**	**37,67**	**1,46**

	Mucles striés.			Foie.			Sang.		
	G en mg.	G' en mg.	$\frac{G'}{G}$.	G en mg.	G' en mg.	$\frac{G'}{G}$.	G en mg.	G' en mg.	$\frac{G'}{G}$.
	III. — *Rats sous-alimentés pendant 50-70 jours.*								
	20,76	32,30	1,55	106,66	152,80	1,43	25,83	37,50	1,45
	21,85	31,53	1,44	173,40	231,00	1,33	-	-	-
	17,00	28,33	1,66	108,73	154,76	1,42	22,34	31,07	1,39
	17,12	23,34	1,36	146,53	168,27	1,15	-	-	-
	16,92	28,51	1,68	130,00	163,84	1,26	-	-	-
Moy.	**18,73**	**28,80**	**1,54**	**133,06**	**174,13**	**1,31**	**24,09**	**34,28**	**1,42**

Conclusions. — I. Chez le Rat normal, les *muscles striés* renferment, en moyenne, 20^{mg} de dérivés sulfhydrylés pour 100^{g} de tissu frais; le *foie*, 172^{mg} en moyenne, et le *sang*, 25^{mg} en moyenne.

II. Chez le Rat privé de vitamines B : *dans les muscles*, en même temps que diminue la teneur en dérivés sulfhydrylés du type glutathion réduit (moyenne, $15^{mg},7$), il se produit une augmentation de substances réductrices autres que celles qui possèdent le groupe sulfhydryle;

dans le foie, on observe une importante baisse de la teneur en dérivés sulfhydrylés (moyenne, $121^{mg},7$), mais pas d'autre variation;

dans le sang, au contraire, seules les substances réductrices ne possédant pas le groupe (— SH) sont en excès, fait à rapprocher, peut-être, des résultats récemment obtenus par J. Roche (1).

Mais, du fait que, chez le Rat sous-alimenté, on note ces mêmes variations, sauf dans les muscles, il est permis de conclure que l'absence de vitamines B détermine, dans le tissu musculaire du Rat, comme dans celui du Pigeon, mais à un degré moindre chez le Rat, une baisse de la teneur en dérivés sulfhydrylés ainsi qu'une augmentation de certaines substances réductrices.

(1) J. Roche, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 13, 1931. p. 186.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Le problème des relations entre les chaleurs du travail et du repos. Solution et lois. Pourquoi le travail est plus économique aux basses températures.* Note de MM. **J. Lefèvre** et **A. Auguet**, présentée par M. d'Arsonval.

Très discutée il y a 30 ans, sur simples hypothèses, cette question ne pouvait être résolue qu'avec l'instrumentation calorimétrique souple et précise que seul possède actuellement notre laboratoire. Présentons le problème.

Les théories. — Il y en a deux. Gautier, Morat, Arthus, Chauveau, Atwater et Benedict [1], ont admis qu'à toutes températures les chaleurs du travail et du repos s'ajoutent; Richet et Lapicque [2] que, totalement ou partiellement, la chaleur du travail économise celle du repos. Ainsi pour les uns, addition totale, pour les autres soustraction partielle ou totale des chaleurs du travail et du repos.

Voici les critiques déjà formulées par l'un de nous [3] en 1902 :

1° La théorie d'addition force le corps à détruire un excès de chaleur qu'il pouvait éviter; elle est donc inadmissible;

2° La théorie de soustraction totale, qui fait couvrir par la chaleur du travail l'inévitable chaleur de base, est fausse. D'ailleurs elle donnerait parfois à la Machine vivante l'impossible rendement 1;

3° Une théorie de partielle soustraction, où la chaleur du travail couvrirait la chaleur de résistance au froid, tout en respectant le principe de séparation des chaleurs, donnerait un rendement normal et paraîtrait raisonnable. L'expérience seule pourra la justifier.

Éléments du problème, Hypothèses. Expérience a faire. — Soient D la

---

(1) Gautier, *Chimie biologique*, 3, 1892, p. 801. — Morat, *Physiologie*, 3, 1899, p. 397. — Arthus, *Physiologie*, 1902, p. 442. — Chauveau, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 194. — Atwater et Benedict, *Experiments on the Metabolism*, 1903.

(2) Lapicque et Richet, *Dictionnaire de physiologie*, 1, p. 348.

(3) J. Lefèvre, *C. R. Soc. de Biologie*, 54, 1902, p. 206, 216, 254; *Traité de Bioénergétique*, 1911, p. 918.

dépense totale d'un travail déterminé $\mathfrak{T}$; q la chaleur de base inévitable, δ la chaleur de résistance au froid, croissante quand la température extérieure baisse, Q la chaleur propre du travail, *a priori* indépendante de la température. Quelles hypothèses peut-on faire ?

a. Hypothèse d'addition : $D = q + \delta + Q + \mathfrak{T}$ (dépense croissante avec δ, c'est-à-dire avec le froid);

b. Hypothèse de soustraction totale : $D = Q + \mathfrak{T}$ (dépense constante à toutes températures);

c. Hypothèse de partielle soustraction : $D = q + Q + \mathfrak{T}$ (dépense encore constante).

Ces trois hypothèses, *où l'on admet* Q *constant*, exigent donc que la dépense soit fixe ou croissante avec le froid. De là l'expérience à faire : Si, par un même travail, sur un même sujet, D diminue, les hypothèses précédentes sont fausses, Q n'est pas constant. C'est ce que nous allons voir.

Description des expériences. — Épreuves faites à 11°, 16°, 22°, sur sujet vigoureux, entraîné et musclé (taille, $1^m,70$; poids, 71^{kg}). Après une phase de repos assis, commence le travail. Celui-ci se divise en périodes d'activité, séparées par de courtes périodes de repos, exactement chronométrées. Pendant les périodes d'activité, de 3 minutes chacune, le sujet donne, à cadence régulière, les yeux au chronomètre, 100 coups de poing droits, alternativement à gauche et à droite, avec flexion et extension des membres inférieurs. Périodiquement, il prend sa température et prélève des échantillons d'air de la chambre pour analyses([1]).

Examen critique du travail. — Totalement absorbé en chaleur, il n'est pas ergométriquement connu. Ce défaut ici est un bien, car il y a toujours indétermination sur le rapport entre le *travail réellement* fait par le corps et le travail *effectivement reçu par l'ergomètre*, de sorte que deux travaux égaux à l'ergomètre ne sont pas pour cela physiologiquement égaux. Ici cette incertitude est écartée. Le sujet réalise *sa constante d'infatigabilité.* D'avance, l'égalité du travail est assurée, et les expériences de contrôle la vérifient pleinement. Bref, la température seule varie d'une expérience à l'autre.

Table des résultats. — On y a mis en parallèle les chiffres concordants

([1]) Il mange régulièrement sucre et gâteaux secs. Dans toutes les expériences, même vêtement : chemise et blouse de laboratoire.

des calorimétries directe et indirecte, ainsi que les excédents du travail sur le repos dont la connaissance est capitale.

	11°.		16°.		22°.	
	Dépense totale.	Oxygène.	Dépense totale.	Oxygène.	Dépense totale.	Oxygène.
	c	l	c	l	c	l
Travail	241,47	49,24	267,96	57,77	320,44	62,06
Repos	129,81	28,28	112,74	23,98	100,82	22,27
Excédent du travail	111,66	20,96	155,22	33,79	219,62	39,79

Lois générales. — 1° La dépense du travail diminue avec la température extérieure; donc :

2° *Le travail de la machine vivante est d'autant plus économique qu'il fait plus froid* (rendement pouvant s'élever, entre 22° et 11°, de 25 à 32 pour 100). D'ailleurs l'isotherme du travail à 11° est 37°,8; celles du même travail à 16° et 22° sont 38°,2 et 38°,6; donc :

3° *Le travail est d'autant plus économique qu'il se fait sur isotherme plus basse* (plus près de la normale 37°).

Conclusions critiques sur les relations des chaleurs du travail et du repos. — Reportons-nous aux hypothèses et à leurs formules. Admettant Q constant, elles réclamaient que D fût *fixe* ou *croissant* lorsque la température baisse. Or l'expérience prouve le contraire. Elles sont donc fausses. La diminution de D, en effet, entraîne celle de Q [1]; d'où cette nouvelle loi :

4° *La chaleur propre du travail baisse avec la température extérieure.*

Cependant, même en supposant Q variable, les théories d'addition et de soustraction totales *a priori* restent inacceptables. Au contraire, la théorie de partielle soustraction, *raisonnable a priori*, devient en outre conforme à l'expérience. En effet, selon cette théorie, où $D = q + Q + \mathfrak{T}$, l'excédent du travail est $E = q + Q + \mathfrak{T} - (q + \delta)$. La différence entre D et E est donc $q + \delta$. Or, en allant au chaud, δ diminue; donc E doit croître plus que D; et c'est ce qui montre le tableau d'expérience.

Conclusion générale. — *La loi de relation entre les chaleurs du travail et du repos est celle de soustraction partielle, où Q couvre δ et diminue quand la température extérieure s'abaisse.*

(1) A vérifier sur les formules.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *Vaccination contre le charbon bactéridien avec le virus non atténué.* Note [1] de M. **Ch. Hruska**, présentée par M. Roux.

Nos animaux domestiques, en Tchécoslovaquie, se montrent assez rebelles à la vaccination contre le charbon par virus atténué suivant la méthode de Pasteur, Chamberland et Roux. Même en utilisant la cuti-vaccination de Besredka, on est obligé d'intervenir à deux ou trois reprises avec un vaccin assez fort, dans les étables infectées, pour obtenir l'immunité.

Étant donnés les bons résultats obtenus avec un vaccin fort, nous nous sommes demandé s'il ne serait pas possible d'immuniser nos animaux avec du virus non atténué, tout en évitant les accidents de vaccination.

Nous nous sommes basé dans nos recherches sur la réaction nécrosante observée sur les cobayes, à la suite de l'inoculation de liquide d'œdème charbonneux stérilisé par le formol. Cette réaction nécrosante a été également constatée par notre collaborateur Pavlik, comme suite de l'inoculation sous-cutanée de culture diluée de pasteurelle du lapin, inoculation qui immunise cet animal d'une façon absolue contre la septicémie du lapin.

Nous avons trouvé dans la saponine (*Saponinum purissimum album* de Merck) un produit nécrosant qui n'altère pas la virulence de la bactérie. Cette substance, inoculée sous la peau, détermine un œdème, délimitant une escarre qui guérit spontanément.

1° *Expériences avec du vaccin charbonneux.* — Le deuxième vaccin Pastorien est ensemencé dans une boîte de Roux. Après 36 heures d'étuve, la culture est récoltée et émulsionnée dans 10^{cm^3} d'eau distillée.

2^{cm^3} de cette émulsion sont introduits d'une part dans 10^{cm^3} d'eau distillée, d'autre part dans 10^{cm^3} d'une solution de saponine à 1/20 dans l'eau distillée.

24 heures plus tard, on inocule des lapins sous la peau, les uns avec $0^{cm^3},5$ de vaccin dilué dans l'eau distillée, les autres avec $0^{cm^3},5$ de vaccin saponiné. Les premiers succombent. Les autres font le lendemain une réaction œdémateuse avec nécrose centrale. Ces lapins guérissent en 15 à 20 jours. Réinoculés alors avec $0^{cm^3},3$ d'une culture de vaccin de 48 heures en bouillon, puis 10 jours plus tard avec $0^{cm^3},1$ d'une culture de charbon virulent de 24 heures en bouillon, ils résistent.

---

[1] Séance du 23 mars 1931.

4 vaches, 2 chevaux inoculés de même avec $0^{cm^3},5$ de vaccin saponiné, 5 chevreaux avec $0^{cm^3},3$ du même vaccin, ont résisté 12 jours après à l'inoculation de culture virulente.

2° *Expériences avec la bactéridie virulente.* — La solution de saponine a été ici employée à 1/10; de plus la quantité de culture virulente a été réduite : une boîte de Pétri au lieu d'une boîte de Roux; de cette culture, diluée après 24 heures dans 10^{cm^3} d'eau distillée, on prélève seulement $0^{cm^3},5$ que l'on incorpore à 10^{cm^3} de solution saponinée; enfin la culture est laissée 20 jours au contact de la solution de saponine avant d'être utilisée. A part ces modifications, la technique est la même que dans les expériences avec le vaccin.

Les lapins inoculés sous la peau avec $0^{cm^3},3$ et $0^{cm^3},5$ de virus saponiné résistent en présentant la réaction précédemment décrite, et se montrent immunisés. Si la dose est faible, $0^{cm^3},05$ ou $0^{cm^3},1$, les lapins peuvent succomber parce qu'ils ont reçu une quantité de saponine insuffisante pour provoquer la réaction nécrosante.

2 chevaux, 2 bovidés, 2 chevreaux inoculés de même avec $0^{cm^3},3$ de virus saponiné ont réagi comme avec le vaccin saponiné et se sont montrés immunisés 12 jours plus tard.

Ce virus saponiné conserve sa virulence inaltérée même après 15 mois de conservation; ensemencé sur gélose, il donne une culture qui tue le lapin à faible dose en 3-4 jours.

On peut apprécier l'importance que ce fait pourrait avoir pour d'autres maladies infectieuses.

La séance est levée à 15^h40^m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 22 septembre 1930.)

Note de M. *Radu Badesco*, Sur une équation fonctionnelle :

Page 482, ligne 14, *au lieu de* Or, même..., il faut spécifier qu'il s'agit..., *lire* Si l'on spécifie qu'il s'agit...; ligne 16, *supprimer* et alors.

(Séance du 29 décembre 1930.)

Note de M. *P. Chevey*, Essai d'application de la méthode de lecture des écailles à l'étude de la croissance des Poissons du Grand Lac du Cambodge et du Tonlé-Sap :

Page 1476, ligne 2, *lire* ... sur les écailles des poissons au même titre que l'hiver et l'été sur les écailles des poissons des zones tempérées; ligne 9, *au lieu de* 10000^{m}, *lire* 10000^{km^2}.

(Séance du 9 mars 1931.)

Note de M. *Radu Badesco*, Résolution d'une équation fonctionnelle et fonctions itératives généralisées :

Page 599, ligne 2 en remontant, *lire* Il existe dans certains cas...

Page 601, ligne 16, *au lieu de* $\theta(3)$, *lire* $\theta(z)$; ligne 21, *au lieu de* holomorphes, *lire* holomorphe.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 7 AVRIL 1931.

PRÉSIDENCE DE M. ROBERT BOURGEOIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau une brochure intitulée :

UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES. *Inauguration Solennelle du groupe de Constructions Universitaires offertes par la* C. R. B. Educational Foundation *et des bâtiments de l'École de Médecine offerts par la* Rockefeller Foundation 23, 24 *et* 25 *juillet* 1930.

HYDRAULIQUE. — *Sur l'expérience de Joule concernant l'équivalent mécanique de la calorie.* Note [1] de MM. **Charles Camichel** et **Léopold Escande.**

La fonction $\varphi\left(\frac{VD}{\nu}\right) = \frac{\Delta p}{\rho V^2}$, dans laquelle V désigne la vitesse en un point, D une dimension linéaire de l'ouvrage, ν le coefficient cinématique de viscosité du fluide, ρ la densité et Δp la différence de pression entre deux points déterminés, est une caractéristique d'un ouvrage hydraulique.

Les expériences de Stanton et Pannell [2] et les nôtres [3] ont montré que cette fonction devient constante dès que le nombre de Reynolds dépasse une valeur déterminée, au-dessus de laquelle la turbulence masque l'influence de la viscosité cinématique propre du liquide; on a alors affaire à un ouvrage court.

---

[1] Séance du 23 mars 1931.

[2] *Philosophical Transactions*, *Royal Society of London*, A, 214, 1914, p. 199.

[3] *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 881.

Nous avons montré que les ouvrages industriels, tels que par exemple les collecteurs d'usine pour des débits de plusieurs mètres cubes à la

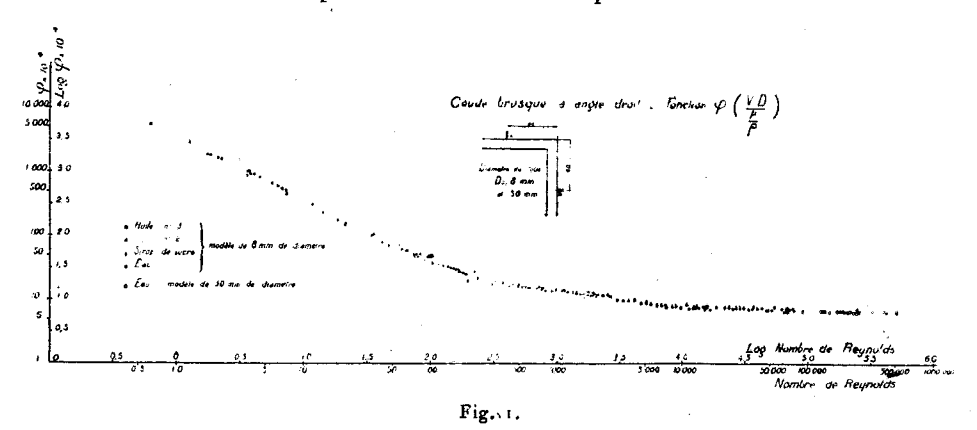


Fig. 1.

seconde ([1]), les robinets-vannes, les coudes, les grilles etc. sont des ouvrages courts. Il faut d'ailleurs distinguer deux cas, en ce qui concerne la variation de la fonction φ : cette variation peut se faire d'une façon continue, sans que le passage du régime non turbulent au régime turbulent corresponde à une singularité de la courbe comme le montre la figure 1 représentant la perte de charge dans un coude au quart; elle peut aussi présenter une cassure, au moment du changement de régime, comme dans le cas de l'élargissement brusque d'une conduite, par exemple.

Le dispositif de l'expérience de Joule (*fig.* 2), dans laquelle une roue à palettes tourne dans un récipient muni d'ailettes fixes, constitue un ouvrage court dès que la vitesse de rotation de la roue atteint une valeur suffisante. En effet, les lois générales de similitude indiquent qu'en désignant par W la puissance consommée, on a, pour deux fluides correspondant aux indices 1 et 2, et pour des vitesses périphériques du rotor, dans le rapport

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2}, \tag{1}$$

la relation

$$\frac{W_1}{\rho_1 V_1^3} = \frac{W_2}{\rho_2 V_2^3}; \tag{2}$$

mais, lorsque le nombre de Reynolds atteint une valeur suffisante pour que l'on ait affaire à un ouvrage court, la relation (2) se vérifie, quel que soit le

([1]) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 750.

rapport des vitesses V_1 et V_2. La puissance absorbée est alors indépendante de la viscosité du liquide et proportionnelle à sa densité, ainsi qu'au cube de la vitesse.

Fig. 4.

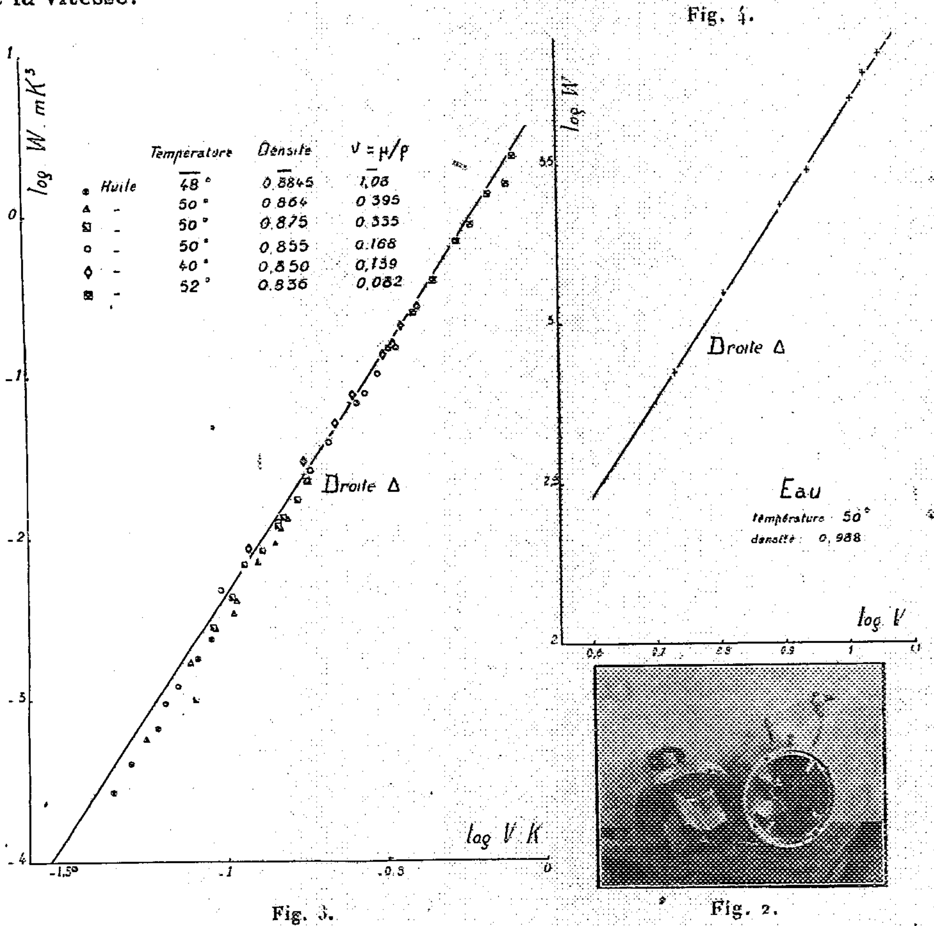


Fig. 3.

Fig. 2.

L'expérience met en évidence ces divers résultats, comme le montrent les figures 3 et 4.

a. Les points représentatifs de la courbe $\left[\log\frac{V}{K}, \log\frac{W}{mK^3}\right]$, K et m représentant respectivement les rapports des coefficients cinématiques de viscosité et des densités du liquide étudié et de l'eau prise à la température de 50°C. se groupent (*fig.* 3 et 4), pour les valeurs élevées du nombre de Reynolds, sur la droite Δ de coefficient angulaire égal à 3,00, ce qui correspond à la loi caractéristique de l'ouvrage court. Les points correspondant à l'emploi de l'eau à 50° appartiennent à cette catégorie (*fig.* 4).

Ce fait explique que la puissance absorbée à vitesse invariable demeure sensiblement constante lorsque l'eau s'échauffe de 10° à 50°, malgré que son coefficient cinématique de viscosité diminue de $1,30 \times 10^{-2}$ à $0,54 \times 10^{-2}$, la densité ne variant dans ces conditions que de 0,999 à 0,988.

b. Au contraire, pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds, les points, obtenus avec des liquides visqueux, sont au-dessous de la droite Δ, mais se groupent sur une même courbe (*fig.* 3), ce qui vérifie bien la loi de similitude correspondant à l'emploi simultané des relations (1) et (2).

Le liquide s'échauffait progressivement au cours de l'expérience et l'on devait refroidir l'appareil pour éviter l'ébullition.

On maintenait à l'intérieur de l'appareil une pression suffisante pour éviter les phénomènes de cavitation et d'émulsion.

Dans les expériences que nous venons de signaler, la puissance fournie au système par un moteur à courant continu était mesurée par la méthode de Swinburne; elle atteignait 9 C.V. La vitesse maxima du rotor était 1300 t/m, le diamètre intérieur du stator était 172^{mm}, le diamètre du rotor 170^{mm}, l'entrefer était par suite 1^{mm}.

Une description plus complète de ces expériences paraîtra prochainement dans un autre Recueil.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Deux heures de physique. II : *Structure de l'électricité*, par F. Wolfers.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'ordre de* $D(\lambda)$.

Note (1) de M. A. Gelfond, transmise par M. Hadamard.

Les nombres caractéristiques λ_i de l'équation de Fredholm

$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b K(x, y)\varphi(y)\,dy + f(x)$$

(1) Séance du 30 mars 1931.

sont des zéros de $D(\lambda)$, où

$$D(\lambda)=\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(-1)^n\lambda^n}{n!}\int_a^b dx_1\int_a^b dx_2\ldots\int_a^b\begin{vmatrix} K(x_1,x_1) & K(x_1,x_2) & \ldots & K(x_1,x_n)\\ K(x_2,x_1) & K(x_2,x_2) & \ldots & K(x_2,x_n)\\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\\ K(x_n,x_1) & K(x_n,x_2) & \ldots & K(x_n,x_n)\end{vmatrix}dx_n.$$

Nous avons, sur l'ordre de croissance de $D(\lambda)$, les recherches intéressantes de MM. J. Schur, T. Lalesco, T. Carleman et S. Gheorghiu [1]. Dans cette Note je veux indiquer quelques résultats nouveaux sur ce sujet.

THÉORÈME I. — *Si le noyau $K(x, y)$ est analytique et régulier dans tout le plan de la variable complexe y (ou x) pour chaque valeur de x, $a \leqq x \leqq b$ (ou y), la fonction $D(\lambda)$ satisfait à l'inégalité*

$$|D(\lambda)| < e^{\varepsilon(\alpha(ln^2|\lambda|)}; \qquad \lim_{|\lambda|\to\infty}\varepsilon(\lambda)=0 \qquad \text{et} \qquad \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|\lambda_n|}=\infty.$$

La démonstration est basée sur la formule

$$\begin{vmatrix} K(x_1,x_1) & K(x_1,x_2) & \ldots & K(x_1,x_n)\\ K(x_2,x_1) & K(x_2,x_2) & \ldots & K(x_2,x_n)\\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots\\ K(x_n,x_1) & K(x_n,x_2) & \ldots & K(x_n,x_n)\end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{(2\pi i)^n}\int_{C_1}dz_1\int_{C_2}dz_2\ldots\int_{C_n}\prod_{K=1}^{K=n}K(x_n,z_n)\frac{\prod\limits_{i<j\leqq n}(x_i-x_j)(z_i-z_j)}{\prod\limits_{1\leqq i,j\leqq n}(z_i-x_j)}dz_n.$$

D'après les conditions de notre théorème, il existe une fonction majorante, dans tout le plan y,

$$M(r) > |K(x, re^{i\varphi})|, \qquad M(r) \geqq r, \qquad r=|y|,$$

pour chaque $b \geqq x \geqq a$.

Prenons, comme contours d'intégration C_k, les circonférences

$$|z_k|=\psi(n) \qquad \text{ou} \qquad M[\psi(r)]=r.$$

---

[1] T. CARLEMAN, *Arkiv för Math., Astr. och Physik*, **12**, XV, 1917. — T. LALESCO, *Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 1136. — J. SCHUR, *Math. Ann.*, **66**, 1906, p. 488. — S. GHEORGHIU, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 864 et 1309; **186**, 1928, p. 838.

Nous obtenons

$$\left\| \begin{vmatrix} K(x_1, x_1) & K(x_1, x_2) & \dots & K(x_1, x_n) \\ K(x_2, x_1) & K(x_2, x_2) & \dots & K(x_2, x_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K(x_n, x_1) & K(x_n, x_2) & \dots & K(x_n, x_n) \end{vmatrix} \right\| < \left[\frac{r^n [M(r)]^n (b-a)^{\frac{1}{2}n^2} r^{\frac{1}{2}n^2}}{(r-b)^{n^2}} \right]_{r=\psi(n)} = e^{-\gamma(n)n^2};$$

$$\lim_{n \to \infty} \gamma(n) = +\infty$$

et

$$|D(\lambda)| < \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(b-a)^n |\lambda|^n}{e^{\gamma(n)n^2}} < e^{\varepsilon(\lambda)(n^2|\lambda|)}; \qquad \lim_{|\lambda| \to \infty} \varepsilon(\lambda) = 0.$$

Théorème II. — *Si le noyau est analytique et régulier dans le domaine*

$$a - \delta \leqq R(y) \leqq b + \delta, \qquad -\delta \geqq I(y) \leqq \delta \qquad (\delta \text{ arbitraire})$$

pour chaque x, $a \leqq x \leqq b$, *la fonction* $D(\lambda)$ *satisfait à l'inégalité*

$$|D(\lambda)| < e^{\psi(\delta)(n^2|\lambda|)} \qquad \text{et} \qquad \varliminf_{n \to \infty} \sqrt[n]{|\lambda_n|} > 1.$$

Si nous remplaçons dans ce théorème y par x, le théorème ne change pas. La démonstration en est basée sur l'égalité suivante :

$$\begin{vmatrix} K(x_1, x_1) & K(x_1, x_2) & \dots & K(x_1, x_n) \\ K(x_2, x_1) & K(x_2, x_2) & \dots & K(x_2, x_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K(x_n, x_1) & K(x_n, x_2) & \dots & K(x_n, x_n) \end{vmatrix}$$

$$= \prod_{i=1}^{i=n-m} (x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_{i+m})$$

$$\times \begin{vmatrix} K_y^{(m)}(x_1, \xi_{11}) & \dots & K_y^{(m)}(x_1, \xi_{1(n-m)}) & K(x_1, x_{n-m+1}) & \dots & K(x_1, x_n) \\ K_y^{(m)}(x_2, \xi_{21}) & \dots & K_y^{(m)}(x_2, \xi_{2(n-m)}) & K(x_2, x_{n-m+1}) & \dots & K(x_2, x_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_y^{(m)}(x_n, \xi_m) & \dots & K_y^{(m)}(x_n, \xi_{(n-m)}) & K(x_n, x_{n-m+1}) & \dots & K(x_n, x_n) \end{vmatrix},$$

où

$$b \geqq x_1 \geqq x_2 \geqq \dots \geqq x_n \geqq a, \qquad m = \left[\frac{\delta^2 n}{(b-a)^2} \right] \qquad \text{et} \qquad a \leqq \xi_{ij} \leqq b.$$

La valeur maximum du produit est moindre que

$$\exp \left\{ -\left(1 - 4\frac{\delta}{b-a}\right) \frac{\delta^2}{(b-a)^2} \, ln \frac{b-a}{\delta} n^2 \right\}$$

et nous concluons que

$$|D(\lambda)| < A \sum_{n=0}^{n=\infty} |\lambda|^n (b-a)^n e^{-\left(1-4\frac{\delta}{b-a}\right)\frac{\delta^2}{(b-a)^2} \ln \frac{b-a}{\delta} n^2} < e^{\psi(\delta) \ln^2 |\lambda|}.$$

Théorème III (¹). — *Si les nombres dérivés $n^{\text{ièmes}}$ par rapport à x et $m^{\text{ièmes}}$ par rapport à y du noyau* $K(x, y)$ *sont bornés dans les intervalles* $a \leqq x \leqq b$, $a \leqq y \leqq b$, *l'ordre de la fonction* $D(\lambda)$ *ne peut pas être plus grand que* $\frac{2}{2m+2n+1}$, *c'est-à-dire que*

$$|D(\lambda)| < A e^{\alpha |\lambda|^{\frac{2}{2m+2n+1}}}.$$

Pour la démonstration nous utilisons l'égalité

$$\left\| \begin{matrix} K(x_1, x_1) & K(x_1, x_2) & \dots & K(x_1, x_p) \\ K(x_2, x_1) & K(x_2, x_2) & \dots & K(x_2, x_p) \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ K(x_p, x_1) & K(x_p, x_2) & \dots & K(x_p, x_p) \end{matrix} \right\|$$
$$< \prod_{1 \leqq i \leqq p-n} (x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_{i+n}) \prod_{1 \leqq k \leqq p-m} (x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_{k+m}) M^p p^{\frac{p}{2}},$$

où M est la limite supérieure des nombres dérivés dans nos intervalles pour x et y, et $b \geqq x_1 \geqq x_2 \geqq \dots \geqq x_p \geqq a$.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Cycles et traînage dans les cellules photo-électriques à atmosphère gazeuse.* Note (²) de M. **G.-A. Boutry**, présentée par M. Ch. Fabry.

Nous avons étudié (³) les propriétés d'une cellule photo-électrique à atmosphère gazeuse dans le cas où les mesures étaient brèves et où la tension et le flux lumineux appliqués à la cellule étaient ramenés à zéro avant chaque détermination. Un tel mode opératoire étant rarement utilisable, nous avons tracé les courbes caractéristiques de quelques cellules en faisant croître ou décroître de façon continue les variables précédentes. La figure ci-après

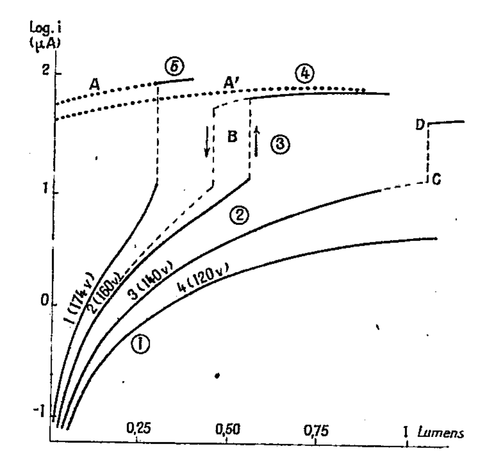
(¹) M. Lusternick m'a fait savoir et a démontré ce dernier théorème dans le cas $n = 0$ et m quelconque.

(²) Séance du 30 mars 1931.

(³) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 411 et 620.

représente quelques-uns des résultats obtenus avec la cellule Dunoyer à laquelle se rapportent déjà les figures publiées dans nos Notes antérieures. (Les ordonnées sont ici proportionnelles aux logarithmes des courants mesurés en microampères; le chiffrage adopté est le même sur toutes les figures.)

a. Cycles. — Si l'on augmente le flux lumineux, à tension constante, de



façon à faire décrire au point figuratif une courbe telle que 1, aboutissant dans la région 5, et si on le fait ensuite décroître, le courant diminue faiblement (trajet A), mais ne retombe pas à zéro avec le flux.

Dans le cas d'une caractéristique telle que 2, lorsque après avoir atteint la région 4 on diminue le flux, le point figuratif décrit le trajet B dont aucun point ne coïncide avec la caractéristique montante. Les abscisses des deux verticales limitant le cycle ainsi engendré peuvent différer de 0,1 lumen; l'aire de ce cycle diminue s'il est décrit plusieurs fois de suite.

b. Faux équilibre. — Prolongeons maintenant la caractéristique montante n° 2 jusqu'à un flux très grand (20 lumens) et supprimons brusquement celui-ci : le courant ne s'annule pas immédiatement (trajet A') et la cellule reste illuminée. Cet état est instable : un certain temps après la disparition du flux, le courant s'annule à son tour. Le retard (de l'ordre de 10 secondes pour la courbe 2) croît avec la tension appliquée.

c. Traînage. — Montons enfin la caractéristique n° 3. Si l'on opère point par point et rapidement, on peut prolonger la courbe dans la région 2 jusqu'en C. Si à partir de ce moment on maintient constants le flux et la tension appliquée, on assiste à une augmentation *lente et irrégulière* du courant. En 10 minutes, sans que le flux ait varié du $\frac{1}{30000}$ de sa valeur, le

point figuratif décrit la droite verticale CD (augmentation du courant de 45 μA dans l'exemple actuel). Ce *traînage* est d'autant plus marqué que les flux incidents sont plus grands et les tensions plus petites. Dans des cas extrêmes (région 7) il peut être de l'ordre de 30 minutes.

Deux des causes auxquelles ces phénomènes semblent attribuables sont :

1° L'ionisation résiduelle de l'atmosphère de la cellule (faux équilibres).

2° L'augmentation de l'émission (connue depuis longtemps) quand la cathode est bombardée par des ions positifs nombreux et rapides. Cette augmentation apparaît très nettement chaque fois que le point figuratif de l'état de la cellule s'est placé dans l'une des régions 4 et 5 qui correspondent à de fortes densités spatiales au voisinage de la cathode. Les caractéristiques que l'on trace ensuite se placent toujours au-dessus des anciennes. Les variations peuvent être considérables : quand la cellule a débité 100 μA pendant quelques minutes, l'augmentation d'émission est en moyenne 100 pour 100, parfois 200 pour 100. Elles se produisent, à un degré moins élevé, et avec elles tous les phénomènes déjà décrits, en tous les points de la surface caractéristique, pourvu que la cellule ait débité quelques minutes. Elles ne dépassent guère 1 pour 100 dans la région 1, 3 à 8 pour 100 dans la région 2. Elles ont un caractère temporaire et semblent s'annuler après 24 heures de repos, si la cellule n'a pas débité longtemps des courants intenses.

Les résultats et les nombres précédents s'appliquent aux cellules de M. Dunoyer [1] et à toutes celles que nous avons pu nous procurer et dont la cathode était formée par une couche épaisse de potassium sensibilisé par décharge dans l'hydrogène. Au contraire les cellules à couche mince de M. Déjardin ne présentent que des variations très réduites de l'émission (en moyenne 2,5 pour 100 pour des courants de l'ordre de 100 μA).

En répétant les expériences précédentes, on pourra évaluer le plus ou moins de constance d'une cellule donnée fonctionnant dans des conditions déterminées. Il est important de remarquer que la constance et la sensibilité d'une cellule varient en sens inverse l'une de l'autre, en fonction de la tension appliquée et du courant débité. M. Dunoyer a le premier montré que les cellules hémisphériques construites par lui possédaient une « zone de deuxième régime », qui s'identifie avec la région 4 de notre surface caractéristique : à plusieurs reprises [2], il a publié la forme des caractéristiques à voltage variable aboutissant dans cette région.

---

(1) Seules ces cellules présentent une région 4, suffisamment étendue pour être utilisable.

(2) *Bulletin de la Société de Physique*, 1929, p. 89 S; *Recueil des Conférences d'Actualités scientifiques et industrielles faites au Conservatoire des Arts et Métiers en* 1929, p. 81-83.

On a proposé d'utiliser la très grande augmentation de courant qu'on peut obtenir en se plaçant à la base de la nappe 3 sur une caractéristique telle que 2 pour mesurer ou déceler de très faibles variations de flux lumineux. Un tel procédé semble bien difficile à mettre en œuvre : l'infidélité de la cellule dans de telles conditions sera très grande; le traînage empêchera d'obtenir un réglage stable; d'autre part, si les variations du flux sont lentes, la sensibilité sera très faible (cycle B); si elles sont rapides, il y aura faux équilibre, et le point figuratif restera sur la nappe 4.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de l'effet tampon dans les bains de nickelage.* Note (1) de MM. **J. Barbaudy** et **A. Petit**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'acidité des bains de nickelage donnant un dépôt satisfaisant ne peut varier que dans d'assez faibles limites autour d'une valeur moyenne, que l'on peut appeler l'acidité de fonctionnement, généralement comprise entre 4 et 5 unités pH pour les bains de nickelage à chaud que nous avons étudiés. La variation d'acidité d'un bain en marche dépend du rapport des rendements du courant à la cathode et à l'anode : s'il est supérieur à 1 l'acidité augmente, s'il est inférieur à 1 l'acidité diminue. Le premier cas, qui correspond à une attaque anodique trop lente, est le plus fréquent. On peut remédier à ces inconvénients par un contrôle suffisant du pH.

En général, les bains de nickelage renferment un constituant — presque toujours de l'acide borique — destiné à s'opposer aux variations accidentelles de l'acidité. Nous nous sommes proposé d'étudier le comportement des bains au point de vue du tamponnage, c'est-à-dire de la régulation du pH.

Van Slyke (2) appelle effet tampon β la cotangente à la courbe de titrage, c'est-à-dire le quotient $\Delta B : \Delta pH$ où ΔB est la quantité de base ajoutée (ou la quantité d'acide changée de signe) mesurée en équivalents-grammes par litre et ΔpH la variation correspondante de l'acidité mesurée selon la méthode de Sörensen.

La courbe β en fonction du pH permet de traduire la résistance du bain aux variations d'acidité aux environs d'un pH donné et spécialement aux environs de son pH de fonctionnement.

(1) Séance du 23 mars 1931.

(2) Van Slyke, *J. Biological Chemistry*, 52, 1922, p. 525 à 570.

Détermination d'une courbe d'effet tampon. — Elle comprend deux parties :

a. Le titrage potentiométrique du bain avec une solution acide (SO^4H^2) et une solution alcaline (NaOH) et l'établissement de la courbe $pH = f(B)$.

b. Le calcul de la cotangente à cette courbe pour chaque valeur du pH, ce qui est possible avec une précision suffisante en faisant le rapport $\Delta B : \Delta pH$ entre deux valeurs données du pH ($\Delta pH = 0,2$ ou 0,1 si la variation est lente) et en prenant le quotient comme valeur de la cotangente au pH moyen.

B se calcule d'après le volume de solution titrée introduit dans un volume connu de bain et en faisant la correction sur le volume afin d'avoir la quantité de base ajoutée en équivalents-grammes par litre du volume total; le pH est mesuré avec une électrode à quinhydrome dans le vase de titrage muni d'un agitateur.

Solutions étudiées. — L'étude de l'effet tampon a porté sur trois bains; la figure 1 représente les courbes de titrage, la figure 2 les courbes d'effet tampon.

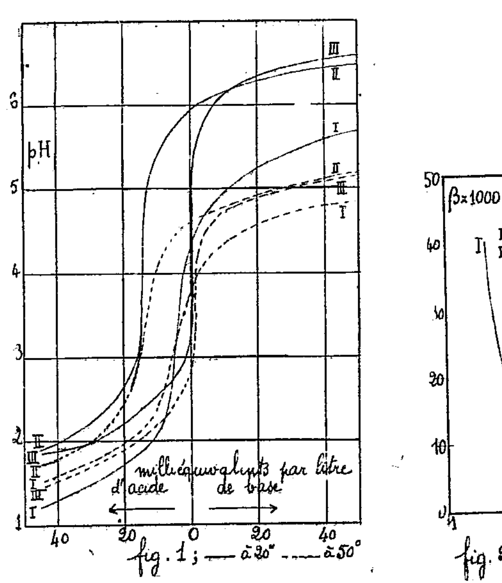


fig. 1; —— à 30° ------ à 50°

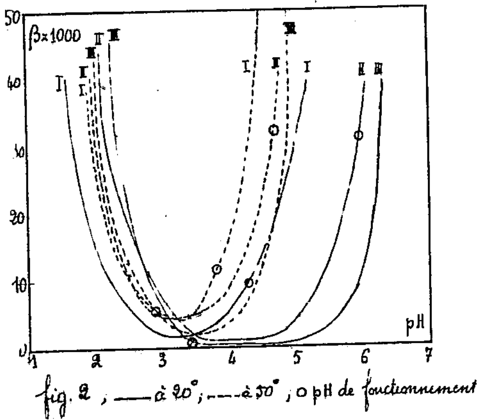


fig. 2, —— à 20°; ------ à 50°, o pH de fonctionnement

Bain I de nickelage rapide à chaud, neuf, ayant la composition :

$SO^4Ni.7H^2O$	450g par litre, soit	3,2	N
Cl^2Ni anhydre	12g »	0,19	N
BO^3H^3	22g »	0,37	M

Bain II de nickelage rapide à chaud usagé, dont la composition a été modifiée par les additions d'acide, de carbonate de nickel et les irrégularités de marche.

Bain III de nickelage, non tamponné.

Résultats. — *a. Effet tampon des bains à* 20°. — Les bains ont à 20° les pH de fonctionnement I : 4,35; II : 5,95; III : 3,30. Les courbes d'effet tampon montrent que les bains I et II sont tamponnés du côté alcalin alors que leur résistance aux additions d'acide diminue d'autant plus que le pH diminue jusque vers le pH 3,5. Au delà la solution est tamponnée par les ions H. Le bain III n'est pas tamponné du côté alcalin par rapport à son pH de fonctionnement. Il ne possède un effet tampon vers pH 6 que par la précipitation de l'hydroxyde $Ni(OH)^2$. L'addition d'acide borique a précisément pour but d'éviter cette précipitation en maintenant malgré l'addition de base un pH inférieur au pH de précipitation de l'hydroxyde.

b. Influence de la température sur l'effet tampon. — Les mesures précédentes ont été reprises à 50°. Aux environs du pH de fonctionnement l'effet tampon n'est que légèrement supérieur à celui mesuré à 20°. Mais les courbes (*fig.* 2) accusent un remarquable rétrécissement de la zone de non-tamponnage en même temps qu'un relèvement du minimum. Les trois bains se comportent de façon beaucoup plus semblable qu'à 20°, ce qui explique la plus grande tolérance dans la composition des bains de nickelage à 50° ainsi que la petitesse des écarts de température possibles.

c. Influence de la température sur le pH *de fonctionnement.* — La dernière remarque nous a amenés à étudier le déplacement du pH de fonctionnement avec la température. Voici un tableau des résultats :

Bain.	20°.	40°.	50°.	80°.
I	4,35	4,20	4,10	3,75
II	5,95	5,20	4,90	4,10
III	3,35	3,25	3,20	3,10
Eau	7,10	6,75	6,60	6,30

A cause de la variation considérable de l'ionisation de l'eau avec la température il est indispensable de comparer ces résultats avec le point neutre de l'eau (4° ligne). On obtiendra une représentation beaucoup plus significative de l'acidité aux différentes températures en calculant « l'acidité relative », rapport des concentrations en ions H dans la solution et dans l'eau pure à la même température et le « pH relatif », différence entre le point neutre et le pH.

Les courbes du pH relatif montrent une acidité relative presque constante

des bains I et II alors que celle du bain III croît assez rapidement avec la température sans doute à cause d'une hydrolyse non tamponnée du sulfate de nickel.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Protection du fer plongé dans les solutions salines aérées et réalisation d'une pile Evans.* Note [1] de MM. **E. Herzog** et **G. Chaudron**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Evans a donné une explication satisfaisante de la corrosion du fer par les solutions salines aérées, voisines de la neutralité [2]. Il a montré par de multiples exemples que les parties les plus aérées de ce métal fonctionnent comme cathode et les autres comme anode. L'étude quantitative de ces piles n'a pas encore été faite par suite de la difficulté de former une surface cathodique ou anodique s'étendant sur la totalité d'une électrode.

C'est la réalisation d'une telle pile qui fait l'objet de ce travail ainsi que son application à l'étude d'un certain nombre de corps protégeant le fer contre ce genre de corrosion.

On peut exagérer ces effets de corrosion en saturant les solutions salines avec de l'oxygène sous pression [3].

Nous avons ainsi pu observer l'intensité de l'attaque au bout d'un temps relativement court, quand des compartiments cathodiques et anodiques peuvent se former d'une façon très nette, par exemple dans le cas de la corrosion par les sels amoniacaux d'une plaquette de fer verticale où, par suite d'une différence de densité notable entre l'ammoniaque cathodique et le sel de fer anodique, la séparation peut se produire facilement.

Nous avons tenu compte de cette observation en réalisant notre pile; les deux plaques de fer formant cathode et anode se trouvent placées dans des compartiments séparés par une cloison poreuse (*fig.* 1). Au début des expériences, les deux plaquettes de fer doivent avoir le même poli. Pour amorcer rapidement la pile, il est nécessaire de faire barboter de l'air autour de la cathode ou bien d'ajouter un peu d'eau oxygénée diluée. On observe que le potentiel croît lentement à partir de 0,15 à 0,20 volt et se fixe après plusieurs heures de débit aux environs de 0,4 à 0,43 volt. Le débit de la pile croît lentement au fur et à mesure de sa formation, puis devient constant.

---

(1) Séance du 23 mars 1931.

(2) Evans, *J. Inst. Met.*, **30**, 1923, p. 261.

(3) E. Herzog et G. Chaudron, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1189.

La pile est ainsi constituée par la chaîne suivante :

Fer aéré (NaOH) — Fer non aéré ($FeCl^2$ ou $FeSO^4$).

Des expériences que nous décrirons prochainement montrent que le débit d'une telle pile est déterminé principalement par la concentration de l'oxygène (corps dépolarisant) autour de la cathode et croît avec cette concentration jusqu'à une certaine valeur limite.

Au début de la formation des compartiments, lorsqu'on part d'électrodes neuves, l'agitation, facilitant la diffusion, abaisse le potentiel de la pile; au contraire, après avoir fait débiter la pile, pendant 5 à 6 heures par exemple,

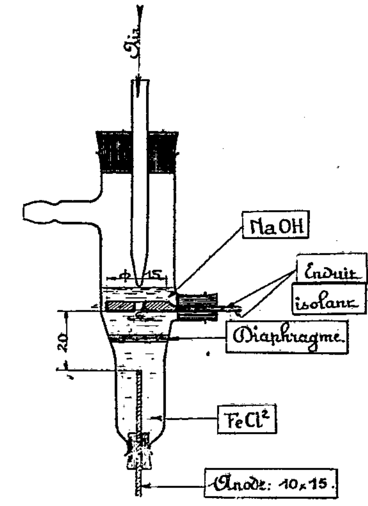


Fig. 1. — Pile à différence de concentration en oxygène.

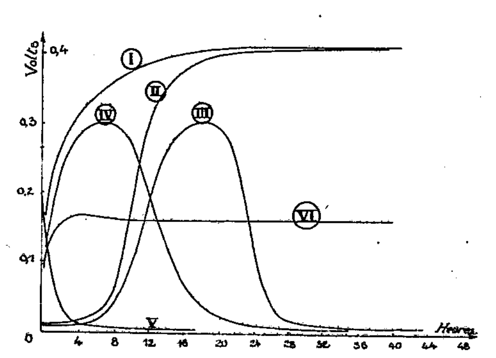


Fig. 2. — Courbes potentiel-temps.
I, solution NaCl ou AmCl, pH = 7 ou 6; II, solution NaCl + 0,2 °/₀ acétate de sodium; III, NaCl + 0,2 °/₀ citrate de sodium, pH = 4; IV, NaCl + 0,2 °/₀ citrate, pH = 7; V, NaCl + 0,2 °/₀ phosphate de sodium, pH = 5; VI, eau de mer.

tout se passe comme si l'on avait affaire à une pile galvanique; en effet, après avoir lavé soigneusement les électrodes, on peut reformer l'élément beaucoup plus rapidement qu'en partant d'électrodes fraîches.

Pour étudier les effets de protection dus à des additions au bain d'attaque, nous avons établi les courbes du potentiel de la pile en fonction du temps.

Dans des expériences préliminaires nous avions constaté que toute une série de corps : borates, phosphates, arséniates, bicarbonates, oxalates, citrates, acétates etc., avaient un effet protecteur. Ceci s'explique par la

propriété qu'ont ces corps de gêner la formation des compartiments acides et basiques (effet tampon) nécessaires, comme nous venons de le dire, pour la constitution de la pile à haut voltage (0,4 à 0,43 volt).

Avec le chlorure de sodium ou d'ammonium, on obtient une courbe du type I (voir *fig.* 2). Avec les additions de corps tampons, on obtient au début (courbe II) une branche de courbe tangente à l'axe des temps, puis dès que le corps tampon ne peut plus exercer son action, le potentiel croît comme dans le cas de la courbe I. Il y a de nombreux corps (citrates, oxalates, tartrates) qui donnent une courbe plus compliquée (courbe III). Le voltage de la pile passe par un maximum, puis décroît et se fixe enfin à une valeur basse, à 0,02 volt. Ce phénomène correspond à la formation d'une pellicule visible sur les électrodes. Si l'on ajoute le corps tampon dans une solution d'un pH tel qu'il ne puisse agir, on obtient alors une courbe du type IV qui ne présente pas le début tangent à l'axe des temps correspondant à l'effet tampon. En milieu acide, de pH = 5, cas de la corrosion par les sels ammoniacaux ou le potazote (mélange de chlorure de potassium et de chlorure d'ammonium), les phosphates et arséniates donnent rapidement une pellicule anodique très tenace. On obtient alors une courbe du type V, le voltage s'établissant à une valeur très basse. En milieu neutre, les effets pellicule et tampon doivent se superposer.

Le dispositif que nous avons conçu permet encore de comparer l'action sur le fer de l'eau de mer (courbe VI) et d'une solution de chlorure de sodium (courbe I); le maximum dans la courbe VI est seulement de 0,15 à 0,16 v. Ce résultat est en bon accord avec les expériences faites par perte de poids après corrosion dans ces liqueurs. Dans le cas de l'attaque par l'eau de mer, il se produit un dépôt visible de magnésie sur la cathode qui doit gêner sa dépolarisation. Ce phénomène de protection peut être dû tout simplement à un effet physique : l'oxygène arriverait plus difficilement sur la cathode. On peut aussi attribuer à la magnésie un rôle dans le processus chimique de la dépolarisation. Nous poursuivons l'étude de ce phénomène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action des électrolytes sur les colorants substantifs.* Note [1] de MM. **L. Meunier** et **M. Lesbre**, transmise par M. V. Grignard.

On sait qu'à doses massives les électrolytes sont capables de provoquer une polymérisation des colorants substantifs allant jusqu'à la coagulation; nous avons reconnu qu'au contraire, à doses suffisamment faibles, ils peuvent déterminer une augmentation de dispersion du colorant dans des solutions aqueuses.

Les résultats sont particulièrement nets dans le cas de la congorubine, colorant substantif dont la sensibilité à l'action coagulante de tous les électrolytes (acides, sels neutres ou bases) est très accusée [2].

Les solutions de ce colorant pur, dans l'eau pure, sont rouges; elles virent progressivement au bleu et enfin coagulent en bleu par des doses croissantes d'électrolytes. Les solutions virées au bleu apparent renferment en réalité un mélange de grosses particules bleues et de petites particules rouges dont l'équilibre est réglé par la nature et le taux de l'électrolyte ainsi que par la température. Le chauffage des solutions bleues les ramène au rouge; elles redeviennent bleues par refroidissement.

Si l'on teint du coton, à froid, dans des solutions franchement virées au bleu, on peut obtenir une fibre d'apparence bleue, mais qui, séchée et simplement frottée pour éliminer les particules bleues, grossières, fixées en surface, laisse apparaître une teinture interne solide, rouge.

I. Nous avons étudié tout d'abord l'action protectrice que pouvaient exercer sur des solutions de congorubine des doses très faibles d'électrolytes, vis-à-vis de l'action ultérieure de doses massives.

Nous avons préparé, par exemple, des solutions de congorubine pure à 0,05 pour 1000, additionnées respectivement de chlorure de sodium pour en faire des solutions N/700 (B_1), N/332 (B_2), N/166 (B_3), N/80 (B_4). Une cinquième solution (B_0) ne contenait pas de sel. Ces cinq solutions, conservées au thermostat à 25° pendant 4 heures, ont été additionnées ensuite d'une dose massive de NaCl de manière que leur teneur corresponde à N/5. Par observation au colorimètre à cellule photo-électrique de Toussaint, nous avons déterminé les temps que mettaient ces cinq solutions

---

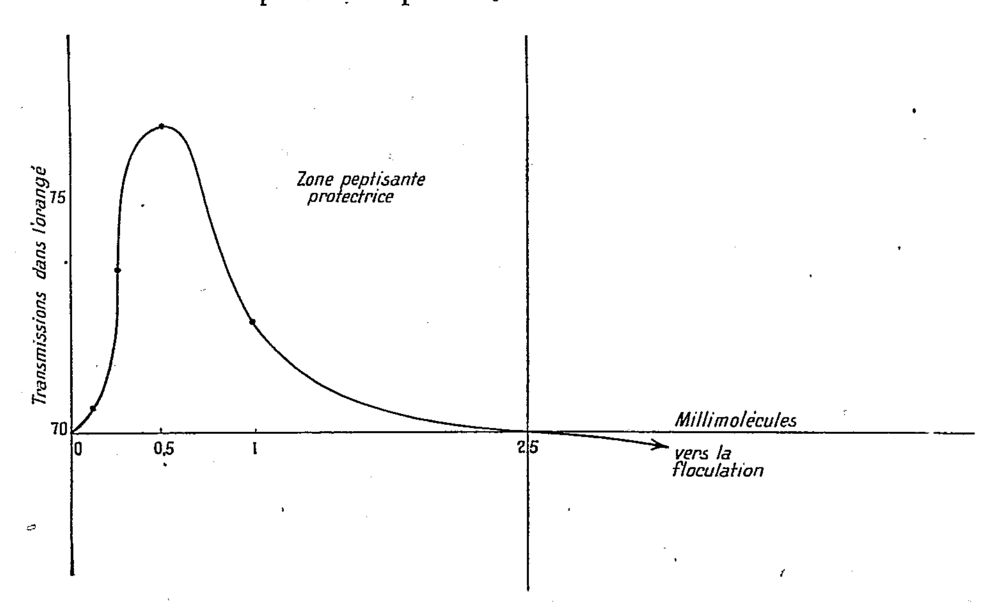
(1) Séance du 23 mars 1931.

(2) Ostwald, *Kolloïdchem. Beihefte*, 10, 1919, p. 197.

pour atteindre l'absorption maximum qui caractérise la fin du virage précédant la coagulation. Nous avons trouvé :

Pour B_0	14 heures	(temps minimum)
» B_1	18 »	
» B_2	20 »	
» B_3	21 »	(temps maximum)
» B_4	17 »	

Les liqueurs B_1, B_2, B_3, B_4 étaient donc protégées contre la coagulation, avec maximum de protection pour B_3.



II. En étudiant la transmission de la lumière pour la radiation orangée (6100 Å), voisine de la dominante, dans les solutions de congorubine à 0,05 pour 1000, additionnées de doses faibles, croissantes, de chlorure de sodium, nous avons établi une courbe mettant nettement en évidence une augmentation variable de transmission, qui caractérise, d'après le principe de Stenger, une augmentation du degré de dispersion. Le maximum correspond à 0,5 millimolécule pour 100, soit N/200 NaCl, concentration voisine de celle de la liqueur B_3.

On peut établir pour chaque électrolyte une courbe analogue et l'on observe que, dans le cas des acides, la zone peptisante est annulée, tandis que, dans le cas des bases, elle est considérablement élargie. La protection constatée en I n'est donc que la conséquence d'une augmentation du degré

de dispersion du colorant produite par la première addition très faible d'électrolyte.

Ces résultats sont à rapprocher des intéressants travaux de M. Boutaric et de Mlle Perreau (¹) sur les suspensions de gomme gutte et les sols de sulfure d'arsenic, pour lesquels ils avaient observé des phénomènes de protection par des doses minimes d'électrolytes.

III. Nous avons repris, en utilisant le photocolorimètre à cellule, les déterminations d'Ostwald, faites par observation directe, sur les pouvoirs de virage équivalents de divers électrolytes vis-à-vis d'une solution de congorubine à 0,01 pour 1000; nous avons obtenu des résultats concordant, dans l'ensemble, avec ceux d'Ostwald et vérifiant, dans leur allure générale, la loi de Schulze-Hardy, établie dans le cas des suspensoïdes caractérisés.

Électrolytes.	NaCl.	KCl.	KI.	CNSK.	SO^4K^2.	SO^4Na^2.	$MgCl^2$.	$(CH^3-COO)^3Al$.
Vol. équiv.	1,0 N/2	0,9 N/2	0,7 N/2	1,3 N/2	0,9 N/2	0,6 N/2	4,5 N/200	0,7 N/200

Électrolytes..............	HCl.	SO^4H^2.	NaOH.	$Ba(OH)^2$.
Volumes équivalents....	0,2 N/200	0,2 N/200	4,1 N/2	2,5 N/20

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les ferrites : relation entre leurs structures cristallines et leurs propriétés magnétiques.* Note (²) de M. **H. Forestier**, présentée par M. M. de Broglie.

Dans une étude antérieure (³) sur les ferrites, dont nous avons donné une méthode générale de préparation, nous avons montré que ces corps de formule $Fe^2O^3.MO$ possédaient des propriétés magnétiques variables suivant la nature du métal M. Les ferrites de cuivre, de fer, de nickel et de magnésium ont un coefficient d'aimantation élevé, dont les variations en fonction de la température présentent la même allure que celles de la magnétite naturelle. Les ferrites de strontium, de baryum et de plomb ont un coefficient d'aimantation nettement plus faible et donnent des courbes thermomagnétiques et dilatométriques différentes des précédentes dans lesquelles l'anomalie à la température du point de Curie est

(¹) *Revue générale des Colloïdes*, 19, 1925, p. 129 et 167.

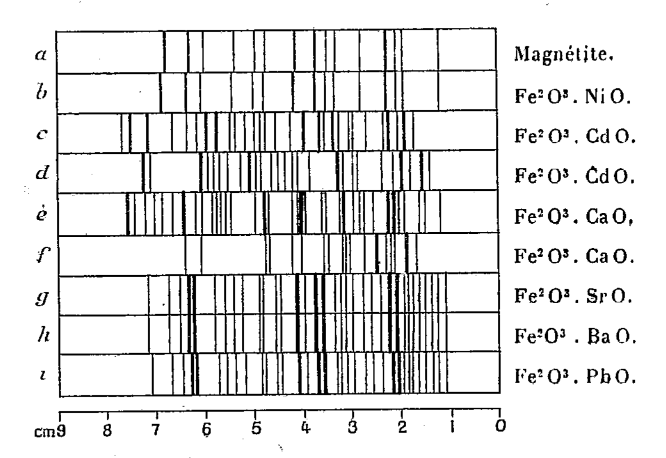
(²) Séance du 30 mars 1931.

(³) H. Forestier, *Ann. de Chimie*, 9, 1928, p. 316. — H. Forestier et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 777.

beaucoup moins accentuée. Enfin, les ferrites de cadmium et de calcium, dont le coefficient d'aimantation est intermédiaire entre les deux catégories précédentes, sont des corps dépourvus d'hystérèse, et ayant pratiquement atteint la saturation dans un champ de 200 gauss environ ; ces deux corps perdent leur ferromagnétisme d'une manière irréversible, après un recuit d'une durée suffisante à haute température.

Nous avons pensé que l'étude des structures cristallines de ces ferrites, au moyen de l'analyse aux rayons X, pourrait nous permettre d'expliquer ces différences de propriétés, ainsi que l'évolution des ferrites de calcium et de cadmium.

Les ferrites de cuivre, fer, nickel, magnésium ont été étudiés récemment par Holgersson (¹) qui leur a attribué la structure des spinelles, analogue à la magnétite naturelle, avec un paramètre compris entre 8 et 9 Å. Les spectrogrammes que nous avons obtenus avec ces mêmes corps par la méthode des poudres ont confirmé les résultats d'Holgersson (*fig. a* et *b*). Les



ferrites de strontium, baryum, plomb (*fig. g, h, i*) nous ont donné, par contre, des résultats tout différents qui montrent que ces composés n'ont pas la structure des spinelles, ni la structure cubique en général; ils semblent présenter plutôt le mode d'arrangement hexagonal compact, le rapport des paramètres $\frac{c}{a}$ étant égal dans ce cas à 1,8; les distances réticulaires sont sensiblement les mêmes pour les trois corps. Cette forme cristalline paraît être également celle du ferrite de cadmium ferromagnétique

(¹) SVEN HOLGERSSON, *Lunds Universitets Arsskrift*, 23, IX, 1927.

(*fig. d*), dont le rapport des paramètres $\frac{c}{a} = 1,64$ indiquerait un arrangement des atomes dans le cristal, très voisin de la structure cubique à faces centrées qui est celle du ferrite de cadmium paramagnétique (*fig. c*) de paramètre égal à 8,45 Å. Le ferrite de calcium ferromagnétique (*fig. f*) n'est pas cubique et sa structure n'a pu être déterminée, le ferrite paramagnétique (*fig. e*) cristallise dans une forme très différente de la précédente qui pourrait être quadratique à faces centrées $\left(\frac{c}{a} = 0,8\right)$. L'examen röntgenographique effectué sur ces deux composés permet d'expliquer l'évolution de leurs propriétés magnétiques après chauffage : cette évolution correspond, en effet, à une véritable transformation allotropique; les formes cristallines ferromagnétiques, préparées à basses températures, étant des formes instables.

Nous avons pensé que les différences de structure observées dans la série des ferrites $Fe^2O^3.MO$ pouvaient être dues au métal bivalent M; si l'on classe par ordre de grandeurs croissantes les rayons (¹) des ions M, on obtient le tableau suivant :

	R_M.	$\frac{R_M}{R_O}$.		R_M.	$\frac{R_M}{R_O}$.		R_M.	$\frac{R_M}{R_O}$.		R_M.	$\frac{R_M}{R_O}$.
Mg.	0,78	0,59	Cu.	0,83	0,62	Cd.	1,03	0,78	Sr.	1,27	0,96
Ni..	0,78	0,59	Fe.	0,83	0,62	Ca.	1,06	0,80	Pb.	1,32	1,00
Co.	0,82	0,62	Zn.	0,83	0,62				Ba.	1,43	1,06

où $\frac{R_M}{R_O}$ est le rapport du rayon de l'ion M au rayon de l'ion oxygène. Ce tableau montre nettement que la structure des ferrites ne dépend que du rapport du rayon du métal M au rayon de l'oxygène O : lorsque $\frac{R_M}{R_O} \leqq 0,62$, la seule structure stable est celle des spinelles; lorsque $\frac{R_M}{R_O} \geqq 0,96$, la seule structure stable est celle du type $Fe^2O^3.SrO$. Quand $0,62 < \frac{R_M}{R_O} < 0,96$ les composés obtenus possèdent chacun deux formes cristallines différentes, la forme instable étant ferromagnétique. Il est à noter que V. Goldschmidt (²) a trouvé un résultat analogue dans le cas des composés du type MO^2, ces corps ont la structure du rutile pour $\frac{R_M}{R_O} < 0,7$ et celle de la fluorine quand $\frac{R_M}{R_O} > 0,7$.

(¹) V. M. Goldschmidt, *Trans. Faraday Soc.*, 25, 1929, p. 253.

(²) V. M. Goldschmidt, *loc. cit.*

Ces résultats mettent en évidence l'influence des variations de structure cristalline sur les propriétés magnétiques des corps ferromagnétiques. En effet, nous pouvons constater que les différences de propriétés entre les divers ferrites, signalées au début de cette Note, coïncident avec les différences de structures types, le ferromagnétisme étant beaucoup plus marqué chez les composés du type spinelle — le ferrite de zinc qui est un corps paramagnétique fait seul exception à cette règle — . De plus, le cas des ferrites de cadmium et de calcium, montre qu'un changement de structure peut faire disparaître complètement le ferromagnétisme, le moment magnétique de l'atome de fer dans la forme instable présentant alors une grande mobilité (absence d'hystérèse).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sclaréol et dérivés.*

Note [1] de M. MAURICE-MARIE JANOT, présentée par M. A. Béhal.

J'ai indiqué [2] pour le *sclaréol*, alcool solide retiré de l'essence « absolue » de *Salvia sclarea* L., en m'appuyant sur l'analyse et la détermination cryoscopique du poids moléculaire, la formule provisoire $C^{17}H^{30}O^2$; mais en poursuivant l'étude de la constitution de ce produit, j'ai été amené à l'obtenir à un degré de pureté beaucoup plus grand.

Par cristallisations répétées dans l'éther de pétrole, soit du sclaréol (P. F. 105°-106°) isolé directement de la partie solide de l'essence, soit du sclaréol obtenu par distillation (Éb. 163°-166° sous $0^{mm},25$) on aboutit à un corps dont l'analyse justifie la formule $C^{20}H^{36}O^2$.

C pour 100 : Trouvé : 77,57; 77,97; 77,93; 77,70; 77,87. Calculé : 77,85.
H pour 100 : Trouvé : 11,58; 11,60; 11,84; 11,88; 11,65. Calculé : 11,76.

Le dosage de H actif selon Zerewitinoff conduit à 2,15 et 2,10, ce qui indique que les deux atomes d'oxygène de la molécule sont engagés dans deux oxhydryles.

Bien que les données antérieures des poids moléculaires soient ou trop élevées ou trop faibles, l'obtention et l'analyse du sclaréol hydrogéné confirment la nouvelle formule.

(1) Séance du 30 mars 1931.
(2) M.-M. JANOT, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 847.

En effet, en solution dans l'alcool dilué ou dans l'acétate d'éthyle et en présence soit de palladium colloïdal ou de noir de platine, le scléréol fixe catalytiquement une quantité d'hydrogène correspondant à une molécule pour donner le *dihydrosclaréol* $C^{20}H^{38}O^{2}$:

	C pour 100.			H pour 100.		
Trouvé	77,43	77,52	77,26	11,80	12,41	12,11
Calculé		77,34			12,34	

Par hydrogénation en solution acétique, le catalyseur étant l'oxyde de platine [technique d'Adams et Schriner ([1])], la réduction va plus loin, il se produit une élimination partielle d'oxygène et l'on obtient un liquide bouillant à 130°-132° sous $0^{mm},10$ dont la combustion indique la persistance d'un atome d'oxygène et de 20 atomes de carbone, mais il n'est pas certain que ce soit là un corps unique.

L'acide sclaréolique dont le point de fusion le plus élevé obtenu est de 153°-155° a pour formule $C^{19}H^{34}O^{4}$

	C pour 100.	H pour 100.
Trouvé	69,59	10,59
Calculé	69,88	10,50

Le titrage de H actif donne OH pour 100 : 15,35 pour 15,64 calculé pour 3 atomes d'hydrogène actif.

Le sclaréol est donc un bialcool de la série diterpénique, possédant au moins une liaison éthylénique; l'obtention facile d'aldéhyde formique et l'étude en cours de ses produits de déshydratation totale, carbures diterpéniques *sclarène* et *cyclosclarène* $C^{20}H^{32}$ permettent d'écrire la formule

$$CH^{2}=C^{19}H^{32}\left\langle\begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}\right.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sels complexes d'or et de sodium dérivés de l'acide camphodithiocarbonique.* Note ([2]) de M. **Louis Lecoq**, présentée par M. A. Béhal.

Le camphodithiocarbonate de sodium utilisé au cours de ces recherches a été préparé selon les indications de L. Tchougaeff et G. Pigoulewsky ([3])

([1]) Adams et Schriner, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 45, 1923, p. 2171.

([2]) Séance du 16 mars 1931.

([3]) *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 388.

par fixation du sulfure de carbone sur le camphre sodé, en milieu xylénique. Ce camphodithiocarbonate alcalin est oxydable et difficile à isoler à l'état pur et sec. Mais l'expérience montre que la solution, obtenue par épuisement à l'eau des produits de la réaction précédente, représente un matériel de départ parfaitement utilisable pour la double décomposition avec le chlorure d'or; la teneur de cette solution en camphodithiocarbonate de sodium pouvant, d'ailleurs, être évaluée, avec une approximation suffisante, par un dosage volumétrique à l'iode.

Préparation. — En versant, à température ordinaire, une solution aqueuse de chlorure d'or à 5 pour 100, préalablement neutralisée, dans une solution sensiblement demi-normale, récemment préparée, de camphodithiocarbonate de sodium, de telle façon que ce dernier sel reste en notable excès, on détermine la formation d'un précipité jaune brun, fortement hydraté, qu'on ne peut isoler par filtration ou par essorage. On le recueille en agitant la suspension aqueuse avec la moitié de son volume d'éther. Dans ces conditions, le précipité se dissout en formant avec l'éther et l'eau un mélange ternaire, fortement coloré en rouge, très dense, qui se rassemble lentement au fond du vase. Au bout de quelques heures, on décante cette liqueur lourde ainsi que l'excès d'éther qui surnage la solution mère, et l'on agite celle-ci à nouveau, à deux reprises, avec de l'éther neuf.

Toutes les liqueurs d'épuisement sont finalement réunies et leur mélange est additionné largement d'une solution de chlorure de sodium à 10 pour 100; tout l'or passe aussitôt dans l'éther. La solution éthérée est séparée, soigneusement lavée avec de nouvelles portions de la solution de sel marin, séchée sur le sulfate de sodium sec et distillée sur le bain-marie dans un ballon taré. Le produit de l'évaporation est repris immédiatement par deux fois son poids d'éther ordinaire. Abandonnée au refroidissement, cette solution se solidifie en une masse cristalline parfaitement homogène, formée de longues aiguilles mordorées qu'on essore, lave à l'éther et abandonne quelques heures dans le vide sulfurique.

L'analyse montre que ces cristaux sont constitués par le camphodithiocarbonate double d'or et de sodium hydraté, de composition

$$\left[C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CO\\ |\\ CH.CSS\end{array}\right.\right]^2 Au, Na + 9H^2O.$$

Trouvé pour 100 : Au, 23,3; Na, 2,7; H^2O, 18,5; S, 15,6.

Calculé pour 100, d'après $[C^{10}H^{15}.O.CS^2]^2AuNa + 9H^2O$: Au, 23,5; Na, 2,7; H^2O, 19,3; S, 15,2.

L'éther provenant de l'essorage fournit, par évaporation spontanée, une nouvelle récolte de ces aiguilles et retient finalement la portion du complexe ayant subi, au cours des opérations, une déshydratation. De même, la solution mère de camphodithiocarbonate de sodium, restée trouble malgré les épuisements répétés, se remplit, après quelques jours de repos, d'une masse ouatée de longues aiguilles qu'on

peut recueillir facilement par essorage. Débarrassées du sel alcalin qui les souille, par une reprise à l'éther en présence de la solution de chlorure de sodium à 10 pour 100, elles fournissent une nouvelle provision de cristaux identiques aux précédents.

Le poids total des cristaux recueillis est voisin du rendement calculé pour le complexe à $9OH^2$.

Propriétés. — Le camphodithiocarbonate double d'or et de sodium, hydraté à $9H^2O$, est extrêmement soluble dans l'alcool et l'acétone. L'eau ne le précipite pas dans ces solutions; il se dissout également en abondance, ainsi qu'on l'a vu au cours de la préparation, dans l'eau chargée d'éther. Mais l'addition d'électrolytes le sépare sans altération de toutes ces solutions aqueuses. Il est soluble également, malgré son degré d'hydratation élevé, dans le sulfure de carbone et le chloroforme, et, moins abondamment, dans l'éther. Toutes ces solutions sont rouge vif.

Le benzène et la ligroïne ne le dissolvent pas à froid. Abandonné à température ordinaire au contact du benzène, il se déshydrate et se transforme partiellement en complexe jaune à $3H^2O$. Si l'on distille sa suspension benzénique, il se dissout lentement avec une coloration rouge en se déshydratant.

Séché avec précaution à l'étuve, à une température ne dépassant pas 100°, l'hydrate à $9H^2O$ perd complètement son eau d'hydratation sans s'altérer. Le complexe anhydre, ainsi obtenu, est soluble en rouge vif dans tous les liquides organiques et dans les huiles végétales.

Le camphodithiocarbonate double d'or et de sodium en solution dans l'eau éthérée ou acétonique n'est pas réduit par l'acide oxalique à l'ébullition. Ces solutions, additionnées d'acide chlorhydrique ou acétique dilués, fournissent un acide aurocamphodithiocarbonique que l'éther abandonne sous forme d'une poudre amorphe rouge, instable, perdant rapidement SH^2. Néanmoins, l'acide récemment préparé est susceptible de reproduire le complexe primitif par agitation de sa solution éthérée avec la soude diluée.

Le camphodithiocarbonate double d'or et de sodium peut exister sous plusieurs états d'hydratation différents.

a. En ajoutant à la solution éthérée du complexe à $9H^2O$, deux fois son volume de benzène, on isole facilement le complexe.

$$\left[C^8H^{14}\begin{matrix} \diagup CO \\ \; | \\ \diagdown CH-CSS \end{matrix}\right]^2 Au, Na + 3H^2O.$$

Trouvé pour 100 : Au, 26,4; Na, 3,1; H^2O, 7,4; S, 16,1.

Calculé pour 100, d'après $[C^{10}H^{15}.O.CS^2]^2Au, Na + 3H^2O$; Au, 26,9; Na, 3,2; OH^2, 7,3; S, 17.

Longues aiguilles jaunes, très différentes d'aspect des précédentes, mais possédant sensiblement les mêmes solubilités. Leur solution dans l'éther et dans l'eau éthérée est jaune clair, mais fournit avec les acides dilués l'acide aurocamphodithiocarbonique rouge.

b. Par une ébullition prolongée à reflux avec le benzène les aiguilles à $9\,OH^2$ se dissolvent en faible quantité. Après filtration du benzène bouillant se dépose, par refroidissement, une poudre cristalline jaune qui possède une constitution voisine de

$$\left[C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CO\\ |\\ CH-CSS\end{array}\right.\right]^2 Au, Na + H^2O,$$

Trouvé pour 100 : Au, 27,3; Na, 3,3; H^2O, 2,5; S, 17,2.

Calculé pour 100, d'après $[C^{10}H^{15}.O.CS^2]^2Au.Na + H^2O$: Au, 28,3; Na, 3,3; H^2O, 2,6; S, 18,4.

et dont les propriétés sont les mêmes que celles du complexe à $3H^2O$.

En conclusion le chlorure d'or, par réaction avec le camphodithiocarbonate de sodium, donne un camphodithiocarbonate double d'or et de sodium dans lequel l'or se trouve dissimulé à ses réactifs habituels et possédant certaines analogies avec l'hyposulfite double d'or et de sodium. Ce sel est susceptible d'exister sous divers états d'hydratation.

PHYSIOLOGIE. — *Recherches physiologiques relatives à la séparation du sang veineux et du sang artériel dans le cœur de la Grenouille*. Note [1] de M. **Acolat**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les particularités de la structure du cœur de la Grenouille, décrites dans ma précédente Note [2], ont fait prévoir que la séparation des sangs dans le ventricule est presque complète. Les observations antérieures de Brücke, de Sabatier et d'Ozorio de Almeida sur la coloration différente des parties droite et gauche du ventricule en diastole corroborent cette

(1) Séance du 16 mars 1931.

(2) Acolat, *Recherches anatomiques relatives à la séparation du sang veineux et du sang artériel dans le cœur de la Grenouille* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 707).

prévision. L'expérience suivante vient encore la confirmer. Dans l'appareil circulatoire central de la Grenouille on remplace le sang par le liquide physiologique de Ringer-Locke; puis on colore celui qui arrive par la veine cave inférieure avec du bleu de méthylène et celui qu'apporte le tronc des veines pulmonaires avec de l'éosine, en veillant à faire parvenir les colorations au même moment dans les oreillettes; on voit alors la région droite du ventricule se colorer en bleu et la région gauche en rouge, une ligne assez nette séparant le bleu du rouge (1).

Mais dès lors la considération des quantités très inégales — trois et un — de sang veineux et de sang artériel dans les oreillettes conduit à envisager, comme il a été signalé, le passage d'une partie du sang veineux dans les crosses aortiques pour que les circulations générale et pulmo-cutanée s'effectuênt régulièrement. Une seconde expérience semble bien l'établir. Sur une Grenouille préparée comme pour l'expérience de coloration, on fait arriver par le tronc des veines pulmonaires du liquide de Ringer-Locke et par la veine cave inférieure le même liquide additionné de quelques gouttes de ferrocyanure de sodium (2). On reçoit séparément d'une part le liquide qui s'échappe de l'aorte et d'autre part celui qui sort des arcs pulmonaires, ces vaisseaux ayant été préalablement sectionnés et munis de petites canules (3). Les deux quantités recueillies sont sensiblement égales, malgré l'alimentation plus grande par la veine cave inférieure au cours de l'expérience. Chacune d'elles donne avec le perchlorure de fer une coloration bleue, mais d'intensité différente. Comme le tronc des veines pulmonaires n'a conduit au cœur que du Ringer, le liquide écoulé de l'aorte n'aurait pas donné de coloration dans le cas d'une séparation complète. La grande circulation a donc reçu par l'aorte une partie du contenu de l'oreillette droite. La figure montre que si cette partie équivaut au tiers, l'équilibre à la sortie du cœur est rétabli; de plus la coloration du mélange qui en résulte doit être, comme elle a été trouvée effectivement, moitié moins intense que celle des deux tiers lancés dans le système pulmo-cutané.

---

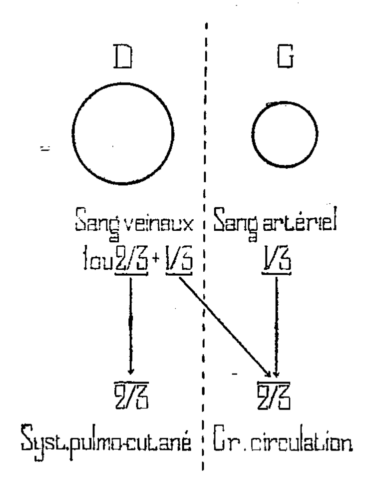
(1) Pour obtenir ce résultat, les liquides placés dans des réservoirs dont on peut modifier l'élévation, s'écoulent par de fins tubes de caoutchouc terminés par de petites canules et munis de pinces à vis.

(2) Le ferrocyanure de sodium donne à très faible dose une réaction bleue avec un sel ferrique et le cation Na n'a pas d'action sensible sur le cœur.

(3) Pour rester dans les conditions de la circulation naturelle, la résistance que produisait le réseau des capillaires pulmonaires et cutanés est rétablie en plaçant des canules plus fines sur les arcs pulmonaires que sur l'aorte.

La répartition des quantités ainsi déterminées et leur retour au point de départ ne présentent pas de difficulté ; en effet la circulation pulmo-cutanée se divise en deux courants qui doivent avoir sensiblement la même importance : la moitié, soit un tiers, est dirigée vers les poumons, d'où elle revient à l'oreillette gauche ; l'autre tiers se rend à la peau d'où, après oxygénation, il est conduit par les veines cutanées et sous-clavières dans les veines caves supérieures où il se mélange aux deux tiers de sang veineux revenant des organes, pour reconstituer les trois tiers de l'oreillette droite.

En conséquence, dans l'appareil circulatoire de la Grenouille le sang



veineux se mélange au sang artériel à deux reprises : une première fois, indiscutablement, avant l'arrivée à l'oreillette droite et une deuxième fois à la sortie du cœur. Le second mélange, ne pouvant se faire que d'une façon insignifiante dans le ventricule, doit s'effectuer évidemment au niveau du bulbe pendant qu'il est en diastole et qu'un espace existe entre sa paroi et le bord libre de la valvule spirale. Même dans cette région le sang artériel ne paraît pas entrer en totalité dans le mélange. De nouvelles expériences de coloration sont tentées pour vérifier ces deux hypothèses.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur la levure de bière. Conditions expérimentales de son action sur la cystine.* Note de MM. **R. Fabre** et **H. Simonnet**, présentée par M. E. Leclainche.

Nous avons démontré [1] que, par dessiccation de la levure de bière, les dérivés sulfhydrylés sont libérés de leurs combinaisons naturelles et peuvent alors se dissoudre dans l'eau distillée. On observe le même pouvoir réducteur vis-à-vis de la cystine, que l'on s'adresse à la levure desséchée dans le vide, en présence d'anhydride phosphorique, ou à la solution aqueuse obtenue par épuisement de cette levure desséchée. Celle-ci, d'ailleurs, après action de l'eau, est totalement privée d'action réductrice; les conditions expérimentales réglant le pouvoir oxydo-réducteur de la levure de bière peuvent donc être précisées par l'étude de cette solution aqueuse, de composition moins complexe que la levure elle-même.

Préparation de la solution d'extraction aqueuse de levure. — La levure de bière fraîche (levure de brasserie ou levure des boulangers) est déshydratée par séjour de 8 à 10 heures dans le vide (5^{mm}) en présence d'anhydride phosphorique. 15^g du produit obtenu — correspondant à 50^g de levure fraîche — sont pulvérisés finement et mélangés à 50^{cm^3} d'eau distillée. La suspension homogène est centrifugée à grande vitesse pendant 10 minutes, ce qui permet de séparer un liquide légèrement opalescent. Un second liquide d'extraction est obtenu de façon identique, puis réuni au premier. La totalité de la solution aqueuse est diluée à 150^{cm^3}, et centrifugée à nouveau pour réaliser une séparation aussi parfaite que possible des éléments figurés.

Action des adsorbants sur la solution extractive précédente. — La solution aqueuse ainsi préparée de pH 6,2 possède un pouvoir réducteur notable sur la cystine. Nous l'avons soumise à l'action de divers adsorbants, positifs, négatifs ou indifférents, en vue de tenter la purification du principe réducteur. Les adsorbants utilisés sont : la silice colloïdale, le kaolin, la terre à foulon, le noir animal lavé (type Norit) et l'hydrate d'oxyde de fer colloïdal.

La solution extractive précédente est divisée par fractions de 20^{cm^3}; quatre de celles-ci sont additionnées respectivement de 1^g des adsorbants suivants finement divisés : silice colloïdale, kaolin, terre à foulon et noir animal. Une cinquième fraction est mélangée à 5^{cm^3} de solution colloïdale

---

[1] R. Fabre et H. Simonnet, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1075.

d'hydrate d'oxyde de fer (à 5 pour 100 d'oxyde de fer), et le reste de la liqueur est conservé pour effectuer les essais témoins.

Après une heure de contact, les liquides soumis à l'action des adsorbants sont centrifugés jusqu'à obtention de liquides limpides qui sont décantés.

Dans chaque cas, la solution obtenue est divisée par fraction de 5^{cm^3}; une première fraction (I) étant réservée au dosage immédiat des dérivés sulfhydrylés, la seconde (II) au même dosage après séjour de 3 heures à l'étuve à 40°; la troisième (III), étant additionnée à $0^g,01$ de cystine, est soumise à une détermination identique à (II).

La comparaison entre (I) et (II) renseigne sur l'action réductrice de la solution extractive de levure sur les dérivés disulfurés qu'elle contient; la comparaison entre (II) et (III) met en évidence l'action réductrice de ce liquide sur la cystine ajoutée.

Pour effectuer ces comparaisons, chaque tube, au temps T (0 heure et 3 heures), est additionné de 1^{cm^3} de solution d'acide trichloracétique à $\frac{1}{5}$ et le mélange est centrifugé de façon à obtenir un liquide limpide, sur lequel le dosage iodométrique est pratiqué suivant la technique précédemment décrite [1]. Dans le tableau ci-dessous, G et G′ représentent les quantités des dérivés sulfhydrylés, exprimées en cystéine, déterminées par iodométrie en employant respectivement le nitroprussiate ammoniacal et l'empois d'amidon comme indicateurs du terme de la réaction.

Adsorbant employé.	N° des essais.	G.	G′.	Adsorbant employé.	N° des essais.	G.	G′.
Néant (témoin).	I....	1,26	1,34	Terre à foulon.	I....	1,26	1,38
	II....	1,32	1,44		II....	1,32	1,44
	III...	2,64	3,24		III...	2,66	3,21
Silice colloïdale.	I....	1,26	1,38	Noir animal lavé.	I....	0,00	0,02
	II....	1,35	1,46		II....	0,00	0,02
	III...	2,64	3,18		III...	0,00	0,02
Kaolin........	I....	1,26	1,38	Hydrate d'oxyde de fer colloïdal.	I....	1,26	1,34
	II....	1,32	1,44		II....	1,26	1,34
	III...	2,60	3,18		III...	1,28	1,36

De l'examen de ces résultats, il ressort que :

1° Il ne se produit, par rapport aux essais témoins, aucune diminution

(1) R. Fabre et H. Simonnet, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 12, 1930, p. 777-799.

des dérivés sulfhydrylés ou du pouvoir réducteur de la cystine, après action des adsorbants suivants : silice colloïdale, kaolin, terre à foulon.

2° L'hydrate de fer colloïdal donne une liqueur dépourvue de pouvoir réducteur vis-à-vis de la cystine, quoiqu'elle conserve ses dérivés sulfhydrylés. Il est impossible d'éliminer de la solution toute trace d'ions ferriques et ceux-ci exercent une action catalytique inhibitrice sur la réaction de réduction.

3° Sous l'action du noir animal, les dérivés sulfhydrylés et le pouvoir réducteur de la solution disparaissent simultanément. L'action oxydante de cet adsorbant a d'ailleurs déjà été démontrée dans de nombreuses réactions.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Influence des lipides sur la séparation des protéines par les sels neutres.* Note (1) de M. **A. Boutroux**, présentée par M. Ch. Achard.

Nous nous sommes proposé d'étudier l'influence des lipides dans la séparation des protéines par différentes méthodes et surtout la floculation par les sels neutres des différentes protéines une fois délipidées.

Nos recherches ont porté sur un sérum de pneumonique au troisième jour.

Méthode à l'acétone (2).

Sérum-albumine	35g,28
Myxoprotéine de deuxième précipitation	4,47
Myxoprotéine de première précipitation	20,83
Globuline vraie	12,63

Méthode azotométrique de Howe (séparation aux sels) (3).

	Sérum entier.	Sérum délipidé.	
Sérum-albumine	42g	38g	
Pseudoglobuline II	21,8	13,8	précipitée par SO^4Na^2 à 22,2 %
Pseudoglobuline I / Englobuline	12,2	24,8	précipitées par SO^4Na^2 à 18 %

(1) Séance du 30 mars 1931.

(2) Piettre et Vila, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 1466, et Piettre, *Archives Institut Vital Brazil*, Rio de Janeiro, 4, fasc. 1, 1922, p. 35.

(3) Paul Howe, *Journal of biol. Chemistry*, 1921.

La méthode azotométrique donne généralement des taux plus élevés en protéines que la méthode à l'acétone. Après floculation des globulines par le SO^4Na^2 à 22,2 pour 100, la technique azotométrique montre qu'il y a en moyenne 3 pour 100 en moins de sérum-albumine dans le sérum délipidé comparé au sérum entier. Les fractionnements intermédiaires de globuline donnent des écarts bien plus importants encore et dans le même sens.

I. Pour préciser l'importance des lipides sur la stabilité des protéines dispersées ([1]), nous avons étudié comparativement sous l'influence des sels neutres la floculation des protéines sériques pour le sérum entier d'une part, et dans la solution de ces mêmes protéines séparées par la méthode à l'acétone d'autre part, en utilisant la méthode photométrique suivante.

La floculation progressive a été réalisée par le SO^4Am^2 en faisant varier la saturation saline du cinquième à la saturation complète. Le taux des protéines dans le volume final des deux solutions était de 0,73 pour 1000. L'intensité des troubles obtenus a été mesurée après cinq jours au photomètre de Vernes-Bricq et Yvon. (Les lectures ont été faites avec un écran α-Wratten, n° 70.) Voici, comparativement, les mesures observées :

Coefficient de saturation en SO^4Am^2.	Divisions photométriques. Sérum entier.	Divisions photométriques. Protéines à l'acétone.	Coefficient de saturation en SO^4Am^2.	Divisions photométriques. Sérum entier.	Divisions photométriques. Protéines à l'acétone.
0,25.....	0	3	0,50.....	38	39
0,32.....	0	10	0,60.....	39	40
0,35.....	3	16	0,70.....	59	55
0,40.....	13	28	1........	80	68

Ces mesures ne sont que comparables. Une interprétation quantitative nécessiterait la connaissance des dimensions des particules floculées en fonction de la concentration saline.

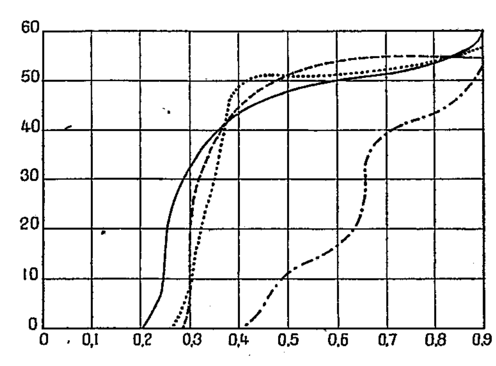
On constate de grandes différences au début et à la fin de l'expérience avec cependant un *palier* qui confirme la notion classique de la complète floculation des globulines pour une demi-saturation en SO^4Am^2.

Dans un sérum entier les globulines commencent à floculer pour une saturation SO^4Am^2 (1/3); *dans un sérum délipidé la floculation commence seulement pour une saturation* SO^4Am^2 (1/4).

2. Dans une autre série d'expériences on a suivi avec la même technique photométrique la floculation des différentes protéines séparées à l'acétone

([1]) M. Piettre, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1012, et Ch. Achard et Arcaud, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1209.

et redispersées à une même concentration finale de 0,60 pour 1000. Les caractéristiques de ces protéines ont été rapportées à un taux de protéine déshydratée à 105-107°. Le diagramme suivant indique les différents points de floculation qui ont servi à dresser les courbes de floculation de chacune de ces protéines (abscisses = satur. SO^4Am^2; ord. = div. photométriques).



	$\Delta n\, D^3\,^0/_0\ (\theta = 17°,5)$.	N.	T.
Sérum-albumine	0,00175	6,60	13,8
Myxoprotéine de deuxième précipitation	0,00179	6,60	13,2
Myxoprotéine de première précipitation	0,00186	6,60	
Globuline vraie	0,00200	6,30	7,8

N (coef. azométrique) = quantité de substance contenant 1 d'azote.
T (indice de Folin) = quantité de substance contenant 1 de tyrosine.

Dès la saturation SO^4Am^2, 0,25, la globuline donne un trouble analogue à celui fourni par la myxoprotéine I et II pour une saturation SO^4Am^2, 0,3. *Ces trois protéines ont donc des caractéristiques de floculation bien voisines, c'est la raison pour laquelle on avait confondu dans un même groupe : globuline vraie et myxoprotéine Piettre*, définissant l'ensemble simplement et *arbitrairement* par une précipitation au SO^4Am^2 1/2. Cette confusion explique les divergences au point de vue azotométrique (Howe), réfractométrique (Robertson, Reiss), indice de tyrosine (Folin), qui ont jusqu'à présent servi de base au dosage clinique de ce que ces auteurs ont *appelé la globuline*.

Conclusions. — Ces expériences montrent que, si la séparation par la méthode à l'acétone modifie les propriétés physiques des protéines, notamment en ce qui touche leurs caractéristiques de floculation par les électrolytes, elle ne les change que fort peu vis-à-vis de certaines réactions cependant bien délicates (Wassermann, Kahn, Meinicke, Vernes) que nous avons effectuées avec M. Demanche.

Par contre *la réaction de Hecht a été négative*. Ce fait est à rapprocher

des deux autres : élimination des lipides par traitement acétonique (Piettre), chauffage à 58° analysé récemment par Lecomte du Noüy.

Il semblerait donc qu'il faille tous les rapporter à une *plus grande labilité des globulines* en fonction des lipides surtout. Enfin le rôle des lipides dans la floculation des différentes protéines rend compte des grandes variations de composition et d'activité spécifique auxquelles conduit la méthode aux sels, employée pour la concentration des sérums thérapeutiques.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — Rhipicephalus sanguineus *et virus de la fièvre boutonneuse de Tunisie*. Note de M. **Paul Durand**, présentée par M. E. Roux.

J'ai montré, avec E. Conseil ([1]), que des nymphes et des adultes de *Rhipicephalus sanguineus*, broyés après lavage et inoculés à l'homme, peuvent transmettre la fièvre boutonneuse avec les symptômes et l'éruption caractéristiques. Ces tiques provenaient d'un chien vivant au contact d'une femme, atteinte de fièvre boutonneuse et avaient été récoltées au 9e jour de la maladie humaine.

E. Brumpt a confirmé nos résultats ([2]). Entre ses mains, l'inoculation du produit de broyage de cent *Rhipicephalus sanguineus* a provoqué, chez un sujet, une maladie identique à la fièvre exanthématique de Marseille. Or E. Conseil a montré l'identité clinique de cette maladie avec la fièvre boutonneuse, décrite en Tunisie depuis 1910. Notre expérience et celle de Brumpt, en montrant que l'agent transmetteur est le même sur les deux rives de la Méditerranée, viennent appuyer la thèse de Conseil.

Dans le cas de Brumpt, les tiques utilisées provenaient de la fourrière de Marseille. Elles avaient été conservées pendant 56 jours à la température du laboratoire avant d'être inoculées. Le virus peut donc se trouver chez le *Rhipicephalus* en dehors de tout contact avec un cas humain et s'y conserver près de deux mois.

Il m'a paru intéressant de répéter l'expérience de Brumpt en partant d'un matériel tunisien.

Dans un vieux chenil de l'Institut Pasteur de Tunis, abandonné depuis

([1]) P. Durand et E. Conseil, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1244.
([2]) E. Brumpt, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 889.

plusieurs jours en vue de réparations et qui n'avait jamais hébergé de chiens provenant de l'entourage de boutonneux, on récolte, le 5 décembre, un grand nombre de *Rhipicephalus sanguineus*. On ne garde que les adultes (mâles et femelles) non gorgés.

Le 15 décembre, 150 adultes sont lavés à plusieurs reprises et successivement dans l'alcool à 90°, le sublimé à 1 pour 1000, l'alcool à 90°, enfin l'eau distillée stérilisée. Ils sont ensuite broyés finement dans l'eau physiologique stérile et la suspension est injectée, après décantation, sous la peau d'un malade justiciable de la pyrétothérapie et dans la cavité péritonéale d'un *Macacus cynomolgus*.

I. *Le sujet* reçoit une quantité d'émulsion correspondant approximativement à 120 *Rhipicephalus*. Le 18 décembre, fièvre, douleurs articulaires et musculaires. Le 22 décembre, éruption dont les éléments se multiplient les jours suivants et qui atteint les paumes des mains. Le 23 décembre, la température atteint 40°,5. Elle baisse ensuite rapidement pour revenir à la normale le 27.

En somme, symptômes typiques, mais évolution courte.

Avec le sang de ce malade, on pratique des passages à des singes :

Le 21 décembre, 24 heures avant toute éruption, prélèvement de sang du malade et inoculation de deux *Macacus cynomolgus* (11380 et 11381). Après 5 jours d'inoculation, les deux commencent une courbe fébrile qui dépasse 40° et dure 9 jours chez 11380; 6 jours chez 11381. Chez ce dernier, apparaît, le 1er janvier, une hypothermie qui atteint 31°,6 le lendemain. L'animal est alors sacrifié; une autopsie minutieuse ne révèle pas la cause de la mort.

Le 24 décembre, nouveau prélèvement de sang au malade et inoculation de plusieurs *Macacus cynomolgus* dans la cavité péritonéale.

Un seul (11377) atteint 39° le 6e jour, 40°,3 le 10e jour et commence, le 13e jour, une hypothermie qui arrive à 31°,8 le 14e jour. L'animal est sacrifié; aucune lésion n'explique la mort à l'autopsie.

La réaction de Weil-Felix a été pratiquée à plusieurs reprises chez le malade : 15 et 20 décembre, pas d'agglutination même à 1/25; 27 décembre agglutination nette à 1/25, faible à 1/50; 3 janvier nette à 1/50, nulle à 1/100; 11 janvier positive à 1/100, non à 1/400.

II. Le 15 décembre, *un jeune cynomolgus* (11373) reçoit, dans le péritoine, le produit de broyage d'environ 30 *Rhipicephalus*. Pas de réaction thermique les jours suivants. Du 21 au 25, la température monte entre 39°,8 et 40°,2. A partir du 25, baisse progressive, atteignant 36°,6 le 28 décembre; puis, après un ressaut à 39°,2 le 29, tombant à 34° le 30 décembre. L'animal se rétablit peu à peu.

L'hypothermie qui a atteint, après une fièvre de 5 à 6 jours, les *cynomolgus* 11373, 11381 et 11377 et que n'expliquent pas les résultats des autopsies mérite de retenir l'attention.

En résumé, en Tunisie comme dans le midi de la France, en dehors de tout rapport avec des cas humains, le *Rhipicephalus sanguineus* peut héberger le virus de la fièvre boutonneuse et le conserver au moins plusieurs semaines. Son produit de broyage peut donner la maladie à l'homme et au singe. Le sang de l'homme, prélevé pendant la période fébrile et avant l'éruption, est virulent pour le singe. L'homme peut présenter une réaction de Weil Felix positive, dans certaines conditions du moins. Le singe peut, après la période fébrile, présenter une hypothermie accentuée, non nécessairement mortelle.

ÉPIDÉMIOLOGIE. — *Le Mérion, réservoir de virus du Spirochète marocain,* Sp. hispanicum *var.* marocanum *Nicolle et Anderson*, 1928. Note de M. **P. Delanoë**, présentée par M. F. Mesnil.

Dès le début de leurs recherches sur le spirochète marocain, C. Nicolle et C. Anderson ont avec force affirmé que le réservoir de ce virus devait être constitué par les petits rongeurs. Cette conviction s'est en quelque sorte renforcée quand M. le professeur Ch. Nicolle, lors des deuxièmes Journées médicales marocaines, eut l'occasion de visiter en personne le gîte de Mansouria où, pour la première fois, des ornithodores infectants furent découverts. Dans la terre de ce gîte, à côté de nombreux ornithodores, M. Nicolle rencontra de nombreuses crottes de rongeurs; il y vit une preuve du rôle capital joué par ces animaux. Cependant jusqu'ici l'infection spontanée des petits rongeurs par le spirochète marocain n'a pas été établie.

Après avoir vainement cherché à mettre en évidence le spirochète marocain chez 56 rats (*E. Rattus*, variété *Alexandrinus* G.), tous capturés dans des douars plus ou moins proches de terriers contenant des ornithodores infectants, j'ai eu la bonne fortune de rencontrer deux mérions (*Meriones Shawi* Rozet, 1833) spontanément infectés.

Le 17 mars, 13 mérions me sont amenés des Oulad Fredj où il existe de nombreux terriers de porcs-épics et de renards renfermant les uns et les autres des ornithodores infectants. 8 de ces animaux sont sacrifiés le jour même et la moitié de leurs masses cérébro-cérébelleuses est inoculée à un cobaye. Donc un cobaye pour un mérion et autant de cobayes mis en expé-

rience que de mérions sacrifiés. Sur ces 8 cobayes, l'un d'entre eux montre des spirochètes non rares dans le sang le 12e jour.

Les 5 autres mérions ne sont sacrifiés qu'au bout de 48 heures. La technique des injections aux cobayes est la même que précédemment. L'un des cobayes injectés montre de très nombreux spirochètes dans le sang le 8e jour.

Jusqu'ici nous avons expérimenté au total sur 21 mérions. Cela fait donc 2 mérions infectés sur 21, soit environ 1 animal sur 10. Comme j'ai l'intention de multiplier mes recherches, il est certain que j'aurai dans l'avenir de façon plus précise le pourcentage des mérions infectés. Quoi qu'il en soit, dès maintenant, le fait essentiel est acquis : *le mérion peut être spontanément infecté par le spirochète marocain* et il joue bien le rôle de réservoir de virus que lui ont assigné MM. Ch. Nicolle et Ch. Anderson. Je suis heureux d'avoir été le premier à en apporter une preuve expérimentale.

Ainsi le porc-épic, le renard et le mérion entretiennent dans la nature l'infection des ornithodores. Il est possible que d'autres espèces animales soient aussi à incriminer.

La séance est levée à 15^h 10^m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 13 AVRIL 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** informe l'Académie de la perte qu'elle vient d'éprouver en la personne de M. **Raffaello Nasini**, Correspondant pour la Section de Chimie, professeur de Chimie générale et directeur de l'École de Pharmacie de l'Université de Pise, décédé à Rome le 30 mars 1931.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Pieter Zeeman**, Correspondant pour la Section de Physique; M. **Václav Posejpal**, professeur à l'Université de Prague; M. **Alfred Rosenblatt**, professeur à l'Université de Varsovie; M. **Charles E. Stratton**, professeur à l'Université de Boston, qui assistent à la séance.

MÉTALLURGIE. — *Sur la résistance à chaud des aciers ordinaires.* Note de MM. **Léon Guillet**, **Jean Galibourg** et **Michel Samsoen**.

Nous avons décrit (¹) l'élasticimètre dont nous nous servons pour déterminer les caractéristiques mécaniques à la traction des métaux à chaud et les premiers résultats de nos recherches sur quelques aciers ordinaires et sur des aciers spéciaux.

En poursuivant ces recherches, nous avons déterminé, pour la gamme des aciers utilisés dans la construction des chaudières, la limite des allongements instantanés sans écoulement et la limite des allongements instantanés

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1205 et 1328.

N° de l'éprouvette.	Renseignements fournis par le demandeur. Température de recuit : 850° à 900° ; 1 heure de recuit environ. Refroidissement à l'air libre.										Température d'essai.	Limite des allongements instantanés			
	Analyse chimique.					Essais mécaniques à la température ordinaire.						sans écoulement en fonction du temps.		proportionnels.	
	C.	Si.	Mn.	S.	P.	E.	R.	A.	ρUF.	Δ.		Limite infér.	Limite supér.	Limite infér.	Limite supér.
							A I.								
Fl.	%	%	%	%	%	kg/mm²	kg/mm²	%	kg×m.		°	kg/mm²	kg/mm²	kg/mm²	kg/mm²
5...	0,15	0,07	0,39	0,028	0,017	20,5	37,3	30,7	13,2	112	225	10,4	11,0	21,1	21,1
7...	–	–	–	–	–	–	–	–	12,8	108	»	10,4	11,75	21,3	21,3
1...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	325	7,55	8,9	11,7	13,05
2...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	7,35	7,85	12,0	12,75
3...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	425	4,85	5,5	7,55	8,9
8...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	4,85	5,15	8,5	9,0
4...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	525	3,0	3,3	6,5	7,85
6...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	3,0	3,35	6,5	7,0
							A II.								
9...	0,17	0,10	0,53	0,027	0,038	23,8	44,2	29,5	10,45	128	225	16,5	17,3	22,5	22,5
10...	–	–	–	–	–	–	–	–	10,45	126	»	16,5	16,9	22,6	22,6
11...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	325	12,7	13,5	16,75	17,4
12...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	13,05	14,4	15,75	17,1
13...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	425	6,1	6,55	12,95	13,4
14...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	6,0	6,8	12,75	13,5
15...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	525	3,8	4,3	8,9	10,25
16...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	3,75	4,25	8,7	10,05
							A III.								
17...	0,18	0,11	0,58	0,022	0,022	25,5	46,8	27,0	9,56	134	225	21,7	22,5	24,4	24,4
18...	–	–	–	–	–	–	–	–	9,56	134	»	21,85	22,3	24,0	24,0
19...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	325	14,5	15,5	18,9	20,55
20...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	14,0	14,55	19,1	20,85
21...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	425	7,55	7,9	12,95	13,6
22...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	7,4	8,0	13,4	14,1
23...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	525	6,5	7,0	10,0	11,6
24...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	6,35	7,05	10,4	11,75
							A IV.								
25...	0,35	0,08	0,60	0,020	0,027	29,5	55,2	23,4	7,04	159	225	22,85	23,5	25,8	25,8
26...		–	–	–		–	–	–	6,64	159	»	22,6	23,4	25,7	25,7
27...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	325	16,0	16,5	21,15	22,5
28...	–	–	–		–	–	–	–	–	–	»	15,65	17,0	21,05	22,4
30...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	425	10,3	10,8	12,95	14,0
31...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	10,5	11,25	12,75	14,1
29...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	525	9,0	9,5	9,3	10,85
32...	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	»	9,05	10,0	11,0	12,0

proportionnels, aux températures suivantes : 225°, 325°, 425° et 525°. Les essais ont porté sur quatre aciers ordinaires désignés A I, A II, A III, A IV sur les tableaux et possédant respectivement des charges de rupture à la température ordinaire de 37,3; 44,2; 46,8 et 55,2 kg/mm². Les résultats des essais figurent au tableau ci-contre.

Suivant la méthode que nous avons adoptée précédemment, on a indiqué pour chaque limite une valeur inférieure pour laquelle la caractéristique correspondante n'était pas encore atteinte, et une valeur supérieure pour laquelle cette caractéristique était dépassée. Les essais ont été effectués en double et sur deux appareils différents de façon à éliminer les erreurs propres à un appareil.

Pour ces quatre aciers aux températures de 325°, 425° et 525°, la courbe de déformation instantanée s'infléchit progressivement à partir de la limite de proportionnalité.

Pour la température de 225°, sitôt atteinte la limite de proportionnalité, les allongements prennent une valeur considérable correspondant au début du palier. Néanmoins les premiers écoulements visqueux se produisent pour des charges souvent très inférieures à celles qui correspondent au palier.

Cette observation confirme l'opinion qui tend à se généraliser, à savoir : qu'il n'existe pas, à proprement parler, de limite élastique vraie, même pour les aciers à la température ordinaire, et que la permanence apparente des dimensions après application d'une charge faible n'est qu'une illusion résultant de la sensibilité imparfaite de nos appareils de mesure.

PHYSIOLOGIE. — *Blocage du système réticulo-endothélial et chocs anaphylactoïdes.* Note de MM. **Auguste Lumière** et **Maurice Bourgeois**.

Quand on introduit dans la circulation d'un animal une quantité suffisante de particules insolubles et que ces substances se sont accumulées dans les vacuoles des cellules réticulo-endothéliales, on dit que le système d'Aschoff, constitué par l'ensemble de ces cellules, ne peut plus jouer son rôle de filtre, qu'il ne peut plus exercer ses fonctions macrophagiques, ségrégatrices et pexiques et qu'il y a *blocage*.

On attribue généralement une importance de premier ordre à ce blocage, notamment dans les phénomènes anaphylactiques. Or le terme de blocage, qui signifie une sorte de saturation, ne paraît pas correspondre à la réalité

des faits, bien que les cellules chargées de matériaux étrangers soient mises de ce fait dans un état d'infériorité, de miopragie. Gastinel et Reilly ont effectivement observé, au cours des septicémies expérimentales, chez le lapin, que ceux de ces animaux qui étaient *bloqués* à l'encre de Chine gardaient beaucoup plus de microbes dans le sang que ceux dont le système réticulo-endothélial avait été respecté.

Il est certain que l'encombrement du système réticulaire n'est guère compatible avec la conservation intégrale de son pouvoir de captation des particules insolubles et que l'atténuation de ce pouvoir doit nécessairement correspondre à une diminution de la résistance de l'individu à l'infection.

Cependant Dieckmann, Bungler, Lambin, puis Firket et Comhaire [1], en injectant du rouge neutre dans la circulation ou en imprégnant successivement les animaux de cholestérol et de bleu trypan, ont remarqué que tous les monocytes apparus dans le sang ne sont pas porteurs de ces substances et que toute injection intraveineuse de corps susceptibles d'être fixés par le système envisagé est suivie d'une augmentation du nombre des cellules réticulo-endothéliales libres dans le sang.

Nous avons confirmé l'impossibilité du blocage, en ce qui concerne les cellules réticulaires fixes des endothéliums, de la rate, du foie (cellules de Rupfer) ou des divers organes, en introduisant successivement dans les vaisseaux des précipités de couleurs différentes de façon à pouvoir les distinguer sur les coupes histologiques. Après une première imprégnation en excès par de l'encre de Chine, laissant dans le sang des éléments non captés, nous avons vu que les cellules réticulaires endothéliales ou parenchymateuses restaient capables de retenir des particules de carmin injectées secondairement.

D'autre part l'un de nous a insisté à plusieurs reprises sur ce caractère typique des chocs anaphylactiques et anaphylactoïdes qui consiste dans l'atténuation ou l'empêchement de ces chocs par un autre choc préalable atténué [2].

Si, par exemple, chez des cobayes sensibilisés à l'ovalbumine, on injecte avec précaution, par voie intracardiaque, une petite quantité d'encre de Chine ou de précipité de sulfate de baryte, l'animal peut ensuite tolérer,

---

[1] I. Firket et S. Comhaire, *Hyperplasies et prétendus « blocages » réticulo-endothéliaux, chez les lapins hypercholesterotémiques* (*C. R. Soc. de Biol.*, 98, 1928, p. 441).

[2] Auguste Lumière, *Le problème de l'anaphylaxie* (Paris 1924; Doin, éditeur).

dans les heures qui suivent, la dose d'antigène déchaînant qui, injectée d'emblée, eût été mortelle.

Certains auteurs ont alors prétendu que cette protection était due au blocage du système réticulo-endothélial et ont voulu se prévaloir de cet argument pour attribuer une origine cellulaire aux accidents anaphylactiques.

En vue de déterminer la relation qui peut exister entre le blocage et l'intensité du choc, nous avons procédé à une série d'essais dans lesquels nous avons administré à des animaux, d'une part, une grande quantité d'encre de Chine que nous avons fait pénétrer *très lentement* dans la circulation et à plusieurs reprises, de façon, tout en évitant le choc, à saturer en quelque sorte, autant que possible, les éléments réticulo-endothéliaux et, d'autre part, nous avons introduit *très brusquement* dans les vaisseaux une petite quantité de la même substance, de manière à provoquer un choc violent.

Nous avons enfin injecté dans le cœur gauche de tous ces animaux, exactement avec la même technique et les mêmes doses, une suspension habituellement choquante de sulfate de baryte, et nous avons constaté que les sujets qui se trouvaient le mieux protégés contre les effets anaphylactoïdes de l'injection déchaînante étaient ceux qui avaient éprouvé un premier choc par une faible quantité d'encre de Chine administrée brusquement. Et la préservation s'est montrée d'autant plus efficace que le choc préalable avait été plus sévère.

Tous les animaux en expérience ayant été mis à mort, on a constaté, par l'examen des coupes de leurs organes, que ceux qui avaient reçu le moins d'encre de Chine et qui avaient été le mieux préservés du choc secondaire, étaient aussi ceux dont les cellules ne renfermaient que de rares particules insolubles.

Bien au contraire, les animaux, dont les cellules réticulaires étaient farcies d'encre de Chine, étaient ceux qui n'avaient nullement été immunisés contre les accidents de l'injection barytique seconde.

Il n'y a donc pas de rapport entre l'importance du blocage et la protection contre les chocs.

Le blocage et le choc sont deux phénomènes indépendants, qui peuvent être concomitants, mais qui ne semblent pas avoir de relation entre eux.

Ces divers faits s'accordent avec l'explication que l'un de nous a donnée de la protection contre les chocs, dans les cas considérés, en faisant dépendre cette protection de l'accoutumance des terminaisons endo-vasculaires du sympathique à l'irritation par les floculats et les précipités.

M. Ch. **Fabry**, faisant hommage à l'Académie du *Traité de Pyrométrie optique* de M. Gustave Ribaud, dont il a écrit la *Préface*, s'exprime en ces termes :

La mesure des hautes températures est un problème de grande importance, dont les physiciens s'occupent depuis longtemps, et qui peut être considéré comme aujourd'hui résolu. Dans la plupart des cas, la solution est fournie par l'examen du rayonnement émis, en d'autres termes par les méthodes optiques, en prenant ce terme dans son sens élargi. L'emploi de ces méthodes n'est certes pas nouveau ; dès 1892 notre Confrère M. Le Chatelier décrivait le premier pyromètre optique, avant même que les lois du rayonnement du corps noir aient été définitivement énoncées. Depuis, les méthodes optiques ont pris un grand développement, et offrent aux expérimentateurs une grande variété d'appareils et de procédés.

Le volume que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie est le fruit d'une longue expérience personnelle acquise par M. Gustave Ribaud comme directeur du laboratoire de pyrométrie de la fondation Edmond de Rothschild. On y trouvera un excellent exposé de nos connaissances actuelles sur le rayonnement des corps solides chauffés, qui sont à la base de toutes les méthodes de pyrométrie optique en même temps que de la plupart de nos appareils producteurs de lumière.

NOMINATIONS.

M. **A. A. Michelson** est désigné pour représenter l'Académie à la troisième *International Conference on Bituminous Coal*, qui se tiendra à Pittsburg du 16 au 21 novembre 1931.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **H. Le Chatelier** est élu membre du *Conseil national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions* en remplacement de M. *P. Appell*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la Chaire de *Biologie générale* déclarée vacante au Collège de France.

M. le **Président de l'Association portugaise pour l'Avancement des Sciences** invite l'Académie à se faire représenter au Congrès mixte des *Associations portugaise et espagnole pour l'avancement des sciences*, qui se tiendra à Lisbonne du 3 au 10 mai 1931.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Quatre articles de M. Hector Pécheux, concernant l'éclairage électrique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les formes symboliques de différentielles.* Note de M. **W. Slebodzinski**, présentée par M. E. Goursat.

Soit ω une forme symbolique de différentielles de degré p à n variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et $D(f)=\sum_{i=1}^{n} X_i \frac{\partial f}{\partial x_i}$ le symbole d'une transformation infinitésimale quelconque. Posons

$$D^{(0)}(\omega)=\omega, \qquad D^{(k)}(\omega)=D[D^{(k-1)}(\omega)] \qquad (k=1, 2, \ldots)$$

et considérons la suite infinie de formes

$$(1) \qquad D^{(0)}(\omega), \quad D^{(1)}(\omega), \quad \ldots, \quad D^{(k)}(\omega), \quad \ldots.$$

Nous dirons que *la forme ω est de $k^{\text{ième}}$ espèce par rapport à la transformation* $D(f)$, s'il existe une relation de la forme

$$(2) \qquad \mu_0 D^{(0)}(\omega)+\mu_1 D^{(1)}(\omega)+\ldots+\mu_k D^{(k)}(\omega)=0,$$

$\mu_0, \mu_1, \ldots, \mu_k$ étant des fonctions non toutes nulles, et si de plus les k pre-

miers termes de la suite (1) ne sont pas liés par aucune relation de même forme. Nous généralisons ainsi une notion due à M. Zorawski et appliquée par lui, pour la première fois, à une forme de Pfaff à trois variables.

Supposons que la forme ω soit de $k^{\text{ième}}$ espèce; on déduit alors de la relation (2) la formule suivante :

$$D^{(k)}(\omega) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i D^{(k-i)}(\omega). \tag{3}$$

Posons

$$\bar{\omega} = \sum_{i=1}^{k}{}' \rho_i D^{(k-i)}(\omega). \tag{4}$$

Nous allons chercher les conditions pour que la forme $\bar{\omega}$ soit invariante pour la transformation D, autrement dit qu'il soit $D(\bar{\omega}) = 0$. En remplaçant $\bar{\omega}$ par l'expression (4) et en tenant compte de la formule (3), la dernière condition devient

$$[D(\rho_1) + \lambda_1\rho_1 + \rho_2] D^{(k-1)}(\omega) + [D(\rho_2) + \lambda_2\rho_1 + \rho_3] D^{(k-2)}(\omega) + \ldots$$
$$+ [D(\rho_{k-1}) + \lambda_{k-1}\rho_1 + \rho_k] D^{(1)}(\omega) + [D(\rho_k) + \lambda_k\rho_1] D^{(0)}(\omega) = 0.$$

La forme ω étant, par hypothèse, de $k^{\text{ième}}$ espèce, la relation ci-dessus ne peut être vérifiée que si tous ses coefficients sont nuls. On obtient ainsi les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
D(\rho_1) &+ \lambda_1 \rho_1 + \rho_2 = 0,\\
D(\rho_2) &+ \lambda_2 \rho_1 + \rho_3 = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
D(\rho_{k-1}) &+ \lambda_{k-1}\rho_1 + \rho_k = 0,\\
D(\rho_k) &+ \lambda_k \rho_1 = 0.
\end{aligned}$$

On en déduit facilement que le coefficient ρ_1 doit satisfaire à l'équation

$$D^{(k)}(\rho_1) + D^{(k-1)}(\lambda_1\rho_1) - D^{(k-2)}(\lambda_2\rho_1) + \ldots + (-1)^{i-1} D^{(k-i)}(\lambda_i\rho_1) + \ldots$$
$$+ (-1)^{k-2} D^{(1)}(\lambda_{k-1}\rho_1) + (-1)^{(k-1)} D^{(0)}(\lambda_k\rho_1) = 0, \tag{5}$$

les autres inconnues étant données par les formules

$$\rho_i = (-1)^{i-1}[D^{(i-1)}(\rho_1) + D^{(i-2)}(\lambda_1\rho_1) - \ldots + (-1)^{l-1} D^{(i-l-1)}(\lambda_l\rho_1) + \ldots$$
$$+ (-1)^{i-3} D^{(1)}(\lambda_{i-2}\rho_1) + (-1)^{i-2} D^{(0)}(\lambda_{i-1}\rho_1)] = 0$$
$$(i = 2, 3, \ldots, k).$$

Nous voyons donc qu'à chaque solution de l'équation (5) correspond

une forme $\overline{\omega}$ telle que l'intégrale $\int \overline{\omega}$ est un invariant pour la transformation $D(f)$.

Si $k = 1$, le résultat obtenu plus haut peut être énoncé de la façon suivante : si l'équation généralisée de Pfaff $\omega = 0$ admet la transformation infinitésimale $D(f) : D(\omega) = \lambda\omega$, l'intégrale $\int \rho\omega$, où ρ est une solution quelconque de l'équation $D(\log\rho) + \lambda = 0$, est un invariant pour la même transformation.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les transformations des domaines semi-cerclés bornés.* Note de M. **Henri Cartan**, présentée par M. Élie Cartan.

M. Elie Cartan et moi-même avons déterminé [1] toutes les transformations analytiques des domaines cerclés bornés. La méthode indiquée au paragraphe 4 de cette Note permet aussi de trouver la forme des transformations des domaines semi-cerclés [2] bornés. La démonstration des théorèmes qui vont suivre paraîtra dans un autre Recueil [3].

1. Rappelons que, dans l'espace de deux variables complexes x et y, un domaine D, univalent ou non, est dit *semi-cerclé* si, x_0, y_0 désignant un point quelconque du domaine, la courbe

$$x = x_0, \qquad y = y_0 e^{i\theta},$$

obtenue en faisant varier le nombre réel θ de 0 à 2π, est intérieure à D et fermée dans D. On suppose en outre qu'il y a des points intérieurs à D pour lesquels y est nul. L'ensemble de ces derniers points constitue le *plan de symétrie* du domaine.

Nous dirons que deux domaines semi-cerclés D et D' sont *équivalents* si l'on peut passer de l'un à l'autre par une transformation de la forme

$$(1) \qquad x' = f(x), \qquad y' = y g(x),$$

$f(x)$ et $g(x)$ étant holomorphes dans D, et $g(x)$ ne s'annulant pas dans D.

---

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 709.

(2) Quelques auteurs allemands leur donnent le nom de domaines de Hartogs.

(3) M. Behnke, à qui j'ai communiqué mes résultats, vient de m'écrire que M. Siewert, dans un travail non encore publié, aurait obtenu des propositions concordant en partie avec les théorèmes I et II de la présente Note.

On connaît toutes les transformations d'un domaine de Reinhardt [1] borné en lui-même. Donc, étant donné un domaine semi-cerclé borné D équivalent à un domaine de Reinhardt [2], on peut considérer que l'on connaît toutes les transformations de D en lui-même.

J'ai montré [3] que si un domaine semi-cerclé borné D n'est équivalent à aucun domaine de Reinhardt, toute transformation analytique de D en un domaine semi-cerclé D', *dans laquelle un certain point du plan de symétrie de* D' *correspond à un point du plan de symétrie de* D, a la forme (1).

2. Affranchissons-nous maintenant de la condition en italiques.

Théorème I. — *Si un domaine semi-cerclé borné* D *n'est équivalent à aucun domaine de Reinhardt, et si* D *admet au moins une transformation en lui-même qui n'a pas la forme* (1), *alors* D *est équivalent à un domaine* Δ *défini de la façon suivante :* Δ est constitué par l'ensemble des points x, y, pour lesquels x est intérieur à un certain domaine δ, non simplement connexe, du plan x, et y est intérieur au cercle $|y| < 1$.

D'ailleurs, la transformation la plus générale de Δ en lui-même est

$$x' = f(x), \qquad y' = e^{i\theta}\frac{y+t}{1+\bar{t}y} \qquad (\theta \text{ réel}, \ |t| < 1),$$

où $x' = f(x)$ désigne la transformation la plus générale de δ en lui-même.

Nous donnerons à Δ le nom de *dicylindre généralisé*.

3. D'après le théorème I, *si un domaine semi-cerclé borné* D *n'est équivalent ni à un domaine de Reinhardt, ni à un dicylindre généralisé*, toutes les transformations de D en lui-même ont la forme

$$x' = f(x), \qquad y' = y\,g(x).$$

Les transformations $x' = f(x)$ forment un groupe G.

Théorème II. — *Le groupe* G *est, ou proprement discontinu, ou continu à un seul paramètre.*

---

(1) Un domaine univalent D est un *domaine de Reinhardt* s'il contient l'origine ($x = y = 0$) à son intérieur, et s'il admet les transformations

$$x' = x e^{i\alpha}, \qquad y' = y e^{i\beta} \qquad (\alpha \text{ et } \beta \text{ réels quelconques}).$$

M. Thullen a déterminé toutes les transformations d'un tel domaine, s'il est borné (voir la Note déjà citée).

(2) Dans ce cas, le domaine de Reinhardt est lui-même borné.

(3) Henri Cartan, *Les fonctions de deux variables complexes*, etc. (*Journal de Math.*, 9e série, 10, 1931, p. 1-114. Voir, au Chapitre IX, le théorème XXXII).

THÉORÈME III. — *Lorsque* G *dépend d'un paramètre, on peut transformer* D *en un domaine semi-cerclé équivalent* Δ, *tel que les transformations de* Δ *en lui-même aient toutes la forme*

$$x' = f(x), \qquad y' = ye^{i\theta} \qquad (\theta \text{ réel}).$$

THÉORÈME IV. — *Si un domaine semi-cerclé borné* D *n'est équivalent à aucun domaine de Reinhardt, et s'il est en correspondance analytique avec un domaine semi-cerclé* D', *il est possible de mettre* D *et* D' *en correspondance au moyen d'une transformation de la forme* (1); D *et* D' *sont donc équivalents.*

MÉCANIQUE. — *Sur les invariants du groupe des mouvements relatifs.* Note (1) de M. **J. Le Roux.**

Le mouvement d'un ensemble de points matériels peut présenter des aspects très divers, suivant le système de référence et le temps auxquels il est rapporté. Dans cette infinie variété de figures de mouvements il est intéressant de rechercher les propriétés intrinsèques, celles qui subsistent quel que soit le système de référence et quel que soit le temps.

Ce problème se ramène à la théorie des groupes de transformations. Les mouvements relatifs, au sens ordinaire du mot, se rattachent au groupe euclidien; mais il est facile, par une généralisation évidente, d'étendre les résultats à d'autres groupes ou à d'autres systèmes géométriques.

En géométrie un point n'a pas d'invariant relativement au groupe des transformations de coordonnées; en mécanique, l'élément matériel en a un, c'est la *masse*. Pour trouver d'autres invariants il faut considérer un ensemble d'éléments que nous assimilerons à des points matériels. Nous en désignerons le nombre par n.

Le mouvement de l'ensemble sera défini par la variation des coordonnées en fonction d'un paramètre quelconque θ. Le changement du système de référence sera représenté par une transformation euclidienne effectuée sur les coordonnées. Les paramètres de cette transformation seront eux-mêmes des fonctions de θ.

Le temps sera une fonction de θ, qui n'interviendra pas dans nos calculs et qui pourra différer d'un mouvement à l'autre.

Le groupe de transformations appliqué aux coordonnées peut se pro-

(1) Séance du 7 avril 1931.

longer pour les dérivées. En le prolongeant simplement jusqu'au premier ordre, nous obtiendrons les résultats essentiels. A chaque point du système correspondront ainsi six variables, x, y, z, x', y', z'.

Les transformations infinitésimales d'une fonction U, dépendant des $6n$ variables du système, seront au nombre de douze, appartenant aux quatre types suivants :

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} \sum \dfrac{\partial U}{\partial x}, \\ \sum \left(y\dfrac{\partial U}{\partial z} - z\dfrac{\partial U}{\partial y} + y'\dfrac{\partial U}{\partial z'} - z'\dfrac{\partial U}{\partial y'}\right), \\ \sum \dfrac{\partial U}{\partial x'}, \\ \sum \left(y\dfrac{\partial U}{\partial z'} - z\dfrac{\partial U}{\partial y'}\right). \end{array}\right.$$

Ce premier résultat donne d'abord lieu à une remarque intéressante. Si l'on applique ces transformations infinitésimales à l'énergie cinétique de l'ensemble

$$T = \frac{1}{2}\sum m(x'^2 + y'^2 + z'^2),$$

on trouve que les deux premières sont identiquement nulles. Les deux autres correspondent à la résultante de translation et au moment résultant des quantités de mouvement. J'ai déjà signalé ce résultat à propos des principes de la Gravitation.

On exprime l'invariance de la fonction U relativement au groupe en annulant les transformations infinitésimales du tableau (1). Les douze équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre ainsi formées sont indépendantes lorsque n est supérieur à 2. Elles constituent un système complet au sens de Mayer. L'intégration en est très facile. Il y a en effet un premier système d'intégrales formé par les distances des éléments deux à deux. Le nombre de ces distances est égal à $\frac{n(n-1)}{2}$, mais celui des distances indépendantes se réduit à $3n - 6$. Les dérivées de ces distances, considérées comme fonctions des variables x, y, z, x', y', z', fournissent un nouveau système de $3n - 6$ intégrales indépendantes. On a donc constitué ainsi un système fondamental de $6n - 12$ solutions particulières indépendantes. L'invariant le plus général est une fonction arbitraire de ces solutions.

Le résultat pouvait être prévu, au moins partiellement. Il était évident

a priori que les distances mutuelles devaient constituer des invariants du groupe; par suite leurs dérivées par rapport au paramètre θ donneraient de nouveaux invariants. Le résultat essentiel de notre calcul réside dans la constatation qu'il n'y a pas d'autres invariants indépendants des précédents. L'extension du groupe jusqu'aux dérivées premières n'introduit donc aucun invariant essentiellement nouveau.

Les invariants du premier système définissent, pour chaque valeur de θ, la configuration de l'ensemble mobile. Inversement cette configuration donne une représentation des invariants. Par suite nous pouvons énoncer la proposition suivante :

Pour que deux mouvements d'un même ensemble puissent se déduire l'un de l'autre par les transformations du groupe des mouvements relatifs, avec modification éventuelle du temps, il faut et il suffit qu'ils se correspondent de manière à présenter la même succession de configurations.

Toute loi générale compatible avec le principe de la relativité des mouvements devra s'exprimer pour une relation entre les invariants du groupe.

Un corps solide est un ensemble matériel pour lequel les invariants du groupe demeurent constants pendant toute la durée du mouvement. Cette conception se généralise pour tous les systèmes géométriques.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la théorie invariantive de l'élasticité à déformations finies.* Note (¹) de Mlle **Yvonne Dupont**, transmise par M. Marcel Brillouin.

1. MM. E. et I. Cosserat (²) ont donné la théorie des déformations finies, en utilisant le trièdre mobile trirectangle.

En 1925, M. Léon Brillouin (³) a étendu cette théorie aux coordonnées quelconques. Il considère un point matériel occupant la position M (x^1, x^2, x^3) *avant* la déformation du corps élastique et ce *même* point matériel occupant, après la *déformation finie* de ce corps, la position

---

(¹) Séance du 30 mars 1931.

(²) E. et I. Cosserat, *Sur la théorie de l'élasticité* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 10, 1896, p. 1).

(³) Léon Brillouin, *Théorie de l'élasticité sous forme tensorielle* (*Annales de Physique*, 10e série, 3, 1925, p. 251-298; voir spécialement p. 264-268.

$M_1(X^1, X^2, X^3)$. Le déplacement (fini) de ce point est, par définition :

$$u^i = X^i - x^i, \tag{1}$$

où X^i, et par conséquent les u^i, sont des fonctions de x^1, x^2, x^3.

La distance du point M au point infiniment voisin $M'(x^i + dx^i)$ (pris au même instant t) s'exprime par

$$(ds)^2 = g_{ij}dx^i dx^j, \qquad g_{ij} \equiv g_{ij}(x^1, x^2, x^3). \tag{2}$$

Après la déformation, la distance entre M_1 et le point infiniment voisin $M'_1(X^i + dX^i)$ (pris au même instant T) s'exprime par

$$(dS)^2 = g_{RS}dX^R dX^S, \qquad g_{RS} \equiv g_{RS}(X^1, X^2, X^3). \tag{3}$$

La formule (1) permet d'écrire (3) sous la forme

$$(dS)^2 = g_{RS}\frac{\partial X^R}{\partial x_i}\frac{\partial X^S}{\partial x_j}dx^i dx^j. \tag{4}$$

Le tenseur des déformations e_{ij} s'introduit en soustrayant (1) de (4);

$$(dS)^2 - (ds)^2 = e_{ij}\,dx^i\,dx^j, \qquad e_{ij} \equiv g_{RS}\frac{\partial X^R}{\partial x_i}\frac{\partial X^S}{\partial x_j} - g_{ij}. \tag{5}$$

On démontre aisément que les e_{ij}, définis par (5), sont deux fois covariants pour un changement *quelconque* de variables

$$x'^i \equiv x'^i(x^1, x^2, x^3), \qquad X'^i \equiv x'^i(X^1, X^2, X^3); \tag{6}$$

il faut prendre pour les x_i et les X^i les *mêmes* formules de transformation.

2. En introduisant les valeurs (1) dans (5) et en développant les g_{RS} en série de Taylor par rapport aux g_{ij} initiaux, M. Léon Brillouin obtient finalement les formules (p. 267, *loc. cit*) :

$$\begin{aligned} e_{ij} = {} & \frac{\partial g_{ij}}{\partial x_h}u^h + g_{hj}\frac{\partial u^h}{\partial x_i} + g_{hi}\frac{\partial u^h}{\partial x_j} + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 g_{ij}}{\partial x_h\,\partial x_r}u^h u^r \\ & + g_{hr}\frac{\partial u^r}{\partial x_i}\frac{\partial u^h}{\partial x_j} + \frac{\partial g_{hj}}{\partial x_r}\frac{\partial u^h}{\partial x_i}u^r + \frac{\partial g_{ih}}{\partial x_r}\frac{\partial u^h}{\partial x_j}u^r. \end{aligned} \tag{7}$$

En *pratique*, il faudra *se borner à la première, à la seconde, ..., à la $p^{ième}$ approximation* des e_{ij}. Par définition, nous désignerons par $e^{(1)}_{ij}$, la première approximation des e_{ij}, où nous nous bornons aux termes contenant les u^i et leurs dérivées au premier degré, c'est-à-dire

$$e^{(1)}_{ij} \equiv \frac{\partial g_{ij}}{\partial x_h}u^h + g_{hj}\frac{\partial u^h}{\partial x_i} + g_{ih}\frac{\partial u^h}{\partial x_j}. \tag{8}$$

De même, nous désignerons par e_{ij}^{2} la seconde approximation des e_{ij}, où nous nous bornons aux termes contenant les u^i et leurs dérivées au premier et au second degré, c'est-à-dire

$$(9)\qquad e_{ij}^{2} = \frac{\partial g_{ij}}{\partial x_h} u^h + g_{hj}\frac{\partial u^h}{\partial x_i} + g_{ih}\frac{\partial u^h}{\partial x_j} + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 g_{ij}}{\partial x_h \partial x_r} u^h u^r + g_{hr}\frac{\partial u^r}{\partial x_i}\frac{\partial u^h}{\partial x_j} + \frac{\partial g_{hj}}{\partial x_r}\frac{\partial u^h}{\partial x_i} u^r + \frac{\partial g_{hi}}{\partial x_r}\frac{\partial u^h}{\partial x_j} u^r.$$

En général, nous désignerons par $e_{ij}^{(p)}$ la $p^{\text{ième}}$ approximation des e_{ij}, où nous nous bornons aux termes contenant les u^i et leurs dérivées jusqu'au $p^{\text{ième}}$ degré.

Les transformées u'^i des u^i, par le changement de variables (6), s'écriront

$$(10)\qquad u'^i = X'^i x'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x_j} u^j + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 x'^i}{\partial x_j \partial x_h} u^j u^h + \dots.$$

Théorème. — *Les $e_{ij}^{(1)}$ sont deux fois covariants si l'on y remplace les u^i par $u^i_{(1)}$, dont la variance est donnée par*

$$(11)\qquad u'^i_{(1)} = \frac{\partial x'^i}{\partial x_j} u^j_{(1)}.$$

De même, *les $e_{ij}^{(2)}$ seront deux fois covariants si l'on y remplace les u^i par $u^i_{(2)}$ dont la variance est donnée par*

$$(12)\qquad u'^i_{(2)} = \frac{\partial x'^i}{\partial x_j} u^j_{(2)} + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 x'^i}{\partial x_j \partial x_h} u^j_{(2)} u^h_{(2)}.$$

En général, *les $e_{ij}^{(p)}$ seront deux fois covariants si l'on y remplace les u^i par $u^i_{(p)}$, dont la variance est donnée par*

$$(13)\qquad u'^i_{(p)} = \sum_{n=1}^{n=p} \frac{1}{n!}\frac{\partial^n x'^i}{\partial x_{j_1}\partial x_{j_2}\dots\partial x_{j_n}} u^{j_1}_{(p)} u^{j_2}_{(p)} \dots u^{j_n}_{(p)}.$$

On remarque que les variances des $u^i_{(1)}, u^i_{(2)}, \dots, u^i_{(p)}$ ne sont autres que celles données par (10) si l'on ne prend que le premier, les deux premiers, ..., les p premiers termes. La démonstration de ce théorème sera donnée dans un travail plus étendu.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Sur l'état disruptif de l'éclateur plan-sphère dans l'air atmosphérique.* Note de M. **A. Guillet**, présentée par M. A. Cotton.

Le calcul du champ φ à la surface des électrodes P-S de l'éclateur plan-sphère [1] (rayon de la sphère R, distance de son centre au plan e) est facile si l'on admet que l'état disruptif est la limite d'états d'équilibre électrostatiques, car on connaît en fonction des polynomes électrosphériques les densités σ, σ' en deux points M, M' de S et de P définis par le rayon de la sphère qui fait un angle donné θ avec la perpendiculaire abaissée du centre de S sur P [2].

Nos considérations portant ici seulement sur les points A, A' entre lesquels jaillit l'étincelle, c'est-à-dire sur les extrémités du chemin que suivent, en s'écoulant, la charge et l'énergie de l'éclateur, $\theta = 0$, et l'on a, en posant $v = 2u$ où u, *paramètre de correspondance*, est égal à $e:\mathrm{R}$,

$$\sigma_{\mathrm{A}} = \frac{\mathfrak{V}}{\pi \mathrm{R}} \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{\mathrm{U}_p(v) + \mathrm{U}_{p-1}(v)}{4[\mathrm{U}_p(v) - \mathrm{U}_{p-1}(v)]^2}, \qquad \sigma_{\mathrm{A}'} = -\frac{\mathfrak{V}}{\pi \mathrm{R}} \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{2\mathrm{U}_p}{(\mathrm{U}_p - \mathrm{U}_{p-2})^2},$$

les valeurs des polynomes U_p étant les coefficients de z^p dans le développement $(1 - 2vz + z^2)^{-1}$.

Désignant par K(o) et K'(o) les séries précédentes, on a

$$\frac{\sigma_{\mathrm{A}}}{\sigma_{\mathrm{A}'}} = \frac{\varphi_{\mathrm{A}}}{\varphi_{\mathrm{A}'}} = -\frac{\mathrm{K}(0)}{\mathrm{K}'(0)}. \qquad (1)$$

	K(o).	K'(o).
Pour $2u = \frac{5}{2}$	1,172614	0,921
» 3	0,679498	0,424832
» 4	0,442570	0,180976
» 5	0,369136	0,103917
» 6	0,334713	0,068091
» 7	0,315132	0,04823
» 8	0,30264	0,0360
» 9	0,294035	0,0279
» 10	0,287777	0,0223

(1) *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 204; *Journal de Physique*, 5e série, 2, décembre 1912, p. 990.

(2) F. Defourneaux, *Journal de Physique*, 5e série, 9, mai 1919, p. 165.

Dans les conditions où il y a proportionnalité entre les potentiels explosifs $\mathfrak{V}$ et les distances explosives $\varepsilon = R(u-1)$, on a, $\mathfrak{V}_1$ étant le potentiel explosif relatif à une distance de 1cm,

$$\sigma_A = \frac{\mathfrak{V}_1}{\pi}(u-1)K(0), \qquad \sigma_{A'} = -\frac{\mathfrak{V}_1}{\pi}(u-1)K'(0).$$

Les densités ou les champs, ou encore la tension ou densité d'énergie à la surface des électrodes, sont les mêmes pour deux appareils en états correspondants.

Formons, pour la suite des valeurs $2u$ indiquées plus haut, les valeurs de l'expression $\frac{(u-1)K(0)}{u}$, on trouve :

0,2345 0,2298 0,2213 0,2215 0,2231 0,2251 0,2269 0,2287 0,2302.

Pour des distances explosives ε variant du quart du rayon de la boule à quatre fois ce rayon (limites du présent calcul), et dans l'air atmosphérique, *le rapport du champ maximum φ au point A où éclate l'étincelle, au paramètre de correspondance u, reste sensiblement constant;* dans les mêmes conditions le potentiel explosif varie dans le rapport 1 à 15 environ.

Pour $\mathfrak{V}_1 = 105$ u. e. s. le champ disruptif en A a pour intensité

$$\varphi_A = 2\mathfrak{V}_1(u-1)K(0) = 47,6 \quad \text{ou} \quad 47,6\left(1+\frac{\varepsilon}{R}\right).$$

Les actions, assez mal précisées, qui maintiennent les charges en place sur les électrodes P, S malgré les forces de Coulomb qui tendent à les disperser et à les recombiner, semblent donc dépendre seulement du paramètre u. On sait qu'il en est de même de la force attractive entre P et S. La charge et l'énergie qui s'écoulent dans l'étincelle ont au plus, pour valeurs respectives :

$$Q_{\text{u.e.s.}} = R\sum\frac{1}{U_n}V \quad \text{ou} \quad \mathfrak{V}_1 R^2(u-1)\sum\frac{1}{U_n}; \qquad W = \frac{1}{2}\mathfrak{V}_1^2 R^3(u-1)^2\sum\frac{1}{U_n}.$$

En opérant pour A′ comme on l'a fait pour A, on voit que le rapport $\frac{(u-1)K'(0)}{u}$ n'est plus constant. Les relations (1) permettent de suivre les variations des champs en A et A′.

Par un changement de variable convenable on peut ramener le calcul des grandeurs électriques concernant un éclateur bisphérique S, S′, à celles concernant un éclateur plan-sphère, c'est-à-dire à l'emploi des propriétés et

des valeurs des polynomes U_p [1]. A notre demande M. F. Desfourneaux a bien voulu, il y a une dizaine d'années, rechercher des séries, fonctions du paramètre de correspondance, d'une convergence assez rapide et dresser un tableau de leurs valeurs numériques permettant de calculer les densités d_M, $d_{M'}$ en un point M de la sphère S (potentiel V), défini par le rayon formant l'angle θ avec la ligne des centres et en un point M' défini de même sur S' (potentiel V') par l'angle φ. Extrayons de cet excellent travail, encore inédit, les valeurs relatives aux points M, M', en nous bornant à des électrodes de même rayon R, on a

$$\varphi_M = \frac{2}{R}[VI'(\theta) - V'J'(\theta)]; \qquad \varphi_{M'} = \frac{2}{R}[V'I'(\varphi) - VJ'(\varphi)].$$

Les séries I', J' sont des fonctions de θ ou de φ et de $v = \frac{\varepsilon}{R} + 2$ qui, pour $\theta = \varphi = 0$, ont les valeurs suivantes :

V.....	5/2.	3.	4.	5.	6.
I'(0).....	0,599531	0,37924	0,292305	0,270998	0,262557
J'(0).....	0,573083	0,30025	0,150265	0,098137	0,072155

Envisageant le cas particulier où V' = — V, et faisant état des valeurs de potentiels explosifs mesurés par Abraham et Villard, on trouve :

Rayon R.	Distance explosive.	Potentiels explosifs.	Champs à la surface.	v.
cm	cm			
2,5	5	106	37,52	4
»	7	128	37,79	5
»	10	142,5	38,15	6
5	5	130,2	35,38	3
»	10	202	35,75	4
15	60	695	31,17	6

Il est facile à l'aide des précédentes indications, si les potentiels explosifs sont connus avec précision, de faire toute comparaison numérique que l'on désirera entre les trois types d'éclateurs P, P'; P, S; S, S', le plus souvent employés.

---

(1) *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 820. — A. Guillet et M. Aubert, *Annales de Physique*, 9e série, 9, 1918, p. 58 à 95. — Voir Darbord, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1930.

ÉLECTRONIQUE. — *Formule théorique pour le saut d'absorption.* Note [1] de M. V. **Posejpal**, transmise par M. Pierre Weiss.

Soient τ_1 le coefficient d'absorption vraie pour la fréquence $\nu_k+\varepsilon$, τ_2 celui pour $\nu_k-\varepsilon$, ν_k étant la fréquence de la discontinuité d'absorption K. Le nombre $\delta_{\frac{K}{L_1}}=\frac{\tau_1}{\tau_2}$ mesure, pour $\lim\varepsilon=0$, le saut d'absorption K. Des considérations analogues à celles mentionnées dans ma précédente Note [2] m'ont permis de déduire pour le saut K de l'élément de nombre atomique N la formule $\delta_{\frac{K}{L_1}}=1+\frac{10-\eta}{a}$, où

$$a=\frac{1}{2^3}N_{L_1}+\frac{2}{3^3}N_{L_2}+\frac{3}{4^3}N_{L_3}+\frac{4}{5^3}N_{M_1}+\ldots,$$

$$\eta=\frac{1}{2}\left[\frac{N-2}{N+1}\sum_{N=3}^{N}\frac{1}{N-2}+\frac{N-3}{N+1}\sum_{N=4}^{N}\frac{N+2}{N+1}\,\frac{1}{N-3}\right],$$

et où N_{L_1}, N_{L_2}, ... sont les nombres d'électrons occupant les couches L_1, L_2, etc. En admettant en première approximation qu'ils suivent la règle de Stoner de manière tout à fait régulière, la formule ci-dessus donne pour $\delta_{\frac{K}{L_1}}$ la série de valeurs se trouvant dans la deuxième colonne du tableau.

En comparant les valeurs données par notre formule avec les valeurs expérimentales, placées dans la troisième et la quatrième colonne du tableau, nous eonstatons un accord tout à fait bon. Les valeurs de la quatrième colonne du tableau résultent des mesures directes de l'absorption faites par MM. Richtmyer (1921), Warburton et Richtmyer (1924), Stoner et Martin (1925), Allen (1926) et Jönsson [3] (1928), tandis que celles de la troisième colonne résultent du fait empirique, vérifié pour la première fois par M. Richtmyer en 1924, puis plus précisément par M. E. Jönsson en 1928 que le saut d'absorption K est sensiblement égal au rapport $\frac{E_K}{E_{L_1}}$ des énergies des niveaux K et L_1.

---

(1) Séance du 30 mars 1931.

(2) *Détermination directe du volume de l'électron* (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1000).

(3) Voir E. Jönsson, *Absorptionsmessungen etc.* (*Inaugural-Dissertation*, Upsala, 1928, p. 62).

N.	$\delta_{\frac{K}{L_1}}$ calculé.	$\delta_{\frac{K}{L_1}} = \frac{E_K}{E_{L_1}}$.
1. H		
2. He		
3. Li	80,000	
4. Be	39,320	
5. B	29,526	
6. C	23,456	
7. N	20,494	
8. O	18,163	
9. F	16,289	
10 Ne	14,754	
11. Na	13,777	
12. Mg	12,921	
13. Al	12,311	
14. Si	11,807	
15. P	11,337	
16. S	10,947	
17. Cl	10,586	
18. A	10,249	
19. K	9,978	
20. Ca	9,723	
21. Sc	9,483	
22. Ti	9,256	8,92
23. V	9,066	8,77
24. Cr	8,886	8,65
25. Mn	8,714	8,56
26. Fe	8,549	8,47
27. Co	8,392	8,39
28. Ni	8,241	8,32
29. Cu	8,112	8,24
30. Zn	7,988	8,16
31. Ga	7,879	
32. Ge	7,774	
33. As	7,681	
34. Se	7,591	
35. Br	7,503	
36. Kr	7,418	
37. Rb	7,342	
38. Sr	7,268	
39. Y	7,195	
40. Zr	7,125	7,07
41. Nb	7,061	7,03
42. Mo	6,998	6,94
43. ?	6,937	
44. Ru	6,878	
45. Rh	6,820	6,79
46. Pd	6,763	6,72
47. Ag	6,711	6,69
48. Cd	6,660	6,63
49. In	6,610	6,59
50. Sn	6,561	6,52
51. Sb	6,513	6,48
52. Te	6,466	6,44
53. I	6,422	6,40
54. X	6,379	
55. Cs	6,338	6,28
56. Ba	6,296	6,24
57. La	6,256	
58. Ce	6,216	6,15
59. Pr	6,177	6,13
60. Nd	6,139	6,11
61. ?	6,104	
62. Sm	6,068	6,05
63. Eu	6,036	6,03
64. Gd	6,003	6,00
65. Tb	5,973	
66. Ds	5,943	5,95
67. Ho	5,913	5,94
68. Er	5,884	
69. Tm	5,856	
70. Yb	5,829	
71. Lu	5,802	
72. Ct	5,776	
73. Ta	5,751	
74. W	5,726	5,73
75. ?	5,701	
76. Os	5,677	
77. Ir	5,654	
78. Pt	5,630	5,61
79. Au	5,608	5,60
80. Hg	5,585	5,59
81. Tl	5,564	5,55
82. Pb	5,542	5,53
83. Bi	5,521	5,50
84. Po	5,500	
85. ?	5,479	
86. Em	5,460	
87. ?	5,441	
88. Ra	5,420	
89. Ac	5,401	
90. Th	5,382	5,35
91. Pa	5,363	
92. U	5,345	5,29

N.	$\delta_{\frac{K}{L_1}}$ observé.
13. Al	12,6
16. S	11,0
17. Cl	10,4
18. A	10,0
26. Fe	(10,9,5) = 9,2
28. Ni	8,3 (9,8, 8, 8) = 8,2
29. Cu	8,2 (9,8, 9) = 8,5
30. Zn	(9,5, 8,8) = 7,5
42. Mo	8,7, 7,5
46. Pd	6,8
47. Ag	7,3, 7,8, 6,7, (7,7, 7,3)
50. Sn	6,6, 6,1, (7,6, 6,9)
75. W	5,65, (6,4)
78. Pt	(6,0)
79. Au	5,65, (5,8)
82. Pb	5,40, (5,0)

Aucune des formules théoriques connues jusqu'à présent ne s'accorde avec l'expérience aussi bien que la formule donnée ici. Son développement détaillé se trouvera dans un autre Recueil. Les mêmes considérations donnent une formule analogue pour le saut $\delta_{\frac{L_1}{M_1}}$, s'accordant aussi très bien avec l'expérience.

ÉLECTROCHIMIE. — *Électrode positive à circulation gazeuse pour piles à dépolarisation par l'air.* Note [1] de M. **Ch. Féry**, transmise par M. Cotton.

La dépolarisation des piles par l'oxygène de l'air est d'autant plus efficace que le renouvellement de l'air et l'expulsion des gaz polarisants (H et NH^3) est plus rapide; or on peut remarquer que ces deux derniers gaz sont plus légers que l'air.

J'ai eu l'idée d'appliquer cette remarque à l'évacuation de l'hydrogène ou du gaz ammoniac et à l'appel d'air extérieur :

Pour cela l'électrode positive est creuse, et l'air plus lourd est amené au fond de cette cavité, pendant que les gaz polarisants s'échappent par des évents placés à la partie supérieure de l'électrode.

La circulation due au siphon à branches égales et remplies de gaz de densités différentes ainsi constitué, s'accélère on le comprend avec le débit de la pile; il en résulte une autorégulation de la différence de potentiel aux divers régimes débités.

Ce dispositif très simple s'est montré très efficace; il permet de tirer du principe de la dépolarisation par l'air, si employé aujourd'hui à la suite de mes travaux anciens [2], le maximum d'effet.

---

(1) Séance du 30 mars 1931.

(2) *Pile à densité et à faible usure locale* (*Revue générale de l'Électricité*, 1, 1917, p. 323-327).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Calcul des équilibres et de la température résultant de la combustion des carbures.* Note (¹) de M. **Pierre Montagne**, transmise par M. H. Le Chatelier.

M. Ribaud (²) a indiqué une méthode de calcul des températures des flammes, basée sur la résolution algébrique des équations liant les concentrations à l'équilibre des divers corps en présence. Il indiquait également l'importance de la dissociation de l'hydrogène en hydrogène atomique, et son influence sur la température calculée.

Les procédés graphiques que nous avons indiqués (³) permettent de résoudre la même question par une méthode d'approximations successives. A l'occasion d'une étude des combustibles utilisables dans la propulsion par fusées, nous avons été amenés à étudier la combustion dans l'oxygène pur de l'heptane normal sous la pression constante de 100 atmosphères. La courbe représente les résultats obtenus.

Nous avons porté en abscisses le nombre n de molécules d'oxygène employées dans la combustion de deux molécules d'heptane, en indiquant particulièrement les nombres 7, 15 et 22 qui correspondent aux réactions théoriques de combustion complète ou incomplète :

$$(1)\qquad 7O^2 + 2C^7H^{16} = 14CO + 16H^2,$$

$$(2)\qquad 15O^2 + 2C^7H^{16} = 14CO + 16H^2O,$$

$$(3)\qquad 22O^2 + 2C^7H^{16} = 14CO^2 + 16H^2O.$$

Nous avons porté en ordonnées :

1° La température absolue (courbe T) de combustion calculée;

2° Les nombres de molécules de gaz obtenues à la température T dans la combustion d'une molécule d'heptane, avec la convention suivante : le

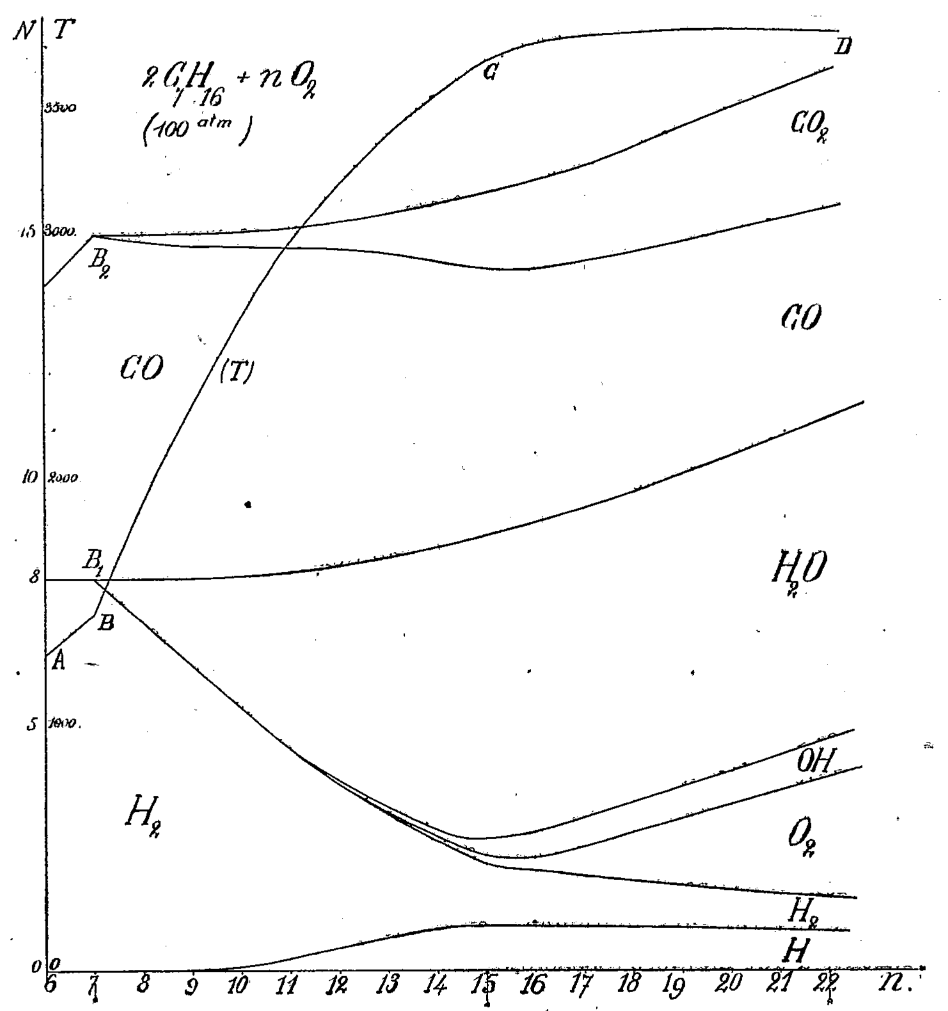
---

(¹) Séance du 30 mars 1931.

(²) G. Ribaud, *Sur le calcul de la température des flammes et leur teneur en hydrogène atomique* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 369); *Température des flammes, conférence faite au Conservatoire des Arts et Métiers*, 28 avril 1930 (Paris, Hermann, éditeur).

(³) P. Jolibois et P. Montagne, *Sur une méthode rapide de calcul graphique des dissociations homogènes. Application au gaz carbonique* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1145). — P. Montagne, *Application du diagramme carré à la représentation et au calcul de l'équilibre dans la réaction du gaz à l'eau* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 677).

nombre de molécules d'un corps est représenté par la distance des deux courbes qui délimitent le domaine assigné à ce corps sur la figure. Les corps



T : température absolue.
N : nombre de molécules produites par la combustion d'une molécule d'heptane.

dont nous avons admis la présence à l'état d'équilibre sont : H, H^2, O^2, OH (¹), H^2O, CO, CO^2. La combustion de l'heptane peut se faire suivant des

(¹) La dissociation $2H^2O \rightleftharpoons 2OH + H^2$ a été observée par Bonhoeffer et Reichardt, *Zerfall von erhitztem Wasserdampf in Wasserstoff und freies Hydroxyl* (*Z. f. Physikal. Chemie*, 139 A, 1928, p. 75).

schémas différents auxquels correspondent sur la courbe (T) des parties bien distinctes :

1° AB : $n \leq 7$. — La combustion très incomplète donne naissance à de l'oxyde de carbone et à de l'hydrogène. Une partie du carbone échappe même à la combustion; la température de la flamme reste très basse ($n = 7$, $T = 1453\,K = 1180°$).

2° BC : $7 < n \leq 15$. — L'hydrogène brûle donnant de l'eau et l'oxyde de carbone reste à peu près intact; la température de la flamme s'élève très vite quand la quantité d'oxygène offerte augmente. Cependant, quand la température s'élève, la dissociation de l'hydrogène en hydrogène atomique apparaît, et modère ainsi l'élévation de la température. Quand n approche de 15, la courbe (T) monte de moins en moins vite (pour $n = 15$, $T = 3700\,K$).

3° CD : $15 < n \leq 22$. — La combustion de l'oxyde de carbone devient notable, mais la présence d'hydrogène libre contrarie la formation de gaz carbonique. La température s'élève encore, atteint pour $n = 18$ la valeur maxima de 3820 K, puis décroît très lentement (pour $n = 22$, $T = 3809\,K$).

Les variations de composition chimique des gaz de combustion indiquées par les autres courbes de la figure traduisent le même phénomène d'une manière très nette :

A gauche de l'abscisse $n = 7$, l'hydrogène demeure constant, l'oxyde de carbone croît (le carbone non brûlé ne figure pas sur ces courbes); entre les abscisses $n = 7$ et $n = 15$, l'eau se forme aux dépens de l'hydrogène qui disparaît, tandis qu'apparaît également l'hydrogène atomique; l'oxyde de carbone disparaît lentement; quand n s'approche de 15, l'oxygène libre commence à apparaître, tandis que l'hydroxyle se trouve depuis plus longtemps en quantités notables.

Entre les abscisses $n = 15$ et $n = 22$, une partie importante de l'oxygène ajouté demeure libre, l'anhydride carbonique croît lentement; la proportion d'hydrogène moléculaire non brûlé diminue, l'hydrogène atomique décroît plus lentement, enfin, la proportion d'hydroxyle libre augmente d'une manière insensible.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les dérivés azoïques de l'homophtalimide.* Note de MM. **André Meyer** et **Robert Vittenet**, présentée par M. A. Desgrez.

L'un de nous [1] a étudié les produits de condensation des aldéhydes aromatiques avec l'*homophtalimide*. Ces composés présentent des propriétés et des colorations analogues à celles des iso-indogénides.

L'homophtalimide (I), possédant un groupe CH^2-CO, qui lui confère les propriétés d'un phénol hétérocyclique, nous avons préparé un certain nombre de ses dérivés azoïques mixtes, afin de les comparer avec les azoïques de constitution analogue et, en particulier, avec ceux de la *4-oxy-2-quinolone* ou *γ-oxycarbostyrile* (II)

CH^2 CO NH CO

Homophtalimide.
(I).

C—OH CH CO NH

γ-Oxycarbostyrile.
(II).

Nous ne décrirons ici que les produits résultant de la copulation de l'homophtalimide avec des diazoïques dérivés d'amines aromatiques et de diamines symétriques ne contenant aucun groupe salifiable. Nous avons également préparé les matières colorantes et étudié leurs propriétés tinctoriales.

On peut attribuer à ces composés la formule générale suivante :

C—N=N—Ar C—OH NH CO

Ces azoïques sont en général très peu solubles dans les dissolvants organiques usuels à froid, plus solubles à chaud; leur meilleur dissolvant est le plus souvent l'acide acétique, dans lequel on les fait recristalliser.

Les alcalis caustiques les dissolvent, notamment à chaud et en présence d'alcool. Les carbonates alcalins et l'ammoniaque les dissolvent beaucoup

[1] André Meyer, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1214.

moins facilement. Cette solubilité dans les alcalis paraît un argument en faveur de la formule précédente, qui fait de ces composés de véritables *ortho-oxyazoïques*; toutefois, celle-ci ne saurait être affirmée sans preuves complémentaires, le virage de la couleur des solutions alcooliques par les alcalis pouvant être considéré comme l'indication d'une transposition.

Le *benzène-azo-homophtalimide* $C^6H^5 - N = N - C^9H^6O^2N$ a été déjà décrit par Gabriel (¹). Il constitue, comme l'a indiqué cet auteur, de fines aiguilles jaune orangé, fondant à 258-260°, peu solubles à froid dans la soude, facilement à chaud. Sa solution alcoolique, jaune verdâtre, vire à l'orangé par addition d'alcali. SO^4H^2 concentré donne une solution rouge orangé.

L'*ortho-chloro-benzène-azo-homophtalimide* (2) $Cl - C^6H^4 - N = N - C^9H^6O^2N$ cristallise de l'acide acétique en fines aiguilles feutrées, jaune orangé, fondant à 282°; se dissolvant en rouge orangé dans SO^4H^2.

L'*orthonitro-benzène-azo-homophtalimite* (2) $NO^2 - C^6H^4 - N = N - C^9H^6O^2N$ forme de fines aiguilles, très peu denses, orangé très foncé (P. F. 276-277°), solubles en rouge groseille dans SO^4H^2.

Le *paranitro-benzène-azo-homophtalimide*

$$(4)\, NO^2 - C^6H^4 - N = N - C^9H^6O^2N,$$

fines aiguilles d'un orangé moins foncé que le dérivé *ortho* (P. F. 290-291°), soluble en rouge orangé très foncé dans SO^4H^2.

L'*ortho-toluène-azo-homophtalimide* (2) $CH^3 - C^6H^4 - N = N - C^9H^6O^2N$, petits cristaux orangé foncé, fondant à 266-267°, solubles en orangé rouge dans SO^4H^2.

Le *méta-toluène-azo-homophtalimide*, (3) $CH^3 - C^6H^4 - N = N - C^9H^6O^2N$, fines aiguilles jaune orangé très clair (P. F. 228-230°), solubles en rouge cerise dans SO^4H^2.

Le *para-toluène-azo-homophtalimide* (4) $CH^3 - C^6H^4 - N = N - C^9H^6O^2N$, très fines aiguilles feutrées, orangé foncé, moins foncées que le dérivé *ortho* (P. F. 240-242°), coloration rouge orangé avec SO^4H^2.

L'*o-nitro-p-toluène-azo-homophtalimide*

$$(2)\, NO^2.(4)\, CH^3.C^6H^3 - N = N - C^9H^6O^2N,$$

microcristaux jaune foncé (PF. 270-272°), donne une solution orangé foncé avec SO^4H^2.

Le *m-nitro-p-toluène-azo-homophtalimide*, aiguilles brillantes, rouge orangé foncé, fond à 305-307°, soluble en rouge dans SO^4H^2.

Le *m-xylène-azo-homophtalimide* $(CH^3)^2.C^6H^3 - N = N - C^9H^6O^2N$, fines lamelles brillantes, orangé très vif (PF. 260-261°), soluble en rouge orangé dans SO^4H^2.

Le 1-*naphtalène-azo-homophtalimide* $C^{10}H^7 - N = N - C^9H^6O^2N$ (1), rouge brique (PF. 283-285°), se dissout en violet rouge dans SO^4H^2.

(¹) GABRIEL, *D. ch. Ges.*, 20, 1887, p. 1205.

Le 2-*naphtalène-azo-homophtalimide* $C^{19}H^{13}O^{2}N^{3}$, fines aiguilles brun marron (PF. 262-264°), solubles en rouge violet dans $SO^{4}H^{2}$.

L'*acide benzène-azo-homophtalimide-o-carbonique* (dérive de l'acide anthranilique)

$$(2)COOH - C^{6}H^{4} - N = N - C^{9}H^{6}O^{2}N,$$

produit orangé, se décomposant vers 315°, soluble en rouge orangé dans $SO^{4}H^{2}$.

L'*acide benzène-azo-homophtalimide-m-carbonique*

$$(3)COOH - C^{6}H^{4} - N = N - C^{9}H^{6}O^{2}N,$$

jaune foncé, fond à 305-307° en se décomposant, soluble en orangé foncé dans $SO^{4}H^{2}$.

L'*antipyryl-azo-homophtalimide* (dérivant de l'aminoantipyrine) $C^{20}H^{17}O^{3}N^{5}$ *constitue de très fines aiguilles* d'un beau rouge carmin (PF. 252-254°) (déc.), solubles en rouge orangé dans $SO^{4}H^{2}$.

Le *diphényle-disazo-bis-homophtalimide* $(C^{6}H^{4} - N = N - C^{9}H^{6}O^{2}N)^{2}$, insoluble dans la plupart des dissolvants usuels, faiblement soluble dans la pyridine en rouge orangé, forme de petits grains métalliques à reflets jaunâtres, décomposables au-dessus de 320°, solubles en bleu dans $SO^{4}H^{2}$.

Le *ditolyle-disazo-bis-homophtalimide* $(CH^{3}C^{6}H^{3} - N = N - C^{9}H^{6}O^{2}N)^{2}$, mêmes propriétés que le précédent, se décompose au-dessus de 320°.

Le *diméthoxydiphényle-disazo-bis-homophtalimide*

$$(CH^{3}.O.C^{6}H^{3} - N = N - C^{9}H^{6}O^{2}N)^{2},$$

petits grains noirs à reflets jaunes, solubles en violet bleu dans $SO^{4}H^{2}$, a des solubilités de même ordre.

Ces trois derniers composés dérivent respectivement de la benzidine, de la tolidine et de la dianisidine.

GÉOLOGIE. — *Age des coulées basaltiques interstratifiées dans le Crétacé de la bordure sédimentaire de Madagascar.* Note de Mlle **Éliane Basse**, présentée par M. Jacob.

Les observations, rassemblées au cours d'une mission dans la région du sud-ouest malgache encore géologiquement inexplorée, me permettent d'y préciser l'âge des nappes basaltiques qui s'étendent sur des milliers de kilomètres carrés:

Aspect. — Les coulées sont morcelées en prismes, fréquemment disposés perpendiculairement à la surface, rarement groupés en faisceaux divergents. La largeur des prismes, qui peut atteindre 1^{m} vers la base des coulées, se réduit à 10 ou 20^{cm} vers le sommet.

Age. — J'ai précédemment signalé, ici-même, la présence de deux niveaux basaltiques crétacés entre le Fiherenana et le Mangoky.

Le niveau inférieur, intercalé entre des sédiments turoniens et santoniens, correspond à une seule coulée, qui forme la couverture du Massif de Manamana, le sommet de Vohidroy et constitue un entablement interstratifié dans les chaînes d'Iandandy et d'Ambilany. S'effilant en biseau vers le Sud-Ouest, cette nappe se termine sur le front Nord de l'Analavelona et a disparu au Mikoboka.

Le niveau supérieur comporte six coulées superposées directement; les quatre plus élevées ont chacune 15^m de puissance environ; les deux plus basses, épaisses seulement de 2 ou 3^m, reposent elles-mêmes sur des grès marneux gris. Ceux-ci renferment une riche faune santonienne. La surface des basaltes est parfois couverte de grès gris, légèrement marneux, non fossilifères ici, mais riches en organismes marins le long de la Sakondry; puis viennent des calcaires maestrichtiens fossilifères. Ailleurs, cette surface des basaltes semble avoir été balayée pendant le dépôt de calcaires bruns qui l'empâtent maintenant et où voisine avec des galets basaltiques toute une faune maestrichtienne : *Pachydiscus neubergicus*, *Pachyd. gollevillensis*, etc.

A la faveur d'une faille, il est possible d'observer, le long de la rivière Mananda (à 720^m au sud du village de Soarano), à la fois le substratum et la couverture, également fossilifères, des coulées basaltiques.

Dans le sud-ouest de Madagascar, les coulées, comprises entre des strates datées avec toute la précision désirable, ont donc été émises respectivement au Coniacien et au Campanien.

Comparaisons paléogéographiques. — L'examen comparatif des observations effectuées dans les autres régions de Madagascar m'amène à distinguer, dans le Crétacé malgache, *deux niveaux basaltiques* :

1° Le Niveau inférieur, représenté de part et d'autre du cap Saint-André, a été daté récemment par les récoltes paléontologiques de M. H. Besairie (1) dans la province de Maintirano. Il est compris entre le Turonien supérieur et le Santonien inférieur, comme d'ailleurs la coulée inférieure signalée plus haut au Vohidroy, à l'Iandandy et à la Manamana.

Ces épanchements se sont produits à la même époque, à savoir au Conia-

---

(1) H. Besairie et E. Basse, *Observations stratigraphiques et paléontologiques nouvelles sur le Crétacé inférieur et moyen de la province de Maintirano* (ouest de Madagascar) (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 194).

cien, tandis qu'une magnifique faune du même âge, à *Barroisiceras Haberfellneri*, prospérait au sud du Fiherenana.

2° Le Niveau supérieur, qui existe jusqu'à l'extrême limite des affleurements crétacés vers le Sud et que j'ai suivi jusqu'aux confins septentrionaux du territoire exploré, c'est-à-dire jusqu'à la latitude d'Ankazoabo, ne se continue pas dans la province de Maintirano. Interstratifié entre le Santonien et le Maestrichtien inférieur, cet épanchement a donc eu lieu au Campanien, alors que la sédimentation se poursuivait sans interruption de part et d'autre du cap Saint-André.

Jusqu'ici, les deux niveaux n'avaient été observés qu'isolément : le premier dans la région du cap Saint-André, le second au sud de l'Onilahy, où il est difficile à dater avec précision.

La coexistence de ces deux niveaux dans la région explorée où, en outre, j'ai pu les dater avec précision, amène quelque éclaircissement sur la question très discutée de la chronologie des épanchements basaltiques crétacés à Madagascar.

BIOLOGIE. — *Castration parasitaire et caractères sexuels secondaires chez les Gammariens.* Note de Mme **M. L. Le Roux**, présentée par M. Ch. Gravier.

Les lames ovigères qui constituent la chambre incubatrice apparaissent chez les jeunes femelles de Gammariens après un certain nombre de mues, variable selon l'espèce étudiée. Ces lames ont tout d'abord l'aspect de petits appendices lobiformes qui s'accroissent pendant plusieurs intervalles de mues tout en présentant toujours des bords lisses ; puis elles acquièrent ensuite de très longues soies au moment de la puberté. Le développement de ces longues soies sur les oostégites coïncide toujours avec l'évolution d'une première série d'ovocytes. Leur apparition a lieu à la mue qui précède immédiatement la première ponte.

Une même femelle effectue successivement plusieurs pontes, chacune d'elles étant précédée d'une mue au cours de laquelle réapparaissent des soies ovigères de nouvelle formation. Puis l'ovaire cesse d'être fonctionnel ; la dernière ponte inaugure une période de sénilité pendant laquelle se produit, assez tardivement, une dernière mue caractérisée par l'absence de soies ovigères et suivie bientôt, en général, de la mort de la femelle.

Ainsi, les soies ovigères constituent un caractère sexuel secondaire

temporaire ([1]) dont le développement coïncide toujours avec une poussée d'ovogénèse. On peut donc se demander s'il existe un rapport direct entre ces deux phénomènes et quelle est la nature de ce rapport.

J'ai eu l'occasion d'observer chez des femelles de *Gammarus pulex* (L.) parasitées par les larves d'un Acanthocéphale, *Polymorphus minutus* [Goeze, 1782; Luehe, 1911 ([2])], un cas de castration parasitaire indirect qui fournit d'intéressantes données sur cette question.

Les Gammares parasités proviennent d'un petit ruisseau situé aux environs de Carteret (Manche); la proportion des individus infestés est assez forte. Généralement on compte un ou deux parasites dans chaque hôte, mais il peut y en avoir jusqu'à cinq. Leur taille, par rapport à celle de l'hôte, est relativement grande; ils mesurent environ 1^{mm} de longueur sur $0^{mm},5$ de largeur. Ils sont situés dans la cavité viscérale et l'on peut en observer chez des mâles et des femelles de tous les âges. Il est important de signaler que, malgré la présence du parasite, les Gammares continuent à muer.

Dans les deux sexes, la présence des larves de *Polymorphus* se traduit par une réduction notable du diamètre du tube digestif et des tubes hépatiques. Mais, de plus, les femelles adultes parasitées sont dépourvues de soies ovigères ([3]), alors que les femelles de même taille ou de taille plus faible provenant de la même station, mais non parasitées, présentent un développement normal de ces soies.

L'examen histologique des glandes génitales des femelles parasitées et prêtes à muer ne révèle aucun phénomène de dégénérescence. Les ovaires sont seulement arrêtés dans leur évolution et, en particulier, la vitellogénèse est complètement inhibée. La structure de ces ovaires est comparable à celle que l'on observe chez des femelles normales peu de temps après une ponte ou chez de jeunes femelles immatures. J'ajouterai que les femelles parasitées ne sont jamais appariées.

Par contre, chez les mâles parasités, les testicules évoluent normalement et les vésicules séminales sont bourrées de spermatozoïdes. Ces mâles s'accouplent avec des femelles saines.

L'étude des *G. pulex* parasités permet donc d'observer un cas de castra-

---

([1]) M. L. Legueux, *Caractère sexuel temporaire chez* Gammarus Duebeni Lillj. (*Crustacé Amphipode*) (*Comptes rendus*, 178, 1924, p. 659).

([2]) Ces larves ont été déterminées par M. R. Ph. Dollfus.

([3]) Il est probable que les femelles parasitées avant la puberté n'ont jamais acquis de soies ovigères et que celles qui ont été parasitées plus tardivement les ont perdues.

tion parasitaire indirecte des femelles; le premier qui, à ma connaissance, soit signalé chez les Crustacés Amphipodes. Il est remarquable de constater que les individus des deux sexes ne réagissent pas de la même manière à l'action des larves de *Polymorphus*. La castration des femelles est certainement due aux nouveaux échanges qui s'établissent entre ces larves et l'hôte et probablement à l'utilisation par le parasite des matériaux nutritifs qui étaient normalement destinés à la vitellogénèse.

En même temps que se produit l'arrêt de développement de l'ovaire, on constate l'absence concomitante des soies ovigères. On vérifie ainsi une fois de plus l'existence d'une corrélation entre l'évolution des ovaires et la formation des soies ovigères.

Il est impossible, dans ce cas particulier, de dire si l'absence des soies sur les oostégites est la conséquence directe de l'arrêt de développement des ovaires ou si ce sont les troubles qui peuvent être apportés par le parasite au métabolisme général de l'hôte qui déterminent d'une façon synchrone, d'une part l'arrêt de fonctionnement de l'ovaire et d'autre part la non-formation des soies.

La question de l'interdépendance des gonades et des caractères sexuels secondaires chez les Invertébrés est complexe et n'est pas résolue. On sait que certains Crustacés mâles féminisés sous l'action d'un parasite (*Carcinus mænas* Penn. sacculinés par exemple) peuvent présenter des testicules fonctionnels (ce qui implique que la gonade n'a aucune action sur les caractères sexuels secondaires mâles), mais il n'existe aucune observation démontrant cette même indépendance chez les femelles de Crustacés. Il est possible que, dans ce groupe, le conditionnement des caractères sexuels secondaires ne soit pas le même pour les mâles et pour les femelles.

EMBRYOGÉNIE. — *La détermination du plan de symétrie bilatérale dans l'œuf de* Discoglossus pictus *Otth*. Note [1] de M. **Paul Wintrebert**, transmise par M. M. Caullery.

La préformation du plan de symétrie bilatérale dans l'œuf vierge des Amphibiens a été admise dès 1889 par O. Schultze pour expliquer le développement parthénogénétique et l'absence éventuelle de concordance entre les méridiens de fécondation, de première division et de symétrie bilatérale,

[1] Séance du 7 avril 1931.

telle qu'elle ressortait des expériences de Roux (1885-1887). Plus tard, d'autres savants ont soutenu la même opinion, après avoir constaté sur l'œuf non fécondé l'apparition de modifications pigmentaires plus ou moins semblables au croissant gris, survenant, soit 24 heures après la ponte (Morgan, 1902), soit peu après celle-ci (Vogt, 1926) et accompagnées, dans ce cas, d'inclinaison de l'axe ovulaire (Vogt et Bánki chez l'Axolotl, 1928). Plus récemment Brachet (1931), s'appuyant sur des recherches de Bánki (1927) et de Weigmann (1929), qui ont trouvé, le premier chez les Urodèles, le second chez *Rana fusca*, des écarts fréquents entre les plans de symétrie bilatérale et de pénétration du spermatozoïde et cherchant d'autre part à expliquer la bilatéralité des œufs polyspermiques et parthénogénétiques, conclut « que l'œuf de grenouille vierge est déjà symétrique bilatéral, et que cette symétrie peut devenir directement celle de l'œuf activé ou fécondé » ([1]).

L'œuf vierge du Discoglosse ne montre, dans ses caractères externes et sa structure interne, qu'une symétrie rayonnée par rapport à un axe. L'œuf fécondé (monospermique) conserve celle-ci jusqu'au milieu de la période d'épuration ([2]). La symétrie bilatérale y prend naissance *de manière épigénétique*, au début de la période de régulation, 1 heure environ après l'insémination à 16°-18° C., quand les pronuclei mâle et femelle commencent à descendre dans la substance ovulaire et qu'apparaît l'irradiation spermastérienne.

Dans l'établissement du plan de symétrie il importe de distinguer les dispositifs qui permettent de le prévoir et ceux qui aboutissent à sa réalisation et, au cours de celle-ci, d'envisager séparément la mise en place des matériaux qui la révéleront plus tard et l'ordonnancement blastuléen des zones cellulaires proliférantes, qui, seul jusqu'ici, démontre morphologiquement sa réalité. Faute de cette précaution, on considère comme prédestinés des territoires qui ne doivent leurs qualités qu'au jeu ultérieur des coordinations ovulaires ([3]).

La prévision du plan de symétrie bilatérale est facilitée chez le Discoglosse par l'entrée juxta-polaire animale du spermatozoïde. Ici, pas de pénétration latérale de celui-ci à grande distance du noyau ovulaire, pas de

---

([1]) A. Brachet, *L'œuf et les facteurs de l'ontogenèse*, 2e éd., 1931, p. 239.

([2]) P. Wintrebert, *C. R. Soc. Biol.*, 105, 1930, p. 701.

([3]) P. Wintrebert, *C. R. Assoc. Anatomistes* : Congrès d'Amsterdam, 1931, p. 314-332 ; *C. R. Soc. Biol.*, 106, 1931, p. 908.

déviation possible de son trajet par l'interposition d'obstacles vitellins; sa captation, sa relégation consécutive dans un entononir d'attente se produisent toujours, au niveau de l'aire germinative, à côté du tonnelet nucléaire de l'ovule. L'émission rapide du liquide périvitellin, par une vague circulaire de réaction qui part du spermatozoïde, éloigne ce tonnelet mobile de l'entonnoir spermien fixe, dans la direction même où tous deux étaient primitivement placés, l'un par rapport à l'autre; plus tard, quand, à $1^h, 15^m$ de l'insémination on examine sur les coupes leur situation réciproque, on rencontre toujours, dans un même plan et successivement de la partie ventrale à la partie dorsale présumée, le centre spermastérien, le pronucleus mâle et le pronucleus femelle ([1]) et, après la copulation de ces derniers, le centre du spermaster est encore situé du côté ventral du premier noyau de segmentation ([2]). Il est donc avéré que, chez le Discoglosse, la position primitive du spermatozoïde par rapport au noyau ovulaire règle les événements qui se produisent ensuite et le fait que son entrée s'opère en n'importe quel méridien montre aussi que les phénomènes qui en découlent ne sont l'apanage d'aucun secteur ovulaire prédestiné.

Quels sont ces phénomènes? Ils sont de deux ordres et se succèdent dans le temps : les premiers se présentent à la période d'épuration et consistent dans le refoulement passif du tonnelet ovulaire du côté dorsal présumé (rotation d'épuration); les seconds se passent après l'émission du deuxième globule polaire, en période de régulation; ils consistent en un rassemblement du plasma central et cortical de l'œuf autour des pronuclei et du premier noyau de segmentation. J'ai décrit précédemment l'évolution des modifications pigmentaires et la rotation de régulation qui résultent de la circulation corticale ([3]). L'appel des substanees plasmiques corticales se produit du côté de la voie de descente du pronucleus femelle, à l'opposé du secteur où le spermaster répand ses irradiations. Le plasma cortical appelé vers le haut se réfléchit, le long de cette voie, du côté dorsal du pôle animal et vient grossir le réservoir nucléo-plasmique central; le pigment qu'il entraîne s'amasse sur le plateau supérieur aux pôles successifs qui jalonnent la route de la rotation de régulation et figure une traînée foncée, orientée dans la direction du plan de symétrie. Ce sont donc les mouvements d'ensemble du plasma cortical circulant qui provoquent en même temps le

([1]) P. Wintrebert, *C. R. Soc. Biol.*, 105, 1930, p. 701.

([2]) *Ibid.*, p. 764.

([3]) P. Wintrebert, *C. R. Soc. Biol.*, 106, 1931, p. 724 et 784.

changement de l'axe ovulaire et la naissance du plan de symétrie bilatérale.

Tout le débit de cette circulation n'atteint pas la masse centrale qui se répartit plus tard également entre les premiers blastomères; mais le reliquat d'apport, resté en route et ségrégé par la segmentation sur la face dorsale, fait de celle-ci une zone privilégiée d'où, par une prédominance d'activité, naîtront plus tard les proliférations bilatérales ordonnées des voiles gris blastuléens ([1]). Le milieu de la voie circulatoire, où les courants ont été le plus rapides et le dépôt résiduel le plus abondant, deviendra la ligne médiane dorsale.

Le mécanisme intime de la formation du plan de symétrie bilatérale peut ainsi se résumer : *le seul secteur ovulaire susceptible de fournir la voie de rassemblement du cytoplasme cortical, attiré par les pronuclei et le premier noyau de segmentation, est celui qui n'est pas bloqué par les irradiations spermastériennes.* Un déterminisme semblable peut être invoqué pour expliquer la régulation des œufs parthénogénétiques et polyspermiques, sans toutefois qu'il soit donné de prévoir, au temps de l'activation, l'orientation bilatérale future; car, pour les premiers, le développement d'une irradiation cytastérienne ou d'asters d'inoculation, pour les seconds la formation de spermasters multiples, limitent de même les mouvements du plasma cortical à la zone plus ou moins étroite, non irradiée, siège du croissant gris, qui devient la face dorsale.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *De l'influence des phénomènes d'adsorption sur les propriétés physico-chimiques des colloïdes organiques.* Note ([2]) de M. **Maurice Piettre**, transmise par M. Achard.

Nous avons montré ([3]) qu'en se plaçant le plus exactement possible dans les conditions expérimentales réalisées par J. Loeb pour étudier l'action des acides et des bases dilués sur les protéines et plus spécialement sur l'ovalbumine, on obtient des résultats nettement différents.

La courbe des variations du pH, avec la sérum-albumine notamment, s'éloigne de celle indiquée par Loeb et se rapproche au contraire très nette-

([1]) P. Wintrebert, *C. R. Soc. Biol.*, 102, 1929, p. 997.
([2]) Séance du 7 avril 1931.
([3]) Maurice Piettre, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1657.

ment de la courbe d'ionisation de HCl seul et aux mêmes concentrations sauf cependant à l'origine, dans la région comprise à droite de $pH = 3$, c'est-à-dire pour des concentrations en acide $<$ HCl N/500.

Nous avons donc complété aussitôt nos premières recherches, dans cette zone et en deçà, en mettant en présence de la même teneur en albumine, 1 pour 100, des dilutions acides plus faibles, de HCl N/1000 à N/4000.

I. La sérum-albumine utilisée provenait d'un sérum normal de cheval. Purifiée par 5 précipitations acétoniques, à 0°, elle contenait $0^{g},321$ pour 100 de résidu minéral (CaO et traces de Fa^2O^3).

Son pouvoir rotatoire était $\alpha D = -54°25'$.

Les liqueurs acides étaient faites à partir de HCl N/100 et comportaient les dilutions N/1000, N/2000, N/3000, N/4000.

L'addition d'acide à la solution de sérum-albumine était effectuée au moment même de la détermination du pH.

La *méthode potentiométrique*, plus particulièrement avec l'appareil de Kling et Lassieur, présentant une sensibilité très insuffisante pour ces liqueurs à grande résistance, nous avons eu recours, en collaboration avec M. Demigneu, à la *méthode balistique* pour la mesure des forces électromotrices déjà appliquée par H. T. Beans et E. T. Oakes (¹) et perfectionnée par M. Lassieur.

Avec l'appareil de Lassieur (²) qui nous a servi, la lecture des élongations est faite sur une échelle lumineuse divisée en 112 divisions, une division correspondant à 0,009 volt.

II. Les déterminations ont été effectuées d'une part sur les diverses dilutions acides, d'autre part dans les mélanges acide chlorhydrique et sérum-albumine.

Ces mesures ont servi à établir les deux courbes réunies dans le diagramme suivant.

Le fait le plus notable est le fort déplacement vers la droite de la courbe acide + sérum-albumine.

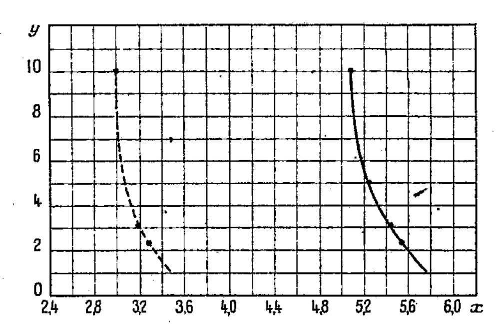
Plusieurs explications peuvent être invoquées.

Les recherches antérieures font écarter la combinaison de l'acide avec la sérum-albumine, c'est-à-dire la formation de chlorhydrate de protéine suivant l'opinion de J. Loeb.

(¹) *J. amer. chem. Soc.*, 42, 1920, p. 2116.
(²) *Chimie et Industrie*, 20, 1928, v, p. 737.

La présence de Ca dans la molécule protéique ne paraît pas fournir une solution suffisante.

En fin de compte il semble logique, étant donnée l'allure de la courbe, d'invoquer, pour expliquer son déplacement, les phénomènes généraux d'*adsorption*.



En abscisses, valeur du pH; en ordonnées, nombre de centimètres cubes de HCl N/100 pour 100cm³ de sérum-albumine à 1 pour 100. Température $t = 15°$.

------- HCl seul aux dilutions N/1000, N/2000, N/3000, N/4000.
——— HCl + sérum-albumine.

Cette interprétation se trouve confirmée par les recherches chimiques. On sait en effet que, lorsqu'on ajoute aux solutions ou suspensions de protéines même aussi purifiées que possible, des acides ou des bases très étendues pour ne pas s'y combiner ou les attaquer, on constate, en présence des indicateurs colorés, une disparition plus ou moins importante de ces électrolytes.

C'est le cas pour la sérum-albumine, comme l'indiquent les expériences suivantes :

Volume de solution aqueuse à 1 pour 100 de sérum-albumine.	Indicateurs.	Nombre de cm³ de HCl N/100 adsorbés.	Nombre de cm³ de NaOH N/100 adsorbés.
cm³		cm³	cm³
20........	Rouge de méthyle	3,75	
20........	Pourpre de bromo-crésol	1,5	
20........	Tournesol sensible Gallois		1,2
20........	Phénolphtaléine		5,2

Avec la sérum-globuline lavée quatre fois par centrifugation, puis remise en suspension à 1 pour 100 dans de l'eau distillée, le virage par les acides est presque immédiat; son coefficient de saturation (adsorption), vis-à-vis de HCl, semble avoir été atteint au cours de la séparation par la *méthode à*

l'acétone. Au contraire il y a fixation nette de NaOH N/100, $6^{cm^3},7$ en moyenne pour 20^{cm^3} de suspension, en présence de phénolphtaléine.

Conclusions. — Ces recherches établissent que les protéines sériques, comme les différents colloïdes, sont capables d'absorber électrolytes et non-électrolytes (pigments, lipides, etc.).

Les phénomènes d'*adsorption* expliquent le déplacement de la courbe de droite du diagramme comme l'écart déjà signalé dans nos précédentes recherches pour des dilutions acides $<$ N/500. *Ces phénomènes, masqués quand on expérimente avec des concentrations acides fortes, ne deviennent nettement perceptibles, mesurables, que pour des concentrations faibles*. C'est là sans doute une indication précieuse pour l'étude, par les méthodes électrométriques (ionimétrie et surtout conductibilité électrique), des *isothermes d'adsorption* des colloïdes vis-à-vis des électrolytes mis à leur contact.

Ces faits rendent compte surtout des très grandes difficultés qu'éprouvent les chimistes pour préparer des colloïdes purs et les physiciens pour en étudier les propriétés physico-chimiques.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'amylase du sérum de cheval au cours de nombreuses saignées successives. Ses relations avec les protéines sériques*. Note [1] de Mme **Z. Gruzewska** et M. **G. Roussel**, présentée par M. L. Mangin.

Nous avons signalé [2] la présence de l'amylase et de la maltase dans le sérum de cheval, et leur activité en fonction des saignées. Les expériences que nous présentons aujourd'hui ont été effectuées sur les sérums de 54 saignées d'un même animal.

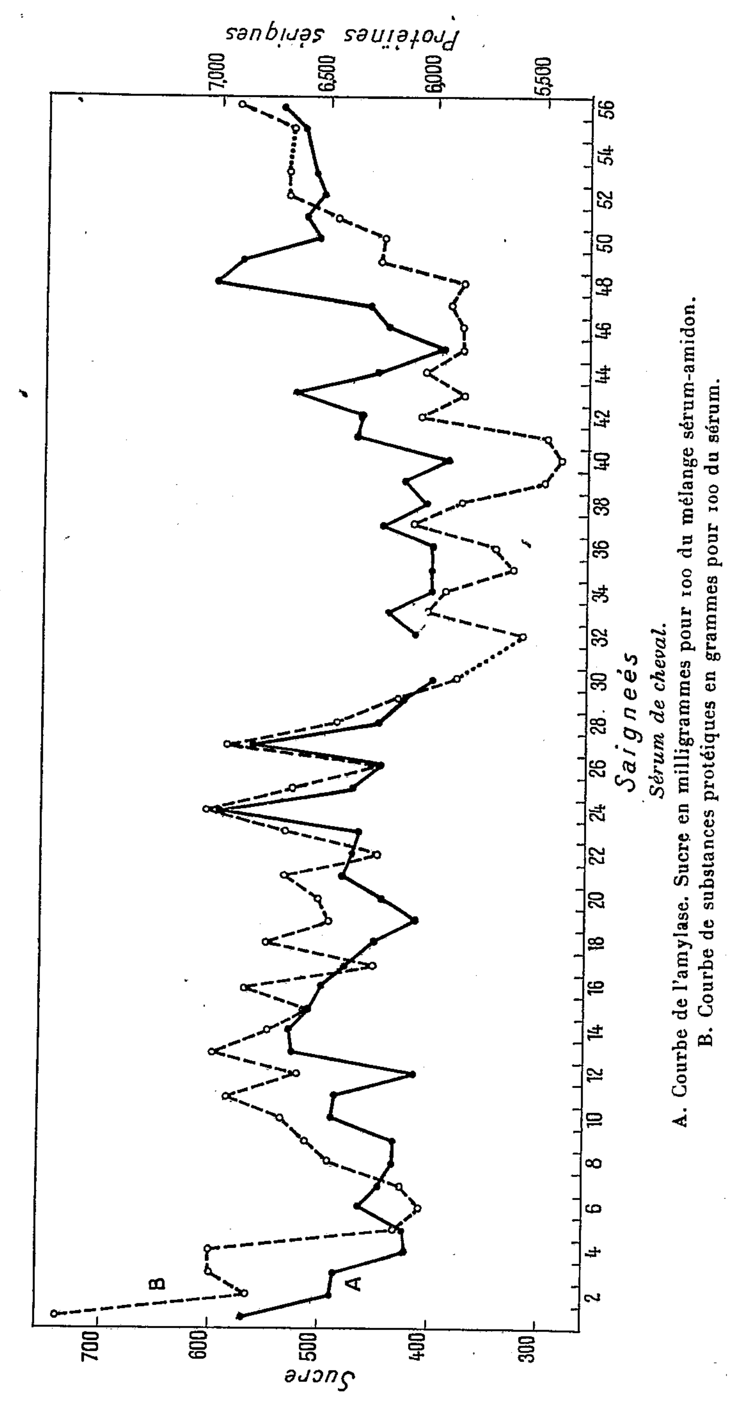
La technique a été la suivante :

Le sang est prélevé aseptiquement sur l'animal. Le sérum stérile, obtenu par coagulation spontanée du sang, est mis en contact ($13^{cm^3},7$ pour 100) pendant 24 heures à 37°, avec une solution d'amidon à $1^g,379$ pour 100, stérilisée préalablement. Le sucre est exprimé en glucose pour 100 du

---

[1] Séance du 23 mars 1931.

[2] Brocq-Rousseu, Z. Gruzewska et G. Roussel, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 501, 589 et 1203.



Sérum de cheval.

A. Courbe de l'amylase. Sucre en milligrammes pour 100 du mélange sérum-amidon.
B. Courbe de substances protéiques en grammes pour 100 du sérum.

mélange sérum-amidon. Les liquides de digestion sont ramenés au pH 6,4 à 6,6. Après 24 heures, le mélange sérum-amidon ne contient que du glucose, le maltose étant transformé par la maltase du sérum.

Les osazones obtenues de ces liquides sont fusibles à 132°, et présentent tous les caractères de la glucosazone.

D'autre part, nous avons déterminé dans les sérums l'azote total et l'azote non protéique. L'azote protéique obtenu par différence donne, par calcul, le taux de protéines contenues dans les sérums.

Si l'on trace une courbe de l'activité de l'amylase en fonction des saignées, et une autre représentant les variations de taux de protéines sériques, on observe que les deux courbes se suivent et que leurs variations sont à peu près dans le même sens. Le sucre et les protéines sont portés en pour 100 sur l'abscisse, et les saignées sont indiquées sur l'ordonnée.

La moyenne des quantités de sucre obtenues par l'hydrolyse de l'amidon des 54 saignées, rapportée à 1^g de protéines sériques, représente $0^g,537$ pour 100 de glucose (du mélange sérum-amidon). C'est-à-dire que 38,9 pour 100 d'amidon sec, mis en expérience, ont été transformés en glucose. Le sérum de la première saignée, qui contient environ 1^g de protéine (pour $13^{cm^3},7$ de sérum), nous donne le même chiffre (38,8 pour 100 d'amidon transformé).

Les sérums d'autres chevaux, avec des séries de saignées plus restreintes, tout en présentant des différences individuelles, nous ont donné des résultats analogues.

Conclusions. — 1° La courbe de l'activité de l'amylase du sérum de cheval, au cours de saignées successives, est analogue à celle des taux de protéines sériques. Toutes les deux présentent une dépression située entre la quatrième et la sixième saignée, et une autre entre la trentième et la quarantième saignée.

2° Soit que les protéines servent de substratum aux diastases, soit qu'elles forment avec ces dernières des complexes faiblement combinés, l'activité de l'amylase du sérum semble dépendre du taux des protéines. Le pouvoir hydrolysant de l'amylase doit être rapporté à 1^g des protéines du sérum. Ce pouvoir, dans les conditions de nos expériences, s'exprime par 38,9 pour 100 d'amidon sec transformé en glucose.

3° Les divergences sur le pouvoir hydrolysant des sérums, signalées par les auteurs antérieurs, sont dues probablement : (*a*) au temps de l'hydrolyse trop court, le maltose ne pouvant pas encore être transformé en glu-

cose par la maltase du sérum; (*b*) à la trop faible quantité de sérum mis en expérience.

4° Quelle que soit la quantité de saignées effectuées sur un animal, le sérum contient toujours des diastases capables d'hydrolyser les polysaccharides.

A 15h30m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h10m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 AVRIL 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **René Kœhler**, Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **George Birkhoff**, Correspondant pour la Section de Géométrie, professeur à l'Université Harvard; Sir **Charles Sherrington**, Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, membre de la *Royal Society;* M. **Othenio Abel**, membre de l'Académie des sciences, directeur de l'Institut paléontologique et paléobiologique de l'Université de Vienne; M. **Th. Rehbock**, professeur à l'École technique de Karlsruhe, qui assistent à la séance.

NÉCROLOGIE. — *Notice sur* M. RAFFAELLO NASINI, par M. **M. Delépine**.

Raffaello Nasini naquit à Sienne en 1854; après avoir étudié à Pise, à Rome, à Berlin, il devint assistant de Cannizzaro à Rome, de 1882 à 1887; successivement, il fut chargé de cours, puis professeur de Chimie et de Chimie physique à Padoue, et devint recteur de l'Université de Padoue en 1902; en 1906, il quitta cette dernière université pour Pise, où il enseigna jusqu'à sa retraite, en 1929. Il s'était retiré à Rome. Depuis plusieurs années, il était sénateur du royaume d'Italie.

La carrière de Nasini comprend deux séries de travaux bien distincts. Dans la première, il s'adonna à la Chimie physique proprement dite; dans la seconde, il étudia les richesses hydrominérales de son pays.

Nasini prit contact avec la Chimie physique en étudiant le pouvoir rotatoire des dérivés de la santonine, principe naturel qui était, à ce moment-là, au laboratoire de Cannizzaro, l'objet de recherches chimiques très étendues; il étudia ensuite l'acide malique et en révéla la dispersion absolument anormale dans les conditions les plus diverses. Ses connaissances en polarimétrie le firent désigner, en 1889, par la Commission internationale d'analyse des sucres, pour la vérification des lames de quartz destinées au contrôle des saccharimètres, rôle qui rehaussait singulièrement ses fonctions au laboratoire des douanes, qu'il avait fondé avec Cannizzaro.

Dans le domaine de la réfraction moléculaire, nous sommes redevables à Nasini de résultats importants. Ce fut lui qui introduisit le premier en réfractométrie les notions d'exaltation ou de dépression du pouvoir réfringent devenues capitales par la suite. Pour en apprécier toute la valeur, il ne faut pas oublier que ces travaux se rapportent à un passé vieux de trente à cinquante ans, et que l'on était alors sous l'empire des règles de simple additivité.

Vers 1895 la découverte de l'argon suscita l'enthousiasme et la curiosité des chimistes. Nasini, qui commençait à s'occuper des manifestations naturelles de tout genre si nombreuses en Italie, tourna son attention vers l'étude des gaz des thermes et des suffioni. Il fut l'un des premiers à reconnaître l'hélium dans un gaz naturel.

Il se consacra à l'analyse des eaux et des gaz de nombreuses sources thermales, et obtint des résultats aussi inattendus que variés sur lesquels il serait trop long d'insister. Par exemple, il décela de l'ozone, du cobalt, du nickel, du vanadium dans certaines eaux, etc.; il put concentrer l'émanation des soffioni au point d'en observer la luminosité.

L'Académie reçut il y a quelques mois, de Nasini, sur les soffioni et les sources boracifères de Toscane, un magnifique ouvrage édité avec le concours du prince Ginori Conti; cet ouvrage est un véritable monument consacré à l'un des plus curieux phénomènes naturels de l'Italie, où Nasini tour à tour se révéla archéologue, historien, physicien et chimiste impeccable. Nasini s'est illustré dans bien d'autres recherches de physico-chimie, mais l'achèvement de cette belle œuvre fut certainement une de celles qui dut lui procurer les plus grandes satisfactions.

Avec Nasini disparaît une des figures les plus brillantes de la chimie italienne : délégué fréquent de son pays dans les réunions internationales, il y apportait une autorité et une aménité qui attiraient naturellement vers sa personne une déférence et une sympathie qu'on ne lui ménageait pas. Il

y était souvent accompagné de l'un ou l'autre de ses fils qu'il avait eu le bonheur de voir, comme lui, s'adonner à la science chimique.

Notre gouvernement avait promu Nasini officier de la Légion d'honneur; cette distinction ne fut que la réciprocité légitime des sentiments d'affection qu'il a toujours manifestés envers notre pays.

NÉCROLOGIE. — *Notice sur* M. RENÉ KŒHLER, par M. **L. JOUBIN**.

La Section de Zoologie et d'Anatomie vient de perdre l'un de ses correspondants, M. **René Kœhler**, professeur honoraire à l'Université de Lyon, décédé le 19 avril.

René Kœhler, né à Saint-Dié le 7 mars 1860, fut d'abord attaché en qualité de médecin à bord des paquebots de la Compagnie Transatlantique; il visita ainsi divers pays lointains où l'observation de faunes variées orienta ses travaux vers les animaux marins.

Ses premières publications eurent pour objet les Échinorhynques, les Cirripèdes et les Mollusques.

Peu de temps après sa nomination à la chaire de Zoologie de Lyon, il organisa une campagne de dragages dans le golfe de Gascogne, à bord de l'aviso *Caudan* que le Ministre de la Marine avait mis à sa disposition; il prit à sa charge la plus grande partie des dépenses; la publication des Mémoires de Kœhler et de ses collaborateurs forme trois volumes des *Annales de l'Université de Lyon*.

Le Prince de Monaco lui confia l'étude des Échinodermes qu'il retirait, au cours de ses croisières annuelles, des grandes profondeurs de l'Océan; il en publia l'histoire en deux magnifiques volumes. Dès lors, la plupart des directeurs d'expéditions scientifiques le chargèrent d'études analogues. Il publia, en neuf grands volumes, les Échinodermes récoltés par l'*Investigator* dans l'océan Indien. Vinrent ensuite ceux de la *Belgica*, puis des expéditions de *Nordenskiöld*, de *Shackleton*, de *Bruce*, de l'*Australie* dans les mers arctiques et antarctiques, ceux du *Siboga*, du voyage de *Mortensen*, de l'*Albatros* dans le Pacifique. En France, nous lui devons l'étude des Échinodermes du *Travailleur* et du *Talisman*, enfin ceux des deux expéditions du *Français* et du *Pourquoi-Pas?* dirigées par le Commandant *Charcot* dans l'Antarctique.

En ces dernières années, Kœhler a publié le volume des Échinodermes de la Faune de France et un grand travail sur les anomalies des Échinides

d'une grande importance pour la Paléontologie. C'est à lui que le Muséum doit le reclassement de son immense et incomparable collection d'Échinodermes.

Ces publications considérables n'ont pas eu pour seul résultat de faire connaître un grand nombre d'animaux inédits, mais aussi de préciser leur distribution géographique et les relations faunistiques des grandes provinces abyssales entre elles et avec les faunes littorales.

L'œuvre de René Kœhler est du plus grand intérêt, il l'a poursuivie sans relâche pendant un demi-siècle et elle constitue l'un des chapitres les plus originaux et les plus caractéristiques de la Zoologie moderne.

L'Académie exprime à ses enfants et à ses beaux-frères, nos Confrère et Correspondant, MM. Louis et Auguste Lumière, la part qu'elle prend à leur deuil.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Persistance et accentuation des variations chez les descendants du Topinambour greffé sur le Soleil annuel.* Note ([1]) de M. **Lucien Daniel.**

Les premières recherches sur la greffe du Topinambour et du Soleil annuel sont dues à Maule ([2]).

Carrière ([3]) répéta son expérience (1876 à 1882). Il obtint sur l'un des hypobiotes Soleils « en deux endroits, un renflement assez gros, à peau fendillée, noire et dépourvue d'yeux, dont l'ensemble avait quelque ressemblance avec les tubérosités de certains Dahlias. Tout à côté partaient des renflements allongés, à pellicule mince rougeâtre, munie de cicatricules qui rappelaient ceux qu'on trouve sur le Topinambour ».

En 1894 Vöchting ([4]), ayant fait des greffes semblables, n'obtint aucune tubérosité. Sur cette *unique* expérience négative, il conclut que les faits exposés par Maule et Carrière constituaient des *légendes*.

Depuis 1894, j'ai fait des greffes inverses entre ces deux espèces. Pendant

([1]) Séance du 13 avril 1931.

([2]) *Grafting Jerusalem Artichoke on Sunflower* (*The Gardener's Chronicle*, new series, 5, London, 1876, p. 624).

([3]) *Revue horticole*, 50e année, Paris, 1878, p. 80.

([4]) Vöchting, *Ueber die durch Pfropfen herbeigeführte Symbiose des* Helianthus tuberosus *und* Helianthus annuus (Vorleg. von Hrn Pringsheim, ann. 7 juni 1894, p. 257).

27 ans, je n'ai observé aucune formation tuberculeuse sur le Soleil hypobiote. Ce fut en 1921 que je remarquai pour la première fois l'existence, sur un Soleil portant le Topinambour, de deux racines renflées fusiformes rappelant les racines du Dahlia. Un examen approfondi de leur trajet me montra qu'il s'agissait de racines réparatrices du Topinambour qui, après avoir pénétré par glissement dans les bois du Soleil, étaient sorties à l'extérieur au voisinage du collet de l'hypobiote (¹). Jamais l'on n'a jusqu'ici

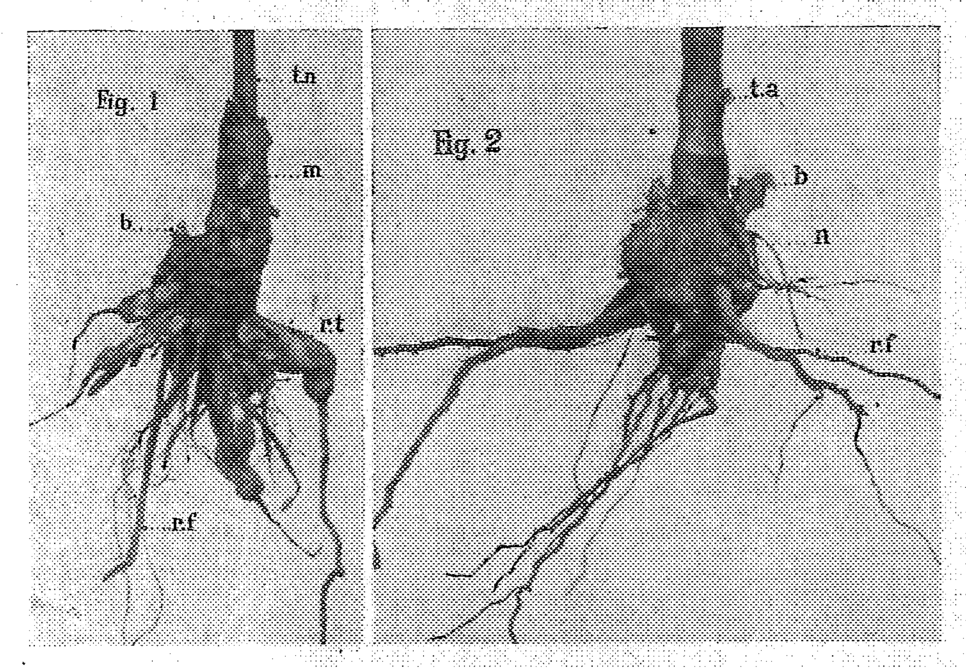


Fig. 1. *Helianthus Costantini* : *t.a*, tige aérienne; *m*, manchon tuberculeux basilaire; *b*, bourgeon; *r.t*, racine tuberculeuse; *r.f*, racine fibreuse. — Fig. 2. Type à tubercule *n* en formedenavet; *t.a*, tige aérienne avec tubercules aériens; *b*, bourgeon; *r.f*, racines toutes fibreuses.

observé la présence de racines tuberculeuses chez le Topinambour : le fait était donc très remarquable. En outre, il venait à l'appui de ceux qu'avaient signalés Maule et Carrière.

Au cours des générations sexuées successives fournies par les graines du Topinambour ayant reconquis sa fertilité à la suite de 27 ans de greffage en 1921, j'ai obtenu quelques pieds qui restèrent à l'état de rosette l'année du semis et donnèrent des tiges aériennes l'année suivante seulement. Rares d'abord, ces pieds se sont montrés plus nombreux dans les semis de 1929

(¹) Lucien Daniel, *Études sur la greffe*, 3, Rennes, 1930, p. 1141.

et de 1930. Chez quelques-uns d'entre eux j'ai constaté la présence simultanée de tubercules souterrains et de racines tuberculeuses. Ce type nouveau, l'*Helianthus Costantini*, multiplié par ses tubercules, a conservé le caractère acquis et peut être considéré comme fixé. Cultivé en sol riche, les tubercules prédominent sur les racines tuberculeuses; c'est le contraire en sol pauvre (*fig.* 1). Il y a corrélation entre ces deux organes de réserve.

L'affolement de la fonction de réserve s'est encore manifesté par une transformation nouvelle chez un exemplaire du semis de 1930, qui présentait, à la base de sa tige, un manchon tuberculeux suivi d'un renflement épais, en forme de navet, de la racine principale, avec un bourgeon tuberculeux (*fig.* 2). D'autres pieds ont fourni de beaux tubercules souterrains, allongés, gros et lisses, à pulpe savoureuse, qui sont des améliorations intéressantes de mon *Helianthus Mangini*, cultivé en Bretagne depuis 1917. Enfin un individu à fleurs vivement colorées a donné, au milieu des fleurons d'un capitule, quelques fleurs ligulées; ce genre de métamorphose a un intérêt horticole évident; je me propose d'étudier cette variation dans les années qui vont suivre.

Tous ces faits, *contrôlés*, sont indéniables. Ils sont conformes aux hypothèses de Lamarck et de Darwin. Ils montrent que le greffage s'est révélé, chez le Topinambour et ses descendants, comme un puissant facteur de variation dont l'action persiste et s'accentue parfois dans les générations successives de cette espèce. De ces symbiomorphoses, considérées au point de vue utilitaire, les unes sont des *améliorations* à conserver ou à accentuer, les autres sont des *détériorations* à rejeter.

M. M. Delépine fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé *Rapports sur les Hydrates de carbone* (*Glucides*), qui contient les rapports présentés à la dixième conférence de l'Union internationale de Chimie, à Liége en septembre 1930. Le volume débute par le rapport de M. Gabriel Bertrand : *Résumé historique de la Chimie des Oses, particulièrement depuis Emil Fischer.*

M. H. Douvillé fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé *Contribution à la Géologie de l'Angola. Les Ammonites de Salinas.*

NOMINATIONS.

M. **Georges Perrier** est délégué au *Congrès mixte des Associations portugaise et espagnole pour l'avancement des sciences* qui doit avoir lieu à Lisbonne du 3 au 10 mai 1931.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à l'emploi de Chargé de cours de *Chimie physique appliquée à l'Hydrologie et à la Climatologie*, déclaré vacant au Collège de France.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Yves Henry. *Terres rouges et terres noires basaltiques d'Indochine. Leur mise en culture.* (Présenté par M. L. Mangin.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la représentation d'un système de nombres par un système de formes quadratiques additives positives.* Note de M. **W. Tartakowsky**, présentée par M. Hadamard.

1. La méthode eulérienne dans le problème de la représentation des nombres peut être considérée comme la transformation suivante d'une série :

$$(1)\qquad f(x_1 \ldots x_s) = \sum_{(\mathrm{H})} x_1^{F_1(h_1 \ldots h_s)} x_\sigma^{F_\sigma(h_1 \ldots h_s)} = \sum_{j_1 \geqq j'_1(\mathrm{H}) \ldots j_\sigma \geqq j'_\sigma(\mathrm{H})}^{j_1 \leqq j''_1(\mathrm{H}) \ldots j_\sigma \geqq j''_\sigma(\mathrm{H})} r(F_1 \ldots F_\sigma;\, \mathrm{H};\, j_1 \ldots j_\sigma)\, x_1^{j_1} \ldots x_\sigma^{j_\sigma},$$

1° $F_1(h_1 \ldots h_s) \ldots F_\sigma(h_1 \ldots h_s)$ sont ici des polynomes donnés; 2° (H) est un ensemble de points entiers dans l'espace $(h_1 \ldots h_s)$ à s dimensions; 3° $r(F_1 \ldots F_\sigma; m; j_1 \ldots j_\sigma)$ est le nombre de points de (H) qui réduisent simultanément F_1 à j_1, .., F_σ à j_0; 4° $j'_i(H)$ est la plus petite et $j''_i(H)$ est la plus grande valeur que prend $F_i(h_1 \ldots h_s)$ dans (H). L'équation (1) peut être absurde pour certains (H), quand, par exemple, (H) est le réseau total de points entiers, $\sigma = 1$ et $F_1 = F(h_1 \ldots h_s)$ une forme quadratique indéfinie. Mais, quand (H) admet l'équation (1), c'est-à-dire que le dernier membre à droite converge absolument autour de l'origine des coordonnées dans l'espace $(x_1 \ldots x_\sigma)$, nous pouvons trouver $(F_1 \ldots F_\sigma; H; j_1 \ldots j_\sigma)$ à l'aide de la formule de Cauchy :

$$(2) \qquad r(F_1 \ldots F_\sigma; H; j_1 \ldots j_\sigma) = \frac{1}{(2\pi i)^\sigma} \int_{(C_1)} \cdots \int_{(C_0)} \frac{f(x_1 \ldots x_\sigma)\, dx_1 \ldots dx_\sigma}{x_1^{j_1+1} \ldots x_\sigma^{j_\sigma+1}}.$$

Il faut soumettre le domaine cylindrique d'intégration a la « section de Woronoi » et évaluer la partie corresponnante d'intégrale (2) sur chaque domaine ainsi obtenu, à l'aide des lemmes dues à M. Weyl (cela constitue le fond même de la méthode de MM. Hardy et Littlewood). Cette généralisation formelle montre que les idées d'Euler, Hardy et Littlewood peuvent être appliquées non seulement aux problèmes additifs, mais aussi aux problèmes généraux d'analyse indéterminée à plusieurs variables. Mais les difficultés essentielles consistent dans la généralisation des méthodes employées pour l'évaluation de l'intégrale (2). Ce sont : 1° la section de Woronoi; 2° les lemmes de M. Weyl (c'est la difficulté principale); 3° la construction d'une fonction asymptotique à $f(x_1 \ldots x_\sigma)$ sur « les plans majeurs » (voir plus loin).

2. Dans cette Note nous allons exposer la généralisation de la section de Woronoi et son application au problème de représentation d'un système de nombres par un système de formes quadratiques additives (la méthode et le résultat restent analogues pour chaque système de formes additives ou de formes quadratiques). Dans ce cas, $F_1, \ldots, F_\sigma$ sont

$$F_i(h_1, \ldots, h_s) = a_{i1} h_1^2 + a_{i2} h_2^2 + \ldots + a_{is} h_s^2 \qquad [(h_{ik} > 0);\ (i = 1, 2, \ldots, \sigma)].$$

Pour (H), nous prenons le cube W,

$$0 \leqq h_i < m \qquad (i = 1, 2, \ldots, s).$$

3. Le domaine cylindrique d'intégration (c) peut être réfléchi à l'aide des formules $x_1 = e^{2\pi i \theta_1}, \ldots, x_\sigma = e^{2\pi i \theta_\sigma}$ sur un cube K à σ dimensions défini

par les inégalités $0 \leqq \theta_i \leqq 1$ ($i = 1, 2, \ldots, \sigma$) dans l'espace $(\theta_1, \ldots, \theta_\sigma)$. Considérons dans K tous les points rationnels $M\left(\frac{l_1}{q}, \frac{l_2}{q}, \frac{l_\sigma}{q}\right)$, où $(l_1, l_2, \ldots, l_\sigma, q) = 1$ et $q \leqq N$. Il est connu que, pour chaque point $(\theta_1, \ldots, \theta_\sigma)$ de K, on peut trouver $\sigma + 1$ nombres entiers $q, l_1, \ldots, l_\sigma$ pour lesquels

$$q \leqq N: \qquad |q\theta_1 - l_1| \leqq \frac{2}{N^{\frac{1}{\sigma}}}, \qquad \ldots, \qquad |q\theta_\sigma - l_\sigma| \leqq \frac{2}{N^{\frac{1}{\sigma}}}.$$

On peut alors choisir autour de chacun de ces points M un domaine W(M) satisfaisant aux trois conditions : 1° la distance de M à chaque point de W(M) ne surpasse pas $\frac{2\sqrt{\sigma}}{qN^{\frac{1}{\sigma}}}$ $\left(\text{leur volume ne surpasse alors } \frac{C}{q^\sigma N}\right)$; 2° l'ensemble des W(M) couvre K ; 3° $W(M_1)$ et $W(M_2)$ n'ont pas de points intérieurs communs. Appelons une telle division la section de Woronoi et W(M) le domaine de Woronoi du point d'ordre N. Nous partageons tous ces domaines en deux groupes : 1° les domaines correspondant à un petit q ($q \leqq N^\beta$; $\beta < 1$), nous les nommons les plans majeurs (quand $\sigma = 1$, les arc majeurs); 2° les domaines correspondant à un grand q ($N \geqq q > N^\beta$), nous les nommons les plans mineurs (quand $\sigma = 1$, les arcs mineurs).

4. On ne peut pas représenter chaque système de nombres $(\nu_1 \ldots \nu_\sigma)$ par $(F_1 \ldots F_\sigma)$ quand $(h_1 \ldots h_s)$ parcourent tous les valeurs réelles. Dans l'espace $(\nu_1 \ldots \nu_\sigma)$ tous les systèmes représentables forment un cône (Φ) de « valeurs admissibles ».

Nous supposons que le rang de la matrice $\alpha = |a_{ik}|$ est σ. En effaçant certaines colonnes dans α, nous pouvons arriver à une matrice $\bar{\alpha}$ à $\bar{s}$ colonnes ($\bar{s} \geqq 0$) double rang et moindre que σ. Le plus petit des tels nombres $\bar{s}$ sera nommé « l'indice de dégénération » et désigné par s_1. Dans le cas normal, $s_1 = \sigma - 1$. Le résultat d'évaluation de (2) pour notre cas est le suivant :

Pour un $s - s_1 \geqq s_{2\sigma}$, on a

$$(3)\quad r(F_1 \ldots F_\sigma, W; \nu_1 \ldots \nu_\sigma) = \Delta V(\nu_1 \ldots \nu_\sigma)\gamma(F_1 \ldots F_\sigma; \nu_1 \ldots \nu_\sigma) + O\left(n^{\frac{1}{2}s - 2\sigma - c_0}\right) \qquad (c_0 > 0)$$

où $n = \sqrt{\nu_1^2 + \ldots + \nu_\sigma^2}$;

$$(4)\qquad \Delta V(\nu_1 \ldots \nu_\sigma) = \sum_{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_\sigma = 0}^{1} (-1)^{\varepsilon_1 + \cdots + \varepsilon_\sigma} V(\nu_1 - \varepsilon_1, \nu_2 - \varepsilon_2, \ldots, \nu_\sigma - \varepsilon_\sigma)$$

$v(j_1 \ldots j_\sigma)$ est ici le volume de la partie du (W) où $F_1 \leqq F_\sigma \ldots j_1 \leqq j_\sigma$.

$$(5) \quad \gamma(F_1 \ldots F_\sigma, v_1 \ldots v_\sigma) = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^s} \sum_{(l_1, \ldots, l_\sigma, q) = 1}^{1 \leqq l_1, \ldots, l_\sigma \leqq q} \sum_{h_1, \ldots, h_s = 0}^{q-1} l^{2\pi i \left[\frac{l_1}{q}(F_1 - v_1) + \ldots + \frac{l_\sigma}{q}(F_\sigma - v_\sigma)\right]}$$

$$= \prod_{p=2}^{\infty} x_p(F_1 \ldots F_\sigma, v_1 \ldots v_\sigma)$$

(p sont tous les nombres premiers),

$$(6) \qquad x_p(F_1 \ldots F_\sigma, v_1 \ldots v_\sigma) = \lim_{\lambda \to \infty} p^{-\lambda s - \sigma} N(p^\lambda, F_1 \ldots F_\sigma, v_1 \ldots v_\sigma),$$

$N(k, F_1 \ldots F_\sigma, v_1 \ldots v_\sigma)$ désigne le nombre de représentations du système des valeurs $(v_1 \ldots v_\sigma)$ par $(F_1 \ldots F_\sigma)$ modulo k quand $(h_1 \ldots h_s)$ parcourent les valeurs $0, 1, 2, \ldots, k-1$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Intégration, sans signe de quadrature, de certains systèmes d'équations différentielles à coefficients quelconques.* Note (¹) de M. S. **Carrus**.

Deux Mémoires de Darboux parus au *Journal de Liouville* en 1873 et 1884 traitent de l'intégration, sans signe de quadrature, d'une équation différentielle à coefficients *constants*, de la forme

$$f(dx_1, dx_2, \ldots, dx_n) = 0$$

entre n fonctions d'une variable indépendante t.

Darboux traite comme exemples les équations

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^2, \qquad dx^2 + dy^2 + dz^2 = dx_1^2 + dy_1^2 + dz_1^2,$$

La présente Note a pour but de donner les résultats auxquels nous sommes parvenu dans l'intégration, sans quadrature, de systèmes incomplets d'équations différentielles du premier ordre mais à coefficients *quelconques*. La seule condition imposée comme dans l'équation de Darboux est que ces équations ne dépendent pas de la différentielle de la variable indépendante.

Notre méthode, absolument différente de celle employée par Darboux,

(¹) Séance du 7 avril 1931.

est basée sur le même procédé que nous avions appliqué dans les deux Notes ci-dessus rappelées.

Considérons une ou plusieurs équations de la forme

$$f(dx_1, dx_2, \ldots, dx_n, t) = 0$$

entre n fonctions d'une variable indépendante t.

L'équation étant homogène en les dx_i, il est naturel de poser

$$(I) \qquad \frac{dx_1}{dx_n} = a_1, \qquad \frac{dx_2}{dx_n} = a_2, \qquad \ldots, \qquad \frac{dx_{n-1}}{dx_n} = a_{n-1}.$$

Les fonctions $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ devront satisfaire à l'équation *finie*

$$f(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, 1, t) = \sigma.$$

S'il y a k équations semblables, elles dépendront de $(n - 1 - k)$ fonctions arbitraires.

Soit un système quelconque de telles fonctions a_i. Nous leur laisserons toute leur généralité et nous aurons ensuite à intégrer, sans signe de quadrature le système (I).

Nous prendrons pour x_n une fonction arbitraire $x_n = \theta(t)$ mais *nous la prendrons sous une forme convenable, en lui laissant toute sa généralité.*

Nous avons d'abord à intégrer l'équation

$$dx_1 = a_1 dx_n = a_1 d\theta.$$

En intégrant par parties

$$x_1 = a_1\theta - \int a'_1 \theta \, dt = a_1\theta - \theta_1$$

en posant $a'_1\theta = \theta'_1$; θ_1 pourra désigner une fonction arbitraire comme l'était θ.

Nous avons ainsi sans quadrature x_n et x_1 au moyen de θ_1. Nous avons ensuite

$$dx_2 = a_2 \, dx_n, \qquad x_2 = a_2\theta - \int a'_2 \theta \, dt = a_2\theta - \int \frac{a'_2}{a'_1}\theta'_1 \, dt$$

et si nous faisons le nouveau changement de fonction

$$\theta_1 \left(\frac{a'_2}{a'_1}\right)' = \theta'_2$$

$$x_2 = a_2\theta - \frac{a'_2}{a'_1}\theta_1 + \theta_2.$$

Nous aurons sans quadrature x_n, x_1 et x_2 au moyen de θ_2.

Nous voyons bien ainsi que de proche en proche, et par de simples substitutions successives, nous pourrons obtenir sans quadrature x_1, $x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n$, au moyen d'une fonction arbitraire θ_{n-1} et des $(n-1)$ fonctions a_i liées par les relations telles que (1).

Comme on le voit, ces formules de transformation sont *absolument indépendantes des équations à intégrer*.

Toutes réductions faites, nous avons obtenu les formules de transformation suivantes :

En désignant par $D(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ le déterminant

$$\begin{vmatrix} a'_1 & a'_2 & \ldots & a'_k \\ a''_1 & a''_2 & \ldots & a''_k \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a^k_1 & a^k_2 & \ldots & a^k_k \end{vmatrix},$$

on a les formules suivantes :

$$\theta a'_1 = \theta'_1, \qquad \theta_1 \left(\frac{a'_2}{a'_1}\right)' = \theta'_2, \qquad \theta_2 \left[\frac{D(a_1 a_3)}{D(a_1 a_2)}\right]' = \theta'_3, \qquad \ldots,$$

$$\theta_{k-1} \left[\frac{D(a_1, a_2, \ldots, a_{k-2}, a_k)}{D(a_1, a_2, \ldots, a_{k-1})}\right]' = \theta'_k.$$

Quant aux expressions des x :

$$x_k = a_k \theta - \frac{a'_k}{a'_1}\theta_1 + \theta_2 \frac{D(a_1, a_k)}{D(a_1, a_2)} + \theta_3 \frac{D(a_1, a_2, a_k)}{D(a_1, a_2, a_3)} \pm \ldots$$

$$\pm \theta_{k-1} \frac{D(a_1, a_2, \ldots, a_{k-2}, a_k)}{D(a_1, a_2, \ldots, a_{k-1})} \mp \theta_k.$$

Nous avons appliqué la méthode à la détermination des *courbes gauches* qui se correspondent par *tangentes rectangulaires et avec arcs égaux*. On a les deux équations

$$dx_1\, dx_2 + dy_1\, dy_2 + dz_1\, dz_2 = 0, \qquad dx_1^2 + dy_1^2 + dz_1^2 = dx_2^2 + dy_2^2 + dz_2^2.$$

En posant

$$\frac{dx_1}{dz_2} = a_1, \qquad \frac{dy_1}{dz_2} = a_2, \qquad \frac{dz_1}{dz_2} = a_3, \qquad \frac{dx_2}{dz_2} = a_4, \qquad \frac{dy_2}{dz_2} = a_5,$$

les fonctions a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 seront liées par les relations

$$a_1 a_4 + a_2 a_5 + a_3 = 0, \qquad a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = a_4^2 + a_5^2 + 1.$$

Si l'on pose, au moyen de trois fonctions arbitraires φ, ψ, θ,

$$a_2 = \frac{\sin\psi}{\cos\varphi}, \qquad a_4 = \operatorname{tang}\varphi, \qquad a_5 = \frac{\operatorname{tang}\theta}{\cos\varphi},$$

on verrait qu'on en déduit

$$a_1 = \frac{-\sin\varphi\sin\theta\sin\psi + \varepsilon\cos\varphi\cos\psi}{\cos\theta\cos\varphi}, \qquad a_3 = -\frac{\sin\theta\cos\varphi\sin\psi + \varepsilon\sin\varphi\cos\psi}{\cos\theta\cos\varphi}$$

$$(\varepsilon = \pm 1).$$

Il n'y a alors qu'à appliquer avec ces expressions de a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 les formules données ci-dessus.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les ensembles semi-fermés et leurs applications dans la théorie des points de Peano.* Note [1] de Mlle **Marie Charpentier.**

1. Appelons ensemble semi-fermé droit (gauche) un ensemble linéaire E qui contient tous ses points d'accumulation qui sont points d'accumulation du côté gauche (droit).

Pour de tels ensembles il est possible d'établir les propositions suivantes :

A. La réunion d'un nombre fini d'ensembles semi-fermés droits (gauches) est un ensemble semi-fermé droit (gauche).

B. Un ensemble semi-fermé droit (gauche) partout dense dans un intervalle AB, le contient entièrement, sauf peut-être son extrémité gauche (droite).

C. La réunion d'un nombre fini d'ensembles semi-fermés quelconques, si elle est partout dense dans un intervalle AB, le contient, sauf peut-être un ensemble non dense, dénombrable de points.

D. Soient deux ensembles semi-fermés : M à gauche, N à droite, si M + N contient un intervalle AB, si A appartient à N et B à M, il existe au moins un point de AB qui appartient à la fois à M et à N.

2. Dans la théorie des points de Peano d'une équation $y' = f(x, y)$ (f continue sans plus en x, y), particulièrement en cherchant les condi-

(1) Séance du 13 avril 1931.

tions d'existence du « phénomène de Lavrentieff » (tout point d'un domaine est un point de Peano) nous sommes amenés à distinguer trois classes de points de Peano : classe α (classe β), points gauches (droits) pour lesquels l'unicité est réalisée au plus à droite (à gauche) et classe ξ, points complets P pour lesquels il n'existe tant à droite qu'à gauche aucun intervalle positif d'extrémité P pour lequel l'unicité soit réalisée; un point complet peut aussi être caractérisé comme étant à la fois un point gauche et un point droit.

Considérons l'ensemble des points de Peano d'une intégrale I de $y' = f$.

Une remarque de M. Lavrentieff [1] permet d'établir :

Lemme. — *L'ensemble $\mathcal{G}$ des points gauches de* I *est semi-fermé droit et l'ensemble $\mathcal{D}$ des points droits de* I *est semi-fermé gauche.*

L'ensemble $\mathcal{P}$ des points de Peano est donc somme de deux ensembles semi-fermés.

En appliquant les résultats C et D :

Théorème. — *Si les points de Peano sont partout denses sur un arc d'intégrale $\mathcal{A}$, tous les points de $\mathcal{A}$ sont des points de Peano sauf peut-être un ensemble non dense dénombrable de points.*

Théorème. — *Si un arc d'intégrale $\mathcal{A}$ est formé exclusivement de points de Peano, si son extrémité gauche* A *est un point gauche et son extrémité droite* B, *un point droit, il contient au moins un point complet.*

3. Cherchons la répartition des points des différentes classes lorsque le phénomène de Lavrentieff se produit pour un domaine D. J'ai montré précédemment [2] que les discontinuités du faisceau d'intégrales $\mathcal{H}(P)$ sont au plus dénombrables sur chaque verticale; dans tout domaine partiel δ de D, il existe donc au moins un point P de continuité de $\mathcal{H}(P)$ sur une verticale V (supposons P de classe β par exemple).

Soit un point P' très voisin au-dessus de P, il est possible de choisir $P'P = \eta$ de façon que $\mathfrak{M}(P)$ ait (dans une bande x_0, $x_0 + \rho$, donc dans δ) au moins un point K au-dessus de $m(P')$, sinon on aurait, pour tout nombre positif arbitraire ε pour $x_0 \leqq x \leqq x_0 + \rho$ (ρ positif, petit mais fixe avec δ) :

$$m(P) + \varepsilon \geqq m(P') \geqq \mathfrak{M}(P) \geqq m(P),$$

donc ε étant arbitrairement petit :

$$\mathfrak{M}(P) = m(P) \quad \text{pour} \quad x_0 \leqq x \leqq x_0 + \rho.$$

---

(1) Lavrentieff, *Mathematische Zeitschrift*, 23, 1925, p. 209.

(2) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 509; 192, 1931, p. 139 et 401.

ce qui est contraire à l'hypothèse que P est un point droit. $\mathfrak{M}(P)$ a donc dans l'intervalle x_0, $x_0+\rho$ un point K au-dessus de $m(P)+\varepsilon$, donc au-dessus de $m(P')$. L'ensemble des points d'intersection de l'arc KP de $\mathfrak{M}(P)$ avec $m(P')$ est fermé, par conséquent il se termine à gauche par un point gauche et à droite par un point droit; par suite il contient un point complet. Il vient donc :

Dans un domaine D *où se produit le phénomène de Lavrentieff, les points de Peano complets sont partout denses.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les développements de Jacobi.* Note de M. E. **Kogbetliantz.**

Les polynomes hypergéométriques de Jacobi $T_n^{(\alpha,\beta)}(x)$, $\alpha<1$, $\beta<1$, orthogonaux dans $(-1, +1)$ et définis par la fonction génératrice

$$2^{\alpha+\beta}(1-2xz+z^2)^{-\frac{1}{2}}.(1+z+\sqrt{1-2xz+z^2})^{\alpha}.(1-z+\sqrt{1-2xz+z^2})^{\beta},$$

donnent lieu au développement de $f(x)$ en série de Jacobi :

$$\text{(S)} \qquad f(x)\sim\sum_{n=0}^{\infty}k_n.T_n^{(\alpha,\beta)}(x).\int_{-1}^{+1}(1+u)^{-\alpha}(1-u)^{-\beta}.f(u).T_n^{(\alpha,\beta)}(u)\,du,$$

$$2k_n.\Gamma(n+1-\alpha).\Gamma(n+1-\beta)=(2n+1-\alpha-\beta).\Gamma(n+1).\Gamma(n+1-\alpha-\beta).$$

Ce développement n'est que peu étudié dans le cas général $\alpha\neq\beta$, le cas particulier des polynomes symétriques $\alpha=\beta$ (séries de Fourier, de Legendre, séries ultra-sphériques) étant complètement élucidé au point de vue de convergence et de sommabilité (C, δ). On ne connaît l'allure de (S) au cas où $f(x)$ devient infinie dans $(-1, +1)$, qu'en ce qui concerne l'influence d'infinitudes de $f(x)$ aux *points frontières* $x=\pm 1$ sur la *convergence* de (S) à l'intérieur de $(-1, +1)$: si $f(x)$ est infinie d'ordres ω et s aux points $x=+1$ et $x=-1$ respectivement, la convergence est détruite partout dans $-1<x<+1$ pour $\omega\geqq\frac{3}{4}-\frac{\beta}{2}$ ou $s\geqq\frac{3}{4}-\frac{\alpha}{2}$ (¹). Il y a lieu d'étudier l'influence de ces infinitudes sur la sommabilité (C, δ) de (S) tant à l'intérieur de $(-1, +1)$ qu'aux frontières $x=\pm 1$. En outre le fait que $f(x)$ devient infinie *à l'intérieur* de $(-1, +1)$ peut influencer l'allure de (S) tant pour $x=\pm 1$ que pour $|x|<1$.

(¹) Darboux, *Journal de Liouville*, 3e série, 4, 1878, p. 393.

Dans cette Note nous précisons la loi d'influence de l'infinitude de $f(x)$ en un point frontière sur la sommabilité de (S) au point-frontière opposé. En supposant $f(x)$ continue *partout* dans $(-1, +1)$, M. Rau a montré [1] que (S) converge pour $x = +1$, si $2\beta > 1$. Or, la série (S) de $f_1(x) = (1+x)^{-s}$ diverge au point $x = +1$ dès que $2s \geqq 1 + \beta - \alpha$ et celle de $f_2(x) = (1-x)^{-\omega}$ diverge pour $x = -1$, si $2\omega \geqq 1 - \beta + \alpha$. En étudiant les constantes de Lebesgue d'ordre δ de (S) pour $x = \pm 1$, nous avons démontré qu'*elles sont bornées pour* $\delta > \frac{1}{2} - \beta$, *si* $x = +1$, *et pour* $\delta > \frac{1}{2} - \alpha$, *si* $x = -1$, tandis qu'elles augmentent avec $n \to \infty$ comme $\log n$, si $\delta = \frac{1}{2} - \beta$ ou $\delta = \frac{1}{2} - \alpha$ et comme $O\left(n^{\frac{1}{2}-\beta-\delta}\right)$ et $O\left(n^{\frac{1}{2}-\alpha-\delta}\right)$, si $\delta < \frac{1}{2} - \beta$ $(x = +1)$ et $\delta < \frac{1}{2} - \alpha$ $(x = -1)$.

Pour fixer les idées considérons (S) pour $x = +1$, le cas $x = -1$ s'en déduit, en échangeant les rôles de α et β. Soit $f(x)$ continue dans $1 \geqq x \geqq 1 - \varepsilon$ et telle que le produit $(1-x)^{-\beta}.(1+x)^{-\alpha}.f(x)$ est intégrable (L) dans $(-1, +1)$. Grâce au résultat obtenu on établit la sommabilité (C, δ) de (S) au point $x = +1$ avec la somme $f(1-0)$ pour $\delta > \frac{1}{2} - \beta$, pourvu que le produit $f(x).(\sqrt{1+x})^{\delta+\beta-\alpha-1}$ soit intégrable dans $\varepsilon - 1 \leqq x \leqq -1$.

On doit donc avoir $\delta > 2s - 1 + \alpha - \beta$ et la sommabilité (C, δ) n'a lieu que pour $\delta > \delta_0$, où $\delta_0 = \max\left[\frac{1}{2} - \beta,\ 2s - 1 + \alpha - \beta\right]$. L'exemple $f(x) = (1+x)^{-s}$ prouve que dans le cas $2s - 1 + \alpha - \beta = \delta_0 > \frac{1}{2} - \beta$ la sommabilité $(C, \delta \leqq \delta_0)$ est détruite par l'influence du point $x = -1$, le terme général u_n de la série (S) de $(1 + x^{-s})$ étant, pour $x = +1$, $u_n = O(n^{\delta_0})$ et la condition nécessaire $u_n = o(n^{\delta})$ de (C, δ) n'étant pas remplie pour $\delta \leqq \delta_0$. Pour $\delta = 1 - \alpha - \beta$ la condition d'intégrabilité est satisfaite quel que soit $s < 1 - \alpha$ et par conséquent l'influence du point opposé $x = -1$ ne se fait plus sentir pour $\delta \geqq 1 - \alpha - \beta$. La loi d'influence $\delta > 2s - 1 + \alpha - \beta$ montre que l'on a la condition nécessaire de *convergence* de (S) pour $x = +1$ suivante : $2s < \beta + 1 - \alpha$ et la série converge si en outre $\frac{1}{2} - \beta < 0$. Ainsi, pour $\beta > \frac{1}{2}$, la convergence est détruite par l'influence du point opposé $x = -1$, si $2s \geqq \beta + 1 - \alpha$. On a le théorème suivant :

---

(1) *Journal de Crelle*, 161, 1929, p. 237-254,

THÉORÈME. — *La série* (S) *est sommable* (C, $\delta = 1 - \alpha - \beta$) *en un point frontière* $x = +1$, $[x = -1]$, *avec la somme* $f(1-0)$, $[f(-1+0)]$, *si* $(1+x)^{-\alpha}(1-x)^{-\beta}f(x)$ *est intégrable* (L) *dans* $(-1, +1)$. *Si au point opposé* $x = -1$, $[x = +1]$, $f(x)$ *est infinie d'ordre* s, $[\omega]$, *et* $s \leqq \frac{3}{4} - \frac{\alpha}{2}$, $\left[\omega \leqq \frac{3}{4} - \frac{\beta}{2}\right]$, *elle est sommable* (C, $\delta < 1 - \alpha - \beta$) *pour* $\delta > \frac{1}{2} - \beta$, $\left[\delta > \frac{1}{2} - \alpha\right]$. *Pour* $s > \frac{3}{4} - \frac{\alpha}{2}$, $\left[\omega > \frac{3}{4} - \frac{\beta}{2}\right]$, *la série* (S) *n'est sommable* (C, δ) *que pour* $\delta > \delta_0$, *où* $\delta_0 = 2s - 1 + \alpha - \beta$, $[\delta_0 = 2\omega - 1 - \alpha + \beta]$ *et ses moyennes d'ordre* $\delta = \delta_0$ *oscillent entre deux bornes finies sans tendre vers une limite déterminée quand* $n \to \infty$, *celles d'ordre* $\delta < \delta_0$ *oscillant entre* $-\infty$ *et* $+\infty$. *En général, l'intégrabilité* (L) *du produit*

$$(1-x)^{-\beta}f(x)\left(\sqrt{1+x}\right)^{\delta+\beta-\alpha-1}, \quad \left[ou\ (1+x)^{-\alpha}f(x)\left(\sqrt{1-x}\right)^{\delta-\beta+\alpha-1}\right]$$

dans $(-1, +1)$ *assure la sommabilité* $\left(C, \delta > \frac{1}{2} - \beta\right)$ $\left[ou \left(C, \delta > \frac{1}{2} - \alpha\right)\right]$ *de* (S) *au point* $x = +1$, $[x = -1]$.

Pour $\alpha = \beta$ ce théorème se réduit aux résultats connus ([1]), relatifs aux séries ultrasphériques. La loi $\delta > 2s - 1 + \alpha - \beta$ reste valable aussi pour la sommabilité d'ordre $\delta \leqq \frac{1}{2} - \beta$, les conditions suffisantes de sommabilité $\left(C, \delta \leqq \frac{1}{2} - \beta\right)$ relatives au point $x = +1$, où l'on somme la série (S), étant identiques à celles de sommabilité (C, $\delta \leqq 0$) de la série trigonométrique. Le décalage en indice de sommabilité est égal à $\frac{1}{2} - \beta$ pour le point $x = +1$ et à $\frac{1}{2} - \alpha$ pour celui $x = -1$. A partir de $\delta < \frac{1}{2} - \beta$ $\left(\text{ou } \delta < \frac{1}{2} - \alpha\right)$ apparaît l'influence des infinitudes de $f(x)$ aux points *intérieurs* à l'intervalle $(-1, +1)$. Les lois correspondantes sont : $\delta > \gamma - \beta - \frac{1}{2}$ pour la sommabilité (C, δ) de (S) au point $x = +1$ et $\delta > \gamma - \alpha - \frac{1}{2}$ pour celle au point $x = -1$, γ désignant l'ordre maximum d'infinitude de $f(x)$ à l'intérieur de $(-1, +1)$. Énonçons aussi les lois d'influence des infinitudes de $f(x)$ aux points *frontières* sur la sommabilité (C, δ) de (S) *à l'intérieur* de l'intervalle $(-1, +1)$: $\delta > 2s + \alpha - \frac{3}{2}$

([1]) E. KOGBETLIANTZ, *Journal de Liouville*, 3, 1924, p. 168.

et $\delta > 2\omega + \beta - \frac{3}{2}$. Ces inégalités expliquent le phénomène de Darboux cité au début de la Note et qui concerne le cas de convergence ($\delta = 0$). Enfin la loi relative à l'influence des infinitudes *intérieures* sur (C, δ) de (S) *à l'intérieur* de $(-1, +1)$ est la même quels que soient α et β, donc la même que pour la série de Fourier [1], à savoir : $\delta > \gamma - 1$.

CINÉMATIQUE DES MILIEUX CONTINUS. — *Le mouvement d'une figure plane variable avec conservation de similitude.* Note [2] de M. N. **Abramesco**, présentée par M. M. d'Ocagne.

1. xOy étant le plan fixe et $x_1O_1y_1$ le plan de la figure F mobile, qui reste semblable à elle-même, les équations du mouvement sont

$$(1)\qquad x = \alpha + \rho(x_1 \cos\theta - y_1 \sin\theta), \qquad y = \beta + \rho(x_1 \sin\theta + y_1 \cos\theta),$$

où α, β, ρ sont fonctions de l'angle θ de Ox et O_1x_1, et θ fonction du temps t.

Le centre instantané I du mouvement (point de vitesse nulle) à l'instant t a sur le plan fixe les coordonnées

$$(2)\qquad X = \alpha - \xi, \qquad Y = \beta + \eta,$$

$$\xi = \frac{\alpha' l + \beta'}{1 + l^2}, \qquad \eta = \frac{\alpha' - \beta' l}{1 + l^2}, \qquad \alpha' = \frac{d\alpha}{d\theta}, \qquad \beta' = \frac{d\beta}{d\theta}, \qquad l = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\theta}.$$

2. *Base et roulante.* — Les coordonnées (X_1, Y_1) du point I sur le plan mobile sont

$$(3)\qquad X_1 = -\frac{\xi}{\rho}\cos\theta + \frac{\eta}{\rho}\sin\theta, \qquad Y_1 = \frac{\xi}{\rho}\sin\theta + \frac{\eta}{\rho}\cos\theta,$$

et la base (Γ) et la roulante (Γ_1) sont données par (2) et (3). Les projections sur les axes mobiles de la vitesse du point $I(X_1, Y_1)$ sont $\frac{dX_1}{dt}$, $\frac{dY_1}{dt}$, et les projections de la même vitesse sur les axes fixes sont

$$\frac{dX_1}{dt}\cos\theta - \frac{dY_1}{dt}\sin\theta = \frac{1}{\rho}\frac{dX}{dt}, \qquad \frac{dX_1}{dt}\sin\theta + \frac{dY_1}{dt}\cos\theta = \frac{1}{\rho}\frac{dY}{dt}.$$

Donc les courbes (Γ) et (Γ_1) sont tangentes en I et leurs arcs vérifient la relation $dS = \rho\, dS_1$, ce qui montre que les vitesses du point I sur les courbes (Γ) et (Γ_1) sont dans le rapport ρ.

Exemple. — Considérons le mouvement de la figure variable avec conservation de similitude à laquelle appartient la droite BC passant par le point fixe A, les courbes (B)

(1) E. Kogbetliantz, *Annales de l'École Normale*, 60, 1923, p. 259.

(2) Séance du 7 avril 1931.

et (C) étant les axes Ox et Oy. Le centre instantané I est à l'intersection des cercles passant par A et tangents respectivement en B et C aux axes Ox, Oy. La base (Γ) est la quartique piriforme [1] et la roulante (Γ_1) est le cercle OBC (ce qu'on voit en cherchant l'enveloppe de ce cercle).

3. *Accélération d'un point de la figure mobile.* — Prenant comme nouvelle origine le point I, et l'axe des x la tangente en I à la base, on a

$$X = 0, \qquad Y = 0, \qquad \frac{dX}{dt} = \frac{dS}{dt}, \qquad \frac{dY}{dt} = 0$$

et les projections de l'accélération sont dans ces conditions

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -py + qx - k\frac{dS}{dt}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = px + qy - \omega\frac{dS}{dt}$$

$$\left(p = \omega' + 2k\omega,\ q = k' + k^2 - \omega^2,\ k = \omega l,\ \omega = \frac{d\theta}{dt}\right).$$

Désignant par (r, φ) les coordonnées polaires de M, on a

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -pr\sin\varphi + qr\cos\varphi - k\frac{dS}{dt}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -pr\cos\varphi + qr\sin\varphi - \omega\frac{dS}{dt},$$

ce qui montre que l'accélération du point $M(x, y)$ est la somme de trois composantes : la première $\overrightarrow{MA}$ dirigée sur IM, de grandeur $q.\mathrm{IM}$; la deuxième $\overrightarrow{MB}$ dirigée sur la perpendiculaire MB à MA (l'angle AMB en sens direct), de grandeur $p.\mathrm{IM}$; la troisième $\overrightarrow{MC}$ dirigée sur la droite MC (vers les y négatifs), parallèle à une droite IW située dans l'angle xIy, tel que l'angle $x\mathrm{IW} = \varphi$, et de grandeur $\sqrt{k^2+\omega^2}\,\frac{dS}{dt}$ (qui fait l'angle φ avec la tangente à la base). On trouve de même un point d'accélération nulle de coordonnées

$$X' = \frac{p\omega + qk}{p^2+q^2}\,\frac{dS}{dt}, \qquad Y' = \frac{q\omega - pk}{p^2+q^2}\,\frac{dS}{dt}.$$

4. *Centre de courbure à la courbe* (M) *décrite par* M. — Les projections γ_t et γ_n de l'accélération du point M sur la tangente MT et la normale MN (dirigée vers la concavité) en M sont

$$\gamma_t = qr\cos\varphi + pr\sin\varphi - \sqrt{k^2+\omega^2}\,\frac{dS}{dt}\cos\varphi = \frac{p\omega + qk}{\sqrt{\omega^2+k^2}}\,r - \sqrt{\omega^2+k^2}\,\frac{dS}{dt}\cos\varphi,$$

$$\gamma_n = qr\sin\varphi + pr\cos\varphi + \sqrt{k^2+\omega^2}\,\frac{dS}{dt}\sin\varphi = \frac{-q\omega + pk}{\sqrt{\omega^2+k^2}}\,r + \sqrt{\omega^2+k^2}\,\frac{dS}{dt}\sin\varphi.$$

---

[1] Considérée par Wallis, étudiée par Ossian Bonnet (*Nouvelles Annales*, 1844), Brocard (1880), et, dans notre cas particulier, par Huygens (1657-1658) (voir **Gomes Teixeira**, *Traité des courbes spéciales remarquables*, 1, Coïmbre, 1908, p. 289).

Le lieu des points $M(x, y)$, dont l'accélération normale est nulle, est le *cercle des inflexions* $r = \frac{\omega^2 + k^2}{q\omega - kp} \frac{dS}{dt} \sin\varphi$, tangent à la base en I, de diamètre $IG = \frac{\omega^2 + k^2}{q\omega - kp} \frac{dS}{dt}$. D étant le point d'intersection de ce cercle avec IM, on a $ID = IG \sin\varphi = \frac{\omega^2 + k^2}{q\omega - kp} \frac{dS}{dt} \sin\varphi$. De même, le lieu des points pour lesquels l'accélération tangentielle est nulle est le cercle

$$r = \frac{\omega^2 + k^2}{p\omega + kq} \frac{dS}{dt} \cos\varphi,$$

tangent à la normale à la base. Le centre d'accélération (nulle) est le point d'intersection de ces cercles.

La vitesse V du point M est $V^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = (k^2 + \omega^2)\overline{IM}^2$.

L'accélération normale étant $\frac{V^2}{R}$, R le rayon de courbure $M\mu$ en M, on a

$$\frac{V^2}{R} = \frac{-q\omega + kp}{\sqrt{\omega^2 + k^2}} r + \sqrt{\omega^2 + k^2} \frac{dS}{dt} \sin\varphi, \qquad \frac{r^2}{R} = \frac{-q\omega + kp}{(\omega^2 + k^2)^{\frac{3}{2}}} (r - ID),$$

$$\overline{IM} = R.m.DM, \qquad m = \frac{-q\omega + kp}{(\omega^2 + k^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Soient E le point sur IM tel que $EM = m.DM$ et ν le point sur IM tel que $R = M\nu$. On trouve ν sur IM, en prenant le point d'intersection H de MG avec la parallèle menée par I à EG; le point ν est l'intersection de MI avec la parallèle de H à GI. Le centre de courbure μ en M est perpendiculaire à la tangente en M, tel que $M\mu = M\nu$.

5. On voit que dans le cas $\rho = 1$, on retrouve la cinématique classique.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les mouvements plans des liquides visqueux voisins des mouvements radiaux.* Note (1) de M. **Alfred Rosenblatt.**

Les mouvements radiaux des liquides visqueux incompressibles ont été découverts par M. Hamel dans un travail remarquable (2), qui envisageait

(1) Séance du 7 avril 1931.

(2) *Spiralförmige Bewegungen zäher Flüssigkeiten* (*Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 25, 1916, p. 34-60).

aussi les mouvements *voisins* de ces mouvements dans le plan illimité en se bornant toutefois à la *première approximation*. J'ai étudié ces mouvements dans une Note du IIIe Congrès de Mécanique appliquée de Stockholm et je voudrais y revenir maintenant.

1. Il s'agit de l'équation

$$\nu \Delta\Delta\Psi = \frac{1}{r}(\Psi'_r \Delta\Psi'_\varphi - \Psi'_\varphi \Delta\Psi'_r). \tag{1}$$

Je pose

$$\Psi = f(\varphi) + \sum_1^\infty \varepsilon^m \rho_m(r, \varphi), \tag{2}$$

où $u = f'$ est donné par la formule

$$\varphi = \sqrt{\frac{3\nu}{e_3}} \int_{e_3} \frac{du}{\sqrt{(u-e_1)(u-e_2)(u-e_3)}}. \tag{3}$$

Je pose

$$\rho_m = \sum_{h=0}^{m} r^{h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda} w_{m-h,h}(\varphi); \tag{4}$$

λ, $\bar{\lambda}$ sont des nombres conjugués à déterminer. On obtient le système d'*équations différentielles ordinaires*

$$\left\{\begin{aligned}
&\nu\Big\{ w^{\text{IV}}_{m-h,h} + w''_{m-h,h}\Big[[h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda]^2 + [h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda-2]^2\Big] \\
&\qquad + w_{m-h,h}[h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda]^2[h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda-2]^2\Big\} \\
&\quad - u''[h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda]w_{m-h,h} - 2u'w'_{m-h,h} + u[h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda-2] \\
&\quad \times \Big[w''_{m-h,h} + [h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda]^2 w_{m-h,h}\Big] \\
&= \sum_{\substack{j+k=m \\ j,k=1,\ldots}} \; \sum_{\substack{h'+h''=h \\ h'=0,\ldots,j \\ h''=0,\ldots,k}} [h'\bar{\lambda}+(j-h')\lambda] \\
&\quad \times w_{j-h',h'}\Big\{[h''\bar{\lambda}+(k-h'')\lambda]^2 w'_{k-h'',h''} + w'''_{k-h'',h''}\Big\} \\
&\quad - \sum_{\substack{h'+h''=h \\ h'=0,\ldots,j \\ h''=0,\ldots,k}} w'_{j-h',h'}[h''\bar{\lambda}+(k-h)\lambda-2]\Big\} \\
&\quad \times \Big\{[h''\bar{\lambda}+(k-h)\lambda]^2 w_{k-h'',h''} + w''_{k-h'',h''}\Big\} \\
&\qquad\qquad (m=1, 2, \ldots;\; h=0, \ldots, m).
\end{aligned}\right. \tag{5}$$

Les conditions de l'*univocité de la pression p* sont remplies pourvu qu'au-

cune des égalités

(6) $$h\bar{\lambda}+(m-h)\lambda-2=0 \qquad (m=1,\ldots;\, h=0,\ldots,m)$$

n'ait lieu.

2. Posons

(7) $$w_{m-h,h}=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k^{m-h,\,h}e^{ik\varphi}.$$

On obtient, pour déterminer les coefficients $a_k^{m-h,\,h}$ *des systèmes linéaires en nombre infini*. Ces systèmes sont *normaux* au sens de Poincaré. On peut s'arranger que les $w_{m-h,h}(\varphi)$, $w_{h,m-h}(\varphi)$ soient *conjugués complexes*, donc es ρ_m *réels*.

Si aucune des expressions

$$D(m\lambda_0),\quad \ldots,\quad D(m\bar{\lambda}_0)$$

[λ_0 racine de $D(\lambda)$, déterminant du premier système] ne s'annule pour $m>1$, on peut résoudre *univoquement* ces systèmes.

Dans le cas *particulier*

(8) $$u=u_0=b_0,$$

les racines λ_0 sont

(9) $$\lambda_0=\pm u_0,$$

(10) $$\lambda_0=2-\frac{b_0}{2v}\pm\sqrt{u_0^2+\frac{b_0^2}{4v^2}},$$

u_0 entier.

Dans le cas du signe + dans (10) et lorsque l'on a

$$b_0<4v.$$

les séries convergent absolument à l'*intérieur* d'un cercle K (l'origine exceptée) pourvu que l'inégalité

(11) $$\varepsilon R^{\lambda_0}<1$$

soit remplie. En cas du signe — et $b_0>4v$, elles convergent à l'*extérieur* d'un cercle arbitrairement petit.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur la stabilisation des huiles pour la chronométrie.* Note de M. **Paul Woog**, Mlle **Émilie Ganster** et M. **Jean Givaudon**, présentée par M. Brillouin.

Une des qualités importantes que l'on demande aux lubrifiants employés en chronométrie est leur inaltérabilité. Les huiles minérales et certains lubrifiants synthétiques possèdent une stabilité satisfaisante, mais ces substances se montrent parfois inférieures aux mélanges renfermant des huiles grasses, tant au point de vue de l'efficacité graissante que du maintien de la viscosité en fonction de la température. On devait donc chercher à retarder le plus possible les transformations chimiques et physiques qui frappent d'ordinaire les lubrifiants à base de triglycérides.

Bien que ces altérations ne soient pas des oxydations simples, le rôle joué par l'oxygène est si important qu'il était naturel de s'opposer à son activité en s'adressant à des substances qui la paralysent (antioxygènes de Moureu, Dufraisse et leurs collaborateurs). Une série de corps de ce genre furent ainsi introduits dans les huiles et leurs effets étudiés : benjoin, acides cinnamique, benzoïque, glycolique, stéarique; phénol, naphtols α et β, résorcine, hydroquinone, gaïacol; benzoates d'éthyle, de méthyle, de propyle; sulfure d'allyle; aniline, toluidines, diméthylaniline, diphénylamine naphtylamine, diphénylcarbazide, urée, diphénylguanidine, diphénylsulfo-urée, etc. Nombre de ces corps durent être abandonnés, soit par suite de leur inefficacité, soit en raison des épilamens défectueux qu'ils risquaient d'engendrer, soit à cause de leur faible solubilité, ou encore pour leur volatilité qui leur faisait abandonner les gouttelettes d'huile qu'ils devaient protéger.

Dans une série d'expériences, un mélange à parties égales d'huile de pied de mouton neutre et d'huile de vaseline fut additionné de 0,05 pour 100 ou de 0,1 pour 100 d'acides stéarique, cinnamique, benzoïque ou de mélanges de ces produits; l'acide glycolique fut également employé malgré sa très faible solubilité. 15^{cm^3} de chaque préparation ont été placés dans des boîtes de Pétri de 80^{mm} de diamètre, en même temps que 150^{mm} de fil de cuivre rouge 10/10 coupés en trois fragments et agissant comme catalyseur. Chaque essai était fait en double : l'un était conservé à l'obscurité, en atmosphère humide, l'autre exposé à la lumière diffuse. Au bout de 39 jours, on a trouvé qu'à l'obscurité, l'acidité libre développée était, dans tous les cas, très faible, tandis qu'à la lumière elle avait atteint de 0,216 à

0,282 pour 100 (exprimé en acide oléique), malgré la présence des corps stabilisants qui, dans ce dernier cas, n'apportaient aucun avantage sensible.

L'emploi du naphtol β à la teneur de 0,5 pour 100 dans les mêmes conditions que précédemment a donné les résultats suivants :

	Acidité libre pour 100 exprimée en acide oléique.			
	Huile pure.		Huile + Naphtol.	
Durée de l'essai.	A la lumière.	A l'obscurité.	A la lumière.	A l'obscurité.
A l'origine	0,020	0,020	0,021	0,021
6 jours	0,10	0,037	0,10	0,050
15 »	0,35	0,038	0,35	0,066
56 »	1,87	0,103	2,42	0,061
90 »	2,76	0,179	3,20	0,089
259 »	-	2,34	-	0,156
503 »	-	7,32	-	0,109

On voit qu'à l'obscurité la conservation de l'huile par certains antioxygènes peut être prolongée d'une manière remarquable; mais, si l'huile est soumise à l'action de la lumière, non seulement l'effet protecteur n'existe plus, mais au contraire, l'altération est accrue par rapport à l'huile pure. Il se produit ainsi une catalyse inverse et la substance active intervient comme « prooxygène ». Ces résultats ont été confirmés par de nombreuses expériences faites avec divers stabilisants, en particulier par l'examen du degré de l'attaque de surfaces de laiton ou d'acier neutralisées [1] sur lesquelles on posait des gouttes d'huile.

Nous avons alors examiné si l'action bienfaisante des stabilisateurs pouvait être acquise en tous cas, lorsqu'on atténuait l'action nocive de la lumière; nous avons donc chargé les huiles de substances capables de former écran et d'absorber les rayons actiniques : Quinine (mais celle-ci fut inopérante), Rouge Cérol N2R, Jaune alcool solide N, Rhodamine NB, Jaune Cérol N (inutilisables par suite de leur action sur les métaux), enfin Soudans I, II et III, Jaune au gras, Auramine N, Diméthylamidoazobenzol, Écarlate 2R, Ponceau au gras, Rouge Cérol NB, Rouges Soudan GG, 7B et 5B. Ce procédé se montra très efficace et les lubrifiants rouge-rubis ainsi obtenus possèdent une stabilité fortement accrue.

---

[1] PAUL WOOG, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 772.

Durée de l'exposition à la lumière.	Acidité libre pour 100 exprimée en acide oléique. Huile ordinaire.	Huile stabilisée.
Origine	0,01	0,01
21 jours	0,22	0,01
36 jours	0,54	0,01
61 jours	0,80	0,024

Ces derniers dosages ont été faits par la méthode spectroscopique de Bruère.

Le laiton est noirci à la lumière par les huiles ordinaires bien avant qu'apparaissent des traces d'attaque par les nouveaux lubrifiants; exposées dans une étuve à 50°, les huiles stabilisées conservent leurs avantages sur les huiles normales.

AVIATION. — *Détermination du combustible nécessaire pour atteindre le plafond pratique*. Note de M. **G. A. Mokrzycki**, présentée par M. L. Lecornu.

Nous admettons la connaissance de toutes les données d'un avion déjà construit et nous cherchons le poids C_0 du combustible nécessaire au départ, pour que, le plafond pratique H étant atteint, tout le combustible soit brûlé; nous admettons toujours la montée avec la plus grande vitesse ascensionnelle v, c'est-à-dire à l'angle de puissance minimum.

Pour arriver à la formule analytique nous ferons les simplifications usuelles du problème, en admettant : *a*. le rendement d'hélice $\rho =$ const.; *b*. la consommation du combustible par cheval-heure $p =$ const.; *c*. la caractéristique de la puissance du moteur $W = f(z)$, remplacée par une ligne droite; *d*. la vitesse ascensionnelle diminuant linéairement. Désignons par : W_0, W_{e0} et W_H la puissance au sol, le minimum de puissance au sol et la puissance au plafond pratique H; v_0 et v_H la vitesse ascensionnelle au sol et au plafond pratique; P_H le poids d'avion sans combustible; le poids au sol $P_0 = C_0 + P_H$. Nous pouvons alors écrire :

$$(1) \qquad W = \frac{W_0}{1 + nz}, \qquad nH = \nu = \frac{W_0 - W_H}{W_H},$$

$$(2) \qquad v = \frac{v_0}{1 + mz}, \qquad mH = \mu = \frac{v_0 - v_H}{v_H},$$

$$(3) \qquad v'_0 = \frac{W_0 - W_{e0}}{P_0} = \frac{P_H + C_0}{W_0 - W_{e0}}.$$

En tenant compte de la relation $dz = v\,dt$, et des équations (1), (2), (3) nous avons pour combustible brûlé à la hauteur z :

$$(4)\qquad dC = \frac{p}{3600}\,W\,\frac{dz}{v} = \frac{p}{3600}\,\frac{W_0}{1+nz}\,\frac{P_H + C_0}{W_0 - W_{e0}}\,(1+mz)\,dz$$
$$= H(P_H + C_0)\,\frac{1+mz}{1+nz}\,dz.$$

En intégrant entre o et H ($C_H = 0$) on peut écrire

$$C_0 = H(P_H + C_0)\,J.$$

d'où

$$(5)\qquad C_0 = \frac{P_H}{\dfrac{1}{HJ} - 1},$$

$$(6)\qquad J = \int_0^H \frac{1+mz}{1+nz}\,dz = \frac{n-m}{n}\int_0^H \frac{dz}{1+nz} + \frac{m}{n}\int_0^H dz$$
$$= \frac{n-m}{n^2}\,\mathrm{Log}(1+nH) + \frac{m}{n}\,H.$$

Avec (1) et (2) on a

$$(6a)\qquad J = \frac{H}{\nu^2}\left[(\nu-\mu)\,\mathrm{Log}(1+\nu) + \mu\nu\right].$$

D'où avec (5) finalement la solution

$$(7)\qquad C_0 = \frac{P_H}{\dfrac{3600\,(W_0 - W_{e0})\,\nu^2}{p\,W_0\,H\left[(\nu-\mu)\,\mathrm{Log}(1+\nu) + \mu\nu\right]} - 1}.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Singularités présentées par les corps soumis à l'action des cellules de résistance.* Note de M. **G. Reboul**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai indiqué comment [1], dans le voisinage d'une cellule en fonctionnement, on peut activer des lames métalliques par suite de la précipitation sur celles-ci des poussières radioactives se trouvant dans l'atmosphère environnante. L'analyse des courbes de désactivation permet, suivant la méthode de Curie, d'identifier les corps radioactifs précipités [2]. Quant aux poussières radioactives, elles provenaient de certaines pièces du mobilier sur lesquelles ont dû être faites autrefois des manipulations maladroites.

---

[1] *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1256, **190**, 1930, p. 374.

[2] G. Reboul et G. Dechêne, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1294.

Après élimination du mobilier pollué, j'ai repris les expériences en mettant les corps étudiés à l'abri de toute précipitation radioactive possible; j'ai constaté l'existence des singularités suivantes.

I. Certains corps, notamment le papier ou le carton, après exposition à l'action des cellules, possèdent la propriété d'impressionner la plaque photographique : l'impression se produit à travers une feuille de papier noir, sans qu'il y ait contact avec la plaque, et la propriété peut persister plusieurs jours; nous en réserverons, pour le moment, l'explication.

II. Des lames métalliques, soumises à l'action des cellules, possèdent, au point de vue électrique, des particularités présentant un caractère de régularité et de généralité tel qu'elles ne peuvent correspondre qu'à un phénomène général dont l'étude est à faire; après exposition au rayonnement, une lame métallique *n'est plus en équilibre électrique* et n'y revient que lentement : si on la porte dans un condensateur en la plaçant sur l'une des armatures reliée à un électromètre, l'autre armature étant maintenue à un potentiel déterminé, l'électromètre indique une double variation du potentiel de la lame; tout d'abord il accuse une charge positive, comme si la lame continuait à perdre des électrons pendant quelques minutes, puis la déviation change de sens comme si la lame recevait une charge positive et cette dernière variation se fait parfois sentir pendant plus d'une heure.

L'existence d'un champ électrique suffisamment intense entre les armatures du condensateur augmente ou diminue la grandeur du phénomène, suivant le sens dans lequel il est dirigé. Ainsi une lame de plomb soumise pendant 3 minutes à l'action d'une cellule en ciment traversée par un courant de 25 milliampères sous une tension de 1000 volts, accuse à l'électromètre les variations suivantes :

Temps (minutes)		0.	1.	2.	3.	4.	5.	10.	15.	20.	30.	40.
Déviation pour un champ de (volts-cm)	−800....	0	+2	+4	–	–	+6	+5	+3	−1	−9	−16
	+800....	0	+13,5	+23,5	+29	+31,5	+34	+30	+20,5	+12,5	−2	−10
	0....	0	+6	+11	+15	+17,5	+19	+16,5	+8,5	+1	−10	−18

Le phénomène se présente qualitativement le même avec tous les métaux; quantitativement sa valeur croît avec l'intensité du rayonnement et la durée d'exposition, mais il atteint rapidement une valeur limite. Avec les divers métaux on obtient des déviations du même ordre de grandeur, on peut cependant les classer dans l'ordre suivant (valeurs décroissantes) : aluminium, zinc amalgamé, plomb, cuivre, fer, bismuth, zinc.

III. On peut expliquer cette singularité électrique au moyen de la théorie électronique des métaux : cette dernière suppose qu'il existe à la surface de

séparation d'un métal et du gaz environnant des couches électriques qui produisent une chute de potentiel s'opposant à la sortie des électrons du métal. Tout se passe comme si, sous l'action du rayonnement émis par les cellules, il se produisait, dans l'équilibre des charges électriques superficielles, un changement se traduisant par une diminution de la chute de potentiel antagoniste. Quand le rayonnement cesse, l'équilibre se rétablit lentement et le métal revient peu à peu à son état primitif; si on le porte dans un condensateur, tant que les couches superficielles ne sont pas revenues à leur état normal, des électrons s'échappent du métal et celui-ci acquiert une charge positive, mais la reconstitution progressive d'une atmosphère d'électrons à la surfaee du métal diminue l'émission négative et produit sur le métal un effet d'influence, l'électromètre reçoit une charge négative qui diminue d'abord la charge positive acquise précédemment, puis l'annule et la masque complètement en produisant une charge négative du métal. On s'explique alors que la présence d'un champ électrique suffisant se traduise, suivant le sens dans lequel il est appliqué, par une augmentation ou une diminution du phénomène.

IONISATION DES GAZ. — *Les gaz ionisés et la loi de Coulomb.* Note de M. **Th. V. Ionescu**, présentée par M. A. Cotton.

H. et C. Gutton [1] ont montré expérimentalement que les gaz ionisés ont une période propre de vibration qui dépend de l'intensité d'ionisation. Ce phénomène a été étudié théoriquement par J. J. Thomson [2] et Tonks et Langmuir [3]. Ils assimilent les gaz ionisés à un plasma formé d'ions positifs et d'électrons.

Lorsqu'on applique un champ électrique à une portion limitée de gaz, les électrons se déplacent tous à la fois par rapport aux ions positifs.

Ce déplacement provoque une force élastique qui tend à les ramener à leur position initiale.

Appliquant l'équation de Poisson les auteurs ont trouvé que les électrons ont une période propre de vibrations $\nu = \left(\frac{e^2 N}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$ où m et e représentent la

(1) *Annales de Physique*, **13**, 1930, p. 62, et **14**, 1930, p. 5.
(2) *Phil. Mag.*, **6**, 1928, p. 1254.
(3) *Phys. Rev.*, **33**, 1929, p. 195.

masse et la charge de l'électron, N le nombre d'électrons par centimètre cube.

On peut arriver à un résultat analogue, encore meilleur, en faisant l'hypothèse qu'en l'absence d'un champ électrique extérieur, les électrons se placent au milieu des lignes d'union entre deux ions positifs dont les distances sont égales à $r = N^{-\frac{1}{3}}$. Les électrons peuvent vibrer dans des plans perpendiculaires à ces lignes d'union des ions positifs. Ils ont une période propre de vibration qu'on peut calculer par la loi de Coulomb. En effet, en déplaçant l'électron de la position d'équilibre de la quantité $\Delta\xi$, on a la force

$$\gamma\Delta\xi = \frac{16e^2\Delta\xi}{r^3} = 16e^2 N \Delta\xi.$$

La fréquence propre de vibration est donnée par

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\gamma}{m}} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{e^2 N}{m}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Les électrons, pendant leur vibration sous l'action du champ extérieur, peuvent modifier la constante diélectrique du milieu.

La composante de la vibration sur la direction du champ électrique extérieur, elle seule, détermine la variation de la constante diélectrique. En tenant compte de ce que la ligne d'union des deux ions positifs fait un angle α quelconque avec la direction du champ extérieur, le calcul montre que tout se passe comme si l'on avait seulement $N' = \frac{2}{3}N$ électrons vibrant dans la direction du champ extérieur. H. Gutton trouve une période propre de vibrations correspondant à $\lambda = 2^m,475$ pour $N = 0,9 \times 10^8$ déduit de la variation de la constante diélectrique. Si l'on calcule à partir de ce nombre la longueur d'onde correspondant à la fréquence de résonance par la formule de J. J. Thomson, on trouve $\lambda = 3^m,53$ tandis que par notre formule on trouve $\lambda = 2^m,55$.

Récemment Mlle Chenot [1] a trouvé que la vitesse de propagation des ondes électriques dans les tubes à gaz ionisés est comprise entre $\frac{2,5}{100}$ et $\frac{8}{100}$ de la vitesse de la lumière. Si l'on assimile le tube à un conducteur électrique ayant sur l'unité de longueur la self L, la capacité C, on a, pour la vitesse de propagation des ondes électriques, $U = (LC)^{-\frac{1}{2}}$.

---

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 38 et 673.

On peut calculer facilement L et C d'après les relations d'énergie

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}L(Nev)^2 = \frac{1}{2}Nmv^2, \qquad \text{d'où} \qquad L = \frac{m}{e^2N}.$$

Pour le calcul de C on se sert de la loi de Coulomb, en tenant compte que seule la composante du champ électrique perpendiculaire à la ligne d'union des ions positifs produit le déplacement de l'électron. On a pour un seul électron

$$eh\sin\alpha = \frac{16e^2\Delta}{r^3}\xi_\alpha = 16e^2N\,\Delta\xi_\alpha.$$

L'énergie potentielle pour N électrons est

$$\sum_0^\pi N_\alpha\gamma_\alpha\frac{\overline{\Delta\xi_\alpha^2}}{2} = \frac{h^2}{64}\int_0^\pi \sin^3\alpha\,d\alpha = \frac{h^2}{48} = \frac{1}{2}Ch^2.$$

d'où

$$C = \frac{1}{24} \qquad \text{et} \qquad U = \left(\frac{24Ne^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Pour $N = 0,9\times10^8$ on trouve $U = 9\times10^8$ cm-sec^{-1} ou $\frac{3}{100}\times C$. En partant des résultats donnés par Mlle Chenot, on trouve pour N des valeurs comprises entre $1,6\times10^8$ et 10^9 électrons par centimètre cube pour

$$\lambda = 3210\,m \quad (^1).$$

On aurait pu calculer de même la capacité C en partant de l'équation de Poisson, pour arriver à

$$U = \left(\frac{4\pi e^2N}{m}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

On peut ainsi voir que l'existence d'une période propre de vibrations pour les gaz ionisés nous donne la possibilité de calculer la vitesse de propagation d'une onde électrique dans ces milieux.

MAGNÉTISME. — *États magnétiques du platine.* Note (²) de Mlle **Paule Collet** et de M. **G. Foëx**, présentée par M. Pierre Weiss.

Une des propriétés les plus remarquables de certains paramagnétiques est leur aptitude à prendre, sous des influences peu connues, des états

(¹) Longueur d'onde de l'oscillateur.

(²) Séance du 13 avril 1931.

magnétiques distincts, caractérisés chacun par un moment atomique et un point de Curie, états présentant peut-être une certaine analogie avec les états spectraux d'un atome déterminé (1).

Pour le platine métallique, les résultats obtenus par l'un de nous (2) et par Kopp (3) comparés à ceux de Kamerlingh Onnes et Oosterhuis (4), faisaient prévoir au moins deux états distincts. Pour les retrouver et préciser leurs conditions d'existence, nous avons étudié plusieurs échantillons de platine dans différents champs et dans des intervalles étendus de température. L'un de ces échantillons est précisément celui de Kopp; les autres, préparés à différentes époques par la maison Heraeus, sont désignés par celle-ci comme physiquement purs, et, en particulier, comme exempts de fer; l'un d'eux est du fil destiné aux couples thermo-électriques. En fait, les trois échantillons étudiés à des températures supérieures à 50° et dans des champs dépassant 7000 gauss, possèdent exactement le même moment de 8 magnétons, ce qui est une confirmation de la pureté. De plus il n'y a pas diminution du coefficient d'aimantation en passant de 3000 à 6000 gauss, ce qui élimine la possibilité d'impuretés ferromagnétiques.

Les mesures magnétiques de haute précision ont été faites par la méthode habituelle (5); la correction du diamagnétisme mesuré par Kopp (6) ($-0{,}141 \times 10^{-6}$) a été faite dans tous les cas. Les températures ont été *repérées magnétiquement* à l'aide du sulfate de gadolinium cristallisé. Le coefficient d'aimantation de ce sel varie rigoureusement en raison inverse de la température absolue (7); une mesure à une température connue permet donc de déduire les autres températures des coefficients d'aimantation correspondants.

Résultats des mesures. — Kopp avait obtenu un moment de 8 magnétons de 0° à 450°. Son échantillon, entre —180° et 0°, a conservé le même état magnétique, donnant ainsi un rare exemple de stabilité (n° 1).

Les autres échantillons, aux basses températures, et dans des champs

---

(1) G. Foëx, *Ann. de Phys.*, 16, 1921, p. 224. Chapitres sur les solutions et les droites coudées; *Comm. Soc. Fr. de Phys.*, 1923, p. 243 S. — Chatillon, *Ann. de Phys.*, 9, 1923, p. 187.

(2) G. Foëx, *loc. cit.*

(3) *Thèse Zurich*, 1919.

(4) *Comm. Phys. Lab. Leiden*, n° 132, 1913.

(5) G. Foëx et R. Forrer, *J. de Phys.*, 6e série, 7, 1926, p. 180.

(6) *Thèse Zurich*, 1919.

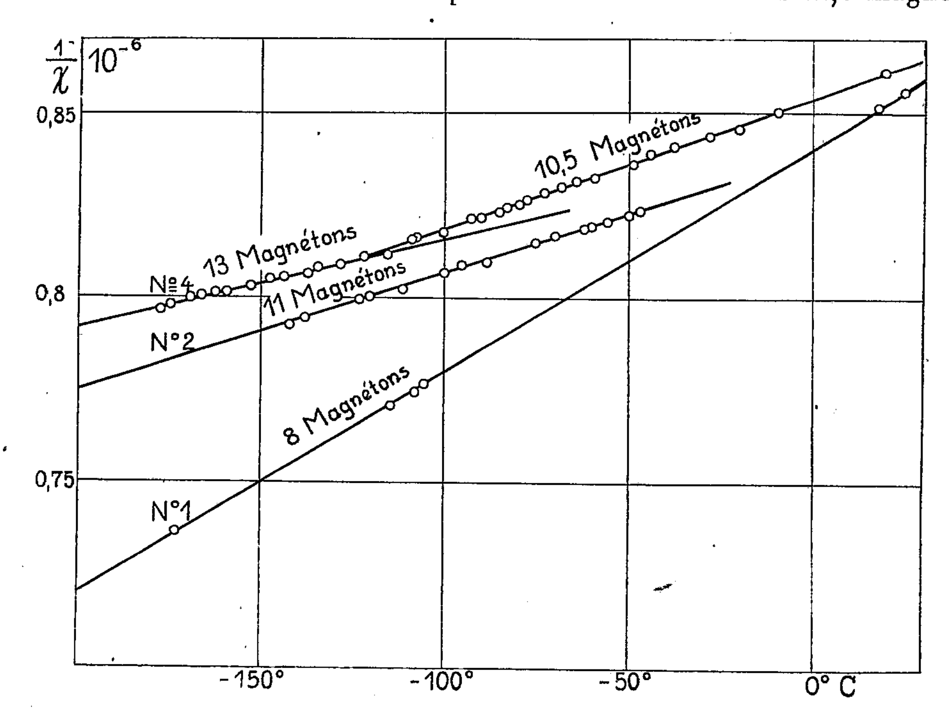
(7) H. R. Woltjer et Kamerlingh Onnes, *Comm. Phys. Lab. Leiden*, 167, 1923.

de 6000 à 7000 gauss, nous ont donné les moments suivants, connus à moins de 0,1 magnéton :

Platine n° 2 (fil) : 11,0 magnétons de — 180° à — 30°;

Platine n° 3 : 9,5 magnétons de — 180° à — 30°;

Platine n° 4 : a donné dans une première série de mesures 12,0 magné-



tons. Dans les séries ultérieures cette valeur n'a plus été retrouvée. La matière avait changé d'état sans cause apparente. On a obtenu 13,0 magnétons de — 180° à — 110° et 10,5 magnétons de — 110° à 0°.

Entre 0° et 200° nous avons trouvé des résultats analogues. Nous avons essayé, par des recuits dans le champ magnétique, de faire prendre à l'échantillon n° 4 l'état de celui de Kopp et, par fusion, de modifier l'état magnétique de ce dernier. Ces traitements n'ont provoqué aucune modification.

La variation des états magnétiques sous des influences jusqu'à présent insaisissables, pour des échantillons identiques par ailleurs, est donc bien établie.

OPTIQUE. — *L'hypothèse de la courbe de poursuite et la réfraction dans les systèmes optiques en mouvement.* Note [1] de M. **V. Lalan**.

1. M. Sesmat a proposé [2] d'interpréter, au moins du point de vue formel, la traversée d'un corps par la lumière comme une suite d'actions de proche en proche se transmettant d'une particule à l'autre, à la vitesse c, mais avec un temps d'arrêt en chaque particule. Soit δ la distance de deux particules voisines P_1 et P_2. Le temps de parcours de P_1 à P_2 sera $\delta : c$; si l'arrêt en P_2 est θ, la vitesse moyenne aura pour grandeur $\dfrac{\delta}{\dfrac{\delta}{c}+\theta}=\dfrac{c}{1+c\dfrac{\theta}{\delta}}$, ce qui se réduira à $\dfrac{c}{n}$, pourvu que θ vérifie

$$(1) \qquad 1+c\frac{\theta}{\delta}=n, \qquad \text{donc} \qquad \theta=\frac{\delta(n-1)}{c}.$$

Quand le corps se meut, le temps de parcours doit être estimé d'après une ligne de poursuite; en outre le temps d'arrêt θ' peut dépendre de v, et nous allons précisément en disposer pour obtenir la conservation des lois de la réfraction.

2. Examinons d'abord le problème de Fresnel : une onde plane tombe parallèlement à la face d'un prisme qui se meut normalement à cette face. Quelle valeur, dans la nouvelle théorie, faut-il attribuer au coefficient d'entraînement k pour que l'angle d'émergence, mesuré par un observateur lié au prisme, ait la même grandeur que si l'ensemble était au repos? Le calcul donne [3] $k=\dfrac{1+\dfrac{1}{n^2}}{1-\dfrac{\beta}{n}}$. De là se déduit le temps d'arrêt θ'. Dans le cas actuel, le rayonnement se transmet parallèlement à v; la vitesse moyenne est donc $\left(\dfrac{\delta}{1-\beta}+v\theta'\right):\left(\dfrac{\delta}{c-v}+\theta'\right)$ et, en posant qu'elle est égale à $\dfrac{c}{n}+kv$, on trouve

$$(2) \qquad \theta'=\frac{\theta}{1-\beta^2}=\frac{\delta(n-1)}{c(1-\beta^2)}.$$

---

[1] Séance du 7 avril 1931.

[2] *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 550.

[3] Le détail des calculs sera publié ailleurs. Notons que le résultat est exactement le même que dans la théorie de M. Einstein.

Nous avons maintenant à montrer que cette valeur de θ' suffit, si on l'adopte, à assurer la conservation des lois de la réfraction dans le cas général. Il nous faut auparavant évaluer le chemin optique correspondant à un trajet géométrique quelconque dans la matière en mouvement.

3. Soit φ l'angle de v avec la droite qui joint les deux particules voisines P_1 et P_2. La ligne de poursuite joignant P_1 à P_2 a pour longueur (1) $\frac{\delta(1+\beta\cos\varphi)}{1-\beta^2}$; le temps total mis par le rayonnement pour atteindre P_2 et mettre P_2 en état de rayonner, est $\frac{\delta}{c}\,\frac{1+\beta\cos\varphi}{1-\beta^2}+\theta'=\frac{\delta}{c}\,\frac{n+\beta\cos\varphi}{1-\beta^2}$. Quand les deux points A et B du corps transparent sont séparés par une distance quelconque, le chemin relatif $AP_1P_2\ldots P_{m-1}B$ est celui qui rend minimum

$$\frac{AP_1}{1-\beta^2}(n+\beta\cos\varphi_1)+\frac{P_1P_2}{1-\beta^2}(n+\beta\cos\varphi_2)+\ldots+\frac{P_{m-1}B}{1-\beta^2}(n+\beta\cos\varphi_m)$$
$$=\frac{1}{1-\beta^2}[n(AP_1+P_1P_2+\ldots+P_{m-1}B)+\beta ab].$$

Comme le coefficient de β ne varie pas, le minimum est réalisé quand P_1, P_2, ..., P_{m-1} sont sur la droite AB et le chemin optique de A à B, dans la matière en mouvement, prend la forme (2)

$$\frac{n\,AB+\beta ab}{1-\beta^2}=\frac{AB}{1-\beta^2}(n+\beta\cos\varphi)\qquad\left(\varphi=\widehat{v, AB}\right).\tag{3}$$

Cette formule nous permet de traiter le problème général de la réfraction.

4. Soit S une source dans un milieu d'indice 1, R un récepteur dans un milieu d'indice n; le point P où le rayonnement pénètre dans le second milieu se détermine, quand le système est au repos, par la condition que SP + nPR soit minimum. Si le système est en mouvement, la théorie nouvelle conduit à rendre minimum le chemin optique

$$l=\frac{SP}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi_1)+\frac{PR}{1-\beta^2}(n+\beta\cos\varphi_2)=\frac{1}{1-\beta^2}(SP+n\,PR+\beta sr).$$

Comme sr est constant, l est minimum en même temps que SP + nPR : *le point* P *est donc exactement le même que dans le cas du repos*. C'est ce que nous voulions démontrer.

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 467.

(2) Dans la théorie de la Relativité, le chemin optique, mesuré dans le système par rapport auquel la matière a la vitesse v, ne diffère du nôtre que par le changement de $1-\beta^2$ en $\sqrt{1-\beta^2}$.

5. Resterait à interpréter l'allongement de l'arrêt qu'exprime la formule (2). On aura une image rendant raison de cet allongement, si l'on admet que le temps θ est employé par le rayonnement à parcourir, avec la vitesse c, une ligne polygonale *fermée*, de longueur $L = (n-1)\delta$, partant de la particule et y revenant, avant de gagner la particule suivante. Quand la matière est en mouvement, cette ligne polygonale est remplacée par une succession de lignes de poursuite dont la longueur totale est, comme je l'ai montré (¹), $\frac{L}{1-\beta^2}$; de là l'allongement de θ en θ'. Dans cette représentation, l'indice n est égal à $\frac{L+\delta}{\delta}$: c'est le rapport du chemin relatif total au chemin relatif direct.

OPTIQUE. — *Dispositif simple et lumineux pour l'étude de l'effet Raman.* Note de M. **H. Hulubei** et Mlle **Y. Cauchois**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons été amenés, pour nos recherches d'excitation optique des spectres, à un montage simple, de grande luminosité, qui nous a déjà donné de bons résultats, en particulier dans l'étude des spectres secondaires dans la diffusion moléculaire.

Les récentes découvertes dans la diffusion moléculaire (effet Raman) ont conduit divers auteurs à proposer des méthodes de travail pour en faciliter l'étude. Ainsi on trouve dans la littérature : les dispositifs bien connus de R. W. Wood qui ont beaucoup aidé et contribué au développement actuel des travaux dans cette direction (²); ils ont été employés par un grand nombre de chercheurs, à de petites modifications près — celui de R. Bär (³) qui, pour accroître la luminosité, augmente la profondeur de substance irradiée jusqu'à environ 1 mètre; la lumière excitatrice concentrée dans la substance y reste emprisonnée par réflexions multiples — celui de J. Zahradnicek et B. Vlach (⁴) où deux miroirs croisés et à 45° sur l'axe d'une éprouvette verticale contenant la substance servent respective-

---

(¹) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 467.

(²) R. W. Wood, *Phil. Mag.*, 6, 1928, p. 729; 7, 1929, p. 858; *Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 294 et 1097; 35, 1930, p. 670; 36, 1930, p. 1421; *Trans. Farad. Soc.*, 25, 1929, p. 792; 26, 1930, p. 99.

(³) R. Bär, *Helv. Phys. Acta*, 2, 1929, p. 154; *Phys. Zeits.*, 30, 1929, p. 856.

(⁴) J. Zahradnicek et B. Vlach, *Zeits. f. Phys.*, 60, 1930, p. 402.

ment à éclaircir la substance et à renvoyer la lumière diffusée sur la fente d'un spectrographe.

De tels dispositifs devraient utiliser au maximum les flux lumineux excitateur et diffusé, permettre d'introduire avec facilité des filtres convenables sur le trajet de la lumière primaire, renvoyer aussi peu que possible de lumière excitatrice dans le spectrographe; de plus être d'un maniement facile, et n'exiger que de petites quantités de substances, tout en permettant des durées de pose raisonnables.

Dans notre montage une lampe à vapeur de mercure, dégarnie de son armature métallique, est suspendue par les fils mêmes d'arrivée du courant dans une boîte et au foyer d'un miroir cylindroparabolique réfléchissant vers le haut; la lumière sort par un orifice circulaire pratiqué dans le couvercle de la boîte, et tombe sur un réflecteur tronconique, poli à l'intérieur, avec génératrices à 45°, et dans l'axe duquel se trouve un petit tube à essai contenant la substance à étudier; ce réflecteur, avec le petit tube axial, est simplement posé au-dessus de l'orifice. Le fond du petit tube ainsi que son bord supérieur sont noircis par un vernis convenable. La lumière de la source, directement ou après réflexion sur le miroir parabolique, est recueillie par le réflecteur conique et renvoyée normalement au tube, qui est ainsi éclairé d'une manière homogène et très intense; on voit facilement que l'on recueille presque complètement le flux lumineux excitateur, et que la lumière reste emprisonnée entre les deux réflecteurs. La lumière diffusée suivant l'axe du tube-laboratoire est envoyée sur la fente du spectrographe à l'aide d'un prisme à réflexion totale ou d'un miroir à 45°, à travers un diaphragme circulaire réglable qui délimite le faisceau et élimine la lumière provenant des parois.

Dans ce montage, on peut employer une lampe à mercure, dont la colonne lumineuse a une longueur double de celle du tube irradié, ce qui permet donc de gagner beaucoup en luminosité. La source étant suffisamment éloignée du tube et disposée perpendiculairement à celui-ci, l'échauffement de la substance en expérience est faible, et le courant d'air qui circule dans la boîte et refroidit la lampe suffit à l'éviter. Les filtres se placent facilement sur l'orifice de la boîte. Le tube étant vertical, la substance diffuse à travers sa propre surface libre, avantage notable pour l'optique du système. La manipulation du corps à étudier est des plus aisées. La symétrie du système permet un réglage immédiat.

Pour nous rendre compte de ce que l'on peut obtenir, nous avons photographié les spectres de diffusion de différents liquides et poudres cristal-

lines; nous avons obtenu sans difficulté leurs raies de Raman. Ainsi, par exemple, en éclairant avec une lampe d'environ 75 watts 10^{cm^3} de toluène du commerce à l'aide d'un spectrographe F/5, distance focale 248^{mm}, dispersion C. F. 2°12′, avec une fente de $0^{mm},02$, on a eu dans la région de bonne sensibilité d'une plaque Anecra Guilleminot, des raies de Raman nettes après un quart d'heure de pose, desquelles on a déduit les $\Delta\nu$: 530, 599, 784, 1004, 1207, 1398, 2919 et 3032 cm^{-1}, en bonne concordance avec les résultats donnés par différents auteurs.

Avec de petits débris cristallins de spath calcaire, même spectrographe, une fente de $0^{mm},01$ et trois quarts d'heure de pose sur plaque Ilford iso Zenith (H et D 700), on a eu les $\Delta\nu$: 221, 288, 716, 1090, 1418, 1764 cm^{-1}.

La mesure des spectres de diffusion a été faite en se servant des raies mêmes du mercure comme référence.

Remarquons que les cristaux uniques ou les substances solides amorphes pourraient être étudiés commodément avec ce dispositif.

PHYSIQUE. — *Sur un nouvel effet magnéto-optique : pouvoir rotatoire suivant l'axe optique de certains cristaux uniaxes dans le voisinage des bandes d'absorption sous l'action d'un champ magnétique normal à cet axe.* Note de MM. **Jean Becquerel** et **Louis Matout**, présentée par M. Cotton.

Le phénomène qui fait l'objet de la présente Note se produit dans les cristaux uniaxes pour les radiations voisines des bandes d'absorption, lorsque ces bandes sont décomposées par un champ magnétique.

Une lame cristalline, normale à l'axe optique, est traversée dans la direction de cet axe par un faisceau lumineux sensiblement parallèle. Cette lame est plongée dans de l'azote liquide, ce qui permet d'obtenir des bandes d'absorption fines. On produit un champ magnétique *transversal.*

On sait que, dans un champ transversal, un gaz acquiert une biréfringence magnétique aux environs des raies d'absorption présentant l'effet Zeeman. Avec un cristal uniaxe dont l'axe est parallèle aux rayons lumineux on aurait pu, en raison de l'isotropie optique dans un plan normal à l'axe, s'attendre à trouver le même effet; d'autant plus que si l'on dispose devant la fente du spectroscope un analyseur biréfringent, donnant deux plages contiguës polarisées l'une parallèlement, l'autre normalement au champ magnétique, on constate que les décompositions magnétiques sont différentes dans les deux plages, comme dans le cas des gaz.

Il est donc très surprenant de constater qu'aux alentours des bandes d'absorption, *au lieu d'une biréfringence rectiligne il se produit une biréfringence circulaire, c'est-à-dire un pouvoir rotatoire.*

L'effet est très net avec le xénotime dont les bandes sont extrêmement sensibles à l'action d'un champ magnétique; mais il n'est pas particulier à ce cristal, car on le voit aussi, bien que faiblement, auprès de quelques bandes de la tysonite et du rubis.

Une lame de xénotime étant disposée entre un polariseur et un analyseur croisés, on observe qu'un champ transversal détermine une réapparition de lumière auprès des bandes d'absorption. Si cet effet était uniquement causé par une biréfringence, il devrait disparaître lorsque la vibration incidente est parallèle ou normale au champ; or il subsiste pour toutes les orientations du polariseur. On constate d'ailleurs que pour les radiations qui sont voisines des composantes des bandes, mais en dehors de celles-ci, une vibration rectiligne a tourné en restant rectiligne : il y a donc certainement pouvoir rotatoire, sans biréfringence sensible; la vibration ne devient elliptique que si l'absorption est notable, sans doute à cause d'un dichroïsme circulaire.

La dispersion rotatoire peut être étudiée à l'aide d'un compensateur de Babinet précédé d'une lame quart d'onde (directions principales à 45° de celles du compensateur) et suivi d'un analyseur. Le compensateur, collé sur la monture de la fente du spectroscope, est orienté de manière que les franges soient normales à la fente. Quelle que soit l'orientation du polariseur, on obtient des franges nettes. Toute différence de marche entre deux vibrations circulaires reçues par le quart d'onde se traduit par un déplacement de la frange, si bien que la courbe de dispersion rotatoire se trouve toute dessinée dans le spectre. Lorsque deux vibrations circulaires de sens opposés sont d'intensités inégales la frange pâlit, mais on rétablit la netteté en tournant l'analyseur, et l'on suit ainsi les déplacements d'une frange jusqu'à l'intérieur des bandes d'absorption.

Nous avons constaté les faits suivants :

1° *Le pouvoir rotatoire est essentiellement fonction de l'orientation de la vibration incidente.* Ce résultat est très étrange.

2° *Le pouvoir rotatoire est dans tous les cas, indépendant du sens du champ magnétique.*

3° La dispersion rotatoire aux environs des diverses bandes, ou d'une même bande pour différentes orientations du polariseur, présente les caractères les plus variés : tantôt le pouvoir rotatoire est de même sens, tantôt il est de sens opposés de part et d'autre de l'ensemble des composantes d'une bande. L'effet est souvent très dissymétrique.

4° Dans son ensemble, le phénomène est du même ordre de grandeur que dans le cas où le champ est longitudinal; la rotation, auprès de certaines bandes du xénotime, peut dépasser 45° par millimètre d'épaisseur dans un champ de 20000^{g}.

On pourrait penser que l'existence de cette rotation provient d'un défaut de transversalité du champ magnétique. Il n'en est rien, car si l'on déplace l'aimant de quelques degrés de part et d'autre de l'orientation normale au champ, l'effet ne varie guère. Mais lorsque l'aimant est oblique, la rotation n'est plus complètement indépendante du sens du champ : il y a certainement dans ce cas une influence de la composante longitudinale du champ.

Le pouvoir rotatoire dans un champ transversal doit se rattacher aux décompositions magnétiques des bandes d'absorption et à l'état de polarisation des composantes. Des expériences sont en cours d'exécution pour lever la contradiction qui semble exister entre le résultat de l'examen spectroscopique à l'aide d'un analyseur biréfringent, et l'existence d'un pouvoir rotatoire au lieu d'une biréfringence magnétique.

RADIOACTIVITÉ. — *Figures de distribution du dépôt actif sur les électrodes.* Note de MM. S. Rosenblum et M. Valladares, présentée par M. Jean Perrin.

Quand on porte un métal à un certain potentiel par rapport à une enceinte contenant un gaz radioactif, le dépôt actif se trouve concentré sur l'électrode.

Pour étudier la répartition de ce dépôt provenant d'apport d'atomes actifs ionisés, nous avons activé des plaques ayant la forme de polygones réguliers portés à un potentiel fixe par rapport à un cylindre creux métallique contenant un produit fort de radiothorium dans le fond.

Les plaquettes de quelques centimètres carrés de surface étaient en général centrées par rapport au récipient (diamètre : 11^{cm}, hauteur 7^{cm}) et restaient dans l'atmosphère gazeuse (air à la pression atmosphérique et thoron) fortement ionisée pendant 10 à 30 minutes.

Les électrodes ainsi activées étaient ensuite appliquées, pendant 1 à 2 minutes, sur des plaques photographiques; on obtient alors des images dont la nature dépend surtout de la forme géométrique de l'électrode. Ces images affectent la forme de fleurs, le nombre des pétales est, dans le cas d'une plaque centrée, égal au nombre des sommets et le centre de l'électrode est alors toujours exempt d'activité. La nature du métal et le poli n'inter-

viennent pas. Ce centre non actif de la figure se déplace quand la plaquette est décentrée (voir les photographies).

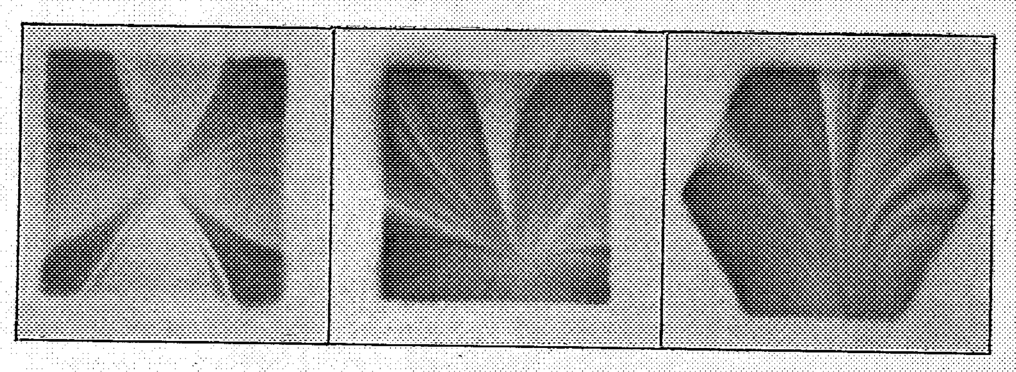


Fig. 1. — Plaque centrée par rapport au récipient. Fig. 2. — Plaque peu décentrée. Fig. 3. — Plaque très décentrée.

Agrandissement 2/1.

Nous avons pu obtenir ces images pour des tensions variant de 15 à 1200 volts. Le caractère général de la figure n'est, dans ces conditions, modifié ni par la valeur ni par le signe de la tension appliquée.

Nous signalons ces faits qui montrent que le dépôt actif dans le cas de l'activation par la méthode du champ électrique peut être réparti d'une façon nettement discontinue.

Les figures formées (rappelant certaines figures de Lichtenberg) sont probablement liées au mouvement des atomes actifs au voisinage immédiat des électrodes. Nous nous proposons d'étudier ultérieurement l'influence du milieu gazeux et sa pression sur le phénomène.

ATOMISTIQUE. — *Sur l'existence de différents isotopes.* Note (1) de M. Georges Fournier, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons proposé (2) un tableau de classification nucléaire des atomes suggérant les modes possibles de construction ou de désintégration des atomes, mettant clairement en évidence les familles radioactives et permettant en outre de prévoir l'existence d'isotopes non encore déterminés expérimentalement.

(1) Séance du 16 mars 1931.

(2) *Journal de Physique et le Radium*, 7e série, 1, VI, juin 1930, p. 194.

Depuis cette publication, un certain nombre d'isotopes ont été découverts par différents auteurs, avec les poids atomiques que nous avions prévu : C(13), N(15), O(17), Cr(50), Ge(73), Mo(98), Mo(100).

D'autres se sont placés correctement dans notre tableau en complétant nos données dans les régions où elles étaient insuffisantes pour que nous puissions prévoir avec certitude la position des isotopes : Cl(39), Cr(53), Ge(71), Ge(75), Ge(76), Mo(92), Mo(94), Mo(95), Mo(96), Mo(97), Sn(112), Sn(114), Sn(115), Bi(209).

Enfin l'existence de N(16), signalée comme douteuse par Naudé (*Phys. Rev.*, 34, 1929, et 36, 1930), semble à peu près impossible dans notre classification.

Ces faits nous amènent à proposer aujourd'hui une liste, non limitative d'ailleurs, d'isotopes probables non encore déterminés expérimentalement.

Type chimique.	Numéro atomique.	Poids atomique chimique.	Poids atomiques des isotopes déterminés expérimentatement.	prévus en plus.
A........	18	39,9	36-40	38-39
K........	19	39,1	39-41	40
Ca........	20	40,07	40-44	42
Ti........	22	48,1	48	46
Cr........	24	52,0	50-52-53-54	51
Fe........	26	55,84	54-56	57
Ni........	28	50,68	58-60	61
Ga........	31	70,10	69-71	70
Br........	35	79,92	79-81	82
Sr........	38	87,63	86-88	90
Y........	39	89,33	89	91
Zr........	40	90,6	90-92-94-96	91
Nb........	41	98,1	—	92-94-95
Cd........	48	112,40	110 à 114-116	108
In........	49	114,8	115	112-114-116
Sb........	51	120,2	121-123	119-122-124
Te........	52	127,5	126-128-130	120-122-124-125
I........	53	126,92	127	124-130
Cs........	55	132,81	133	131-136
Ba........	56	137,37	136-138	134
La........	57	139,0	139	137
Ce........	58	140,25	140-142	138

CHIMIE PHYSIQUE. — *Décomposition du phosphate monobarytique en solution.* Note de M. **René Pallu**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

J'ai entrepris l'étude physico-chimique de la neutralisation des solutions d'acide phosphorique par l'eau de baryte en suivant les variations des conductibilités et de l'acidité ionique. Je me bornerai à décrire ici la neutralisation de la première acidité de l'acide phosphorique, et à préciser les conditions de stabilité du phosphate monobarytique.

En partant d'eau de baryte 0,248 N et d'une solution phosphorique de même titre, j'ai réalisé différents mélanges tels que le volume total fût toujours de 100^{cm^3}.

Sur les liqueurs, j'ai mesuré les conductibilités à 0°, 21°, 50°, 85° et les pH à 21°. Dans le cas où il y a eu formation de précipité l'analyse en a été faite, ainsi que celle de la solution surnageante.

La courbe des exposants d'hydrogène montre que la neutralisation de la première acidité se produit pour pH = 3.

Le phosphate monobarytique est donc plus acide que le phosphate de chaux correspondant (pH, 4) (¹), ce qui nous fait prévoir des divergences entre ces deux sels.

La décomposition du phosphate monobarytique en solution comme l'ont déjà annoncée Joly (²) et Viard (³) peut s'exprimer par la réaction

$$\underset{\text{(soluble)}}{(PO^4H^2)^2Ba} \rightleftharpoons \underset{\text{(insoluble)}}{PO^4HBa} + PO^4H^3.$$

Elle est accompagnée de l'apparition d'un précipité de phosphate dibarytique.

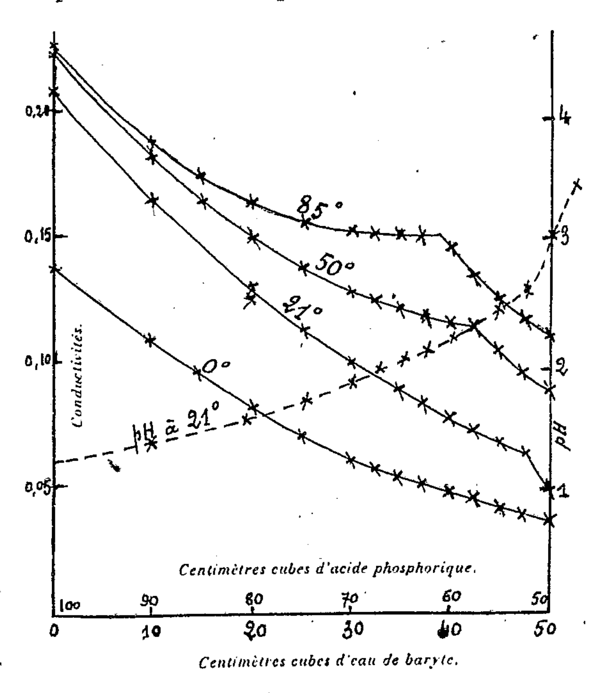
Les courbes de conductibilité reproduites ci-contre nous indiquent qu'aucune décomposition sensible du phosphate monobarytique n'existe à 0°, alors qu'à 21°, 50°, 85° des cassures correspondant à la précipitation nous indiquent une décomposition de plus en plus accusée.

A 21° la courbe présente un point anguleux pour $R = \frac{P^2O^5}{BaO} = 1,14$ dans la solution, à 50° pour R = 1,35 et à 85° pour R = 1,59. Ainsi pour des solutions dont le rapport R sera plus grand que 1,14, 1,35, 1,59 aucune

(¹) Gérald, Wendt et Clarke, *Journal of Am. Chem. Soc.*, 45, 1923, p. 881.
(²) Joly, *Comptes rendus*, 97, 1883. p. 1480.
(³) Viard, *Comptes rendus*, 127. 1898, p. 178.

décomposition ne sera possible respectivement à 21°, 50°, 85° dans les conditions de concentration où je me suis placé.

L'analyse de la phase solide en équilibre avec les diverses phases liquides



a montré que le précipité formé est constitué uniquement par du phosphate dibarytique répondant exactement à la formule théorique comme l'avaient annoncé Joly (¹) et Viard (¹). Ce phosphate est anhydre et se présente en beaux cristaux orthorhombiques.

Analyse du phosphate précipité.

	P pour 100		Ba pour 100		R	
	trouvé.	calculé.	trouvé.	calculé.	trouvé.	calculé.
50°.......	13,24	13,28	58,50	58,87	0,503	0,500
85.......	13,21	»	58,55	»	0,504	»
100.......	13,29	»	58,90	»	0,500	»

Le rapport R dans la phase liquide en équilibre avec le phosphate dibarytique précipité varie avec la concentration pour une même température comme le montre le tableau suivant :

(¹) *Loc. cit.*

Mélanges.		R.		
Acide. cm³	Base. cm³	100°.	85°.	50°.
50	50..........	1,61	1,50	1,32
55	45..........	1,70	1,58	1,37
57,5	42,5........	1,75	1,60	1,37
60	40..........	1,75	1,60	

Il en résulte que la décomposition est d'autant plus accentuée que la température est plus élevée.

A la température ordinaire si l'on évapore la solution correspondant à la composition du phosphate monobarytique, il se dépose du phosphate dibarytique puis un mélange de phosphate monobarytique et dibarytique. Pour n'obtenir que du phosphate monobarytique il faut partir d'une solution plus acide.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'oxydation à l'air de l'huile de paraffine.* Note de M. **Georges Arditti**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On sait que les hydrocarbures saturés peuvent, à l'état liquide, réagir sur l'oxygène de l'air dans différentes conditions ([1]) : je me suis proposé d'étudier le mécanisme du phénomène et dans la présente Note, j'exposerai des résultats obtenus dans le cas d'une huile de paraffine.

J'ai vérifié tout d'abord par la réaction de l'iode que le produit employé ne renfermait pas de composés non saturés; j'ai vérifié également, par l'épreuve du « doctor test », qu'il était bien exempt de soufre. J'ai fait barboter un courant d'air pendant des temps variables à travers l'huile, enfermée dans un ballon en verre placé dans un bain à température définie. La vitesse d'oxydation était suivie par la détermination des acides gras formés et restés en solution. Quand ces acides sont en proportion appréciable, il est possible de les déterminer alcalimétriquement; mais lorsque leur teneur est trop faible ce procédé ne convient plus; j'ai appliqué une méthode capillaire, indiquée par M. René Dubrisay ([2]) et basée sur le fait que la tension interfaciale entre l'huile et une solution de soude est réduite

([1]) Bergmann, *Chemisches Centralblatt*, 1919, 2e Partie, p. 122. — Kleber, *Chemisches Centralblatt*, 1920, 2e Partie, p. 349; et 1921, 2e Partie, p. 236. — Grün, *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*, 53, 1920, p. 987.

([2]) René Dubrisay, *Annales de Chimie*, 9, 1918, p. 25.

dans des proportions énormes par la moindre trace d'acide gras existant dans l'huile : il est ainsi possible de mettre le phénomène d'oxydation en évidence dès son apparition :

1° *Application de la méthode capilaire.* — Les résultats sont consignés dans le Tableau I.

TABLEAU I.

Durée en heures du barbotage.	Nombre de centimètres cubes correspondant à l'écoulement de 10 gouttes de soude N/200.				
	15°.	85°.	110°.	123°.	150°.
h	cm³	cm³	cm³	cm³	cm³
0	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
0,5	2,4	2,4	–	–	1,1
1	2,4	2,4	–	2,1	0,1
3	2,4	2,4	2,2	1,6	–
6	2,4	2,4	–	0,7	–
8	2,4	2,4	2,0	0,3	–
12	2,4	2,4	1,8	–	–
16	2,4	2,4	1,4	–	–
21	2,4	2,4	0,5	–	–
100	2,4	2,4	–	–	–
1500	2,4	2,4	–	–	–

Ces chiffres montrent que l'oxydation n'apparaît ni à 15° ni à 85° même après un barbotage d'air prolongé. Au contraire, l'altération est notable au bout de 3 heures à 123° et au bout d'une demi-heure à 150°.

Le même procédé m'a permis de reconnaître que l'oxydation de l'huile était marquée dès la température ordinaire, sous l'influence des rayons ultraviolets.

2° *Application de la méthode alcalimétrique.* — Les dosages ont été effectués sur des prélèvements de 10^{cm^3}. J'ai déterminé successivement l'acidité libre et l'acidité totale (après saponification). Les résultats sont consignés dans le Tableau II et exprimés en centimètres cubes de potasse alcoolique décinormale nécessaire pour neutraliser les 10^{cm^3}.

La différence entre l'acidité libre et l'acidité totale montre la complexité du phénomène d'oxydation.

J'ai enfin mesuré les variations de viscosité de l'huile sous l'effet de l'oxydation. Les mesures ont été effectuées au viscosimètre de Baume, à la température de 100° sur de l'huile oxydée à 123°.

En représentant sur un même graphique les courbes d'acidification libre, d'acidification totale et de viscosité, on constate que les trois grandeurs

varient bien dans le même sens, mais que les variations d'acidité sont plus rapides, tout au moins à l'origine.

TABLEAU II.

Durée du barbotage.	Acidité libre.			Acidité totale.		
	110°.	123°.	150°.	110°.	123°.	150°.
6 heures....	–	–	2,0	–	–	9,0
14 »	–	0,9	–	–	2,2	–
16 »	–	–	6,2	–	–	21,2
22 »	–	2,8	8,7	–	12,8	30,0
26 »	–	–	10,7	–	–	35,6
31 »	–	10,0	–	–	30,0	–
36 »	1,8	–	–	9,5	–	–
44 »	–	21,9	–	–	57,0	–
51 »	–	27,3	–	–	64,1	–
55 »	6,5	–	–	23,1	–	–
82 »	17,7	–	–	53,3	–	–

Je poursuis ces recherches en étudiant tout d'abord les produits volatils qui prennent naissance dans l'oxydation de l'huile de paraffine. J'envisagerai ensuite l'influence exercée par divers catalyseurs; enfin je poursuivrai des expériences analogues sur d'autres hydrocarbures plus légers.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la loi de dégradation des solutions de caoutchouc en fonction du temps à diverses températures.* Note de MM. **P. Bary** et **E. Fleurent**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons montré (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 947) que la transformation moléculaire apportée au caoutchouc par le chauffage à des températures peu élevées n'altère pas la composition chimique des échantillons et que les modifications constatées sont réversibles.

Lorsqu'on opère à température constante sur les dissolutions de caoutchouc, on s'aperçoit que leur viscosité, mesurée par la durée d'écoulement d'un volume donné à travers un tube capillaire, conduit à une décroissance, plus ou moins rapide suivant la température, en fonction du temps et peut même arriver à des valeurs très faibles, comparables à celles des solvants purs; la modification subie alors par le caoutchouc n'est souvent plus réversible.

Bien que la viscosité mesurée sur de telles solutions n'ait pas un sens physique précis et dépende de la rigidité du liquide, elle n'en fournit pas moins des valeurs directement liées à l'état de dispersion du caoutchouc dans le solvant. Quelle que soit l'hypothèse faite sur la structure de la phase dispersée (polymérisation, micelles de molécules agrégées, etc.) la réduction de la viscosité apparente correspond à une *dégradation* D de cette structure que nous représenterons par le terme $\frac{1}{\eta - 1}$, dans lequel η est la viscosité de la solution par rapport à celle du solvant prise comme unité.

Des expériences préliminaires aux températures d'environ 20, 40 et 55° poursuivies pendant 5000 à 6000 heures nous ont montré que la dégradation du caoutchouc en solution augmentait très rapidement avec la température et que pour étudier la loi suivie en fonction du temps, il est nécessaire de maintenir pendant toute la durée cette température aussi constante que possible.

Nous avons alors entrepris une série d'expériences sur des solutions de crêpe blanc de plantation (après extraction acétonique) dans le benzène, le toluène et le xylène aux températures d'ébullition du benzène et du xylène et, pour le toluène, à 93°,5, cette dernière température étant maintenue sur un bain-marie bouillant.

En reliant les valeurs trouvées pour la viscosité pendant toute la durée de l'expérience en fonction du temps exprimé en heures, nous avons trouvé que la courbe obtenue était correctement représentée par l'équation d'une hyperbole

$$(\eta - 1)(t + \theta) = \mathrm{A}.$$

La constante θ qui peut être positive ou négative dépend du point choisi pour le début des expériences, la solution devant être homogène pour que les mesures soient possibles. La constante A est caractéristique de la nature du solvant et de la température de l'expérience. En remplaçant $(t + \theta)$ par T et en substituant à la viscosité la dégradation telle que définie ci-dessus, on obtient

$$\mathrm{T} = \mathrm{AD}.$$

Les valeurs trouvées dans les expériences sont données au tableau ci-après dont la dernière colonne indique la valeur du temps nécessaire pour que la solution atteigne une viscosité à 15° de 10 pour 100 plus grande que celle du dissolvant.

Dégradation du caoutchouc en solution (2g pour 100cm³).

Dissolvant.	Température de chauffage.	A.	T calculé pour $\eta = 1,1$.
Benzène...........	80°	3540	35400 heures
Toluène...........	93,5	58,78	587,8 »
Xylène............	138-140	18,15	181,5 »

Nous devons signaler que dans le cas du xylène la température paraît déjà assez élevée pour que la dégradation se fasse avec un commencement de modification chimique de la solution qui possède alors une couleur rouge foncé et une odeur nettement différente de l'odeur initiale.

Nous poursuivons l'étude des phénomènes ainsi caractérisés d'une manière générale.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la transmission de la détonation à distance.* Note de MM. **P. Laffitte** et **M. Patry**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons étudié par la méthode d'enregistrement photographique la transmission de la détonation d'une première colonne d'explosif à une seconde colonne située à une certaine distance de la première. Ces deux masses d'explosif étaient contenues dans deux tubes de verre placés eux-mêmes dans un tube de verre de grande longueur. Le tube contenant l'explosif détonant par influence était d'un diamètre légèrement inférieur à celui contenant la première colonne d'explosif. Les résultats obtenus indiquent un mécanisme différent pour la transmission de la détonation suivant la grandeur de la distance séparant les deux colonnes.

1° Si la colonne d'explosif détonant par influence est située à une distance de la première inférieure à la longueur au bout de laquelle se séparent l'onde de choc et les gaz lumineux (¹), la détonation de la seconde colonne est amorcée lorsque le front commun aux deux phénomènes en atteint la première tranche. C'est par ce mécanisme que se transmettait la détonation dans de précédentes expériences de l'un de nous (²).

En employant comme premier explosif de la dynamite n° 1, du tétryl ou de l'acide picrique et lorsque l'explosif détonant par influence est l'un de ces mêmes corps, la distance maxima à laquelle se transmet la détonation

(¹) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1335, et **192**, 1931, p. 744.
(²) *Ann. Phys.*, 10e série, **4**, 1925, p. 684.

est toujours inférieure à la longueur au bout de laquelle se séparent l'onde de choc et les gaz lumineux. La distance maxima de transmission de la détonation est obtenue lorsque la première colonne d'explosif est sous une densité de chargement élevée; et la seconde au contraire sous une densité relativement faible. La distance la plus élevée obtenue avec des tubes de 16^{mm} de diamètre pour la première colonne (le diamètre de la seconde étant sans influence) est de 44^{cm} avec de la dynamite nº 1 (première colonne) sous la densité de chargement $\Delta = 1,6$, et du tétryl (deuxième colonne, $\Delta = 0,70$).

Si la seconde colonne est du fulminate de mercure pur ($\Delta = 1$) et desséché dans le vide sur l'anhydride phosphorique, la distance maxima de transmission de la détonation est supérieure à $1^{m},50$, c'est-à-dire dépasse le point de séparation de l'onde de choc et des gaz lumineux, 70^{cm} dans les conditions précitées.

Le mécanisme de transmission de la détonation varie alors suivant la distance. C'est l'onde de choc, qui, jusqu'à une distance de $1^{m},15$, transmet la détonation au fulminate. Au delà, elle n'est plus capable de le faire

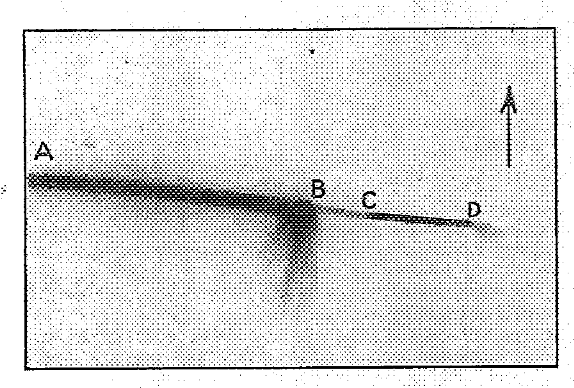


Fig. 1.

détoner et ce sont les gaz chauds arrivant ensuite qui provoquent sa détonation.

La figure 1 est la reproduction du négatif photographique obtenu en provoquant la détonation d'une colonne de fulminate par celle d'une colonne de dynamite située à une distance $d = 43^{cm}$ inférieure à celle de séparation des ondes. La dynamite se trouvait en dehors du champ de l'objectif. AB est l'image des gaz lumineux lancés en avant (vers la droite de la photographie) par la détonation de la dynamite. BC est l'image de la

détonation du fulminate. CD est l'image des gaz lancés en avant par la détonation du fulminate.

Dans la figure 2, la distance d était de 108^{cm}. On voit en E le déplacement des gaz lumineux. Le fulminate a détoné en B avant que les gaz y soient parvenus (1/7000 de seconde environ). Cela correspond au moment où l'onde de choc précédant les gaz est arrivée au contact de la première tranche de fulminate. La tache noire partant de B et inclinée vers la gauche est l'image des gaz lumineux lancés en arrière par la détonation du fulminate. CD correspond à ceux lancés en avant. Si d'ailleurs on fait la photographie avec un tube métallique à fentes traversées par un pinceau lumineux, on voit très bien la détonation du fulminate s'amorcer au moment où arrive l'onde de choc précédant les gaz lumineux.

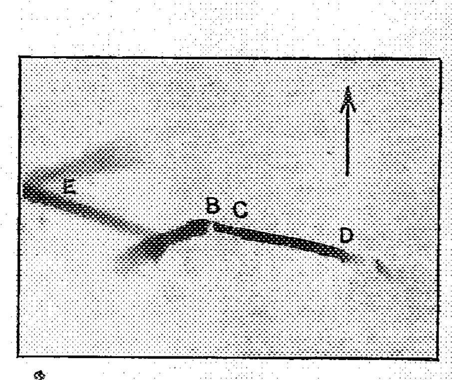


Fig. 2.

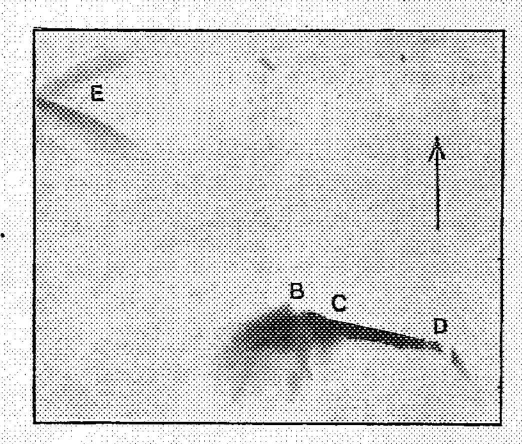


Fig. 3.

La photographie reproduite figure 3 a été obtenue à une distance $d = 130^{cm}$. L'intervalle de temps séparant la détonation du fulminate et celle de la dynamite est cette fois bien plus grand. Cette détonation a eu lieu lorsque sont parvenus en B les gaz qui cessent d'impressionner le papier sensible à partir de E. D'après l'aspect de la photographie il semble que dans ce cas il y ait plutôt une déflagration qu'une véritable détonation du fulminate.

En résumé cette étude nous a montré que la détonation d'un explosif est provoquée par celle d'un autre explosif situé à une certaine distance, lorsque y parviennent : soit l'onde de choc et les gaz lumineux (dans la région où ces deux phénomènes coïncident), soit l'onde de choc seule (à partir du point où s'étant séparée des gaz elle les précède), soit enfin les gaz

seuls (à partir d'une certaine distance où l'onde de choc semble ne plus posséder suffisamment d'énergie). Ceci n'exclut d'ailleurs pas l'existence d'autres modes de transmission de la détonation, comme la projection de matières solides (détonation du fulminate au contact des éclats d'un détonateur situé à une certaine distance, comme nous l'avons observé dans certains cas).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les combinaisons doubles entre les sulfates mercuriques et l'iodure mercurique.* Note de M. **M. Paić**, présentée par M. G. Urbain.

En 1905, Ditte ([1]) a montré que l'iodure mercurique peut former différentes combinaisons avec les sulfates mercuriques, dont la composition varie suivant les conditions où l'on opère. D'autre part, Brückner ([2]) a obtenu le sel $6(3HgO.2SO^3).6HgI^2.Hg(IO^3)^2$ en faisant réagir l'iode sur le sulfate mercurique en présence d'eau. D'après Chateau ([3]), on n'obtiendrait ainsi qu'un mélange de combinaisons : $6(2HgO.SO^3)$, $6(HgSO^4.HgI^2)$ et $Hg(IO^3)^2$.

I. Nous avons fait réagir sur 3^g d'iodure mercurique, à la température du bain-marie, 30$^{cm^3}$ d'acide sulfurique contenant 20 pour 100 d'anhydride sufurique. L'iodure se dissout, la solution se colore en brun foncé, et il s'échappe des vapeurs d'iode et d'anhydride sulfurique. Après quelques heures, la solution devient incolore et il se dépose, après le refroidissement, des microcristaux blancs et brillants. Le rœntgenogramme de ces cristaux est fait de la superposition du diagramme du sulfate mercurique et de la combinaison $HgSO^4.HgI^2$. On ne retrouve donc pas la combinaison $3HgSO^4.HgI^2$ qui se formerait, d'après Ditte, dans ces conditions.

II. Nous avons fait réagir, à la température ordinaire, sur l'iodure mercurique, des solutions saturées de sulfate mercurique, contenant, pour 100 d'eau, 70, 40, 30, 20 et 10^g d'acide sulfurique concentré. Dans ces conditions, l'iodure mercurique se transforme en une substance blanche, formée de cristaux feutrés. La vitesse avec laquelle l'iodure mercurique se transforme varie de 1 à 20 jours suivant la solution employée; cette vitesse

([1]) Ditte, *Comptes rendus*, 140, 1905, p. 1162-1167.
([2]) Brückner, *Mon. f. Ch.*, 27, 1906, p. 345; 28, 1907, p. 961.
([3]) M. Chateau, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 17, 1915, p. 121.

atteint son maximum dans la solution contenant pour 100g d'eau, 40g d'acide sulfurique.

Si la transformation s'arrête avant que tout l'iodure mercurique ait réagi, on décante le liquide, on le sature à nouveau avec du sulfate mercurique et on le remet en contact avec l'iodure mercurique. Si c'est nécessaire on répète cette opération plusieurs fois.

Les cristaux obtenus de cette manière ont été filtrés et séchés à l'air sur des plaques poreuses.

Dans la substance formée dans la solution contenant 20g d'acide sulfurique (pour 100g d'eau), nous avons pu séparer des cristaux de sulfate mercurique monohydraté.

Les rœntgenogrammes correspondant à ces substances sont rigoureusement identiques.

En se basant sur le fait que le rœntgenogramme de Debye et Scherrer est caractéristique pour une phase, il suffit, pour trouver la formule qui correspond aux substances décrites ci-dessus, d'en analyser une, et d'attribuer la même formule à toutes les autres.

Pour avoir un corps suffisamment pur pour l'analyse chimique, nous avons lavé à l'alcool absolu, puis à l'éther, les cristaux formés dans la solution contenant 40g d'acide sulfurique pour 100g d'eau.

Ils ont été séchés à 110°, température à laquelle cette substance ne se transforme pas. Les résultats moyens des trois analyses parallèles sont consignés dans le tableau suivant :

Formule présumée.	$3HgO.2SO^3.HgI^2$.
Nombre de molécules de HgO	2,99
Nombre de molécules de SO^3	1,99
Nombre de molécules de HgI^2	2,24

Les combinaisons

$$HgI^2.4HgSO^4 + 15 \text{ ou } 18H^2O, \quad 2SO^3.3HgO.HgSO^4.HgI^2.10H^2O,$$
$$2(2SO^3.3HgO).HgI^2.10H^2O, \quad 3(2SO^3.3HgO).2HgI^2.10H^2O,$$

qui se formeraient d'après Ditte dans les conditions décrites ci-dessus, se réduisent donc à une seule, de formule $3HgO.2SO^3.HgI^2$.

III. On a préparé la combinaison $3HgO.2SO^3.HgI^2$ également par broyage à sec, dans un mortier, de quantités équivalentes d'iodure mercurique et de sulfate mercurique $3HgO.2SO^3.2H^2O$.

IV. Le rœntgenogramme du produit obtenu d'après Brückner, par

l'action de 2g de sulfate mercurique sur 8g d'eau et 0g,5 d'iode, montre que ce produit renferme en majeure partie la combinaison $3HgO.2SO^3.HgI^2$. Par les réactions chimiques, on voit qu'il contient également de l'iodate mercurique, en quantités que la sensibilité peu élevée de la méthode rœntgenographique ne permet pas de déceler.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau triglycéride, obtenu à partir du beurre de cacao : une palmitostéaroazélaïne*. Note de MM. **J. Bougault** et **G. Schuster**.

Ce nouveau glycéride a été obtenu en oxydant le beurre de cacao par la méthode de Hilditch (1). Nous rappelons que cette méthode consiste à oxyder les corps gras, en solution acétonique, par le permanganate de potassium. Ceux des glycérides qui sont entièrement formés d'acides saturés ne sont pas touchés ; mais tout glycéride contenant au moins une molécule d'acide éthylénique (c'est en général l'acide oléique) est oxydé à l'endroit de la double liaison. Pour l'acide oléique l'oxydation fournit de l'acide azélaïque $CO^2H.(CH^2)^7.CO^2H$, et de l'acide pélargonique $CH^3.(CH^2)^7.CO^2H$, le premier restant attaché à la glycérine. De telle sorte qu'une distéarooléine donnera ainsi une distéaroazélaïne.

La totalité des glycérides se trouve ainsi scindée en deux groupes : les glycérides totalement saturés, non attaqués, qui restent neutres, et les glycérides contenant au moins une molécule d'acide non saturé, qui sont oxydés en donnant de nouveaux glycérides, possédant au moins une fonction acide libre, qui permet leur séparation d'avec le premier groupe, grâce à leurs sels alcalins solubles dans l'eau chaude et souvent aussi dans l'eau froide.

L'application de cette méthode au beurre de cacao nous a montré que la presque totalité (à 3 pour 100 près, environ) des glycérides du beurre de cacao sont des glycérides non saturés.

Parmi les glycérides acides résultant de leur oxydation, l'un d'eux a pu être isolé sans peine, grâce à la solubilité de son sel de sodium dans l'eau, qui le dissout bien à chaud et peu à froid.

Ce glycéride est une palmitostéaroazélaïne dérivant par conséquent d'un glycéride neutre, palmitostéarooléine, dont la présence a depuis longtemps

(1) *Journ. of Soc. of the chem. Ind.* (*Trans.*), 48, 1929, p. 41.

été signalée dans le beurre de cacao. D'après nos rendements en glycéride palmitostéaroazélaïque, la proportion du glycéride palmitostéarooléique dans le beurre de caao ne serait pas inférieure à 36 pour 100.

I. *Propriétés du nouveau tréglycéride.* — La palmitostéarozaélaïne, isolée comme il vient d'être dit, est un corps cristallisé, fondant à 58-59°, insoluble dans l'eau, peu soluble dans l'alcool à 95° froid, mais soluble dans le même alcool bouillant. Il est soluble dans l'éther, l'acétone, le chloroforme, peu soluble dans l'éther de pétrole. Son sel de sodium est soluble dans l'eau bouillante et peu soluble à froid.

Par saponification ce glycéride fournit les acides azélaïque, palmitique et stéarique. L'acide azélaïque est facile à séparer par l'eau bouillante; le mélange des acides palmitique et stéarique se présente comme formé de quantités équimoléculaires des deux acides, fait reconnu par la détermination du point de fusion et l'indice d'acidité.

Nous avons en outre déterminé le poids moléculaire du glycéride : 1° par l'indice d'acidité; 2° par l'indice de saponification. Les résultats obtenus s'accordent avec la formule d'une palmitostéaroazélaïne.

II. La considération de l'inégale force des acides engagés dans la constitution de ce glycéride nous a fait penser que l'acide azélaïque, de beaucoup le plus énergique, devait être plus facile à saponifier, et que, par suite, il devait être possible de le détacher de la molécule sans provoquer le départ des deux autres.

Nous sommes arrivés à ce résultat par une saponification ménagée par la potasse et avons obtenu un diglycéride, une palmitostéarine, ayant une fonction alcool libre. Ce diglycéride cristallise en paillettes micacées fondant à 34°. Ses solubilités diffèrent peu du triglycéride précédent, mais étant neutre il ne peut fournir de sel.

La détermination de son indice de saponification correspond à la formule proposée. D'autre part les acides issus de cette saponification se sont montrés formés par les acides palmitique et stéarique en proportions équimoléculaires.

Conclusions. — Nous avons préparé deux glycérides nouveaux : un triglycéride palmitostéaroazélaïque et un diglycéride palmitostéarique.

Les résultats obtenus montrent que la quantité du triglycéride palmitostéaroléique, existant dans le beurre de cacao, n'est pas inférieure à 36 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur deux alcools diastéréoisomères dérivés de l'acide campholénique; leur formation en proportions inégales, mais inverses, en intervertissant l'ordre d'introduction des radicaux fixés.* Note de M. **M. Tiffeneau**, Mlle **Jeanne Lévy** et M. **E. Ditz**, présentée par M. A. Béhal.

Nous avons montré antérieurement que, lorsqu'on fait agir les dérivés organo-magnésiens sur un carbonyle cétonique voisin d'un carbone asymétrique C(XX′X″) qui peut lui-même être constitué, soit par un carbone tertiaire (1), soit par une fonction alcool secondaire (2) ou encore par une fonction aminée (3), la réaction a lieu dissymétriquement, si bien que l'on n'obtient exclusivement qu'un seul des deux diastéréoisomères possibles, celui-ci étant un racémique (1), (2), (3) ou un actif (4), suivant que le composé dont on est parti est lui-même racémique ou actif, ainsi que le montrent les schémas ci-après, s'appliquant à chacun des deux antipodes *d* et *l*.

R X X′ R′MgBr X X′ R HO R′ X″ X″ X′ R X R′MgBr X′ R X R′ OH X″ X″

On peut d'ailleurs, de la même manière, obtenir l'autre diastéréoisomère en intervertissant l'ordre d'introduction de R et de R′,

R′ X X′ RMgBr X R′ X′ HO R X″ X″ X′ R′ X RMgBr X′ R′ X R′ OH X″ X″

On voit d'après ces schémas que l'influence exercée par le carbone asymétrique semble consister en une dissymétrie de l'oxygène cétonique,

(1) Tiffeneau et Jeanne Lévy, *Bull. Soc. chim.*, 45, 1929, p. 1724.
(2) Tiffeneau et Jeanne Lévy, *Bull. Soc. chim.*, 41, 1927, p. 1351.
(3) Tiffeneau, Jeanne Lévy et E. Ditz, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 57.
(4) Mac Kenzie et Clough, *J. Chem. Soc.*, 97, 1910, p. 1016.

celui-ci n'intervenant que par une seule de ses deux liaisons, alors que, comme on le sait, en l'absence de carbone asymétrique, l'oxygène cétonique réagit toujours symétriquement.

Il était intéressant de rechercher si l'influence ainsi exercée par le carbone asymétrique sur le comportement réactionnel de l'oxygène d'un carbonyle cétonique se manifeste encore lorsque ce carbonyle, au lieu d'être au voisinage immédiat du carbone asymétrique inducteur, s'en trouve séparé par un ou plusieurs atomes de carbone (¹). Nous avons eu recours pour cette étude à deux cétones dérivées de l'acide campholénique droit,

$$C^8H^{13}.CH^2.CO.C^2H^5 \qquad [\alpha]^{17}_{5461} = +24^\circ,47$$

et

$$C^8H^{13}.CH^2.CO.C^6H^5 \qquad [\alpha]^{17}_{5461} = +37^\circ,33,$$

que nous avons préparées en traitant le nitrile campholénique par C^2H^5MgBr et par C^6H^5MgBr. En soumettant respectivement ces deux cétones à l'action de C^6H^5MgBr et de C^2H^5MgBr en vue de préparer les alcools tertiaires correspondants, nous n'avons obtenu que des produits huileux qui n'étaient différenciables que par leur pouvoir rotatoire $[\alpha]5780 = -14^\circ,76$ pour la première réaction et $-16^\circ,74$ pour la seconde. Toutefois en traitant ces produits bruts par le peroxyde de benzoyle nous sommes parvenus à les transformer en oxydodérivés cristallisés dont la séparation quoique pénible a cependant pu être effectuée, en même temps que nous avons pu en réaliser la caractérisation par leurs points de fusion et par leurs pouvoirs rotatoires.

Si l'on fait alors le bilan des deux réactions exposées ci-dessus, on constate que chacune d'elles conduit, non plus à un unique diastéréoisomère comme dans les cas rapportés ci-dessus, mais à un mélange en proportions inégales des deux diastéréoisomères α et β prévus par la théorie, d'où, après oxydation perbenzoïque, à un mélange (²) des deux oxydodérivés correspondants :

$$(C^8H^{13}O).CH^2.C(C^2H^5)(OH)C^6H^5 \quad (F.\ 92\text{-}93^\circ), \qquad [\alpha]^{13}_{5780} = +17^\circ,90,$$
$$(C^8H^{13}O).CH^2.C(OH)(C^2H^5)C^6H^5 \quad (F.\ 135^\circ), \qquad [\alpha]^{14}_{5780} = -32^\circ,85.$$

De plus on constate la particularité bien curieuse que les proportions respectives des deux isomères formés dans chacune des réactions ne sont pas quelconques ; elles sont exactement inverses car il y a prépondérance marquée de l'isomère α dans l'une et de l'isomère β dans l'autre. Cette particularité s'explique très aisément si l'on admet

(¹) Rupe et van Walraven (*Helv. chim. Acta*, 13, 1930, p. 361) ont examiné quelques cas analogues, mais ils ont simplement signalé la variation du pouvoir rotatoire sans pouvoir constater s'il s'était formé un seul ou plusieurs diastéréoisomères.

(²) L'examen des formules des 8 isomères que comporte la création de deux nouveaux carbones asymétriques, montre que cette oxydation n'a pas engendré de nouveaux diastéréoisomères et que c'est bien dans la réaction magnésienne initiale que se sont formés les deux diastéréoisomères dont l'existence n'est révélée que par cette oxydation.

que dans les deux cétones initiales, l'influence qu'exerce le carbone asymétrique inducteur sur l'atome d'oxygène est absolument identique pour chacune de ces cétones et que cette influence s'exerce non plus sur une seule des liaisons, comme lorsque le carbone asymétrique est voisin du carbonyle, mais simultanément sur chacune d'elles et d'une manière inégale, comme le montrent très nettement les schémas ci-après où C^9H^{15} représente $C^8H^{13}.CH^2$ et dans lesquels nous avons marqué par un trait plein la rupture prépondérante et l'autre par un trait pointillé.

$$\begin{matrix} C^9H^{15} \\ C^2H^5 \end{matrix} > C = O \xrightarrow{C^6H^5MgBr} C^9H^{15}-C\begin{matrix} OH \\ C^6H^5 \\ C^2H^5 \end{matrix} + C^9H^{15}-C\begin{matrix} C^6H^5 \\ OH \\ C^2H^5 \end{matrix}$$

Isomère α (prépondérant). Isomère β (accessoire).

$$\begin{matrix} C^9H^{15} \\ C^6H^5 \end{matrix} > C = O \xrightarrow{C^2H^5MgBr} C^9H^{15}-C\begin{matrix} OH \\ C^2H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix} + C^9H^{15}-C\begin{matrix} C^2H^5 \\ OH \\ C^6H^5 \end{matrix}$$

Isomère β (prépondérant). Isomère α (accessoire).

Nous pouvons donc conclure que, dans l'action des dérivés organomagnésiens sur les dérivés cétoniques, le comportement de l'oxygène du carbonyle est différent suivant que ce carbonyle se trouve ou non au voisinage plus ou moins immédiat d'un carbone asymétrique. En l'absence d'un tel carbone, l'oxygène se comporte symétriquement; il y a formation en proportions égales des deux inverses optiques et l'on obtient un racémique. En présence d'un carbone asymétrique, l'oxygène cétonique se comporte dissymétriquement, mais d'une manière plus ou moins prononcée suivant sa position relative vis-à-vis du carbone asymétrique inducteur. Lorsque ce dernier est au voisinage immédiat du carbonyle induit, une seule des liaisons de l'atome d'oxygène est rompue et l'on obtient un unique diastéréoisomère. Lorsqu'au contraire les groupements inducteurs et induits sont séparés au moins par un atome de carbone, l'oxygène se comporte toujours dissymétriquement, mais avec rupture inégale des deux liaisons, si bien qu'on obtient un mélange en proportions inégales de deux diastéréoisomères.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Essai de reproduction d'une combinaison tétrahydropyronique.* Note de M. **R. Cornubert**, présentée par M. Delépine.

Afin d'établir que les combinaisons dites tétrahydropyroniques obtenues par nous avec des alcoylcyclanones répondent bien à cette constitution, et dans le but d'apporter une contribution à la stéréochimie des cyclanones, nous avons poursuivi nos recherches sur la nature de ces corps.

N'ayant pu démontrer en toute rigueur ([1]) que les atomes d'hydrogène qui s'éliminent à l'état d'eau lors de la formation d'une combinaison tétrahydropyronique à partir de 1^{mol} de cétone et de 2^{mol} de benzaldéhyde se trouvent en α et α' par rapport au carbonyle cétonique, nous avons cherché à reproduire la combinaison tétrahydropyronique de l'α-méthylcyclohexanone à partir de sa combinaison benzylidénique, ce qui aurait déjà fixé la position de l'un des atomes d'hydrogène éliminés. (La combinaison tétrahydropyronique fond à 120°, la benzylidénique à 60°.)

La benzylidène-α-méthylcyclohexanone (1^{mol}) a été mélangée à 2^{mol} de benzaldéhyde, la deuxième servant de solvant; le mélange a été saturé d'acide chlorhydrique à —15°. Au bout de 48 heures, le mélange était pris en une masse de couleur rouge. Le traitement habituel au carbonate de sodium a conduit à un produit blanc, très peu soluble dans l'alcool froid, peu soluble dans l'alcool bouillant, très peu soluble dans l'éther, mais très soluble dans le benzène froid. D'un essai à l'autre, ce corps n'a pas présenté les mêmes constantes de fusion; des épuisements à l'alcool bouillant ont fourni des fractions de point de fusion plus ou moins étalé, mais les valeurs de ceux-ci se sont concentrées à 170-172° et 199-200°. L'expérience a montré qu'il s'agit de corps chlorés isomères, dont la teneur en chlore correspond à la formule $C^{28}H^{27}O^{2}Cl$ qui est celle de combinaisons tétrahydropyroniques d'α-méthyl-α'-(ω_1-chlorobenzyl)-cyclohexanone de formule

```
            CH² ——— CH² — CH²
             :            |
            C(CH³) — CO — C ——— CHCl — C⁶H⁵
C⁶H⁵ — CH ————————— O — CH ——— C⁶H⁵
```

Il faut noter que ces substances présentent les solubilités des combinaisons « tétrahydropyroniques ».

([1]) R. Cornubert, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 308.

A priori, ceci devait s'expliquer de la façon suivante : l'acide chlorhydrique s'étant fixé sur la combinaison benzylidénique avait donné un chlorhydrate qui, fonctionnant comme cétone disubstituée en α et α' (¹), de squelette

$$— CH^{*}(CH^{3}) — CO — CH(CHCl — C^{6}H^{5}) —$$

avait engendré une « combinaison tétrahydropyronique ». Effectivement le chlorhydrate, aiguilles fondant à 90-91° (²), préparé en saturant d'acide chlorhydrique une solution benzylidénique dans l'éther de pétrole, mélangé à l'aldéhyde benzoïque, a fourni les mêmes corps par condensation avec l'acide chlorhydrique, et ceci avec un rendement presque théorique.

Puisqu'il y a intervention du chlorhydrate de la benzylidène-α-méthylcyclohexanone qui doit alors répondre à la précédente constitution, et non à la formule

$$(CH^{3})CH — CO — CCl(CH^{2} — C^{6}H^{5}),$$

le remplacement par un groupe méthyle de l'atome d'hydrogène marqué d'un astérisque doit annihiler la faculté de combinaison avec l'aldéhyde benzoïque. En effet, la benzylidène-αα-diméthylcyclohexanone

$$(CH^{3})^{2}C — CO — C(= CH — C^{6}H^{5})$$

n'a pu être combinée avec la benzaldéhyde. On devait se demander si cette combinaison benzylidénique jouissait encore de la propriété de fixer l'acide chlorhydrique sur sa liaison double ; aussi avons-nous cherché à préparer son chlorhydrate, mais nous n'avons obtenu qu'un produit visqueux perdant très rapidement son acide chlorhydrique en régénérant la substance initiale (F = 82°).

En résumé, autant qu'on puisse utiliser les propriétés de corps isolés pour la compréhension de réactions intermédiaires, la combinaison tétrahydropyronique de l'α-méthylcyclohexanone ne se produit pas aux dépens de la combinaison benzylidénique. Leur formation respective, qui se fait en quantités variables avec les conditions expérimentales, comme nous l'avons établi en collaboration avec M. Borrel, représente un phénomène d'orientation.

(¹) R. Cornubert et Chr. Borrel, *Bull. de la Soc. chim.*, 4ᵉ série, 45, 1929, p. 1148; 47, 1930, p. 301.

(²) Il a simultanément été obtenu une petite quantité d'une substance fondant à 85-86° et se présentant en cristaux massifs ; le mélange avec les aiguilles F = 90-91°, a fondu à 67-68°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les cétones éthyléniques : α-bromo-β-aminobenzalacétophénones.* Note de MM. **Charles Dufraisse** et **Roger Netter**, présentée par M. Delépine.

L'action des bases organiques sur les cétones éthyléniques α bromées, $R_1 - CO - CBr = CH - R_2$ a fait antérieurement l'objet d'une série de travaux [1] qui ont abouti, entre autres résultats, à une méthode très générale de préparation des α-dicétones de la forme $R_1 - CO - CO - CH^2 - R_2$. Nous nous sommes proposé d'étendre ces recherches à d'autres cétones α bromées en utilisant celles qui ont été décrites par l'un de nous [2] et qui portent, en plus de la substitution α bromée, un groupement alcoxylé situé en β, $R_1 - CO - CBr = C(OR) - R_2$.

Rappelons que, si l'on traite une cétone éthylénique simplement bromée, par exemple la bromobenzalacétophénone,

$$C^6H^5 - CO - CBr = CH - C^6H^5,$$

par la pipéridine, $C^5H^{10}NH$, on obtient un composé d'addition intermédiaire, puis, par perte du brome sous forme de HBr, un corps éthylénique aminé, de couleur rouge foncé et de formule

$$C^6H^5 - CO - C(NC^5H^{10}) = CH - C^6H^5.$$

Celui-ci à son tour se transforme par hydrolyse en une α-dicétone,

$$C^6H^5 - CO - CO - CH^2 - C^6H^5.$$

I. Appliquées à la nouvelle série ces réactions ont pris un tour différent : le reste aminé s'est logé, non sur le carbone α, comme dans l'exemple précédent, mais sur le carbone β, ce qui oriente la suite des transformations dans une toute autre direction.

L'α-bromo-β-éthoxybenzalacétophénone,

$$C^6H^5 - CO - CBr = C(OC^2H^5) - C^6H^5,$$

traitée par la pipéridine, par exemple, donne, sans que l'on ait pu saisir de

(1) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 573; 180, 1925, p. 1946; 184, 1927, p. 99; *Soc. Chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 457, 850 et 1370.

(2) Ch. Dufraisse et A. Gillet, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 948; *Ann. de Chim.*, 10e série, 11, 1929, p. 5.

terme d'addition intermédiaire, un corps éthylénique aminé (fus. inst. 144°). Mais ici le produit a conservé le brome primitif, de plus, il est jaune au lieu d'être rouge, sa formule est : $C^6H^5 - CO - CBr = C(NC^5H^{10}) - C^6H^5$; enfin, par hydrolyse, il donne une β-dicétone bromée, le bromodibenzoylméthane $C^6H^5 - CO - CHBr - CO - C^6H^5$, au lieu de l'α-dicétone-β-éthoxylée, $C^6H^5 - CO - CO - CH(OC^2H^5) - C^6H^5$, à laquelle, par analogie, on pensait aboutir.

La benzylamine et la diéthylamine se comportent de même que la pipéridine, à quelques variantes près [fus. inst. 114° pour le dérivé benzylaminé $C^6H^5 - CO - CBr = C(NH - CH^2 - C^6H^5) - C^6H^5$, et 100° pour le diéthylaminé $C^6H^5 - CO - CBr = C[N(C^2H^5)^2] - C^6H^5$].

La présence d'un alcoxy en β a donc modifié le mode de pénétration de l'amine dans la molécule cétoéthylénique.

Alors que, dans notre travail antérieur sur les molécules simplement bromées, nous avions établi que la localisation du reste azoté était *anormale* (¹), il semble au contraire que, dans la série actuelle, nous soyons revenus à la règle ordinaire de l'addition des amines aux cétones non saturées, c'est-à-dire fixation de l'azote sur le carbone situé en β par rapport au groupe CO.

Nous proposons alors le mécanisme suivant : addition *normale* de l'amine à la double liaison

$$C^6H^5 - CO - \underset{H}{CBr} - \underset{-N-}{C}(OC^2H^5) - C^6H^5$$

puis élimination d'alcool avec régénération de la double liaison

$$C^6H^5 - CO - CBr = C(N=) - C^6H^5.$$

Il reste toutefois à expliquer pourquoi le terme d'addition intermédiaire n'est pas perceptible, et surtout pourquoi le reste alcoxylé exerce une influence régulatrice sur l'action des amines, deux faits en relation sans nul doute avec le phénomène des *additions anormales*.

II. Les mêmes corps bromés et aminés sont obtenus en traitant par les

(¹) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *loc. cit.* Cette anomalie a fait récemment l'objet d'un travail de E. P. Kohler et C. R. Addinall (*Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 3728), qui suggèrent une fort ingénieuse interprétation, sur laquelle nous nous proposons de revenir dans un Mémoire détaillé.

amines les composés suivants :

$C^6H^5 - CO - CBr = C(OC^2H^5) - C^6H^5$ (les 2 isomères stéréochimiques) (¹),
$C^6H^5 - CO - CBrH - C(OC^2H^5)^2 - C^6H^5$,
$C^6H^5 - CO - CBrH - CBr(OC^2H^5) - C^6H^5$,
$C^6H^5 - CO - CBr = C(OCH^3) - C^6H^5$,
$C^6H^5 - CO - CBr = CBr - C^6H^5$ (les 2 isomères stéréochimiques).

En aucun cas, malgré des recherches minutieuses, on n'a trouvé l'isomère stéréochimique que laisse prévoir la double liaison.

III. On a constaté chez ces corps bromo-aminés une réaction assez inattendue : ils se réduisent en perdant leur brome, avec une telle facilité qu'ils jouissent d'un certain pouvoir oxydant. Le phénomène est particulièrement net avec le corps benzylaminé :

$$C^6H^5 - CO - CBr = C(NH - CH^2 - C^6H^5) - C^6H^5.$$

Traitée par une solution acétique d'iodure de potassium cette substance libère aussitôt et très exactement 1 atome d'iode : c'est un procédé de dosage.

La même réduction est obtenue sous l'influence des alcalis : avec la potasse alcoolique, le brome est éliminé exactement et l'on obtient, comme terme de réduction, le corps $C^6H^5 - CO - CH = C(NH - CH^2 - C^6H^5) - C^6H^5$ de tous points identique à celui qu'a préparé E. André par addition de benzylamine au benzoylphénylacétylène.

La réaction de réduction peut être également déterminée par une base organique, la benzylamine entre autres, de telle sorte que quand on prépare la cétone éthylénique benzylaminée et bromée, on court le risque, si l'on n'y prend garde, de ne récolter que le produit accessoire, la cétone dépourvue de brome.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques nouveaux dérivés de la série cyclooctanique.* Note de M. **Marcel Godchot** et Mlle **Germaine Cauquil**, présentée par M. Delépine.

Nous avons montré (²) que l'obtention de la cyclooctanone pure par le procédé institué récemment par MM. Ruzicka et Brugger (³) pouvait per-

---

(¹) Ch. Dufraisse et R. Netter, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 299.
(²) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1202.
(³) *Helvetica Chimica Acta*, 9, 1926, p. 346.

mettre d'augmenter nos connaissances dans la série cyclooctanique, peu connue jusqu'ici.

Poursuivant nos travaux dans cette direction, nous nous proposons dans la présente Note de faire connaître les résultats que nous avons obtenus avec l'aide de M. Peter Bernoulli.

A. Il nous est apparu tout d'abord que la cyclooctanone pure, contrairement aux observations antérieures, a un point de fusion plus élevé que celui déjà indiqué : 28°.

Régénérée de sa semicarbazone (point de fusion, 167°) et fraîchement distillée (point d'ébullition, 196-197°), elle fond en effet à 38°; son oxime est cristallisée et fusible vers 35-36°; la carbanilidoxime (action de l'isocyanate de phényle sur l'oxime) constitue de belles aiguilles fusibles à 98-99°; le dérivé dibenzylidénique se présente sous forme d'huile jaune (ébullition sous $10^{mm} = 210$-215°).

B. Oxyde de cyclooctène

$$\begin{matrix} CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH \\ CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH \end{matrix} \!\!> O.$$

Ce nouveau composé, préparé par nous en oxydant le cyclooctène en solution chloroformique à l'aide de l'acide perbenzoïque, bout à 189-190° et cristallise en aiguilles fusibles à 45°. Le cyclooctène mis en œuvre était obtenu par déshydratation du cyclooctanol, préparé lui-même en hydrogénant la cyclooctanone comme nous l'avons déjà indiqué.

L'oxyde de cyclooctène, au contact de l'eau bouillante légèrement acidulée par l'acide chlorhydrique, se transforme très lentement en l'un des deux cyclooctanediols-1.2, stéréoisomères prévus par la théorie.

Ce glycol est un liquide bouillant entre 135°-140° sous 6^{mm}, et donnant avec l'isocyanate de phényle une diphényluréthane, cristallisée et fusible à 166°-167°.

C. La méthylation de la cyclooctanone par action de l'iodure de méthyle sur la cétone sodée à l'aide de l'amidure de sodium fournit l'α-méthylcyclooctanone qui, régénérée de sa semicarbazone (P. F. = 127°-128°) se présente sous la forme d'un liquide bouillant à 74°-75° sous 7^{mm} ($d_{14°}^{14°} = 0,9478$; $n_D^{14°} = 1,4675$; R. M. trouvée, 41,42; calculée pour $C^9H^{16}O$, 41,57).

L'oxime de cette cétone est liquide ($Eb_{7^{mm}} = 115°$) et donne avec l'isocyanate de phényle une carbanilidoxime cristallisée (P. F. = 117°-118°; N pour 100 trouvé, 10,49; calculé pour $C^{16}O^2N^2H^{22}$, 10,22). Oxydée par le permanganate de potassium en solution étendue, l'α-méthylcycloocta-

none se transforme en acide acétyl-*n*-œnanthylique

$$CH^3 - CO - (CH^2)^6 - COOH$$

que nous avons caractérisé par sa semicarbazone (P. F. = 116°-117°. Dosage d'azote : N pour 100 trouvé, 18,34; calculé pour $C^{10}H^{19}O^3N^3$, 18,34).

La méthylation de l'α-méthylcyclooctanone conduit à un mélange de diméthylcyclooctanones αα et αα' bouillant vers 88°-90° sous 12^mm^. ($d_{16°}^{16°} = 0,9343$, $n_D^{16°} = 1,4661$; R. M. trouvée, 45,66; calculé pour $C^{10}H^{18}O$, 46,19). Les essais effectués sur ce produit en vue d'obtenir une oxime ou une semicarbazone ont montré que ces deux combinaisons ne se forment pas, tout au moins dans les conditions habituelles. Nous nous proposons du reste de continuer nos recherches dans cette série.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du magnésium sur quelques éthers-oxydes halogénés.* Note de M. **R. Paul**, présentée par M. Matignon.

M. Hamonet [1] a montré que les éthers-oxydes halogénés, $RO(CH^2)^nX$ fournissent des dérivés magnésiens normaux lorsque l'halogène est Br ou I et R un radical aliphatique. Jusqu'ici on n'a pu préparer en effet les magnésiens ni des éthers-oxydes phényliques, ni des éthers chlorés.

Cependant ces derniers composés étant d'une préparation relativement facile constitueraient une matière première bien plus abordable que l'iodométhyline ou la bromométhyline par exemple; aussi m'a-t-il semblé intéressant de revenir sur ce sujet.

$I(CH^2)^3OC^6H^5$ en solution éthérée est sans action sur le magnésium [2], même en présence des catalyseurs habituels (I, Hg, Cl^2, C^2H^5MgBr, etc.); seule l'addition d'une trace de chlorure d'aluminium anhydre déclenche une réaction, d'abord assez vive, mais qui s'arrête bien avant la disparition du métal. Si l'on substitue à l'oxyde d'éthyle l'oxyde de butyle, le magnésium réagit, spontanément après quelques minutes, ou immédiatement après addition d'un cristal d'iode.

La réaction, violente, provoque un abondant dégagement de triméthylène; quant aux produits de décomposition par l'eau, je n'ai pu en retirer que du phénol et une faible quantité de diphénoxyhexane (Fus. 82°). L'ac-

---

(1) Dionneau, *Ann. Ch.*, 9e série, 3, 1915, p. 216.
(2) Hamonet, *Bull. Soc. ch.*, 3e série, 33, 1903, p. 527.

tion du magnésium sur l'iodophénoxypropane peut donc se résumer dans les deux réactions

$$I(CH^2)^3OC^6H^5 + Mg = IMgOC^6H^5 + \begin{matrix} CH^2 \\ | \\ CH^2 \end{matrix} \!\!> CH^2,$$

$$2I(CH^2)^3OC^6H^5 + Mg = MgI + C^6H^5O(CH^2)^3OC^6H^5,$$

sans que l'on puisse mettre en évidence la formation d'un magnésien.

Ce fait est une nouvelle preuve de la facilité avec laquelle se forme la chaîne cyclopropanique lorsque les carbones 1 et 3 d'une chaîne linéaire supportent respectivement un atome d'halogène et un radical fortement électronégatif ($-CN$, $-CO-CH^3$, $-OC^6H^5$...).

La chloroéthyline Cl $(CH^2)^3OC^2H^5$ ne dissout pas le magnésium en solution éthérée, et les catalyseurs ordinaires sont impuissants à déclencher l'attaque; ici encore une trace d'$AlCl^3$ provoque une vive réaction, mais qui se poursuit jusqu'a disparition de la presque totalité du métal. Le magnésien formé, peu soluble dans l'éther, tend à enrober le magnésium restant : aussi est-il nécessaire d'agiter fortement. Le dégagement gazeux est à peu près nul, si l'on a soin de refroidir.

La formation d'un magnésien est confirmée par les deux synthèses suivantes :

I. La condensation avec $ClCH^2OC^5H^{11}$ m'a fourni le diéther-oxyde $C^5H^{11}O(CH^2)^4OC^2H^5$ (Eb. 94°-96° sous 14^{mm}) qu'un traitement par l'acide bromhydrique a transformé en dibromobutane-1,4 (Eb. 81°-82° sous 12^{mm}; $D_{15} = 1,75$; $n_D = 1,512$)

II. De la condensation avec l'amyloxyacétonitrile j'ai pu isoler, avec un rendement de 30 pour 100, l'éthoxy, amyloxy-5-pentanone-4-, non encore décrite; c'est un liquide huileux bouillant à 133° sous 10^{mm} : $D_{15} = 0,920$; $n_D = 1,433$; R. M. calc. $= 60,91$; R. M. trouvée $= 61,10$.

Je poursuis l'étude des dérivés de cette cétone.

MINÉRALOGIE. — *Sur la coloration artificielle des cristaux d'oxalate et de nitrate d'urée*. Note de M. **Paul Gaubert**.

A diverses reprises j'ai signalé des modifications du faciès des cristaux, provoquées par le passage dans ces derniers de la matière étrangère ajoutée à l'eau mère. Dans cette Note je vais examiner l'influence de diverses matières colorantes sur le faciès des cristaux d'oxalate et de nitrate d'urée

et indiquer un nouvel exemple d'orientation commune de cristaux d'espèce différente.

D'après J. Loschmidt, les cristaux d'oxalate d'urée sont monocliniques et limités par les faces $g^1(010)$, $m(110)$, $e^1(011)$, $a^{\frac{1}{2}}(\bar{2}01)$, $b^{\frac{1}{2}}(\bar{1}11)$. Il existe un clivage très facile suivant $a^{\frac{1}{2}}$ qui est aussi un plan de macle. Le plan des axes optiques est placé dans g^1 et la bissectrice aiguë (négative) est perpendiculaire à $a^{\frac{1}{2}}$ (1). Comme la présence de certaines matières étrangères dans l'eau mère favorise la taille des cristaux, j'ai pu en obtenir d'assez gros avec l'aurine, la picramide, pour mesurer les indices de réfraction avec le réfractomètre à réflexion totale. J'ai obtenu pour la raie D

$$n_g = 1{,}6165; \quad n_m = 1{,}6078; \quad n_p = 1{,}3887.$$

La mesure directe de 2 E m'a donné 31°21′.

Avec chaque matière colorante ajoutée à l'eau mère et aussi avec la quantité adsorbée, on obtient des cristaux dont les diverses faces prennent un développement relatif différent. Cependant ces divers faciès peuvent être réduits à trois types bien distincts.

1° Les cristaux sont très allongés suivant l'axe c, limités latéralement par les faces m et g^1 et terminés souvent par les faces e^1. Le rouge neutre provoque la formation de ce faciès donnant parfois aux cristaux une forme aciculaire. Les aiguilles peuvent atteindre 2^{cm} de longueur.

2° Les cristaux sont très aplatis suivant la face g^1 et sont plus ou moins allongés suivant l'arête $g^1 a^{\frac{1}{2}}$. La face $a^{\frac{1}{2}}$ très développée est souvent un plan de macle. Par conséquent on a là un nouvel exemple de l'influence des matières étrangères existant dans l'eau mère sur la formation des cristaux maclés. En effet, les cristaux d'une eau mère pure d'oxalate d'urée ne présentent jamais de macles.

On obtient ce faciès avec les fuchsines, le vert de méthylène, l'éosine, la tartrazine, l'aurine, la picramide, l'acide picrique, etc. Les cristaux ainsi obtenus sont en général plus gros que ceux appartenant aux deux autres types.

3° Les cristaux, tout à fait différents des précédents, sont très aplatis suivant la face $a^{\frac{1}{2}}$ qui est ici la face dominante. Les autres faces limitant le cristal sont g^1 et m. Les cristaux sont allongés suivant l'arête $g^1 a^{\frac{1}{2}}$.

---

(1) P. Gaubert, *Comptes rendus*, 144, 1907, p. 379.

Le bleu de gentiane, le bleu Victoria, la vésuvine, le vert brillant, le vert malachite, etc., produisent ce faciès.

Les cristaux d'oxalate d'urée étant très biréfringents ($n_g - n_p = 0,2278$) sont très polychroïques. Avec ceux qui sont aplatis suivant la face g^1 (parallèle au plan des axes optiques), on peut obtenir de très bons polariseurs en les colorant avec une certaine intensité.

Autrefois, j'ai constaté [1] que le nitrate d'urée se colorait par le bleu de méthylène, l'acide picrique, et que les cristaux prenaient un faciès particulier. J'ai repris cette étude et constaté que beaucoup d'autres matières colorantes, moins nombreuses cependant que celles qui colorent l'oxalate, peuvent aussi modifier le faciès des cristaux, qui peut se réduire à deux types : 1° cristaux très allongés, suivant l'axe vertical; 2° cristaux très aplatis suivant la base.

Les cristaux d'oxalate et de nitrate d'urée colorés sont des solutions solides [2], mais ils peuvent former aussi avec ceux de la matière colorante des cristaux mixtes et même montrer de très beaux exemples d'orientation commune de cristaux d'espèce différente. Ainsi, des cristaux d'oxalate d'urée aplatis suivant la face g^1, plongés dans une eau mère saturée de bleu de méthyle, se recouvrent de belles aiguilles (cristaux monocliniques aplatis suivant g^1) de ce dernier corps orientées toutes de manière que leur allongement soit parallèle à l'arête mg^1 de l'oxalate. Au lieu d'avoir des aiguilles isolées pouvant atteindre 1^{mm}, on peut obtenir des lames cristallines ayant la même orientation.

Les cristaux d'oxalate et de nitrate d'urée colorés artificiellement présentent habituellement une belle fluorescence dans l'ultraviolet, particulière à chaque matière colorante. Les cristaux de nitrate et d'oxalate, bien que colorés par la même matière ne présentent pas des teintes identiques, ce qui permet de distinguer les deux sels.

MINÉRALOGIE. — *Nouvelles recherches sur la composition chimique de la sarcolite du Mont Somma (Vésuve).* Note de MM. **F. Zambonini** et **V. Caglioti.**

On ne connaît jusqu'ici que peu d'analyses de la sarcolite du Mont Somma, elles sont dues à MM. A. Scacchi, C. F. Rammelsberg et A. Pauly. On a

(1) P. Gaubert, *Bull. Soc. fr. Min.*, 25, 1902, p. 244.

(2) P. Gaubert, *Comptes rendus*, 167, 1918, p. 491.

déduit de ces analyses la formule $3RO.Al^2O^3.3SiO^2$ ($R = Ca$ et, en petite quantité, Na^2), M. Angel a écrit cette formule $RAl^2Si^2O^8.R^2SiO^4$. MM. P. Niggli et H. Bermann ont pensé de leur côté, que la sarcolite n'a pas une composition définie, mais qu'elle doit être considérée comme un mélange isomorphe de plusieurs composés. MM. B. Gossner et F. Mussgnug ont montré récemment, par l'analyse rœntgenographique, que la sarcolite présente des relations structurales avec les wernérites.

L'un de nous (F. Z.) a pensé depuis longtemps, après les recherches de Borgström qui a démontré que la formule de la mélonite était

$$3CaAl^2Si^2O^8.CaCO^3,$$

qu'il est nécessaire d'analyser de nouveau la sarcolite, pour y chercher CO^2, Cl, SO^4, dont la présence aurait expliqué les relations de structure admises par MM. Gossner et Mussgnug. La présence de CO^2 dans la sarcolite semblait assez probable, parce que M. A. Lacroix a démontré que la roche mère de ce minéral est une téphrite leucitique endomorphisée par absorption de fragments de calcaire.

Nous avons exécuté une nouvelle analyse plus complète que les précédentes de la sarcolite très pure des échantillons anciens du Musée minéralogique de Naples. Nous avons constaté la présence du baryum, du strontium, du lithium, du bioxyde de carbone et du chlore, qui avaient échappé aux anciens analystes. CO^2 et Cl sont intéressants en vue des relations de la sarcolite avec les wernérites, mais leur quantité est très petite et n'a pas d'influence sur la formule.

	I.	II.	III.	IV.	V.
SiO^2	42,11	40,51	39,34	40,27	36,05
Al^2O^3	24,50	21,54	21,63	23,81	22,20
Fe^2O^3	–	–	–	0,29	n. d.
CaO	32,43	32,36	33,70	32,34	35,03
BaO	–	–	–	0,23	n. d.
SrO	–	–	–	0,08	n. d.
MgO	–	–	0,36	0,28	tr.
K^2O	–	1,20	tr.	0,87	2,98
Na^2O	2,93	2,30	4,43	2,05	3,88
Li^2O	–	–	–	0,008	n. d.
CO^2	–	–	–	0,30	n. d.
Cl	–	–	–	0,04	n. d.
SO^3, TiO^2	–	–	–	abs.	–
	101,97	98,91	99,46	100,57	100,14

I. Sarcolite du Mont Somma : Analyse de M. A. Scacchi.

II. Analyse de M. C. F. Rammelsberg.
III. Analyse de M. A. Pauly.
IV. (Anciens échantillons). Analyse de MM. F. Zambonini et V. Caglioti.
V. (Échantillons des dernières années). Analyse de MM. F. Zambonini et V. Caglioti limitée, faute de substance suffisante, aux éléments principaux.

Notre analyse IV est assez voisine des analyses de Scacchi, Rammelsberg et Pauly, et aussi de la formule $3RO.Al^2O^3.3SiO^2$, mais la coïncidence laisse cependant à désirer. En effet, si l'on élimine dans notre analyse la quantité de RO qui correspond à CO^2, on voit que $RO:Al^2O^3:SiO^2 = 2.65:1:2.85$, et ces nombres diffèrent notablement de $3:1:3$. Il est aisé de voir avec une projection des rapports moléculaires des analyses dans le triangle de Roozeboom, que les points représentatifs des analyses III et IV se placent exactement sur la droite qui réunit les points $RAl^2Si^2O^8$ et Ca^2SiO^4 : les analyses I et II se trouvent un peu au-dessus de cette ligne, mais toujours dans les environs de $3RO.R^2O^3.3SiO^2$. On en déduit que la sarcolite, qui a la composition exprimée par les analyses I-IV, a bien la formule $RO.R^2O^3.3SiO^2$, mais qu'elle contient aussi une certaine quantité des composés

$$(Na, K)^2Al^2Si^2O^8 \text{ (analyse IV)} \quad \text{ou} \quad Ca^2SiO^4 \text{ (analyse III)};$$

si les analyses I et II sont exactes, on doit admettre aussi la présence de $(Na, K) AlSi^3O^8$.

Quand, dans notre nouvelle analyse IV, on forme avec Na^2O et K^2O le silicate $(Na, K)^2Al^2Si^2O^8$, on obtient le rapport

$$CaO:(Al^2O^3 + Fe^2O^3):SiO^2 = 2.99:1:3.04$$

c'est-à-dire exactement la formule $3CaO.Al^2O^3.3SiO^2$. Il est très vraisemblable que cette formule doit s'écrire $CaAl^2Si^2O^8.Ca^2SiO^4$. Le composé Ca^2SiO^4 a été trouvé récemment comme minéral.

Nous avons aussi analysé une variété de sarcolite, recueillie dans les dernières années, sous forme de cristaux mal conformés ou de globules, dans des blocs qui ressemblent beaucoup à ceux retrouvés jadis et sont répandus dans toutes les collections. L'identité de cette variété avec la sarcolite typique a été démontrée par l'analyse rœntgenographique : les rœntgenogrammes des poudres (anthicathode de fer) sont tout à fait identiques. Mais la composition est différente (analyse V), la quantité de SiO^2 est nettement plus petite, tandis que le calcium et les métaux alcalins sont plus abondants que dans la variété typique. On peut expliquer la compo-

sition de cette nouvelle variété en admettant qu'elle contient une certaine quantité de velardeñite $CaAl^2Si^2O^7$.

Les propriétés physiques de la nouvelle variété sont à peu près identiques à celles de la sarcolite typique. Nous avons trouvé pour la densité 2,925 (on a 2,92 pour la sarcolite typique) : M. Perrier a déterminé n_ω et n_ε par la méthode de Merwin qu'il a modifiée avec beaucoup de soin, et il a obtenu $n_\varepsilon = 1,6155$, $n_\omega = 1,6039$ pour la lumière du sodium. Il pense que l'erreur ne dépasse pas 3-4 unités de la quatrième décimale. Zambonini a obtenu jadis pour la sarcolite typique $n_\varepsilon = 1,6147$, $n_\omega = 1,6035$, toujours pour la lumière du sodium.

Il est aisé de voir que la formule proposée par MM. Gossner et Mussgnug 3CaO.1 Albite.1 Anorthite (avec de petites variations dans le rapport des deux feldspaths) ne s'accorde pas avec les analyses, et contrairement à l'avis de ces auteurs, elle ne permet pas de se rendre compte des relations supposées entre la structure de la sarcolite et celle des wernérites, parce que ces derniers résultent de composés du type 3 Anorthite.$CaCO^3$ et 3 Albite.NaCl, c'est-à-dire tout à fait différent de celui admis par M. Gossner et son collaborateur.

GÉOLOGIE. — *Sur la zone disloquée située au nord de la Chaîne de la Marche.* Note de M. **Yang Kieh**.

De nombreux travaux (1) ont montré que la Chaîne de la Marche est séparée du plateau de schistes cristallins d'Aigurande par une zone disloquée dirigée WSW-ENE. La longueur de cette bande intermédiaire peut atteindre 120 kilomètres et la largeur varie d'un point à l'autre, de quelques centaines de mètres à une dizaine de kilomètres; les roches qui la constituent sont toutes broyées ou laminées. Je vais exposer sommairement ses caractères structuraux.

L'extrémité ouest de cette zone broyée commence à la limite des départements de la Haute-Vienne et de la Creuse, au SE de Saint-Sulpice-les-Feuilles, où l'érosion a enlevé la couverture de terrains métamorphiques

(1) Mouret, *Comptes rendus*, 129, 1925, p. 1416. — Mouret et Raguin, *ibid.*, 182 1926, p. 228. — Raguin *B. S. G. F.*, 29, 1925-1926, p. 248; 30, 1927, p. 459 et 467 — Yang Kieh, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 836 [quelques corrections de la description de cette Note ont été imprimées, dans une publication du même auteur, au *B. S. G. F.*, (4me série), 30, 1930, p. 464]

dont le soubassement de granites à muscovite montre plus facilement le broyage tectonique. De nombreuses bandes de roches cristallines à structure schisteuse, enclavées ou pincées dans ce massif granitique se dirigent vers la région plus occidentale; on peut donc penser que le phénomène de broyage se prolonge encore plus loin dans cette direction. Mais de véritables mylonites ne se présentent qu'à partir du méridien Vareilles-la-Souterraine; les types les plus caractéristiques se rencontrent aux hameaux de Montlebeau et de Villeaugoueix, et aux environs ouest de Saint-Aignan. A partir de cette dernière commune vers l'Est, la série métamorphique couvre entièrement les granites; la schistosité de ces roches stratifiées masque l'écrasement, et l'on ne voit ce phénomène que sur la zone granitique passant au sud de cette ville. Au niveau de Saint-Léger, la bande granitique écrasée s'avance, par un accident secondaire, de 1500 mètres vers le Nord, puis prend la direction W-E.

Au niveau de Saint-Sulpice-le-Dunois, se trouve la première masse d'amphibolites à facies partiellement dioritique (3^{km} de long sur $0^{km},5$ de large), qui sépare les granites et les gneiss. Cette bande d'amphibolites disparaît à l'est du hameau de Villemallard; on en trouve néanmoins encore de grands blocs bréchoïdes, pegmatitisés et disséminés dans des gneiss écrasés. Mais elle reparaît au ravin situé entre Le Poirier et Le Gluzeau, et se présente en une longue bande de 800^{m} de large, se prolongeant jusqu'au sud de Bonnat. Dans ce secteur, l'écrasement intéresse aussi bien les roches amphiboliques que les granites et gneiss situés de part et d'autre; l'amplitude de la zone broyée dépasse 2^{km}. A partir de Bonnat le broyage montre une intensité considérable, surtout dans la partie gneissique; pendant une huitaine de kilomètres, les gneiss écrasés au bord du Plateau d'Aigurande viennent en contact direct avec les granites de La Marche également écrasés, sauf au nord-ouest de Monteil, où une lentille de granite à amphibole et allanite est intercalée.

A l'est du Méridien du Pont de Gat, on trouve d'abord l'extrémité occidentale du grand affleurement de roches amphiboliques de Chatelus-Clugnat. L'écrasement apparaît mieux aux deux bords du massif de ces dernières, dans les gneiss et les granites. La bande des granites laminés se poursuit en direction W-E depuis l'ouest de Chatelus jusqu'au sud de Clugnat; une fausse stratification de laminage y montre nettement un pendage de 50° au Sud. La zone des gneiss écrasés passe au nord de la grande masse de roches vertes. Vers l'Est s'élargit beaucoup la zone disloquée, pour laquelle je propose le nom de *Zone de Boussac;* elle s'étend

depuis l'ouest de cette ville jusqu'à la vallée du Cher. Il y a, outre de longues bandes de roches vertes, un grand développement de gneiss du type de métamorphisme profond et des bandes de granites ou de granites gneissiques, contenant parfois de l'amphibole.

Le phénomène de l'écrasement règne dans tout le domaine de ce complexe, mais il est toujours plus remarquable aux deux bords de cette zone disloquée. Au Sud, la bande broyée est interrompue par l'avancée du Massif granitique des Pierres-Jaumâtres; mais à Lavaufranche, on trouve un très beau gisement de mylonites granitiques d'abord et des gneiss écrasés vers l'Est. A partir de Treignat, commence le dernier grand affleurement de roches amphiboliques, présentant une cristallisation très avancée; il y a, en effet, des diorites et des gabbros à gros éléments. A la limite des roches vertes et des granites, se montrent des bandes de mylonites dont les gisements les plus caractéristiques sont au sud-est de Treignat et à Frontenat. Plus à l'Est. au nord de Saint-Martinien, se trouve une longue zone complexe de mylonites dérivées de granites à muscovite et de gneiss, disposée en direction W-E, et formant une crête longue de 6^{km}; derrière cette crête mylonitisée, une dépression gneissique où se situe la commune de Saint-Martinien.

Au Nord, à la limite des gneiss du type profond qui font partie de cette zone disloquée et des schistes cristallins du type supérieur du plateau d'Aigurande, la ligne de dislocation se montre partant du S W de Malleret, passant au nord de Boussac et Boussac-Bourg, au nord de Leyrat (où, par un accident secondaire, le front de dislocation s'avance vers le Nord), se continuant ensuite par un chapelet de petits amas de granites écrasés, d'ailleurs reliés entre eux, qui se poursuit depuis le N W de Saint-Sauvier jusqu'à Chapelaude. Cette bande de granites écrasés est située immédiatement au sud de la zone de gneiss granitique cartographiée sur la feuille de Montluçon (carte géologique au $\frac{1}{80000}$), mais dont je n'ai pu reconnaître l'existence. La prolongation vers l'Est de la zone étudiée est ensuite masquée par des dépôts sédimentaires de la vallée du Cher; toutefois la zone de Huriel se poursuit davantage et elle reparait d'ailleurs aux Trillers, dans le fond de la vallée.

HYDROLOGIE. — *Les périodicités de crues du Niger à Koulikoro.* Note [1] de M. V. **Frolow**.

Le Niger à Koulikoro a dans l'année une seule crue, assez accentuée pour qu'il n'y ait pas d'ambiguïté dans la détermination de la plus haute cote des eaux. L'échelle d'étiage de cette ville est observée depuis 1907. On dispose donc à ce jour de 24 cotes des plus hautes eaux. Les données de Koulikoro sont confirmées par les observations sur d'autres échelles (Bamako, Ségou, Sama) situées en aval, dans un bief où le fleuve ne reçoit pas d'affluents. Étudiées par la méthode de A. Wallen (*Hydrografiska Byrån*, Stockholm), ces données permettent les déductions suivantes :

1° L'examen du graphique (*fig.* 1), représentant les variations de la cote des plus hautes eaux en fonction du temps, conduit à admettre une première période de 5 ans. Un nouveau graphique est alors obtenu par élimination de cette onde, l'ordonnée nouvelle étant

$$\mu'_{n-2} = \frac{1}{5}\sum_{n-4}^{n} c_i$$

où c_i est la cote des plus hautes eaux de l'année.

2° Posant ensuite

$$\mu''_{n-5} = \frac{1}{7}\sum_{n-6}^{n} \mu'_{\gamma},$$

on obtient un troisième graphique présentant une régularité sensible et obtenu par l'élimination de l'onde de 7 ans.

3° La partie déjà réalisée de ce troisième graphique permet d'entrevoir une nouvelle période, sensiblement plus longue.

4° Les ordonnées brutes des ondes définies sont représentées sur la figure 2. Le coefficient de Schroeber, évaluant la diminution des amplitudes par suite de la formation des moyennes, indique leur extinction rapide

$$\mu = \frac{1}{n}\,\frac{\sin n\,\frac{180}{e}}{\sin\frac{180}{e}} = 36 \text{ pour } 100$$

pour l'onde de 7 ans.

(1) Séance du 23 mars 1931.

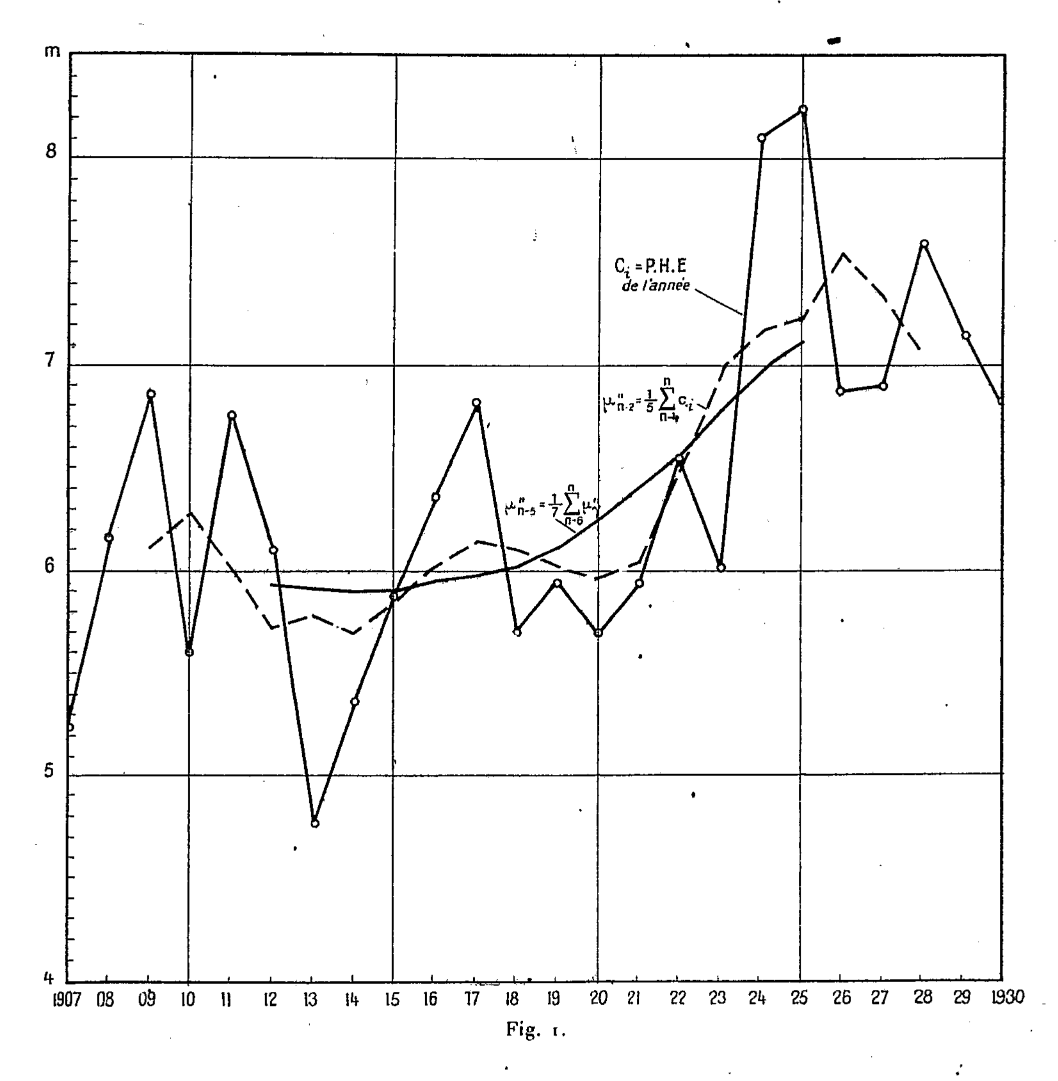

m
8
7
6
5
4
C_i = P.H.E
de l'année
$\mu''_{n-2} = \frac{1}{5}\sum_{n-4}^{n} c_i$
$\mu''_{n-5} = \frac{1}{7}\sum_{n-6}^{n} \mu'_i$
1907 08 09 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 1930

Fig. 1.

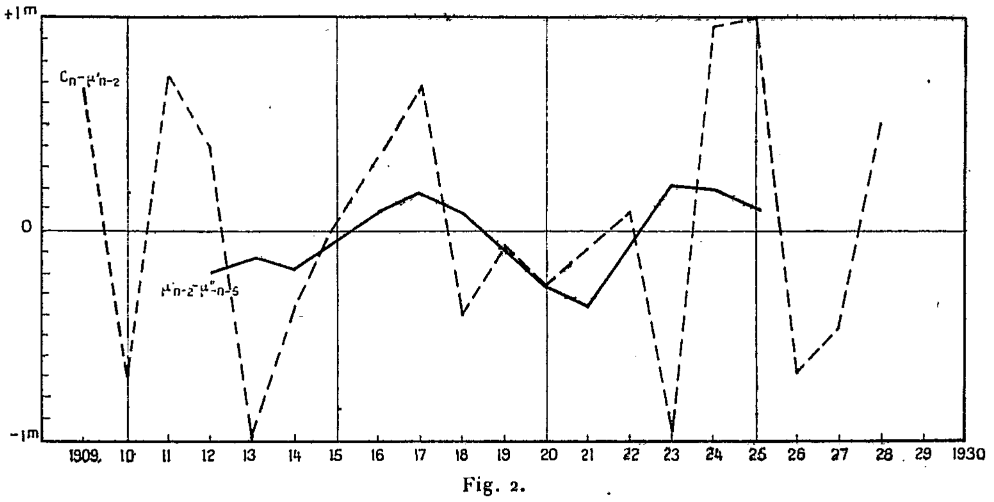

+1 m
0
-1 m
$C_n - \mu'_{n-2}$
$\mu'_{n-2} - \mu''_{n-5}$
1909 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 1930

Fig. 2.

5° Les amplitudes des différentes ondes allant en diminuant, la méthode de Wallen, appliquée à la prévision des crues à l'échelle de Koulikoro, pourra surtout renseigner sur le sens de la marche du graphique de la cote annuelle.

6° Une variation de 1^{cm} sur l'appréciation de la valeur probable de μ'' entraîne une différence de 35^{cm} sur la prévision. La mesure de l'intérêt pratique de l'utilisation des périodicités considérées résulte de la comparaison de cet écart avec l'amplitude observée des plus hautes eaux annuelles, qui est de $3^{m},46$.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Variations des parasites atmosphériques pendant l'éclipse de Lune du 2 avril 1931*. Note (¹) de M. **R. Bureau**, transmise par M. G. Ferrié.

Les enregistrements de parasites atmosphériques à Saint-Cyr et au Mont-Valérien (25 et 5^{km} de Paris) ont décelé une anomalie très importante dans le développement du phénomène le 2 avril 1931 entre 18^{h} et 24^{h}.

La figure contient 4 courbes fournies par les enregistreurs de Saint-Cyr (²).

Ces courbes sont, de haut en bas :

a. Courbe relative au nombre d'atmosphériques par minute pour l'onde de fréquence 12 kc/s (25000^{m}), du 31 mars au 3 avril.

b. Courbe relative au nombre d'atmosphériques par minute pour l'onde de fréquence 50 kc/s (6000^{m}), du 31 mars au 3 avril et pour une sensibilité moyenne du relais.

c. Courbe relative au nombre d'atmosphériques par minute pour l'onde de fréquence 50 kc/s (6000^{m}), du 31 mars au 3 avril et pour une très grande sensibilité du relais.

d. Même courbe que la précédente, pour la période du 2 avril à 12^{h} au 3 avril à 8^{h}.

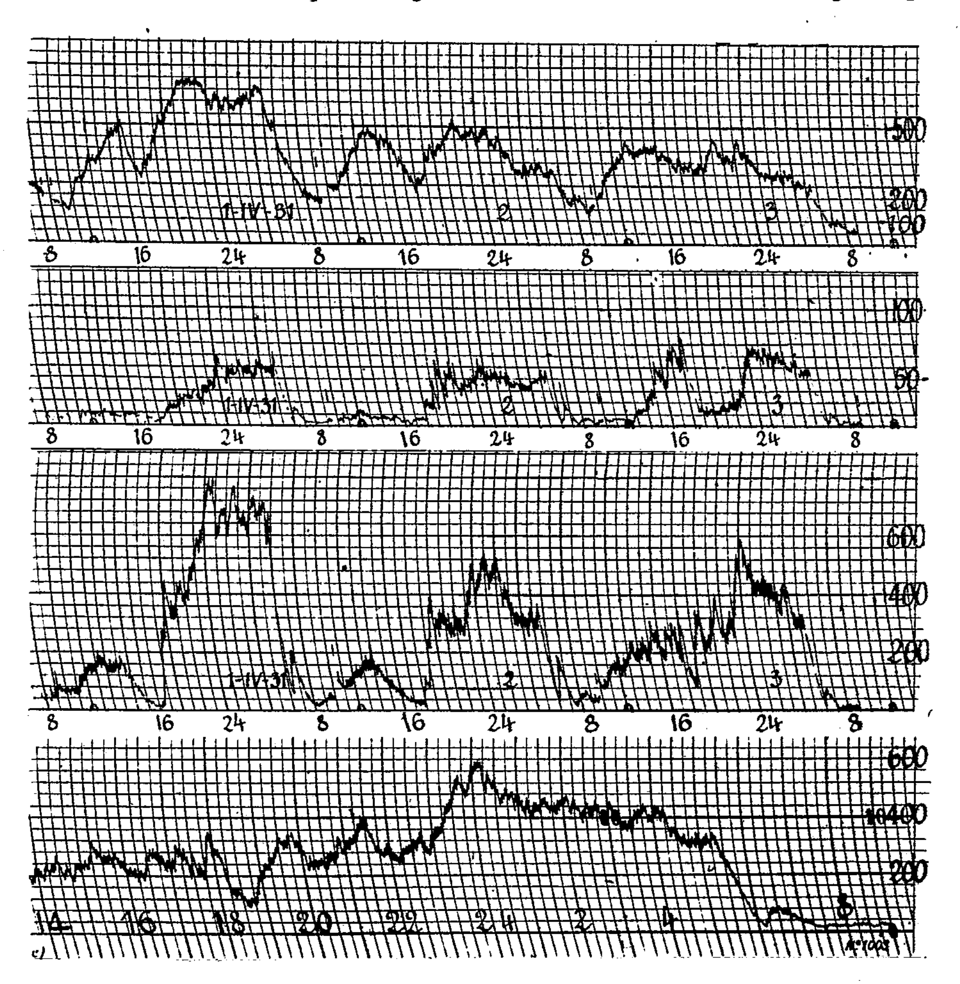
On constate sur chaque courbe l'allure générale de la variation diurne avec les deux maxima de nuit et d'après-midi (ce dernier encore peu sensible à cette saison pour la sensibilité moyenne et pour l'onde de 6000^{m}) et avec la chute brusque au lever du Soleil.

On constate surtout une diminution brusque des atmosphériques sur

(¹) Séance du 13 avril 1931.

(²) Ces enregistreurs sont ceux que j'ai décrits (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 157, et 191, 1930, p. 64).

6000^m le 2 avril à 18^h. La courbe correspondant à la sensibilité moyenne indique une anomalie plus forte et plus durable que la courbe correspondant à la grande sensibilité, comme si la cause de l'anomalie exerçait surtout son influence sur les atmosphériques forts. Une anomalie de cette nature ne se rencontre pas en général sur les courbes d'atmosphériques



(il existe plus de 900 journées d'enregistrement de Saint-Cyr). Il y a donc lieu d'établir un rapprochement entre la diminution anormale des atmosphériques (au moment de l'accroissement habituel après le coucher du Soleil) et l'éclipse totale de Lune qui avait lieu au même moment.

S'il y a une liaison entre les deux phénomènes, il faut peut-être en chercher l'explication dans une influence de l'éclipse sur la propagation des ondes émanant des foyers d'atmosphériques.

Nota. — L'anomalie du 2 avril n'est certainement pas due à une défectuosité momentanée des enregistreurs. En effet la courbe du Mont-Valérien sur l'onde 50 kc/s (6000^m) est semblable à celle de Saint-Cyr. De plus les enregistreurs sont étalonnés et ont été vérifiés au cours de l'anomalie. L'étalonnage est disposé comme suit : un condensateur est chargé à un potentiel connu et déchargé dans une inductance par l'intermédiaire d'un interrupteur à mercure. Le circuit oscillant ainsi constitué est couplé par une faible capacité avec l'appareil enregistreur. La sensibilité de l'appareil est déterminée par le potentiel le plus bas auquel il faut charger le condensateur pour que fonctionne pendant sa décharge le relais de l'enregistreur.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Reconnaissance magnétique en Syrie.* Note de M. **Jean Chevrier**, présentée par M. Ch. Maurain.

Cette reconnaissance a eu pour but de déterminer la valeur des éléments magnétiques : déclinaison, inclinaison, intensité de la composante horizontale, dans les régions désertiques des territoires sous mandat français. On s'est volontairement écarté des zones manifestes de perturbations (Laves magnétiques du Djebel Tenf, des falaises de la rive gauche de l'Euphrate au nord-ouest de Deir es Zor, du massif du Kaoukab à l'est d'Hassetché), réservant l'étude des anomalies pour le moment où le réseau magnétique de ces pays pourra être tracé avec quelque précision.

Les observations ont été effectuées à l'aide d'un théodolite boussole (Brunner-Chasselon, moyen modèle n° 3) et d'une boussole d'inclinaison (Chasselon, moyen modèle n° 1), prêtés par le Service géographique de l'Armée.

L'erreur sur la déclinaison peut atteindre dans les cas les plus défavorable 2 minutes. Pour l'inclinaison, on peut craindre une erreur du même ordre. Quant à la composante horizontale, la cinquième décimale peut être fautive de plusieurs unités.

La comparaison des valeurs obtenues à Karyatein et à Palmyre au cours de cette mission avec celles observées par la mission Carnegie en 1911 aux mêmes localités conduit, pour la déclinaison, à une variation séculaire de 6,5 vers l'Est, variation calculée sur une période de vingt ans moins trois mois.

Le tableau suivant donne les résultats bruts des observations.

Stations.	Latitude.	Longitude (E. Gr.).	Déclinaison (orientale).	Inclinaison.	Composante horizontale.
Abou Kémal	34° 27′,1	40° 55′,2	2° 32′,6	49° 00′,1	0,28061
Ain Beida	36.11	39.56	2.39,6	»	0,27082
Deir es Zor	35.25,5	40.08,1	2.36,6	50.14,2	0,27608
Djesra	35.43	39.48	2.38,2	»	0,27400?
Dmeir	33.38,6	36.23,7	1.28,8	»	»
Gabadjib	35.03	39.41	2.33,9	49.46,8	0,27667
Habra Tenf	33.29	38.41	1.53,0	47.50,2	»
Hassetché	36.29,9	40.45,2	2.52,7	51.49,4	0,26936
Kamechlié	37.03	41.13	3.02,6	52.27,7	0,26715
Karyatein	34.11	37.14	1.52,6	48.35,9	0,28029
Katounié	36.25,1	41.13.6	2.41,0	51.45,8	0,27055
Meyadine	35.02	40.27	2.30,6	49.51,0	0,27761
Palmyre	34.32,8	38.16.5	1.53,7	49.01,1	0,27874
»	»	»	1.54.5	»	0,27881
»	»	»	1.59,9	49.00,1	0,27887
Rakka	35.57,1	39.00,6	2.22,1	50.47,8	0,27620
Saba Bjar	33.47	37.45	1.34,0	»	»
»	»	»	1.37,1	47.55,8	0,28440
»	»	»	1.38,8	47.56,2	»
Salahyé	34.45	40.47	2.32,7	49.33,2	0,27864
Sedjri	33.59	39.18	2.05,5	48.22,1	0,28236
Souar	35.27	40.42	2.43,5	50.31,6	0,27538
Souckné	34.53	38.52	2.32,2	49.29,9	0,27871

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Inversion de l'inclinaison magnétique aux âges géologiques. Nouvelles observations.* Note (¹) de M. **P.-L. Mercanton**, présentée par M. J.-B. Charcot.

En étudiant l'aimantation naturelle de laves volcaniques de diverses provenances, tant australes que boréales (Groenland, Spitzberg, Australie), j'ai pu grouper assez de faits pour émettre et appuyer d'un commencement de preuve l'hypothèse qu'à l'époque tertiaire, au moment des grands épanchements éruptifs, l'inclinaison magnétique terrestre était, dans les deux hémisphères, contrairement à ce qui a lieu aujourd'hui : australe dans les régions circumarctiques et boréale en Australie sud-orientale (cf. *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 859 et 1231 ; *Terrestrial Magnetism*, 31, IV, 1926).

J'insistais sur l'intérêt considérable d'une étude de matériaux systématiquement prélevés un peu partout sur notre globe, selon un plan raisonné. Ce plan est en voie d'exécution aujourd'hui grâce à divers appuis financiers et grâce à la complaisance du Commandant Charcot, qui a bien voulu prendre déjà plusieurs spécialistes à bord du *Pourquoi-Pas ?*.

---

[1] Séance du 13 avril 1931.

Durant la croisière arctique de l'été 1929, le *Pourquoi-Pas?* a relâché en divers points des Féroé comme des côtés d'Islande. J'en ai profité pour recueillir des échantillons des laves dont les strates puissantes forment la structure du pays et affleurent en remparts abrupts à divers niveaux sur les rives fortement déclives des fjords.

Il me paraissait spécialement intéressant d'opérer de tels prélèvements aux divers étages d'un même versant, leur écartement vertical considérable leur assignant des âges notablement différents. Ne disposant pas de l'appareillage créé par M. Chevallier pour le repérage complet des échantillons (nos prélèvements ayant eu le caractère d'improvisation que le hasard d'escales imprévues et favorables ont inopinément permis), je m'en suis tenu à la seule inclinaison magnétique, dont le sens seul est ici déjà révélateur et pour laquelle il suffit de repérer *in situ* une face horizontale ou des verticales de l'échantillon. J'ai fait ce repérage au fil à plomb, sur des pointements de la région centrale de l'affleurement, la plus homogène, et qui offraient des faces diversement orientées. On y traçait les directions des verticales puis détachait le bloc au marteau, à la faveur de quelque diaclase si possible. Au laboratoire le bloc était replacé soigneusement dans sa position originale et l'on y marquait une première face, horizontale, de taille, la supérieure ou l'inférieure. Ce procédé sommaire de prélèvement n'a évidemment pas une grande rigueur; il suffit cependant et l'erreur de verticalité ne doit guère excéder un ou deux degrés.

En admettant l'horizontalité parfaite des assises basaltiques où l'on a pris les échantillons, ce qui ne correspond qu'approximativement à la réalité, les inclinaisons magnétiques terrestres décelées par nos cubes seraient les suivantes :

a. Féroé. — Esturoy, Fuglefjord, versant oriental, sur la ligne de plus grande pente aboutissant à l'appontement :

1° Assise *inférieure*, altitude sur mer 100^m; densité de la roche $D = 2,9$. *Inclinaison* $I = 17°$, *australe;*

2° Assise *médiane*, alt. 310^m; basalte compact de densité. $3,0$. $I = 41°$, *australe.*

3° Assise *supérieure*, alt. 430^m; basalte un peu vacuolaire, $D = 2,8$ (deux cubes). $I = 31°$ et $33°$, soit $I = 32°$ en moyenne *australe.*

b. Islande E. — Eskifjord, au flanc nord-est du Holmfjeld, un peu au sud-est du sommet :

1° Assise *inférieure;* alt. 250^m; $D = 2,85$. $I = 7°$, *australe;*

2° Assise *supérieure;* alt. 370^m; $D = 2,75$. $I = 61°$, *boréale.*

c. Islande N. — Eyjafjord, rive orientale, belvédère de Vadlaheidi; alt. 700^m. Deux cubes; densité moyenne $2,85$. $I = 66°$, *boréale.*

d. Islande NW. — Patreksfjord, versant sud-est, au-dessus de Vatneyri; alt. 270^m. $D = 2,9$. $I = 79°$, *boréale.*

L'aimantation rémanente des échantillons est environ 0,004 C. G. S.

Le contraste entre les inclinaisons décelées par les nappes éruptives considérées comme les plus anciennes, celles des Féroé, et celles indiquées par les coulées plus jeunes de l'Islande, de sa presqu'île nord-occidentale notamment, est vraiment remarquable. Notable aussi est le fait que si M. Chevallier, dans son étude très complète des prélèvements de Suduroy, la plus méridionale des Féroé, a trouvé des inclinaisons faibles parfois, il n'a trouvé aucune déclinaison australe.

Il importe incontestablement de multiplier ces prélèvements dont l'étude pourra donner des résultats intéressants.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Changements de réaction observés au cours du développement de quelques Champignons. Influence de la nature de l'aliment azoté.* Note de M. **F. Labrousse**, présentée par M. L. Mangin.

Au cours de précédentes recherches [1], [2], nous avons constaté que le développement de certains Champignons, sur un milieu standard renfermant du nitrate de calcium comme aliment azoté, s'accompagne d'une alcalinisation présentant une allure presque instantanée, le virage de l'indicateur coloré convenable ajouté au milieu, débutant aussitôt après le repiquage. Pour d'autres champignons, une acidification progressive manifestée par un virage de l'indicateur ne débutant qu'avec le développement du champignon, ne se réalise qu'autant que le champignon expérimenté est capable de se développer sur le milieu où sa culture est tentée. Nous avons constaté que sur des milieux renfermant des hydrates de carbone incompatibles avec le développement de certains champignons, la réaction initiale ne change pas.

En appliquant la technique des milieux gélosés additionnés d'indicateurs colorés convenables, précédemment décrite [1], nous avons recherché quelle pouvait être l'influence de la nature de l'aliment azoté sur la réaction engendrée dans un milieu où le nitrate de calcium est remplacé par des doses équimoléculaires de nitrite de calcium, nitrate d'ammonium ou sul-

---

(1) F. Labrousse et J. Sarejanni, *Changements de réaction et phénomènes d'oxydoréduction observés au cours du développement de quelques champignons* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 805).

(2) F. Labrousse et J. Sarejanni, *Recherches physiologiques sur quelques champignons parasites* (*Phytopathologische Zeitschrift*, **2**, 1930, p. 1-38).

fate neutre d'ammonium, les autres constituants du milieu standard restant les mêmes.

Nos essais ont porté d'une part sur deux Champignons que nous avions reconnus au cours de nos précédentes recherches comme alcalinisant le milieu standard renfermant du nitrate de calcium comme aliment azoté, à savoir *Cladosporium cucumerinum* et *Verticillium dahliæ;* d'autre part sur deux champignons que nous avions reconnus comme acidifiant ce même milieu dans les mêmes conditions, à savoir *Sclerotinia Libertiana* et *Sclerotinia minor*.

Résultats. — 1° *Cladosporium cucumerinum* et *Verticillium dahliæ* qui alcalinisent presque instantanément le milieu de culture renfermant du nitrate de calcium comme aliment azoté, engendrent la même réaction, avec la même allure, lorsqu'ils sont cultivés sur milieux renfermant des doses équimoléculaires de nitrite de calcium. Lorsque ces mêmes champignons sont cultivés sur milieu renfermant du nitrate d'ammonium ou du sulfate neutre d'ammonium, leur développement s'accompagne d'une acidification présentant une allure presque instantanée, avant tout développement perceptible.

Ces différences dans le sens du changement de réaction du milieu de culture suivant la nature de l'aliment azoté ont été mises en évidence par Molliard dans le cas du *Sterigmatocystis nigra*. Cet auteur a montré que, dans le cas des sels ammoniacaux, il y a utilisation sélective des ions ammonium, d'où acidification du milieu; dans le cas des sels nitriques, il y a utilisation sélective des ions nitriques, d'où alcalinisation. Dans le cas du nitrate d'ammonium, nous avons assisté à une acidification s'expliquant par une absorption sélective des ions ammonium, alors que ce sel offre simultanément l'azote sous forme ammoniacale et sous forme nitrique. C'est là une confirmation de la notion généralement reconnue concernant la préférence que manifestent les Champignons pour l'azote sous forme ammoniacale.

2° *Sclerotinia Libertiana* et *Sclerotinia minor*, tous deux acidifiant progressivement le milieu de culture standard renfermant du nitrate de calcium comme aliment azoté, engendrent la même réaction, avec la même allure lorsqu'ils sont cultivés sur milieux renfermant des doses équimoléculaires de nitrite de calcium, nitrate d'ammonium ou sulfate neutre d'ammonium. Toutefois cette acidification n'a lieu qu'autant que la source d'azote mise à la disposition de l'organisme est compatible avec son développement. Ainsi, *Sclerotinia minor*, incapable de se développer sur milieu renfermant du

nitrite de calcium comme aliment azoté, n'en change pas la réaction initiale.

Ces constatations relatives à l'influence de la nature de l'aliment azoté sur les changements de réaction accompagnant le développement des champignons en culture nous confirment l'existence de deux types de comportement chez ces organismes à ce point de vue. Les uns, tels que *Cladosporium cucumerinum* et *Verticillium dahliæ*, changent la réaction du milieu où ils sont cultivés d'une manière très rapide. On peut expliquer de tels changements de réaction par une absorption sélective de certains ions suivant un mécanisme en grande partie passif, puisque ces changements se réalisent avant tout développement perceptible des organismes qui les provoquent. D'autres Champignons tels que *Sclerotinia Libertania* et *Sclerotinia minor* ne provoquent de changement de la réaction du milieu qu'autant que leur développement y est possible. Ce changement de réaction ne débute qu'avec le développement de ces organismes. Dans ces cas, le changement de réaction doit être considéré comme une conséquence immédiate de l'activité métabolique des organismes qui le provoquent.

PHYSIOLOGIE. — *Recherches sur l'immunité humorale chez les animaux à sang froid.* Note de MM. **E. Wollman** et **V. Uribe**, présentée par M. Roux.

Les phénomènes d'immunité humorale, dont l'étude a été si féconde chez les animaux supérieurs, sont à peine connus chez les Vertébrés à sang froid [1]. Aussi avons-nous cherché à combler une partie de cette lacune en mettant à profit l'existence au Chili d'une très grosse Grenouille (*Caliptocephalus Gayi*) très abondante et très facile à manier.

Nous avons pu nous assurer dès le début de nos recherches que les réactions obtenues avec le *sérum normal* de ce Batracien reproduisent celles, devenues classiques, qu'on observe avec le sérum des Vertébrés supérieurs. Ce sérum contient, en effet, des anticorps normaux (agglutinines, hémolysines), hémolyse et bactériolyse étant, comme chez les animaux à sang chaud, le résultat de l'interaction de deux facteurs. L'un de ceux-ci, relativement stable, et qui se fixe sur l'antigène est l'anticorps normal; l'autre, plus labile, correspond à l'alexine des animaux à sang chaud.

Ainsi que Metchnikoff l'avait vu chez le Crocodile et que l'un de nous l'avait observé chez la Grenouille rousse (*Rana temporaria*) d'Europe, la

(1) Recherches inédites datant de 1911.

teneur en anticorps pour un antigène déterminé ne peut guère être augmentée par l'introduction répétée de cet antigène tant que la température du milieu reste au-dessous d'un certain niveau. Autrement dit, *ce n'est qu'à partir d'une certaine température que les animaux, dits à sang froid, se montrent capables de produire des anticorps d'immunisation.*

C'est ainsi que de deux séries de Grenouilles, les unes maintenues à une température inférieure à 16°, les autres à une température de 30° environ, seules les Grenouilles de la seconde série ont fourni des anticorps spécifiques pour les antigènes employés (*B. typhique*, *V. cholériques*, *globules rouges*). Le taux d'agglutination pour le *B. typhique*, par exemple, qui est de 1 pour 100 environ pour le sérum normal de Grenouille reste le même pour celui de Grenouilles ayant reçu à basse température des injections répétées de ce germe. Ce taux s'élève, pour les grenouilles préparées avec le *B. typhique* à la température de 30°, à 1 pour 200, 1 pour 400. Le sérum chauffé de Grenouilles normales sensibilise les hématies de mouton (vis-à-vis de l'action de $\frac{1}{60}$ de centimètre cube de sérum frais) au taux de 1 pour 25; il en est encore de même du sérum de Grenouilles préparées par des injections d'hématies à une température inférieure à 16°. Par contre, la lyse est obtenue dans les mêmes conditions avec 1 pour 200 de sérum chez les Grenouilles maintenues à la température de 30°.

Les anticorps d'immunité ainsi obtenus sont détruits en une demi-heure à la température de 61° et fortement atténués à celle de 59°.

Le facteur non spécifique ou alexine se montre chez la Grenouille, comme chez les Vertébrés supérieurs, plus labile à l'action de la chaleur. Il est totalement détruit en une demi-heure à 46°, en une heure à 44°, en moins de 24 heures à 37°. Il est intéressant de constater qu'il y a, tant pour la destruction des anticorps que pour celle de l'alexine, un *décalage* d'une dizaine de degrés par rapport aux températures correspondantes chez les Vertébrés supérieurs. Ce *décalage* correspond du reste, à peu prés, à la différence des températures de coagulation des diverses fractions protéiques chez ces deux groupes d'organismes.

Les anticorps d'immunisation présentent chez la Grenouille comme chez les Vertébrés supérieurs un haut degré de *spécificité*, cette propriété paraissant être corrélative de la faculté même de produire des anticorps. Il semblerait, toutefois, que pour l'ambocepteur hémolytique cette spécificité fût moins étroite chez la Grenouille que chez les Mammifères. Le sérum de grenouille antimouton par exemple hémolyse les hématies d'Homme au même taux (1 pour 200) que les hématies homologues.

Il était intéressant de rechercher les rapports qui pourraient exister entre les facteurs sériques des Vertébrés supérieurs et ceux des Batraciens. Y a-t-il interaction? L'alexine de Mammifère par exemple est-elle apte à compléter l'ambocepteur de Grenouille, celle de batracien complète-t-elle l'ambocepteur de Mammifère.

Les expériences entreprises pour répondre à ces questions montrent que l'alexine de Grenouille complète non seulement l'ambocepteur de la même espèce mais anssi, de façon fort active, celui de Mammifère. C'est même le système hémolytique hétérogène : ambocepteur de lapin-alexine de Grenouille qui donne les résultats les meilleurs ainsi que le montre l'expérience suivante.

1° Ambocepteur de Grenouille antimouton + alexine de Grenouille (à 1 pour 60) : hémolyse totale à 1 pour 200.

2° Ambocepteur de grenouille + alexine de Cobaye (à 1 pour 20): hémolyse totale à 1 pour 20.

3° Ambocepteur de Lapin antimouton + alexine de Cobaye (à 1 pour 20) : hémolyse totale à 1 pour 200.

4° Ambocepteur de Lapin + alexine de Grenouille (à 1 pour 20) : hémolyse totale à 1 pour 8000.

On voit par ces données que l'ambocepteur de Mammifère semble sensibiliser les hématies d'une façon plus intense que l'ambocepteur de Grenouille. Ce fait joint à la spécificité moins étroite de celui-ci indiquerait une perfection plus grande dans le mécanisme de production des anticorps chez les Vertébrés supérieurs. Par contre, le facteur non spécifique, l'alexine, est beaucoup plus actif chez la Grenouille. Enfin, l'alexine de Mammifère semble être assez étroitement adaptée à l'ambocepteur correspondant et ne complète que très faiblement l'ambocepteur de Batracien.

La production d'anticorps chez les Batraciens n'a lieu qu'à des températures qui ne sont atteintes que rarement (pays chauds) ou même jamais (pays tempérés) dans leur habitat normal. Ces anticorps ne peuvent donc jouer dans l'immunité de ces animaux qu'un rôle fort modeste.

D'autre part la faculté de produire des anticorps qui existe, nous l'avons vu, à l'état latent chez les Vertébrés à sang froid n'a pu se manifester utilement qu'à partir de l'apparition des vertébrés à sang chaud. Il y a là une indication intéressante d'ordre physiologique sur le sens de l'évolution de ces organismes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Microdosage de substances organiques en solutions diluées par oxydation sulfochromique. Application particulière au microdosage de l'alcool éthylique.* Note de M. **Maurice Nicloux**, présentée par M. A. Desgrez.

Les substances organiques, à l'état solide, soumises à l'action du mélange sulfochromique, peuvent être dosées en déterminant l'acide carbonique produit [1]. Lorsqu'elles se présentent à l'état de solutions très diluées et qu'elles sont en outre facilement et régulièrement oxydables, on peut avoir recours à la mesure de l'oxygène consommé. Il suffit pour cela d'opérer en présence d'une quantité un peu plus que suffisante de bichromate de potassium dont on évalue ensuite l'excès par une méthode appropriée [2].

Le problème, si important du point de vue biochimique, du métabolisme de l'alcool éthylique, la nécessité primordiale, si l'on désire l'aborder du point de vue quantitatif, de recourir à des méthodes micro-analytiques d'une finesse et d'une précision extrêmes, m'ont incité à reprendre et à modifier, dans ce but particulier, ma propre méthode de 1896. Mais, avant tout, il me fallait étudier les conditions dans lesquelles des quantités extrêmement faibles d'alcool éthylique sont oxydées régulièrement. Or ces conditions, comme on va le voir, sont contradictoires; voici en effet ce que l'on constate.

Lorsque l'on traite une solution étendue d'alcool éthylique, 5^{cm^3} à 1 pour 1000 ou à 0,5 pour 1000 par exemple, par du bichromate en léger excès et l'acide sulfurique, l'oxydation donne naissance presque exclusivement, mais non quantitativement, à l'acide acétique. Suivant la quantité et la concentration de l'acide sulfurique mis en œuvre, et suivant également la température à laquelle le milieu se trouve porté, l'oxydation est poussée un peu au delà du terme acide acétique ou reste, au contraire, légè-

---

(1) C'est ainsi qu'ont opéré, en France, Desgrez, Simon, moi-même. Voir la bibliographie dans le Mémoire suivant : M. Nicloux, *Microdosage du carbone. Applications à la détermination du carbone urinaire* (*Bull. Soc. Chim. biol.*, 9, 1927, p. 639-677).

(2) Parmi ces méthodes, une des plus simples, et que j'ai le premier indiquée dès 1896 en vue du dosage de petites quantités d'alcool éthylique, consiste à utiliser le virage du vert bleu au vert jaune de la solution du sulfate de sesquioxyde de chrome formé, virage dû à un petit excès de bichromate dès que l'oxydation est terminée (*C. R. Soc. Biol.*, 48, 1896, p. 841). J'ai signalé ultérieurement que l'alcool méthylique, l'éther, l'aldéhyde et l'acide formique, le glucose pur, en solution très étendue, pouvaient être dosés par la même méthode.

rement en deçà. Si l'on opère avec de l'acide au maximum de concentration, en grande quantité et à l'ébullition, il se forme de petites quantités d'acide carbonique; si, au contraire, l'acide est quelque peu dilué, en quantité plus faible et à une température moins élevée, il se forme de l'aldéhyde acétique qui, très volatile, se dégage et échappe ainsi à l'oxydation ultérieure. La réaction est donc nécessairement irrégulière et l'erreur, s'il s'agit d'un dosage, inévitable (¹), même en prenant la précaution, comme j'ai eu soin de l'indiquer, de titrer empiriquement le bichromate par rapport à une solution connue d'alcool éthylique.

Ainsi, tout le problème consiste à éviter l'erreur, soit par excès, soit par défaut, due respectivement à la formation d'acide carbonique ou d'aldéhyde acétique. On y parvient facilement en se plaçant dans les conditions où il se produit un peu d'aldéhyde, mais en opérant de telle façon qu'elle ne puisse s'échapper; l'oxydation en acide acétique devient alors rigoureusement quantitative et le dosage possible.

Je ne puis entrer ici dans les détails du mode opératoire, qui sera publié dans un autre Recueil; voici brièvement comment il convient d'opérer.

Dans un tube à essai de 20^{mm} de diamètre, fermé par un bouchon de verre très soigneusement rodé, on mesure 5^{cm^3} de la solution alcoolique à analyser qui ne devra pas contenir plus de 5^{mg} d'alcool, on y ajoute $2^{cm^3},5$ d'acide sulfurique étendu de la moitié de son volume d'eau, puis la quantité de bichromate supposée nécessaire et en très petit excès. On ferme le tube et on le place au bain-marie à 85°. Après une heure l'oxydation est terminée. On ajoute au contenu du tube, refroidi, une solution titrée de sulfate ferreux en quantité telle que ce sel soit à son tour en léger excès que l'on titre finalement en retour par le permanganate. Toutes ces opérations reviennent en définitive à mesurer l'excès de bichromate et par suite la quantité consommée pour l'oxydation d'où l'on déduit la quantité d'alcool.

L'erreur relative ne dépasse pas 2 à 3 pour 1000 lorsque l'on opère sur 5^{mg} d'alcool, 5 pour 1000 pour 1 à 2^{mg}, 1 pour 100 pour un demi-milligramme, 5 pour 100 pour un dixième de milligramme.

Le dosage de l'éther, de l'alcool méthylique, de la glycérine, le premier un peu plus compliqué, les deux derniers plus simples et encore plus sensibles, car l'oxydation en acide carbonique est complète, sont justifiables de

(¹) Mais, même avec l'erreur de 5 pour 100 environ que j'ai signalée dès mes premières publications, ma méthode s'est largement répandue en France et à l'étranger, parce qu'elle est d'une simplicité extrême. Aussi j'estime qu'il y a lieu de continuer à l'employer dans la très grande majorité des cas, et, en particulier pour tout ce qui concerne les applications médico-légales dont Balthazard, au cours de ces dix dernières années, a montré toute l'importance.

cette méthode. Il va sans dire que rien ne s'oppose à son application à toutes les substances organiques qui, en solution aqueuse diluée, s'oxydent facilement et régulièrement.

MÉDECINE. — *Nouvel appareil pour courant faradique.*
Note de MM. **Delherm** et **Laquerrière**, présentée par M. d'Arsonval.

L'emploi des bobines d'induction en électrothérapie et en électrodiagnostic présente des imperfections multiples que l'on peut résumer sous deux chefs :

1° Ignorance des caractéristiques du courant obtenu et de la dépendance de ces caractéristiques vis-à-vis de la résistance du sujet;

2° Défectuosités du réglage et irrégularités des décharges; ces deux inconvénients résultant de l'emploi d'un interrupteur mécanique.

Nous avions, dès 1896, avec M. Apostoli, expérimenté des dispositifs de condensateurs, construits par M. Gaiffe, pour être substitués aux bobines; nous n'avions pu conclure à ce moment à une supériorité manifeste de l'innovation, la résistance du circuit d'utilisation intervenant encore pour modifier l'intensité et la durée efficace de chaque décharge; surtout il y avait encore des irrégularités dues à ce que les décharges étaient commandées par un dispositif mécanique.

Nous avons voulu réaliser un appareil qui, tout en utilisant des décharges de condensateurs, ne présente pas ces inconvénients et pensons y être parvenus avec le concours de MM. Gaiffe-Gallot et Pilon.

Pour provoquer des charges et décharges successives du condensateur, il est fait usage d'un éclateur en atmosphère gazeuse à basse pression placé en série avec le circuit d'utilisation.

Le condensateur se charge jusqu'à ce que la différence de potentiel entre ses bornes soit égale à la tension d'amorçage de l'éclateur. Il se décharge alors dans le circuit d'utilisation et cette décharge continue jusqu'à ce que la différence de potentiel aux bornes du condensateur soit égale à la tension de désamorçage de l'éclateur. Puis il se charge à nouveau et ainsi de suite.

La fréquence des décharges est réglée en faisant varier la résistance du circuit de charge, ce qui modifie la rapidité de charge du condensateur.

En chargeant par exemple au moyen de courant alternatif redressé par des lampes à deux électrodes, le réglage peut se faire en modifiant l'intensité de chauffage des filaments de ces lampes, et l'on obtient très facilement

des variations de fréquences comprises entre 0,2 et 100 périodes par seconde.

L'intensité des décharges est réglée au moyen d'une lampe à deux électrodes intercalée dans le circuit d'utilisation et dont on modifie le chauffage du filament. Les caractéristiques de l'ensemble sont déterminées de façon que cette lampe fonctionne toujours à la saturation, l'intensité est donc constante pour un chauffage déterminé.

La durée des décharges est réglée en faisant varier la capacité du condensateur. Comme elles ont lieu entre deux valeurs fixes de la différence de potentiel aux bornes de celui-ci, leur durée, pour une intensité donnée, est proportionnelle à la capacité.

Ce dispositif fournit donc un courant constitué par une série d'impulsions à intensité constante dont on peut régler la fréquence, l'intensité et la durée avec facilité et précision, indépendamment de la résistance du sujet dans les limites usuelles de variations de cette résistance.

On obtient ainsi des décharges qui, d'une part, ont des caractéristiques nettement définies, et dont, d'autre part, la constance ne peut être faussée par la présence d'un minime grain de poussière dans un appareil électromécanique.

On se trouve donc dans les conditions les meilleures pour faire des applications thérapeutiques : on connaît la forme exacte de l'agent employé, le fonctionnement est parfaitement régulier.

De plus, en ce qui concerne l'électrodiagnostic, nous devons signaler que la forme de l'onde, sensiblement rectangulaire, de hauteur et de largeur réglables, se trouve être la forme idéale recherchée pour l'étude de l'excitation neuromusculaire.

Il est donc probable que le principe de cet appareil, construit dans le but de remplacer les bobines faradiques, permettra facilement la réalisation de dispositifs susceptibles de se substituer, grâce à leur simplicité et leur plus grande facilité de manœuvre, aux appareils relativement compliqués qui servent actuellement pour la recherche de la chronaxie.

La séance est levée à 16h20m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 AVRIL 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** dépose sur le bureau une brochure de M. AUGUSTE COLLARD relative à un ancien Membre de l'Académie : *Un Astronome français*, PIERRE PUISEUX (1855-1928).

M. **ÉMILE PICARD**, faisant hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Éloges et discours académiques*, s'exprime comme il suit :

Le présent volume fait suite aux livres que j'ai publiés en 1922 et 1924 sous les titres *Discours et mélanges* et *Mélanges de Mathématiques et de Physique*. Outre un discours de réception à l'Académie française, on y trouvera les divers discours et éloges que j'ai prononcés dans ces dernières années au nom de l'Académie des sciences, ou lus dans ses séances annuelles.

L'éloge historique peut prendre un caractère hautement philosophique, si l'on y apporte le souci de mettre en évidence la façon dont fut envisagée la science à divers moments, et aussi de rechercher ce qu'on peut attendre d'elle.

L'histoire des sciences témoigne de la curiosité jamais lassée qui est l'honneur de l'esprit humain, en même temps qu'elle montre le merveilleux outil fourni par la recherche scientifique. Le beau et l'utile se rejoignent ici et sont inséparables; c'est ainsi que nous voyons un Descartes, si soucieux de spéculation, souhaiter aussi pour la science « de nous rendre comme maîtres et possesseurs de la nature ». On peut dire que dans leur immense effort les savants amassent des faits pour avoir des idées, et que avec ces idées ils édifient des théories qui permettent de prévoir des faits nouveaux;

c'est là le cycle que décrit sans fin la connaissance scientifique. Suivant leurs tempéraments, les uns d'esprit positif s'attachent particulièrement aux résultats effectifs, les autres, plus artistes, séduits par la beauté des théories, s'intéressent davantage aux démarches de l'esprit humain pour arriver à ce qui paraît être la vérité, tentés parfois de dire, comme Fontenelle dans son éloge de Leibnitz, que la façon de découvrir vaut mieux que la plupart des choses qu'on découvre.

Ces deux tendances sont nécessaires aux progrès des sciences. Plus que jamais, l'idée cartésienne, qui cherche à ramener le monde à une mathématique universelle, prédomine aujourd'hui dans les spéculations de la Physique, et, dans maintes parties de la science, il semble que les réalités profondes des choses sont exprimées par des relations entre les symboles de l'Algèbre et de l'Analyse. De tout cela, on trouvera, autant que le permettaient les circonstances, un écho dans quelques-unes des études de cet Ouvrage.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le plomb dans l'organisme des animaux.* Note de MM. Gabriel Bertrand et V. Ciurea.

Nous avons mentionné tout récemment, à l'occasion de la recherche de l'étain dans les organes des animaux, que le précipité produit par l'hydrogène sulfuré dans la solution provenant de la minéralisation chimique de ces organes était un mélange de plusieurs métaux à l'état de sulfures : à côté d'un peu de platine, provenant de l'attaque de la capsule à la fin de l'évaporation, de cuivre, que l'on sait exister dans l'organisme animal aussi bien que végétal, d'étain, dont nous avons démontré définitivement la présence chez les animaux, il s'y trouvait aussi du plomb (1).

Le plomb a été signalé plusieurs fois dans le sang et dans certains organes de l'homme (2), sans que l'on ait pu affirmer s'il avait une autre origine que l'eau d'alimentation ayant circulé dans des tuyaux de plomb, les pous-

(1) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 780.

(2) Devergie, *Médecine légale, théorique et pratique*, **3**, 1840, p. 532; *Comptes rendus*, **17**, 1843, p. 322, et **19**, 1844, p. 917. — Barse, *Comptes rendus*, **17**, 1843, p. 303, et **19**, 1844, p. 918. — Millon, *Comptes rendus*, **26**, 1848, p. 41, et *Ann. Chim. et Phys.*, 3e série, **23**, 1848, p. 372 et 508, etc.

sières dues à l'effritement de peintures ou à des opérations industrielles, l'étamage des ustensiles de cuisine et des boîtes de conserves, etc. (¹).

On l'a également signalé dans le sang de cheval (²), dans le lait de vache (³), dans l'œuf de poule (⁴) et dans quelques mollusques et crustacés marins (⁵).

Ayant reconnu, au cours de nos expériences de contrôle, la facilité avec laquelle de petites quantités de plomb pénètrent dans les substances en voie d'analyse, soit par les réactifs, soit par le matériel de verre, disposant, d'autre part, d'une méthode très sensible et très précise de dosage du plomb qui, sans introduire la moindre trace du métal, permet de retrouver sans perte celui qui est présent dans les organes, il nous a paru intéressant de compléter nos déterminations en évaluant les quantités de plomb qui se trouvaient dans les précipités de sulfures à côté de l'étain.

Nous avons, en principe, utilisé la fusion avec le foie de soufre pour la séparation des deux sulfures. Grâce à quelques précautions, rendues indispensables par la petitesse des poids de substances sur lesquelles nous opérons, nous avons trouvé du plomb dans tous les cas où nous avions rencontré de l'étain (⁶). Le métal, recueilli et pesé à l'état de sulfate, a d'ailleurs été identifié par la méthode spectrographique.

Le tableau ci-aprés résume les principaux résultats que nous avons obtenus.

Ainsi, d'une manière générale, nous avons trouvé moins de plomb que d'étain. Dans certains organes, les muscles en particulier, la proportion de métal a même été trop petite pour que nous ayons pu la reconnaître. C'est presque toujours au-dessous du milligramme par kilogramme de matière fraîche que nous avons rencontré le plomb dans les tissus du bœuf, du cheval et du mouton.

(¹) Voir à ce sujet les opinions de Melsens (*Ann. Chim. et Phys.*, 3ᵉ série, **23**, 1848, p. 358) et d'Ogier (*Traité de Chimie toxicologique*, Paris, 1899).

(²) Seiser, Neke et Muller, *Zeitsch. angew. Chem.*, **42**, 1929, p. 96.

(³) Zrinden, *Le Lait*, **11**, 1931, p. 113.

(⁴) Bishop et Cooksey, *Medic. Journ. Australie*, **2**, 1929, p. 560.

(⁵) Forchhammer, *Overs. Kgl. danske Vidensk. Selsk.*, 1885, p. 389. — Philipps, *Journ. biol. Chem.*, **38**, 1919, p. 203. — Chapman et Linden, *Analyst*, **51**, 1926, p. 563.

(⁶) On trouvera les détails expérimentaux et l'ensemble des résultats dans une autre publication.

Milligrammes de plomb par kilogramme d'organe frais,

	Bœuf.	Cheval.	Mouton.
Muscle	0,0	0,0	0,0
Sang	0,05	0,06	0,04
Cœur	0,06	0,05	0,0
Rate	0,08	0,0	pas analysé
Poumon	0,09	0,0	0,04
Estomac	0,14	0,43	0,12
Gros intestin	0,16	0,11	0,14
Pancréas	0,28	0,24	0,35
Foie	0,32	0,20	0,26
Rein	0,32	0,39	0,36
Peau	0,34	0,25	0,28
Intestin grêle	0,43	0,53	0,62
Cerveau et moelle épinière	0,74	0,62	1,12

La répartition du plomb et de l'étain n'est que très approximativement la même dans les divers organes de ces animaux, la place du cerveau est même décalée d'une manière remarquable, car elle passe, dans l'échelle des teneurs croissantes, du milieu pour l'étain vers la fin pour le plomb.

La teneur exceptionnelle que nous avions signalée à propos de la langue et plus encore de sa muqueuse a été retrouvée. Voici en effet les quantités de plomb que nous avons obtenues :

Milligrammes de plomb par kilogramme d'organe frais.

	Bœuf.	Mouton.
Langue, muscle	0,82	2,30
Langue, muqueuse	2,33	3,20

La nouvelle fonction physiologique de la langue, fonction d'excrétion ou autre, mise en évidence par l'étude de la localisation du manganèse et de l'étain dans les organes des animaux, reçoit de ce fait une confirmation importante.

Enfin soulignons que nos résultats, démontrant l'existence normale du plomb, comme de l'étain, dans les organes du bœuf, du cheval et du mouton, donnent à penser que les traces de ces deux métaux signalées dans le corps de l'homme doivent, au moins pour une part, s'y trouver aussi normalement. Leur origine est alimentaire et l'on doit s'attendre, en conséquence, à rencontrer du plomb et de l'étain dans les plantes et dans le sol.

PÉTROGRAPHIE. — *La structure cone-in-cone en milieu schisteux.* Note de M. L. Cayeux.

La structure cone-in-cone, caractérisée par l'existence de cônes emboîtés, prend naissance dans les milieux les plus divers de la série sédimentaire, et principalement dans les calcaires. On la connaît dans les schistes, les grès, les quartzites, la dolomie, le gypse, la célestine, le charbon, plusieurs composés ferrugineux, etc., soit, au total, plus de dix matières premières différentes.

En dépit de la variété minéralogique des milieux générateurs des roches dans lesquelles se développe cette structure, la question de l'origine des cônes emboîtés a été généralement traitée, comme si un rôle primordial était réservé au carbonate de chaux, ce qui n'empêche pas les opinions émises d'être fort divergentes. On a fait de cette structure le résultat d'une précipitation chimique, de la pression, de phénomènes de retrait, de la force d'expansion de concrétions en voie de formation, d'un changement d'état impliquant une augmentation de volume, d'une action cristalline, combinée ou non à la pression, etc. Mais deux orientations principales se dégagent de l'ensemble des solutions proposées : la structure cone-in-cone résulte de phénomènes de cristallisation, ou elle est due à des phénomènes de concrétionnement influencés par le facteur pression.

De l'ordonnance des matériaux qui participent à la formation des cônes emboîtés, on ne sait pour le moment qu'une chose, c'est qu'elle est telle dans les cônes de calcite que la cristallisation du carbonate de chaux joue un rôle important dans le développement de la structure. Mais que se passe-t-il lorsque le carbonate de chaux manque et qu'il est impossible de mettre en cause des phénomènes de cristallisation ? Pour répondre à cette question il est nécessaire d'étudier au microscope les matériaux constituants des cone-in-cone engendrés par des roches détritiques et d'en fixer le mode de groupement. Un exemple emprunté au Silurien de la Montagne-Noire montre clairement que la solution adoptée pour les dépôts calcaires est inapplicable aux roches clastiques.

L'Ordovicien de la Montagne-Noire comporte l'existence, notamment, de schistes à grands *Asaphus* et *Illœnus*, renfermant des concrétions, désignées sous le nom de gâteaux, caractérisées par une structure cone-in-cone très nette. En réalité, cette structure se développe dans deux conditions différentes, ainsi que le montrent de nombreux échantillons recueillis

par M. Blayac. Les uns se résolvent en concrétions formées d'un reste de Trilobite, jouant le rôle de noyau, et d'une enveloppe épaisse de 1 à 2^{cm} différenciée sur tout le pourtour par une structure cone-in-cone. Les autres constituent de véritables lits de cone-in-cone, d'extension très limitée, mesurant jusqu'à 3^{cm} d'épaisseur. Chacun de ces lits se décompose en deux rangées de cônes, séparées par une traînée axiale indifférenciée, et, de part et d'autre, les cônes sont disposés perpendiculairement aux plans de stratification. Tout se passe, à première vue, comme si la totalité des sommets était interne. Il en va de même pour les gâteaux, avec cette différence que les cônes sont orientés normalement à la surface, quelle qu'elle soit.

Cette brève description fournit le type du cas général, sauf à dire que les dimensions des cônes, sujettes à variations, comptent parmi les plus petites connues. En d'autres gisements, on en a signalé qui atteignent et dépassent $0^{m},20$ de hauteur.

Les coupes perpendiculaires aux échantillons mettent en évidence, de chaque côté du plan de symétrie, des traits en zigzag, emboîtés les uns dans les autres, dessinant dans leur ensemble des cônes à sommets internes, alternant avec d'autres à sommets externes. L'aspect général est celui de lignes concentriques, nombreuses, très serrées, finement et très régulièrement plissées, dessinant des angles plus ou moins aigus. Comme il en est de même dans la direction perpendiculaire à la précédente, le tout se résout en un empilement de feuillets très fins, plissés, emboîtés les uns dans les autres, et engendrant un double système de cônes. Telle est la véritable image répondant dans l'espèce à la notion de cônes emboîtés.

Les coupes minces nous enseignent que la roche n'est pas du tout un schiste typique, c'est-à-dire une roche primitivement à base d'argile, car elle se décompose en une infinité de granules de quartz microscopiques, généralement moulés les uns sur les autres, associés à une matière phylliteuse, puis à un peu d'argile et de l'oxyde de fer. C'est, à proprement parler, un schiste très quartzeux, et, pour mieux dire, un microquartzite schisteux, procédant d'une ancienne vase quartzeuse impure. On est donc là en présence d'un milieu générateur foncièrement différent de celui qui constitue la majorité des cone-in-cone, milieu notamment caractérisé par l'absence du carbonate de chaux.

La matière phylliteuse, non déterminable avec précision, forme une multitude de paillettes exiguës, longues et minces, généralement teintées par de l'oxyde de fer et parfois incolores. De forts grossissements mettent en évi-

dence du rutile capillaire en abondance, preuve que le dépôt est tant soit peu métamorphique. Aussi l'origine des lamelles de phyllite est-elle certainement secondaire.

Ceci posé, quels sont les minéraux qui participent à la structure cone-in-cone? Contre toute attente, l'élément fondamental, le quartz, y reste étranger, et la forme de ses grains, de même que leur distribution, est normale en tous points. Seules, les phyllites, et, dans une certaine mesure, la matière argileuse, interviennent dans la structure cone-in-cone.

Aux faibles grossissements, on distingue dans les sections verticales des traits ferrugineux, rectilignes ou un peu courbes, dessinant des zigzags concentriques, correspondant aux génératrices des cônes emboîtés. Pour fixer les idées, sur une épaisseur d'environ 2^{cm}, on peut compter au moins une vingtaine de traits plissés. Ceux-ci se résolvent en minuscules paillettes de phyllites, placées bout à bout, isolément ou en rangs serrés. Tantôt continus et tantôt interrompus, ces traits sont loin d'être parfaitement ordonnés, équidistants et toujours indépendants. Il arrive qu'ils dévient pour se souder les uns aux autres, ou qu'ils soient reliés par une anastomose de lignes ferrugineuses, créant une sorte de tissu cellulaire à texture lâche. S'il existe des paillettes en dehors des surfaces coniques, ce qui est fréquent, elles s'orientent n'importe comment ou prennent part à l'alignement général.

Les coupes pratiquées transversalement soulignent tout particulièrement les irrégularités de l'agencement conique des matières phylliteuses. On y reconnaît, en plus des traits micacés et ferrugineux, grossièrement circulaires et plus ou moins concentriques, représentant des cônes complets, des lignes concentriques et nettes d'un côté, disparaissant toutes dans la direction opposée, où les surfaces coniques sont interrompues.

Dans le cas des cônes emboîtés disposés en lits, il existe toujours une certaine épaisseur de matière indifférenciée entre les deux systèmes de cônes. Sa constitution minéralogique est en gros celle des parties qui affectent la structure cone-in-cone. Outre les éléments déjà énumérés, il s'y trouve de minces filonnets de quartz, et plus rarement de quartz et de calcite ou de calcite seule. Ces filonnets sont arqués, contournés, et quelquefois repliés sur eux-mêmes, simples, bifurqués et voire même branchus. Tout dans leurs manières d'être trahit l'intervention de phénomènes dynamiques qui ont fortement comprimé et quelque peu écrasé la roche.

De l'étude de la structure cone-in-cone, développée dans les schistes ordoviciens de Cabrières, se dégagent deux conclusions principales :

1° La structure cone-in-cone des schistes ordoviciens de Cabrières

résulte manifestement de l'ordonnance de paillettes de phyllite d'origine secondaire, lesquelles constituent les génératrices des cônes et déterminent par leur concentration la formation de plans de moindre résistance.

2° La barre rocheuse, qui sépare les deux séries de cônes emboîtés, a enregistré des actions mécaniques susceptibles de faire recristalliser le quartz et d'engendrer des filonnets énergiquement plissés.

De toute évidence, dans le cas envisagé, la structure cone-in-cone se réclame de phénomènes dynamiques provoquant un arrangement plus ou moins géométrique de matières phylliteuses, sans la moindre participation de phénomènes de cristallisation ou de changements d'état des composants.

CHIMIE MÉDICALE. — *Les protéines des épanchements articulaires.* Note de MM. **Ch. Achard** et **M. Piettre.**

Dans une Note antérieure (séance du 29 décembre 1930), nous avons indiqué quelques caractères de la mucine qui se trouve dans la synovie articulaire. Son étude ne peut guère se faire que dans des conditions pathologiques qui seules permettent de recueillir une quantité suffisante de liquide synovial pour l'analyse. Mais à défaut du point de repère de l'état normal, les variations pathologiques de cette mucine sont déjà par elles-mêmes intéressantes.

La technique déjà décrite pour séparer la mucine des autres protéines d'origine sérique qui peuvent l'accompagner devient d'une application d'autant plus délicate qu'on se trouve en présence de processus inflammatoires complexes, notamment en cas de suppuration où des produits de destruction cellulaire augmentent la viscosité du liquide. Il convient alors de centrifuger le liquide à grande vitesse pour éliminer le plus possible d'éléments solides en suspension, puis de diluer le liquide avec un volume ou deux d'eau distillée et de l'abandonner à la chambre froide aux environs de 0° pendant 24 à 60 heures. En général, le fibrinogène encore présent s'agglomère en un réticulum ou flocule simplement. On s'en débarrasse complètement par une nouvelle centrifugation. La persistance de fibrine avant la séparation acétonique des protéines altère les résultats analytiques.

Il est une autre précaution à prendre, c'est en récoltant les exsudats articulaires, d'éviter toute addition de substances anticoagulantes (citrates, oxalates, fluorures), qui, en empêchant la formation de fibrine, gêne la séparation de la mucine et des autres protéines présentes.

La purification de la mucine par précipitations répétées à l'acétone exige le plus souvent, lorsqu'on opère en solutions étendues, $2^{vol},5$ d'acétone. Fréquemment aussi, au fur et à mesure que la substance devient plus pure, on constate son passage à peu près complet à l'état colloïdal. Pour la floculer, il faut alors additionner le sol acétonique de très petites quantités d'électrolytes (acides N/100, NaCl à 8,5 pour 1000).

Voici les résultats que nous avons obtenus par l'analyse de plusieurs épanchements articulaires de diverses origines.

Dans le liquide d'une hydarthrose double du genou chez un malade atteint de néphrose lipoïdique avec œdèmes irréductibles, nous avons constaté dans plusieurs examens la présence d'un très fin réticulum fibrineux et de mucine abondante. Un dosage nous a donné 30 pour 1000 de mucine, sans autre protéine. Dans d'autres analyses, on a pu seulement séparer des traces impondérables de protéines du sérum. Les lipides étaient toujours très peu abondants comme c'est la règle dans les sérosités : $0^{g},47$, $0^{g},45$, $0^{g},96$ et $0^{g},88$ pour 1000.

Le liquide d'une hydarthrose vraisemblablement gonococcique contenait $38^{g},50$ de mucine, des traces d'autres protéines et $2^{g},03$ de lipides. Une semaine après, une reprise inflammatoire s'étant produite, on trouvait $3^{g},10$ de fibrine, $42^{g},30$ de mucine, des traces indosables d'autres protéines et $2^{g},70$ de lipides.

Dans une arthropathie tabétique du genou, nous avons dosé, avec $1^{g},42$ de fibrine, $41^{g},80$ de mucine, sans autre protéine, et $0^{g},46$ de lipides pour 1000.

Dans une arthrite rhumatismale il y avait $0^{g},15$ de fibrine, $43^{g},70$ de mucine, sans autre protéine.

Le liquide d'une arthrite gonococcique renfermait, outre de la fibrine ($3^{g},58$), $47^{g},45$ de mucine pour 1000, sans autre protéine.

Dans une autre arthrite genococcique, une première analyse donna $0^{g},31$ de fibrine et 49^{g} de mucine pour 1000, sans autre protéine. Au bout de 15 jours, après amélioration, il y avait seulement $0^{g},19$ de fibrine et 35^{g} de mucine, toujours sans autre protéine,

Dans un cas d'arthrite gonococcique aiguë et franche, nous avons obtenu $16^{g},40$ de dépôt muco-fibrineux, $55^{g},30$ de mucine, sans autre protéine, et $0^{g},91$ de lipides pour 1000.

Enfin dans une arthrite purulente à pneumocoque, le liquide, après centrifugation d'un dépôt abondant de fibrine et de leucocytes, contenait les proportions suivantes de protéines :

Sérum-albumine	$13^{g},30$ pour 1000
Mélange fibrinogène-globuline	20,90 »
Myxoprotéine impure........................	15,80 »

Il y avait, de plus, $3^{g},50$ de lipides.

Il ressort de ces faits que, dans les cas d'hydarthrose *peu inflammatoire*,

où la paroi synoviale est peu altérée, la partie colloïdale de l'épanchement articulaire est constituée presque entièrement par la mucine, les protéines du sérum étant absentes ou à l'état de traces. Mais dans une arthrite purulente, où une *vive inflammation* altérait profondément la synoviale, nous n'avons pu isoler de mucine, cette absence s'expliquant probablement par une suppression de la fonction formatrice de la synoviale, alors que les protéines du sérum avaient passé dans l'exsudat articulaire à la faveur des lésions de la paroi. En même temps les lipides étaient plus abondants que dans la plupart des épanchements peu inflammatoires.

Un autre point mérite d'être signalé, c'est la présence constante de fibrine dans ces liquides : on s'explique mal qu'elle s'y trouve dans les cas où manquent d'autres protéines du plasma sanguin.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur un texte de la troisième lettre circulaire de Pascal, relative à la cycloïde* (*7 et 9 octobre* 1658). Note de M. **Paul Helbronner.**

Dans le Tome VIII de l'édition des Œuvres de Pascal publiée par notre savant confrère Léon Brunschwicg, dans la *Collection des Grands Écrivains de la France* (1), il est dit, relativement à cette troisième lettre circulaire :

« Nous avons de cet écrit deux versions assez sensiblement différentes, l'une latine, l'autre française. Seul, toutefois, le texte latin existe à notre connaissance, sous forme imprimée; il est daté du 9 octobre et il ne porte pas de titre. De la version française plus développée et datée du 7 octobre, nous avons seulement deux copies manuscrites, l'une insérée dans le recueil des Œuvres mathématiques de Pascal conservé à la Bibliothèque Nationale, l'autre dans le recueil de la Bibliothèque de Clermont-Ferrand. »

La remarquable bibliographie générale des Œuvres de Pascal que M. Maire, ancien Bibliothécaire de la Sorbonne, a fait paraître en cinq volumes de 1925 à 1927 signale également dans le cinquième volume la troisième lettre sur la cycloïde avec la mention : « Texte français manuscrit. Texte latin imprimé in-4°. » On pouvait donc croire que le texte français de la troisième lettre relative à la cycloïde n'avait jamais été imprimé.

Il existe cependant un recueil factice, analogue à ceux de la Bibliothèque Nationale et de la Bibliothèque de Clermont-Ferrand, dans lequel j'ai eu la

(1) *Les grands Écrivains de la France*, *Blaise Pascal*, *Œuvres* (Paris, Hachette), 8, 1914, p. 157.

surprise de trouver un exemplaire imprimé du texte français de cette troisième lettre.

Ce recueil comprend notamment, dans une reliure en veau, très probablement exécutée dans le dernier quart du XVIIe siècle, le texte latin des première, seconde et troisième lettres circulaires mais aussi, en huit pages imprimées, le texte français de la troisième lettre, alors que la Bibliographie de l'un et l'autre Ouvrages cités ci-dessus n'y fait aucune allusion.

On peut se demander pourquoi de ces huit pages il ne subsiste qu'un seul exemplaire, ayant manifestement été conservé par l'auteur lui-même et ayant après sa mort été recueilli par sa nièce Marguerite Périer, d'autant plus que les marges en ont été soigneusement coupées au ras du texte de chacune d'elles.

Comprise dans ce recueil qui contient en même temps un exemplaire des lettres de Dettonville (pseudonyme adopté par Pascal) relatives à la « Résolution de tous les problèmes touchant la roulette (ou cycloïde) », puis un exemplaire des notes sur « l'égalité entre les lignes courbes de toutes sortes de roulettes et de lignes elliptiques », la note sur « l'égalité entre les lignes spirale et parabolique démontrée à la manière des anciens », celle sur « la dimension d'un solide formé par le moyen d'une spirale autour d'un cône », celle sur « la dimension et le centre de gravité des triangles cylindriques », celle sur « la dimension et le centre de gravité de l'escalier », un traité des « trilignes et de leurs onglets », un traité des « sinus et des arcs de cercle », un traité des « solides circulaires », cette pièce a été placée au milieu des textes latins relatifs à la cycloïde et avant le « récit de l'examen du jugement des écrits envoyés pour les prix proposés publiquement sur le sujet de la roulette ».

Daté du 7 octobre 1658, cet imprimé semble être le seul ayant échappé à une destruction de tout le tirage probablement voulue par l'auteur, la suppression des marges semblant indiquer d'autre part que des annotations y avaient été inscrites qui n'ont pas paru à celui-ci devoir être conservées.

Quoi qu'il en soit ce recueil factice comprend encore les pages relatives à l'histoire de la Roulette et à la suite de l'histoire de la Roulette, une lettre à M. de Carcavy relative à l'envoi d'une méthode générale pour trouver les centres de gravité de toutes sortes de grandeurs, une lettre à monsieur Huygguens (*sic*) de Zurlichem, accompagnant une note lui envoyant « les dimensions des lignes de toutes sortes de roulettes, lesquelles

il montre être égales à des lignes elliptiques », note publiée en 1659, et un exemplaire du traité du triangle arithmétique, avec quelques autres petits traités sur la même matière imprimés en 1665 chez Guillaume Desprez (avec un traité des ordres numériques en français et en latin), enfin divers traités découlant du triangle arithmétique. Il porte manuscrit au haut de toutes les pages de la plupart des fascicules, le titre des traités que j'avais cru, tout d'abord — probablement à tort — de la main de Pascal, titre presque toujours rogné par le ciseau du relieur, ce qui, avec la présence des opuscules parus postérieurement à la mort de l'auteur, semble indiquer que le recueil a été vraisemblablement constitué par sa nièce.

Ce rassemblement factice porte en effet, inscrit de la main de Marguerite Périer sur le verso du premier plat de la reliure la mention suivante :

« *Je donne ce livre aux Révérends Pères de l'Oratoire de Clermont, parce que dans celuy-ci, outre le Traitté de la Roulette qui est très rare, il y a encore un Traitté du Triangle Arithmétique qui est encore très rare et je les prie qu'il ne sorte jamais de leur Bibliothèque comme deux pièces extrêmement rares et fort recherchées par tous les scavans.* » « M. Périer. »

Contrairement au vœu ainsi exprimé par celle-ci, cet exemplaire, resté en sa possession jusqu'à sa mort qui eut lieu le 14 avril 1733, devint, après la Révolution, la propriété d'un parent par alliance nommé Durand-Pascal qui y apposait son ex-libris en 1804 et qui inscrivait au recto de la première page de garde l'histoire de la transmission du recueil qu'accompagnaient deux exemplaires de la machine arithmétique. Je n'ai pu reconstituer la suite des pérégrinations de ce recueil pendant tout le siècle qui suivit et que, faute de crédits, la Bibliothèque Nationale à qui il était offert après la guerre, ne put faire entrer dans ses collections. Sur le point d'être acheté par une bibliothèque américaine, son départ de France put être évité.

MICROBIOLOGIE DU SOL. — *Nouvelles recherches sur les microbes de la nitrification.* Note de M. S. **Winogradsky.**

La Microbiologie de la nitrification établie dans ses grandes lignes il y a quarante ans n'a pas beaucoup avancé depuis, et ce manque de progrès, quand il s'agit d'une question de cette importance, ne pourrait être attribué qu'aux difficultés que présente le maniement des agents microbiens spécifiques. Les isoler du sol est toujours envisagé comme une tâche laborieuse, qui ne réussit pas régulièrement à celui qui l'entreprend.

C'est là qu'il faut chercher l'explication de ce qu'aucune tentative sérieuse n'a été faite jusqu'ici pour appliquer les données microbiologiques acquises à l'étude de la nitrification dans les conditions naturelles, soit au sein du sol. En effet les méthodes proposées pour ce but n'étaient, à vrai dire, que des méthodes chimiques, car elles n'aboutissaient qu'au dosage du nitrate formé au sein d'une portion de terre, ou d'une solution appropriée ensemencée avec de la terre. Quant aux agents microbiens eux-mêmes, leur nature, leurs caractères morphologiques, leur densité dans le milieu, ces expériences ne s'en occupaient pas généralement. C'est dire que ce n'était que l'interprétation qui bénéficiait des notions microbiologiques établies, mais non le procédé lui-même.

Ces considérations nous ont conduit à reprendre la question en appliquant à son étude des méthodes plus expéditives, en même temps que plus efficaces, récemment mises au point. Elles sont basées sur l'usage du gel silicique que l'on ensemence avec des particules de terre après l'avoir imprégné, dans ce cas, d'un sel ammoniacal. Au moyen des réactions connues, si sensibles, il est facile de suivre alors la marche du processus d'oxydation dans toutes ses phases : premières traces de nitrite, réaction maxima, disparition de l'ammoniac, suivie par une diminution du nitrite et sa transformation intégrale en nitrate. Il est évident que cette méthode offre plus de points pour servir à la caractéristique de l'activité d'une terre, que le seul dosage du produit final selon les méthodes courantes. Très simple et rapide, elle est susceptible de rendre des services dans les cas où il ne s'agit que d'épreuves chimiques. Mais elle ne permet pas de contrôler les pullulations de ces microbes spécifiques, qui ne forment pas de colonies visibles à l'œil nu sur ce milieu transparent : leurs caractères restent donc inconnus, ainsi que leurs densités dans le milieu naturel, estimées par le nombre de colonies produites par 1^g de terre, chiffres considérés comme expression numérique de l'activité des germes au sein du milieu terre.

C'est pour remédier à ces défauts que nous avons eu recours à la modification qui consiste à enduire la surface du gel d'une couche de base carbonatée insoluble formant une croûte assez sèche pour immobiliser les germes.

Pour former la croûte on prend selon le cas : 1° du carbonate de chaux pur à la dose de 1^g par plaque de 10^{cm} de diamètre; 2° même dose du même carbonate additionné de $0^g,1$ de carbonate de magnésie; 3° du phosphate ammoniaco-magnésien, $0^g,5$ mélangé à la même dose de carbonate de chaux. Dans les deux premiers cas, le gel est préalablement imprégné de 50^{mg} de sulfate d'ammoniac et de sels minéraux ordinaires; dans le dernier, on procède d'emblée à la formation de la croûte. La technique en est des plus simples, mais quelques soins spéciaux sont nécessaires pour que la croûte soit parfai-

tement homogène, libre de petits grumeaux et de tout autre défaut qui la rendraient inutilisable.

Pour faire pulluler les nitrificateurs sur les plaques, on ensemence avec de la terre, soit en disposant sur la couche blanche un nombre de grains de terre séparés, soit, plus rapidement, en y répandant les particules de l'échantillon de terre, passé par un tamis de 1^{mm}, au moyen d'un creuset Gooch, muni de sa soucoupe et de son couvercle, que l'on pèse exactement avant et après l'opération : l'humidité de la terre connue d'avance, les doses de terre semées sont déterminées par différence avec toute l'exactitude désirable.

La nitrification étant accompagnée nécessairement de la dissolution de la croûte, on y voit apparaître au bout de quelques jours des taches ou zones translucides, parfois teintées de jaune, où la couche de la base finit par disparaître complètement en laissant le gel à nu. L'examen microscopique du mucus incolore, dont le gel reste enduit, ainsi que des particules du dépôt qui l'entourent, découvre aisément l'agent responsable, bien souvent à l'état de pureté presque complète. Et ce qui facilite singulièrement la tâche du microbiologiste, c'est qu'aucun doute ne peut subsister quant à sa fonction, vu que seul un agent de nitrification est capable de dissoudre une base carbonatée sur un milieu de ce genre. Du reste, une particule du gel prélevée sur la plaque et jetée dans quelques gouttes du réactif Trommsdorf donne, dès les premiers signes de corrosion, une tache bleu indigo.

Il est évident que, plus le sol contient de germes actifs, et plus il se formera de ces *centres de nitrification* sur les plaques. Leur dénombrement pourra donc servir à la détermination comparée du pouvoir nitrificateur des sols. Voici quelques exemples de ces nombres, calculés pour 1^g de terre sèche :

Terreau des jardiniers	24000
Parcelle cultivée et fumée	2360
Parcelle maintenue en jachère noire plusieurs années	630
Pré naturel en partie couvert de mousses	700
Poudre de fumier consommé conservée sèche pendant plusieurs années	1380
Sol forestier : premier échantillon	néant
Sol forestier : deuxième échantillon	néant

On remarquera, d'après ces chiffres, que les densités des microbes de la nitrification sont bien au-dessous de celles que l'on a constatées au cours des nombreuses expériences sur ce sujet pour les espèces zymogènes. Ce fait est évidemment favorable à la séparation des espèces ou souches. En effet il est très fréquent de trouver dans ces centres de nitrification, qui sont l'équivalent des colonies bactériennes classiques, des pullulations d'une homo-

généité absolue, où l'on ne réussit pas à trouver à l'examen microscopique le plus soigneux aucune forme étrangère.

La méthode présente donc toutes les facilités pour une étude détaillée de la flore des nitrificateurs. Il y a quarante ans cette étude s'est portée principalement sur une espèce de ferment nitreux dénommé *Nitrosomonas Europœa*, que l'on a considéré depuis généralement comme le seul agent actif de la nitrification, du moins en Europe occidentale ; ceux qui ont été isolés à la même époque des terres de Russie, de l'Amérique du Sud, de l'Australie, de Java, se présentaient avec des caractères morphologiques quelque peu différents. Les recherches sur ce sujet en sont restées là.

Cette pénurie d'espèces, quand il s'agit d'un groupe si universellement répandu, paraissait pourtant de plus en plus douteuse à mesure du développement des connaissances microbiologiques : il y avait bien lieu de se demander si elle est réelle, ou due seulement à la méthode dont on se servait. En effet, la méthode consacrée dans ce cas, comme dans tous les autres, où il s'agit de trouver dans le sol un microbe exerçant une fonction déterminée, débutait toujours par une période de culture plus ou moins longue dans une solution élective, cela dans le but de stabiliser le processus et d'enrichir le milieu d'espèces spécifiques. Or, il est évident que ces cultures, dites d'enrichissement, sont susceptibles de conduire à un mélange difficile à dissocier, où l'une ou l'autre des espèces peut s'imposer à l'attention en refoulant les autres, et où il est trop difficile de différencier les formes, si souvent dépourvues de caractères morphologiques assez marqués.

La méthode que nous venons de décrire permet d'éviter ces complications et de s'assurer qu'*il existe en réalité toute une florule de microbes nitreux, variable d'un sol à l'autre*.

Nous ne pouvons en proposer actuellement qu'un groupement tout provisoire, à savoir : 1° Formes libres et mobiles, dont la *Nitrosomonas* est le représentant le plus connu. D'autres souches s'en distinguent par leurs cellules plus en bâtonnets ou, au contraire, plutôt cocciformes. 2° Formes zoogléiques composées de coccus réunis en masses arrondies, entourées d'une membrane commune, formant des sortes de kystes de taille différente. Le type en est l'espèce que nous désignons du nom de *Nitrosocystis*. Elle n'est pas la seule. 3° Formes spiralées, dont la découverte est toute récente.

Tous ces organismes sont des ferments nitreux et des autotrophes, pareillement à l'espèce anciennement connue. Ils ne paraissent varier par rapport à leur physiologie que dans leurs adaptations aux milieux naturels où s'exerce leur activité. La concentration en ions hydrogène y joue l'un

des premiers rôles comme facteur de la répartition. D'autres conditions, à savoir, la richesse plus ou moins grande en azote ammoniacal, la nature des bases disponibles, la qualité et la quantité des matières organiques présentes, l'aération, la température, peut-être encore les ennemis qu'ils trouvent dans la faune des protozoaires du sol, toutes ces conditions ne manqueront pas d'exercer une certaine influence sur cette répartition qu'il s'agira d'étudier. En effet les milieux naturels différents paraissent héberger des florules différentes de nitrificateurs. Ainsi le terreau et les terres riches ne font pulluler que des monades sur les plaques ; les sols forestiers, quand ils sont pourvus de nitrificateurs, n'en contiennent, paraît-il, que des formes zoogléiques ; du moins ce fut le cas dans les recherches de M. Romell (¹) sur des échantillons provenant des forêts suédoises, exécutées à notre laboratoire; enfin nous n'avons trouvé jusqu'ici la *Nitrosospira* que dans le sol d'un pré naturel en partie couvert de mousses.

M. C. **Matignon** fait hommage à l'Académie d'une étude sur *Le rôle de l'azote dans l'exploitation intensive des prairies*.

Il fait remarquer à ce sujet que, dans les nombreux essais effectués pour démontrer l'importance du rôle des engrais azotés dans le rendement de prairies, on ne s'est pas préoccupé de définir l'état d'humidité du sol. Cependant l'herbe des prairies contient une moyenne de 80 pour 100 d'eau; cette eau est par conséquent l'un des facteurs importants du développement de la végétation.

Le régime de la pluie, l'état hygrométrique moyen dans la région seraient des données intéressantes à connaître, quoiqu'ils ne définissent pas à eux seuls l'humidité du sol, car la perméabilité de la terre et son aptitude à retenir l'eau sont variables avec sa composition et sa constitution.

On pourrait aussi, et ce serait la meilleure solution, déterminer à intervalles réguliers, la teneur en eau de la prairie. La possession de cette donnée apporterait une précision de plus sur les conditions à remplir pour appliquer avec succès la méthode d'exploitation intensive.

D'une façon générale, les variables définissant l'état d'humidité du sol devraient toujours être déterminées dans les stations agronomiques expérimentales, au cours des essais effectués pour établir le rôle des fertilisants.

(¹) Lars Gunnar Romell, *Un ferment nitreux forestier* [*Meddelanden fran Statens Skogförsökanstalt* (*C. R. de la Station Forestière Expérimentale de l'État*), 1928, fasc. 24, nos 1-3, p. 57-66, 3 pl. En suédois avec résumé français].

NOMINATIONS.

MM. É. **Picard**, H. **Le Chatelier**, L. **Lecornu**, G. **Claude**, L. **Guillet**, J. **Rey** sont désignés pour faire partie du Comité de patronage du Congrès de Génie civil organisé par la Société des Ingénieurs civils, qui se tiendra du 21 au 27 septembre 1931.

ÉLECTIONS.

M. **Simon Flexner** est élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie par 39 suffrages contre 6 à M. *J. Cantacuzène* et 3 à M. *J. Abelous*, en remplacement de M. *Nicolle*, élu membre non résidant.

CORRESPONDANCE.

M. T. H. **Morgan**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Compagnie des Chemins de fer de Paris a Lyon et a la Méditerranée. *Congrès de l'eau en Crau. Utilisation des nappes d'eau souterraines.* Marseille, 1930. (Présenté par M. L. Mangin.)

2° A. Boutaric. *La concentration des ions hydrogène.* Fascicule XVI du *Mémorial des Sciences mathématiques.* (Présenté par M. C. Matignon.)

3° André Graetz. *Pétroles naturels et carburants de synthèse.* (Présenté par M. C. Matignon.)

4° A. Collard. *Un savant belge du* XIXe *siècle*, Ernest Quételet (1825-1878).

5° Atthenont. *La brique armée homogène.*

6° Le premier fascicule des *Transactions of the Pacific Committee of the Academy of sciences of the USSR.*

GÉOMÉTRIE. — *La propagation curviligne d'intégrales invariantes. Cas des intégrales doubles. Propagation corpusculaire.* Note (1) de M. **A. Buhl.**

Les premiers principes du Calcul intégral, depuis longtemps généralisés sur des ensembles discontinus, peuvent aussi, par l'intermédiaire des formules stokiennes, conduire à des propagations *curvilignes* d'intégrales multiples, invariantes pendant la propagation, les variétés propagatrices, d'abord continues, pouvant se résoudre en ensembles discontinus. Physiquement on passe de certaines ondes, de nature intégrale, à la propagation corpusculaire, qui se trouve ainsi être une chose aussi primordiale que la notion même d'intégrale multiple ou, ce qui revient au même, de système électromagnétique maxwellien. Nous nous placerons surtout, pour l'instant, au point de vue géométrique.

Soient, dans E_3, les identités stokiennes

$$(1)\qquad \int_C P\,dQ = \int\int_A dP\,dQ = \int\int_\sigma \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ PQ_x & PQ_y & PQ_z \end{vmatrix} d\sigma.$$

Considérons le canal Γ, infiniment délié, à section quadrangulaire, formé par les quatre surfaces sur lesquelles P, $P+dP$, Q, $Q+dQ$ ont des valeurs provisoirement constantes. Ce canal découpe, sur la cloison déformable σ, de contour invariable Σ, un élément $d\sigma$ (coordonnées x, y, z). Sur une surface S, d'équation $F(X, Y, Z) = 0$, il découpe dS (coordonnées X, Y, Z). Le long de Γ, le produit $dP\,dQ$ est constant et si l'on convient que, dans l'intégrale double de (1), P et Q sont écrits pour $P(x, y, z)$ et $Q(x, y, z)$, on peut se borner aux égalités (2) entre éléments

$$(2)\qquad dP\,dQ = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} d\sigma = \begin{vmatrix} F_X & F_Y & F_Z \\ P_X & P_Y & P_Z \\ Q_X & Q_Y & Q_Z \end{vmatrix} \frac{dS}{\sqrt{F_X^2 + F_Y^2 + F_Z^2}}.$$

Comme on a

$$(3)\quad F(X, Y, Z) = 0, \qquad P(X, Y, Z) = P(x, y, z), \qquad Q(X, Y, Z) = Q(x, y, z),$$

---

(1) Séance du 20 avril 1931.

(2) Cf. G. Humbert, *Œuvres* publiées par P. Humbert et G. Julia, 1, 1929, p. 442.

le dernier membre de (2), soit $\Delta\, ds$, peut donner

$$\Delta = \Delta_1(F, P, Q) = \Delta_2(o, P, Q)$$

si, dans Δ_2, P et Q représentent $P(x, y, z)$ et $Q(x, y, z)$. Alors

$$dS = \frac{1}{\Delta_2}\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} d\sigma$$

est un élément *stokien*. L'aire, sur S, s'évalue par une intégrale double *stokienne* attachée à σ, la correspondance entre les dS et les $d\sigma$ étant celle, déjà indiquée, dans laquelle un $d\sigma$ et un dS correspondant se trouvent toujours dans un même canal Γ.

Voici maintenant le plus important. L'équation

$$(4) \qquad \frac{1}{\sqrt{F_X^2 + F_Y^2 + F_Z^2}}\begin{vmatrix} F_X & F_Y & F_Z \\ P_X & P_Y & P_Z \\ Q_X & Q_Y & Q_Z \end{vmatrix} = \Delta_1(F, P, Q)$$

est évidemment vérifiée par la fonction F de la surface S. Elle le sera encore par une F^* plus générale obtenue par intégration de (4). Dans ce cas, P, Q, l'ensemble des canaux Γ, sont donnés. En passant d'un canal à un autre, ou d'un faisceau de canaux à un autre faisceau, on peut prendre pour F^* des formes différentes et ce d'après l'indétermination qu'une équation telle que (4) laisse à son intégrale générale. De là, dans les différents canaux ou faisceaux, des cloisons, *non raccordées*, propageant des aires invariantes. On peut étendre ceci immédiatement au cas où l'élément en propagation est $\theta(X, Y, Z)\, dS$.

On voit qu'à la propagation, par ensemble de canaux curvilignes, d'intégrales doubles, sur des cloisons déformables d'étendue finie, on substitue, tout aussi naturellement, la propagation *corpusculaire*. L'équation (4) où Δ_1 est fonction arbitraire de F, P, Q et où l'on déterminerait, par intégration, soit F, soit P, soit Q, après avoir encore choisi arbitrairement deux de ces trois fonctions, serait l'équation générale, du premier ordre, attachée à une propagation corpusculaire ayant, bien entendu, la régularité imaginée ici.

L'immense indétermination de la question ainsi traitée montre combien sont justes les avertissements de M. Louis de Broglie (¹) au sujet de la

(¹) Louis de Broglie, *Recueil d'exposés sur les Ondes et Corpuscules*, 1930, *passim*.

difficulté de se représenter toutes les espèces de liaisons qui peuvent exister entre la propagation corpusculaire et d'autres schèmes phénoménaux, tels, par exemple, la propagation ondulatoire.

Bien des modalités, très intéressantes d'ailleurs, sont omises dans ce qui précède. Si les surfaces $F = 0$, $P = C_1$, $Q = C_2$ sont algébriques et d'ordres respectifs m, n, p, elles se coupent en mnp points où les dS peuvent être susceptibles d'associations abéliennes. C'est alors cette *association* d'éléments dS qui peut transporter une masse, une charge, etc., invariantes ou dépendant de t dans certaines conditions. Et c'est précisément sur de tels points que la Physique théorique actuelle peut faire les plus remarquables emprunts aux travaux de Georges Humbert, ainsi qu'à ceux, sur les surfaces algébriques, de M. Émile Picard.

GÉOMÉTRIE APPLIQUÉE. — *Sur l'utilisation de l'ellipsoïde d'inertie de Culmann pour la représentation d'une loi empirique par une formule approchée à plusieurs paramètres.* Note de M. **D. Wolkowitsch**, présentée par M. d'Ocagne.

I. En plus de l'ellipsoïde d'inertie de Poinsot E_P, il existe un ellipsoïde E_c considéré par Culmann et qui se définit ainsi : ρ désignant le rayon de gyration relatif à un plan Π passant par le centre de gravité O d'un système, l'enveloppe des plans menés parallèlement au plan Π à la distance ρ est l'ellipsoïde E_c.

II. Cet ellipsoïde peut se définir aussi comme la quadrique de base d'une correspondance dualistique, réciproque, entre les plans P de l'espace et les points p considérés comme centres de gravité du système des masses $m_i d_i$; d_i désignant la distance du point de masse m_i au plan P. Par rapport à cette quadrique le point p est l'antipôle du plan P.

III. Les ellipsoïdes E_P et E_c ont mêmes directions principales; si a, b, c sont les demi-axes de l'ellipsoïde de Culmann, ceux de l'ellipsoïde de Poinsot sont respectivement proportionnels à

$$\frac{1}{\sqrt{b^2+c^2}}, \quad \frac{1}{\sqrt{c^2+a^2}}, \quad \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

IV. Le plan diamétral conjugué, d'une direction fixe Δ, dans l'ellipsoïde

d'inertie E_c d'un système de masses m_i, est celui pour lequel la somme $\Sigma m_i \delta_i^2$ est minima; δ_i représentant la distance, comptée parallèlement à Δ, du point de masse m_i aux plans passant par le centre de gravité O.

La valeur de ce minimum est $OI^2 . \Sigma m_i$, OI désignant la longueur du demi-diamètre parallèle à Δ.

V. Adoptant une convention de langage analogue à celle de M. Borel (*Introduction géométrique à quelques théories physiques*) et inspirée par l'analogie de forme des expressions analytiques des multiplicités considérées, nous dirons que :

Dans un espace à n dimensions, un système de masses m_i admet un ellipsoïde d'inertie de Culmann E_c jouissant des propriétés énoncées sous I, II et IV.

VI. Soient, dans un espace à $n+1$ dimensions, rapporté aux $n+1$ axes : Oy, Ox_1, Ox_2, ..., Ox_n des points figuratifs t_i d'une série de k expériences, effectuées en vue d'étudier la variation de la grandeur y en fonction des grandeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Il s'agit de faire passer par les k points t_i, la surface

$$y = a_1 f_1(x_1) + a_2 f_2(x_2) + \ldots + a_n f_n(x_n) + b,$$

où $f_1, \ldots, f_n$ sont des fonctions choisies d'avance; $a_1, \ldots, a_n, b$ des coefficients à déterminer.

Nous appliquons la méthode des moindres carrés :

1° En faisant le changement de variables

$$Y = y, \qquad X_1 = f_1(x_1), \qquad \ldots, \qquad X_n = f_n(x_n).$$

2° En prenant, dans le nouvel espace, le plan diamétral conjugué de OY dans l'ellipsoïde E_c du système des masses m_i, appliquées aux points T_i de coordonnées $Y_i, X_1^i, X_2^i, \ldots, X_n^i$ (l'indice i variant de 1 à k). Ce plan diamétral est déterminé par le centre de gravité et par les antipôles des plans définis par l'axe Oy et $n-1$ autres axes parmi $OX_1, \ldots, OX_n$. Ces plans, au nombre de $C_n^{n-1} = C_n^1 = n$, ont n antipôles qui, avec le centre de gravité, donnent les $n+1$ points nécessaires.

VII. L'équation de ce plan conduit à une forme très générale de l'expression de y; nous la donnons ci-après, sous la forme d'un déterminant à $(n+2)^2$ éléments, où nous reconnaissons, à la deuxième ligne, les coordonnées du centre de gravité et, aux n lignes suivantes, celles des antipôles;

les dénominateurs chassés se trouvent à la dernière colonne :

$$\begin{vmatrix} y & X_1 & X_2 & \dots & X_n & 1 \\ \Sigma y_i & \Sigma X_1^i & \Sigma X_2^i & \dots & \Sigma X_n^i & k \\ \Sigma y_i X_1^i & \Sigma (X_1^i)^2 & \Sigma X_2^i X_1^i & \dots & \Sigma X_n^i X_1^i & \Sigma X_1^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma y_i X_n^i & \Sigma X_1^i X_n^i & \Sigma X_2^i X_n^i & \dots & \Sigma (X_n^i)^2 & \Sigma X_n^i \end{vmatrix} = 0.$$

En remplaçant les $X_1, \dots, X_n$ par les $f_1, \dots, f_n$, nous achèverons de résoudre le problème.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Un théorème général d'itération.* Note [1] de M. André Fouillade.

M. G. Bouligand [2], prolongeant des résultats de MM. Henri Lebesgue [3] et F. W. Perkins [4], a signalé la convergence des itérées d'une fonction F(P) continue dans un domaine et sur sa frontière, au moyen d'une substitution fonctionnelle linéaire S positive, conservant la continuité dans le domaine et sur sa frontière, conservant l'unité, laissant invariantes les valeurs périphériques, et majorant les polynomes à coefficients positifs dans la région des coordonnées positives où nous prenons notre domaine. Le théorème de M. Bouligand permet d'obtenir des fonctions limites non harmoniques au sujet desquelles se posent des problèmes variés. Leur étude m'a conduit à modifier le point de vue de M. Bouligand pour aboutir à des résultats qui présentent un caractère intrinsèque.

Je me borne pour simplifier au cas d'un domaine à deux dimensions du plan xOy. On peut écrire la transformée $F_1(P)$ de F(P) par S sous forme d'une intégrale de Stieltjes :

$$F_1(P) = \int\int_{\Omega} F(M) d_M K|(E_P)|.$$

A la fonctionnelle additive $K|(E_P)|$ se trouve lié un système de masses positives réparties sur l'ensemble E_P. La somme de ces masses est égale à 1, à cause de la conservation de l'unité.

---

(1) Séance du 20 avril 1931.

(2) G. Bouligand, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 430.

(3) H. Lebesgue, *Comptes rendus*, 154, 1912, p. 335.

(4) F. W. Perkins, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 182.

Soit σ la surface $z = F(M)$. Pour chaque point P, distribuons sur σ des masses dont la projection sur le plan xOy redonne la répartition E_P. Dans ces conditions, $F_1(P)$ est la cote du centre de gravité G des masses de σ. Pour qu'il y ait majoration, il faut et il suffit que G soit au-dessus du point de σ projeté en P. Cette remarque me conduit, en passant par les polynomes d'une variable, à formuler une condition nécessaire, mais non suffisante pour les substitutions S étudiées ici :

Il faut que le centre de gravité g des masses de E_P *ait ses coordonnées* ξ, η, *respectivement supérieures aux coordonnées* x_0, y_0 *du point* P.

Ces considérations m'ont guidé vers un théorème d'itération d'un caractère intrinsèque. Ce théorème est le suivant :

La convergence des itérées d'une fonction F(P) *continue dans un domaine et sur sa frontière est toujours réalisée, pourvu que la substitution linéaire positive* S *conserve l'unité, les valeurs périphériques, et la continuité dans le domaine et sur sa frontière, et qu'elle puisse être définie, pour chaque point* P, *par un système de masses dont le centre de gravité soit en* P.

Il suffit de donner la démonstration dans le cas d'un polynome quelconque, car on passe ensuite au champ des fonctions continues, à la faveur du théorème de Weierstrass. Je m'appuie sur le lemme suivant :

Tout polynome $Z = P(x, y)$ *peut, dans un domaine borné quelconque* Ω, *être considéré comme la différence de deux polynomes* $P_1(x, y)$ *et* $P_2(x, y)$ *tels que les surfaces* $Z = P_1(x, y)$ *et* $Z = P_2(x, y)$ *soient convexes vers les* z *négatifs.*

La démonstration de la convergence des itérées de F(P) va suivre une marche analogue à celle du théorème de M. Bouligand grâce au lemme précédent, parce que tout polynome tel que P_1 ou P_2 est majoré par la substitution considérée. En effet le centre de gravité G est toujours situé au-dessus du plan tangent au point de σ projeté en P.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les ensembles ordonnés.*

Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Goursat.

Un ensemble dénombrable ordonné D *est semblable à un ensemble de points situé sur un intervalle linéaire et contenant dans cet intervalle tous ses points limites unilatéraux.*

L'ordre admis pour les points de l'ensemble linéaire est celui que fixe le sens de parcours positif de l'axe contenant cet ensemble.

$a_1, \ldots, a_n, \ldots$ étant les éléments de D, on se donne indifféremment un ensemble dénombrable partout dense de points ξ_n sur un intervalle. En faisant correspondre ξ_1 à a_1, et $\xi_{n_p} = \eta_p$ à a_p de façon que η_p soit dans la suite ξ_n le point de plus faible indice placé par rapport à $\eta_1, \ldots, \eta_{p-1}$ dans la même position d'ordre que a_p l'est par rapport à $a_1, \ldots, a_{p-1}$, on obtient l'ensemble linéaire Δ décrit dans l'énoncé. On constate aisément que si un point η étranger à Δ est limite de Δ et extrémité d'un segment $\eta\eta'$ ne contenant aucun point de Δ, le point ξ_m de plus faible indice situé sur $\eta\eta'$ a été omis dans le choix des η_p.

Un ensemble ordonné H, *contenant un ensemble dénombrable* D *et tel qu'entre deux éléments de* H *n'appartenant pas simultanément à* D *existe au moins un élément de* D, *est semblable à un ensemble linéaire situé sur un segment et contenant tous ses points limites unilatéraux intérieurs à ce segment.*

En vertu de l'hypothèse, D doit contenir tous les couples d'éléments consécutifs de H. Ceux-ci sont donc en infinité dénombrable.

On constate que tout élément α de H étranger à D (et non extrême pour H) sépare dans D deux classes d'éléments, une classe antérieure à α sans élément final, une classe ultérieure à α sans élément initial. Les classes correspondantes de Δ sont, en vertu de la première proposition, séparées par un point unique a, limite bilatéral de Δ.

L'intérêt des considérations précédentes est de s'appliquer à certaines familles d'ensembles fermés d'un emploi fréquent en analyse.

Toute famille φ *d'ensembles fermés* E *non vides, telle que, de deux éléments quelconques* E *et* E′ *de* φ, *l'un contient l'autre, identité exclue, est semblable à un ensemble linéaire situé sur un segment et contenant tous ses points limites unilatéraux intérieurs à ce segment.*

On ordonne φ par la condition que $E \prec E'$ (E *antérieur à* E′) équivaut à $E > E'$ (E contient E′). φ est supposé situé dans l'espace V_r à r dimensions.

Deux cas sont possibles. Ou bien φ possède un élément final K contenu dans tous les autres E. Ou bien, tout ensemble E de φ renferme au moins un point n'appartenant pas à tous les autres éléments E′ de φ.

A tout point M n'appartenant pas à tous les ensembles E, nous faisons correspondre (sans nous arrêter à la difficulté du choix) un ensemble E(M) de φ ne contenant pas M. Soit dans V_r, i(M) le plus grand intervalle régulier de centre M et dont aucun point n'appartient à E(M) (qui est fermé). Le champ couvert par les i(M) peut être couvert avec au plus une infinité dénombrable d'entre eux. Parmi les $E(M_i)$ correspondants on peut déter-

miner une suite de rang croissant telle que tout $E(M_i)$ finit par être atteint ou dépassé par un ensemble de la suite. Celle-ci est illimitée. Sinon φ admettrait un élément final. On voit que tout élément de φ est antérieur aux éléments de cette suite à partir d'un certain rang.

Observons que, dans tous les cas, les éléments de φ ont en commun un ensemble fermé non vide.

Considérons les éléments réguliers de centre $\frac{k_i}{2^p}$ (k_i entier quelconque, p entier positif) de côté $\frac{1}{2^{p-1}}$. Ils sont en infinité dénombrable. Soit $\sigma_1, \ldots, \sigma_n, \ldots$ leur suite. Considérons la famille $\varphi(\sigma_n)$ des éléments de φ ayant au moins un point commun avec σ_n. Ou bien $\varphi(\sigma_n)$ contient un élément final E_n (et, si E_n a un conséquent dans φ, soit E'_n celui-ci). Ou bien nous définissons une suite croissante (en rang) $E^1_n, \ldots, E''_n, \ldots$ appartenant à $\varphi(\sigma_n)$ et finissant par dépasser tout élément déterminé de $\varphi(\sigma_n)$. Soit D la famille réunissant les E_n, E'_n, E''_n pour toutes les valeurs de n.

Quels que soient E et E′ dans φ, n'appartenant pas simultanément à D, je dis que E et E′ sont séparés par un élément de D (nous dirons que D sépare E de E′). En effet, si $E \prec E'$, il existe au moins un point M de E étranger à E′, donc un segment σ_n contenant M et extérieur à E′. Pour cette valeur de n, on a, soit $E_n \prec E'$, soit $E^p_n \prec E'$. Si E est étranger à D, soit E_n, soit une infinité de E^p_n séparent E de E′. Il en est de même si E est dans D, mais non identique à E_n. Si $E \equiv E_n$, E′ ne peut être le conséquent de E_n (sinon E et E′ seraient dans D). Donc, il existe un élément E″ entre E et E′. Si E″ est dans D, E est séparé de E′. Si E″ est étranger à D, nous revenons au premier cas. D sépare E″ de E′, donc D sépare encore E de E′.

Le théorème est établi. Il comporte une sorte de réciproque. Tout ensemble linéaire e décrit par un nombre λ sur le segment $(0, 1)$ de Ox est semblable à une famille ordonnée φ d'ensembles fermés inclus les uns dans les autres. Il suffit de prendre pour φ l'ensemble des segments linéaires $(\lambda, 1)$, ou celui des segment réguliers de V_r admettant pour côté le segment linéaire précédent et tous disposés pareillement par rapport à l'axe Ox.

Ce résultat permet, *sans faire appel à la numération transfinie*, de démontrer ce théorème si souvent utilisé :

Si une famille φ d'ensembles fermés E non vides est telle que toute famille φ' partielle de φ possède un élément E contenant (identité exclue) tout autre élément de φ', la famille φ est dénombrable.

En effet, φ est semblable à un ensemble linéaire e n'admettant pas de points limités du côté droit. e est donc dénombrable.

La seconde hypothèse faite sur φ exprime que φ est bien ordonné, l'ordonnance de φ étant contraire au sens d'inclusion mutuelle de ses éléments.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les couples de polynomes dont les zéros sont entrelacés.* Note de M. **Paul Montel.**

1. Nous dirons que les zéros des deux polynomes $P(z)$ et $Q(z)$, de degré n, sont *entrelacés sur une courbe* (C) lorsque ces zéros sont tous situés sur (C) et que tout arc de cette courbe limité à deux zéros consécutifs de l'un des polynomes contient un zéro simple de l'autre. Nous dirons aussi que la fraction rationnelle $R(z)$ qui a pour termes $P(z)$ et $Q(z)$ a ses termes entrelacés sur la courbe (C). Cette courbe peut être ouverte ou fermée, composée d'un seul morceau ou de plusieurs morceaux séparés. Si l'un des polynomes a un zéro à l'infini, son degré s'abaisse d'une unité.

Supposons que le nombre des normales menées à la courbe (C) par un point arbitraire du plan demeure borné. On peut alors énoncer la proposition suivante :

Toute suite infinie de fractions rationnelles $R(z)$ *à termes entrelacés sur une courbe* (C) *est génératrice d'une suite partielle convergeant uniformément, dans chacun des domaines limités par* (C), *vers une ou plusieurs fonctions analytiques.*

Par exemple, la suite de Jules Tannery, formée par les fractions

$$\frac{z^n - 1}{z^n + 1},$$

qui converge uniformément vers la constante -1 à l'intérieur de la circonférence $|z| = 1$ et vers la constante $+1$ à l'extérieur de cette circonférence, appartient à cette catégorie.

Toute suite infinie de fractions de cette catégorie convergeant en une infinité de points complètement intérieurs à l'un des domaines limités par (C) converge uniformément dans l'intérieur de ce domaine.

2. Plaçons-nous dans le cas où la courbe (C) est une droite que l'on peut toujours supposer être l'axe des quantités réelles. Les polynomes $P(z)$ et $Q(z)$ ont alors leurs racines réelles et distinctes : la fraction $\frac{P(z)}{Q(z)}$ a ses zéros et ses pôles réels, distincts et entrelacés; nous dirons brièvement

qu'elle a ses *termes entrelacés*. Une telle fraction forme une généralisation naturelle de la fonction homographique : en particulier, lorsque les coefficients et la variable sont réels, la fraction varie toujours dans le même sens. Voici une proposition fondamentale :

Si les fractions rationnelles $R(z)$ *et* $S(z)$ *ont leurs termes entrelacés, la fraction* $R[S(z)]$ *a ses termes entrelacés.*

Nous dirons que ces fractions rationnelles admettent la propriété de composition. En particulier, les itérées

$$R_1(z) = R(z), \qquad R_2(z) = R[R_1(z)], \qquad \ldots, \qquad R_n(z) = R[R_{n-1}(z)], \qquad \ldots$$

d'une fraction à termes entrelacés sont des fractions à termes entrelacés. Cette suite possède toujours deux points fixes attractifs réels ou imaginaires conjugués qui sont des points doubles ou forment un cycle d'ordre deux, ou bien un point double réel attractif unique. Les points fixes répulsifs sont tous réels et partout denses sur un ou deux intervalles de l'axe réel.

3. On sait que les conditions nécessaires et suffisantes pour que deux polynomes à coefficients réels aient leurs zéros simples, réels et entrelacés s'obtiennent en écrivant que n déterminants Δ_n formés avec les coefficients de ces polynomes sont positifs. Considérons les fonctions méromorphes dans le plan dont les zéros et les pôles sont simples, réels et entrelacés, et qui sont en outre limites uniformes de fractions à termes entrelacés :

Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction méromorphe dans le plan soit la limite uniforme de fractions rationnelles à termes entrelacés sont que les déterminants Δ_n *soient positifs quel que soit* n, *que la série des résidus soit convergente, et que la fonction ait une valeur finie lorsque la variable augmente indéfiniment dans une direction différente de celle de l'axe réel.*

Une telle fonction est représentée par une expression de la forme

$$A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i}{z - z_i},$$

dans laquelle les nombres z_i sont réels et les nombres A_i réels et de même signe. La propriété de composition appartient aux fonctions méromorphes de ce type et l'étude de leurs itérées peut être faite complètement.

MÉCANIQUE. — *Sur les courbes d'équilibre des fils dont les éléments sont soumis à des forces centrales.* Note de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Mesnager.

Je suppose qu'on se donne une courbe funiculaire et qu'on cherche la loi de forces centrales qui lui correspond : à cet effet on peut chercher à construire le polygone de Cremona correspondant au système isostatique constitué avec les éléments de la courbe funiculaire et les rayons vecteurs émanant du centre des forces.

J'appelle x, y les coordonnées d'un point quelconque de la courbe funiculaire, par rapport à un système d'axes rectangulaires passant par le centre de forces, et X, Y celles de la courbe, limite du polygone de Cremona, représentative de la loi de forces, et dont les rayons vecteurs représentent les tensions de la courbe funiculaire.

Les axes des X et Y étant supposés parallèles à ceux des x et y, les équations différentielles de la courbe (X, Y) sont :

$$\frac{dX}{x} = \frac{dY}{y} \quad \text{et} \quad \frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y}.$$

Soit

$$F(u, v, w) = 0$$

l'équation tangentielle de la courbe (x, y), la tangente au point (x, y) étant

$$ux + vy + w = 0.$$

On aura

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{u}{v},$$

et si Z est une variable d'homogénéité, on pourra écrire

$$\frac{u}{Y} = \frac{v}{-X} = \frac{w}{Z},$$

et l'on devra avoir

$$F(Y, -X, Z) = 0.$$

Réciproquement d'ailleurs, si cette relation est satisfaite, et si l'on considère dans le système d'axes x, y la droite $Yx - Xy + Z = 0$, le point de contact avec son enveloppe satisfait à l'équation

$$x\,dY - y\,dX = 0.$$

en considérant Z *comme une constante arbitraire;* et l'on a bien

$$\frac{dX}{x} = \frac{dY}{y}.$$

L'équation

$$F(Y, -X, Z) = 0,$$

où Z est une constante arbitraire, représente donc l'intégrale du système d'équations différentielles, dans lequel x et y sont liées par l'équation ponctuelle de la courbe funiculaire.

Si l'on se reporte à la théorie de la corrélation des courbes planes, on voit que l'on peut dire que la courbe représentative de la loi de forces est une courbe corrélative de la courbe funiculaire, à laquelle on aurait fait subir une rotation de 90°, et réciproquement.

Dans le cas où la courbe (x, y) est une conique, il en est de même de la courbe (X, Y), et réciproquement.

De cette loi de correspondance entre les deux courbes on peut déduire des propriétés géométriques qui permettent de les construire sans avoir à écrire les équations. Par exemple, à un rayon vecteur passant par le centre correspond, dans l'autre conique, un rayon vecteur passant également par le centre. A la polaire de l'origine, correspond, dans l'autre conique, la droite de l'infini. Si l'une des coniques a l'origine pour foyer, l'autre sera un cercle.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les tourbillons alternés de Bénard-Karman et la loi de similitude dynamique de Reynolds.* Note de MM. **P. Dupin** et **Teissié-Solier**, présentée par M. L. Lecornu.

Nous nous proposons dans la présente Note d'indiquer les résultats obtenus dans une nouvelle série d'expériences relatives à l'étude des tourbillons alternés.

1° Étude en suraface libre. — Nous avons étudié, en surface libre, les périodes de formation des tourbillons alternés dans le sillage de cylindres à section circulaire d'un diamètre D variant de 4^{mm} à $12^{mm},1$.

Ces obstacles étaient déplacés dans une longue cuve contenant le liquide utilisé, par un chariot roulant sur un système de rails parfaitement dressés. La vitesse de translation W était déterminée par inscription graphique, les périodes T étaient mesurées par observation directe.

Les liquides utilisés ont été successivement de l'eau et une solution d'oléate d'ammo-

nium de viscosité $\nu = 0,0146$ C. G. S. à 8°,9 C. Cette dernière solution n'ayant servi que 15 jours environ après sa préparation ne possédait plus lors de son emploi les caractéristiques d'une solution colloïdale.

Reprenant la représentation que nous avons déjà utilisée et qui consiste à étudier les variations du paramètre de Strouhal $S = \frac{D}{WT}$ en fonction du nombre de Reynolds, $R = \frac{WT}{\nu}$, nous avons reporté sur un même graphique les valeurs déduites de nos mesures (*fig.* 1). L'examen de la

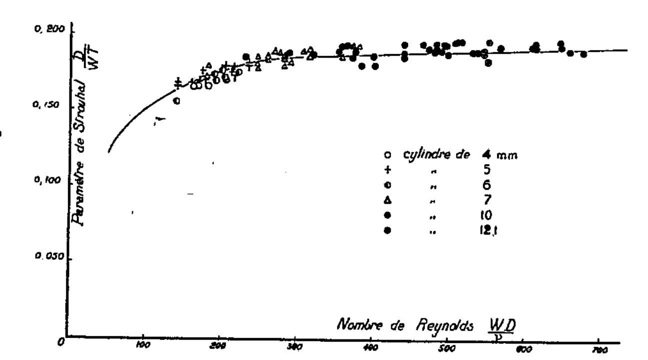


Fig. 1. — Courbe de Strouhal des tourbillons alternés en surface libre. (Cylindres à section circulaire.)

figure montre que sans divergence systématique les points expérimentaux se placent autour de la courbe tracée, qui est la courbe de Strouhal que nous avions obtenue lors de notre étude des tourbillons alternés dans un système en charge [1].

On peut donc conclure que, dans les conditions de nos expériences, la loi de similitude de Reynolds s'applique aux périodes de formation des tourbillons alternés étudiés en surface libre.

2° ÉTUDE DES TOURBILLONS ALTERNÉS DANS LE SILLAGE D'OBSTACLES DE FORMES DIVERSES :

a. Obstacles à sections semblables. — Nous avons poursuivi l'étude de ce même phénomène en utilisant comme obstacles des lames à faces parallèles analogues aux « lames de couteau » de M. Bénard et terminées à l'amont par un dièdre de 60°. Les sections droites de ces cylindres qui sont reproduites figure 2 sous les n°s 1, 2 et 3 étaient géométriquement semblables.

Ces obstacles ont été immergés dans un champ uniforme de vecteurs

---

[1] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1556

vitesses réalisé dans un ajutage de 30^{cm} de diamètre. Leurs extrémités s'appuyaient aux parois. Les vitesses ont été mesurées par la méthode chronophotographique de M. Camichel, les périodes par la méthode du fil [1].

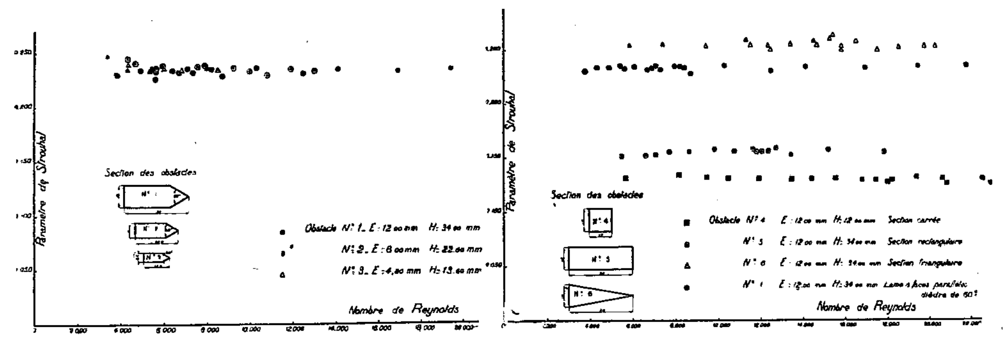


Fig. 2. — Points expérimentaux relatifs à l'étude des tourbillons alternés dans le sillage d'obstacles à sections semblables.

Fig. 3. — Points expérimentaux obtenus dans l'étude d'obstacles à sections non semblables.

Nous avons reporté les points déduits de nos mesures dans le plan des R, S. Ainsi que l'on peut s'en rendre compte en examinant la figure 2, les diverses valeurs obtenues se disposent de manière à donner une courbe unique, qui, pour l'intervalle étudié, soit de 4000 à 22000 de nombre de Reynolds, est sensiblement une droite parallèle à l'axe des abscisses et d'ordonnée : 0,235.

b. Obstacles non semblables. — Nous avons également étudié, dans les mêmes conditions que ci-dessus, les périodes de formation des tourbillons alternés, dans le sillage d'obstacles prismatiques de sections diverses.

La dimension transversale E de ces obstacles était la même pour tous et avait pour valeur 12^{mm}. Leurs sections reproduites figure 3 consistaient pour le n° 4 en un carré; pour le n° 5 en un rectangle de longueur $H = 34^{\text{mm}}$; pour le n° 6 en un triangle de hauteur $H = 34^{\text{mm}}$; quant au n° 1, c'était une des « lames de couteau » utilisées dans les déterminations précédentes.

En représentant les résultats obtenus de la même façon que ci-dessus, on constate que l'on obtient, pour chacun des obstacles choisis, une courbe de Strouhal particulière. C'est ce que montre d'ailleurs la figure 3.

On peut donc dire que, dans les conditions où nous avons opéré :

a. Les périodes de formation des tourbillons alternés prenant naissance

(1) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 920.

dans le sillage d'obstacles prismatiques à sections semblables satisfont à la loi de similitude de Reynolds.

b. La longueur comptée parallèlement à la direction de l'écoulement et la forme amont des obstacles ont une influence notable sur la fréquence des tourbillons alternés qui prennent naissance dans leur sillage.

Ces diverses conclusions permettent d'ailleurs d'expliquer l'ensemble des divergences relevées par M. Bénard (¹).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur des anomalies possibles de la résistance aux basses températures*. Note de M. **S. Choubine**, présentée par M. M. Brillouin.

Dans la théorie des métaux on se borne ordinairement à l'étude des métaux monovalents. Or, pour les métaux ayant un nombre pair d'électrons de conductivité par atome (première condition) et remplissant une deuxième condition qui sera énoncée, on doit s'attendre, aux basses températures, à des anomalies très prononcées.

En effet, l'espace des moments des électrons de conductivité se divise en zones de volume égal, l'énergie étant à leurs frontières discontinue (²). Notre deuxième condition est que la plus petite énergie de la seconde zone, E'', soit supérieure à la plus grande énergie de la première, E' : $E'' - E' = \eta > 0$ (³). Ces deux conditions remplies, lorsque $T = 0$ toutes (ou presque toutes) les cellules de la première zone sont occupées, car chaque zone en contient exactement N, N étant le nombre d'atomes de la portion de métal considérée. La fonction de répartition de Fermi est alors

$$f(\xi) = \frac{1}{\mathfrak{A}(T)e^{\frac{\varepsilon - \mu - \eta/2}{kT}} + 1}$$

où ε et ξ sont l'énergie et le moment de l'électron, $\mathfrak{A}(T)$ est égal, si $T = 0$, à 1, et μ est l'énergie maximum de la première zone. Il est essentiel que, grâce aux discontinuités de l'énergie entre les zones η, la répartition, aux

(¹) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 20; 187, 1928, p. 1028 et 1123.

(²) Voir la discussion détaillée de M. L. Brillouin (*Journal de Physique*, 1, 1930, p. 377).

(³) Dans le cas général il faut considérer E' et E'' comme correspondant aux zones d'ordre k et $k+1$, $2k$ étant le nombre d'électrons de conductivité par atome.

basses températures, tant que

$$(1) \qquad \mathfrak{A}(T)\, e^{\frac{-\mu-\eta}{kT}} \leqq 1$$

reste pratiquement la même que lorsque $T = 0$.

Lorsqu'un champ électrique extérieur fait circuler un courant, la répartition n'est plus isotrope et une petite partie des électrons passe à des niveaux énergétiques plus élevés. Lorsque $T = 0$ la résistance de tous les métaux est 0, car en vertu de conditions énergétiques et d'interférences, les électrons qui participent au courant ne peuvent rendre leur énergie au réseau qu'en passant à des cellules plus basses ; mais celles-ci sont toutes occupées. Dans les conditions ordinaires, si la température s'élève ces cellules deviennent vacantes, de sorte que le retour des électrons participant au courant devient possible et la résistance croît comme T^{μ}. Maintenant, si la deuxième de nos conditions est remplie, les conditions d'interférence empêchent essentiellement le transfert d'une zone à l'autre. De plus, tant que l'inégalité (1) subsiste, la presque totalité des cellules de la première zone où peuvent retourner les électrons restent occupées même si $T > 0$, et par conséquent la résistance reste pratiquement nulle. Lorsque T devient telle que le premier membre de (1) est de l'ordre de l'unité, la résistance s'accroît rapidement et gagne sa valeur normale. Il est possible que cette variation anormale de la résistance soit liée avec le phénomène bien connu de la supraconductivité.

Les faits suivants témoignent en faveur de cette dernière assertion : parmi les supraconducteurs il n'y a pas de métaux du premier groupe du système périodique, de sorte qu'ils peuvent tous satisfaire à la première condition. Ensuite il faut attendre une discontinuité η de l'énergie pour des métaux qui présentent une grande distance entre les atomes, donc où le couplage entre atomes est faible. Or il est notoire que les grandes valeurs de la constante du réseau sont une des particularités caractéristiques de tous les supraconducteurs. Nous en trouvons un exemple frappant dans les résultats de Meissner et Frantz [1] qui ont établi que dans tous les alliages supraconducteurs de métaux qui ne le sont pas, les distances interatomiques sont plus grandes que dans le métal pur. Il est possible que l'augmentation de la température du saut par l'étirage du métal s'explique aussi par l'accroissement de la discontinuité énergétique η, accroissement déterminé par celui

[1] *Zeitschrift für Physik*, 65, 1930, p. 30.

de la distance entre les atomes ([1]). Enfin l'influence du champ magnétique peut être comprise qualitativement. En effet, lorsque le champ magnétique est suffisamment intense pour évacuer les cellules de la première zone qui nous intéressent, la supraconductivité doit disparaître même pour $T = 0$. La température s'élevant, la valeur requise du champ magnétique doit tomber rapidement, comme le constate l'expérience.

Naturellement, nos considérations qualitatives doivent être complétées et précisées par le calcul. Mais nous estimons que la relation entre la discontinuité de la résistance et celle de l'énergie, dans l'espace des phases, est dans la nature des choses.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la Mécanique quantique des chocs atomiques.* Note de M. L. GOLDSTEIN, présentée par M. M. de Broglie.

L'objet de la présente Note est de montrer comment on peut calculer en Mécanique quantique les probabilités d'excitation des niveaux atomiques discrets ou continus par chocs d'atomes neutres ou d'ions positifs *rapides*, sans entrer dans les détails du calcul qui seront réservés pour une publication ultérieure.

Considérons deux atomes de numéro atomique Z_1 et Z_2 respectivement. Pour plus de simplicité on n'étudiera que ce qui se passe dans un système de référence lié au centre de gravité (noyau) de l'un des atomes, Z_1 par exemple. Ceci revient à s'occuper uniquement de la transformation de l'énergie cinétique de Z_2, dans son mouvement relatif à Z_1, en énergie electronique. Le problème correspondant s'énonce de la manière suivante : étant donnés deux atomes Z_1 et Z_2 à l'état fondamental, Z_2 ayant une quantité de mouvement $\vec{p}'$ dans le système de coordonnées lié à Z_1, le tout étant caractérisé par une fonction d'onde $(p'\alpha'_1\alpha'_2|)$, chercher la probabilité de trouver ce système dans l'état $(p''\alpha''_1\alpha''_2|)$, après que les deux atomes ont subi une action mutuelle par suite d'un potentiel de couplage V. Dans ce processus on exigera la conservation de l'énergie ([2])

$$\frac{p'^2}{2M} + H(\alpha'_1) + H(\alpha'_2) = \frac{p''^2}{2M} + H(\alpha''_1) + H(\alpha''_2),$$

([1]) L'interaction entre atomes est une fonction *exponentielle* de la distance.

([2]) Il est clair que dans un système au *repos* on doit tenir compte du transfert éventuel d'énergie cinétique d'un atome à l'autre sous forme cinétique.

M est la masse réduite du système, $H(\alpha)$ désigne l'énergie du niveau α. Si la vitesse *relative* de l'atome incident est grande, ce qui permet d'appliquer la méthode d'approximation de Born-Dirac à ce problème, on trouve pour le nombre d'atomes Z_2 diffusés autour de $\vec{p}''$ par unité d'angle solide et unité de temps, si $\frac{p'}{M}$ atomes tombent sur le diffuseur Z_1 par unité de surface et de temps,

$$(1) \qquad D^{p'\alpha'_1\alpha'_2}_{p''\alpha''_1\alpha''_2} = 4\pi^2 M^2 h^2 \frac{p''}{p'} \left|(p''\alpha''_1\alpha''_2 \mid V \mid p'\alpha'_1\alpha'_2)\right|^2,$$

$(p''\alpha''_1\alpha''_2 \mid V \mid p'\alpha'_1\alpha'_2)$ désigne l'élément $(p''\alpha''_1\alpha''_2,\ p'\alpha'_1\alpha'_2)$ de la matrice de l'énergie de perturbation due au potentiel de couplage V. Le coefficient de diffusion D est semblable à celui des électrons, parce que, ici aussi, l'atome incident Z_2 est traité sous forme d'une onde plane de de Broglie.

Les éléments de la matrice de l'énergie de perturbation sont définis par

$$(2) \qquad (p''\alpha''_1\alpha''_2 \mid V \mid p'\alpha'_1\alpha'_2) = \int e^{-\frac{2\pi i}{h}(\vec{p}''-\vec{p}')\vec{R}}\, V(\mid\alpha''_1\alpha''_2)(\alpha'_1\alpha'_2\mid)\, d\tau_R\, d\tau(\alpha_1)\, d\tau(\alpha_2),$$

R désigne la distance des deux noyaux, $d\tau(\alpha_i)$ sont les éléments de volume relatifs à l'espace des coordonnées des électrons des deux atomes, toutes les coordonnées étant exprimées dans le système lié à Z_1. Le potentiel de couplage V est

$$(3) \qquad V = e^2\left(\frac{Z_1 Z_2}{R} + \frac{1}{2}\sum_{ij}\frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} - Z_1\sum_{k}^{Z_2}\frac{1}{r_k} - Z_2\sum_{l}^{Z_1}\frac{1}{r_l}\right).$$

On reconnaît en (2) la forme de la fonction d'onde de l'atome incident Z_2. En admettant que le mouvement de centre de gravité de l'atome est indépendant de sa structure interne, la fonction d'onde d'un atome dans un système de référence où il possède une quantité de mouvement $\vec{p}$ sera le produit de la fonction d'onde de centre de gravité et de la fonction d'onde électronique

$$(4) \qquad (p\alpha\mid) = e^{\frac{2\pi i}{h}\vec{p}\vec{R}}(\alpha\mid),$$

$(\alpha\mid)$ est la fonction d'onde électronique dans un système lié au noyau de cet atome. Pour obtenir les fonctions d'onde nécessaires au calcul des éléments de matrice de l'énergie de perturbation, il suffit de remplacer les coordonnées dans le système propre par celles relatives au système par rapport auquel l'atome se meut.

Le coefficient de diffusion $D^{p'\alpha'_1\alpha'_2}_{p''\alpha''_1\alpha''_2}$ se rapporte à plusieurs cas possibles.

On peut distinguer, en effet, à l'état final du système des deux atomes les fonctions d'onde $(p''\alpha''_1\alpha'_2|)$, $(p''\alpha'_1\alpha''_2|)$ et $(p''\alpha''_1\alpha''_2|)$ qui désignent respectivement, que le diffuseur a été excité à l'état α''_1 sans que l'atome Z_2 ait changé d'état électronique, ou que c'est l'atome incident qui a été excité, ou, finalement, que les deux atomes sont excités simultanément. Les coefficients de diffusion relatifs à ces trois cas auraient les ordres de grandeurs exprimés par l'inégalité suivante :

$$D^{p'\alpha'_1\alpha'_2}_{p''\alpha''_1\alpha'_2} \sim D^{p'\alpha'_1\alpha'_2}_{p''\alpha'_1\alpha''_2} > D^{p'\alpha'_1\alpha'_2}_{p''\alpha''_1\alpha''_2}. \tag{5}$$

Dans le cas où à l'état initial du système, l'un des atomes est excité, le transfert d'énergie d'excitation à l'autre atome, avec de l'énergie cinétique, correspond au choc de seconde espèce entre ces deux atomes. Le traitement de ce problème complet de choc de seconde espèce ne peut se faire que dans un système au repos.

Finalement le choc de deux atomes, ou ions, excités ou non excités, peut conduire à la formation de la molécule à partir de ses deux constituants. Ces chocs *efficaces* se traduiraient en Mécanique quantique par la probabilité de transition de l'état initial des deux atomes *libres* vers l'état final *moléculaire*, et cette probabilité de transition serait à rapprocher de la *constante élémentaire de vitesse de réaction* de la Cinétique chimique [1] relative à la réaction considérée. Il reste à préciser la *forme* exacte de cette notion *empirique* de la Cinétique chimique en Mécanique quantique.

PHYSIQUE. — *Application de la formule de Bernoulli à la détente des gaz.* Note [2] de M. **Drzewiecki**, présentée par M. Rey.

De la formule de Bernoulli $P = p + \frac{\Delta V^2}{2g}$, on tire $V^2 = \frac{2pg}{\Delta}\left(\frac{P}{p} - 1\right)$. D'autre part la moyenne quadratique des vitesses moléculaires d'un gaz s'exprime, conformément à la théorie cinétique, par $\Omega^2 = \frac{3pg}{\Delta}\left(\frac{P}{p} - 1\right)$, ce qui permet d'écrire

$$V^2 = \frac{2}{3}\Omega^2\frac{T}{T_0}\left(\frac{P}{p} - 1\right) \text{ [3].}$$

---

[1] Cf. F. London, *Sommerfeld Festschrift* (Leipzig), 1928, p. 104.

[2] Séance du 20 avril 1931.

[3] P et p représentent respectivement les pressions d'amont et d'aval, Δ/g est la masse de l'unité de volume du gaz, T et T_0 les températures absolues du gaz à l'instant considéré et celle qui correspond à 0° C., V est la vitesse de translation due à la détente, au col de l'ajutage convergent.

Considérant la détente comme le résultat du bombardement d'une masse gazeuse de n molécules à l'état statique, c'est-à-dire dont les vecteurs d'énergie potentielle peuvent être représentés par les carrés des rayons d'une sphère, alors que l'énergie cinétique du groupe bombardant de N molécules est représentée par les carrés des rayons d'une hémisphère, on peut montrer que, dans ces conditions, quel que soit le rapport des pressions $\frac{P}{p} = \frac{N}{n}$, la vitesse de translation acquise par les molécules bombardées est toujours une constante W fonction de Ω; seulement le nombre de ces molécules, qui à l'instant initial n'est que de $(N - n)$, augmente progressivement par équipartition d'énergie, tandis que la vitesse W diminue dans la même proportion, de sorte qu'à l'instant final, au col du convergent, elle devient $W\sqrt{\frac{N-n}{n}}$. A la limite, c'est-à-dire pour un rapport de pressions $\frac{P}{p} = \frac{N}{n} = 2$, cette constante W est égale à $W = \sqrt{\frac{6}{13}}\,\Omega = 0{,}680\,\Omega$, qui est la vitesse du son dans le gaz en question, et alors la pression statique du gaz au col devient $\frac{7}{13}P = 0{,}538\,P$, ce qui est conforme à la réalité. On peut par conséquent écrire

$$V^2 = \frac{2}{3}\,\frac{13}{6}\,W^2\,\frac{T}{T_0}\left(\frac{P}{p} - 1\right).$$

Au moyen de la même représentation géométrique du processus, on peut voir, qu'à l'instant final, l'énergie, c'est-à-dire la température du groupe bombardé, a diminué de $\frac{1}{26}$ tandis que celle du groupe bombardant s'est réduite au $\frac{1}{6}$ de sa valeur initiale. Calculant la moyenne des températures au prorata du nombre de molécules de chacun des groupes on trouve

$$\frac{T'}{T_0} = \frac{2\,\frac{25}{26} + \frac{1}{6}}{3} = \frac{326}{468},$$

ce qui donne

$$V = 0{,}681\,\Omega\sqrt{\frac{P}{p} - 1},$$

c'est-à-dire, à un millième près,

$$V = W\sqrt{\frac{P}{p} - 1}.$$

Pour l'air à 0° C.,

$$\Omega = 485^{\mathrm{m}} \quad \text{et} \quad W = \sqrt{\frac{6}{13}}\,\Omega = 329{,}8;$$

comparant les rapports $\frac{V}{W}$ calculés au moyen de cette formule à ceux des rapports $\frac{Q}{Q_m}$ des débits Q au débit maximum Q_m correspondant au rapport $\frac{P}{p}=2$, déterminés par les expériences de Hirn [1], on trouve une concordance impressionnante :

$\frac{p}{P}$..........	0,95.	0,90.	0,85.	0,80.	0,75.	0,70.	0,65.	0,60.	0,55.	0,50.
$\frac{V}{W}$ expér......	0,237	0,339	0,424	0,500	0,576	0,650	0,726	0,809	0,895	0,995
$\frac{V}{W}=\sqrt{\frac{P}{p}}-1$.	0,230	0,333	0,419	0,500	0,577	0,656	0,732	0,816	0,904	1,000

Lorsque l'ajutage convergent est suivi d'un diffuseur divergent débouchant dans un milieu à faible pression, la détente se continue dans le diffuseur, la vitesse d'écoulement augmente progressivement avec la diminution de la pression finale, jusqu'à épuisement de l'énergie disponible au col, que l'on peut déterminer en remarquant, qu'au col, le vecteur dynamique moyen est $\frac{25}{26}m\Omega^2$ et que la transmission d'énergie par bombardement ne peut utiliser que les $\frac{5}{6}$ de l'énergie. On aura donc pour la vitesse limite

$$V_l = W + \sqrt{\frac{5}{6}\cdot\frac{25}{26}}\,\Omega = W + 0{,}895\,\Omega.$$

Pour l'air $V_l = 763^m$, ce qui correspond à la valeur admise par la théorie classique.

PHYSIQUE. — *Four à induction à moufle ferromagnétique autorégulateur de température*. Note [2] de MM. **R. Perrin** et **V. Sorrel**, présentée par M. Léon Guillet.

Nous avons réalisé un four à moufle chauffé par induction dont le rendement et le facteur de puissance, lorsqu'on l'alimente avec des courants alternatifs de fréquence industrielle, sont bien supérieurs à ceux des modèles actuellement en usage.

---

(1) A. Rateau, *Recherches expérimentales sur l'écoulement de la vapeur d'eau* (*Annales des Mines*, 1, 1re livraison 1902, p. 43, pl. IV).

(2) Séance du 20 avril 1931.

Ce four présente, de plus, la particularité très intéressante d'être par lui-même autorégulateur de température, ce qui permet d'obtenir une enceinte de dimensions quelconques à température constante.

Notre appareil est constitué essentiellement par un noyau creux formant moufle en métal ou corps ferromagnétique, traversé par un flux magnétique produit par un solénoïde parcouru par un courant alternatif de fréquence industrielle. Ce noyau ferromagnétique est entouré par une enveloppe conductrice fermée et non magnétique aux températures d'utilisation.

Le flux d'induction alternatif traversant le corps ferromagnétique, produit dans l'enveloppe conductrice des courants induits dont l'intensité est fonction de l'induction du noyau, ainsi que des caractéristiques de ce circuit (résistance ohmique, self à induction, capacité). Par effet Joule, ces courants dégagent de la chaleur dans l'enveloppe conductrice et celle-ci à son tour échauffe le moufle magnétique. A ces quantités de chaleur viennent d'ailleurs s'ajouter les calories dégagées dans le noyau par les courants de Foucault et les cycles d'hystérésis. Le moufle étant placé dans une enceinte calorifugée, sa température va s'élever rapidement jusqu'à celle de son point de Curie. A ce moment son induction diminuant brusquement il en sera de même des quantités de chaleur dégagées dans l'enveloppe conductrice et dans le moufle.

Nous avons déterminé les caractéristiques électriques du circuit de telle façon que les courants induits produits par le champ, créé par le solénoïde et circulant dans l'enveloppe conductrice après la disparition du magnétisme fort du noyau, soient suffisants pour dégager une quantité de chaleur égale aux pertes par transmission et rayonnement du four, alors qu'elles leur étaient supérieures avant d'atteindre le point de Curie. Cette condition étant remplie, la température du moufle s'équilibrera à une valeur comprise entre celle du début de la transformation magnétique et celle de sa fin. La valeur de cette température sera telle que l'induction du noyau magnétique soit suffisante pour donner naissance dans le cylindre conducteur qui l'entoure à des courants induits dégageant une quantité de chaleur qui, augmentée des Foucault et des cycles d'hystérésis, soit égale aux pertes calorifiques du moufle. Pour avoir des limites très étroites dans l'autorégulation de température, il sera nécessaire de choisir des corps ferromagnétiques ayant une induction variant rapidement et d'une façon réversible en fonction de la température, au voisinage du point de transformation magnétique. A ce sujet, il est particulièrement intéressant d'utiliser les corps ferromagnétiques (certains ferrocobalt) présentant une chute très brusque

d'induction au voisinage de la température de transformation grâce à l'inversion dans les propriétés ferromagnétiques et paramagnétiques à ces températures (R. FORRER. *Journal de Physique*, 7ᵉ série, 1, p. 49).

Voici les résultats expérimentaux obtenus avec un four ayant les caractéristiques suivantes :

Le moufle est en ferrocobalt à 30 pour 100 de cobalt, son diamètre intérieur est de 150mm, son épaisseur 12mm, sa hauteur de 350mm, il est entouré d'une chemise conductrice en nickel de 3mm d'épaisseur. La température d'équilibre du moufle est environ de 960° comme la température de disparition du magnétisme fort du nickel est voisine de 350°, nous pouvons considérer que dans la région comprise entre 350° et 960° (qui est pratiquement l'intervalle d'utilisation de notre four) l'enveloppe de nickel est conductrice et non magnétique.

Le circuit inducteur se compose d'une bobine constituée par 4 couches de ruban de cuivre de 10mm de largeur et de 3mm d'épaisseur. L'espace compris entre l'enroulement inducteur et l'enveloppe de nickel est rempli d'un calorifuge approprié.

Le circuit magnétique est fermé extérieurement par des noyaux en fer feuilleté.

Les résultats des mesures sont réunis dans le tableau ci-dessous. Nous avons fait varier l'intensité du courant inducteur (alternatif à 50 périodes) de 40 à 120 ampères, car au-dessous de 40 ampères les quantités de chaleur sont insuffisantes pour atteindre la température du point de Curie du moufle et au-dessus de 120 ampères il n'y a plus d'autorégulation, la température montant lentement au-dessus de la température de transformation.

Intensité du courant inducteur.	Température d'équilibre du moufle.	Temps nécessaire pour atteindre la température d'équilibre.	Cos φ du four avant la température d'équilibre.	Cos φ du four à la température d'équilibre.
40 ampères...	946°	250′	0,76	0,64
50 » ...	955	90	0,73	0,44
80 » ...	960	55	0,72	0,34
100 » ...	965	30	0,70	0,30
120 » ...	972	25	0,68	0,28

Le tableau ci-dessus montre que, dans les limites d'autorégulation, la

température d'équilibre varie peu en fonction de l'intensité du courant inducteur (environ $\frac{1}{5}$ de degré par ampère). Pour avoir à l'intérieur du moufle une température constante, avec une approximation supérieure à celle des meilleurs régulateurs de températures, il suffit de maintenir sensiblement constante l'intensité du courant inducteur. De plus, la température d'équilibre est atteinte avec une vitesse pouvant varier dans de larges limites et sans oscillations de part et d'autre de cette température. Il y a aussi égalité de température entre tous les points du moufle, car ceux-ci se trouvent tous placés dans le champ sensiblement uniforme du solénoïde. Enfin, si les conditions de refroidissement du moufle se modifient, la température d'équilibre varie peu, car à un faible écart de température correspond une grande variation d'induction et, par conséquent, un changement important dans les quantités de chaleur dégagées qui viennent ainsi automatiquement compenser celles transmises vers l'extérieur par le moufle dans le nouveau régime d'équilibre.

On remarque également que le $\cos \varphi$ de ce four avant la température d'équilibre est, malgré son petit diamètre, tout à fait comparable à celui des appareils industriels (moteurs, transformateurs) de puissance analogue. Ce fait s'explique aisément, car notre four à induction est en réalité un transformateur analogue aux transformateurs industriels à circuit magnétique fermé, dans lequel le noyau magnétique et le circuit secondaire constituent le corps de chauffe, le circuit primaire étant l'enroulement inducteur.

La gamme des aciers spéciaux dont dispose l'industrie permet de faire ainsi des fours autorégulateurs pour toute température comprise entre 15° et 1100°. Pour les fours destinés à l'obtention de température inférieure à 400°, l'enveloppe de nickel doit simplement être remplacée par une enveloppe de corps conducteur non magnétique, par exemple en acier austénitique.

OPTIQUE. — *L'hypothèse de la courbe de poursuite et l'expérience de Michelson.* Note de M. **A. Sesmat.**

1. Nous nous proposons de montrer comment notre hypothèse [1] permet d'expliquer le résultat négatif de l'expérience de Michelson. Pour

---

[1] *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 548.

mettre en relief le principe de l'explication, considérons d'abord le double trajet d'une action qui dans un système en translation rectiligue et uniforme irait, dans le vide, d'une source S à un miroir M suivant la normale au miroir et reviendrait suivant cette normale du miroir à la source. Soient S_0 et M_0 les positions absolues de S et de M au départ de l'action incidente, S_1 et M_1 leurs positions à l'arrivée : cette action parcourt dans le système absolu, à la vitesse c, la courbe de poursuite S_0M_1. Appelons φ l'angle $\widehat{S_0M_0, v}$, et l la distance S_0M_0. La longueur de la courbe de poursuite est

$$s_1 = l\,\frac{1+\beta\cos\varphi}{1-\beta^2}, \qquad \text{où} \qquad \beta = \frac{v}{c} \quad (^1).$$

L'action réfléchie suivra une autre courbe de poursuite allant de M_1 à une nouvelle position S_2 de S. M_1S_1 étant égal et parallèle à S_0M_0 mais de sens opposé, l'angle $\widehat{M_1S_1, v}$ sera égal à $\pi-\varphi$, et la longueur de la seconde courbe sera

$$s_2 = l\,\frac{1+\beta\cos(\pi-\varphi)}{1-\beta^2} = l\,\frac{1-\beta\cos\varphi}{1-\beta^2}.$$

La longueur totale des deux trajets sera donc $s_1+s_2=\frac{2l}{1-\beta^2}$, et leur durée sera comme cette longueur indépendante de φ, c'est-à-dire de l'orientation par rapport à v de la droite SM.

2. Nous avons besoin de savoir quelles sont dans un système d'inertie mobile les lois de la réflexion et de la réfraction. Or M. Lalan a démontré directement que d'après notre hypothèse la réflexion, dans le vide, devait suivre rigoureusement les mêmes lois pour des corps en translation rectiligne et uniforme que pour des corps au repos ([2]). Quant à la réfraction, à défaut d'une démonstration directe, qui exigerait une théorie explicite de la transmission de la lumière dans les milieux matériels, M. Lalan, après avoir postulé pour un cas simple le maintien de la loi des sinus dans le système mobile, ce que les faits paraissent indiquer, a pu déduire de l'idée de la courbe de poursuite et d'une hypothèse sur la discontinuité de la transmission le coefficient d'entraînement d'Einstein, d'abord, puis la conservation rigoureuse des lois de la réfraction dans le cas général ([3]). Sans doute ce résultat appellerait une interprétation physique; mais nous pouvons l'uti-

---

([1]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 467.
([2]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 614.
([3]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 933.

liser tel quel puisqu'il est d'accord avec notre principe. Dès lors nous allons pouvoir expliquer le résultat de Michelson.

3. Nous n'avons à considérer que le trajet des actions tant qu'elles sont séparées. Admettons d'abord que l'expérience se fasse dans le vide, et que les traversées des lames soient négligeables relativement au reste des trajets. Donnons à l'appareil une orientation fixe par rapport à la Terre, et donc à sa vitesse de translation v. Si l'appareil était au repos, il faudrait disposer lames et miroirs d'une façon déterminée pour que les actions, après s'être réfractées et réfléchies plusieurs fois, reviennent à leur point de départ; et alors la loi du retour inverse ferait que chaque action toucherait, au retour, les mêmes points des intersurfaces qu'à l'aller et décrirait au total une ligne polygonale fermée comprenant un certain nombre de tronçons, chacun d'eux étant parcouru une fois à l'aller dans un sens et une fois au retour en sens contraire.

Or la conservation des lois entraîne que la même disposition des lames et des miroirs fasse décrire aux actions, dans le système mobile, les mêmes lignes fermées qu'au repos. Dès lors nous pouvons appliquer à chacun des tronçons situés dans le vide — puisque nous négligeons présentement les autres —, et à leur somme, ce que nous avons établi pour un seul trajet aller et retour. D'où, si L_1 est le double trajet relatif, dans le vide, de l'une des actions (somme de droites), la longueur de la trajectoire absolue correspondante (somme de courbes de poursuite) sera $\frac{L_1}{1-\beta^2}$; et si L_2 est le double trajet relatif, dans le vide, de l'autre action, la longueur de la trajectoire absolue correspondante sera $\frac{L_2}{1-\beta^2}$. Tels sont les deux chemins optiques dont la différence déterminera le système des franges pour l'orientation que nous avons supposée.

Changeons cette orientation : une fois la rotation terminée, l'appareil sera toujours dans un système de vitesse v; les mêmes raisonnements s'appliqueront et chacune des deux trajectoires absolues conservera sa longueur; donc, aucun déplacement des franges ne résultera du fait de la rotation si rien n'a varié par ailleurs dans l'appareil.

4. Nous allons tenir compte maintenant de la traversée des lames et du fait que l'expérience a lieu dans l'air. Admettons la transmission de proche en proche, avec l'hypothèse des *arrêts* aux particules.

D'après M. Lalan, pour que le chemin optique soit minimum, les particules transmettrices doivent être, par rapport au milieu entraîné, en ligne

droite [1]. D'où il résulte d'abord que les angles relatifs d'incidence et de réflexion dans l'air sont encore égaux et que la loi du retour inverse se vérifie toujours. Mais, de plus, les trajets élémentaires de particule à particule devant se compter sur de petites lignes de poursuite et chacun se trouvant parcouru deux fois et en sens contraires, nous pouvons appliquer à chacun de ces doubles trajets, et donc à leur somme, notre théorème du début et conclure que leur longueur totale aller et retour, tant dans l'air que dans les lames, est indépendante de l'orientation. Les *temps d'arrêt* à chaque particule ne dépendant que de la vitesse v, la rotation de l'appareil ne changera rien aux durées de transmission, ni aux franges d'interférence.

5. Nous avons supposé v invariable; mais il est clair que pour nous une *variation* suffisante de v, en grandeur, entre deux observations, entraînerait un déplacement des franges.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure des bandes de Raman dans les liquides.* Note de M. **A. Kastler**, présentée par M. G. Urbain.

Certaines bandes de Raman de beaucoup de liquides sont doubles ou triples, c'est-à-dire formées de deux ou trois branches voisines. Ainsi Gerlach a pu montrer [2] que la bande de Raman de l'eau pure au voisinage de $\nu = 3400\,\text{cm}^{-1}$ est double et que ses deux composantes ont un écart $\Delta\nu = 150$ à $160\,\text{cm}^{-1}$. Daure a montré [3] que l'ammoniac liquide est caractérisé par un fort triplet 3210-3300-3380 cm^{-1}.

Cette structure des bandes de Raman rappelle la structure des bandes d'absorption des gaz dans l'infrarouge. Beaucoup de ces bandes de vibration-rotation se composent de trois branches R, P et Q. La branche médiane Q manque dans les molécules simples et n'apparaît que dans les molécules complexes. Ces branches correspondent à un maximum d'intensité des raies fines de rotation révélées chez les gaz par un grand pouvoir dispersif et reflètent la loi de distribution des énergies de Maxwell. Leur écart $\Delta\nu$ dépend de la température et du moment d'inertie de la molécule qui devient ainsi calculable lorsque l'on connaît $\Delta\nu$. La formule qui lie $\Delta\nu$ à T et au

---

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 933.

(2) W. Gerlach, *Die Ramanbanden des Wassers* (*Physik. Zts.*, 31, 1930, p. 695).

(3) Pierre Daure, *Thèse*, *Paris*, 1929.

moment d'inertie I est

$$\Delta\nu = \frac{1}{\pi c}\sqrt{\frac{kT}{I}}\ \text{cm}^{-1}, \qquad \text{soit} \qquad I = 4,5\,\frac{10^{4}}{(\Delta\nu)^{2}} \qquad (^{1})$$

pour des températures ordinaires.

La structure des bandes de Raman en forme de doublets et triplets fait penser que cette décomposition d'une raie de vibration en deux ou trois composantes doit être attribuée à la rotation de la molécule et que les doublets ou triplets observés correspondent aux branches P, R ou P, Q, R des bandes infrarouges. Mais il faut chercher un accord quantitatif.

Choisissons l'ammoniac comme exemple : l'ammoniac gazeux présente une forte raie *infrarouge* près de 3350 cm⁻¹ dont la structure fine (Schaefer, Matossi, *loc. cit.*, p. 254) montre trois branches P, Q, R dont les maxima sont placés à 3240-3335-3430 cm⁻¹.

L'accord avec la *bande de Raman* observée par Daure dans NH^3 liquide est excellent. L'écart $PQ = QR = 95$ cm⁻¹ pour le gaz est environ 85 cm⁻¹ dans le liquide refroidi, donc un peu plus faible comme il convient. La comparaison montre en outre que dans le liquide l'ensemble de la bande est déplacé d'environ 40 cm⁻¹ vers les basses fréquences par rapport au gaz, effet dû à l'action mutuelle des molécules à l'état condensé.

Deuxième exemple : bandes de Raman de l'eau. — La vapeur d'eau présente dans l'*infrarougé* deux fréquences de vibration fondamentales 3760 cm⁻¹ (2μ,66) et 1600 cm⁻¹ (6μ,26) qui présentent une structure fine de rotation d'où l'on déduit pour les trois moments d'inertie principaux de la molécule H^2O,

$$A = 3,07.10^{-40}, \qquad B = 2,31.10^{-40}, \qquad C = 0,97.10^{-40}\ \text{g/cm}^2.$$

Les écarts $\Delta\nu = PR$ calculés à partir de ces trois moments sont :

$$\Delta\nu_A = 120\ \text{cm}^{-1}, \qquad \Delta\nu_B = 140\ \text{cm}^{-1}, \qquad \Delta\nu_C = 220\ \text{cm}^{-1}.$$

D'autre part l'eau liquide pure présente une bande de Raman large près de 3400 cm⁻¹ que Gerlach a reconnue être un doublet dont les maxima sont écartés de $\Delta\nu = 150$ à 160 cm⁻¹. On voit que cet écart est une moyenne des écarts calculés.

La structure de la bande de Raman est modifiée par l'addition de sels. Dans les solutions concentrées de chlorures la bande devient simple, dans les

---

(1) Cf. Schaefer-Matossi, *Das ultrarote Spectrum*, p. 185.

solutions de nitrates l'écart augmente avec la concentration de 160 cm^{-1} à 230 cm^{-1} (Gerlach, *loc. cit.*).

Or, lorsqu'on dissout des sels dans l'eau, les ions s'hydratent et les molécules d'eau orientées par les ions se trouvent gênées dans leurs mouvements de rotation. En solution très concentrée on doit donc observer des raies simples sans structure de rotation. C'est bien ce qu'on observe pour les solutions de chlorures. Mais comment interpréter l'augmentation de l'écart trouvé dans les solutions de nitrates? On est amené à penser que les molécules d'eau orientées par le champ électrique des ions ne peuvent plus tourner autour d'axes perpendiculaires à l'axe du dipôle, mais que des rotations autour de cet axe restent encore possibles, et correspondent par conséquent à $\Delta\nu_c = 220$ cm^{-1}. L'axe du dipôle correspondrait donc au plus petit moment d'inertie C et c'est là un nouvel argument en faveur du modèle de Hund pour la molécule d'eau.

Conclusion : 1° Lorsqu'on passe de l'état gazeux à l'état liquide, les bandes de Raman subissent un déplacement vers de plus petites fréquences. A l'état condensé les molécules voisines semblent donc affaiblir les forces de liaison.

2° La comparaison des structures des bandes d'absorption infrarouge dans les gaz et des bandes de Raman correspondantes dans les liquides montre que certains doublets et triplets de Raman peuvent s'interpréter en admettant l'existence de rotations quantifiées dans les liquides.

Ce résultat est intéressant parce qu'il montre que, même à l'état liquide, des molécules simples [H^2O, NH^3] sont animées, par suite de l'agitation thermique, de mouvements de rotation comme dans les gaz. Mais une augmentation du pouvoir dispersif ne permettra sans doute pas de déceler une structure fine des branches P et R dans les liquides, car le champ intermoléculaire doit modifier les raies de rotation par effet Stark et estomper ainsi la structure fine.

Mais, pour des molécules plus complexes, s'écartant de la forme sphérique (C^6H^6, chaînes aliphatiques), les rotations des molécules doivent être gênées par l'entassement des molécules. Pour des molécules allongées par exemple, seules les rotations autour de l'axe principal resteront possibles.

L'hypothèse avancée ici que certains doublets et triplets de Raman sont du type PR et PQR et reflètent ainsi les rotations des molécules, pourra être vérifiée par des mesures effectuées à diverses températures : l'écart $\Delta\nu$ doit augmenter lorsque la température s'élève suivant une loi en $\sqrt{T}$.

ÉLECTROCHIMIE. — *Accumulateur à grand débit et antisulfatable.* Note ([1]) de MM. **Ch. Féry** et **Reynaud-Bonin**, transmise par M. A. Blondel.

En 1924 un dispositif très simple a été indiqué par l'un de nous, mais il ne permettait pas d'obtenir des éléments à grand débit ([2]).

Le nouveau dispositif dont nous parlons aujourd'hui s'inspire de la même idée, qui consiste à soustraire la négative à l'action oxydante de l'oxygène qui tend à transformer le sulfate plombeux, produit par la décharge normale de la négative, en sulfate plombique, cause de la sulfatation, ainsi que cela fut indiqué dès 1919 ([3]). Ces considérations théoriques ont été vérifiées depuis par les analyses de M. Rollet ([4]).

Pour appliquer cette idée aux éléments à plaques verticales multiples, seuls susceptibles de forts débits, chaque négative est munie d'un séparateur perméable aux ions mais imperméable aux gaz, qui l'entoure complètement et s'oppose ainsi à l'oxydation due au voisinage immédiat des positives. L'ensemble de la plaque et de son séparateur est coiffé d'une sorte de cloche ayant 15 à 20^{mm} de hauteur qui évite, d'autre part, l'accès de l'air par le haut du séparateur.

En fin de charge la cloche est pleine d'hydrogène et ce gaz réducteur se renouvelle d'ailleurs lentement par la faible réaction de l'électrolyte sur le plomb spongieux.

Toute oxydation de la négative ainsi protégée est rendue impossible et la sulfatation est évitée.

Ces accumulateurs protégés ont été soumis à des essais, concurremment à des éléments ordinaires de dimensions extérieures identiques et garnis avec le même nombre de plaques positives et négatives, à savoir, pour chaque élément, 3 plaques positives de $100 \times 100 \times 4^{mm}$ et 4 plaques négatives $100 \times 100 \times 3^{mm}$. Ces plaques étaient toutes à formation artifi-

---

([1]) Séance du 16 mars 1931.

([2]) Ch. Féry, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1153.

([3]) Ch. Féry, *Fonctionnement chimique de l'accumulateur au plomb* (*Bulletin de la Société chimique de France*, 25, 1919, p. 223, et *Bulletin de la Société française des Électriciens*, 3e série, 8, n° 77, 1919).

([4]) M. Rollet, *Thèse de doctorat*, Strasbourg, mars 1929. L'auteur, après avoir démontré par des analyses chimiques nombreuses que la matière négative déchargée est du sulfate plombeux, a prouvé également par l'analyse que ce sel plombeux passe à l'état plombique par l'action de l'oxygène de l'air.

cielle et du type standard industriel courant. D'après les dimensions et d'après les courbes de charge et de décharge au régime de 10 heures, ces éléments étaient du type connu industriellement sous le nom de « type 30 AH ».

Les expériences entreprises pour vérifier la résistance à la sulfatation ont duré depuis le mois d'avril 1930, jusqu'au mois de février 1931. Voici ce qu'il semble établi :

1° On a choisi pour ces éléments, un régime de décharge qui n'en consomme les 30 AH qu'en un délai de 90 jours environ; mais, au lieu que la décharge soit constante et à faible intensité, elle était intermittente et à une intensité de 0,5 ampère, selon un rythme commandé par l'utilisation d'un appareil téléphonique, qui était en somme le régulateur d'intermittence chaque fois qu'une conversation téléphonique était engagée (commande à distance par électros). Cette loi de hasard ayant été ainsi réalisée, un accumulateur Féry protégé et un accumulateur au plomb ordinaire, absolument identiques l'un à l'autre (à part le dispositif de protection), sembleraient capables tous les deux de soutenir cette décharge en 90 jours; mais après l'avoir soutenue une première fois, l'accumulateur au plomb, repris au mois de septembre 1930, après avoir été laissé au repos, et déchargé du 19 juillet au 25 août, n'a été capable de reprendre le régime intermittent que pendant 60 jours, tandis que l'accumulateur protégé Féry l'a repris pendant 94 jours.

2° Le même accumulateur protégé Féry, conservé à nouveau à l'état déchargé, depuis le 9 décembre 1930 jusqu'à la mi-janvier 1931, a été capable de donner d'excellentes courbes de charge et de décharge en 10 heures.

3° Un accumulateur Féry protégé et un accumulateur ordinaire chargés tous les deux ont été maintenus à circuit ouvert pendant 7 mois et demi (du 7 avril 1930 au 20 novembre 1930). Placés à partir du 20 novembre 1930 tous les deux en série et au régime intermittent spécial décrit plus haut, ils accusaient tous les deux, au départ, une différence de potentiel de 2,02 volts; mais l'accumulateur ordinaire a été épuisé après 8 jours de régime intermittent, tandis que l'accumulateur Féry protégé a tenu pendant 53 jours (l'intensité débitée ayant été réduite de moitié entre le 8ᵉ et le 53ᵉ jour par suite de la suppression de l'accumulateur ordinaire).

4° Ce même accumulateur Féry protégé a été capable de donner à ce moment d'excellentes courbes de charge et de décharge en 10 heures.

Si l'on voulait donner de cette remarquable résistance à la sulfatation d'autres explications théoriques que celle qui a été rappelée plus haut, il

faudrait que les partisans de la théorie de la double sulfatation suggèrent une interprétation du rôle patent de la cloche entourant la négative dans la conservation de l'accumulateur.

Enfin le dispositif simple décrit précédemment par l'un de nous ne nuit en rien au fonctionnement normal de l'accumulateur, qui reste susceptible de débits intenses (décharge en 10 heures), tout en offrant l'avantage de pouvoir être laissé au repos sans danger, même étant déchargé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénols halogénés symétriques.* Note (1) de MM. P. **Brenans** et K. **Yeu**, présentée par M. Delépine.

Dans cette Note nous étudions le bromo-4-iodo-2-phénol, isomère nouveau, et le dibromo-4.6-iodo-2-phénol, déjà décrit par l'un de nous (2) : nous avons obtenu ces phénols halogénés dans l'action du brome sur l'iodo-2-phénol en solution acétique. Cette Note comprend aussi l'étude du chloro-6-diiodo-2.4-phénol connu (3) que nous avons préparé, par une nouvelle méthode, dans l'action du chlore sur le diiodo-2.4-phénol.

I. *Bromo-4-iodo-2-phénol.* — Dans une solution de $4^g,40$ d'iodophénol (1^{mol}) dans 40^{cm^3} d'acide acétique, on introduit une dissolution de $3^g,50$ de brome (1^{mol}) dans 10^{cm^3} d'acide acétique : la liqueur s'échauffe un peu, et se décolore rapidement. Après un repos de quelques heures, on verse la solution jaune dans 1 litre d'eau. Le précipité blanc, séparé de l'eau mère exempte d'iode, est lavé, puis séché : le rendement est voisin du rendement théorique. Facilement entraîné par la vapeur d'eau, le bromo-4-iodo-2-phénol constitue de petits cristaux blancs, réfringents, fusibles à 71°, très solubles dans les solvants organiques.

$C^6H^3(Br)_4(I)_2(O.COCH^3)_1$. — Cet éther cristallise dans l'alcool en aiguilles agglomérées, jaune pâle, fusibles à 60°.

$C^6H^3(Br)_4(I)_2(O.CO.C^6H^5)_1$. — Aiguilles longues, fines, blanches et soyeuses, fondant à 90°.

$C^6H^3(Br)_4(I)_2(OC^2H^5)_1$. — Cet éther-oxyde est en cristaux incolores, fusibles à 34°.

Pour déterminer si l'atome de brome est fixé en position 4 ou en position 6, on a fait réagir sur le bromoiodo-2-phénol l'iode en milieu alcalin en vue d'obtenir, soit le bromo-4-diiodo-2.6-phénol (point de fusion, 128°;

(1) Séance du 20 avril 1931.

(2) P. Brenans et Ch. Girod, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1128.

(3) By. G. King et Hamilton Mc Combie, *J. Chem. Soc. London*, 103, I, 1913, p. 229. — Kohn et F. Rabinowitsch, *Monat. für Chemie*, 48, 1927, p. 358.

benzoate, point de fusion, 124°), soit le bromo-6-diiodo-2.4-phénol (point de fusion, 128°; benzoate, point de fusion, 118°) déjà décrits par nous[1].

Dans cette réaction on a obtenu le bromo-4-diiodo-2,6 phénol, identifié par son éther benzoïque fondant à 124° : l'atome de brome est donc en position 4 dans le monobromoiodo-2-phénol.

$C^6H^2(Br)_4(I^2)2.6(OH)_1$. — Dans une solution de 3g de bromoiodophénol dans 30cm³ de soude N, étendue à 1200cm³, on ajoute un excès d'une solution N/10 d'iode ioduré (soit 350cm³) et on l'abandonne au repos la liqueur pendant 12 heures. On acidule le mélange avec l'acide sulfurique dilué et enlève l'iode en excès par le gaz sulfureux. Le précipité à peine coloré fond à 123-129°; après cristallisation dans l'alcool, le bromo-4-diiodo-2.6-phénol forme des aiguilles incolores, fusibles à 128°. L'éther benzoïque est en tablettes, fusibles à 124°.

II. *Dibromo-4.6-iodo-2-phénol.* — Cet isomère a été obtenu, avec un bon rendement, en ajoutant une solution de 6g,50 de brome (2mol) dans 10cm³ d'acide acétique à une dissolution de 4g,40 (1mol) de l'iodo-2-phénol dans 50cm³ d'acide acétique. Au bout de quelques heures, la liqueur qui s'est décolorée est versée dans l'eau. Le précipité obtenu est lavé, puis traité par un courant de vapeur d'eau qui entraîne un peu de tribromophénol. Purifié à nouveau par cristallisation dans l'alcool, le dibromo-4.6-iodo-2-phénol constitue des aiguilles, blanches, fusibles à 104°. Cet isomère a déjà été préparé (*loc. cit.*) en faisant réagir l'iode et un alcali sur l'acide dibromo-3.5-salicylique.

III. *Chloro-6-diiodo-2.4-phénol.* — Dans une dissolution de 7g de diiodo-2.4-phénol (1mol) dans 40cm³ d'acide acétique, refroidie vers 20°, on introduit lentement 1g,50 de chlore (1mol). La liqueur devient jaune orangé et des cristaux se forment progressivement après un repos de quelques heures. On porte peu à peu le mélange vers 80°, température que l'on maintient 2 heures environ. On verse la liqueur brune, limpide après refroidissement, dans l'eau; on enlève l'iode, déplacé dans la réaction, avec une solution de gaz sulfureux. Le précipité rose recueilli est lavé, séché : il pèse 7g. Cristallisé dans l'acide acétique ou l'alcool à 60°, ce phénol trihalogéné est en aiguilles fines, blanches, réfringentes, fusibles à 96°, se décomposant à 125-130°. Il est très soluble dans l'alcool fort, le benzène, l'éther acétique, moins dans l'acide acétique. Chauffé avec un excès d'iode ioduré en milieu alcalin, il se transforme en partie en un composé rouge insoluble.

---

(1) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1560.

En utilisant comme agent de chloruration le chlorure de sulfuryle en milieu acétique, les résultats sont restés les mêmes.

By. G. King et Hamilton Mc Combie (*loc. cit.*) ont obtenu, dans l'action du chlore sur une solution refroidie à 0° du diiodo-2.4-phénol dans le tétrachlorure de carbone, un iodophénol-dichlorure $C^6H^4OCl^2I^2$, qui se décompose, par perte de gaz chlorhydrique et d'un peu d'iode en chloro.6.diiodo-2.4-phénol $C^6H^2(Cl)_6(I^2)_{2.4}(OH)_1$ fondant à 99°. Ils ont décrit son éther acétique (point de fusion, 74-75°); son éther benzoïque comme un composé incristallisable, fondant vers 92°.

Plus récemment, Kohn et F. Rabinowitsch (*loc. cit.*) ont obtenu le chloro-6-diiodo-2.4-phénol en faisant réagir sur le chloro-2-phénol l'iode et la soude (point de fusion, 96°; point de fusion de son éther, $C^6H^2(Cl)_6(I^2)_{2.4}(OCH^3)_1$: 65°).

Ces éthers que nous avons préparés, afin de permettre l'identification de ce phénol chloro-diiodé, n'ont pas les propriétés indiquées par les savants anglais.

$C^6H^2(Cl)_6(I^2)_{2.4}(O.CO.CH^3)_1$. — Cet éther a été obtenu en maintenant à l'ébullition, une heure durant, le chlorodiiodophénol additionné d'un excès d'anhydride acétique. Il cristallise dans l'alcool en aiguilles fines, longues, blanches, fondant à 90°.

$C^6H^2(Cl)_6(I^2)_{2.4}(O.CO.C^6H^5)_1$. — On maintient à l'ébullition, pendant une heure, le chlorodiiodophénol additionné d'un léger excès de chlorure de benzoïle. Le liquide brun rouge refroidi est versé dans l'eau; le précipité huileux obtenu est traité par la soude étendue pour enlever le chlorure de benzoïle en excès. Le composé cristallin formé est lavé, puis dissous dans l'alcool bouillant. La solution, séparée d'une faible quantité d'une substance gommeuse, dépose à froid l'éther en petits cristaux blancs, fusibles à 97°.

$C^6H^2(Cl)_6(I^2)_{2.4}(OC^2H^5)_1$. — Cet éther-oxyde a été obtenu en faisant réagir, à chaud, l'iodure d'éthyle sur une solution de chlorodiiodophénate de sodium dans l'alcool fort. Il cristallise dans l'alcool en aiguilles, blanches, réfringentes, fondant à 68°.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur les roches siliceuses d'origine organique et chimique de l'Oligocène des Carpathes roumaines.* Note de M. **M.-G. Filipesco**, présentée par M. L. Cayeux.

On a déjà signalé l'existence de roches siliceuses d'origine organique et chimique dans l'Oligocène des Carpathes roumaines ([1]).

La présence de minéraux détritiques (quartz, feldspath, mica) et épigéniques (glauconie, pyrite, hématite, limonite), d'organismes siliceux (Diatomées cycliques et pennées, spicules de Spongiaires monoaxes, tétraradiés et globuleux) et la gangue, placent ces roches siliceuses organiques parmi les types *gaize*, *spongolithe*, *spongo-diatomite* de la classification proposée par M. L. Cayeux ([2]). On y reconnaît également un type intermédiaire entre les gaizes et les diatomites marines, que je nomme *gaize-diatomite*, dans lequel les Diatomées forment 75 pour 100 de la roche et 90 pour 100 des organismes siliceux qui s'y trouvent.

Les roches siliceuses de nature chimique, dont la ressemblance avec les roches siliceuses organiques est d'autant plus grande qu'elles renferment les mêmes minéraux et organismes, s'avèrent comme d'admirables exemples d'accidents siliceux dans ces dernières. On y décèle parfois des passages graduels de la roche mère à l'accident siliceux définitif. Ces roches se placent parmi les *opalites* et les *cherts* de ladite classification.

Ce qui distingue les roches siliceuses organiques des roches siliceuses chimiques, c'est la concentration, dans ces dernières, d'une grande quantité de silice, soit sous la forme d'opale, soit à l'état d'opale, de calcédonite, de quartzine et de quartz secondaire. Cette concentration de silice détermine une modification, en ce qui concerne la texture, la dureté, l'éclat et la sonorité des roches.

Grâce au phénomène de concentration de la silice dans les roches siliceuses chimiques et à l'intense cristallisation de celle-ci en certains cas, les organismes siliceux, bien qu'ils révèlent leur existence par leur contour et parfois même par leur structure, n'ont plus la netteté qu'ils présentent dans le premier groupe de roches. Ils ont subi des phénomènes de corrosion

---

([1]) M. Filipesco, *Sur la nature des roches siliceuses de l'Éperon de Valenti de Munte* (*Bull. de la Sect. scient. de l'Académie roumaine*, 13, vi, 1930. p. 158).

([2]) L. Cayeux, *Les roches sédimentaires de France : Roches siliceuses* (*Mém. de la Carte géologique détaillée de la France*, 1928, p. 253-421).

allant jusqu'à la disparition par dissolution, et leur structure s'est effacée graduellement pour se perdre dans la masse de silice concentrée de la roche.

L'étude de ces roches soulève quelques problèmes intéressants relatifs à certains minéraux (glauconie, pyrite) et à l'origine de la silice qui s'est concentrée dans les roches siliceuses chimiques.

Il semble que la présence de la matière sapropélique, qui imprègne la gangue d'un grand nombre d'échantillons, empêche la fixation du fer sous forme de glauconie et facilite la fixation de cet élément sous forme de pyrite dans les phénomènes d'épigénie qui régissent la genèse de ces minéraux.

Certains granules de glauconie présentent des inclusions de baguettes de rutile, de même forme et de même grandeur que celles qui se trouvent dans les grains de quartz ou sont disséminés dans la gangue. Ce fait montre l'origine détritique des inclusions de baguettes de rutile dans les grains de glauconie.

Le problème le plus intéressant qui se pose dans l'étude de ces roches concerne l'origine de la silice qui se concentre dans les roches siliceuses de nature chimique. Ce problème comporte une solution qui résulte des faits suivants :

Les roches siliceuses organiques qui renferment les accidents siliceux mentionnés, ainsi que ces accidents eux-mêmes, contiennent de nombreuses carapaces de Diatomées et spicules de Spongiaires corrodés par dissolution. Il s'ensuit une disparition partielle de la structure des carapaces de Diatomées, la corrosion des surfaces et l'élargissement du canal des spicules de Spongiaires, parfois même une dissolution totale des organismes siliceux avec formation de vides qui respectent le contour initial.

On y voit fréquemment des Diatomées pyritisées. Ce fait indique que la silice des carapaces de Diatomées a été mise en liberté et qu'elle a été remplacée par la pyrite qui conserve admirablement, parfois, le réseau de ces organismes. De telles modifications ont été constatées aussi dans les spicules de Spongiaires, bien que plus rarement. Ces faits nous permettent d'affirmer que la silice qui a produit les accidents siliceux dans les roches siliceuses organiques est une silice d'origine organique.

D'autre part, vu que les organismes qui dominent dans certaines roches, présentant des accidents siliceux bien développés, sont les Diatomées et que ces organismes témoignent d'une mise en liberté de leur silice, il résulte qu'elles ont été la source principale de la silice qui s'est concentrée surtout dans les roches siliceuses de nature chimique correspondant au type opalite.

Dans les accidents siliceux du type chert, la silice cristallisée sous forme de calcédonite, quartzine et quartz secondaire résulte, soit de la cristallisation de la silice amorphe dérivée des Diatomées, soit de la cristallisation de la silice des spicules de Spongiaires et des squelettes de Radiolaires qui paraît jouir d'une plus grande facilité de cristallisation que la silice des Diatomées.

Non seulement ce fait concorde avec les vues exposées par M. L. Cayeux dans son travail sur les roches siliceuses organiques et chimiques, mais il répond à l'un des problèmes posés par cet auteur dans le même travail [1], à savoir le problème de la genèse des accidents siliceux sous l'action de la silice des Diatomées.

GÉOLOGIE. — *Sur les conditions de dépôt des conglomérats de Perrier (Puy-de-Dôme).* Note de M. **Albert Michel-Lévy.**

On sait que les conglomérats de Perrier, composés en majeure partie de roches volcaniques, de ponces et de cendres, provenant du Mont Dore, ont été considérés par certains savants comme résultant d'un transport par des glaciers, alors que d'autres y ont vu des restes de coulées boueuses.

J'ai poursuivi l'étude des parties fines de ces conglomérats dans des échantillons prélevés à différents niveaux de la colline de Perrier, en dehors des niveaux alluviaux, bien stratifiés et à galets, qui s'y trouvent intercalés.

J'ai étudié également des échantillons pris sur le flanc sud du plateau de Sailles où l'on trouve un conglomérat semblable, à moindre distance des centres éruptifs.

Ces parties fines, généralement peu agrégées, ont été réduites en poudre par trituration légère entre le pouce et l'index, sous l'eau, dans une grande capsule; il est aisé de séparer ensuite des éléments de finesse croissante pour les observer soit directement à l'aide d'un microscope binoculaire, soit dans le baume de Canada, sous le microscope.

Les parties les plus fines sont principalement composées de débris d'un verre blanc, ponceux, finement bulleux, plus ou moins étiré; de cristaux intacts ou en débris de sanidine, accompagnés de quartz et de plagioclases acides et avec un peu de mica noir, de hornblende brune, d'augite, de

(1) L. Cayeux, *Op. cit.*, p. 393.

magnétite; elles semblent provenir d'explosions péléennes rhyolitiques et trachytiques.

Des débris moins fins montrent, à côté de cristaux isolés, des éclats de roches très diverses, pechsteins perlitiques, rhyolites, trachytes, phonolites, andésilabradorites, basaltes, gneiss, microgranites, diorites.

Un fait qui me paraît intéressant est la présence constante, dans les parties fines, de Diatomées intactes ou en débris, en mélange intime avec les cendres volcaniques.

Tout prélèvement de quelques grammes dans un échantillon quelconque d'un point quelconque des conglomérats de Perrier ou de Sailles m'a donné, dans les plaques de la poudre obtenue après lixiviation, des Diatomées.

M. Héribault a signalé, en 1902, dans son Mémoire sur *Les Diatomées fossiles d'Auvergne*, p. 24, l'existence de Diatomées à Perrier; mais « le dépôt, dit-il, est situé immédiatement au-dessus des calcaires oligocènes; il est enchâssé dans des couches fluviatiles, composées de cailloux roulés, de sables et de cinérites argileuses. La masse diatomifère est peu considérable et il est de toute évidence qu'elle ne représente qu'un lambeau d'un dépôt formé à une altitude supérieure à celle de Perrier ».

Il s'agissait donc d'un morceau de terre à Diatomées, entraîné dans les alluvions fluviatiles de la base de la colline de Perrier.

Le phénomène que j'ai constaté est différent; il dépend du brassage intime des cendres et produits volcaniques avec des restes de Diatomées, dans toute l'épaisseur des conglomérats et sans aucune stratification.

Ces Diatomées sont principalement des *Navicula*, *Synedra*, *Cyclostella*, *Melosira*, *Tetracyclus*. Ces trois dernières espèces ne sont pas signalées dans le dépôt de Perrier, étudié par M. Héribault.

Ce brassage intime vient à l'appui non de l'hypothèse d'un apport par les glaciers, mais de celle de coulées boueuses, produites vraisemblablement à la suite d'explosions dans des cratères-lacs où s'étaient accumulés des frustules de Diatomées; explosions qui rappelleraient celles du cratère-lac du Keloet, à Java.

La fragilité de certains grands blocs transportés à Perrier, marnes du Sannoisien ou arkoses tendres restées intactes, avait surpris nos prédécesseurs. Les parties fines du conglomérat contiennent des éléments encore bien plus fragiles et cependant partiellement conservés; ce sont des ponces, extrêmement bulleuses, à l'état de véritable mousse de verre; on les voit au microscope binoculaire sous l'aspect de petits flocons de ouate mauve.

La conservation de ces éléments fragiles dénote un transport en une fois,

sans reprises, dans un milieu où les chocs et les triturations devaient être aussi réduits que possible, et à la suite de ce transport, une dessiccation rapide, sans compression et sans cimentation.

Au milieu fin de ces conglomérats volcaniques ponceux, il est intéressant d'opposer celui du niveau alluvial à gros galets de basalte qui forme cordon à mi-hauteur de la colline de Perrier. La plaque mince y montre de nombreux petits galets de quartz d'origine gneissique, accompagnés de galets bien roulés d'andésite, de basalte, etc.; le tout cimenté par de la calcite en grands individus cristallins. C'est bien un produit d'alluvions, résultant d'une érosion qui s'est exercée en amont, aussi bien sur les surfaces des roches volcaniques que sur celles des roches du socle du volcan. Les eaux thermo-minérales qui devaient jaillir en abondance à l'époque expliquent la formation rapide du ciment de calcite.

Dans les conglomérats ponceux, rien de semblable; une origine purement volcanique, un apport vraisemblablement brusque et l'eau, qui a dû jouer un rôle important dans cet apport en coulées boueuses, s'est de suite épongée, sans laisser à un ciment le temps de se former.

GÉOLOGIE. — *Sur la longévité, en Afrique du Nord, du genre Rhinocéros pendant la période quaternaire.* Note [1] de M. C. **Arambourg**, présentée par M. Ch. Jacob.

Deux espèces de Rhinocéros sont connues à l'état fossile dans le Quaternaire de l'Afrique du Nord : *Rhinoceros Mercki* Kaup (= *Rh. subinermis* Pomel) et *Rhinoceros simus* Burch (= *Rh. mauritanicus* Pomel). Toutes deux s'y rencontrent dans la faune archaïque du Pléistocène inférieur et moyen, où elles accompagnent l'Hippopotame et l'Éléphant antique; et elles passaient jusqu'ici, comme ces deux dernières formes, pour caractéristiques des niveaux anciens du Quaternaire.

Un certain nombre d'observations, effectuées au cours des dernières années, paraissent de nature à modifier cette manière de voir, car elles ont révélé la présence de débris de Rhinocéros à des niveaux beaucoup plus récents, et dans des conditions de gisement qui excluent toute idée de remaniement ou de transport accidentel.

En 1927, M. Royer signalait, parmi les fossiles extraits de la caverne

---

[1] Séance du 20 avril 1931.

néolithique de l'Adrar Gueldaman près d'Akbou (Constantine), la présence du genre Rhinocéros, d'après une pièce osseuse isolée, de l'extrémité d'un membre.

Au cours de l'année suivante, M. de Beaumais, poursuivant sur mes indications la fouille de la même caverne, y recueillait, à deux reprises différentes et en des points distincts, un quatrième métatarsien de Rhinocéros adulte, puis un métacarpien médian d'un individu non adulte du même genre. La fraîcheur, la densité, la teinte et le faible degré de fossilisation de ces pièces ne diffèrent point de ceux des autres ossements qui les accompagnaient, notamment un assez grand nombre d'os des membres d'Éléphant, déchets manifestes d'alimentation humaine; d'ailleurs, la seconde de ces pièces, comme plusieurs de ces dernières, porte des traces bien évidentes de l'action du feu. La couche archéologique d'où ont été extraits les débris est noire, cendreuse, riche en matières organiques et épaisse de plus de 2^m; elle est parfaitement homogène et bien stratifiée, sans traces de remaniement. L'industrie typiquement néolithique qu'elle contient est très riche, surtout constituée d'os poli avec poterie ornementée abondante et pierre polie. La fossilisation des objets en os est aussi peu avancée et leur teinte de même nature que celle des ossements d'animaux du même gisement. Malgré les sondages effectués en divers points, il n'a pas été rencontré au-dessous de niveaux paléolithiques.

Plus récemment (1929), dans une grotte du Paléolithique supérieur de la région de Bougie, à un niveau relativement récent appartenant à l'Ibéro-Maurusien, j'ai de nouveau rencontré une première phalange de Rhinocéros au milieu de nombreux autres ossements, déchets d'alimentation humaine.

Ces faits sont à rapprocher d'une observation analogue effectuée en 1923 (1) par Doumergue, dans la grotte de la Guethna (Oran), où cet auteur a trouvé une troisième phalange du même genre dans un milieu néolithique à poterie ornementée.

Toutes les pièces dont il a été question dans cette Note sont évidemment insuffisantes pour en préciser la détermination spécifique, bien qu'il soit cependant à remarquer que toutes se rapprochent très étroitement par leur morphologie et leur taille des pièces homologues de *Rh. simus;* mais leur présence répétée dans ces niveaux élevés de la série stratigraphique suffit à montrer qu'un Rhinocéros a vécu en Afrique du Nord jusqu'à une époque

(1) *Bull. Soc. de Géogr. et Arch. de la Prov. d'Oran*, 43, 1923, p. 41.

relativement récente. C'est là un fait de plus à ajouter aux nombreux exemples déjà connus de survivance, dans ce pays, de formes à affinités éthiopiennes, comme l'Éléphant d'Afrique, le Phacochère et de nombreuses Antilopes.

D'autre part, au point de vue stratigraphique, le genre Rhinoceros doit être rayé de la liste des Fossiles caractéristiques du Pléistocène inférieur et moyen de Berbérie.

HYDROLOGIE. — *Application des méthodes de perfusion aux recherches d'hydrologie expérimentale concernant la vaso-motricité.* Note [1] de MM. **Maurice Villaret. L. Justin-Besançon** et **Jean Camus**, présentée par M. A. Desgrez.

Poursuivant systématiquement l'application des techniques des sciences pharmacodynamiques à l'étude biologique des eaux minérales, nous avons cherché à utiliser, en hydrologie expérimentale, les méthodes de perfusion des vaisseaux sanguins, en nous inspirant des recherches exposées dans la Thèse récente de Mlle Jeanne Lévy [2]. Nos expériences ont été poursuivies sur un poïkilotherme (grenouille) et sur un homéotherme (cobaye). Nous apportons, pour chacun de ces animaux, l'exposé de notre technique et les résultats de nos recherches sur les effets vasculaires d'nne eau minérale sulfureuse (Challes).

I. Technique. — 1. *Perfusion des vaisseaux du train postérieur de la grenouille.* — Notre appareil se compose de trois burettes : l'une contenant du liquide de Ringer-Locke, la seconde renfermant une solution d'adrénaline, la troisième contenant l'eau minérale à étudier.

Ces burettes sont mises en relation, par l'intermédiaire d'un robinet spécial à quatre voies, avec une canule introduite dans l'aorte de la grenouille. Le liquide de perfusion ressortant par la grande veine abdominale tombe goutte à goutte sur le levier d'un tambour manipulateur, de sorte que la chute de chaque goutte s'inscrit sur un cylindre enregistreur.

2. *Perfusion du train postérieur du cobaye.* — Le principe de la méthode est le même, mais les burettes sont remplacées par trois flacons; dans

(1) Séance du 20 avril 1931.

(2) Jeanne Lévy, *Essais, dosages et contrôles biologiques des substances médicamenteuses* (*Thèse de médecine de Paris*, Masson, éditeur, 1930).

ceux-ci des liquides de perfusion sont maintenus à une température de 41°, sous une pression semblable à la tension artérielle de l'animal. L'enregistrement se fait de la même façon.

II. Résultats expérimentaux. — Nous avons d'abord vérifié la valeur de notre technique par des expériences de contrôle poursuivies avec une solution d'adrénaline à 1 pour 100000; le spasme vasculaire déterminé par la perfusion d'une telle solution suffit à arrêter presque complètement l'écoulement dans les vaisseaux des animaux perfusés.

Dans une autre série d'expériences, nous avons perfusé successivement les vaisseaux des animaux par du liquide de Ringer-Locke puis par de l'eau minérale sulfureuse (Challes). Aussitôt que l'eau minérale remplace le liquide de Locke, il se produit un ralentissement considérable dans le passage du liquide de perfusion.

Dans un troisième groupe d'expériences, nous avons perfusé successivement la même préparation avec de l'eau sulfureuse, puis avec l'eau minérale additionnée d'adrénaline (de façon à réaliser une solution à 1 pour 100000 d'adrénaline dans l'eau sulfureuse, solution dans laquelle l'adrénaline n'est pas détruite, comme nous avons pris soin de le vérifier). Nous avons alors constaté un phénomène intéressant : la suppression du spasme intense déterminé par l'adrénaline seule à la même concentration.

Les résultats sont semblables chez l'homéotherme et le poïkilotherme.

Ces recherches montrent :

1° Que les méthodes de perfusion utilisées en pharmacodynamie sont applicables en hydrologie expérimentale;

2° Que, dans les conditions d'expériences où nous nous sommes placés, il y a un antagonisme physiologique évident entre l'adrénaline et l'eau minérale sulfureuse étudiée.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Observations sur les détonations atmosphériques précédant les perturbations solaires et terrestres.* Note de M. **Albert Nodon**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Dans l'après-midi du 16 février 1931, entre $15^h 30^m$ et $16^h 30^m$, j'ai observé à Bordeaux, des détonations lointaines et puissantes, paraissant provenir de la région de l'Océan. Ces détonations ressemblaient à des décharges d'artillerie ou à des explosions de mines; elles se succédaient avec des intensités variables, à des intervalles assez réguliers de 3 à 4 minutes, dans une atmosphère calme et brumeuse.

D'autre part, d'après nos observations solaires du 15 et du 17 février, il semble fort probable qu'un gros foyer solaire prit naissance dans la région est de l'astre, précisément dans l'après-midi du 16 février.

Ce foyer, composé de taches multiples et de plages faculaires importantes, prit rapidement une grande extension, et devint visible à l'œil nu, pendant les jours suivants. Il fut en évolution et en transformations continuelles, et des troubles électriques et magnétiques commencèrent à se manifester dès ce moment, tandis que la pression atmosphérique subissait une rapide dépression.

D'importantes perturbations atmosphériques furent ensuite signalées dans l'Europe entière; elles furent accompagnées de tempêtes, de pluies très abondantes, de chutes de neige et d'inondations, dans un grand nombre de localités. Ces perturbations atmosphériques et électromagnétiques persistèrent pendant une dizaine de jours; elles ne cessèrent qu'après la disparition du foyer solaire au bord ouest de l'astre, qui eut lieu du 25 au 26 février. Les détonations atmosphériques perçues au début de ces troubles, ne furent du reste plus entendues pendant la durée des perturbations.

J'avais déjà eu l'occasion de signaler à diverses reprises, depuis une quinzaine d'années, à la Société astronomique de Bordeaux ainsi qu'à celle de Paris, des détonations entendues dans des circonstances semblables aux précédentes.

Du reste, des observations analogues ont été faites depuis longtemps déjà dans de nombreuses localités telles que : le golfe du Bengale, le Brésil, la Colombie, la Syrie, l'Allemagne, la Bohême, l'Italie et la mer du Nord. Ces détonations ont été désignées en Angleterre sous le nom de Barisl Guns, et en Belgique sous celui de Mist Zœffers. Toutefois, il est regrettable que ces diverses observations n'aient pas été accompagnées d'autres remarques relatives à l'état de l'atmosphère et du soleil. Cependant, divers observateurs remarquèrent que pendant ces mystérieuses manifestations, l'atmosphère était calme ainsi que la mer, et qu'on ne constatait généralement pas d'effets orageux.

Ce phénomène fut observé dans les régions les plus diverses, telles que celles voisines de la mer, des massifs montagneux, des exploitations minières.

Les observateurs leur ont attribué des origines les plus variées, telles que terrestres, sismiques, atmosphériques et électriques; sans qu'il ait été encore possible de les préciser davantage.

Les détonations entendues à Bordeaux le 16 février furent généralement attribuées à des tirs d'artillerie au camp de Souge où ont lieu de fréquentes manœuvres militaires. Désireux d'être renseigné avec plus de précision sur ce point important, je m'en informais le jour même auprès de la Direction de l'État-Major de la 18ᵉ région. Après une minutieuse enquête, l'État-Major m'annonça le 4 mars suivant, qu'il n'avait été exécuté aucun tir d'artillerie dans la région pendant la journée du 16 février 1931, et qu'aucun exercice de bombardement n'avait été exécuté ce jour-là aux centres d'aviation de Cazaux et d'Houtin; enfin, que des destructions par explosifs n'avaient pas eu lieu au port autonome ou à Pauillac; par contre, des tirs d'artillerie avaient été exécutés entre 13^h et 16^h les 14 et 29 janvier et le 24 février 1931.

Il résulte de cette enquête que les détonations signalées le 16 février ne peuvent vraisemblablement être attribuées à des causes connues.

Il semble cependant probable, d'après nos diverses observations, que la cause mystérieuse de ces explosions peut être rapprochée de celle des troubles électromagnétiques se manifestant également lors de la formation des foyers solaires importants, et précédant de profondes perturbations atmosphériques.

De nouvelles observations plus complètes permettront, sans doute, de mieux préciser la cause de ces singulières manifestations naturelles.

Remarques au sujet de la Note précédente, par M. **Ernest Esclangon**.

Le caractère auditif de *détonation* est spécifique de la propagation d'une *discontinuité de pression* dans l'atmosphère indépendamment de tout caractère vibratoire (¹).

Le problème qui se pose à propos des phénomènes envisagés dans la Note de M. Nodon et relatés à diverses reprises par différents observateurs consiste à bien établir d'abord leur parfaite indépendance vis-à-vis des sources habituelles de telles discontinuités : explosions, tirs d'artillerie, foudre. On sait qu'en raison de circonstances météorologiques spéciales, ces détonations peuvent être perçues à des distances très considérables, dépassant plusieurs centaines de kilomètres et au delà de zones de complet silence. Enfin,

---

(¹) Ernest Esclangon, *L'Acoustique des canons et des projectiles;* Paris, Gauthier-Villars, 1925, p. 138.

il faudrait éliminer également d'une manière certaine l'origine souterraine possible; parfois aussi, au voisinage des côtes, les détonations sourdes produites par le choc des vagues. L'investigation sur ces diverses origines possibles, vis-à-vis de détonations ainsi entendues en un lieu donné, doit donc porter sur une étendue considérable tout autour du poste d'observation. De même, l'hypothèse cosmique doit être, à priori, également envisagée. Nous entendons par là les détonations pouvant provenir du sillage aérien de bolides ou d'une série de bolides pénétrant dans l'atmosphère.

Pour être éclairé sur ces divers points, il faudrait disposer, dans les divers cas relatés, d'observations distinctes faites en des points éloignés, ce qui a été bien rarement le cas.

Le problème comporte un réel intérêt. La relation de cause à effet suggérée par M. Nodon, entre ces phénomènes et les fortes perturbations solaires à leur naissance, ne pourra être rigoureusement établie que lorsqu'on pourra disposer d'un nombre suffisant d'observations analogues à celle qu'il a faite le 16 février 1931, et comparées synchroniquement avec les phénomènes solaires. L'objection qui peut venir à l'esprit est que, si cette relation existe réellement, on a peine à concevoir que les phénomènes observés puissent être limités à une zone relativement peu étendue de l'atmosphère; ou que, s'ils existent en dehors, ils n'aient pas attiré l'attention d'une manière plus générale.

On ne voit pas bien à priori, non plus, par quel mécanisme spécial pourraient prendre naissance des discontinuités atmosphériques *de pression* sous l'effet de perturbations solaires, en dehors des phénomènes de décharge électrique habituels. Dans tous les cas, les observations et les suggestions de M. Nodon méritent de retenir l'attention, et c'est seulement par une étude systématique et prolongée de ces phénomènes qu'on pourra en mettre définitivement en évidence et l'origine et la nature.

CHIMIE PHYSIQUE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude de la structure des fibres textiles*. Note [1] de Mlle **V. Bossuyt** et M. **G. Chaudron**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les fibres textiles, en particulier celles du lin, présentent des discontinuités transversales. Celles-ci sont surtout visibles en lumière polarisée

[1] Séance du 20 avril 1931.

lorsque la fibre est à l'extinction. Les figures 1 *a* et 1 *b* montrent une fibre éclairée entre nicols croisés; en 1 *a*, l'axe de la fibre est à 45° des sections principales des nicols; en 1 *b*, il est parallèle à l'une de celles-ci.

Müller (¹) et Nodder (²) ont pensé que ces discontinuités étaient dues à

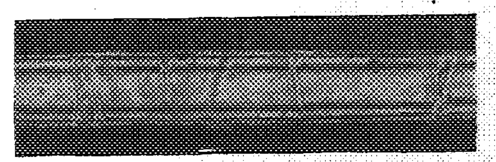


Fig. 1 *a*. — Fibre de lin, légèrement gonflée, photographiée en lumière monochromatique. (G = 850).

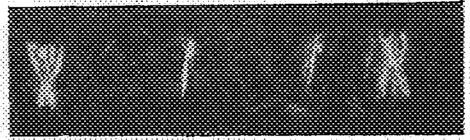


Fig. 1 *b*. — Même fibre à l'extinction. (G = 850).

des brisures faites au cours du teillage, qui sépare les fibres de la partie ligneuse par broyage des tiges rouies.

Pour contrôler cette assertion, nous avons isolé les fibres sans les teiller en traitant la tige de lin par une solution neutre aqueuse de saponine. Dans ces conditions, la gomme qui maintient les fibres adhérentes au bois s'émulsionne et celles-ci se séparent très facilement.

La figure 2 montre un ruban de fibres ainsi détachées, les discontinuités

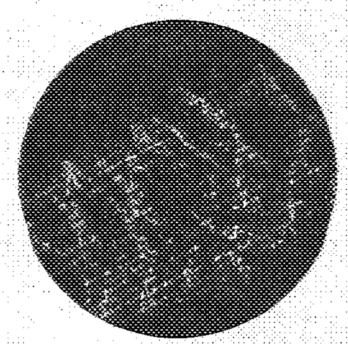


Fig. 2. — Ruban de fibres de lin non teillé à l'extinction (G = 400).

attribuées à tort au teillage y sont toujours visibles. Remarquons qu'elles se prolongent d'une fibre à l'autre et que l'ensemble présente deux directions bien déterminées.

Des rubans de fibres de lin teillé ont sensiblement le même aspect.

(¹) MÜLLER, *Faserforschung*, II, n° 1, 1921, p. 1.
(²) NODDER, *J. Textil Institute*, 13, n° 9, 1922, p. 161.

D'autre part, si l'on traite une fibre tendue par de la soude à 25 pour 100, on peut ainsi mettre en évidence la structure fibrillaire continue d'une fibre élémentaire (dimensions moyennes : longueur, 4^{cm} ; diamètre, 15^{μ}). La photographie (*fig.* 3*a*) montre des couches de fibrilles orientées à environ 45° l'une par rapport à l'autre. La photographie 3*b* est prise sur une fibre fortement tendue (près de la rupture) et laisse cette fois voir les fibrilles sensiblement orientées suivant l'axe de la fibre.

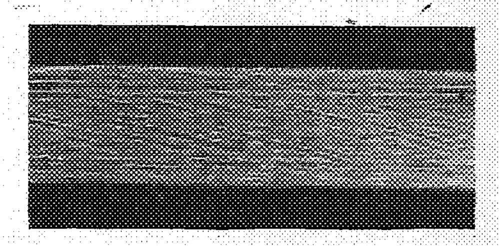


Fig. 3*a*. — Montrant la structure fibrillaire.

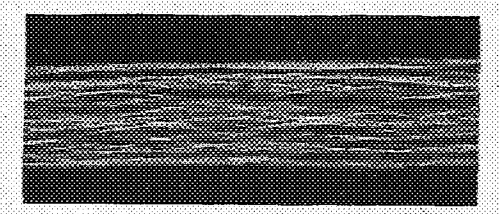


Fig. 3*b*. — Fibre de lin gonflée par la soude à 25 %, fortement tendue (G = 850).

Cet aspect fibrillaire continu ne s'accorde pas bien avec l'opinion de Reimers (¹) qui attribue les discontinuités que présente la fibre en lumière polarisée à la formation de macles; il est difficile aussi d'admettre avec d'autres auteurs que ces anomalies sont dues à une dépolymérisation de la cellulose.

Un examen minutieux des fibres traitées à la soude montre que les discontinuités se présentent comme des plis transversaux qui n'intéressent que les couches externes de la fibre (*fig.* 4). On peut d'ailleurs faire dispa-

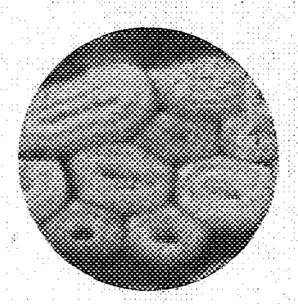


Fig. 4. — Coupe de fibres de lin montrant les couches concentriques. G = 1050.

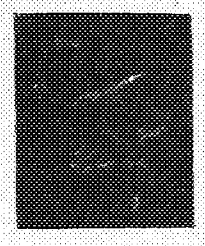


Fig. 5. — Fibre de ramie à l'extinction montrant les plis qui intéressent les couches externes de la fibre. G = 400.

(¹) Reimers, *Melliand Textil Bericht*, 2, n° 20, 1921, p. 381.

raître ces plis en exerçant une traction sur la fibre faiblement gonflée sous l'action de la soude diluée; dans ce cas, elle s'éteint complètement entre nicols croisés; le phénomène est d'ailleurs réversible : si l'on diminue la traction, les plis réapparaissent.

Les éclairements et extinctions à l'endroit de ces plis s'expliquent par l'orientation variable que prend un plan tangent au pli par rapport à l'axe de la fibre, en particulier au sommet du pli on observe une raie dont les extinctions coïncident avec celles de la fibre.

Notre étude conduit aux mêmes conclusions pour les fibres analogues, en particulier pour les plis présentés par les fibres de ramie (*fig.* 5) et de chanvre.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence des lipides du sérum sur la précipitation et le dosage des globulines sériques.* Note (¹) de M. **Pr. Merklen**, Mlle **E. Le Breton** et M. **A. Adnot**, présentée par M. Roux.

Une Note de A. Boutroux (²) nous incite à publier quelques-uns des résultats obtenus au cours d'études concernant la néphrose lipoïdique (³), sur les complexes lipoprotidiques du sérum sanguin.

Dans les procédés couramment employés pour doser globuline et sérine dans le sérum, les auteurs ne se préoccupent des lipides présents dans le milieu qu'une fois la séparation réalisée (lavage des précipités obtenus par l'éther-alcool). Au contraire en précipitant au départ selon Piettre la totalité des protides du sérum par l'acétone en excès, on élimine la plus grande partie des lipides et des électrolytes. En redissolvant ces protides dans l'eau, on peut aborder utilement, par comparaison avec le sérum initial, l'influence exercée par les complexes lipoprotidiques sur les divers temps de séparation de la globuline et de la sérine et sur leur isolement quantitatif.

Nous avons comparé la façon dont s'effectuait la séparation de la globuline et de la sérine par diverses méthodes, suivant qu'on les appliquait après délipidation initiale du sérum à l'acétone, ou le sérum employé tel quel. Le sérum (1 ou 2^{cm^3}) est additionné de son volume d'eau et de 8 volumes d'acétone pure; le précipité est centrifugé rapidement, puis redissous dans un volume d'eau bidistillée égal à deux fois celui du sérum employé. Cette opération peut être recommencée une seconde, puis une troisième fois, en

(¹) Séance du 20 avril 1931.

(²) A. Boutroux, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 854.

(³) Pr. Merklen, E. Le Breton, R. Cahn, *Bull. et Mém. de la Société méd. des Hôp.*, 15 février 1929, p. 259.

terminant par un lavage à l'éther du précipité (Piettre). Finalement, la solution aqueuse étendue est saturée d'acide carbonique; les globulines précipitent : centrifugées et séchées elles sont facilement évaluées par pesée. En comparant cette technique à l'ancienne méthode de Quinan (sérum tel quel dilué 10 fois et saturé de CO^2) on obtient les résultats suivants :

Espèce animale.	Globulines en grammes par litre de sérum. I.	II.
Poule	19,5	29,6
Porc	6,8	48,8
Bœuf	11	42,4
Cheval	8,5	44,4
Chien	6,0	30,0

I. Sérum tel quel, dilué 10 fois, saturé de CO^2.
II. Sérum délipidé à l'acétone, dilué 10 fois, saturé de CO^2.

Si l'élimination des lipides permet de précipiter beaucoup plus de globuline, celle des électrolytes intervient aussi.

Le sérum dilué 10 fois ne contient plus que 0,6 ‰ de NaCl; si l'on redissout les protides totaux délipidés soit dans l'eau distillée, soit dans une solution de NaCl à 2,5 ‰ ou à 5 ‰, on obtient par l'acide carbonique des quantités décroissantes de globulines.

Sérum de poule dilué 10 fois : NaCl 0,6 ‰.	Sérum de poule délipidé à l'acétone. Le précipité est redissous dans 10 volumes de : eau distillée.	NaCl à 2,5 ‰.	NaCl à 2,5 ‰.
19,5	32,6	29	25
»	32,6	28,5	24,5
»	32,0	29	24

L'influence des lipides sur la précipitation est donc plus grande que celle du chlorure de sodium.

Si au lieu d'une seule délipidation on en fait deux, la quantité des globulines obtenues augmente, bien que la nouvelle élimination d'électrolytes soit négligeable. Pour certains sérums, l'augmentation est grande; pour d'autres, faible. La valeur de cette augmentation n'est pas liée à la grandeur de la lipémie initiale : nous y reviendrons.

Exemples :

Espèce animale.	Globulines par litre de sérum après 1 précipitation acétonique.	Globulines par litre de sérum après 2 précipitations acétoniques.
Chien	27,5 g	39,5 g
Lapin I	16,5	25,5
Lapin II	21	30
Homme	33,5	38,5
Mouton	38	38
Bœuf	33	42

Que les globulines soient obtenues après une ou deux précipitations acétoniques du sérum, leur rapport N/S reste le même; il s'agit donc du même groupe de protides dont la précipitation n'avait pas été totale dans le premier cas.

Pour montrer l'influence des lipides sur la précipitation des globulines par l'acine carbonique, nous avons ajouté à une solution de protides sériques délipidés soit du gliode préparé selon Machebœuf (¹) (gliode de sérum de chien à 20 pour 100 de lipides et 60 pour 100 de sérine), soit une solution de sérine pure de même concentration. L'adjonction de gliode empêche considérablement la précipitation des globulines (on a des chiffres analogues à ceux fournis par le sérum initial simplement dilué), l'adjonction de sérine pure est sans effet.

Exemple : une solution de protides délipidés de sérum de chien donne un précipité de globulines égal à 25^{g} par litre de sérum; après adjonction de 1^{cm^3} de gliode par centimètre cube de sérum initial, le précipité de globulines n'est plus que de 8^{g} par litre; après adjonction de 1^{cm^3} de solution de sérine pure, il reste 25^{g} par litre de sérum initial.

Enfin l'action empêchante des complexes lipo-protidiques sur la précipitation des globulines se retrouve dans l'emploi des méthodes utilisant les sulfates de magnésie ou d'ammoniaque. Les sels neutres ont un pouvoir précipitant plus grand que le gaz carbonique vis-à-vis des globulines; directement appliquées au sérum les méthodes basées sur leur emploi donnent des résultats voisins de ceux fournis par l'acide carbonique après deux précipitations acétoniques du sérum. Mais si l'on compare les résultats obtenus par le sulfate de magnésie (méthode de Kayser) ou par le sulfate d'ammoniaque (méthode Abrami-Laurent) sur le sérum normal ou délipidé on a

(¹) MACHEBŒUF, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 11, 1929, p. 268 et 485.

des résultats nettement plus élevés dans le second cas pour certains sérums.

Exemples :

Résultats en grammes de globulines par litre de sérum.

Espèce animale.	Technique employée.	Sérum normal.	Sérum délipidé par 2 précipitations acétoniques.
Porc	SO^4Mg	44,7	52,7
	$SO^4(NH^4)^2$	41,6	48
Poule	SO^4Mg	28,8	32,1
	$SO^4(NH^4)^2$	30,4	38,8

Conclusion. — Les complexes lipo-protidiques du sérum exercent une action empêchante sur la précipitation des globulines soit par l'acide carbonique, soit par les sels neutres. L'existence de ces complexes éclaire des problèmes de physiopathologie sur lesquels nous reviendrons prochainement.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le tréhalose de la levure.*

Note de M. G. Tanret, présentée par M. A. Desgrez.

Dans leurs recherches sur les produits de fermentation du glucose et du lévulose par la levure desséchée et en présence de phosphate de soude, Robison et Morgan [1] ont isolé en 1928 l'éther monophosphorique du tréhalose. Cherchant à voir si la levure elle-même ne renfermait pas de tréhalose et opérant sur l'extrait alcoolique de levure basse, ils n'ont pas réussi à l'isoler en nature, mais, par l'examen du pouvoir réducteur et du pouvoir rotatoire avant et après hydrolyse chlorhydrique, ils ont été amenés à supposer que la levure sèche peut contenir des traces de ce sucre, 2 pour 1000 au maximum.

J'ai retiré facilement de notables quantités de tréhalose de la levure de boulangerie (levure haute), de sorte que celle-ci paraît être la matière

---

[1] Robison et Morgan, *Biochem. Journ.*, 22, 1928, p. 128. Les auteurs anglais signalent qu'en 1925 Koch et Koch, de Chicago (*Science*, 61, p. 570) avaient déjà isolé du tréhalose de la levure séchée à l'air; mais ceux-ci, disent-ils, n'ayant donné ni grands détails expérimentaux — les mots « levure de boulangerie » sont cependant imprimés dans leur Mémoire — ni rendements obtenus, ils se demandent s'il ne s'agissait pas là du dédoublement de l'éther tréhalose-monophosphorique primitivement formé.

première élective pour la préparation rapide et économique de ce sucre, toujours assez rare.

I. *Levure haute* (levure de panification, marque Springer).

1° *Recherche à partir de la levure séchée dans le vide.* — La levure fraîche (à 28 pour 100 de matière sèche), étalée en couche mince sur de larges plateaux, est desséchée dans le vide à 32° : la dessiccation est terminée au bout de 8 heures. La levure sèche, broyée et tamisée, est traitée à deux reprises par 5 fois son poids d'alcool à 90° bouillant. Les alcools sont distillés : on sépare les graisses par agitation à l'éther et la liqueur extractive est précipitée à fond par le sous-acétate de plomb. Après élimination du plomb par SO^4H^2, on enlève l'acide acétique par agitation avec de grandes quantités d'éther : on a ainsi une liqueur dépourvue de pouvoir réducteur et dont le pouvoir rotatoire brut est élevé ($\alpha_D + 100°$) : ramenée en sirop clair, elle est épuisée méthodiquement par l'alcool à 90° bouillant qui par refroidissement laisse cristalliser du tréhalose. Les sirops déposés de l'alcool, repris à leur tour par l'alcool bouillant, abandonnent de nouvelles cristallisations. (Solubilité du tréhalose, à 17°, dans l'alcool à 90°; 1 pour 480.)

10^{kg} de levure sèche ont ainsi donné 200^g de tréhalose bien pur, à $[\alpha]_D = +180°$.

2° *Recherche à partir de la levure fraîche.* — La recherche a été conduite de même. On a ainsi obtenu 164^g de tréhalose à partir de 30^{kg} de levure, correspondant à $8^{kg},400$ levure sèche, soit encore 20^g de tréhalose par kilogramme de levure sèche.

3° *Recherche à partir de la levure séchée à l'air.* — La levure Springer a été séchée lentement à l'air, à une température ne dépassant pas 25°. La dessiccation a demandé une huitaine de jours. $5^{kg},500$ levure sèche, provenant de 20^{kg} levure fraîche, ont donné 41^g de tréhalose, soit $7^g,5$ par kilogramme de levure sèche. On voit ainsi que près des deux tiers du sucre ont disparu au cours de la dessiccation spontanée.

II. *Levure basse de fermentation* (marque Dumesnil). — A l'inverse de la levure précédente, les traitements alcooliques ont donné un extrait dont le pouvoir rotatoire était nul, et il a été impossible d'en retirer le moindre cristal de sucre. La recherche a porté sur deux lots différents de levure fraîche, toujours avec le même résultat négatif. Tout au plus peut-on supposer la présence de traces de tréhalose, le pouvoir réducteur des extraits avant et après hydrolyse sulfurique passant de 0 à 4 pour 1000. D'autre part la recherche de la mannite, soit par la méthode des acétals, soit par

la recherche de l'augmentation du pouvoir rotatoire en présence de molybdate d'ammoniaque ([1]), a montré l'absence de cette hexite.

III. Quant au glycogène, sa teneur varie selon les levures envisagées. Après épuisement à l'alcool, ces dernières ont été traitées par l'eau de baryte bouillante à 4 pour 100 : les liqueurs d'extraction, privées de $Ba(OH^2)$ par SO^4H^2, ont été chauffées 4 heures avec de l'acide à 3 pour 100 : on hydrolyse ainsi la totalité du glycogène et une fraction de la gomme de levure, gomme qui forme 7 pour 100 environ du poids des cellules et qui ne demande pas moins de 10 heures, dans les mêmes conditions, pour être complètement dédoublée en mannose et glucose (Euler et Fodor) : le dosage du sucre réducteur formé a lieu par la méthode de Bertrand, après filtration sur amiante du précipité cuivrique qui se forme à froid en liqueur alcaline (gommate de cuivre). Le titrage du glycogène est ainsi entaché d'une erreur par excès, erreur qu'on peut estimer à 3 pour 100. Défalcation faite de cette correction, on a trouvé pour la levure haute, fraîche ou séchée dans le vide, une teneur en glycogène de 3,8 pour 100; de 2,3 pour la même levure séchée lentement à l'air; de 1,5 pour la levure basse de fermentation. La levure basse, déficiente en tréhalose, est donc aussi moins riche en glycogène que la levure haute.

IV. Comme les extraits alcooliques de levure contiennent du glutathion (Hopkins, Fabre et Simonnet), on y a recherché la présence possible d'un autre composé sulfhydrylé, l'ergothionéine, découverte primitivement dans l'ergot ([2]) : le traitement direct de 10^{kg} de levure sèche comme la recherche de la réaction de Hunter (acide diazo-sulfanilique en solution alcaline) ont donné le même résultat négatif. Hunter et Eagles, en 1927, avaient déjà d'ailleurs émis l'opinion de l'absence probable d'ergothionéine dans la levure.

En résumé le tréhalose existe assez abondant dans la levure haute (20^g au kilogramme) : on n'en trouve pas dans la levure basse. On voit ainsi l'influence capitale de la race et des conditions de vie de la levure sur la composition de ses réserves hydrocarbonées.

([1]) G. Tanret, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1500.

([2]) Ch. Tanret, *Comptes rendus*, **149**, 1909, p. 222. L'ergothionéine ne réagit pas avec le nitroprussiate de soude ammoniacal, réactif du glutathion : par contre elle fixe l'iode et peut être titrée par ce réactif en présence d'empois d'amidon. On a ainsi trouvé que 1^{mg} d'iode correspond à 1^{mg},7 d'ergothionéine.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches biochimiques sur le sérum des malades atteints de néphrose lipoïdique*. Note (¹) de MM. **M.-A. Machebœuf** et **R. Wahl**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le sérum des malades atteints de néphrose lipoïdique est, en général, pauvre en protéides et très riche en substances lipoïdiques (lipides divers et cholestérol). De nombreux auteurs ont pensé pouvoir étayer le diagnostic biologique de cette affection sur le dosage des globulines et des albumines du sérum; certains ont pensé que l'abaissement du rapport entre les teneurs en albumines et en globulines était un symptôme caractéristique de la néphrose lipoïdique, mais Wahl (²) a montré que, dans quelques cas de néphrose, ce rapport peut être normal ou même supérieur à la normale, tandis que d'autres auteurs, et tout particulièrement Abrami et Wallich (³), ont trouvé ce rapport très abaissé, au cours d'autres affections. Nous avons vérifié ces faits en utilisant une technique très précise que nous indiquerons sous peu dans un Mémoire plus détailé.

La simple étude des globulines et des albumines du sérum étant insuffisante pour caractériser la néphrose lipoïdique, nous avons étudié les lipides de ces sérums.

Dans le sérum d'homme normal, une partie des lipides est précipitée par le sulfate d'ammonium avec les globulines, tandis qu'une partie un peu plus importante reste en solution avec les albumines. Nous avons étudié dans les sérums si riches en matières grasses des malades atteints de néphrose lipoïdique, comment se comportaient ces substances au cours de la précipitation des globulines par le sulfate d'ammonium. Bien que la teneur en lipides de ces sérums soit très élevée, la quantité de lipides entraînés par les globulines lors de leur précipitation n'est pas très sensiblement supérieure à la normale. Ces sérums sont pauvres en albumines et cependant une très grande quantité de lipides résiste à la précipitation par le sulfate d'ammonium à demi-saturation et reste en solution avec les

(¹) Séance du 20 avril 1931.

(²) R. Wahl, *Thèse de Médecine*, Paris, 1929 (G. Doin et Cie, éditeurs).

(³) Abrami et Wallich, *Modifications du sérum sanguin au cours des cirrhoses du foie avec ascite. Inversion du rapport serines-globulines* (*C. R. Soc. Biol.*, 101, 25 mai 1929, p. 291) et Wallich, *Thèse de Médecine*, Paris, 1930 (Jouve et Cie, éditeurs).

albumines. Il est curieux de constater que les solutions ainsi obtenues, bien que très riches en lipides, sont à peine opalescentes ou limpides et cela malgré une forte teneur en sels neutres et une faible teneur en protéides. Les teneurs en protéides et en lipides de ces solutions sont à peu près de même ordre : pour 100^g de protéides, on trouve par exemple de 65 à 90^g de lipides suivant les cas. Si l'on acidifie jusqu'à pH = 3,7, la concentration en sels neutres étant très élevée, les albumines précipitent et les lipides les accompagnent dans leur précipitation ([1]). Cette précipitation des lipides est réversible et l'ensemble se dissout dans l'eau distillée si l'on ajoute de l'ammoniaque diluée en quantité suffisante pour ramener le pH à 7 ou au-dessus.

Nous avons pratiqué ces essais sur des sérums provenant les uns d'individus normaux, les autres de malades atteints de diverses affections et nous avons constaté ce qui suit :

Dans les sérums de néphrose lipoïdique, la quantité de lipides entraînés par 100^g d'albumines est constamment très élevée, nous l'avons toujours trouvée supérieure à 70^g.

Dans un cas de néphrite associée à de la néphrose, nous avons trouvé 61^g.

Dans tous les autres cas pathologiques examinés : néphrites, cirrhoses, tuberculose, œdèmes cardiaques, cancer, etc., nous avons toujours trouvé moins de 25^g.

Chez les individus normaux, nous avons toujours trouvé moins de 15^g, généralement même moins de 10^g de lipides entraînés par 100^g d'albumines. Cette étude doit être étendue à de nombreux cas de néphrose ou d'affections diverses pour vérifier la constance absolue du phénomène, mais il nous semble déjà possible de considérer comme caractéristique de la néphrose lipoïdique une forte élévation de la quantité des lipides entraînés par les albumines au cours de leur précipitation.

Nous proposons d'appeler index lipoalbuminique la quantité de lipides entraînés par 100^g d'albumines lors de leur séparation d'avec les globulines. Cet index est normalement inférieur à 15, il s'élève jusqu'à 25 au cours de diverses affections, mais dépasse 60 dans la néphrose lipoïdique.

([1]) M.-A. Macheboeuf, *Bull. Soc. Chimie biol.*, 2, III, mars 1929, p. 268, et IV, avril 1929, p. 485, et *Thèse de Doctorat ès sciences*, Paris, 1928.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Les composés sulfhydrylés du sang humain à l'état normal et dans les états pathologiques.* Note (¹) de MM. **Marcel Labbé** et **F. Nepveux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le glutathion sous sa forme réduite a été très étudié depuis sa découverte par Hopkins (²). En France Blanchetière, L. Binet et Melon, Mme Randoin et R. Fabre ont recherché la teneur en glutathion des organes de différents animaux et ont suivi les variations physiologiques du taux de glutathion au cours de l'asphyxie, de la contraction musculaire, du diabète pancréatique expérimental et de l'avitaminose B.

Nous avons déterminé la teneur du sang humain en composés sulfhydrylés (glutathion réduit, cystéine, acide thioglycolique) à l'état normal et dans les états pathologiques; nos résultats sont exprimés en glutathion pour 1000^{cm^3} de sang.

Le sang veineux est prélevé sans stase chez les sujets à jeun; il est immédiatement mélangé à cinq fois son volume d'acide trichloracétique à 10 pour 100. Il est important d'opérer ainsi, car le sang s'enrichit en corps sulfhydrylés en vieillissant. Sur le filtrat trichloracétique, on applique la technique de H. E, Tunnicliffe, précisée par Mme Randoin et R. Fabre; le terme de l'oxydation par l'iode titré est fixé par la disparition de la réaction au nitroprussiate de sodium en milieu ammoniacal. La précision des résultats est de l'ordre de 5 à 6 pour 100.

Dans le sang de 10 *sujets normaux*, nous avons trouvé des valeurs allant de $0^g,156$ à $0^g,256$; moyenne, $0^g,215$.

Chez 9 *sujets goutteux*, les valeurs ont été de $0^g,080$ à $0^g,208$; moyenne, $0^g,135$.

Chez 21 *obèses*, elles ont été de $0^g,071$ à $0^g,236$; moyenne, $0^g,154$.

Chez 12 *cirrhotiques*, les valeurs ont oscillé de $0^g,070$ à $0^g,230$; moyenne, $0^g 114$.

Chez 16 *diabétiques sans dénutrition ni acidose*, elles ont été de $0^g,076$ à $0^g,216$; moyenne, $0^g,141$.

Chez 6 *diabétiques avec dénutrition et acidose*, elles ont été de $0^g,080$ à $0^g,169$; moyenne, $0^g,133$.

Si l'on compare les moyennes de la teneur du sang en composés sulfhy-

(¹) Séance du 20 avril 1931.

(²) Pour la bibliographie, se reporter aux deux importants Mémoires de A. Blanchetière, L. Binet et L. Mélon, *Les catalyseurs cellulaires thermostables* (*Journal de Physiologie et de Pathologie générale*, 27, 1, mars 1929, p. 1 et 19).

drylés provenant de sujets atteints de troubles de la nutrition, à celles du sang normal, on constate, en général, un abaissement de la teneur en ces composés oxydo-réducteurs. Cependant, il n'y a pas de relations directes entre le taux de glutathion réduit et les différents éléments couramment dosés dans le sang (glucose, acide urique, urée, cholestérol), ainsi qu'il ressort des nombreux dosages que nous avons effectués. Il n'y a pas non plus de parallélisme entre le glutathion, la réserve alcaline ou le métabolisme basal.

Le mécanisme d'action *in vivo* des corps sulfhydrylés dans le métabolisme des protides, des glucides, des lipides est encore mal précisé; il est possible que leur action oxydo-réductrice ne porte que sur certaines étapes de la dégradation des chaînes chimiques sans retentissement immédiat sur la glucidémie, l'uricémie ou la lipémie.

Conclusion. — Nos recherches montrent que dans les troubles de la nutrition, la teneur du sang en glutathion est en général inférieure au taux normal, et nous pensons que cet abaissement est le fait d'une insuffisance du foie, organe particulièrement riche en composés sulfhydrylés.

A 16^{h}, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}25^{m}.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MARS 1931.

Mollusques terrestres et fluviatiles, par LOUIS GERMAIN. In *Faune de France*. Tome 21. Paris, Paul Lechevalier, 1930; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Contribution à l'étude du peuplement des Iles Britanniques, par W. S. BRISTOWE, J. CARDOT, W. E. CHINA, L. DUPONT, H. HEIM DE BALZAC, L. JOLEAUD, MARTIN, E. MOSELY, J. SAINTE-CLAIRE DEVILLE, B. P. UVAROV, A. J. WILMOTT. In *Société de biogéographie*, III. Paris. Paul Lechevalier, 1930; 1 vol. 25^{cm},3. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Myrsinacées (fin), par J. PITARD; *Sapotacées, Ebénacées*, par H. LECOMTE. In *Flore générale de l'Indochine*. Tome troisième, fasc. 7. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 fasc. 25^{cm},2.

Measures of double Stars, par FRANCIS P. LEAVENWORTH. *With Which Are Included The Measures*, par WILLIAM O. BEAL. Minneapolis, The University of Minnesota Press, 1930; 1 vol. 30^{cm}.

Repertorio de Las Publicaciones y Tareas de la Real Sociedad Geográfica (1921-1930), par D. JOSÉ MARIA TORROJA. Madrid, Imprenta del P. de H. de Intendencia e Intervención Militares, 1931; 1 fasc. 24^{cm}. (Présenté par M. G. Perrier.)

La Partecipazione Italiania alla Seconda Conferenza Mondiale dell'Energia. Berlino, Guigno, 1930. In *Comitato Per l'Ingegneria del Consiglio Nazionale Delle Ricerche*. Roma, Tipografia del Senato, 1931; 1 vol. 27^{cm},7.

Les insectes nuisibles des vergers et de la vigne, par A. PAILLOT. Paris, G. Doin et Cie, 1931; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. P. Marchal.)

Éléments d'une Faune des Myriapodes de France. Chilopodes, par H. W. BROLEMANN. Toulouse, Imprimerie Toulousaine, 1930; 1 vol. 25^{cm}. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

Introduction à la géométrie projective différentielle des surfaces, par GUIDO FUBINI et EDUARD ČECH. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. 25^{cm},3. (Présenté par M. E. Cartan.)

L'Anc. franç. Pichar *et l'étimolojie du franç.* Cloporte. *Réponse à une qestion*, par A. THOMAS. Extrait de la *Romania*, LVI, 1930; Paris, 1930; 1 fasc. 25^{cm}.

(A suivre.)

ERRATA.

(Séance du 23 mars 1931.)

Note de M. *Tesar*, Représentation, en grandeur et direction, des efforts intérieurs dans le cas des problèmes d'élasticité plane :

Page 728, ligne 6 à partir du bas, *au lieu de* avec les isostatiques, *lire* de cette dernière inclinaison.

Note de MM. *E. Carrière* et *Raulet*, Contribution à l'étude des complexes argentohyposulfites de sodium :

Page 746, ligne 14 en remontant, *au lieu de* Un troisième sel complexe de formule $Ag^3(S^2O^4)^3Na^5.2H^2O$, *lire* Un troisième sel complexe de formule $Ag^3(S^2O^3)^4Na^5.2H^2O$.

(Séance du 30 mars 1931.)

Note de MM. *A. Magnan* et *A. Sainte-Laguë*, Sur la distribution des vitesses aérodynamiques autour d'un avion en vol :

Page 796, dans la colonne du tableau où sont les numéros donnant la position des trompes sur les figures, la ligne du n° 6 doit être la ligne 9; les n°s 7, 8, 9 deviennent par conséquent 6, 7, 8.

(Séance du 7 avril 1931.)

Note de M. *H. Forestier*, Les ferrites : relation entre leurs structures cristallines et leurs propriétés magnétiques :

Page 843, ajouter sous la figure la légende suivante :

Rayonnement K du fer; diamètre de la chambre spectrographique : $5^{cm},74$.
(Seule la moitié gauche du cliché est reproduite sur la figure.)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 MAI 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Sur les propriétés optiques d'un liquide placé dans un champ magnétique et traversé par un faisceau polarisé de direction quelconque*. Note de M. **A. Cotton**.

Dans un Rapport présenté au Conseil de Physique Solvay tenu à Bruxelles au mois d'octobre dernier, j'ai signalé quelques-unes des recherches pour lesquelles le grand électro-aimant de l'Académie des Sciences peut se montrer particulièrement précieux. L'une de ces recherches vient d'être poursuivie à Bellevue; il s'agit de l'étude des propriétés optiques d'un liquide soumis à l'action d'un champ magnétique lorsqu'on se trouve dans le cas général où le faisceau lumineux se propage obliquement par rapport aux lignes de force. Dans ce cas, au lieu d'observer simplement comme dans le cas de l'observation longitudinale la polarisation rotatoire magnétique, ou bien, dans le cas de l'observation transversale la biréfringence magnétique seule, on a des propriétés optiques qui résultent de la coexistence de ces deux phénomènes.

Dans une Note qu'on lira ci-après (p. 1089), MM. G. Dupouy et M. Schérer, qui ont fait sur ce sujet une étude très soignée, résument les résultats auxquels ils sont arrivés, résultats qui feront l'objet d'un travail plus étendu. Je voudrais ajouter à leur Note, d'abord quelques mots au sujet de l'installation même qui a été utilisée, puis quelques remarques personnelles.

I. Même si l'on se borne, comme c'est le cas des expériences de MM. Dupouy et Schérer, à des valeurs assez faibles, ne dépassant

guère 11°, de l'angle i que forment les rayons utilisés avec le plan équatorial de l'électro-aimant, on voit sans peine que l'étude de la superposition des deux effets optiques dont il s'agit ne pouvait être entreprise qu'avec le gros électro-aimant de Bellevue. Il faut en effet un entrefer assez large pour qu'on puisse faire à l'intérieur tourner la cuve, qui doit toujours recevoir normalement le faisceau lumineux incident; d'autre part le champ doit être bien uniforme et d'une intensité suffisante pour que les angles mesurés soient déterminés avec une précision satisfaisante.

Le dispositif adopté, réalisé avec soin par le mécanicien du Laboratoire de l'Électro-Aimant, M. Collé, est en principe le suivant: Autour de l'électro-aimant immobile se trouvent, de part et d'autre de l'entrefer, deux chariots qui peuvent tourner tous deux autour d'un axe vertical fixe O passant par le centre de l'entrefer. A cet effet ils sont portés à l'extrémité de deux bras mobiles B_1, B_2 placés au voisinage du sol et qui peuvent tourner tous les deux autour d'un cône de roulement placé également sur le sol au-dessous de l'entrefer. Les chariots roulent sur des plaques de métal incrustées dans le sol de part et d'autre de l'électro-aimant. Sur ces plaques, qui jouent le rôle de chemins de roulement, on a tracé des arcs de circonférence centrés sur O : ces arcs portent des repères qui permettent de connaître les angles dont on tourne les chariots et de les remettre dans telle ou telle position déterminée à l'avance. Le chariot entraîné par le bras B_1 porte la source de lumière, le monochromateur et le polariseur. La cuve renfermant le liquide étudié est portée par un support S solidaire de ce bras B_1 de sorte qu'en faisant tourner ce bras on fait tourner la cuve en laissant le faisceau lumineux exactement réglé normalement à la face d'entrée de la cuve. Le bras B_2 entraîne de son côté le chariot portant l'analyseur (analyseur de Chaumont auquel on a apporté quelques perfectionnements).

Cette disposition remplace dans une certaine mesure la rotation d'ensemble de l'électro-aimant tout entier autour d'un axe vertical que l'on peut faire effectuer à des instruments plus petits. Elle se montre très commode dans d'autres cas, notamment lorsqu'il s'agit de régler les appareils pour une simple mesure de biréfringence. J'ajouterai que les bras B_1, B_2 sont amovibles, ainsi que les chariots et qu'on peut, en enlevant le support S de la cuve, découvrir, au milieu des pièces concentriques creuses qui guident le mouvement de rotation autour de l'axe O, une ouverture assez large. Un faisceau lumineux peut alors au besoin être envoyé verticalement, de haut en bas, jusque dans la salle de spectroscopie située en dessous : lorsqu'on remettra plus tard les chariots en place il ne sera pas nécessaire de les régler à nouveau.

II. Il y avait un double intérêt à étudier ainsi ce cas général de propagation de la lumière dans le liquide soumis à l'action du champ.

Tout d'abord, il y avait là une occasion nouvelle de soumettre à un contrôle expérimental les conclusions de la théorie de Gouy. D'après Gouy, comme on sait, lorsqu'on envisage le passage d'une vibration à travers une tranche infiniment mince du milieu transparent, doué à la fois de biréfringence et d'un pouvoir rotatoire (naturel ou magnétique) les deux effets, supposés indépendants, se superposent purement et simplement; ils se traduisent par deux rotations infiniment petites sur la sphère de Poincaré. Partant de là, on calcule les changements que la traversée d'une couche d'épaisseur finie produit sur la vibration incidente.

Cette théorie a été mise déjà souvent à l'épreuve; mais en ce qui concerne la rotation magnétique les vérifications avaient toujours été faites dans des directions très voisines des lignes de force du champ. MM. Dupouy et Schérer, faisant pour une incidence donnée i changer l'azimut de la vibration incidente, trouvent, eux aussi, que même près du plan équatorial, les changements dans les vibrations émergentes obéissent aux formules connues.

D'autre part les valeurs calculées, pour chaque incidence i, pour le pouvoir rotatoire ω et pour la biréfringence φ, à partir des angles réellement mesurés, obéissent aux formules suivantes :

$$(1) \qquad \begin{cases} \omega = \omega_0 \sin i, \\ \varphi = \varphi_0 \cos^2 i, \end{cases}$$

où ω_0 et φ_0 sont des constantes. La première formule exprime que les rotations, même lorsque la biréfringence intervient, obéissent encore à la loi indiquée par Verdet et vérifiée par Cornu et Potier : elles varient comme la composante du champ suivant la direction du faisceau lumineux. La deuxième s'obtient de même en écrivant que les biréfringences varient proportionnellement *au carré* de la composante du champ qui est normale à ce faisceau.

Il n'était pas évident *a priori* que l'on trouverait ainsi pour ω_0 et φ_0 des valeurs constantes. La théorie de l'orientation fait même prévoir au contraire que des variations de ces quantités pourraient apparaître si les actions directrices avaient des grandeurs suffisantes : dans un milieu primitivement isotrope devenu biréfringent sous de telles actions, les propriétés spécifiques peuvent en effet changer avec la direction, puisque l'effet de chaque molécule considérée isolément doit en général dépendre de l'orien-

tation de cette molécule par rapport au faisceau de lumière. Je rappelle que De Mallemann ([1]), étudiant la superposition de la biréfringence électro-optique de Kerr avec la rotation naturelle, avait signalé pour l'un des liquides étudiés, la carvone, de légères variations systématiques de la rotation spécifique calculée.

En fait, MM. Dupouy et Schérer trouvent que les quantités désignées ici par ω_0 et φ_0 sont constantes au degré d'approximation des mesures. Je dois signaler toutefois que pour un des liquides étudiés, le α-bromonaphtalène, les erreurs résiduelles, bien qu'inférieures aux erreurs d'expériences, présentent une allure systématique; mais il faudrait, pour mettre nettement en évidence cet effet de l'orientation, des instruments plus puissants encore.

La formule donnant la différence de phase δ qui s'introduit entre les deux vibrations privilégiées

$$(2) \qquad \delta^2 = 4\omega^2 + \varphi^2$$

permet de calculer ou de construire géométriquement la différence de phase que prennent, en traversant le liquide, les deux composantes elliptiques privilégiées d'une vibration incidente. Ces deux vibrations d'Airy, de sens opposés, et à angle droit l'une de l'autre, ont toutes deux pour rapport des axes tang R, l'angle 2R étant donné par

$$\operatorname{tang} 2R = \frac{2\omega}{\varphi}.$$

Si par exemple on construit δ en traçant un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont égaux aux différences de phase 2ω et φ, on obtient à la fois, pour chaque valeur de i, la valeur de δ et la position occupée sur la sphère de Poincaré par les points représentant les vibrations privilégiées relatives à cette direction du faisceau lumineux.

Si enfin on considère, non plus les différences de phase $\delta, 2\omega_0, \varphi_0$ relatives à une épaisseur e de liquide placé dans le champ, mais les différences d'indices correspondantes $\left(\text{obtenues en multipliant par } \frac{\lambda}{2\pi e}\right)$ on obtient de même pour toute valeur de i la différence des indices $n' - n''$ entre les deux vibrations privilégiées, c'est-à-dire la distance comptée suivant le rayon vecteur correspondant entre les deux nappes de la *surface des indices*.

([1]) De Mallemann, *Annales de Physique*, 2, 1924, p. 25.

Cette surface est une surface de révolution à deux nappes coupée par le plan de symétrie équatorial suivant deux cercles ayant comme rayons les deux indices principaux n_e et n_0; elle perce l'axe en des points distants du centre de $\pm n_1$ et $\pm n_2$, n_1 et n_2 étant les indices correspondant respectivement aux vibrations circulaires ayant le sens des courants d'Ampère et le sens opposé. Les deux nappes ne se coupent pas, l'intervalle qui les sépare va constamment en croissant (avec les liquides étudiés jusqu'ici), lorsqu'on part du plan équatorial pour se rapprocher de la direction de l'axe de révolution, c'est-à-dire de la direction des lignes de force du champ magnétique.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *La maladie du jeune âge des chiens est transmissible expérimentalement à l'homme sous forme inapparente. Portée de cette constatation.* Note de M. **Charles Nicolle**.

L'espèce humaine ne mène pas une existence isolée parmi les êtres. Elle vit au contact d'animaux domestiques et de commensaux parasites.

Ces voisins lui communiquent certaines de leurs maladies : l'homme emprunte la rage au chien, la tuberculose aux bovidés, la morve au cheval, la fièvre méditerranéenne à la chèvre, la peste au rat. Cette énumération, bien écourtée, ne tient compte que de maladies à symptômes cliniques. Or nous savons, par la connaissance des *infections inapparentes*, qu'une espèce animale qui ne témoigne d'un mal par aucun signe peut le prendre, le conserver et le transmettre à une autre espèce, celle-là nettement sensible. Dans tous ces cas, clairs ou secrets, l'animal joue vis-à-vis de l'homme le rôle de réservoir de virus.

A-t-on réfléchi à cette singularité que, dans ces échanges, le rôle d'agent contaminateur paraît unilatéral, alors qu'il devrait être réciproque?

Nous ne connaissons pas, pour ainsi dire, de maladies animales d'origine humaine. Si le bacille tuberculeux de type humain peut passer de notre espèce à certaines autres, il faut remarquer qu'originellement tous les bacilles tuberculeux sont, sans doute, de provenance bovine.

Cette absence de réciprocité ne paraît pas logique. Ne serait-elle pas due à un défaut d'observations ou de recherches?

Le chien vit en communauté avec l'homme depuis la préhistoire. Aucun chien de notre temps n'échappe à la maladie du jeune âge. L'homme se trouve donc sans cesse au contact avec des chiens atteints sans qu'il semble témoigner aucune sensibilité vis-à-vis de leur mal.

Je me suis demandé si cette résistance était bien réelle. En tout cas, le contrôle méritait d'être tenté. D'autre part, il s'annonçait comme inoffensif; car il était bien évident que, si l'homme contractait la maladie du jeune âge, ce ne pouvait être que sous une forme très légère puisque le fait n'avait jamais été constaté.

Le virus que j'ai utilisé, d'origine normande, m'a été obligeamment fourni par L. Blaizot qui le tenait de Charles Lebailly. Inoculé, sous la peau ou dans la cavité péritonéale de jeunes chiens, à la dose de 5^{cm^3}, il leur donne, comme premier et constant symptôme, une élévation de température à 40° ou au-dessus le 4ᵉ jour de l'inoculation. Cette fièvre ne dure d'ordinaire que deux jours. L'évolution classique de la maladie suit, à moins que l'animal n'ait succombé pendant la courte période fébrile initiale.

Avec 5^{cm^3} du sang défibriné d'un chien de passage, j'inocule sous la peau, une heure après la saignée, un homme, un jeune singe (callitriche) et un jeune chien.

Au 4ᵉ jour, le chien présente l'élévation thermométrique ordinaire. Au 6ᵉ jour, je prélève le sang du sujet et celui du singe et j'inocule, par voie péritonéale, avec ces sangs, respectivement deux jeunes chiens qui sont rigoureusement isolés.

Ni le sujet ni le singe n'ont témoigné la moindre réaction, fébrile ou autre. On peut affirmer que, chez le sujet, il n'y a pas eu le plus petit symptôme.

Or le chien qui a reçu le sang de l'homme a présenté l'élévation caractéristique de température le 4ᵉ jour et les passages, pratiqués avec son sang sur deux autres chiens, ont été de même positifs. La maladie a pu être transmise encore à un chien au troisième passage. Par contre le chien, inoculé avec le sang du singe, n'a rien présenté.

L'expérience est intéressante à plusieurs points de vue :

Le premier, d'ordre particulier. Elle montre que l'homme est sensible au virus de la maladie du jeune âge sous forme rigoureusement inapparente.

Le deuxième, d'ordre général. Elle prouve que l'homme peut jouer, dans certains cas, le rôle de réservoir de virus par rapport aux animaux, de même que ceux-ci le jouent fréquemment vis-à-vis de lui. Ce rôle sera d'autant plus dangereux que la maladie humaine se montre, comme dans les cas que nous avons rapportés, nulle en symptômes, donc insoupçonnable.

Enfin, la règle étant que, quand deux espèces sont sensibles à un virus l'une sous forme nette, l'autre sous forme atténuée ou inapparente, la maladie est plus ancienne dans la seconde espèce, il y a lieu de supposer

que la maladie du jeune âge est une affection primitive de l'homme. Elle se serait peu à peu effacée de la pathologie humaine par suite de l'immunité héréditaire consécutive à des atteintes répétées, tandis que, passée au chien, elle le frappe actuellement avec sévérité.

M. Georges Perrier fait hommage à l'Académie du tome 7, fascicule 1, des *Travaux de la Section de Géodésie de l'Union géodésique et géophysique internationale :* Rapports nationaux sur les travaux exécutés dans les différents pays, établis à l'occasion de la quatrième Assemblée générale. Stockholm, 11-23 août 1930.

M. Gustave Ferrié fait hommage à l'Académie du *Cours élémentaire de Télégraphie et Téléphonie sans fil*, par F. Bedeau, dont il a écrit la *Préface*.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire de Biologie générale vacante au Collège de France, pour la première ligne, M. *Jacques Duclaux* obtient 46 suffrages contre 3 à M. *René Legendre;* il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne, M. *René Legendre* obtient 47 suffrages; il y a 1 bulletin blanc et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne.................... M. **Jacques Duclaux**,
En seconde ligne.................... M. **René Legendre**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

L'Opera Maggiore di Alessandro Volta. *Desunta dall' Edizione Nazionale*, par Luigi Dall'Oppio.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une atténuation essentielle de l'axiome du choix*. Note de M. **A. Fraenkel**, présentée par M. Hadamard.

La proposition générale de l'axiome du choix, qui dit qu'à toute classe $E = \{A, B, \ldots\}$ d'ensembles disjoints non nuls A, B, ... il existe au moins un « ensemble de choix de E », peut être spécialisée quant à la puissance de la classe E aussi bien que par rapport à la puissance de ses éléments. Puisque l'on peut *démontrer*, à partir des principes usuels, que l'axiome est valable dans le cas d'une classe *finie* E, on aura, comme l'on sait, la plus grande spécialisation possible de ce genre, en prenant E *dénombrable et les ensembles* A, B, ... *tous finis*.

On sait jusqu'à présent seulement, que l'axiome du choix, même sous cette forme spéciale, est indépendant de tous les autres principes usuels de la théorie des ensembles; de là vient aussi l'indépendance du « théorème de l'ordre », c'est-à-dire de la proposition disant que tout ensemble peut être ordonné [1]. L'état de dépendance entre les différents degrés de l'axiome du choix (ou du théorème du bon ordre, qui lui est équivalent) et le théorème de l'ordre n'est, par contre, pas encore élucidé.

Nous avons pu démontrer la proposition suivante :

La proposition de l'axiome général du choix — même dans le cas d'un ensemble E *dénombrable — est indépendante de la spécialisation formulée plus haut* (E *dénombrable, les éléments de* E *finis*); *c'est donc une spécialisation essentielle*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *La totalité des nombres représentables par une forme indéfinie générale quadratique ou cubique*. Note de M. **W. Tartakowsky**, présentée par M. Hadamard.

1. Dans une Note précédente, je considère une fonction génératrice d'Euler généralisée. Je l'applique ici pour déterminer la totalité des nombres représentables par une forme indéfinie quadratique ou cubique. Les résultats principaux peuvent être exposés en deux théorèmes :

Théorème I. — *Soit* $F_k(x_1, \ldots, x_s)$ *une forme générale indéfinie du*

[1] La démonstration sera donnée dans un autre travail.

degré $k = 2, 3$. Si $s \geqq s_1$,

(1) $$r(F_k, m, \nu) = \Delta u(\nu) . \gamma(F_k, \nu) + o(m^{s-k-c_0}) \qquad (c_0 > 0).$$

1° $r(F_k, m, \nu)$ est le nombre de représentations du nombre ν par la forme F_k quand $x_1, \ldots, x_s$ parcourent toutes les valeurs $-m, \ldots, +m$.

2° $\gamma(F_k, \nu)$ est donné par les formules (5) et (6) de la Note mentionnée.

3° $\Delta u(\nu)$ est le volume contenu entre les surfaces $F = \nu$ et $F = \nu + 1$ dans le cube W.

2. Pour démontrer ce théorème il faut avant tout démontrer une série de lemmes généralisant le lemme de M. Weyl, sur l'évaluation de sommes de Gauss telles que

(2) $$\left| \sum_{(H')} e^{2\pi i \lambda F(x_1 - x_s)} \right| \leqq P.$$

λ est un point d'un domaine de Woronoï du point $\left(\frac{l}{q}\right)$; (H') est un certain ensemble de points entiers et P une quantité dépendant de q de $\lambda - \frac{l}{q}$ et de (H'), mais essentiellement plus petite que le nombre de points de (H'). Le lemme principal concerne le cas où λ est un point d'un arc mineur et $(H') = (H'_1)$ est le cube W total. Dans ce cas $P = C m^{s(1-\delta)+a}$, où a et δ sont des constantes indépendantes de s et où, de plus, $\delta > 0$. Un autre lemme concerne le cas où λ appartient à un arc majeur et $(H') = (H'_2)$ est défini comme il suit. Remplissons l'espace $(h_1, \ldots, h_s)$ par les cubes T;

$$J_i q \leqq h_i \leqq (J_i + 1) q \qquad (J_i = -\infty, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, +\infty),$$

puis enlevons de $\varphi(\mu)$ leurs parties appartenant à deux cubes T, qui contiennent des points de la frontière de $\varphi(\mu)$. Le reste de $\varphi(\mu)$ forme (H'). Dans ce cas $P = C m^{s-1} q^{1-\frac{1}{2^{k-1}}+\varepsilon}$ $(k = 2, 3)$. La démonstration des théorèmes I et II exige encore d'autres lemmes du type (2).

Mais ces lemmes n'ont pas lieu pour chaque forme $F(x_1 \ldots x_s)$. Cependant, dans l'espace $\bar{\sigma}$-dimensionnel des coefficients de la forme F_x, les formes pour lesquelles les lemmes (2) cessent d'être vrais forment un ensemble de $\bar{\sigma}_1$ dimensions $(\bar{\sigma}_1 < \bar{\sigma})$. Alors nous pouvons les nommer « formes exceptionnelles » et dire que les lemmes généralisés de M. Weyl sont vrais pour une forme $F_k (k = 2, 3)$ « générale ». Pour $k = 2$, cette condition est très simple : le discriminant $\Delta(F_2) \neq 0$. Pour la forme cubique, nous trouvons diverses conditions suffisantes. Ici, nous indiquerons la sui-

vante : $\Delta(F_3) \neq 0$ et le rang de la matrice $D(F_3)$ du Hessien de $F_3 \left| \frac{\partial^2 F_3}{\partial x_i \partial x_k} \right|$ surpasse $s - \sigma_0$ pour chaque système de valeurs de $x_1 \ldots x_s$ excepté

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_s = 0$$

$\left[\sigma_0 \text{ est le plus petit nombre entier pour lequel } \frac{1}{2}\sigma_0(\sigma_0+1) > s\right]$. Chaque forme cubique remplissant ces conditions est non additive.

3. La fonction asymptotique à $f(x)$ sur un arc majeur du point $\left(\frac{l}{q}\right)$ sera choisie comme il suit :

$$f_0(x) = \frac{S_\rho}{q^s} \sum_{\nu=M_1}^{M} \Delta\nu(\nu) X^\nu, \qquad X = xe^{-2\pi i \frac{l}{q}} \tag{3}$$

(M_1 est la plus petite et M la plus grande valeur de F_k dans w). L'emploi de cette fonction exige l'emploi d'une méthode nouvelle pour l'évaluation des intégrales sur les arcs majeurs, analogue aux considérations qu'on utilise pour démontrer le théorème de Riemann dans la théorie des séries trigonométriques. Cette analyse s'appuie sur un lemme géométrique concernant la variation de $\Delta\nu(\nu)$.

4. On déduit du théorème I, à l'aide de certaines considérations arithmétiques, que $\gamma(F_k, \nu) > b$ (b étant une constante positive), si ν est représentable par F_k module d. d est un nombre dépendant du discriminant de F_k. Nous obtenons ainsi le

Théorème II. — *Pour qu'une forme « générale »* (au sens expliqué plus haut) $F_k(x_1 \ldots x_s)(s \geqq s_k;\ k = 2, 3)$ *représente un nombre* ν, *il est nécessaire et suffisant que* F_k *représente* ν *module d* (*d est un nombre fixe dépendant du discriminant de* F_k). *Alors la totalité des nombres* ν *représentables par* F_k *constitue un système de progressions arithmétiques infinies avec la même différence d* :

$$\nu = dx + m_i \qquad [-\infty < x < +\infty;\ m_i \equiv F(x_1 \ldots x_s) (\text{mod}\, d);\ 0 \leqq m_i < d]. \tag{4}$$

Dans le théorème I, $s_2 = 4$; dans le théorème II, $s_2 = 5$. Pour $s_2 = 4$, peuvent exister des nombres premiers « décroissants » (1). Dans ce cas le résultat sur la totalité de ν est plus compliqué que (4), mais un peu plus simple que notre résultat dans le cas des formes définies (1). Pour les

(1) Voir W. Tartakowsky, *Die Gesammtheit der Zahlen die durch eine positive quadratische Form* $F(x, \ldots, x_s)$ $(s \geqq 4)$ *darstellbar sind* (*Bulletin de l'Académie des Sciences d'U. R. S. S.*, 6e série, 1929, no 1, p. 111-122, et no 2, p. 165-196).

formes cubiques, la condition énoncée plus haut donne $s_3 = 55$. Mais cette borne peut être essentiellement abaissée.

Il faut remarquer que les théorèmes I et II sont vrais pour tous les nombres ν, pour les grands et pour les petits.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions holomorphes et bornées dans un demi-plan.* Note de M. **Mandelbrojt**, présentée par M. Hadamard.

Nous désignons par $f^{(-n)}(z)$ une $n^{\text{ième}}$ primitive quelconque, c'est-à-dire une fonction telle que

$$\frac{d^n f^{(-n)}(z)}{dz^n} = f(z).$$

Nous démontrons le théorème suivant :

Soit $F(z)$ *une fonction holomorphe et bornée dans le demi-plan* $x \geqq 0$ $(z = x + iy)$.

Si, pour un choix convenable de la $n^{\text{ième}}$ *primitive* $F^{(-n)}(z)$ *de* $F(z)$, *on a*

$$(1) \qquad |F^{(-n)}(iy)| < m_n < \infty \quad \text{pour} \quad |y| > n \qquad (n \geqq 0),$$

les m_n *étant tels que*

$$(2) \qquad \lim_{n=\infty} \sqrt[n]{m_n} = 0,$$

la fonction $F(z)$ *est identiquement nulle.*

La condition (2) ne peut pas être améliorée, car si $m_n < \infty$ avec $\sqrt[n]{m_n} > a > 0$ il suffit de poser $F^{(-n)}(z) = (-1)^n a^n e^{-\frac{z}{a}}$ pour voir que (1) a lieu pour tout y et tout entier $n > 0$, avec $\sqrt[n]{m_n} > a > 0$.

La condition (1) peut être améliorée : on peut par exemple démontrer, que si la fonction $F(z)$ est holomorphe et bornée dans le demi-plan $x \geqq 0$ et si

$$(3) \qquad |F^{(-n)}(iy)| < m_n < \infty,$$

les m_n étant tels qu'il existe une suite d'entiers n_p $(n_{p+1} - n_p > n_p - n_{p-1})$ tels que

$$(4) \qquad m_{n_p} < \frac{1}{p},$$

et tels que (3) ait lieu pour $|y| > (n_p - n_{p-1}) p \log p \ldots \log_k p$ lorsque $n = n_p$, alors $F(z)$ est identiquement nulle.

Pour les fonctions continues le théorème suivant a lieu.

Soit $F(x)$ *une fonction continue dans l'intervalle* (a, b). *Supposons qu'il existe une suite d'entiers positifs croissants* n_p, *tels que pour un choix convenable de la* $n_p^{\text{ième}}$ *primitive* $F^{(-n_p)}(x)$ *on ait*

$$|F^{(-n_p)}(x)| < m_p \qquad (a \leqq x \leqq b,\ p \geqq 1)$$

la série

$$\Sigma (n_{p+1} - n_p) \sqrt[n_{p+1}]{m_{p+1}}$$

étant convergente.

Dans ces conditions la fonction $F(x)$ *est identiquement nulle.*

Pour les dérivées successives on peut démontrer le théorème suivant :

Soit $F(z)$ *une fonction entière telle que*

1° $$F(x) \neq 0 \qquad \text{pour } x > 0;$$

2° *il existe un nombre positif a tel que*

$$\lim_{x=\infty} \frac{\text{Log}|F(x)|}{x} = a,$$

$$|F(z)| < M e^{ax} \qquad (x > 0);$$

3° $$\lim_{c=-\infty} \underset{x=c}{\text{borne sup.}} |F(z)| = 0 \quad (^1).$$

Si en plus

$$|F^{(n)}(iy)| < m_n < \infty,$$

alors

$$\underline{\lim}_{n=\infty} \sqrt[n]{m_n} > 0.$$

Cette dernière condition ne peut être améliorée.

Citons enfin le théorème suivant :

Si

$$\underset{x=c}{\text{borne sup.}} \text{ de } |F(z)| \leqq \frac{M'_n}{c^n} \qquad (c_1 < c < \infty),$$

la fonction $F(z)$ *étant non identiquement nulle, holomorphe dans le demi-plan* $x > c_1$ *et bornée dans chaque bande*

$$c_1 < x < c_1 + h \qquad (0 < h < \infty),$$

---

(1) $\underset{x=c}{\text{Borne sup.}}$ de $|T(z)|$ désigne la borne sup. de $|T(z)|$ lorsque z varie sur la droite $x = c$.

alors il existe une constante $k > 0$, telle que

$$M'_n > (kn)^n.$$

3. On démontre ces théorèmes (sauf le dernier) en se basant sur la théorie des fonctions quasi analytiques.

Le dernier théorème, dont la démonstration est élémentaire, peut être comparé aux résultats concernant le problème de Watson.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classe remarquable de domaines.* Note (¹) de M. **Henri Cartan.**

1. Je me propose de signaler ici une classe remarquable (Γ) de domaines *univalents* [2] de l'espace de deux variables complexes. Cette classe comprend des domaines simplement connexes [3]; tous les domaines de cette classe jouissent des deux propriétés suivantes :

Propriété I. — *Étant donné un domaine quelconque* D *de la classe* (Γ), *il existe au moins une fonction $f(x, y)$ holomorphe dans* D *et non développable dans* D *en série uniformément convergente* [4] *de polynomes.*

Propriété II. — *Étant donné un domaine quelconque* D *de la classe* (Γ), *le plus petit domaine maximum contenant* D *n'est pas univalent.*

En ce qui concerne la propriété I, on connaît le théorème classique : « Étant donné, dans le plan d'une variable complexe x, un domaine univalent et simplement connexe quelconque, toute fonction holomorphe dans ce domaine y est développable en série uniformément convergente de polynomes. » On voit que *ce théorème ne s'étend pas aux fonctions de deux variables.*

En ce qui concerne la propriété II, rappelons qu'un domaine Δ est dit *maximum* si c'est le domaine total d'existence d'une fonction holomorphe. Or M. Thullen vient de me communiquer le théorème que voici : « Étant

(¹) Séance du 27 avril 1931.

(²) C'est-à-dire tels que tout point de l'espace appartienne au plus une fois au domaine.

(³) C'est-à-dire homéomorphes à une hypersphère.

(⁴) Nous disons qu'une série converge uniformément dans un domaine D si elle converge uniformément dans tout domaine fermé complètement intérieur à D.

donné un domaine non ramifié (¹) quelconque D, il existe un domaine non ramifié maximum Δ qui contient D et jouit de la propriété suivante : toute fonction holomorphe dans D est aussi holomorphe (²) dans Δ. On peut appeler Δ le *plus petit domaine maximum* contenant D. » Ce théorème, que j'avais d'ailleurs établi moi-même pour des classes particulières de domaines (³), ne dit pas si le plus petit domaine maximum contenant un domaine *univalent* est lui-même univalent. La propriété II des domaines de la classe (Γ) montre précisément qu'il n'en est pas toujours ainsi.

2. Définissons maintenant la classe (Γ) : c'est celle des *domaines semi-cerclés univalents dont la projection n'est pas univalente*. Cette définition nécessite quelques explications.

Rappelons que tout domaine semi-cerclé D, univalent ou non, peut être défini de la façon suivante (⁴) : on part d'un domaine quelconque d, univalent ou non, du plan de la variable complexe x; à chaque point x, intérieur à d, on associe, dans le plan de la variable y, un domaine univalent $\delta(x)$ composé d'un cercle et de couronnes circulaires centrées à l'origine ($y = 0$) [le cercle *ou* les couronnes peuvent d'ailleurs manquer]. Les domaines $\delta(x)$ doivent en outre satisfaire à la condition suivante : si le point y_0 est intérieur à $\delta(x)$, il est aussi intérieur à $\delta(x')$, pour tous les x' suffisamment voisins de x; en outre, il doit exister au moins un domaine $\delta(x)$ contenant le point $y = 0$ à son intérieur.

L'ensemble des points x, y, où x désigne un point quelconque de d, et y un point quelconque de $\delta(x)$, définit précisément le domaine semi-cerclé D; d s'appelle la *projection* de D.

Désignons, dans le plan y, par $\delta_1(x)$ le plus petit cercle centré à l'origine et contenant $\delta(x)$. Soit D_1 le domaine semi-cerclé défini en associant à chaque point x de d le domaine $\delta_1(x)$. Pour que D_1 soit univalent, il faut et il suffit que d soit univalent; au contraire, D peut être univalent sans que d le soit, comme il est facile de s'en assurer sur un exemple : il suffit de choisir convenablement les domaines $\delta(x)$. La définition, donnée plus haut, de la classe (Γ) a maintenant un sens parfaitement clair.

(¹) Un domaine est dit *non ramifié* s'il est univalent au voisinage de chacun de ses points, sans être forcément univalent dans son ensemble.

(²) Lorsque nous disons qu'une fonction est holomorphe dans un domaine, nous sous-entendons qu'elle est uniforme dans ce domaine.

(³) Henri Cartan, *Les fonctions de deux variables complexes*, etc (*Journal de Math.*, 9ᵉ série, 10, 1931, p. 1-114, Chap. V).

(⁴) Voir à ce sujet le Chapitre III de mon Mémoire cité plus haut.

3. *Démonstration des propriétés* I *et* II. — J'ai montré (¹) que le plus petit domaine maximum Δ contenant un domaine semi-cerclé D est semi-cerclé, a la même projection d que D, et contient D_1.

Si D appartient à la classe (Γ), D_1 n'est pas univalent; donc Δ n'est pas univalent : la propriété II est établie.

J'ai aussi montré (²) que si une série de polynomes converge uniformément dans D, elle converge uniformément dans Δ, et en particulier dans D_1. Or la somme d'une telle série prend évidemment la même valeur en deux points distincts de D_1, dès que ceux-ci ont les mêmes coordonnées x et y. Donc, si une fonction $f(x, y)$ holomorphe dans D (et par suite dans D_1) ne prend pas la même valeur en deux points de D_1 qui ont les mêmes coordonnées, elle n'est pas développable en série de polynomes uniformément convergente dans D. C'est ce qui arrive pour la fonction $\varphi(x)$, de la seule variable x, qui effectue la représentation conforme, sur un cercle, de la projection d du domaine D. La propriété I est donc bien établie.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la répartition des vitesses des solutions colloïdales présentant des anomalies de viscosité.* Note de MM. M. PICHOT et P. DUPIN, présentée par M. J. Perrin.

L'écoulement de certaines solutions colloïdales (solutions de gélatine, oléate d'ammonium, benzopurpurine, etc.) à travers un tube capillaire n'obéit pas à la loi de Poiseuille. Cette anomalie a été attribuée à une variation du coefficient de viscosité avec la charge (³).

L'un de nous poursuit depuis bientôt deux ans l'étude de la viscosité de ces liquides, et en particulier les variations de la viscosité avec la concentration, la température et le temps. Cette étude n'est pas encore achevée, mais il peut affirmer que pour les substances étudiées il n'y a pas à proprement parler d'anomalies de viscosités; ces solutions colloïdales dans un état déterminé possèdent un coefficient de viscosité au sens de Navier.

Les perturbations propres à ces liquides nous ont été décelées, dès le début de nos recherches, par l'étude du spectre hydrodynamique des

(¹) HENRI CARTAN, *loc. cit.*

(²) Voir mon travail intitulé : *Sur les domaines d'existence des fonctions analytiques*, qui paraîtra dans le *Bulletin de la Société mathématique*, 1931, fasc. I et II.

(³) Pour la bibliographie, consulter EMIL HATSCHEK, *The Viscosity of Liquids* (London, 1928).

vitesses. C'est l'emploi de la méthode chronophotographique de M. Camichel qui nous a incités à poursuivre cette étude.

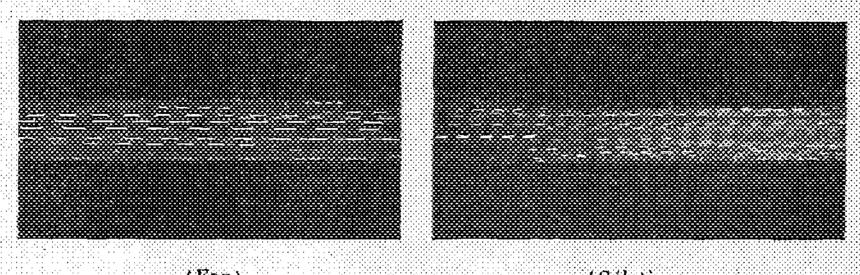
Aux faibles pressions, l'écoulement de ces liquides s'effectue par filets parallèles.

Entre deux masses d'un liquide présentant des anomalies de viscosité sur leur surface de séparation, l'action tangentielle transmise par unité d'aire est, d'après Buckingham et Bingham,

$$K - \eta \frac{dv}{dx},$$

η (coefficient de viscosité) et K sont deux constantes du liquide pour un état déterminé; $\frac{dv}{dx}$ est le gradient de vitesse suivant la normale à l'intersurface.

Considérons l'écoulement de ce liquide entre deux plans parallèles indéfinis; le liquide s'écoule par couches planes parallèles aux parois; x est la distance d'une de ces couches au plan médian, $2a$ est la distance des parois.



(Eau) (Gélatine)

Fig. 1. — Spectre d'écoulement de l'eau et d'une solution de gélatine entre deux plaques parallèles.

Si p est la différence de pression par unité de longueur dans le sens de l'écoulement, pour l'état permanent on a

$$p \times 2x = 2\left(K - \eta \frac{dv}{dx}\right).$$

Comme $\frac{dv}{dx}$ est toujours négatif, le liquide compris entre les deux plans $\pm x_0$, $(px_0 = K)$ se déplace en bloc.

Par intégration de (1), et en supposant la vitesse nulle à la paroi,

$$\eta v = \frac{p}{2}[(a - x_0)^2 - (x - x_0)^2],$$

v est la vitesse sur le plan distant de x du plan médian.

La répartition des vitesses est la suivante : vitesse constante $v_0 = \frac{p}{2\eta}(a - x_0)^2$ pour

tous les points situés entre les plans px_0; répartition parabolique de ces plans aux parois.

Nous avons étudié la répartition des vitesses, entre deux plans parallèles indéfinis à charge constante, pour une solution de gélatine 7 pour 1000, trois jours après sa préparation.

Nous accompagnons notre texte d'un spectre d'écoulement de la solution de gélatine, dans l'ajutage utilisé (*fig.* 1). Le lecteur comparera ce spectre à celui de l'écoulement de l'eau dans le même ajutage. Les graphiques (*fig.* 2)

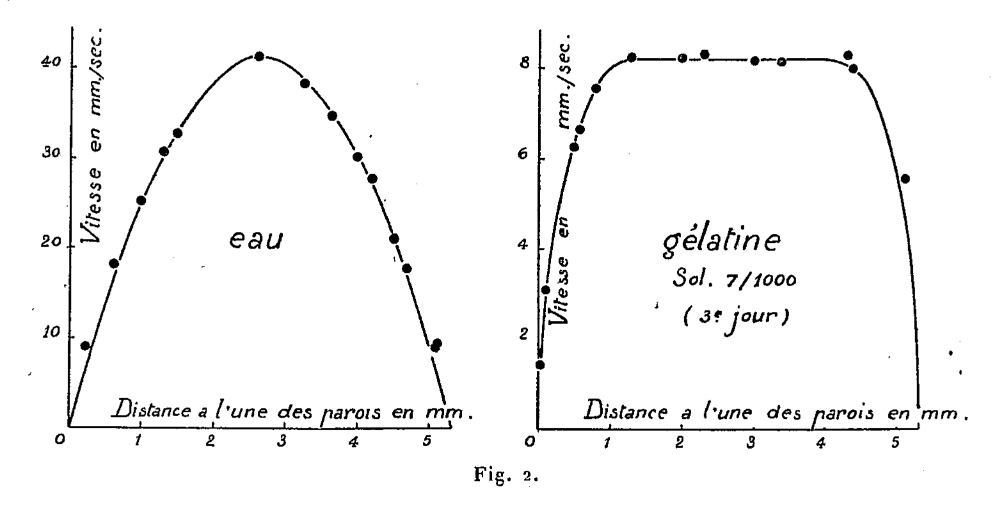


Fig. 2.

fournissent les répartitions des vitesses. L'existence d'une portion centrale de liquide s'écoulant en bloc, dans le cas d'une solution de gélatine, n'est pas douteuse (¹).

Ces expériences éliminent, pour les solutions de gélatine, toutes les formules empiriques et les théories du phénomène, conduisant à une loi de vitesses progressivement décroissantes, du plan médian aux parois.

La répartition des vitesses est conforme à la théorie de Buckingham et Bingham.

(¹) M. H. Kroepelin a publié dans la *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 84, août 1930, p. 291 et suiv., une étude sur l'écoulement des colloïdes présentant des anomalies de viscosité. En particulier il a étudié la répartition des vitesses à la *surface libre* d'une solution de gélatine s'écoulant dans un canal. Nous faisons toutes réserves sur les conditions de l'expérience. Nos expériences datent du mois de mai 1930.

ASTRONOMIE. — *Remarques à propos de la mécanique des masses variables.* Note de M. **Henri Mineur**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Nous avons montré récemment [1] que le mouvement d'une masse variable dans un champ de gravitation donné était le même que celui d'une masse constante. Notre raisonnement supposait que la masse rayonnait sphériquement dans son système propre, c'est-à-dire par rapport à des axes entraînés avec elle; il était donc basé sur le principe de relativité restreinte.

2. M. Levi-Cività a proposé [2] d'écrire le mouvement d'un point M de masse variable $m(t)$ sous la forme

$$\frac{d}{dt}\left(m\frac{dx}{dt}\right) = m.X, \quad \dots. \tag{1}$$

L'analyse de son raisonnement montre qu'il admet l'existence d'un éther fixe et que son équation n'est valable que si l'on rapporte le mouvement à des axes liés à cet éther; M. Levi-Cività suppose en effet que, par rapport aux axes qu'il a choisis, la somme des quantités de mouvement des photons émis par la masse m pendant le temps dt est nulle; il admet donc que le rayonnement de la masse m est sphérique par rapport au système de référence qui acquiert ainsi un caractère absolu. Pour cette raison nous préférons la manière de procéder que nous avons exposée dans notre précédente Note.

3. Il est facile de trouver les conséquences des équations (1).

Ces équations reviennent en effet à supposer m constant et à ajouter aux forces agissant sur M une force $-\frac{dm}{dt}\vec{v}$, $\vec{v}$ désignant la vitesse de M, analogue à une résistance du milieu proportionnelle à v et à la dérivée de la masse par rapport au temps.

Nous avons appliqué ces considérations au problème de deux corps, dont la masse décroît très lentement par rayonnement et qui s'attirent suivant la loi de Newton, en utilisant la méthode, généralisée de celle de Lagrange, exposée dans notre précédente Note. On trouve ainsi que le demi-grand axe augmente et que l'excentricité reste constante.

4. Dans notre précédente Note nous avions formé le champ de gravitation

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 663.

(2) *Rendiconti dei Lincei*, 6e série, 8, IX, 1928, p. 329.

d'une masse variable d'après les équations d'Einstein et nous avions cherché les géodésiques de ce champ.

Nous avons cherché cette fois les termes séculaires des mouvements de n planètes dans le champ d'une masse variable M en tenant compte des perturbations mutuelles de ces planètes.

Les termes séculaires des a_i sont donnés par

$$\frac{da_i}{dt} = -\frac{a_i}{M}\frac{dM}{dt}\left(1 - 2\frac{n_i a_i}{c}\right).$$

Si l'on emploie les notations classiques

$$h = e\sin\varpi, \qquad l = e\cos\varpi,$$

on trouve qu'en première approximation les termes séculaires de h et l sont définis par un système de la forme

$$\frac{dh_i}{dt} = \sum_K A_{iK} l_K + \frac{n_i a_i}{c}\frac{1}{M}\frac{dM}{dt}\left(l_i - \frac{1}{2}h_i\right),$$

$$\frac{dl_i}{dt} = -\sum_K A_{iK} h_K - \frac{n_i a_i}{c}\frac{1}{M}\frac{dM}{dt}\left(h_i + \frac{1}{2}l_i\right).$$

Les A_{iK} vérifient, comme dans la théorie ordinaire, les conditions

$$m_i n_i a_i^2 A_{iK} = m_K n_K a_K^2 A_{Ki}.$$

Ces équations admettent l'intégrale quadratique

$$\sum_i m_i n_i a_i^2 (h_i^2 + l_i^2) = \text{const}.$$

On en déduit sans peine que les grands axes augmentent en restant proportionnels entre eux et les excentricités augmentent également.

Ces augmentations sont du même ordre de grandeur que pour les étoiles doubles.

5. On en conclut qu'une explication de la relation période-excentricité des étoiles doubles doit tenir compte de ce fait que les deux masses en présence sont du même ordre de grandeur et cesser d'être valable lorsqu'une des masses est négligeable vis-à-vis de l'autre.

ACOUSTIQUE. — *Sur une méthode d'inscription mécanique applicable à l'enregistrement et à la reproduction des sons.* Note de M. E. **Huguenard**, présentée par M. G. Ferrié.

La méthode d'inscription que j'ai utilisée consiste à graver, dans une bande souple de celluloïd ou d'acétate de cellulose qui se déroule à vitesse constante, un sillon de largeur uniforme, à l'aide d'une sorte de ciseau à tranchant rectiligne perpendiculaire à la direction de déroulement de la bande et parallèle à sa surface.

La profondeur de ce sillon varie avec la position relative de l'outil par rapport à la bande, et cette position est commandée par l'appareil qui mesure le phénomène à enregistrer.

Un choix convenable des conditions de coupe de l'outil graveur permet de rendre très faible l'effort de pénétration de cet outil dans la matière.

Les largeurs d'outil utilisées sont de l'ordre de 2^{mm}, la profondeur du sillon de 1 à 2 centièmes de millimètre, et la vitesse de déroulement est comprise entre 1^{mm} par seconde et 1^{m} par seconde.

L'homogénéité de la substance cellulosique utilisée pour recevoir la gravure rend possible l'obtention de tracés polis à l'aide d'outils tranchants en matière dure, et la définition de ces tracés est nettement supérieure au centième de millimètre : un outil vibrant à fréquence constante a permis d'obtenir une sorte de réseau à profil sinusoïdal contenant jusqu'à 150 traits au millimètre.

La bande ainsi gravée est susceptible d'enregistrer des phénomènes de fréquences très variables, la vitesse de déroulement restant faible en raison de la très grande finesse du tracé, équivalente à celle que l'on obtiendrait avec un trait n'ayant pas $0^{mm},01$ de largeur.

Des tracés exigeant une vitesse de déroulement de 5^{cm} par seconde avec la méthode photographique ordinaire peuvent être obtenus avec la même précision en ne passant que 1^{mm} de bande gravée par seconde.

La bande gravée est ensuite étudiée à l'aide d'un amplificateur optique qui peut transcrire l'enregistrement, s'il y a lieu, sur une bande photographique ordinaire.

Une première application de cette méthode a été faite à l'enregistrement des sons dans l'air.

La bande à graver passe entre un outil fixe et une table circulaire reliée

à une bobine circulaire mobile dans l'entrefer d'un fort électro-aimant à pôles concentriques. Les courants modulés qui circulent dans la bobine font monter et descendre la table qui soulève ainsi plus ou moins le film à graver contre l'outil (qui peut être chauffé si c'est nécessaire). La bande est entraînée dans le sens de sa longueur par un mécanisme de déroulement à vitesse constante, et reçoit ainsi un sillon gravé plus ou moins profondément.

L'équipage mobile peut avoir une période propre voisine de $\frac{1}{6000}$ de seconde; l'amplitude de mouvement ne dépasse pas $\frac{1}{50}$ de millimètre sur les fréquences peu élevées, 50 par exemple. La vitesse de déroulement employée est voisine de 30^{cm} par seconde.

Les sons enregistrés peuvent être reproduits facilement par trois procédés :

1° En appuyant sur la bande animée d'un mouvement identique à son mouvement primitif un diaphragme de phonographe dont l'aiguille est remplacée par un style analogue à l'outil graveur, mais émoussé. Ce style peut durer plusieurs centaines d'heures, et lorsqu'il passe, très émoussé, sur la bande, il ne détériore pas la gravure;

2° Un lecteur analogue aux dispositifs électromagnétiques des phonographes électriques produit un courant modulé qui, après amplification, peut donner une bonne reproduction de la parole et de la musique;

3° Le passage des ondulations du fond du sillon devant une fente étroite éclairée, perpendiculaire à la direction du déroulement de la bande et parallèle au plan de cette bande, détermine une variation de la convergence du faisceau qui sort de la fente, en raison du fait que ces ondulations constituent une série de lentilles cylindriques alternativement convergentes et divergentes formées par la matière transparente de la bande.

Une cellule photo-électrique placée dans ce faisceau, en arrière d'une ouverture de largeur convenablement choisie, reçoit un éclairement variable et reproduit également les sons, bien que la bande soit entièrement transparente.

Je me propose d'appliquer cette méthode à l'étude de la périodicité de certains phénomènes infra ou ultra-sonores.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le champ cylindrique ionisé et la durée de parcours des ions*. Note de M. **M. Pauthenier** et Mme **M. Moreau-Hanot**, présentée par M. A. Cotton.

I. *Durée de parcours des ions dans un champ quelconque*. — Dans un champ constant, un ion de mobilité k parcourt la distance l en un temps

$$t_0 = \frac{l^2}{kV}$$

où V désigne la différence de potentiel entre les points de départ et d'arrivée.

Nous allons montrer que, si le champ $E = -\frac{dV}{dl}$ varie dans l'espace considéré, la durée de parcours $t = \frac{1}{k}\int_0^l \frac{dl}{E}$ est dans tous les cas supérieure à t_0.

En effet $\int_0^l E\,dl$ est constant et égal à $-V$ et t_0 peut s'écrire $\frac{l^2}{kV^2}\int_0^l E\,dl$. Le temps t est minimum en même temps que

$$t + t_0 = \frac{1}{k}\int_0^l \left(\frac{1}{E} + \frac{l^2}{V^2}E\right)dl,$$

E est variable; mais les deux termes de la somme entre parenthèses ont un produit constant; leur somme et par suite l'intégrale cherchée sont donc aussi petites que possible lorsque ces deux termes sont égaux, ce qui donne $E = -\frac{V}{l}$ et $t = t_0$.

II. *Cas d'un champ cylindrique ionisé*. — Considérons maintenant le cas particulier d'un condensateur formé par un fil tendu dans l'axe d'un cylindre. Le champ dans ce condensateur est fortement modifié par la présence des ions dus à l'effet corona; il résulte du travail de Pauthenier et Mallard (1) que ce champ est constant sauf au voisinage du fil. La courbe (voir la figure, *loc. cit.*, p. 845) qui représente la variation du potentiel dans l'espace considéré est beaucoup moins concave que dans le cas classique d'un condensateur cylindrique sans ionisation et se rapproche d'autant plus d'une droite que l'effet corona est plus intense. On doit prévoir que, dans les mêmes conditions, le déplacement d'un ion d'une

(1) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 635 et 843.

armature à l'autre devient de plus en plus rapide; c'est ce que prouvent les exemples numériques suivants :

1° Les rayons des armatures sont $r_0 = 0^{cm},015$ et $R_0 = 20^{cm}$; la différence de potentiel est $V = 42,2\,KV$; prenons $k = 1,75 \frac{cm/sec}{volt/cm}$.

En champ constant, la durée minimum de parcours serait

$$t_0 = \frac{(R_0 - r_0)^2}{kV} = 5,4.10^{-3}\ sec.$$

Dans le champ classique (sans ionisation) la durée de parcours serait

$$t_1 = \frac{1}{k}\int_{r_0}^{R_0} \frac{r \log \frac{R_0}{r_0}}{V}\,dr = t_0 \times 3.6.$$

Avec l'effet corona peu intense utilisé dans le travail cité, on trouve

$$t = t_0 \times 1,47.$$

2° Dans le cas où le champ a pu être étudié avec un *effet corona très intense* ($r_0 = 0^{cm},015$, $R_0 = 5^{cm},21$, $V = 24,2\,KV$), on obtient avec les mêmes notations les valeurs suivantes rapportées à la nouvelle durée de parcours minimum t_0 :

$$t_1 = t_0 \times 2,92, \qquad t = t_0 \times 1,04.$$

Donc, dans les conditions normales de tempérarature et de pression, on peut réaliser un effet corona suffisamment intense pour que *la durée de parcours des ions entre les armatures ait pratiquement atteint sa valeur minimum.*

III. *Remarque relative aux mobilités des ions.* — Certains auteurs ont cru observer d'une part un accroissement de la mobilité dans les champs intenses (champs de plusieurs milliers de volts par centimètre), d'autre part une diminution de la mobilité des ions un temps très court après leur formation (temps de l'ordre du $\frac{1}{100}$ de seconde). Ces conditions de champ ou de temps sont satisfaites dans les parties rectilignes de certaines de nos courbes représentatives. Les influences perturbatrices signalées sont donc pour nous inférieures aux erreurs expérimentales.

La pente des parties rectilignes des courbes est déterminée à 3 pour 100 près par les mesures faites au moyen de la sonde incandescente. Il ne peut y avoir ainsi une incertitude de plus de 6 pour 100 sur k pour lequel la valeur classique 1,75 est celle qui fait concorder au mieux les résultats expérimentaux avec l'équation théorique du champ.

RAYONS X. — *Sur les rayons X ultra-mous.* Note de M. V. **Dolejšek**, présentée par M. M. de Broglie.

En employant le réseau concave de Rowland sous l'incidence tangentielle, M. T. Osgood (¹) est parvenu à obtenir des spectres X entre 46 et 160 Å. Comme source de rayons X, il employait un tube à cathode de Wehnelt.

Osgood a constaté une pulvérisation assez grande du filament, ce qui avait pour conséquence un dépôt sur l'anticathode. On ne peut, pour cette raison, obtenir par cette méthode les spectres de grande longueur d'onde de l'anticathode elle-même, mais ceux de la substance recouvrant l'anticathode.

J'ai employé la méthode de M. Osgood, mais comme source de rayons X, je me suis servi d'un tube à gaz en ferrochrome. Ce tube à gaz a permis de travailler avec des intensités de 10 à 200 MA, même sous la tension de 1000 volts. Comme dispositif de réglage du vide on a employé une soupape de Hopfield. L'intensité et la tension ont été réglées au moyen d'une résistance à eau réglable insérée dans le circuit secondaire. En munissant le tube à rayons X selon la méthode de Paschen d'une cathode creuse, on a obvié aux difficultés expérimentales que l'on rencontre avec les basses tensions. Dans ce tube on a introduit de l'hélium (ou un mélange formé d'hélium et de néon). Ainsi on a obtenu, d'une part, un bon réglage du vide et de la tension, et, d'autre part, il n'était pas nécessaire de mettre dans le circuit secondaire une très grande résistance.

Dans le spectrographe on maintenait un vide élevé. L'hélium pénétrant par la fente dans l'intérieur du spectrographe étant, d'après la méthode de Paschen, repompé dans le tube. Pour ces expériences, on a fait la cathode et l'anticathode de la même matière, car on n'a pas pu empêcher la pulvérisation de la cathode.

Par cette méthode, on est parvenu à obtenir une série des lignes, dont la plus intense est un doublet de longueur d'onde approximativement égal à 480 Å. (On a obtenu ces lignes dans le premier et le second ordre.) On ne peut classer ces raies comme lignes optiques (lignes d'ionisation d'ordre supérieur).

La cathode étant de magnésium et l'anticathode recouverte de magnésium, il faut attribuer ces lignes évidemment au magnésium.

(¹) P. H. Osgood, *Nature*, 119, 4 juin 1927, p. 817.

Dans la région étudiée (jusqu'à 2000 Å) on a trouvé encore quelques lignes de plus grande longueur d'onde. Sur un cliché on voit aussi une bande d'absorption (dans le premier et le second ordre correspondant à la longueur d'onde de 500 Å).

Pour classer et mesurer exactement ces lignes, on calibre l'appareil utilisé au moyen de longueurs d'ondes optiques. On obtient ces spectres en se servant du tube de Paschen à cathode creuse. Utilisant le même tube, ces recherches sont poursuivies sur d'autres éléments.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Combinaison des effets optiques simultanés de la polarisation rotatoire magnétique et de la biréfringence magnétique dans un liquide.* Note de MM. **G. Dupouy** et **M. Schérer**, présentée par M. A. Cotton.

Quand on envoie dans un liquide placé dans un champ magnétique un faisceau de lumière polarisée rectilignement et oblique sur les lignes de force, la vibration incidente devient elliptique en traversant le liquide : l'angle dont la tangente mesure le rapport des axes de l'ellipse est β, et le grand axe de l'ellipse fait un angle ρ avec la direction de la vibration incidente.

Dans nos expériences le faisceau lumineux traverse le liquide dans une direction voisine de la normale aux lignes de force et nous avons étudié la variation de ρ et de β avec l'angle i. Cet angle a varié de $-4°$ à $+11°30'$.

Cette étude a été faite dans le champ du grand électro-aimant de l'Académie des Sciences, à Bellevue, avec les pièces polaires cylindriques de diamètre $2r = 6^{cm},09$ affleurant aux cônes, dans un entrefer de largeur $2e = 22^{mm}$. Dans ces conditions ([1]) on obtient un champ de 43650 gauss environ, uniforme dans tout l'espace occupé par le liquide, à mieux que 0,5 pour 100 : l'uniformité a été constatée par l'exploration du champ au gaussmètre et par les mesures pour les différentes incidences de la rotation magnétique du tétrachlorure de carbone, liquide qui ne présente pas de biréfringence magnétique sensible.

Les liquides sont placés dans une cuve parallélépipédique de pyrex de dimensions : $55^{mm},08 \times 16^{mm} \times 9^{mm}$. Cette cuve est fermée par des couvre-objets minces et très peu trempés.

([1]) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 544.

Nous avons étudié le bromonaphtalène α, le nitrobenzène et le sulfure de carbone; toutes nos mesures ont été faites avec la radiation verte du mercure.

Le faisceau lumineux, constamment normal à la face d'entrée de la cuve, tourne en même temps que celle-ci autour d'un axe vertical passant par le centre de l'entrefer. L'analyseur est un appareil de Chaumont à quatre plages qui peut également tourner autour du même axe; les angles de rotation sont mesurés à une minute près. La distance de la source à l'analyseur est de 4^m et le parallélisme des rayons du faisceau lumineux est réalisé à 7 minutes près.

Nous avons fait les mesures par la méthode de Stokes, pour les deux sens du courant dans l'électro-aimant, en disposant l'azimut de la vibration incidente à 45° des lignes de force.

La rotation ω et la différence de phase φ, qui sont supposées exister indépendamment l'une de l'autre, sont reliées par la formule de Gouy

$$\delta^2 = 4\omega^2 + \varphi^2$$

à la quantité δ qui représente la différence de phase entre les deux vibrations elliptiques privilégiées d'Airy.

Dans le cas où la vibration incidente a l'orientation indiquée, les angles ρ et β sont reliés aux quantités φ et ω par les formules connues

$$\sin 2\beta = \frac{\varphi}{\delta} \sin\delta,$$

$$\cot 2\rho = \frac{\delta}{2\omega} \cot\delta.$$

Inversement, ces formules peuvent être résolues en δ, φ et ω :

$$\sin\delta = \pm \cos 2\rho \sqrt{\tan^2 2\rho + \sin^2 2\beta},$$

$$2\omega = \delta \cot\delta \tan 2\rho,$$

$$\varphi = \frac{\delta}{\sin\delta} \sin 2\beta.$$

Les résultats de ces mesures sont les suivants :

1° *Variation de* ω. — Le rapport $\frac{\omega}{\sin i}$ est constant à 1 pour 100 près, sa valeur moyenne pour chacun des corps est la suivante (en degrés) :

Bromonaphtalène α	237,4
Nitrobenzène	100,3
Sulfure de carbone	197,6

2° *Variation de* φ. — Le rapport $\frac{\varphi}{\cos^2 i}$ reste constant en moyenne, à 1 pour 100 près, dans toute l'étendue de nos mesures; ses valeurs sont respectivement (en degrés) :

Bromonaphtalène	10,25 à 15° C.
Nitrobenzène	10,67 à 17° C.
Sulfure de carbone	— 2,39 à 17°,8 C.

Nous avons en outre vérifié les formules générales établies par De Mallemann, dans l'hypothèse de Gouy, pour une orientation quelconque de la vibration incidente.

A partir des mesures faites en orientant la vibration incidente suivant les lignes de force ou à 45° de celles-ci, nous avons calculé l'azimut de la vibration incidente pour lequel la biréfringence apparente est maxima; l'expérience a confirmé les résultats du calcul.

Nous avons montré d'autre part que, pour une orientation convenable de cette vibration et un sens donné du courant, on recueille à la sortie de la cuve une vibration qui est restée rectiligne, mais qui a tourné d'un certain angle par rapport à la vibration incidente; la biréfringence apparente du liquide est alors nulle. Ce dernier résultat s'interprète très simplement au moyen de la représentation sphérique de Poincaré.

Nos mesures sont donc d'accord avec l'hypothèse de Gouy de la superposition des effets optiques des biréfringences et des rotations.

PHYSIQUE. — *Sur les effets combinés du champ électrique interne d'un cristal uniaxe et d'un champ magnétique normal à l'axe optique. Variation des composantes des bandes d'absorption du spectre ordinaire suivant les orientations relatives de la vibration incidente, des axes binaires et du champ magnétique. Polarisation circulaire et pouvoir rotatoire magnéto-électrique.* Note de MM. **Jean Becquerel** et **Louis Matout**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons montré [1] que certains cristaux uniaxes, soumis à un champ magnétique *normal à l'axe optique*, possèdent dans la direction de cet axe, au voisinage des bandes d'absorption, un pouvoir rotatoire variable avec l'orientation de la vibration incidente.

---

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 937.

Si les composantes des bandes étaient dues, comme dans l'effet Zeeman, à l'absorption de lumière polarisée rectilignement, aucun pouvoir rotatoire ne se produirait : il s'agit donc ici d'un effet différent. Pour étudier les décompositions et l'état de polarisation des composantes, nous avons choisi le xénotime qui donne des effets intenses.

Le cristal est dans un cryostat contenant de l'azote liquide; son axe optique est orienté parallèlement au faisceau lumineux. Devant la fente du spectroscope est placé un analyseur bicirculaire. *Si l'on polarise rectilignement la lumière incidente*, on constate les faits suivants :

1° Les spectres juxtaposés des vibrations circulaires de sens opposés sont différents; ils restent les mêmes (sans permutation) quand on inverse le sens du champ.

2° Lorsqu'on fait varier l'orientation de la vibration incidente, les spectres se modifient; une même composante se déplace entre deux limites, dont l'intervalle paraît en première approximation proportionnel au champ, et atteint parfois 5 Å dans ce champ de 20000 gauss.

Généralement une même composante a une intensité très variable : elle peut même s'évanouir entre deux orientations données au polariseur.

Partant d'une orientation quelconque du polariseur, il faut tourner celui-ci de 180° pour retrouver les mêmes spectres.

3° Le type général de décomposition est un quadruplet très dissymétrique, pouvant se réduire à un triplet ou à un doublet par disparition de composantes.

4° Pour une orientation donnée du polariseur, les spectres changent encore par rotation du cristal autour de son axe optique. En résumé, les fréquences des vibrations circulaires absorbées, et les intensités, dépendent de l'orientation des axes binaires (cristal tétragonal) par rapport au champ, et de l'orientation de la vibration rectiligne incidente à la fois par rapport aux axes binaires et par rapport au champ.

La polarisation circulaire est franche; mais la netteté des composantes est variable : une même composante peut être fixe pour certaines orientations du polariseur, élargie ou dissymétrique pour d'autres orientations; parfois aussi elle est bordée d'une légère portion de spectre continu de faible intensité. Nous ne saurions dire si les diminutions de netteté proviennent d'une imprécision dans le choix des fréquences absorbées; il est possible qu'elles soient dues au fait que la vibration, initialement rectiligne qui traverse le cristal est modifiée à mesure qu'elle se propage, à cause

de l'absorption et de la polarisation rotatoire : cet effet inévitable doit altérer la pureté du phénomène.

Lorsque la lumière incidente n'est pas polarisée, on a la superposition des effets dus à toutes les orientations, mais un analyseur biréfringent donne dans chaque spectre des minima d'intensité assez nets. Cette expérience avait donné autrefois l'illusion d'une polarisation rectiligne.

Il est évident que la polarisation circulaire ne peut pas être produite par le champ magnétique transversal : il faut en chercher la cause dans l'existence d'un champ interne. Précisément l'un de nous (¹) a montré que les bandes des cristaux de terres rares doivent être des composantes séparées par l'action d'un champ électrique symétrique par rapport à l'axe optique; nous avons aujourd'hui la preuve de l'exactitude de cette manière de voir. Ce champ électrique du cristal donne lieu à une polarisation circulaire, mais il ne distingue pas le sens des vibrations absorbées; le champ magnétique superposé, *quelle que soit son orientation*, sépare les vibrations de sens contraires. Un champ magnétique transversal, s'il était seul, donnerait une polarisation rectiligne; ici il altère certainement la forme circulaire des vibrations absorbées, mais il est trop faible pour que cette altération soit sensible.

Remarquons aussi que la décomposition par le champ électrique n'est pas un effet Stark proprement dit, car ce champ n'est pas homogène, et il agit essentiellement par sa très grande inhomogénéité.

Le pouvoir rotatoire est la conséquence immédiate de la polarisation circulaire. Comme l'effet a son origine dans l'influence simultanée des deux champs, il obéit à des lois différentes de celles des autres pouvoirs rotatoires, il s'agit d'un phénomène nouveau pour lequel nous proposons le nom de *pouvoir rotatoire magnéto-électrique*.

Dans le xénotime, dont le réseau est connu, il est possible de calculer le champ interne. Il serait important de rendre compte par la théorie de la variation des composantes : tout ce que nous pouvons dire actuellement, c'est que l'influence de l'orientation des axes binaires prouve que le champ électrique ne peut pas, même en première approximation, être considéré comme axial cylindrique : il est d'ailleurs naturel qu'il reflète la symétrie du réseau cristallin.

(¹) JEAN BECQUEREL, *Journal de Physique*, 6ᵉ série, 10, 1929, p. 313-320. L'auteur a appris depuis que Mˡˡᵉ Rita Brunetti avait déjà émis l'hypothèse de l'action d'un champ électrique (*Rend. Accad. Lincei* 6ᵉ série, 7, III, 1928, p. 238; 9, IX, 1929, p. 754).

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Sur l'optique des structures hétérogènes uniaxes.* Note de M. R. GIBRAT, présentée par M. Ch. Fabry.

Nous avons montré (¹) comment les structures actuellement connues des corps smectiques permettaient de prévoir une structure très générale et comment on pouvait en étudier l'optique. Les corps nématiques ne présentent pas de structure parallèle. On peut cependant leur appliquer une théorie analogue. L'observation des plages dites *à noyaux* montre que, dans un plan, l'axe optique tourne d'un angle $h\theta$, quand le rayon vecteur tourne d'un angle θ. On connaît quatre types où h vaut 1, -1, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$: noyaux entiers ou demi-noyaux, fixes ou tournants. Un calcul simple donne, en polaires, les équations des courbes enveloppes ou orthogonales de ces axes optiques :

$$z^{1-h}\sin\theta(1-h) = \mathrm{A},$$
$$z^{1-h}\cos\theta(1-h) = \mathrm{B}.$$

On peut donc définir le changement de variables (z, θ), (A, B) par

$$\mathrm{Z} = z^{1-h},$$

en introduisant les imaginaires. Le changement le plus général introduit une fonction analytique quelconque $f(z)$. L'espace plan correspondant a pour élément linéaire $g_1(d\mathrm{A}^2 + d\mathrm{B}^2)$ et celui où les rayons lumineux extraordinaires sont des droites, $g_1[d\mathrm{A}^2 + (1-a)\,d\mathrm{B}^2]$. On en déduit immédiatement l'équation aux dérivées partielles de la surface d'onde

$$\left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{A}}\right)^2 + \frac{1}{1-a}\left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{B}}\right)^2 = g_1.$$

Pour les plages à noyaux, on a

$$g_1 = \frac{(\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2)^{\frac{h}{1-h}}}{(1-h)^2}.$$

Par suite on connaît immédiatement une intégrale complète pour le cas des demi-noyaux fixes où $\frac{h}{1-h}$ est égal à l'unité,

$$\mathrm{H} = \sqrt{1-a}\left[\mathrm{A}\sqrt{\mathrm{A}^2+\lambda} + \lambda\log\left(\mathrm{A}+\sqrt{\mathrm{A}^2+\lambda}\right)\right]$$
$$+ \mathrm{B}\sqrt{\mathrm{B}^2-\lambda} - \lambda\log\left(\mathrm{B}+\sqrt{\mathrm{B}^2-\lambda}\right) + \mu.$$

(¹) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 804.

En particulier, si la source est au centre, on obtient des ellipses

$$H = (1 - a)A^2 + B^2 + \text{const.}$$

Les résultats précédents, ainsi que ceux de notre première Note, ont été obtenus en appliquant le principe de Fermat aux rayons. Il est intéressant de voir ce que donnerait son application aux vitesses normales, ce qui revient à abandonner l'ellipsoïde des indices de Fresnel pour l'ellipsoïde des vitesses. On sait que, pour les corps homogènes, les différences sont à la limite de l'observation. Les corps smectiques ont une forte biréfringence, aussi les résultats diffèrent sensiblement. On doit extrêmer $\int \frac{ds^2}{\sqrt{ds^2 - a\,dk^2}}$.

Pour un espace d'élément linéaire, $g_1\,du^2 + g_2\,dv^2 + dk^2$, les équations aux variations donnent pour l'accélération

$$\gamma^1 = -\frac{du}{ds}\frac{1}{p}\frac{dp}{ds},$$

$$\gamma^2 = -\frac{dv}{ds}\frac{1}{p}\frac{dp}{ds},$$

$$\gamma^3 = -\frac{dk}{ds}\frac{1}{p}\frac{dp}{ds} - \frac{a}{w}\frac{d}{ds}\left[\frac{dk}{ds}\left(\frac{ds}{d\sigma}\right)^3\right],$$

en posant

$$p = 2\frac{ds}{d\sigma} - \left(\frac{ds}{d\sigma}\right)^3.$$

On voit que le plan osculateur est toujours déterminé par l'axe optique, mais le rayon de courbure devient

$$\frac{1}{\rho} = \frac{a}{w}\sqrt{1 - k'^2}\,\frac{d}{ds}\left[\frac{dk}{ds}\left(\frac{ds}{d\sigma}\right)^3\right].$$

En effectuant les calculs on obtient

$$\frac{1}{\rho} = \frac{a}{R}\sin^3\theta\,\frac{1 + 2a\cos^2\theta}{1 + a - 2a(2 - a)\cos^2\theta}.$$

Ceci conduit pour la structure sphérolithique plane à l'équation

$$z'' = \frac{1 - z'^2}{z}\,\frac{(1 - az'^2)(1 - 2z'^2)}{1 + a - 2a(2 - a)z'^2}$$

que l'on peut intégrer par les méthodes élémentaires.

Lorsque a est inférieur à $\frac{1}{2}$, on obtient une courbe à deux asymptotes

définies par les équations paramétriques suivantes (polaires)

$$\varphi = 3\sqrt{1-a}\,\text{arc tang}\frac{u}{\sqrt{1-a}} - 2\sqrt{1-2a}\,\text{arc tang}\frac{u}{\sqrt{1-2a}},$$

$$z = z_0\frac{(1-a+u^2)^{\frac{3}{2}}}{u(1-2a+u^2)}.$$

L'angle des asymptotes qui correspond à la déviation dans le plan de symétrie des cyclides ou au ruban d'ombre des fils nématiques (noyaux entiers fixes) est dans ce cas

$$\pi\left[2+2\sqrt{1-2a}-3\sqrt{1-a}\right];$$

le principe de Fermat appliqué aux rayons donnait $\pi\sqrt{1-a}$.

Or, pour l'azoxyphénétol smectique, les deux indices sont 1,8 et 1,5, ce qui donne à a la valeur 0,30 et aux déviations 137° et 150°. En d'autres termes, le dièdre d'ombre mesurera dans l'hypothèse de l'ellipsoïde des indices 60°, dans celle de l'ellipsoïde des vitesses 86°. L'expérience peut, semble-t-il, décider aisément.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Nouvelles données relatives à l'indépendance de la dureté et de la teneur en hydrogène des métaux électrolytiques.* Note (¹) de MM. **Guichard, Clausmann, Billon** et **Lanthony**, présentée par M. G. Urbain.

MM. L. Guillet et J. Cournot, dans une Note récente (²), défendent l'hypothèse selon laquelle l'hydrogène contenu dans le fer électrolytique est responsable, pour une part, de la dureté du métal.

Ceci nous conduit à ajouter à nos dernières Notes (³) quelques renseignements qui n'ont pu y trouver place.

Voici la dureté et les teneurs en hydrogène de cinq échantillons de préparations différentes de fer électrolytique :

Dureté avant recuit	365.	338.	265.	247.	202.
Hydrogène total par gramme de fer...	$2^{cm^3},1$	$1^{cm^3},7$	$1^{cm^3},5$	$8^{cm^3},3$	3^{cm^3}

Les autres métaux, nickel, cobalt, montrent la même *absence de parallé-*

(¹) Séance du 27 avril 1931.

(²) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 787.

(³) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1417 et 192, 1931, p. 623.

lisme entre dureté et concentration en hydrogène, dans le métal non recuit.

Donnons d'autre part quelques détails sur les mesures résumées par la courbe de notre dernière Note, relative au recuit progressif du plus dur des échantillons de fer électrolytique préparés par nous.

Cette expérience avait porté sur 13^g,576 de métal; à *chaque recuit partiel* de 24 heures, correspondant aux brisures de notre diagramme, les gaz ont été recueillis séparément et analysés. Bien que notre courbe d'hydrogène n'ait pas été prolongée sur le diagramme, jusqu'à l'extrémité droite, le *dégagement d'hydrogène était complètement terminé à* 250°, ainsi que notre texte l'indiquait et la *dureté* n'avait *pas encore baissé* à cette température.

L'absence d'hydrogène a été, bien entendu, vérifiée dans les gaz [1] à toutes températures de 250° à 1000°, et cela dans les gaz de divers échantillons de métal provenant de plusieurs préparations. Un volume de 0$^{cm^3}$,1 d'hydrogène, présent dans nos analyses, serait suffisant pour fausser les contractions calculées pour les combustions eudiométriques du gaz CO.

Il n'y a aucune raison de croire qu'une quantité d'hydrogène de cet ordre, soit moins de 1 millionnième du poids de fer en expérience, nous ait échappé.

La dureté du fer, comme d'ailleurs celle du nickel ou du cobalt électrolytiques, est donc totalement *indépendante de la teneur en hydrogène*.

Les réserves formulées par MM. Guillet et Cournot ne peuvent modifier cette conclusion, parce que ces réserves *ne s'appuient pas sur des mesures simultanées, directes, de dureté et de concentrations d'hydrogène :*

C'est ainsi que dans le travail de M. Hugues, que nous avons déjà cité, la *teneur réelle en hydrogène* n'a pas été déterminée dans les gaz dégagés *à chaque recuit partiel*, ce qui interdit toute conclusion relative au rôle de ce gaz hydrogène.

De même, dans d'importants travaux [2] sur les métaux électrolytiques, on n'a jamais déterminé sur le *même échantillon, à la fois* les propriétés mécaniques et la concentration réelle en hydrogène. Le rapprochement de toutes ces données indépendantes ne peut évidemment rien donner de décisif.

---

(1) Nous examinerons ailleurs l'origine et le rôle de la petite quantité de gaz carbonés que nous avons dosés. Ils ne sont pas ici en question.

(2) Ceux, par exemple, de LEE ou de MACNAUGHTAN, *J. Iron and Steel*, 109, 1924, p. 423.

Enfin le rapport entre l'aspect microscopique de ces métaux et la présence de gaz n'est pas établi par des preuves positives.

Ainsi une relation entre la dureté et la teneur en hydrogène des métaux électrolytiques a été jusqu'ici *supposée*; nous avons soumis cette hypothèse au contrôle direct de l'expérience : nos mesures établissent qu'*une relation de ce genre n'existe à aucun degré*.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'adsorption des matières colorantes par les granules d'un hydrosol.* Note [1] de MM. **Augustin Boutaric** et **Maurice Doladilhe**, présentée par M. C. Matignon.

I. Il est facile d'étudier l'adsorption exercée par une solution colloïdale sur une matière colorante existant en solution à l'état moléculaire; il suffit d'ultrafiltrer la solution colloïdale sur une membrane de collodion qui retient les micelles du colloïde et laisse passer les molécules de la matière colorante. On constate ainsi que les micelles de la solution colloïdale ne fixent pas la matière colorante qui se retrouve tout entière dans le liquide intermicellaire. Par floculation les micelles fixent au contraire la matière colorante suivant la loi d'adsorption de Freundlich.

Si la solution colloïdale est détruite par congélation, on constate qu'après cette congélation les micelles qui se sont séparées n'ont aucunement fixé la matière colorante. Il faut donc admettre que la congélation saisit la solution colloïdale additionnée de colorant dans l'état même où elle se trouve. Cette remarque permet d'étudier la fixation des matières colorantes colloïdales sur des granules d'hydrosols que la congélation détruit.

On peut ainsi constater que la matière colorante colloïdale se fixe sur les granules de l'hydrosol si ses particules ont un signe opposé à celui des granules de l'hydrosol, l'adsorption suivant encore la loi de Freundlich; aucune fixation ne se produit, en l'absence d'électrolyte, si les granules de la matière colorante ont le même signe que ceux de l'hydrosol.

Cette dernière méthode ne peut évidemment s'appliquer qu'au très petit nombre d'hydrosols de colloïdes hydrophobes qui sont détruits par congélation; elle est loin d'être générale.

II. Mais nous avons constaté qu'on peut étudier la fixation d'une matière colorante par les granules d'un hydrosol quelconque en comparant l'ab-

---

[1] Séance du 27 avril 1931.

sorption que la matière colorante introduite dans l'hydrosol exerce sur les radiations lumineuses d'une longueur d'onde donnée, avec celle qu'elle exerce, dans les mêmes conditions, si on la dissout dans un volume d'eau égal à celui de la solution colloïdale. Tout se passe, en effet, comme si dans l'hydrosol additionné de colorant, seule intervenait, pour produire l'absorption lumineuse, la matière colorante qui ne s'est pas fixée sur les granules du colloïde.

C'est ce qu'établissent les expériences suivantes faites sur des sols d'hydrate ferrique (à granules positifs) et de sulfure d'arsenic (à granules négatifs) qui sont détruits par congélation avec, comme matières colorantes : le Bleu Diamine (à granules négatifs) et le Bleu Victoria (à granules positifs). Ces expériences reviennent à comparer le coefficient d'absorption lumineuse *k* que possède la matière colorante dans l'hydrosol (obtenu en comparant l'absorption qu'exerce l'hydrosol additionné de matière colorante à celle qu'exerce le seul hydrosol) au coefficient d'absorption *b* relatif à la solution colorante qui surnage après congélation de l'hydrosol additionné de matière colorante [1].

Dans les tableaux suivants C désigne la concentration en grammes par litre de la matière colorante introduite et *a* le coefficient d'absorption de cette matière colorante, en solution aqueuse, sous la concentration C.

Bleu Diamine + sol. de As^2S^3.				Bleu Victoria + sol. de Fe^2O^3.			
C.	*a*.	*k*.	*b*.	C.	*a*.	*k*.	*b*.
0,01.......	12	7	6	0,01.......	10	8	9
0,02.......	24	17	17	0,02.......	20	19	20
0,03.......	36	23	22	0,03.......	30	26	28
0,04.......	48	38	39	0,04.......	40	35	35
0,05.......	60	47	49	0,05.......	50	44	42

(Les pouvoirs absorbants sont exprimés en valeurs relatives : divisions d'un spectrophotomètre Féry.)

III. Il résulte de ces expériences : *a*. que dans le mélange d'une matière colorante avec un hydrosol, la seule matière colorante qui intervienne au point de vue de l'absorption lumineuse est celle dont les granules n'ont pas été fixés par le colloïde; *b*. que les particules de la matière colorante ne se fixent pas sur les granules du colloïde si leur signe est le même que celui de ces granules et qu'elles se fixent au contraire si leur signe est opposé à celui des granules du colloïde.

(1) Boutaric et Doladilhe, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1008.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur l'absorption des rayons β par la matière.* Note [1] de MM. **Georges Fournier** et **Marcel Guillot**, présentée par M. Jean Perrin.

Afin de nous rendre compte de la signification exacte du coefficient massique d'absorption $\frac{\mu}{\rho}$ des rayons β, tel que nous l'avons étudié dans des publications antérieures [2], nous avons repris des mesures électrométriques d'absorption dans des conditions expérimentales très différentes les unes des autres :

1° Source S et écran à 20^{cm} de la chambre d'ionisation (*fig.* 1). Angle solide utile : 0,125 stéradian;

2° Source et écran touchant la feuille d'aluminium qui ferme la chambre d'ionisation (*fig.* 2). Angle solide utile : 2π stéradians;

3° Source et écran à l'intérieur de la chambre d'ionisation (*fig.* 3). Angle solide utile 4π stéradians.

Dans chacune de ces conditions nous avons obtenu des courbes logarithmiques d'absorption qui, pour un métal donné, ne diffèrent entre elles que pour les épaisseurs très faibles. Dès qu'une masse superficielle de $50 mg/cm^2$ est atteinte, on obtient dans tous les cas une droite logarithmique d'absorption de même pente [abstraction faite du relèvement final des courbes, qui se produit surtout dans les métaux lourds, et que nous avons étudié antérieurement [3]].

Il en résulte que le phénomène de dispersion ne perturbe le phénomène d'absorption que dans le début des courbes, et que le coefficient massique d'absorption $\frac{\mu}{\rho}$ calculé d'après la pente de la droite logarithmique pour des valeurs suffisantes de la masse superficielle de l'écran, correspond bien au phénomène d'absorption vraie, c'est-à-dire à l'arrêt des électrons incidents β dans l'écran, comme le montre en particulier l'expérience faite avec la source à l'intérieur de la chambre d'ionisation.

---

(1) Séance du 20 avril 1931.

(2) Georges Fournier, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 284 et 1490; 183, 1926, p. 37 et 200. — J. S. Lattès et Georges Fournier, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 855 et 1135. — Georges Fournier et Marcel Guillot, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 555.

(3) Georges Fournier et Marcel Guillot, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 1079.

Le coefficient massique d'absorption $\frac{\mu}{\rho}$ est donc une grandeur bien définie qui dépend seulement de la nature de l'absorbant et de la nature des rayons β émis par la source.

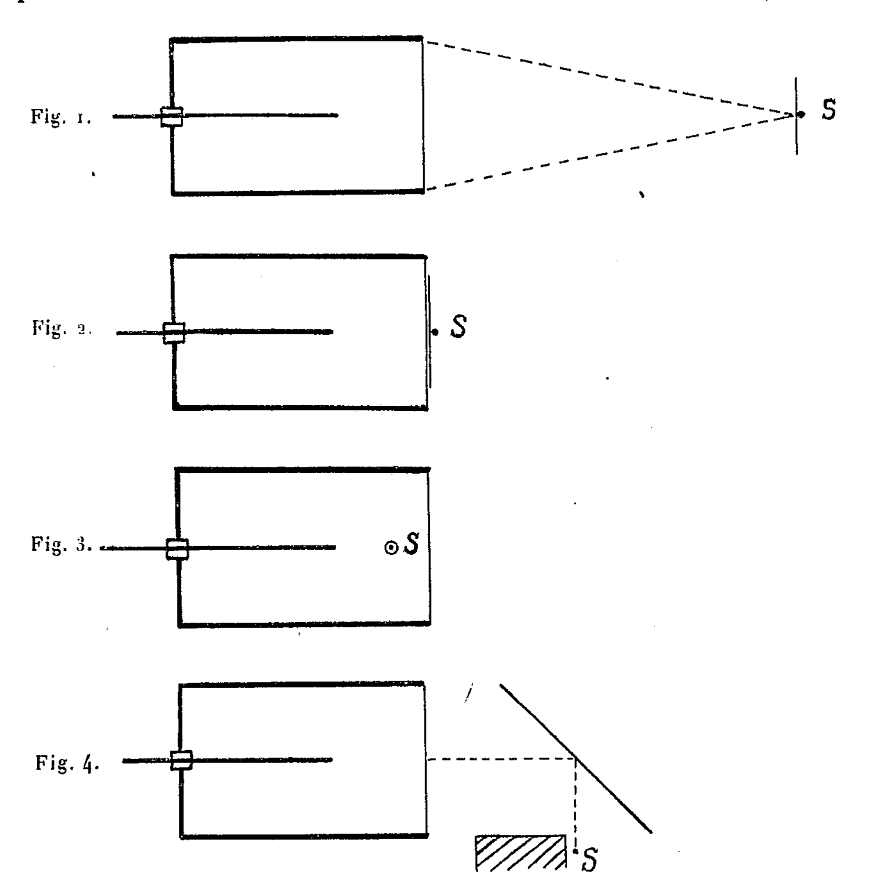


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.

On peut se demander si ce coefficient est valable pour des rayons qui subissent dans l'écran une forte déviation au point de ressortir par la face d'entrée, ce qui peut être regardé expérimentalement comme une réflexion. En conséquence, nous avons mesuré l'intensité d'un faisceau de rayons β à 90° de la direction d'émission, après réflexion sur un écran incliné à 45° (*fig.* 4), en faisant varier la masse superficielle de cet écran.

Tant que l'épaisseur de l'écran est très faible, l'intensité du faisceau réfléchi est proportionnelle à cette épaisseur. L'épaisseur continuant à croître, l'intensité tend vers une limite, ce qui se traduit par une courbe d'ionisation

à asymptote horizontale du type

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{\mu}{\rho}\xi}\right),$$

où ξ est une fonction de la masse superficielle de l'écran et des conditions géométriques du parcours des rayons à l'intérieur de cet écran; $\frac{\mu}{\rho}$ est le coefficient massique d'absorption habituel. Dans les conditions où nous avons opéré, le calcul du chemin parcouru dans l'écran par un rayon β situé dans l'axe du faisceau montre que l'on doit avoir $\xi = 2\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$, et le résultat expérimental $\left(\xi = 2,8\,\frac{m}{s}\right)$ confirme cette manière de voir.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la complexité du rayonnement α du radioactinium.* Note de Mme **Irène Curie**, présentée par M. Jean Perrin.

Les découvertes récentes sur les groupes de rayons α de long parcours du Th C + C′ et Ra C + C′, d'une part, sur la structure fine des rayons du Th C et de l'Ac C d'autre part, nous engagent à renoncer à l'idée simple suivant laquelle chaque groupe de rayons α correspond à un mode de désintégration différent. On a remarqué des coïncidences frappantes entre la différence d'énergie des groupes de rayons α émis par une même substance radioactive et l'énergie des quanta de rayons γ émis par la substance qui en dérive; on a fait sur cette base des tentatives d'interprétation théorique. Il était donc particulièrement intéressant d'étudier le rayonnement α du radioactinium, car ce radioélément et l'actinium X qui en dérive se distinguent parmi les éléments émetteurs de rayons α par leur rayonnement γ relativement intense.

Comme il est difficile de faire le spectre magnétique des rayons α du radioactinium à cause de l'intensité insuffisante des préparations, j'ai établi une méthode d'étude, commode par l'emploi de l'appareil à détente de Wilson.

La source se trouve à l'extérieur de la chambre de détente dans laquelle les rayons α pénètrent par un orifice fermé par une feuille mince d'acétate de cellulose qui absorbe un peu moins de 1cm de leur parcours. On place cette source derrière un diaphragme fixe qui limite la surface active utilisée; le diaphragme et l'orifice rectangulaire allongé sur lequel est tendue la feuille mince délimitent un faisceau de rayons α canalysés dans un plan horizontal;

on peut donc mesurer les parcours en prenant une seule photographie avec un appareil dont l'axe est vertical. La source se trouve à $1^{cm},1$ de l'orifice d'entrée des rayons α dans la chambre et l'on interpose un dispositif qui ne permet l'admission des rayons qu'à la fin de la détente. L'installation permet de photographier deux détentes par minute, de sorte que l'on peut utiliser facilement une source qui n'émet en moyenne que deux ou trois rayons par détente.

Chaque série de photographie est précédée et suivie de quelques photographies obtenues en remplaçant la source étudiée par une source de polonium placée exactement de la même manière. On détermine le parcours des rayons étudiés par différence avec celui des rayons α du polonium. Comme l'acétate de cellulose a un poids atomique moyen peu différent de celui de l'air on peut admettre sans commettre d'erreur appréciable que la feuille mince absorbe de la même manière les rayons α de vitesse différente.

Les différences de parcours entre les rayons α du polonium sont faibles, ce qui montre que la feuille mince est bien homogène.

La difficulté de l'expérience réside en grande partie dans la préparation de radioactinium exempt de ses dérivés et disposé en couche mince et uniforme. J'ai établi la méthode suivante.

Une préparation de lanthane actinifère est mise en solution peu acide (HCl ou NO^3H). On neutralise avec de l'ammoniaque la solution chaude puis on ajoute de l'eau oxygénée; dans ces conditions le radioactinium, isotope du thorium, doit avoir tendance à précipiter. On ajoute alors un léger excès d'ammoniaque diluée qui précipite un peu d'hydrate de lanthane que l'on sépare : ce lanthane contient la majeure partie du radioactinium. La même opération peut être répétée pour concentrer le radioactinium avec une quantité de plus en plus faible de lanthane. Finalement on fait une précipitation à peine visible et l'on verse la solution dans le tube d'une centrifugeuse; au fond du tube on a placé une petite rondelle de cellophane sur lequel le précipité se dépose pendant la centrifugation. La rondelle est enlevée ensuite avec précaution et séchée au bain-marie : elle est recouverte d'une couche mince et uniforme ressemblant à un vernis jaune à cause des impuretés de cérium qui précipitent en premier dans cette opération. On découpe une partie de cette rondelle qui sert de source de rayonnement. Si le cérium se trouve en quantité notable dans la solution, l'opération chimique donne de mauvais résultats.

Les mesures de parcours ont montré que le rayonnement α du radioactinium n'est pas simple et se compose de deux groupes nettement séparés

ayant respectivement des parcours peu différents de ceux qui sont actuellement admis pour le radioactinium et l'actinium X. L'importance de ces deux groupes est la même.

Il faut donc prouver d'une manière certaine que la préparation ne contenait pas d'actinium X à l'origine, ce qui est d'ailleurs peu probable avec le mode de précipitation employé.

Ceci est prouvé par l'évolution de l'activité de la préparation ; celle-ci est placée dans une cuvette fermée hermétiquement par un écran mince et l'on mesure le rayonnement β du dépôt actif. L'activité, très faible au début, a augmenté rapidement les premiers jonrs et était encore en voie d'augmentation 10 jours après la préparation de la source. Or, si le groupe de parcours le plus faible présent au début avait été émis par l'actinium X, on aurait dû se trouver en présence d'une préparation au maximum d'activité.

L'absence totale de rayons α du dépôt actif au début est également caractéristique, car il a été montré par la suite que la moitié environ de l'actinon et du dépôt actif restent inclus dans la préparation.

On a vérifié que le parcours le plus faible ne résulte pas du ralentissement d'une partie des rayons du radioactinium dans la source. En effet les photographies prises au bout de quelques jours montrent le groupe de rayons α de l'actinium A bien défini et nullement dédoublé. On peut suivre en même temps la croissance de l'actinium X par l'importance relative plus grande du groupe de faible parcours du radioactinium par rapport à l'autre.

On doit donc admettre que le rayonnement α du radioactinium se compose de deux groupes d'intensité sensiblement égale dont les parcours déterminés ici sont environ $4^{cm},68$ et $4^{cm},34$ dans l'air à 15° et 760^{mm} de pression, et la différence de parcours de $3^{mm},4$. Ce résultat peut s'interpréter soit comme l'indice d'un embranchement, soit comme une structure fine du rayonnement α.

La différence d'énergie des deux groupes est de $2,8 \times 10^5$ volts-électrons et l'on peut remarquer que cette valeur représente à peu près l'énergie du quantum des rayons γ les plus pénétrants de l'actinium X, $2,68 \times 10^5$ volts ou de ceux du radioactinium, $2,82 \times 10^5$ volts et $3,00 \times 10^5$ volts.

---

(1) Après avoir achevé ce travail, j'ai trouvé dans une publication, déjà ancienne l'indication de l'existence d'un deuxième groupe de rayons α du radioactinium; mais ce résultat n'ayant pas été confirmé était tombé dans l'oubli et ne figure pas dans les tables de constantes radioactives (St. MEYER, V. F. HESS et F. PANETH, *Wien Ber.*, **123**, 1914, p. 1459).

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le phénomène de recul et la conservation de la quantité de mouvement.* Note de M. F. **Joliot**, présentée par M. Jean Perrin.

Lorsqu'un atome radioactif émet un rayon α le reste de l'atome subit un mouvement de recul qui, d'après les lois de la Mécanique, doit être dans le prolongement de la trajectoire α. Les parcours de ces rayons dans l'air à la pression normale sont de l'ordre du dixième de millimètre. Les trajectoires des atomes de recul peuvent être observées dans la chambre de l'appareil à détente de C. T. R. Wilson. Il suffit d'établir dans celle-ci une pression de quelques centimètres de Hg et d'y introduire un gaz radioactif. Lors de la détente on observe des désintégrations isolées; le rayon de recul se présente comme une tache de brouillard à l'origine du rayon α. La tache est d'autant plus allongée que la pression dans la chambre est plus faible.

Akiyama (¹) observa par cette méthode les trajectoires des atomes de recul de l'An et de l'AcA et il trouva, fait surprenant, que fréquemment (25 pour 100 des cas) le rayon de recul n'était pas dans le prolongement du rayon α. Afin de concilier ce fait avec le principe fondamental de la conservation de la quantité de mouvement il supposa que, lors de la désintégration, le noyau émet un rayon γ de très haute énergie dont la quantité de mouvement $\frac{h\nu}{c}$ se compose avec celle du rayon α et du rayon de recul. On conçoit l'importance d'une telle hypothèse.

J'ai repris ces expériences avec les mêmes radioéléments, en employant un nouvel appareil à détente pouvant fonctionner à basse pression. En me plaçant dans les mêmes conditions qu'Akiyama j'ai observé le même phénomène; cependant certaines trajectoires de recul inclinées sur la direction du rayon α montraient un léger épaississement à l'origine, laissant supposer l'existence d'une autre trajectoire courte.

J'ai pu ensuite effectuer des détentes à partir d'une pression très voisine de la tension de la vapeur d'eau. Le degré de détente est alors très élevé et la pression finale immédiatement après la chute *très rapide* du piston est voisine de 1^{cm}. Dans ces conditions les rayons de recul observés ont un parcours voisin de 7^{mm}, ils montrent en général une grande complexité de formes comme l'indiquent les dessins ci-après.

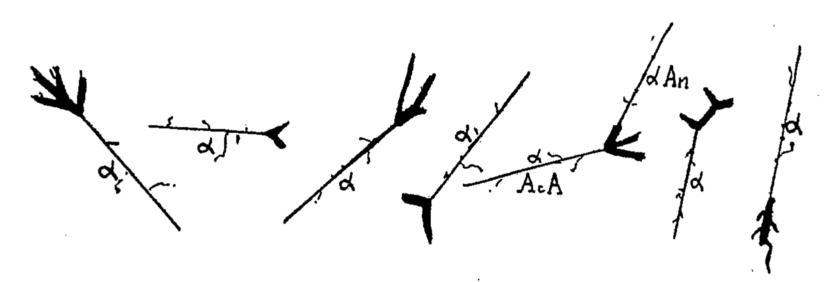
(¹) Akiyama, *Japan J. of Physics.*, 2, 1924, p. 287.

1° Le rayon de recul peut être fortement incliné sur la direction du rayon α et, dans ce cas, *on observe au moins une troisième trajectoire issue du point de la désintégration*.

2° Le long du rayon de recul se greffent plusieurs trajectoires dont certaines sont plus longues que le rayon de recul qui n'est pas dévié de son parcours.

3° Enfin dans des cas rares le rayon de recul subit pendant son parcours un choc qui le dévie notablement de son trajet, il y a alors apparition de la trajectoire de l'atome responsable.

L'apparition des trajectoires supplémentaires au point de la désintégration est satisfaisante quant à la relation des quantités de mouvement. Elle permet d'interpréter les cas anormaux signalés par Akiyama sans faire intervenir l'émission d'un rayon γ.



La mesure, peu précise d'ailleurs, des angles entre ces rayons indique que ce sont des atomes de masses élevées qui participent aux chocs. Ce sont donc probablement des atomes d'An ou d'AcA qui sont responsables des trajectoires supplémentaires observées. Ce fait n'a rien de surprenant si l'on admet l'existence des groupements d'atomes radioactifs comme l'a montrée Mlle Chamié (1) pour les émanations en particulier. L'atome qui émet un rayon α peut chasser au début de son recul un ou plusieurs atomes de masses élevées qui l'entourent. Dans le cas d'un choc central le rayon de recul est arrêté et l'on observe la trajectoire d'un rayon de recul secondaire.

Lorsque l'inclinaison du rayon de recul primaire sur le rayon α est inférieure à 15° un calcul simple montre que la longueur de la trajectoire du rayon secondaire est trop petite pour qu'elle soit visible, ce qui donne l'apparence du phénomène observé par Akiyama.

Les trajectoires situées le long du rayon de recul sont sans doute dues

(1) Mlle Chamié, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1838.

aux chocs de celui-ci contre les atomes légers du gaz. Leurs longueurs sont du même ordre que celle que l'on calcule en admettant un choc élastique et en se reportant au travail de Blackett ([1]). Certaines trajectoires sont attribuables à des électrons; ce sont des rayons δ secondaires des rayons de recul.

L'interprétation du troisième cas signalé est délicate. Il semble d'après les mesures d'angles qu'il y ait là aussi un choc du rayon de recul contre un atome de masse élevée. La probabilité d'une rencontre entre un rayon de recul au cours de son trajet et un atome radioactif dispersé dans le gaz est trop faible pour expliquer ce fait. Il y a là un point important à éclaircir.

Les résultats de ces premières expériences ont mis en évidence la grande complexité des trajectoires de recul, en particulier au point de la désintégration, on peut apercevoir dans certains cas quatre trajectoires. Il n'y a donc pas lieu de maintenir, pour le moment, l'hypothèse de l'émission d'un rayonnement γ de très haute énergie fréquemment associé à la désintégration de l'An et de l'AcA.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du pentachlorure de phosphore sur les dérivés ω-chlorallylés benzéniques.* Note de MM. **L. Bert** et **R. Annequin**.

L'un de nous a fait connaître tout un groupe de dérivés ω-chlorallylés benzéniques du type $R - C^6H^4 - CH^2 - CH = CHCl$, obtenus avec de très bons rendements en condensant le dichloro-1.3-propène avec les combinaisons organomagnésiennes mixtes à radical benzénique ([2]). Ces composés fixent aisément 2 atomes de brome sur la fonction éthylénique de leur chaîne latérale; il n'en est pas de même pour le chlore, et nous n'avions éprouvé que des échecs dans la préparation du [β.γ.γ-trichloropropyl]-benzène et de ses homologues substitués sur le noyau avant de recourir à l'action du pentachlorure de phosphore sur nos dérivés ω-chlorallylés benzéniques.

PCl^5 ne réagit pas à froid sur ces produits, mais à chaud, en vase ouvert, la réaction a lieu rapidement, conformément à l'équation

$$R - C^6H^4 - CH^2 - CH = CHCl + PCl^5 = R - C^6H^4 - CH^2 - CHCl - CHCl^2 + PCl^3.$$

Le rendement est à peu près quantitatif.

([1]) P. M. S. Blackett, *Proc. of the Roy. Soc.*, 103, 1923, p. 62.

([2]) L. Bert, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1504.

Le mode opératoire est des plus simples : il suffit de chauffer dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant un mélange équimoléculaire de PCl^5 et de composé ω-chlorallylé. PCl^5 se dissout peu à peu dans le liquide qui prend une teinte jaune d'or, et il reflue un liquide qui n'est autre que du trichlorure de phosphore. La réaction achevée, on distille PCl^3 formé, on agite le résidu avec de l'eau, on reprend à l'éther et soumet l'extrait éthéré à la distillation fractionnée.

Voici, à titre d'exemple, les propriétés de quelques-uns des nouveaux composés ainsi obtenus :

a. [β.γ.γ-trichloropropyl]-benzène, $C^6H^5-CH^2-CHCl-CHCl^2$.

Huile incolore. $Eb_{13}=135\text{-}136°$ (corr.); $d_4^0=1,316$; $d_4^{23}=1,293$; $n_D^{23}=1,553$; R.M. trouvée 55,29, calculée 54,76; Cl pour 100, trouvé 47,45, calculé 47,61.

b. *m*-méthyl-[β.γ.γ-trichloropropyl]-benzène,

$$C^6H^4\begin{cases}CH^3 & (1)\\ CH^2-CHCl-CHCl^2 & (3)\end{cases}$$

Huile incolore. $Eb_{19}=158\text{-}160°$ (corr.); $d_4^0=1,279$; $d_4^{19}=1,263$; $n_D^{19}=1,552$. R.M. trouvée 60,09, calculée 59,38; Cl pour 100, trouvé 44,93, calculé 44,79.

c. 4-[β.γ.γ-trichloropropyl]-*m*-xylène,

$$C^6H^3\begin{cases}CH^3 & (1)\\ CH^3 & (3)\\ CH^2-CHCl-CHCl^2 & (4)\end{cases}$$

Huile incolore. $Eb_{17}=167\text{-}168°$ (corr.); $d_4^0=1,263$; $d_4^{15}=1,249$; $n_D^{15}=1,555$. R. M. trouvée 64,63, calculée 64,00; Cl pour 100, trouvé 42,10, calculé 42,29.

En résumé, l'action du pentachlorure de phosphore sur les dérivés ω-chlorallylés benzéniques constitue un excellent procédé d'obtention du [β.γ.γ-trichloropropyl]-benzène et de ses homologues substitués sur le noyau. Ces nouveaux composés se prêtent à d'intéressantes synthèses que nous ferons prochainement connaître. La réaction qui leur donne naissance met en lumière un comportement du pentachlorure de phosphore vis-à-vis de la fonction éthylénique, qui, croyons-nous, n'avait pas encore été signalé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'ω-ω'-dichloro-paraxylène, le p-diéthylol-benzène et le p-divinylbenzène.* Note (1) de M. **Sébastien Sabetay**, présentée par M. Delépine.

Pour la préparation de l'ω-ω'-dichloro-paraxylène, diverses méthodes ont été proposées, dont aucune ne permet d'obtenir aisément des quantités importantes. On le prépare d'habitude par chloruration du *p*-xylène, qui du reste ne forme que 10 à 20 pour 100 du xylène industriel et dont le prix de revient est assez élevé. Un mode de formation intéressant fut constaté par G. Blanc (2). En faisant agir un courant de gaz chlorhydrique sur une suspension de trioxyméthylène dans le benzène en présence de chlorure de zinc anhydre il obtint, à côté de 80 pour 100 de chlorure de benzyle, 5 pour 100 environ de dichlorure de *p*-xylylène.

Nous avons repris la réaction de G. Blanc dans l'intention d'introduire plusieurs groupements chlorométhyliques sur le noyau benzénique. Nos essais nous ont montré que d'après la quantité de trioxyméthylène employée, on arrive effectivement à fixer plusieurs chlorométhyles, le second se plaçant principalement en para. Pour la préparation du dichlorure de *p*-xylylène on peut partir, soit du benzène, soit du chlorure de benzyle. Voici comment il convient de procéder dans ce dernier cas :

On fait passer un courant de gaz chlorhydrique sec dans une suspension de 127^g de chlorure de benzyle (1^{mol}), 45^g de trioxyméthylène ($1^{mol},5$) et 42^g de chlorure de zinc anhydre et pulvérisé, le tout se trouvant dans un flacon à trois tubulures, chauffé extérieurement par de l'eau chaude ($T = 80-100°$). On sépare les deux couches claires qui se sont formées, on dilue à l'éther, on lave soigneusement à la soude et à l'eau et l'on fractionne. On obtient (à côté d'autres produits à point d'ébullition élevé) 30 à 50 pour 100 de dichlorure de *p*-xylylène souillé par le dérivé ortho. On purifie par cristallisation dans l'alcool. $F = 99-100°$.

Par chauffage du dichlorure de *p*-xylylène avec le cyanure de potassium en milieu hydro-alcoolique, on obtient le *dicyanure* correspondant (déjà décrit), qu'on purifie par cristallisation dans le chloroforme avec addition d'éther. Le dicyanure chauffé à reflux avec de l'éthanol saturé de gaz chlorhydrique donne, après dilution à l'eau, le *p-phénylène-diacétate*

(1) Séance du 27 avril 1931.

(2) G. Blanc, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 313.

d'éthyle $C^6H^4\langle\begin{matrix}CH^2.COOC^2H^5\\CH^2.COOC^2H^5\end{matrix}$ [F = 58° (alcool aqueux)], corps déjà décrit. Celui-ci, réduit par la méthode Bouveault et Blanc [modification Oyamada (¹)] conduit au glycol correspondant, le *p-diéthylolbenzène*,

$$C^6H^4\langle\begin{matrix}CH^2.CH^2OH\\CH^2.CH^2OH\end{matrix}.$$

La réduction s'effectue de la façon suivante :

On fait couler lentement une solution butanolique de *p*-phénylène-diacétate d'éthyle dans une suspension toluénique de sodium en poudre, qu'on maintient à l'ébullition en agitant fortement. Une fois la réaction terminée, on entraîne à la vapeur le toluène et le butanol en excès, on neutralise par ClH, on concentre à sec, et l'on extrait par du chloroforme chaud. On purifie par cristallisation dans le chloroforme additionné d'éther. Cristaux de saveur amère, fondant à 86°. Rend. 50-60 pour 100. Analyse : trouvé, C, 71,90 pour 100; H, 9,11 pour 100. Calculé : C, 72,23 pour 100; H, 8,49 pour 100; soluble dans l'eau.

Par distillation d'un mélange de quantités égales de potasse anhydre et de *p*-diéthylolbenzène, sous un vide partiel, on obtient le *p*-divinylbenzène à odeur caractéristique, $Eb_{16} = 85\text{-}86°$, qui se prend en une masse de cristaux fondant vers 28-29°. La déshydratation du groupement éthylolique primaire par la potasse, indiquée par nous (²), a donc lieu également dans le cas des dérivés polyéthylolés. Préparé par cette voie, le *p*-divinylbenzène est un corps stable, contrairement aux indications de Lespieau et Deluchat (³), qui l'ont décrit comme ayant grande tendance à la polymérisation. Cette polymérisation peut être provoquée par la présence de faibles quantités d'acides halogénés; en opérant en milieu alcalin, il semble que nous ayons écarté ces inconvénients. Le *tétrabromure*, préparé au moyen du brome en solution chloroformique et cristallisé dans du méthanol, fond à 156°.

(¹) T. Oyamada, *Chem. Zentralblatt*, **101**, 1930, p. 2383.
(²) S. Sabetay, *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, 45, 1929, p. 69.
(³) Lespieau et Deluchat, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 683-684.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des dérivés organomagnésiens sur la N-diéthylacétamide.* Note de M[lle] M. **Montagne**, présentée par M. Delépine.

Nous avons étudié (1) les condensations de quelques N-dialcoylamides grasses, à fonction simple, avec les dérivés organomagnésiens et nous avons signalé que la N-diéthylacétamide se comporte d'une façon particulière avec ces réactifs.

Tandis que toutes les amides grasses que nous avons étudiées donnent lieu à la production de bases tertiaires de formule générale

$$\underset{\underset{(R')^2}{\|}}{R - C} - N(R_1)^2,$$

nous n'avons pu, avec la N-diéthylacétamide mettre en évidence aucune trace d'une base analogue. Nous avons condensé la diéthylamide acétique avec les bromures d'éthyl- et de phénylmagnésium. Dans ces deux cas, on observe uniquement les réactions suivantes : 1° formation de cétone, suivant la réaction de Béis; 2° condensation de l'amide sur elle-même et formation d'amide acétylacétique N-diéthylée $CH^3 CO CH^2 CO N(C^2H^5)^2$.

Avec le bromure d'éthylmagnésium cette dernière réaction est prédominante et, quand on opère à la température ordinaire, elle s'effectue avec un rendement de 50 pour 100, qui s'élève à 65 pour 100 environ par un chauffage de 6 heures à reflux. On isole seulement une très faible quantité de méthyléthylcétone et une partie de l'amide est récupérée. Cette réaction s'accompagne d'un dégagement d'éthane : une molécule pour une molécule d'amide mise en œuvre, quel que soit le rendement obtenu en amide β-cétonique. Il semble donc qu'on doive reprendre ici l'hypothèse de l'énolisation de la fonction amide, mise en évidence par le réactif de Grignard; cette hypothèse, que nous avions envisagée et discutée (2) pour expliquer les réactions des amides grasses, a permis à M. Huan Shu-Yin (3) d'interpréter les phénomènes qu'il a observés dans les condensations de quelques N-dialcoylamides succiniques avec les dérivés organomagnésiens.

---

(1) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 217; **186**, 1928, p. 874; **187**, 1928, p. 128.

(2) *Ann. de Chimie*, 10e série, **13**, 1930, p. 45.

(3) *Thèse de l'Université de Paris*, 1930, p. 19, 42 et 66.

Nous aurons donc ici la première réaction

$$\underset{\underset{\text{O}}{\|}}{\text{CH}^3\text{C}} - \text{N}(\text{C}^2\text{H}^5)^2 + \text{C}^2\text{H}^5\text{MgBr} = \text{CH}^2 = \underset{\underset{\text{OMgBr}}{|}}{\text{C}} - \text{N}(\text{C}^2\text{H}^5)^2 + \text{C}^2\text{H}^6$$

Le complexe ainsi formé se condense rapidement sur lui-même, avec élimination de diéthylamine sous forme de dérivé bromomagnésien, et l'on obtient, après hydrolyse, l'amide N-diéthylacétylacétique :

$$2\,\text{CH}^2 = \underset{\underset{\text{OMgBr}}{|}}{\text{C}} - \text{N}(\text{C}^2\text{H}^5)^2 = \text{NMgBr}(\text{C}^2\text{H}^5)^2 + \text{CH}^3 - \underset{\underset{\text{OMgBr}}{|}}{\text{C}} = \text{CH} - \text{CON}(\text{C}^2\text{H}^5)^2$$
$$\rightarrow \text{CH}^3\text{COCH}^2\text{CON}(\text{C}^2\text{H}^5)^2 + \text{NH}(\text{C}^2\text{H}^5)^2.$$

La formation de cétone peut alors être attribuée à une double décomposition entre le dérivé organomagnésien et le complexe correspondant à l'amide énolisée :

$$\text{CH}^2 = \underset{\underset{\text{OMgBr}}{|}}{\text{C}} - \text{N}(\text{C}^2\text{H}^5)^2 + \text{C}^2\text{H}^5\text{MgBr} = \text{CH}^2 = \underset{\underset{\text{OMgBr}}{|}}{\text{C}} - \text{C}^2\text{H}^5 + \text{N}(\text{C}^2\text{H}^5)^2\text{MgBr}$$
$$\rightarrow \text{CH}^3\text{COC}^2\text{H}^5.$$

De nombreux cas de condensation par les dérivés organomagnésiens ont été observés déjà pour les aldéhydes et les cétones. M. Grignard et ses élèves (¹) en ont fait une étude systématique et ils ont montré que l'action condensante appartient aux alcoolates magnésiens d'abord formés, qui possèdent une activité supérieure à celle des alcoolates alcalins. Dans le cas de la diéthylamide acétique, il faut admettre que l'action condensante est due au complexe d'abord formé par l'action du dérivé organomagnésien sur l'amide, ou bien au réactif magnésien lui-même. Quoi qu'il en soit nous avons constaté que l'amide N-diéthylacétique, qui est en grande partie condensée sur elle-même par le bromure d'éthylmagnésium, ne réagit aucunement avec les agents ordinaires de la condensation de Claisen : le sodium en fils, l'éthylate et l'amidure de sodium, qu'elle soit seule ou mélangée d'une quantité équimoléculaire d'éther acétique.

L'amide N-diéthylacétylacétique constitue une huile incolore, bouillant à 126-127° sous 15^{mm}, assez soluble dans l'eau, neutre au tournesol, colorant

(¹) GRIGNARD et DUBIEN, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 299. — GRIGNARD et ESCOURROU, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1860. — GRIGNARD et FLUCHAIRE, *Ann. de Chimie*, 10ᵉ série, 9, 1928, p. 5 et suiv.

fondant à 210°, mais pas de sels métalliques cristallisés; elle est très résistante aux agents d'hydratation. Nous avons pu la reproduire synthétiquement par action prolongée de la diéthylamine sur l'éther acétylacétique fortement en violet le perchlorure de fer. Elle donne une semicarbazone sodé, en solution alcoolique, mais le rendement ne dépasse pas 15 pour 100. On sait que Claisen [1] a préparé l'amide acétylacétique par contact prolongé de l'éther correspondant avec une solution aqueuse d'ammoniaque à 10 pour 100. Nous avons constaté qu'une telle solution de diéthylamine agit comme la diéthylamine pure [2] sur l'éther acétylacétique en le transformant en éther diéthylaminocrotonique.

Avec le bromure de phénylmagnésium, l'amide N-diéthylacétique donne surtout la réaction de Béis et l'acétophénone se forme avec un rendement de 40 à 50 pour 100, tandis que l'amide β-cétonique ne s'obtient plus qu'avec un rendement de 30 pour 100; une partie de l'amide primitive est récupérée. Pas plus que dans la condensation avec le magnésien gras, on n'isole de dicétone β qui proviendrait d'une action du dérivé organomagnésien sur l'amide β-cétonique.

Nous avons constaté en effet que l'amide N-diéthylacétylacétique réagit comme l'éther acétylacétique [3] sur le bromure d'éthylmagnésium, en donnant seulement naissance à une molécule d'éthane. A l'hydrolyse, effectuée aprés 5 heures d'ébullition de l'amide β-cétonique avec un grand excès de dérivé magnésien, on récupère simplement le produit initial bouillant entièrement à 130-133° sous 20^{mm}; cependant la première goutte du distillat colore en rouge le perchlorure de fer, ce qui correspond vraisemblablement à une très faible trace de dipropionylméthane.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur l'orientation des cristaux et spécialement du quartz à l'aide des figures de corrosion.* Note de M. C. **Gaudefroy**, présentée par M. Wallerant.

L'aspect des figures de corrosion produites sur les faces des cristaux de quartz par l'acide fluorhydrique a déjà été décrit. Mon dessein n'est pas d'y revenir, mais de montrer que l'on peut, à l'aide des figures de corro-

(1) *D. ch. Ges.*, 35, 1902, p. 583.

(2) Kuckert, *D. ch. Ges.*, 18, 1885, p. 619.

(3) Grignard, *Ann. de Chimie*, 7e série, 27, 1902, p. 564.

sion, orienter un fragment de quartz de forme quelconque, même s'il n'a conservé aucune face cristalline; trouver la direction de l'axe optique, le sens du pouvoir rotatoire ainsi que la direction et le sens des axes piézoélectriques; et, si le fragment est composé de plusieurs cristaux, reconnaître la nature des macles.

Une figure de corrosion a la forme d'un polyèdre creux ou saillant, qui n'est autre qu'une combinaison de formes cristallographiques. Par suite, toutes les figures obtenues sur un fragment cristallin homogène sont des figures semblables. Sans doute chaque figure ne réalise qu'une partie du polyèdre de corrosion, néanmoins une facette d'orientation donnée a son homologue dans toutes les figures voisines. Toutes les facettes parallèles entre elles produisent sur la lumière incidente l'effet d'un miroir unique auquel s'ajoutent des effets de diffraction dus à la petitesse des miroirs élémentaires.

Par suite, l'ensemble des systèmes de facettes peut être étudié par les méthodes goniométriques comme les faces naturelles d'un cristal et faire connaître les éléments de symétrie et les paramètres des axes. Cette remarque théorique semble pouvoir s'appliquer à toutes les espèces cristallines.

Pour ce qui est du quartz, l'étude goniométrique présente quelque difficulté mais aussi des ressources inattendues.

Lorsqu'on approche l'œil d'une surface corrodée pour y voir la réflexion d'une source lumineuse ponctuelle lointaine, on aperçoit deux sortes de reflets : des facules brillantes et des traînées lumineuses. Les facules sont des images plus ou moins floues de la source. Les traînées joignent deux facules par un arc de cercle : lorsque leurs extrémités sont dans le même plan que la source et l'œil, elles deviennent droites et forment des rais de lumière. Elles sont dues aux arêtes communes de deux facettes ou à des stries parallèles à ces arêtes.

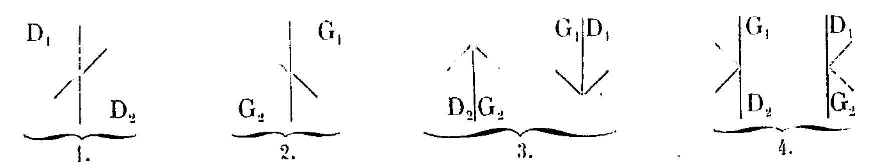
Le nombre des facules et des rais lumineux varie avec les conditions de l'attaque et même avec les portions du cristal essayé. Malgré ces variations dans tous les essais que j'ai faits sur de beaux fragments, certains caractères sont restés constants. Je me bornerai à décrire ceux-ci.

Les facules qui sont toujours présentes proviennent de facettes $e^2\{2\bar{1}\bar{1}\}$ $\{10\bar{1}0\}$ (parallèles aux faces du prisme de quartz) et $a^4\{411\}\{10\bar{1}2\}$ (rhomboèdre plus surbaissé que les faces de la pyramide).

Les rais de directions constantes sont les uns symétriques, les autres dissymétriques. Un rais symétrique joint les facules $e^2(2\bar{1}\bar{1})(10\bar{1}0)$ et $a^1(411)(10\bar{1}2)$ qui sont en zone avec $p(100)(10\bar{1}1)$: il est perpendiculaire à un axe binaire. Les rais dissymétriques se présentent sous des formes variées, mais ils ont une direction générale constante. Souvent ils joignent la facule $e^2(2\bar{1}\bar{1})(10\bar{1}0)$ à celle peu écartée de l'hémiscalénoèdre $i(201)$ $(21\bar{3}1)$ ou de quelque autre voisin de celui-ci; il peut même y avoir simultanément plusieurs de ces rais qui partent de e^2 dans des directions très voisines. Parfois aussi, un rais dissymétrique de même orientation générale que le précédent, mais dirigé en sens contraire et bien différent d'aspect, part de la facule $e^2(2\bar{1}\bar{1})(10\bar{1}0)$ et va rejoindre la facule d'une face $p(0\bar{1}0)$ $(1\bar{1}0\bar{1})$ latérale suivant une zone $e^2\,p\,e^{\frac{1}{2}}(22\bar{1})$ $(01\bar{1}1)\,s(41\bar{2})$ $(11\bar{2}1)$.

Ces données suffisent pour orienter un fragment de quartz. Une face e^2 étant repérée par un miroir qui donne une image de la source en coïncidence avec la facule e^2, l'axe optique est une droite de ce plan parallèle au rais symétrique, tandis que la perpendiculaire est un axe piézo-électrique. Le sens du pouvoir rotatoire se détermine ainsi; l'axe optique étant vertical, si les rais dissymétriques vont en montant de gauche à droite, le cristal a le pouvoir rotatoire droit. Enfin pour définir le sens de l'axe piézo-électrique, nous considérerons le rais dissymétrique le plus fréquent $e^2 i$; par compression du cristal suivant l'axe piézo-électrique, l'électricité positive apparaît du côté opposé à ce rais $e^2 i$.

Quant aux macles, elles laissent voir au contact de deux plages contiguës simultanément deux figures dont chacune comprend un rais symétrique et un dissymétrique; et ces deux figures ont en commun la facule e^2, suivant les schémas suivants, où les rais symétriques sont verticaux :



Ces six figures ne représentent que quatre macles distinctes. Les deux premières, dites macles du Dauphiné, unissent des cristaux de même rotation comme par une hémitropie autour d'une normale à la face e^2. Les deux autres, parfois confondues sous le nom de macles du Brésil, sont à distinguer soigneusement; la troisième résulte d'une symétrie par rapport

au plan d^1 $(10\bar{1})$ $(11\bar{2}0)$, normal à un axe binaire, tandis que la quatrième résulte d'une symétrie par rapport au plan a^1 (111) (0001) normal à l'axe ternaire. Dans cette quatrième seule, les axes piézo-électriques ont même direction et même sens.

Ces indications, mises en œuvre à l'aide de quelques procédés pratiques faciles à imaginer, permettent de tailler sans tâtonnements préalables un bloc de quartz informe suivant un plan défini cristallographiquement : la précision est de l'ordre du degré.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Perfectionnements à l'instrument transportable pour la mesure rapide de la gravité.* Note [1] de MM. **F. Holweck** et **P. Lejay**, présentée par M. Ch. Maurain.

Nous avons décrit [2] le principe et la première réalisation d'une méthode pour la détermination rapide de la gravité. Une campagne dans le sud-est de la France et la Suisse nous ayant révélé un certain nombre de points à perfectionner, nous avons construit un nouveau modèle de pendule élastique qui est représenté sur la figure.

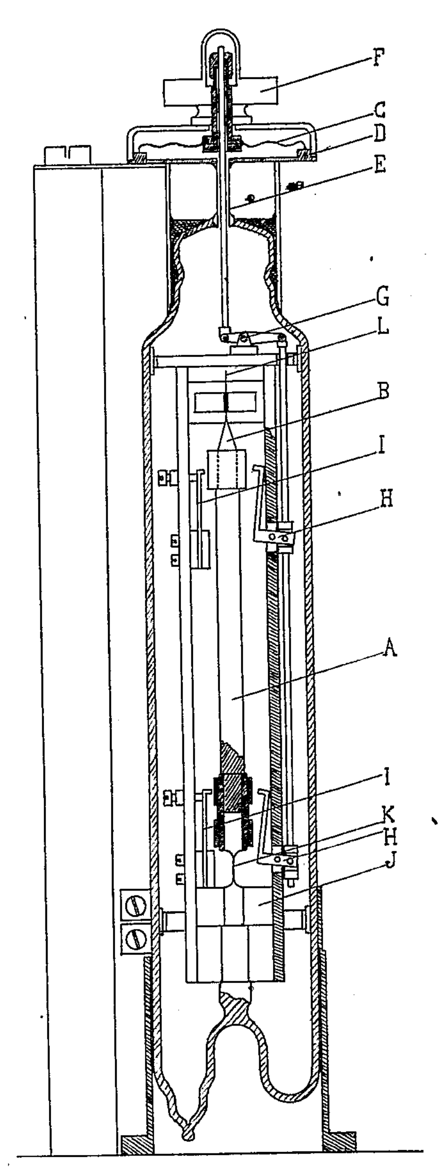
Nous avons modifié : 1° La correction géométrique de la forme du pendule en rectifiant à la meule la tige de quartz A ainsi que le cône de fixation B du fil; 2° Le système de blocage : Une membrane élastique C faisant partie de la boîte métallique D laquelle est soudée au verre au moyen du tube de platine E et déformée par un écrou F. Le petit mouvement qui en résulte amplifié par les leviers G et H permet d'appuyer solidement pendant le transport le pendule sur ses butées I. Nous avons établi un support très rigide avec vis calantes démultipliées et niveau à retournement permettant un nivellement très précis du plan d'oscillation. Nous avons adjoint à l'appareil un thermomètre sensible dont le réservoir est en contact avec la masse J portant la lame d'élinvar K.

D'autre part le transport des chronomètres avait donné lieu à des erreurs notables; la nécessité de les laisser reposer quelque temps avant les observations enlevait à notre méthode le caractère de rapidité que nous tenions pour essentiel; nous les avons remplacés par un pendule libre auxiliaire. Ce pendule, composé d'une tige en quartz terminée par une masse et suspendue

(1) Séance du 27 avril 1931.

(2) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1387.

à une lame élastique en élinvar, battant la demi-seconde, est monté, comme le pendule de gravité, sur un support à vis calantes nivelé soigneusement.



La méthode d'observation a été sensiblement modifiée : l'enregistrement a été supprimé et remplacé par l'observation directe stroboscopique; à cet effet, le pendule libre envoie, à chaque passage à la verticale, un éclair qui

illumine l'extrémité L du pendule de gravité. La durée d'une observation est de 15 minutes.

Détermination provisoire de la valeur de la gravité à Dijon. — Le rapport des périodes des deux pendules de gravité et garde-temps $\left(\frac{T}{T'}\right)$ a été mesuré à Paris (Bureau international des Poids et Mesures de Breteuil), à Dijon (cave de l'Université), à Lyon (Observatoire Saint-Genis-Laval), à Genève (Observatoire), à l'aller et au retour. Les mesures de Paris et Genève ont servi pour étalonner l'instrument; celles de Lyon servent de vérification.

Dans le tableau suivant, les premières colonnes donnent, en chaque lieu, les valeurs du rapport T/T', ramenées à la température de 10° C., la correction de température déterminée à Breteuil étant de $5,5.10^{-5}$ par degré.

Les valeurs adoptées pour Paris et Genève sont les valeurs admises par la Commission géodésique suisse.

	Breteuil.		Dijon.		Lyon.		Genève.	
	T/T'.	g.	T/T'.	g.	T/T'.	g.	T/T'.	g.
Aller	1,00394	980,943	1,00491	980,776	1,00583	980,634	1,00607	980,599
	1,00394	–	1,00496	980,768	1,00584	980,632	1,00606	–
	–	–	–	–	1,00591	980,622	1,00606	–
Retour	1,00393	–	1,00493	980,773	1,00588	980,626	–	–
	1,00395	–	1,00498	980,766	1,00586	980,629	–	–
	–	–	1,00495	980,770	1,00589	980,625	–	–
	–	–	1,00502	980,760	–	–	–	–
	–	–	1,00503	980,758	–	–	–	–
	–	–	1,00504	980,757	–	–	–	–
	–	–	1,00504	980,757	–	–	–	–
Moyennes...	1,00394	980,943	1,00498	980,765	1,00586	980,629	1,00606	980,599

La valeur conclue pour Lyon est $g = 980,629$ ($\varepsilon_p \pm 0,001$), exactement celle qui a été admise par la Commission géodésique suisse. La valeur conclue pour Dijon (autant que le permet l'interpolation) est

$$g = 980,765 \ (\varepsilon_p \pm 0,002).$$

Les écarts obtenus entre les diverses mesures en ce lieu, légèrement supérieurs à ceux qui séparent les observations dans les autres stations, s'expliquent en partie par le trafic d'une rue fréquentée, au voisinage immédiat de l'Université.

Notre nouvel instrument est dix fois plus précis que le premier modèle

La bonne concordance des nombres à l'aller et au retour montre qu'il a très bien supporté un voyage en automobile de 2000^{km}, fait sans précautions spéciales. Sur ces données nous avons mis en construction l'appareil définitif.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Quelques mesures du rayonnement solaire diffusé par la voûte céleste obtenues avec les solarimètres dans les Alpes-Maritimes.* Note de M. **Ladislas Gorczynski**, présentée par M. Ch. Maurain.

Tandis que je fais à Nice des mesures de rayonnement solaire, sur une terrasse face à la mer, dans un endroit déjà assez éloigné de l'agglomération urbaine (quartier Carras), j'ai pu installer temporairement deux solarimètres et pyrhéliomètres thermo-électriques à Thorenc. Cette station, située à 40^{km} à vol d'oiseau, à l'ouest de Nice, se trouve à une altitude de 1200^{m} environ.

Le Tableau I contient un extrait des mesures actinométriques effectuées à Thorenc (Sanatorium Saint-Luc) par M. F. Ostrowski. On en déduit que le rayonnement diffusé, mesuré pendant les cinq jours les plus clairs de chaque mois, atteint les fractions suivantes du rayonnement global :

La moyenne a été en mars 1931 : $0^{cal},11$ (*soit* 11 *pour* 100 *de l'intensité globale*) pour une hauteur du Soleil voisine de 39°.

En février 1931 on a trouvé à Thorenc dans les mêmes conditions : $0^{cal},11$ (*soit* 12 *pour* 100 *de l'intensité globale*) pour une hauteur du Soleil voisine de 33°.

Pendant les cinq jours les plus clairs du mois de mars on a obtenu à Thorenc de 7 à 8^{h} du matin : $0^{cal},08$ (*soit* 14 *pour* 100 *de l'intensité globale*) pour une hauteur du Soleil voisine de 21°.

A la fin de l'après-midi, pour une hauteur du Soleil variant entre 13° et 7° au-dessus de l'horizon, on a obtenu à Thorenc en février : $0^{cal},08$ (*soit* 32 *pour* 100 *de l'intensité globale*).

Avec les solarimètres du même modèle Richard, M. C.-E. Brazier a trouvé à l'Observatoire du Parc Saint-Maur les valeurs suivantes (¹) du rayonnement diffusé par rapport à un rayonnement global 100 :

En juin 1928, 11 pour 100 (vers midi), 30 pour 100 matin (vers 6^{h}) et le soir (vers 18^{h}).

10, 11 et 15 octobre 1927 24 pour 100 (vers midi), 45 pour 100 matin (vers 8^{h}) et le soir (vers 16^{h}).

Toutes ces valeurs sont fonctions de la présence des nuages et aussi de la hauteur du Soleil. Il est donc intéressant de les comparer avec celles du Tableau II donnant les moyennes que j'ai obtenues à Nice pendant 15 mois consécutifs dans les conditions indiquées au début.

(¹) Moyennes des observations par jours clairs sans nuages.

TABLEAU I.

Extrait contenant le résultat des mesures solarimétriques effectuées pendant les cinq jours les plus clairs, en février et en mars 1931, à Thorenc (lat. 43°,8 N, long. 6°,7 E Greenw., alt. 1^km^,2) *dans les Alpes-Maritimes.*

	Vers midi.				Vers le coucher du Soleil.			
	Haut. du Soleil.	Intensités en calories du rayonnement :			Haut. du Soleil.	Intensités en calories du rayonnement :		
Date.		norm.	global.	diffusé.		norm.	global.	diffusé.
a. — Février 1931.								
15.......	30°,0	1,48	0,87	0,13	7°,5	0,89	0,18	0,07
24.......	31,9	1,45	0,89	0,12	12,6	1,04	0,32	0,09
25.......	31,5	1,47	0,87	0,10	11,9	0,98	0,29	0,09
26.......	37,2	1,53	1,01	0,08	13,0	1,14	0,35	0,09
27.......	36,3	1,52	1,03	0,13	11,1	0,56	0,19	0,08
b. — Mars 1931.								
	Entre 9^h^30^m^ et 14^h^30^m^.				Entre 7^h^ et 8^h^ du matin.			
4.......	29°,6	1,29	0,72	0,08	22°,5	1,02	0,46	0,07
22.......	46,2	1,58	1,26	0,12	21,4	1,28	0,53	0,06
23.......	46,2	1,54	1,25	0,14	20,0	1,35	0,55	0,09
24.......	–	–	–	–	18,5	1,28	0,49	0,08
25.......	37,6	1,38	0,95	0,11	23,8	1,30	0,63	0,08
27.......	36,9	1,45	0,98	0,11	–	–	–	–

TABLEAU II.

Valeurs moyennes de la radiation diffusée, observée à Nice, par temps clair (*), *vers midi, pendant 15 mois de février 1929 à avril 1930* (*pourcentages par rapport à la radiation globale*).

	Hauteur du Soleil.	Radiation diffusée.		Hauteur du Soleil.	Radiation diffusée.
1929 Février......	33°	17 %	1929 Octobre......	38°	12 %
Mars........	44	15	Novembre....	28	17
Avril........	56	9	Décembre....	23	16
Mai.........	65	10	1930 Janvier......	25	15
Juin.........	69	12	Février......	33	13
Juillet.......	68	10	Mars........	44	10
Août........	60	11	Avril........	56	14
Septembre...	49	13			

(*) *Nota.* — Les valeurs données plus haut représentent les moyennes mensuelles pour cinq jours de chaque mois, choisis parmi les jours clairs donnant successivement les moindres pourcentages de la radiation diffusée vers midi (entre 11 et 13 heures du temps local).

Ajoutons que le voisinage immédiat de hauts immeubles semble influencer un peu les valeurs du rayonnemenl diffusé mesurées à proximité. Cela résulte de quelques comparaisons solarimétriques effectuées grâce à la collaboration du Dr M. d'Halluin. Il opéra sur une terrasse de son laboratoire de recherches actinologiques, situé en pleine ville et distant de 3^{km} environ de mon poste d'observation.

La documentation rassemblée jusqu'ici dans les Alpes-Maritimes est encore insuffisante.

Les observations faites à Nice et dans les montagnes environnantes à une altitude de 1200^m montrent, pour le rayonnement diffusé par rapport à l'intensité globale, des valeurs de même ordre de grandeur que celles observées à Paris, Parc Saint-Maur, et à Washington dans les mêmes conditions.

Les pourcentages en question, calculés par rapport à l'intensité globale du rayonnement solaire, varient considérablement suivant le degré de la nébulosité. Il ne faut pas se contenter de mesures faites par temps clair, mais recourir à l'enregistrement solarigraphique continu. Seule l'étude systématique des courbes obtenues par tous les temps est susceptible de mettre en relief les avantages réels du climat solaire ds la Côte d'Azur et de le comparer aux autres régions beaucoup moins privilégiées au point de vue de la présence du Soleil non caché par les nuages.

MYCOLOGIE. — *Sur le développement du carpophore chez* Coprinus tomentosus, *Bull.* Note de M. **Chung-Hwang Chow**, présentée par P.-A. Dangeard.

Dans nos cultures pures à partir de spores de *Coprinus tomentosus*, nous avons obtenu de nombreuses fructifications, ce qui nous a permis l'étude du développement du carpophore de ce Coprin. Les coupes en série faites dans les exemplaires de tous les stades montrent que le mode de développement des lamelles chez cette espèce constitue une exception chez les Coprins.

Depuis les travaux de M. Levine ([1]) et de G. F. Atkinson ([2]) il est bien connu que le mode de développement des lamelles des Coprins constitue un

([1]) M. Levine, *The origin and development of the lamellæ in* Coprinus micaceus (*Amer. Journ. of Bot.*, 1, 1914, p. 343-556).

([2]) G. F. Atkinson, *Origin and development of the lamellae in* Coprinus (*Bot. Gaz.*, 61, 1916, p. 89-130).

caractère très particulier qui les éloigne de la plupart des autres Agaricacées.

Chez la majeure partie de ces dernières, les premières hyphes chromophiles, à extrémité libre, dressées en palissade, tapissent entièrement la surface inférieure du chapeau, les lamelles se développent par plissement progressif de cette assise d'hyphes chromophiles.

Chez les Coprins, les premières hyphes chromophiles, au lieu de constituer un revêtement continu, forment des îlots isolés et convergent autour de petites ouvertures indépendantes les unes des autres dont chacune se développe plus tard en espace entre deux lamelles consécutives. C'est pour cela que les hyphes de la trame des lamelles sont en continuité avec celles du pied et les arêtes des lamelles sont soudées entre elles avant l'épanouissement.

Les primordiums de notre espèce ayant moins de $\frac{2}{10}$ de millimètre de diamètre ne montrent extérieurement aucune différenciation, mais sur les coupes colorées, on peut distinguer une masse centrale d'hyphes indifférenciées entourée par des hyphes lâches et moins colorables du voile général.

Les coupes d'un jeune carpophore mesurant à peu près $\frac{3}{10}$ de millimètre présentent déjà un sillon annulaire et les premières hyphes chromophiles commencent à se différencier. Sur la coupe radiale de cet exemplaire, nous constatons que les hyphes chromophiles, peu nombreuses encore, d'une disposition radiale, tapissent latéralement le primordium du chapeau. Sur les coupes tangentielles de ce même individu, les hyphes chromophiles forment au-dessus du sillon annulaire une assise ininterrompue autour du chapeau.

Aux stades suivants et au fur et à mesure que le chapeau s'élargit et que ses bords se courbent vers le bas, l'assise d'hyphes chromophiles, restant unie et annulaire, passe peu à peu de la partie latérale à la partie inférieure du chapeau.

Ce n'est que dans les stades atteignant un diamètre supérieur à $\frac{5}{10}$ de millimètre que l'on peut trouver le début du développement des lamelles. Au premier abord, l'assise d'hyphes chromophiles présente une ondulation radiale irrégulière. C'est aussi à ce moment-là qu'on voit se différencier à la surface supérieure du chapeau un revêtement hyméniforme.

La marge du chapeau s'infléchit de plus en plus vers le bas et ferme finalement le sillon annulaire. Les petits mamelons d'hyphes chromophiles forment autant d'ébauches des lamelles qui se développent dans le sillon

annulaire, presque perpendiculairement à la surface inférieure du chapeau.

L'assise d'hyphes chromophiles reste ininterrompue aussi longtemps que les tranches des lamelles sont libres. Au moment où ces dernières arrivent au contact de la surface du stipe, les hyphes de la trame des lamelles viennent se joindre à celles du stipe et la continuité de l'assise d'hyphes chromophiles est ainsi interrompue. Les arêtes des lamelles ainsi soudées au stipe et même entre elles ne redeviennent libres qu'au moment de l'épanouissement du chapeau.

Nous remarquons que ce mode de développement des lamelles, quoique bien connu chez la plupart des Agarics, n'a pas été signalé jusqu'ici chez les Coprins.

Après avoir montré chez *Agaricus disseminatus* Pers. le développement des lamelles par plissement et reconnaissant les affinités de cette espèce avec les Coprins, Kühner en a fait le type d'un nouveau genre *Pseudocoprinus* qu'il considère comme un passage phylogénique entre les Coprins et les autres Agarics [1].

Notre espèce présentant tous les caractères des Coprins (lamelles à faces parallèles, déliquescentes à la fin, spores déchargées à partir de la partie inférieure sur chaque lamelle) s'éloigne du *Pseudocoprinus* de Kühner. Nous nous contentons de la laisser dans le genre *Coprinus*, en insistant seulement sur son importance, puisqu'elle réalise le passage entre le *Pseudocoprinus* d'un côté et les Coprins à développement dit coprinoïde de l'autre.

Comme le développement de tous les Coprins n'a pas été étudié, nous pensons qu'il doit exister d'autres espèces dont le développement est identique à celui de *Coprinus tomentosus*.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le principe sucré des feuilles de Kaá-hê-é* (Stevia Rebaudiana *Bertoni*). Note de MM. **M. Bridel** et **R. Lavieille**, présentée par M. L. Mangin.

Le Kaá-hê-é est une petite plante de la famille des Composées, originaire du Paraguay et décrite par Bertoni sous le nom de *Stevia Rebaudiana* Bertoni.

Les feuilles présentent une saveur sucrée remarquable. Malgré les diffi-

---

(1) Kühner, *Le développement et la position taxonomique de* l'Agaricus disseminatus, *Pers.* (*Le Botaniste*, 20e série, 1928, p. 147-156).

cultés que l'on rencontre à se procurer cette plante, il a déjà été fait un certain nombre de recherches sur le principe auquel elle doit sa saveur sucrée, les recherches sont dues à Rebaudi, Rasenack, Dieterich et Kobert.

Le principe sucré a été obtenu à l'état cristallisé et caractérisé comme un glucoside, mais ses propriétés sont mal définies, le sucre formé par hydrolyse acide n'a pas été caractérisé et le produit non glucidique formé, corrélativement, n'a pas été étudié.

Ayant reçu du Paraguay une quantité importante de Kaá-hê-é, nous avons entrepris l'étude de son principe sucré. Ce principe a été nommé par Dieterich, *eupatorine*. Mais Bertoni a demandé qu'il soit désigné par un nom rappelant au moins le genre de la plante et a proposé *stevine*. Nous avons adopté ce nom en changeant la désinence pour nous conformer aux décisions de l'Union Internationale de la Chimie (Copenhague, 1924) et nous appelons le principe sucré du *Stevia Rebaudiana* Bertoni le *stévioside*.

Préparation. — On traite les feuilles par l'alcool à 70° bouillant. La solution alcoolique est distillée et le résidu repris par l'eau est déféqué complètement à l'extrait de Saturne. La solution, débarrassée de l'excès de plomb et filtrée, est distillée à sec. Le résidu est dissous dans l'alcool méthylique et la solution additionnée d'alcool absolu qui précipite des sels et des impuretés organiques. La solution est évaporée à sec et le résidu dissous dans l'alcool méthylique et précipité par l'éther. Après 2 ou 3 opérations semblables, le stévioside cristallise. On le recueille et on le purifie par une cristallisation dans l'alcool méthylique suivie d'une cristallisation dans l'alcool absolu. Rendement 60^g environ par kilogramme de feuilles sèches.

Propriétés. — Le stévioside pur, cristallisé dans l'alcool absolu, se présente comme une poudre légère, incolore, constituée au microscope par des prismes allongés, incolores. Il est inodore. Il possède une saveur extrêmement sucrée quand on en met une très petite quantité sur la langue; cette saveur rappelle celle de la feuille elle-même; en quantité plus forte, cette saveur fait place rapidement à une saveur amère assez prononcée.

Le stévioside est environ 300 fois plus sucré que le sucre de canne.

Il fond instantanément au bloc Maquenne à + 238-239°. Dieterich a indiqué 214-215° : son produit n'était donc pas pur.

Le stévioside se conserve à l'air sans altération, mais il augmente ou diminue de poids suivant l'état hygrométrique de l'air. Toutefois, un échantillon, possédant une teneur en eau déterminée, enfermé dans un flacon sec et bien bouché, ne subit plus que des variations insensibles.

La teneur en eau, déterminée à 150°, dans le vide, est variable. On a trouvé : 5,85; 6,08; 7,50; 8,52 pour 100.

Le stévioside est lévogyre, $\alpha_D = -31°,81$ pour le produit anhydre. La solution aqueuse mousse très fortement par agitation. En quelques heures, une solution à $0^g,50$ pour 100, faite à froid, laisse déposer un produit en aiguilles feutrées qui est un hydrate moins soluble contenant 10,43 pour 100. Cet hydrate a un pouvoir rotatoire de $\alpha_D = -28°,77$ (soit $-32°,11$ pour le produit anhydre). Il fond à $+228°$-$229°$.

Le stévioside n'est hydrolysable ni par l'émulsine, ni par la rhamnodiastase, ni par la levure de bière séchée à l'air, ni par la poudre d'*Aspergillus niger*.

L'acide sulfurique à 5 pour 100 l'hydrolyse complètement en 3 heures au bain-marie bouillant. Le produit non glucidique, insoluble, se dépose cristallisé. Il représente 40,38 pour 100 du stévioside anhydre. Le produit non glucidique, pour lequel nous proposons le nom de *stéviol*, cristallise à l'état pur et anhydre dans l'alcool à 55^c.

Le sucre réducteur, resté en solution, représente 67,08 pour 100 du stéviol anhydre. Il est uniquement constitué par du glucose α qui a été obtenu à l'état pur et cristallisé.

Le stévioside doit renfermer deux molécules de glucose pour une molécule de stéviol.

Remarquons que la saveur extrêmement sucrée disparaît par hydrolyse. Le liquide ne possède plus que la saveur sucrée faible du glucose, car le stéviol, insoluble, est insipide.

ZOOLOGIE. — *Sur une nouvelle Myxosporidie du genre* Chloromyxum *observée chez la Carpe*. Note de M. **F. Touraine**, présentée par M. M. Caullery.

Parmi les nombreuses Myxosporidies parasites de la Carpe (*Cyprinus carpio* L.), on ne connaît jusqu'ici qu'une seule espèce se rapportant au genre *Chloromyxum*, et décrite au Japon par Fujita : c'est *Chloromyxum koi*, qui habite la vésicule biliaire et se caractérise par des spores de grande taille (16^{μ}) ornées de bourrelets saillants et parallèles.

Sur un lot de 6 Carpes provenant d'un grand élevage du centre de la France et communiqué pour examen sanitaire au Laboratoire d'Hydrobiologie et de Pisciculture de Grenoble, nous avons observé récemment un autre *Chloromyxum* biliaire, très nettement différent de l'espèce japonaise. Dans la présente Note, nous décrivons cette nouvelle espèce sous le nom de *Chloromyxum Legeri* n. sp., la dédiant à M. Léger.

Les 6 Carpes examinées renfermaient toutes des *Chloromyxum Legeri* dans leur vésicule biliaire, mais l'infection était de faible intensité. D'ailleurs aucun symptôme digne d'attention ne trahissait la présence du parasite. Seul l'examen microscopique du contenu biliaire nous le fit découvrir.

La forme végétative de *Chloromyxum Legeri*, libre au sein de la bile, est représentée par des trophozoïtes incolores, au contour plus ou moins arrondi dont le plus grand diamètre ne dépasse guère 28 à 30^{μ}. Ces trophozoïtes nous ont toujours paru immobiles, bien qu'ils présentent très fréquemment, en un point de leur surface, une émanation protoplasmique qui semble hérissée de courts pseudopodes.

Leur cytoplasme, peu granuleux, ne montre pas de différenciation en ectoplasme et endoplasme. Il est limité par une mince cuticule, sur laquelle nous avons presque toujours observé des corpuscules colorables comme des bactéries. Il semble même que, chez certains individus, ces bactéries aient exercé une action dissolvante sur le cytoplasme superficiel du parasite.

A l'intérieur du cytoplasme, on observe de nombreux noyaux de grosseur inégale, parmi lesquels nous ne pouvons pas distinguer de façon certaine les noyaux végétatifs des noyaux génératifs. Quelques-uns sont épars, mais la plupart forment de petits groupes plus ou moins individualisés, qui représentent des stades de début des pansporoblastes.

On observe d'ailleurs des spores plus ou moins développées au sein des trophozoïtes les plus évolués. Dans les individus de taille moyenne, le nombre des spores le plus fréquent est 2 ou 3. Mais des trophozoïtes de plus grande taille peuvent en renfermer jusqu'à 10. Des spores mûres se rencontrent en assez grand nombre dans la bile, et nous en avons retrouvé quelques-unes dans le contenu intestinal.

Les spores de *Chl. Legeri* présentent leurs 4 capsules rassemblées à un même pôle, disposition caractéristique du genre *Chloromyxum*. Leur taille est relativement petite; leur forme, presque sphérique, mais cependant légèrement comprimée suivant le plan sutural. *In vivo*, elles présentent les dimensions suivantes : diamètre maximum de la spore (diamètre du plan sutural) $7^{\mu},5$; diamètre minimum de la spore (perpendiculaire au plan sutural) 6^{μ}; Longueur des capsules 4^{μ}.

La ligne suturale des deux valves forme une crête saillante circulaire, et, de chaque côté de cette crête, deux stries fines et parallèles limitent un léger bourrelet parallèle à la suture.

Ces caractères différencient très nettement *Chloromyxum Legeri* de *Chloromyxum koi*, dont les spores, beaucoup plus grosses, sont relevées d'ornements très saillants.

Parmi les formes connues qui présentent quelques analogies avec *Chloromyxum Legeri*, nous relevons *Chloromyxum fluviatile* Thélohan qui parasite *Squalius cephalus* Linné, et dont les spores subsphériques ont un diamètre de 7 à 8µ. Bien que l'auteur n'en ait donné qu'une description beaucoup trop brève et qu'aucun auteur plus récent ne semble l'avoir mentionnée, nous ne croyons pas qu'il puisse y avoir de confusion entre les deux espèces. Les spores de *Chloromyxum fluviatile* présentent, en effet, de petites pointes superficielles qui n'existent pas chez *Chloromyxum Legeri*. Par ailleurs, Thélohan ne signale point de bourrelets parallèles à la suture.

Une ressemblance plus accusée rapprocherait plutôt notre nouvelle espèce de *Chloromyxum trijugum* Kudo, qui parasite les Lepomis de l'Amérique du Nord et qui présente des spores biconvexes ornées d'un bourrelet de part et d'autre de la suture. Toutefois les spores de *Chloromyxum trijugum* sont nettement plus grosses, leur forme est bien plus comprimée et leurs bourrelets sont beaucoup plus apparents que chez *Chloromyxum Legeri*.

Nous donnerons une description détaillée avec figures de cette nouvelle espèce.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la séparation des hormones sexuelles antagonistes dans les extraits du lobe antérieur de l'hypophyse.* Note de M. **P. Lépine**, présentée par M. Roux.

Zondek ([1]) a considéré l'action exercée par le lobe antérieur de l'hypophyse sur l'ovaire comme étant la résultante de deux hormones, dont l'une, ou prolan A, détermine la maturation des follicules [Zondek et Ascheim ([2]), Smith et Engle ([3])], et l'autre, ou prolan B, provoque l'interruption de l'œstrus et le développement du corps jaune [Evans et Long ([4])]. Ces deux facteurs, que l'on a étudiés par l'action physiologique des urines gravidiques ou pathologiques, coexistent dans les extraits hypophysaires d'où ils n'ont pu être isolés. Nous avons réussi, en expérimentant sur des extraits de lobe antérieur de bovidés, préparés au laboratoire, à mettre en évidence soit l'une, soit l'autre des deux hormones antagonistes.

([1]) Zondek, *Deutsch. Med. Wochen.*, 36, 1930, p. 300.
([2]) Zondek et Ascheim, *Zeitschr. f. Geburts. u. Gynäk.*, 90, 1926, p. 372.
([3]) Smith et Engle, *Am. Journ. Anat.*, 40, 1927, p. 159.
([4]) Evans et Long, *Anat. Record*, 21, 1921, p. 62.

Nous avons pris pour test l'action exercée sur les ovaires de la lapine adulte au repos sexuel, examinés macroscopiquement et microscopiquement, par l'injection d'extrait (à la dose de 1 à 3^{cm^3} suivant les cas), pendant trois jours consécutifs, l'animal étant sacrifié le quatrième jour.

Il est reconnu que les extraits alcalins sont seuls actifs. Si l'on prépare un extrait aqueux acide et qu'on l'alcalinise progressivement, on constate qu'à partir de pH 6,4 l'extrait détermine une multiplication intense des follicules avec maturation hâtive de follicules clairs. A pH 6,8 on rencontre les premiers phénomènes de lutéinisation; au-dessus de pH 7, on observe les follicules hémorragiques typiques, le maximum d'activité de l'extrait étant entre pH 7,4 et 7,8. Il ne s'agit pas là, comme nous l'avons cru d'abord, de l'action d'un principe actif unique provoquant à l'état acide la maturation folliculaire et à l'état alcalin la lutéinisation des follicules. Si l'on filtre, sur bougie Chamberland L3 ou Berkefeld V, un extrait alcalin (pH 7,6 à 8,2) ayant l'action du prolan B, les premières fractions du filtrat ne renferment que du prolan A. D'autre part, les dosages comparatifs montrent que les doses actives minima d'un même extrait sont 4 à 5 fois plus élevées pour le prolan A que pour le prolan B. Nous pensons donc que le prolan A coexiste avec le prolan B, mais que, s'il peut être mis en évidence dans les extraits acides où le prolan B est inactif, il est, dans les extraits alcalins, masqué par le prolan B beaucoup plus abondant. Nous n'avons pu différencier nettement les deux principes ni par la chaleur ni par les précipitations fractionnées, mais nous avons pu les séparer dans l'expérience suivante qui met en évidence la *possibilité d'extraire le prolan* A *dans un excipient huileux émulsionné :*

On agite longuement 25^{cm^3} d'un extrait hypophysaire alcalin (pH 7,8) partiellement désalbuminé, avec une égale quantité d'huile d'olives stérilisée, puis on sépare par centrifugation légère la fraction huileuse émulsionnée de la fraction aqueuse. Les lapines 82 M et 83 M reçoivent l'extrait huileux en injection intramusculaire : la lapine 82 M montre le 4e jour des ovaires bourrés de follicules clairs, sans lutéinisation (vérification histologique), la lapine 83 M qui présentait un début de gestation avorte le 3e jour. Les lapines 84 M et 85 M reçoivent l'extrait aqueux en injection intrapéritonéale; le 4e jour leurs ovaires sont le siège d'une réaction intense avec follicules hémorragiques typique (vérification histologique).

Conclusion. — Nous avons pu mettre en évidence dans un extrait de lobe antérieur d'hypophyse la coexistence de deux hormones sexuelles antagonistes, dont l'une provoque la maturation folliculaire de la femelle adulte et l'avortement de la femelle gestante, et dont l'autre détermine la forma-

tion de follicules hémorragiques et de corps jaunes. Il est possible d'extraire, au moins partiellement, l'hormone de maturation folliculaire, présente en moindre quantité, soit par filtration, soit par émulsion dans l'huile.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Action du sérum sanguin sur le chlorhydrate de morphine en présence d'eau oxygénée.* Note de MM. **A. Leulier** et **B. Drevon**, présentée par M. H. Vincent.

Pour transformer la morphine en pseudomorphine par oxydation minérale ou par oxydation biochimique, on a préconisé l'action : du ferricyanure de potassium [Bertrand ([1])], de l'eau oxygénée en présence de cyanure double de cuivre et de potassium [Denigès ([2])] et enfin du suc de *Russula delica* [Bougault ([3])]. Il ne semble pas démontré que pareille transformation puisse être réalisée par perfusion du foie avec une solution de chlorhydrate de morphine. R. Fabre ([4]), par exemple, constate seulement la transformation de la morphine en une substance inconnue, présentant cependant les réactions générales des alcaloïdes.

Au cours de nos recherches sur les transformations possibles de la morphine dans l'organisme animal, nous avons été amenés à étudier l'action des sérums thérapeutiques ou des sérums frais humain ou animal (cobaye) sur le chlorhydrate de morphine. Dans une première série d'expériences nous avons remarqué, pour tous les sérums étudiés, que leur action sur le chlorhydrate de morphine se bornait à une précipitation de la base sous forme de rosettes d'aiguilles. Mais si, à ces sérums, on ajoute une certaine quantité d'eau oxygénée, il se précipite peu ou pas de morphine et au contraire apparaît un précipité amorphe d'oxydimorphine que l'on peut caractériser par ses réactions spécifiques. Ce précipité est d'importance variable et ne correspond pas à la totalité du chlorhydrate de morphine mise en œuvre.

([1]) G. Bertrand et Meyer, *Recherches sur la pseudomorphine* (*Annales de Chimie*, 17, 1909, p. 501).

([2]) Denigès, *Préparation de la pseudomorphine par catalyse minérale* (*Bulletin Soc. chim.*. 9, 1911, p. 264).

([3]) Bougault, *Oxydation de la morphine par le suc de* Russula delica (*Journal Pharm. et Chimie*, 2, 1902, p. 49).

([4]) Fabre, *Le sort de la morphine dans l'organisme* (*Journal Pharm. et Chimie*, 2, 1924, p. 183).

Voici comment il convient d'opérer : 10^{cm^3} de sérum sont additionnés de $0^g,10$ de chlorhydrate de morphine en solution aqueuse à 1/20e et de 2^{cm} d'eau oxygénée à 6 pour 100 de H^2O^2 (eau oxygénée à 20 vol.).

Après 12 heures on centrifuge et le précipité est lavé trois fois, avec, chaque fois, 5^{cm^3} d'eau distillée. Pour caractériser l'oxydomorphine, nous avons eu recours à deux réactions de coloration et à l'examen des formes cristallines du sulfate.

Bougault (1) a démontré que l'oxydimorphine traitée par l'acide sulfurique concentré, puis par une trace de solution aqueuse de formaldéhyde très diluée, donnait une coloration verte. C'est une coloration de ce genre que donne ce même alcaloïde traité à froid par une trace d'eau oxygénée officinale (10^{vol}), puis par le réactif de Marquis (Leulier et Dubreuil) (2). Dans ce dernier cas, la réaction est vert émeraude intense et très persistante, si l'on opère sur 1^{mg} de base et sans excès d'eau oxygénée. Dans les mêmes conditions, la morphine vire au jaune.

D'autre part 1^{mg} environ d'oxydimorphine traité par une trace de trioxyméthylène, puis par l'acide sulfurique concentré, donne une coloration rouge orangé qui persiste après chauffage d'une minute au bain-marie bouillant. Dans de telles conditions la coloration violette donnée par la morphine vire au brun noirâtre.

Le sulfate d'oxydimorphine cristallise en forme de navette et ces cristaux sont biréfringents, alors que ceux de la base cristallisée ne le sont pas. Dans le cas des sérums, d'ailleurs, cette dernière précipite toujours à l'état amorphe. Comme nous avons toujours obtenu ces réactions avec la plus grande netteté, nous pouvons affirmer sans crainte la formation d'oxydimorphine.

On pouvait se demander si, en milieu purement minéral de pH voisin du sérum, il était possible d'observer semblable réaction. Des solutions minérales établies à l'aide de phosphate monopotassique et de phosphate disodique nous ont permis, d'après une technique connue, de réaliser une échelle de pH variant de 7,2 à 7,8. De telles solutions additionnées de chlorhydrate de morphine et d'eau oxygénée, dans les mêmes proportions

---

(1) BOUGAULT, *Oxydation de la morphine par le suc de* Russula delica (*Journ. Ph. et Chim.*, 2, 1902, p. 49).

(2) LEULIER et R. DUBREUIL, *Réactif de Marquis et oxydomorphine* (*C. R. Soc. Biol.*, 93, 1925, p. 1313).

que les sérums, laissent cristalliser de la morphine sans qu'il nous ait été possible d'y déceler la pseudomorphine.

De ceci il résulte donc que les sérums animaux sont capables en présence de peroxyde d'hydrogène de transformer partiellement la morphine.

SPECTROCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les spectres de fluorescence des phycochromoprotides étudiés en solution et dans une algue vivante.* Note de MM. Ch. Dhéré et M. Fontaine, présentée par M. L. Joubin.

Les phycochromoprotides comprennent les phycocyanines et les phycoérythrines. Nous avons pu disposer pour nos recherches d'une phycocyanine (d'*Aphanizomenon flos aquæ*) et d'une phycoérythrine (de *Ceramium rubrum*) préparées à un état de pureté exceptionnelle, dans le laboratoire de physico-chimie du professeur Svedberg (Upsala), par le Dr Arne Tiselius (1), à qui nous exprimons nos vifs remerciements. Sauf cette phycocyanine, les quelques phycochromoprotides examinés provenaient d'algues marines.

Les travaux récents de R. Lemberg (2) ont montré l'existence dans ces pigments d'un groupement phycobilinique, se rattachant aux pigments biliaires et à l'urobiline. L'un de nous a fait des constatations plus ou moins analogues en étudiant la rufescine, pigment rouge des coquilles de l'*Haliotis rufescens* (gastéropode) (3).

La fluorescence, extrêmement forte, des phycochromoprotides a été déjà observée et même étudiée avec soin par plusieurs auteurs, notamment par Lemberg. Nos recherches nous ont pourtant fourni divers résultats nouveaux; elles ont été effectuées par spectroscopie et par spectrographie (rayons excitateurs compris entre λ 420 et λ 335 environ; arc entre charbon) (4). Quelques-uns de nos spectrogrammes sont reproduits ici (sans aucune retouche).

---

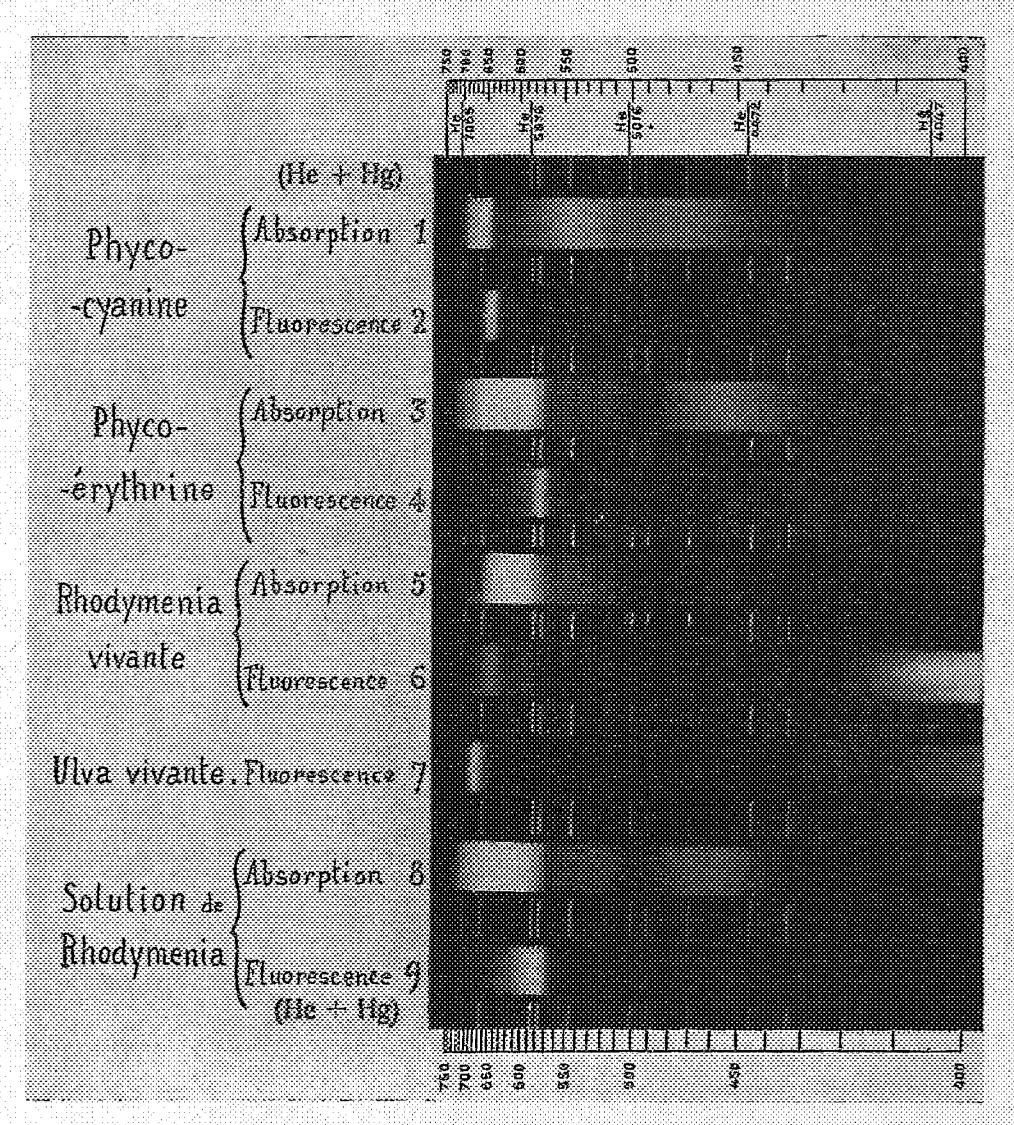
(1) Pour la préparation et les propriétés électriques colloïdales de ces pigments, consulter A. Tiselius, *Nova Acta R. Societatis Scientiarum Upsaliensis*, 4e série, 7, 1930, p. 48.

(2) R. Lemberg, *Annalen der Chemie*, 461, 1928, p. 46, et 477, 1930, p. 195.

(3) Ch. Dhéré et Chr. Baumeler, *Archives internationales de Physiologie*, 32, 1930, p. 55.

(4) L'excitation par la raie Hg λ 365 convient aussi parfaitement.

La phycocyanine d'*Aphanizomenon* (¹) ne possède, dans le spectre visible, qu'une seule forte bande d'absorption, dont l'axe (d'après notre



photographie n° 1) serait sur λ 625; le maximum correspondant à λ 615,

(¹) Solution aqueuse ne contenant, comme substance étrangère, qu'une trace de sulfate d'ammonium. Il en est de même pour la solution utilisée de phycoérythrine pure.

d'après Svedberg [1]. La bande de *fluorescence* (n° 2) est comprise entre 686 et 626; elle est surtout forte de 665 à 645 (axe 655). Pour la phycoérythrine de *Ceramium*, nous avons comme axe de la première bande d'absorption (n° 3) λ 568 (maximum sur λ 566, d'après Svedberg); et comme axe de la bande de *fluorescence* (n° 4), λ 600 ou λ 582, suivant que l'on considère toute cette bande (639 à 561) ou seulement la portion la plus lumineuse (589 à 575). Par spectroscopie, Lemberg a vu une bande étendue de 675 à 570.

Les spectres d'absorption (n° 5) et de fluorescence (n° 6) de *Rhodymenia palmata* vivante, ainsi que des pigments en solution (n°s 8 et 9) sont complexes. Pour la *Rhodymenia* vivante, l'axe de la bande d'absorption I est sur λ 674. Quant au spectre de *fluorescence* de la *Rhodymenia* vivante, il comprend trois bandes lumineuses. La première (dont l'intensité relative semble assez variable) est sur λ 677 ou 678 et provient évidemment de la chlorophylle contenue dans cette algue. C'est ce que montre la comparaison avec le spectre de *fluorescence* d'une chlorophycée *Ulva lactuca* vivante (n° 7) spectre constitué par une bande (géminée) comprise entre 708 et 641. La seconde bande de fluorescence de la *Rhodymenia* vivante est remarquablement forte : elle est comprise entre 658 et 632 (axe 645) et doit être attribuée au constituant phycocyanique. Elle manquait au contraire presque complètement dans le cas de la solution pigmentaire (extrait aqueux). Enfin la troisième bande de fluorescence est comprise entre 603 et 567 (axe 585) pour la *Rhodymenia* vivante. Dans le cas de la solution, on avait pour l'axe de la bande intense λ 581; mais, en mesurant les bords extrêmes (662 à 558), l'axe se trouve sur 610, ce qui doit provenir d'un peu de phycocyanine mélangée à la phycoérythine dissoute.

L'intérêt de nos résultats concernant la fluorescence de la phycocyanine et de la phycoérythrine ne peut être exactement saisi qu'en considérant qu'il s'agit de pigments en majeure partie protéiques, dont la molécule normale a un poids approximatif de 200000 (34500 × 6 environ), d'après Svedberg [2], et qui forment des solutions colloïdales typiques.

---

(1) THE SVEDBERG (et collaborateurs), *Journ. of the American Chemical Society*, 50, 1928, p. 525, et 51, 1929, p. 3573.

(2) THE SVEDBERG, *Kolloid-Zeitschrift*, 51, 1930, p. 10.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Action stimulante à distance, exercée par certaines suspensions bactériennes, à travers le quartz, sur l'éclosion du moustique de la fièvre jaune.* Note de M. **J.** et Mme **M. Magrou** et M. **E. Roubaud**, présentée par M. F. Mesnil.

Certains œufs du *Stegomyia* de la fièvre jaune (*Aëdes ægypti*) renferment une larve prête à éclore, mais affectée d'un état d'inertie spécial dont elle ne se libère que sous des actions excitatrices extérieures ([1]). On pouvait se demander si l'action à distance de certaines suspensions bactériennes, capables de provoquer sur l'œuf d'oursin, à travers le quartz, des anomalies de développement caractéristiques, n'était pas susceptible d'être perçue par la larve de *Stegomyia* dans l'œuf durable, et d'agir sur elle comme un excitant d'éclosion ([2]).

Afin de contrôler cette hypothèse, nous avons exposé différents lots d'œufs durables de *Stegomyia* aux effets à distance développés par les suspensions de *B. tumefaciens* en cultures de 24 heures, et de staphylocoque doré en cultures de 8 heures. L'appareillage était celui dont J. Magrou et Mme M. Magrou ont fait usage pour expérimenter sur l'oursin ([3]) : récipients superposés, dont l'un, renfermant la suspension microbienne, est tenu hermétiquement clos. Les œufs à traiter, placés sur une nappe d'eau dans le récipient supérieur, étaient isolés de tout contact avec la culture sous-jacente ou ses émanations gazeuses par une glace de quartz scellée à la picéine sur le récipient inférieur.

Les témoins étaient placés dans des récipients identiques mais sans culture. Toutes les expériences furent faites au thermostat réglé à 25° C.

L'ensemble des expériences a permis de reconnaître qu'effectivement les larves des œufs durables semblent impressionnées à distance par les cultures, à travers le quartz et la paroi de l'œuf. En effet des éclosions se sont constamment produites, en proportion assez faible il est vrai, dans les lots exposés, tandis qu'aucune éclosion ne s'est manifestée dans le même temps chez les témoins correspondants non traités.

Ainsi, sur un total de 194 œufs soumis à l'action du *B. tumefaciens* sous

---

([1]) E. Roubaud, *Ann. de l'Inst. Pasteur*, 43, 1929, p. 1093.

([2]) Certains microorganismes exercent dans l'eau sur l'éclosion des œufs durables une influence favorisante, comme l'a vu le premier Bacot.

([3]) J. et M. Magrou, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 84.

quartz, 31 éclosions furent notées dans les 24-48 heures; sur 203 œufs témoins, aucune éclosion.

Sur 78 œufs soumis à l'action du Staphylocoque sous quartz, 7 éclosions furent obtenues dans les 24 heures; sur 69 œufs témoins, aucune éclosion.

D'autre part, sur 28 œufs placés comparativement en présence de bouillon bactériologique stérile, sous quartz, aucune éclosion n'apparut dans les 24 heures. Après infection spontanée du bouillon, 6 éclosions surviennent du 2e au 5e jour.

En remplaçant le quartz par une lame de verre, quelques résultats d'éclosion ont été également constatés, mais toujours inférieurs à ceux du quartz.

Ainsi, avec le Staphylocoque, 33 œufs traités sous quartz ont donné 4 éclosions; 33 œufs traités sous verre, 1 éclosion.

Avec le *tumefaciens*, deux essais comparatifs ont donné :

			Éclosions.
	I.		
Émulsion sous quartz	:	9 œufs traités..	5
Emulsion sous verre	:	8 œufs traités.......	2
Témoin sans émulsion	:	10 œufs...	0
	II.		
Émulsion sous quartz	:	169 œufs traités.................	22
Émulsion sous verre	:	23 œufs traités..................	2
Témoin sans émulsion	:	167 œufs.	0

Les lots d'œufs, ayant résisté à l'éclosion après exposition aux suspensions bactériennes sous quartz, n'en ont pas moins traduit une certaine activation, révélée par une sensibilité accrue à l'égard d'excitations secondaires très faibles.

Ainsi, sur 147 œufs ayant subi sans éclore l'action à distance de *B. tumefaciens*, des agitations légères ont provoqué 28 éclosions subimmédiates, alors que les mêmes excitations, sur 198 œufs témoins, n'ont fourni que 10 éclosions.

Sur 171 œufs ayant résisté à l'action du Staphylocoque, l'agitation ou l'exposition à 13° C. pendant une minute ont déterminé 30 éclosions subimmédiates, alors que les mêmes influences sur 78 œufs témoins n'ont provoqué que 3 éclosions.

Les œufs soumis aux actions bactériennes *sous verre* n'ont pas réagi aux actions secondaires.

Quelques essais réalisés avec les œufs de *Stegomyia* (*Aëdes*) *annandalei*

n'ont pas révélé pour cette espèce stégomyienne la même sensibilité que celle de l'*Aëdes ægypti* aux actions bactériennes à distance ([1]).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation de d-arabinotétraoxybutyl-4-imidazol à basse température, à partir du glucose et du lévulose, en solution d'hydroxyde de cuivre ammoniacal.* Note ([2]) de M. **J. Parrod**, présentée par M. G. Urbain.

M. Pierre Girard et moi ([3]) avons signalé que l'oxydation du lévulose par l'oxyde de cuivre ammoniacal et l'oxygène, à la température du laboratoire, conduit à l'acide oxalique et à l'oxyméthyl-4-imidazol, et souligné l'intérêt biologique que présente la synthèse du noyau imidazol dans de telles conditions.

A partir du glucose, on obtient de la même façon de l'acide oxalique mais pas d'oxyméthyl-4-imidazol.

Une étude plus approfondie des produits de l'oxydation de ces deux sucres m'a permis d'en extraire l'imidazol lui-même ainsi qu'une base présentant un pouvoir rotatoire gauche : le *d*-arabinotétraoxybutyl-4-imidazol

```
               H   OH  OH
    //N — C — C — C — C — CH2OH
 CH<      ||  OH  H   H
    \NH — CH
```

Cette formule de constitution, qui s'accorde bien avec les résultats de l'analyse élémentaire, rend compte du fait qu'on obtient la même substance, possédant un pouvoir rotatoire gauche, à partir du glucose et du lévulose.

Cette substance présente deux réactions des imidazols : coloration rouge par le *p*-diazobenzènesulfonate de soude et précipitation par le nitrate d'argent ammoniacal.

Enfin j'ai pu en réaliser la synthèse par un procédé général de préparation

---

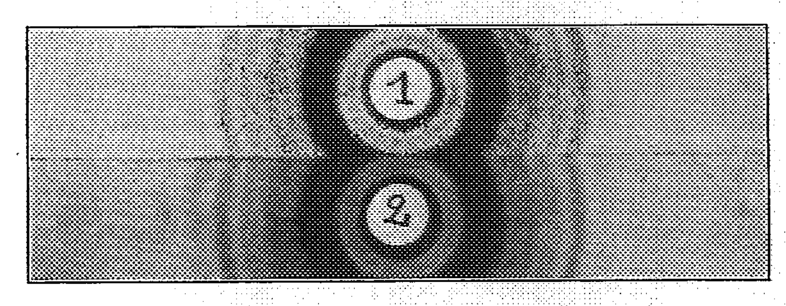
([1]) Ajoutons que les suspensions de levures (*Debaryomyces*, *Saccharomyces*) ou les mélanges oxydants (bleu de méthylène, phénosafranine réduits), actifs à travers le quartz sur les œufs d'oursin, n'ont exercé aucune action sur les œufs de Stegomyia, dans les mêmes conditions.

([2]) Séance du 20 avril 1931.

([3]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 328.

des imidazols : condensation des α-dicétones (ici le glucosone) avec l'ammoniaque et le formol.

Le produit obtenu dans ces dernières conditions n'a pu être purifié à fond, son point de fusion restant inférieur de 2° à celui préparé à l'aide de l'oxyde cuivrique ammoniacal, mais le mélange des deux corps élève de 1° ce point de fusion et d'autre part les diagrammes de rayons X, obtenus par M. Champetier, reproduits ci-dessous, sont identiques (voir les figures).



1. Diagramme de rayons X du tétraoxybutyl-4-imidazol préparé à partir du lévulose et de l'oxyde de cuivre ammoniacal.
2. Diagramme du même corps préparé par condensation du glucosone avec l'ammoniac et le formol. (Raies K_α et K_β du cuivre.)

Parmi les interprétations possibles des résultats ci-dessus, la plus simple est d'admettre les réactions suivantes :

1° Hydrolyse partielle des sucres conduisant à l'aldéhyde glycolique dans le cas du glucose; à l'aldéhyde glycérique et à la dioxyacétone dans le cas du lévulose; au formol dans tous les cas.

2° Oxydation en α des aldoses et cétoses présents, celle de l'aldéhyde glycolique se trouvant poussée en partie jusqu'à l'acide oxalique.

3° Condensation des α-céto-aldéhydes formés avec l'ammoniaque et le formol.

Technique. — On fait passer un courant d'air dans un mélange contenant : lévulose (1 mol/g), 180^g; $Cu(OH)^2$ (2 mol/g), 200^g; NH^3 à 20 pour 100 (16 mol/g), 1500^{cm^3}; eau, q. s. p. 4000^{cm^3}.

La liqueur bleue, d'abord limpide, laisse déposer bientôt une poudre verte. Après 15 jours, on filtre.

Traitement du filtrat. — On évapore à sec dans le vide, puis on reprend par l'acide acétique au 1/5. Le résidu légèrement bleuâtre, mis en suspension dans l'eau, traité par H^2S à saturation, donne de l'oxalate acide d'imidazol.

Traitement du précipité. — On met en suspension dans l'eau, sature de H^2S, filtre, évapore à sec, reprend par l'eau, ajoute de l'acétate de plomb en excès. Le précipité formé à ce moment est filtré. Au filtrat débarrassé du plomb par H^2S, évaporé à sec, puis repris par l'eau, on ajoute de l'acide picrique solide qu'on dissout à l'ébullition. Par refroidissement, il cristallise le picrate d'oxyméthylimidazol. Les eaux mères concentrées à petit volume laissent déposer le picrate de tétraoxybutylimidazol. Afin d'en isoler la base, on dissout dans l'eau tiède et on ajoute un petit excès d'acide sulfurique. Il cristallise de l'acide picrique que l'on filtre; ce qui en reste en solution est extrait par épuisement à l'éther. On élimine l'acide sulfurique par le carbonate de baryte. Après concentration à petit volume, il cristallise par refroidissement la base libre qu'on décolore ensuite au noir et purifie par plusieurs cristallisations dans l'eau.

Fines aiguilles incolores, $F = 164°$, $[\alpha]_D = -19°,5$, un peu solubles dans l'eau froide, très solubles dans l'eau chaude, insolubles dans les autres solvants usuels.

Analyse élémentaire : C 44,70, H 6,52, N 14,91 (théorie : C 44,65, H 6,43, N 14,89).

Le glucose, traité comme le lévulose, se comporte de façon analogue.

Préparation du tétraoxybutyl-4-imidazol à partir du glucosone. — Le glucosone est préparé à partir de 12^g de glucosasone par la méthode de Paul Mayer [1]. Sa solution, réduite à 25^{cm^3}, additionnée de 5^{cm^3} de formol à 40 pour 100, est entourée de glace et saturée d'ammoniac sec. On laisse reposer une nuit, on évapore à sec dans le vide, on reprend par l'eau et on ajoute de l'acide picrique qu'on dissout à l'ébullition. Par refroidissement cristallisent des picrates qu'on essore. Le filtrat, épuisé à l'éther pour enlever l'acide picrique en excès, est concentré. Un nouveau picrate, mélangé à du picrate d'ammoniaque, cristallise. On essore et on purifie par cristallisations dans l'eau, puis dans l'alcool. On le traite ensuite comme précédemment pour extraire la base.

---

(1) *Biochem. Zeitschr.*, 40, 1912, p. 455.

PROTOZOOLOGIE. — *Nouvelles observations sur le plasmode généralisé et les kystes à mérozoïtes de* Sabellaria spinulosa *Leuck.* Note de M. **Armand Dehorne**, présentée par M. F. Mesnil.

Nous avons signalé (¹) l'existence chez ce polychète d'un plasmode parasitaire qui s'insinue dans tous les tissus. En même temps, on trouve toujours, dans l'épithélium intestinal de la queue, des sortes de kystes à mérozoïtes, parfois très nombreux, qui sont des stades évolutifs du plasmode. De nouvelles recherches confirment nos premiers résultats; tous les individus des deux sexes étudiés se sont montrés envahis par des formations plasmodiales extraordinairement étendues et bourrées de courts bâtonnets mitochondriaux.

Fréquemment, dans l'épiderme, les branches du plasmode montrent d'énormes épaississements en forme de blocs irréguliers ou de volumineux tortillons. Dans ces parties hypertrophiées, le chondriome disparaît presque en entier en commençant par l'intérieur, et le cytoplasme se transforme en une substance homogène colorée en bleu céleste par la méthode de Volkonsky ; plus tard, elle présente une teinte naturelle brun jaunâtre rappelant celle des pigments mélaniques. De telles transformations du plasmode, peut-être dégénératrices, se rencontrent aussi, de place en place, dans la musculature longitudinale, dans l'intervalle entre celle-ci et la basale épidermique, et à la bordure cœlomique.

Dans l'épithélium intestinal de la queue, il existe toujours, quoique en nombre très variable, une certaine catégorie d'éléments qu'on serait tenté de considérer comme des cellules glandulaires. Ce sont en réalité des expansions, à un ou plusieurs noyaux, du plasmode installé à la base de l'épithélium sous forme d'un réseau basilaire. La plupart de ces expansions simples, arrondies, ne montent pas jusqu'à la lumière; il en est de ramifiées, qui insinuent leurs branches irrégulières soit parallèlement à la basale, soit obliquement entre les cellules propres de l'intestin. D'autres envoient jusqu'à la garniture ciliaire un mince prolongement sinueux dont la gracilité est remarquable et qui se termine par une pointe extrêmement petite. Toutes ces formations s'altèrent par l'emploi des fixateurs ordinaires, et l'acide acétique y fait apparaître quelquefois des grains qui sont de purs artefacts.

(¹) A. Dehorne, *C. R. Soc. de Biol.*, 104, Paris, 1930, p. 647.

Par la méthode de Volkonsky, on obtient une indication intéressante : leur noyau se teint en rouge vif, tandis que normalement les noyaux doivent prendre le bleu. Leur cytoplasme, pauvre en chondriome, est faiblement rosé et il se trouve occupé presque en entier par une production azurophile curieuse qui enserre étroitement le noyau rouge. C'est un ensemble de boyaux bosselés, irréguliers et contournés, d'aspect spumeux ou à structure maillée, avec des parois basophiles diversement épaissies et un contenu clair traversé de tractus également basophiles. Ces boyaux rappellent les aspects réticulés de certains gros chromosomes d'Alliacées ou d'Orthoptères, gonflés après la télophase.

Les kystes à mérozoïtes ne représentent pas un sporozoaire à forme définie, coccidie ou grégarine, en état de schizogonie; ils sont produits par une ou plusieurs de ces pseudo-cellules glandulaires. Le noyau plasmodial n'entre pas en jeu dans la production des mérozoïtes. A un moment donné, une portion du plasmode subit une contraction qui régularise ses contours; en même temps, par une action instantanée, dans tous les points à la fois, les boyaux maillés du système azurophile se résolvent en petits noyaux irréguliers, nus, tous égaux, *qui se trouvent d'emblée uniformément répartis dans toute l'étendue de la masse parasitaire*. Puis le cytoplasme se découpe autour de chaque noyau, retenant le bleu azur, accompagné de bâtonnets ou de filaments mitochondriaux, ce qui produit les mérozoïtes en lancettes de 9 à 13^{μ}.

BACTÉRIOLOGIE. — *Nouvelles souches bactériennes isolées de trachomateux nord-africains en suivant la technique de Noguchi.* Note de M. **Ugo Lumbroso** et Mlle **H. Van Sant**, présentée par M. Charles Nicolle.

On sait que Noguchi a isolé, d'enfants indiens trachomateux du Nouveau Mexique, une bactérie qu'il a désignée sous le nom de *Bacterium granulosum* et dans laquelle il a cru reconnaître l'agent pathogène du trachome. Son argument principal, en faveur de cette opinion, serait la reproduction de la maladie par les cultures sur certains singes.

Les conclusions de Noguchi sont contestées. Retrouvé par certains auteurs (américains), ce microbe ne l'a pas été par tous. En outre les essais de reproduction, tentés avec les cultures de Noguchi sur les singes et même sur l'homme, n'ont pas donné de résultats qui s'imposent, la plupart de ces essais ont été même incontestablement négatifs.

Dans une Note antérieure [1] l'un de nous avait relaté l'isolement, fait par lui, de cinq souches bactériennes sur sept essais, ayant porté sur des trachomateux tunisiens. Nous considérions ces souches comme voisines du microbe de Noguchi dont nous n'avions alors connaissance que par nos lectures. V. Morax nous a procuré, depuis, ces cultures. Leur étude nous a montré des différences très sensibles avec les nôtres.

La présente Note porte sur 18 souches, y compris les cinq premières. Ces souches ont été isolées en suivant la technique de Noguchi; 12 fois sur le milieu à leptospires, 3 fois sur l'agar au sang et aux sucres, 3 fois sur les deux milieux, et en partant de 29 cas de trachome florides, non traités. Ces recherches ont nécessité 2000 cultures, rien que pour l'isolement.

Jamais nous n'avons retrouvé le *B. granulosum*. Les souches, isolées par nous, peuvent être rangées, d'après leurs caractères, en trois types A, B, C, de plus en plus éloignés du microbe de Noguchi.

TYPE A :

Morphologie. — Coccobacille très petit, très polymorphe, présentant des formes diplobacillaires, diplococcobacillaires, diplococcoïdes et même coccoïdes. Dimensions variables, de celles du b. de Weeks le plus petit à celles d'un diphtérique court, mais mobile.

En général, Gram négatif.

Cultures. — Température optima 25°; pousse bien, mais avec retard, à la température du laboratoire; bien à 30°-37°. Pousse bien sur gélose au sang et aux sucres (début de la culture à la 48e heure), sur gélose molle à l'amidon (milieu de conservation) et sur le milieu à leptospires.

Colonies non confluentes, grasses, opaques, de dimensions variables, un peu surélevées, légèrement visqueuses et présentant un *pigment jaune d'or* dès le début du développement. — pH variable de 7,4 à 7,7.

Fermentation des sucres. — Attaque très légèrement et irrégulièrement : dextrose, lactose, galactose, maltose, saccharose, arabinose, dextrine, inuline; non mannite, dulcite, sorbite et amygdaline.

TYPE B :

Morphologie. — Polymorphe, mais avec prédominance de la forme bacillaire (chez A, l'aspect court, arrondi et coccoïde prédomine). Se comporte en coloration comme A.

Cultures. — Très rapides, très abondantes en 24h à 25°, sur milieu au sang et aux sucres, gélose molle à l'amidon et milieu à leptospires. Colonies confluentes, surélevées, humides, luisantes, très crèmeuses et gluantes.

---

[1] U. LUMBROSO, *Nouvelles recherches sur l'étiologie du trachome. Étude d'un germe, rencontré en Tunisie, dans ses rapports avec le* Bacterium granulosum *de Noguchi* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1021).

La plupart des souches offrent un *pigment jaune vieil or au début* qui prend *ensuite une couleur vert réséda;* quelques-unes ont, dès le début, une teinte brun acajou transparent qui persiste. Les premières poussent légèrement sur gélose ordinaire et à l'opsine, les autres non.

Fermentation des sucres. — Action légère et presque constante sur : dextrine, lévulose, galactose, maltose, saccharose, dextrose, inuline, arabinose; presque nulle ou nulle sur : lactose, dulcite, mannite, sorbite, amygdaline.

TYPE C :

Morphologie. — Polymorphe; encore plus nettement bacillaire que B. Se comporte en coloration comme A et B.

Cultures. — Optimum 25°. Culture moins riche sur les milieux de Noguchi que A et B. Coloration du *bleu gris opaque au début*, au *gris bleuâtre en vieillissant.* Faible production de mucine. Développement faible (inconstant) sur gélose ordinaire et à l'opsine.

Fermentation des sucres. — N'en attaque aucun.

CONCLUSIONS. — Les bactéries du type A diffèrent essentiellement du *B. granulosum* par l'aspect des colonies, leur consistance, leur pigment jaune d'or et par l'absence du pouvoir ferment vis-à-vis de certains sucres que *B. granulosum* attaque.

Celles du type B et surtout du type C en sont encore plus éloignées.

THÉRAPEUTIQUE. — *Le gallium, propriétés thérapeutiques dans la syphilis et les trypanosomiases expérimentales.* Note de MM. C. **LEVADITI**, J. **BARDET**, A. **TCHAKIRIAN** et A. **VAISMAN**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours de nos études expérimentales concernant les propriétés thérapeutiques de certains éléments, études entreprises sous la direction de M. G. Urbain, il nous a été donné de découvrir qu'un rare métal, le gallium, est doué de propriétés trypanocides et spirillicides :

1° *Dérivés étudiés.* — Nous avons employé le *tartrate*, l'*oxyde*, le *benzoate* et l'*anthranilate de gallium*. Les dérivés insolubles ont été employés à l'état de suspension dans l'huile, ou dans une solution isotonique de glycose.

2° *Dérivés actifs.* — Parmi ces composés, s'est montré actif surtout le tartrate de gallium. Contrairement au bismuth, le gallium ne semble pas agir à l'état d'oxyde.

3° *Activité thérapeutique.* — La plupart de nos essais ont été faits avec le tartrate de gallium soluble. L'activité préventive et curative a été manifeste dans la syphilis expérimentale et certaines trypanosomiases; elle fut moins

nette, ou totalement nulle dans d'autres spirilloses (*Sp. gallinarum*, *Duttoni*, *Sp. cuniculi*, *morsus muris*) et le *Proteosoma* des oiseaux [1].

4° *Syphilis expérimentale* (virus de Truffi). — Des lapins, porteurs de chancres syphilitiques riches en tréponèmes, ont reçu le gallium soit par voie intramusculaire (de $0^g,03$ à $0^g,045$ de gallium par kilogramme sous forme de tartrate), soit par voie intraveineuse ($0^g,015$ de gallium par kilogramme), en une seule injection. Disparition des tréponèmes dès le troisième ou le quatrième jour, cicatrisation progressive du syphilome. La réaction de Meinicke est devenue négative au cours du traitement [2].

5° *Trypanosomiases*. — Nos expériences ont été faites sur la souris, le cobaye et le singe (*Mac. rhesus*), avec des résultats identiques. Nous avons surtout étudié l'infection provoquée par le *Tr. evansi*.

a. Le gallium exerce une *action préventive* manifeste, à la dose de $0^g,015$ pour une souris de 20^g. Cette action est de courte durée, le métal s'éliminant rapidement de l'organisme;

b. *Administré en même temps que des trypanosomes*, le gallium protège la souris pendant au moins 17 à 18 jours, à la dose de $0^g,003$ à $0^g,011$;

c. *Curativement*, le gallium guérit parfois définitivement des souris destinées à succomber en 24 à 48 heures. La dose curative est de $0^g,0045$ de gallium (souris de 20^g), la dose tolérée étant aux environs de $0^g,015$. Les trypanosomes disparaissent de la circulation 24 à 30 heures après l'administration du médicament. Certaines souris récidivent, alors que d'autres restent indéfiniment à l'abri de l'infection et sont totalement stérilisées.

Des effets curatifs plus ou moins analogues ont été constatés dans d'autres trypanosomiases (*Tryp. brucei*, *congolense*, *pecaudi*, *gambiense*).

Conclusions. — *Le gallium exerce une action préventive et curative manifeste dans la syphilis expérimentale et certaines trypanosomiases. Il devra donc être compris dans la série des éléments doués de propriétés thérapeutiques dans ces maladies, soit : Va* (51), *Ga* (70), *As* (75), *Sb* (121), *Te* (127), *Pt* (194), *Au* (197), *Hg* (200) et *Bi* (208).

A $16^h 50^m$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h.

A. Lx.

(1) Le gallium agit *in vitro* sur les spirochètes et les trypanosomes; l'action réactivante des extraits d'organes est à l'étude.

(2) La stérilisation des ganglions est à l'étude.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MARS 1931 (*suite et fin*).

Description géométrique détaillée des Alpes françaises. Tome III. *Massifs du Genevois, des Bornes, des Aravis, de Beaufort*, par PAUL HELBRONNER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. 32cm,5.

Les principes scientifiques de l'action contre les incendies dans les mines, par INZ. WITOLD BUDRYK. Krakowie, Akademji Górniczej, s. d.; 1 fasc. 25cm.

Le glycogène dans le développement des tumeurs des tissus normaux et des êtres organisés. Physiologie normale et pathologique, par A. BRAULT. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par Ch. Achard.)

La mortalité dans les quatre plus grandes villes de l'Ukraine en 1923-1929. 1re Partie : *Tables*, par GEORGE KORTSCHAK-TSCHÉPOURKIVSKY. In *Mémoires de la classe des sciences naturelles et techniques de l'Académie des sciences d'Ukraine.* Kyiv, 1930; 1 fasc. 25cm.

Déduction rationnelle de la loi de gravitation et solution du problème de N-*corps. La dynamique planétaire et satellitaire réduite en générale à une solution simple et rationnelle*, par OLOF HÖGBERG. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 fasc. 24cm,5.

Royal Dublin Society. *Bi-centenary Souvenir* 1731-1931. Dublin, Browne et Nolan; 1 vol. 30cm.

Ministero dei Lavori Pubblici. Servizio Idrografico. Ufficio Idrografico del Po. Sezione di Milano. *Carta delle Irrigazioni Lombarde* (Pubblicazione no 13 dell'Ufficio). Roma, Provveditorato Generale Dello Stato Libreria, 1929; 1 vol. 42cm.

Ministero dei Lavori Pubblici. Servizio Idrografico. Ufficio Idrografico del Po. Sezione di Torino. *Carta delle Irrigazioni Piemontesi* (Pubblicazione no 13 dell'Ufficio, Vol. 2). Roma, Provveditorato Generale dello Stato, 1930; 1 vol. 42cm.

Ministero dei Lavori Pubblici. Servizio Idrografico del Po Parma. *Carta delle Irrigazioni. Regione Emiliana* (Parte 1o : Bacino del Po a valle della Scrivia) (Pubblicazione no 13 dell'Ufficio. Vol. 3). Roma, Provveditorato generale dello Stato Libreria, 1930; 1 vol. 42cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 MAI 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Mme Vve **A.-Th. Schlœsing** fait hommage d'une Notice intitulée : *A.-Th. Schlœsing* (1856-1930). *Sa vie et son œuvre*, par Désiré Leroux.

NOMINATIONS.

M. **Ch. Gravier** est désigné pour représenter l'Académie au *VIIe Congrès international d'Aquiculture et de Pêche* et au *XIIe Congrès national des Pêches et des Industries maritimes*, qui se tiendront en juillet 1931.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à l'emploi de Chargé de cours de *Chimie-physique appliquée à l'Hydrologie et à la Climatologie*, déclaré vacant au Collège de France, pour la première ligne, M. *Adolphe Lepape* obtient 46 suffrages contre 1 à M. *Marcel Geslin*. Il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne, M. *Marcel Geslin* obtient 31 suffrages. Il y a 3 bulletins blancs.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne................ M. **Adolphe Lepape**.
En seconde ligne................. M. **Marcel Geslin**.

PLIS CACHETÉS.

M. **Léandre Génu** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 23 mars 1931 et inscrit sous le n° 10403.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Télévision simplifiée*.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Les premiers fascicules du *Journal of Science of the* Hiroshima University : *Series A* (*Mathematics*, *Physics*, *Chemistry*); *Series B*, *Div. I* (*Zoology*), *Div. II* (*Botany*).

2° The Port of New York Authority, *Second Progress Report on* Kill Van Kull Bridge *between Bayonne*, *New Jersey and Port Richmond*, *Staten Island*, *New York* et *Fourth Progress Report on* Hudson River Bridge *at New York between Fort Washington and Fort Lee*.

3° Le fascicule I, 1er trimestre 1931, des *Annales françaises de Chronométrie*, organe trimestriel de l'Observatoire national de Besançon, de l'Institut de Chronométrie de l'Université de Besançon et de la Société Chronométrique de France, publié sous la direction de MM. René Baillaud et J. Haag. (Présenté par M. G. Ferrié.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés des fonctions n-métaharmoniques*. Note [1] de M. **Jean-Pierre Robert**, présentée par M. E. Goursat.

Le but de la présente Note est l'extension, aux fonctions n-métaharmoniques, de propriétés connues des fonctions harmoniques. Notre but principal sera de généraliser la formule de médiation de M. Zaremba [2] et de montrer comment le même processus de démonstration permet de retrouver d'une manière très immédiate l'analyticité et l'autonomie du domaine réel. Pour simplifier nous raisonnerons dans le plan, mais les résultats sont valables dans un espace euclidien à p dimensions.

I. Soient $\mathcal{R}$ une certaine région du plan, $u(\mathrm{P})$ une fonction uniforme, réelle ou non, d'un point P de $\mathcal{R}$, telle qu'en chaque point P strictement intérieur à $\mathcal{R}$ elle possède un laplacien continué d'ordre n et qu'elle vérifie l'équation

$$\mathcal{D}^{(n)} u \equiv \Delta^{(n)} u + \lambda_1 \Delta^{(n-1)} u + \lambda_2 \Delta^{(n-2)} u + \ldots + \lambda_{n-1} \Delta u + \lambda_n u = 0,$$

(1) Séance du 4 mai 1931.

(2) Bouligand, *Fonctions harmoniques. Principes de Picard et de Dirichlet* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. XI, 1926, p. 5).

les λ_i étant des constantes quelconques. La fonction u, satisfaisant aux conditions précédentes, est dite n-métaharmonique dans $\mathcal{R}$. Soient M_0 un point fixe de $\mathcal{R}$, (S) un cercle centré en M_0, de rayon quelconque r, strictement intérieur à $\mathcal{R}$, m un point de S $(M_0 m = r)$. Dans une Note précédente (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 326), nous avons établi la formule suivante de médiation superficielle :

$$(1) \qquad \frac{1}{2\pi r}\int_S u(m)\,ds_m = u_0\Phi_n^1(r) + \Delta u_0\Phi_n^2(r) + \ldots + \Delta^{(n-1)}u_0\Phi_n^n(r).$$

Soit Σ un cercle de centre M_0, de rayon quelconque ρ, mais intérieur à $\mathcal{R}$. Désignons par $f(r, \rho)$ une fonction intégrable de $r = M_0 m$, définie si $r \leqq \rho$, qui, pour tout $\rho < \rho_0$, vérifie les n conditions suivantes :

$$(\text{A}) \qquad \iint_\Sigma f(r, \rho)\Phi_n^1(r)\,d\sigma_m = \pi\rho^2 \qquad \text{et} \qquad \iint_\Sigma f(r, \rho)\Phi_n^k(r)\,d\sigma_m = 0$$
$$\text{pour } k = 2, 3, \ldots, n.$$

On tire immédiatement de (1)

$$(2) \qquad \frac{1}{\pi\rho^2}\iint_\Sigma f(r, \rho)\,u(m)\,d\sigma_m = u(M_0).$$

Les formules (1) et (2) constituent l'extension, aux fonctions n-métaharmoniques, des théorèmes de Gauss et de Zaremba relatifs aux fonctions harmoniques [pour ces dernières, il suffit de prendre $f(r, \rho) \equiv 1$].

II. La propriété précédente est susceptible d'une réciproque. Soit $f(r, \rho)$ une fonction de r, définie pour tout $r \leqq \rho$, et cela quel que soit ρ inférieur à une certaine limite ρ_0. Nous supposerons de plus qu'elle admet une dérivée première $\frac{\partial f}{\partial r}$ qui, pour tout $r \leqq \rho$ et pour tout $\rho < \rho_0$, vérifie $\left|\frac{\partial f}{\partial r}\right| < \frac{k}{\rho}$, k étant une constante.

Enfin nous demanderons à $f(r, \rho)$ de satisfaire aux conditions (A).

Cela étant, nous avons établi le théorème suivant :

Si une fonction u(P) sommable, bornée et uniforme dans $\mathcal{R}$ vérifie (2) *pour tout cercle Σ intérieur à $\mathcal{R}$* (c'est-à-dire quels que soient le centre M_0 et le rayon $\rho < \rho_0$ de Σ), *la fonction u(P) est n-métaharmonique dans $\mathcal{R}$.*

III. Les notations étant celles de la Note précitée, nous poserons

$$\Psi_n^n(r) = (-1)^{n-1}\,\mathbf{S}\,\frac{S(\alpha_1 r)}{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)(\alpha_1^2 - \alpha_3^2)\ldots(\alpha_1^2 - \alpha_n^2)},$$

$S(\alpha_1 r)$ désignant la solution élémentaire de $\Delta S + \alpha_1^2 S = 0$ qui se comporte comme $\log\frac{1}{r}$ au voisinage de $r = 0$.

Nous définirons ensuite, pour $k = 1, 2, 3, \ldots, n-1$, les $n-1$ fonctions $\Psi_n^k(r)$ par

$$\Delta\Psi_n^{k+1}(r) + \lambda_{n-k}\Psi_n^n \equiv \Psi_n^k(r).$$

Soient $\mathcal{R}$ une région du plan limitée par un contour fermé C, et $u(\mathrm{P})$ une fonction n-métaharmonique dans $\mathcal{R}$. M étant un point fixe quelconque strictement intérieur à $\mathcal{R}$, m un point variable du contour C ($\mathrm{M}m = r$), nous avons établi la formule

$$(3)\quad u(\mathrm{M}) = \frac{1}{2\pi}\int_{\mathrm{C}}\left[\sum_{k=1}^{n}\Delta_u^{k-1}\frac{d}{dn}\Psi_n^k(r) - \Psi_n^k(r)\frac{d}{dn}(\Delta_u^{k-1})\right]ds_m \qquad (\Delta^0 u \equiv u).$$

A l'analyticité par rapport aux coordonnées (x, y) des n fonctions Ψ, on rattache ainsi l'analyticité de $u(\mathrm{M})$. Supposons maintenant que le contour C soit un cercle de centre M_0 à l'intérieur duquel et sur lequel la fonction u soit n-métaharmonique (on peut donc prendre le plus grand cercle de centre M_0 et ne contenant pas de point singulier réel de la fonction u). De la formule (3), il résulte que le développement de u en série de polynomes homogènes par rapport aux composantes de $\overrightarrow{\mathrm{M}_0\mathrm{M}}$ converge dans ce cercle, c'est dire que, de (3), résulte l'autonomie du domaine réel au sens de M. Bouligand [*Sur l'étude directe de certaines fonctions monogènes dans le domaine réel* (*C. R. du Congrès des Sociétés savantes en* 1925, *Sciences*); *Sur un problème de la théorie des fonctions analytiques de plusieurs variables complexes* (*Journal de Mathématiques*, 9, 1930, p. 363 à 375]. En particulier, si la fonction u est n-métaharmonique dans tout le plan, elle est fonction entière des coordonnées (x, y) du point M.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions univalentes.* Note (1) de M. **J. Dieudonné**.

1. Étant donnée une fonction holomorphe univalente dans le cercle unité

$$(1)\qquad f(z) = z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots,$$

on a depuis longtemps considéré comme probables les inégalités

$$(2)\qquad |a_n| \leqq n \qquad (n = 2, 3, \ldots),$$

l'égalité ayant lieu pour la fonction particulière $f(z) = \frac{z}{(1-z)^2}$.

(1) Séance du 4 mai 1931.

L'exactitude de ces inégalités n'a été jusqu'ici démontrée que pour les valeurs $n = 2$ ([1]) et $n = 3$ ([2]).

Je me propose de démontrer les inégalités (2) *dans le cas particulier où les coefficients a_i sont des nombres réels.*

2. Je m'appuierai sur le résultat suivant, que j'ai énoncé dans une récente Note ([3]) sous une forme légèrement différente :

La condition nécessaire et suffisante pour que la fonction (1) *soit univalente dans le cercle unité, est que l'équation en x*

$$\varphi(x, \theta) \equiv 1 + a_2 x \frac{\sin 2\theta}{\sin\theta} + \ldots + a_n x^{n-1} \frac{\sin n\theta}{\sin\theta} + \ldots = 0$$

n'ait aucune racine dans le cercle unité, quelle que soit la valeur de θ comprise entre 0 *et* 2π.

Supposons alors que les nombres $a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ soient réels, et donnons à x une valeur *fixe*, quelconque sur le segment de l'axe réel compris entre -1 et $+1$. L'expression $\varphi(x, \theta)$ garde le même signe lorsque θ varie de 0 à 2π; il en est de même de

$$(3)\quad 2\sin^2\theta . \varphi(x, \theta) \equiv 1 + a_2 x \cos\theta + (a_3 x^2 - 1)\cos 2\theta + (a_4 x^2 - a_2) x \cos 3\theta + \ldots \\ + (a_k x^2 - a_{k-2}) x^{k-3} \cos(k-1)\theta + \ldots.$$

[ce ne peut d'ailleurs être que le signe $+$, puisque

$$\int_0^{2\pi} 2\sin^2\theta\, \varphi(n, \theta)\, d\theta = 2\pi \Big],$$

Or, pour une série trigonométrique uniformément convergente à coefficients réels,

$$1 + \lambda_1 \cos\theta + \lambda_2 \cos 2\theta + \ldots + \lambda_n \cos n\theta + \ldots,$$

qui reste positive ou nulle quel que soit θ, on sait que l'on a ([4])

$$(4)\qquad |\lambda_n| \leqq 2 \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

En appliquant ces inégalités à la série (3) et en faisant tendre x vers 1, il vient finalement

$$(5)\qquad |a_2| \leqq 2, \qquad |a_k - a_{k-2}| \leqq 2 \qquad (k = 3, 4, \ldots),$$

d'où l'on déduit immédiatement par récurrence les inégalités (2). Les iné-

---

([1]) L. Bieberbach, *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (*Phys.-Math. Klasse*, 1916, p. 940-955).

([2]) K. Löwner, *Mathematische Annalen*, 89, 1923, p. 103-121.

([3]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 79-81.

([4]) L. Fejér, *Journal de Crelle*, 146, 1916, p. 53-82.

galités (5) établissent d'ailleurs entre les a_i des relations plus précises que (2).

3. Lorsque la fonction $f(z)$ a une forme particulière, on peut obtenir pour les a_i des inégalités plus satisfaisantes que (5). Par exemple, si $f(z)$ est une fonction *impaire*, on peut donner à x des valeurs de la forme it (t réel compris entre -1 et $+1$) sans que la série (3) cesse d'avoir ses coefficients réels. On en déduit aisément

$$(6)\qquad |a_3| \leqq 1, \qquad |a_{2k-1}| + |a_{2k+1}| \leqq 2 \qquad (k = 2, 3, \ldots),$$

relations qui se transforment en égalités pour la fonction univalente impaire

$$f(z) = \frac{z}{1-z^2}.$$

De même, si $f(z)$ est un polynome de degré m, l'expression (3) est un polynome trigonométrique positif de degré $m+1$ en θ, et l'on peut alors remplacer (4) par les inégalités plus précises (¹)

$$(7)\qquad |\lambda_n| \leqq 2\cos\frac{\pi}{E\left(\frac{m+1}{n}\right)+2},$$

d'où l'on déduit pour les a_i des inégalités plus précises que (5).

4. Remarquons enfin qu'on a obtenu les résultats précédents en appliquant les inégalités (4) à l'expression $\varphi(x, \theta)$, multipliée par le polynome trigonométrique non négatif $2\sin^2\theta = 1 - \cos 2\theta$. En opérant de même sur toute expression de la forme $P(\theta)\varphi(x, \theta)$, où $P(\theta)$ est un polynome trigonométrique non négatif quelconque, on obtiendra chaque fois une nouvelle série d'inégalités pour les a_i.

ÉLASTICITÉ. — *Sur les lignes de glissement d'un massif pulvérulent.* Note (²) de M. **Edouard Callandreau**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Dans sa théorie des semi-fluides à l'état d'équilibre-limite, Boussinesq considère (comme Coulomb avec son ancien procédé du coin) la surface de rupture qui, émanant dans un massif pulvérulent du pied

(¹) E. v. Egervary et O. Szasz, *Mathematische Zeitschrift*, 27, 1928, p. 641-652. Pour $n=1$ et $n > \frac{m+1}{2}$, l'inégalité avait déjà été établie par M. Fejér (*loc. cit.*). $E(x)$ est la partie entière de x.

(²) Séance du 4 mai 1931.

du mur qui le retient, s'en éloigne en montant vers le talus supérieur et définit ainsi le prisme qui intervient en fait (et dans les deux théories) pour obtenir la poussée maxima. Le profil de cette surface comporte en général dans le voisinage de la paroi une partie curviligne. Coulomb le supposait entièrement rectiligne, et Poncelet a donné de ce cas une solution graphique. Je me propose d'indiquer dans le même ordre d'idées une construction simple relative à la théorie nouvelle.

2. Le massif d'angle φ de frottement intérieur est retenu par une paroi prise ici verticale et susceptible de céder sous l'action de la composante horizontale de poussée par rotation autour de son arête horizontale inférieure. La ligne de pente Oy de la surface, supposée libre, du talus fait l'angle ω sur l'horizon. Je considère le problème plan. Les lignes de glissement passant par le sommet O et par le pied A de la paroi, relatives à un élément plan en C soumis à la pression p et caractérisé par l'angle polaire θ, sont également et de part et d'autre inclinées de l'angle $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}$ sur la direction de la plus grande pression principale en ce point. Et l'angle θ, compté à partir de l'axe Ox perpendiculaire à Oy et dirigé vers le bas, est lié à l'inclinaison χ que fait avec cet axe cette plus grande pression principale par la relation

$$\theta=\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}+\chi, \tag{1}$$

où χ vaut le plus petit en valeur absolue des deux angles aigus négatifs (le plus grand correspondant au phénomène de la butée), solutions de l'équation

$$\sin\omega+\sin\varphi\sin(2\chi+\omega)=0, \tag{2}$$

obtenue en partant des équations indéfinies de l'équilibre en p et χ, où l'on écrit que p et χ n'y dépendent pas de y et prennent sur la surface libre des valeurs constantes, nulle même pour p; la poussée étant d'autre part inclinée sur la normale en C au rayon polaire d'angle θ justement de l'angle φ.

Les analogies des sinus dans le triangle OAC, si je note que l'angle $\widehat{OCA}$ vaut $\frac{\pi}{2}+\varphi$, et si j'y remplace la longueur OC par sa projection sur Ox, OD, divisée par $\cos\theta$, donnent $\frac{OD}{\cos\theta.\cos(\varphi+\omega+\theta)}=\frac{OA}{\cos\varphi}$, que j'écris en passant par les lignes 2θ explicitées au moyen de (1) et (2) en fonction de ω et φ, et désignant par N le milieu de la paroi OA,

$$\frac{OD}{\sin(\varphi+\omega)}=\frac{ON}{\sin\varphi}.$$

Mais le triangle OND, où γ représente l'angle $\widehat{NDO}$, donne d'autre part

$$\frac{OD}{\sin(\gamma+\omega)}=\frac{ON}{\sin\gamma};$$

et le rapprochement de ces deux relations entraîne, puisqu'il s'agit d'angles aigus, l'égalité de γ à φ.

3. D'où la construction simple suivante : le segment capable de l'angle φ tracé du côté du massif sur la corde $ON=\frac{OA}{2}$ traverse en un point D (autre que O) l'axe Ox normal à la ligne de pente de la surface libre. La perpendiculaire élevée à cet axe en D rencontre le segment capable de l'angle $\frac{\pi}{2}+\varphi$ décrit sur OA, également du côté du massif en un point C. La droite OC est la trace du mur idéal de Maurice Levy. La droite AC donne l'inclinaison des lignes de glissement dans le gros du massif. Prolongée jusqu'à la surface libre, elle permet une approximation (par défaut) du prisme de poussée. Celle-ci est d'ailleurs plus approchée, vis-à-vis la solution exacte de la théorie nouvelle, que celle (également par défaut) qui résulterait de la méthode de Coulomb-Poncelet. Ces deux approximations n'ont du reste la même valeur que pour $\omega=0$; et aussi pour $\omega=\varphi$ où elles se confondent alors avec la solution exacte.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les conditions de fonctionnement du tube de Pitot.* Note (1) de MM. **L. Escande** et **M. Teissié Solier**, présentée par M. L. Lecornu.

La vitesse W, mesurée au tube de Pitot en un point d'un courant liquide, est donnée, en mètres par seconde, par l'expression

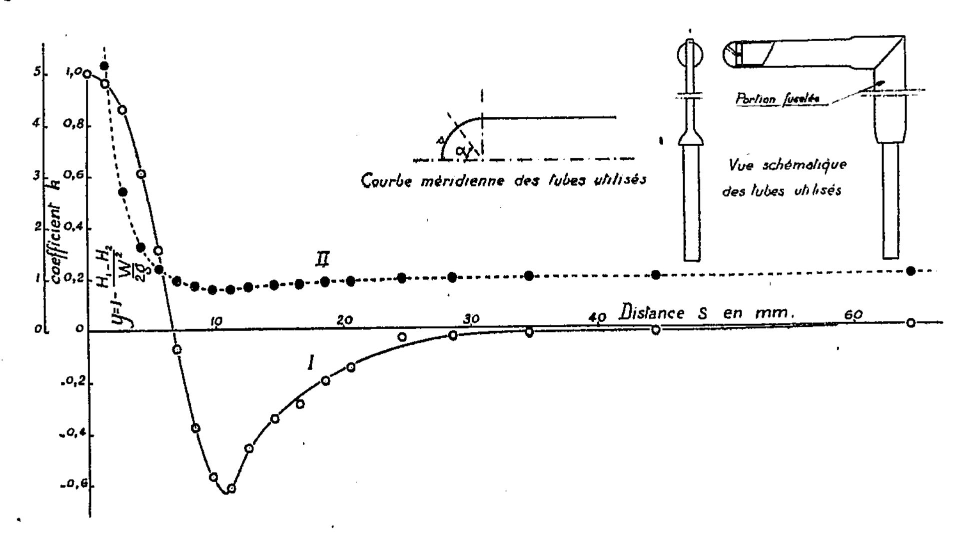
$$W=k\sqrt{2g(H_1-H_2)},$$

H_1 étant la pression en mètres d'eau correspondant à l'orifice A normal à la direction générale de l'écoulement, H_2 la pression en mètres d'eau relative à l'orifice B parallèle à cette même direction, k un coefficient dont la valeur dépend de la forme du tube et de la position de l'orifice B.

Nous nous sommes proposé de préciser les conditions de fonctionnement du tube de Pitot en recherchant les variations, sur un tube donné, du coefficient k en fonction de la position de l'orifice B. Nous avons utilisé à

(1) Séance du 4 mai 1931.

cet effet une série d'appareils constitués par un tube en laiton de 16^{mm} de diamètre, terminés à l'amont par un hémisphère et sur lesquels ce deuxième orifice occupait une position différente le long de la courbe méridienne (voir la figure). Ces tubes ont été successivement immergés dans un champ uniforme de vecteurs vitesses réalisé dans un ajutage de 30^{cm} de diamètre. La valeur de la vitesse était mesurée par la méthode chronophotographique. Un tube piézométrique permettait de déterminer les valeurs des pressions H_1 et H_2 correspondant à chaque tube.



Soit $y = 1 - \frac{H_1 - H_2}{\frac{W^2}{2g}}$ la fraction positive ou négative de la hauteur correspondant à la vitesse W, récupérée sous forme de pression au point occupé par l'orifice B. Soit d'autre part s la distance fixant la position de cet orifice, distance comptée le long de la courbe méridienne à partir de l'extrémité amont du tube (voir la figure).

Nous avons déterminé expérimentalement la courbe représentative de $y = \varphi(s)$ (voir la courbe I).

Nous avons ensuite déduit de cette étude les variations du coefficient k en fonction de la distance s, variations représentées par la courbe II (voir la figure). L'ensemble des résultats obtenus montre que dans les conditions de nos expériences, ce coefficient prend la valeur unité pour deux positions de l'orifice. L'une située sur l'hémisphère et définie par $s = 6^{mm},70$, soit $\alpha = 48°$, l'autre située sur le tube à une distance assez grande de l'extrémité amont et définie par $s = 64^{mm},50$. Ce dernier résultat avait déjà

été indiqué par l'un de nous. De plus, il existe sur l'hémisphère amont une position de l'orifice B définie par $s = 10^{mm},87$, soit $\alpha = 78°$, pour laquelle la sensibilité du tube est maximum, le coefficient prenant pour valeur $= 0,78$.

D'autre part l'analyse des variations de y permet de voir, par application du théorème de Bernoulli, que la vitesse des particules fluides se déplaçant le long de la couche limite entourant le tube, après être devenue très faible au voisinage de l'extrémité amont A, reprend la valeur W pour $\alpha = 48°$, passe par un maximum W_M pour $\alpha = 78°$, puis tend progressivement vers W, valeur qui est atteinte à nouveau après un parcours suffisant ($s = 64^{mm},55$). L'examen du spectre chronophotographique des vitesses permet d'ailleurs de retrouver ces diverses particularités.

Nous nous proposons de généraliser l'étude précédente en la reprenant avec des tubes analogues mais d'un diamètre différent.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un oscillateur électrique à basse fréquence stabilisé par un diapason.* Note [1] de M. **Georges Mabboux**, présentée par M. Armand de Gramont.

Pour entretenir électriquement les vibrations d'un diapason, on s'est borné jusqu'à présent à exciter celui-ci à l'aide d'un électro-aimant commandé par un contact fonctionnant en trembleur ou par une bobine auxiliaire reliée à la grille d'une triode et remplissant une fonction analogue d'une manière plus parfaite. En opérant ainsi, on n'est généralement pas maître de régler la phase de l'impulsion pour réaliser l'isochronisme.

Nous nous sommes proposé d'obtenir simultanément l'entretien de la vibration et la stabilisation d'un circuit oscillant par le diapason lui-même en faisant fonctionner celui-ci et son unique bobine excitatrice à la manière d'un quartz piézo-électrique.

Pour cela nous avons réalisé le schéma suivant (*fig.* 1).

Entre les branches du diapason D est placée la bobine unique B reliée à la grille d'une triode. Le potentiel moyen de la grille est maintenu à une valeur convenable par la résistance de fuite R, tandis que la capacité C ne fait qu'intercepter le courant continu. Lorsqu'on amène progressivement le circuit oscillant à être sensiblement à l'unisson avec le diapason, ce dernier se met en mouvement, et l'on entend des battements qui s'espacent jusqu'au moment où un accrochage brusque se produit et où le diapason

(1) Séance du 4 mai 1931.

impose sa fréquence au circuit oscillant. On peut alors faire varier la période de celui-ci de plus de 5 pour 100 sans provoquer le décrochage.

La comparaison avec le schéma de la figure 2, qui est celui que nous

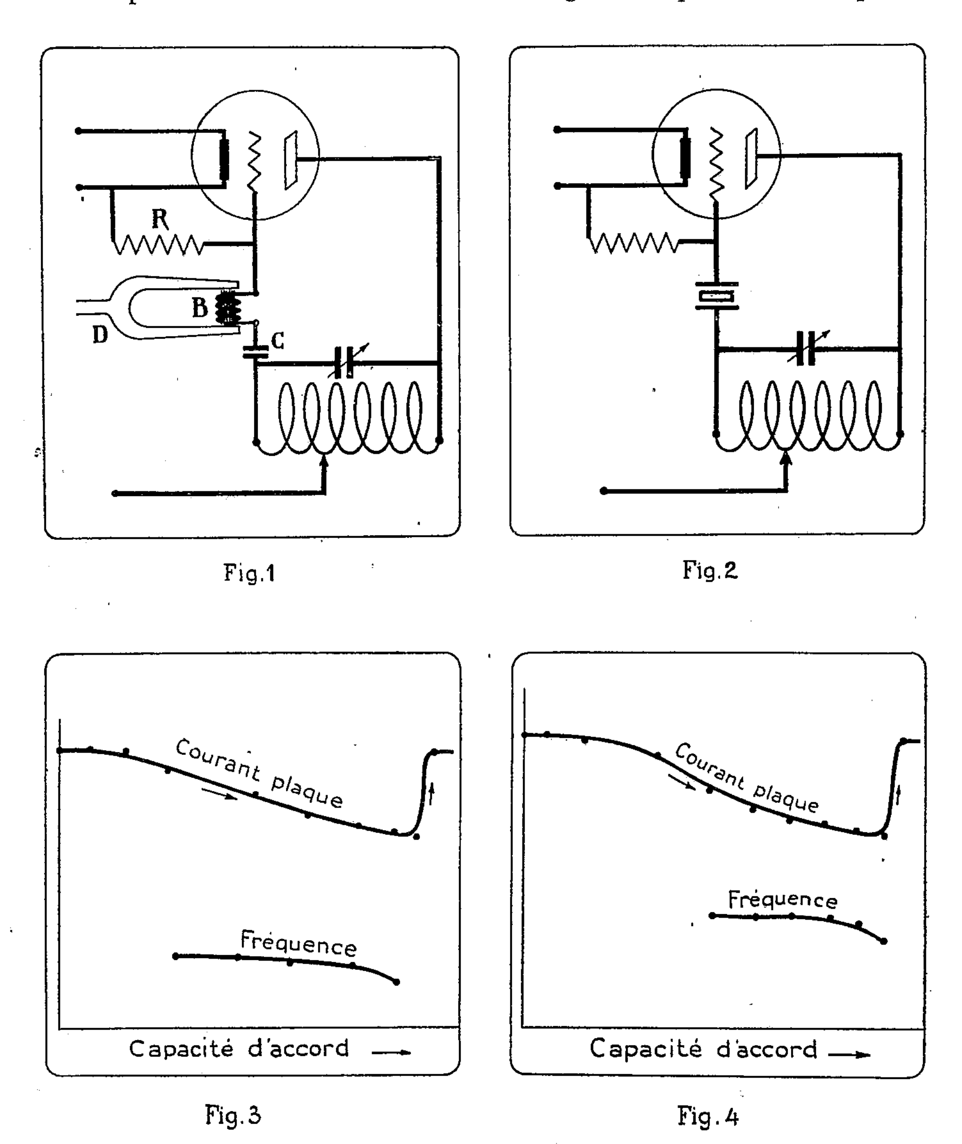


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

employons ordinairement avec les quartz piézo-électriques, montre la ressemblance des deux phénomènes. Dans le cas du quartz la vibration piézo-électrique se comporte à la manière d'une self-induction fictive, comme l'a mis en évidence Dye par son schéma de la cellule équivalente. Dans le

cas du diapason les propriétés élastique et électromagnétique du système introduisent une capacité fictive à la manière du condensateur électrodynamique de Swinburne (1902).

L'analogie avec le quartz est encore plus évidente si l'on étudie le fonctionnement de l'appareil en faisant varier la période de l'oscillation. On voit se manifester un minimum de courant plaque très pointu et très voisin d'un décrochage brusque vers les basses fréquences du circuit oscillant, tandis que le décrochage, dans le sens opposé, est très progressif et accompagné d'une très légère augmentation de la fréquence de l'ensemble. Les deux couples de courbes des figures 3 et 4 se rapportent respectivement à deux oscillateurs, l'un à diapason, l'autre à quartz; elles présentent une grande ressemblance.

Lorsque l'oscillateur est stabilisé, on peut approcher un noyau de fer de celui de la bobine du circuit oscillant sans entendre se manifester aucun battement avec un autre oscillateur réglé à l'unisson.

La fréquence est sensiblement indépendante de la tension d'alimentation. Si, en poussant les choses à l'extrême, on fait varier cette tension de 40 à 120 volts, la variation de fréquence n'atteint pas un cinquième de période par seconde.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la constitution et la stabilité de deux complexes cupriazotés*. Note (1) de MM. **M. Auméras** et **A. Tamisier**, transmise par M. V. Grignard.

1° *Ion cupritétraméthylaminique*. — Comme l'ammoniaque, la méthylamine donne avec le nitrate cuivrique la coloration bleu foncé bien connue. Il nous a paru intéressant de fixer la formule et plus particulièrement la constante d'équilibre du complexe formé. Cette dernière détermination permet en effet d'étudier l'influence de la substitution d'un radical, CH^3, sur la stabilité de la combinaison engendrée, quand on passe de l'ammoniac à la méthylamine.

Cette étude a été effectuée par la méthode spectrophotométrique.

Les *mélanges équimoléculaires* de nitrate cuivrique et de méthylamine en solution saturée de sulfate de méthylamine présentent un maximum d'absorption pour 80 pour 100 d'amine et de 20 pour 100 de sel cuivrique.

(1) Séance du 4 mai 1931.

La réaction devra donc se formuler

$$Cu^{++} + 4CH^3 - NH^2 \rightleftharpoons |Cu(NH^2 - CH^3)^4|^{++}.$$

Il est intéressant de noter que la méthylamine joue dans le complexe formé un rôle identique à celui de l'ammoniac.

L'étude des *mélanges non équimoléculaires*, en solution saturée de chlorhydrate de la base, a conduit aux résultats suivants (notations habituelles) :

Concentrations				
Γ en $(NO^3)^2Cu$.	Γ' en $CH^3 - NH^2$.	$p = \frac{\Gamma'}{\Gamma}$.	Composition maximum x.	$K_{15°}$.
0,01	0,3	30	0,19	$1,1.10^{-8}$
0,02	0,3	15	0,28	$2,1.10^{-8}$
0,015	0,3	20	0,24	$1,6.10^{-8}$
			Moyenne =	$1,6.10^{-8}$

Comparons la moyenne ainsi trouvée à la valeur de K correspondant à l'ammoniac et à l'éthylène-diamine.

Amines.	K.
NH^3	5.10^{-10} (1)
$CH^3 - NH^2$	$1,6.10^{-8}$
$NH^2 - CH^2 - CH^2.NH^2$	$1,5.10^{-6}$ (1)

On voit que, pour les combinaisons cuivriques azotées de la série aliphatique, la stabilité diminue quand la substitution et le poids moléculaire augmentent.

2° *Ion cupritétranicotinique.* — Nous avons étudié de la même manière et dans un but analogue l'action de la nicotine sur le nitrate cuivrique.

Nous avons opéré en présence de sulfate de nicotine.

L'étude des *mélanges équimoléculaires* a permis de mettre en évidence un complexe renfermant 1 atome de cuivre pour 4 molécules de base. Ce fait s'explique bien; en effet, l'azote du noyau pyridique possède seul la propriété de donner un ion cupriazoté, l'autre étant inactif vis-à-vis du sel cuivrique; la réaction s'écrira donc :

$$Cu^{++} + 4C^5H^4N - C^5H^{10}N \rightleftharpoons |Cu(C^5H^4N - C^5H^{10}N)^4|^{++}.$$

L'examen de plusieurs *solutions non équimoléculaires* nous a donné les valeurs suivantes pour K :

(1) P. Job, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 204.

Concentrations				
Γ en $(NO^3)^2Cu$.	Γ′ en $C^5H^4N-C^5H^{10}N$.	$p = \frac{\Gamma'}{\Gamma}$.	Composition maximum x.	$K_{15°}$.
0,02	0,4	20	0,54	$4,6 \cdot 10^{-3}$
0,02	0,5	25	0,52	$0,97 \cdot 10^{-3}$
0,1	0,4	4	0,70	$1,6 \cdot 10^{-3}$
0,01	0,4	8	0,66	$1,8 \cdot 10^{-3}$
				Moyenne = $2,2 \cdot 10^{-3}$

Comparons cette valeur à la valeur de K trouvée pour la pyridine (1):

Bases.	K.
Pyridine	$3,1 \cdot 10^{-4}$
Nicotine	$2,2 \cdot 10^{-3}$

Pour la série hétérocyclique la conclusion est donc la même que pour la série aliphatique.

En résumé, les combinaisons cupriazotées suivent la règle générale de substitution, et leur stabilité diminue quand la substitution et le poids moléculaire augmentent.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur la présence de peroxydes dans les gaz des moteurs à explosion.* Note (2) de MM. **Dumanois, Mondain-Monval** et **Quanquin**, présentée par M. L. Guillet.

Deux d'entre nous (3) ont mis en évidence la formation d'alkylhydroperoxydes, au cours de l'oxydation directe par l'air des hydrocarbures saturés, à une température comprise entre 200° et 300°. A des températures légèrement supérieures à celles de formation, ces peroxydes se décomposent spontanément, avec dégagement de chaleur et de lumière, parfois même avec inflammation. Cette décomposition conduit à la formation, en particulier, d'aldéhydes, spécialement le formol et l'aldéhyde acétique, et de fumées blanches, produits de condensation des aldéhydes, soit entre elles, soit avec des substances non saturées qui apparaissent, sous l'influence de la température, au cours de l'oxydation.

Ces résultats positifs appuient ainsi solidement par l'expérience directe l'hypothèse du rôle des peroxydes dans le phénomène du choc des moteurs à explosion. Mais une autre objection sérieuse peut subsister, qui repose

(1) M. Auméras et A. Tamisier, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 99.

(2) Séance du 4 mai 1931.

(3) Mondain-Monval et Quanquin, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 299.

sur la vitesse de la formation de ces alkylhydroperoxydes. Dans les expériences auxquelles nous faisons allusion [1] les vapeurs d'hydrocarbure et l'air restaient en contact intime pendant plusieurs secondes.

La vitesse de formation de peroxydes pouvait être trop faible pour que ces derniers puissent jamais apparaître dans le cylindre d'un moteur en fin d'une compression dont la durée est de l'ordre du cinquantième de seconde.

MM. Moureu, Dufraisse et Chaux, au cours d'essais sur moteurs, avaient pu, il est vrai, dans deux expériences, caractériser la formation de peroxydes, mais sans pouvoir définir avec précision les conditions permettant de réussir l'expérience [2].

Nous avons repris ces expériences sur moteur. Nous introduisons un mélange d'air et d'hexane dans la chambre de compression d'un moteur à explosion entraîné, allumage coupé, à sa vitesse de rotation normale, au moyen d'un moteur auxiliaire, et nous analysons les gaz d'échappement. Les expériences sont faites à diverses températures du cylindre, en particulier à celle du fonctionnement normal et quand le moteur a chauffé lorsqu'on observe le choc.

Nous avons utilisé pour ces essais un moteur monocylindrique pour motocyclette, à 4 temps, de 70^{mm} d'alésage et 70^{mm} de course, à refroidissement par ailettes, allumage par batterie, graissage par barbotage. Ce moteur, fixé sur un bâti, était accouplé à un moteur électrique de 2 CV de puissance. Sur l'arbre réunissant les deux moteurs était calée une poulie de fonte entourée par les blocs de bois d'un frein commandé à la main. Le cylindre du moteur était calorifugé par de l'amiante. Un thermomètre à mercure, traversant le calorifuge, permettait à chaque instant de connaître la température de la fonte du cylindre. Enfin un dispositif muni d'un regard en verre épais laissait apercevoir très distinctement la flamme de chaque explosion. Les prélèvements de gaz se faisaient à la soupape d'échappement même.

Les choses étaient ainsi disposées, on mettait en marche le moteur à explosion et on le laissait fonctionner un certain temps, en absorbant sa puissance au moyen du frein disposé à cet effet. La vitesse de rotation oscillait autour de 1200 tours-minute. On suivait la marche ascendante du thermomètre. De temps en temps on coupait l'allumage et, sans changer en rien l'admission des gaz, on entraînait le moteur à explosion par le moteur électrique, à la même vitesse. On recueillait alors les gaz d'échappement dans des barboteurs à réactif de Schiff et à iodure de potassium et l'on constatait l'absence d'aldéhydes et de peroxydes. On remettait alors en marche le moteur à explosion et l'on recommençait un essai semblable à température plus élevée. Vers 270°, le phénomène du choc est apparu très nettement, la main de l'opérateur

---

(1) MONDAIN-MONVAL et QUANQUIN, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 917, et *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, **96**, 1930, p. 265.

(2) *Ann. of Nat. Comb. Liquides*, **2**, 1927, p. 253; *Comptes rendus*, **187**, 1927, p. 413.

agissant sur le frein ressentant à ce moment une trémulation particulière. Une baisse de puissance était également très sensible.

Corrélativement au choc, nous avons alors pu observer un certain nombre de phénomènes qui en donnent une interprétation particulièrement satisfaisante. Tout d'abord, à 270° et au delà, on observe le cognage du moteur, qui s'accentue légèrement lorsque la température s'élève. Si, dans ces conditions, on coupe l'allumage en supprimant simultanément l'action du frein, le moteur ne s'arrête pas immédiatement, comme il le fait à température plus basse. Il continue à tourner avec un bruit particulier d'échappement, très doux, qui écarte toute supposition d'allumage spontané par pointes métalliques ou particules de carbone incandescentes. D'ailleurs le regard en verre vissé dans la chambre de compression nous a permis de constater que ce fonctionnement du moteur avait lieu sans flamme. Il correspond à la décomposition exothermique et spontanée des peroxydes. Ce mouvement de rotation peut se poursuivre plus d'une minute. Si, après son interruption par le frein, on fait tourner, à l'aide du moteur électrique, le moteur à explosion sans allumage, on trouve dans les gaz d'échappement une quantité très notable d'aldéhydes et de peroxydes en en faisant passer quelques bulles dans les réactifs habituels. De plus, des fumées blanches sortent de l'orifice d'échappement et, par leur odeur irritante et leur action sur les yeux, ne nous ont pas laissé de doute sur l'identité des produits d'oxydation ainsi obtenus et de ceux que nous avions préparés au moyen du tube d'oxydation dans nos recherches antérieures.

La formation des peroxydes par contact direct de l'air et des vapeurs d'hydrocarbures est donc extrêmement rapide, puisque ces combinaisons ont le temps de se former et de se détruire au moins partiellement, pendant la durée de la course de compression, sous l'influence de l'élévation de température qui en résulte. La température maxima atteinte par le mélange gazeux influe, d'une manière considérable, sur sa teneur en peroxydes. On conçoit qu'une augmentation du taux de compression produise un effet tout semblable. L'apparition du choc coïncide, en définitive, avec un changement chimique notable dans la composition du mélange détonant, et la présence de peroxydes explosifs. C'est à ces derniers qu'il faut attribuer le nouveau mode de combustion du mélange gazeux, combustion amorcée par l'étincelle de la bougie.

A 15h40m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 18 MAI 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 26 au lieu du lundi 25 mai.

LITHOLOGIE. — *Les phonolites néphéliniques et leucitiques de l'île Ua-Pou (Archipel des Marquises).* Note de M. **A. Lacroix**.

J'ai décrit antérieurement ([1]) une phonolite de l'île Ua-Pou, située au sud de Nuka Hiva. La composition minéralogique et chimique de cette roche volcanique détonne au milieu de tout ce qui est connu dans les autres îles de l'archipel des Marquises. J'ai donc demandé au Dr Rollin, auquel je devais l'échantillon étudié, de vouloir bien effectuer une reconnaissance aussi complète que possible de cette île. La présente Note est consacrée à l'étude des nombreux matériaux qu'il m'a fait parvenir.

Si tout le pourtour de l'île est constitué par des coulées et des tufs de laves à facies basaltique, ses crêtes sont entièrement phonolitiques. Elles consistent en cinq pitons aigus dominant un amphithéâtre, d'où part une étroite vallée, véritable couloir, descendant à la mer dans la direction nord-ouest jusqu'au village Hakahetau. Des échantillons ont été recueillis, en place, aux pitons Poumaka et Poutetainui (1232m); d'autre part, un grand

---

([1]) A. Lacroix, *Nouvelles observations sur les laves des îles Marquises et de l'île Tubuaï* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 365).

nombre de galets ont été ramassés sur la plage de Hakahetau. Un sixième piton, celui de Tamaka, éloigné des précédents, domine le village Hakatao, situé sur la côte nord-est de l'île ; d'après les rapports des indigènes, il est constitué par une pierre sonore, d'aspect différent de celle des gisements précédents ; je n'en possède pas d'échantillon.

Ces phonolites ont une cassure conchoïde; elles sont compactes, ont l'aspect d'un silex; leur couleur est vert poireau, verdâtre ou jaune; à l'œil nu, l'on ne distingue que quelques phénocristaux de sanidine de 1 à 2^{mm} et des cristaux plus petits de néphéline à éclat gras. Toutes renferment les mêmes minéraux, mais ont des structures diverses. Les minéraux prédominants sont la néphéline et la sanidine; il n'existe çà et là que des traces de hornblende, en partie résorbée; des pyroxènes, dont la teneur varie entre 7 et 12 pour 100 sont constants, ainsi qu'un peu d'analcime primaire qui moule les cristaux intacts de néphéline.

La néphéline automorphe existe à l'état de phénocristaux et de microlites; les phénocristaux de sanidine sont peu abondants, ses microlites sont tantôt très nets comme forme, tantôt indistincts. La pâte de la roche est généralement à grain très fin.

Le pyroxène est l'ægyrine ou l'augite ægyrinique, parfois à peine colorée. A Poutetainui, l'ægyrine est d'un vert foncé et très polychroïque groupée en palmes, constituées par de petites aiguilles imparfaitement parallèles; ces palmes sont squelettiformes et englobent en grand nombre des prismes hexagonaux de néphéline. Elles sont distribuées sans régularité, certaines portions de la roche étant uniquement feldspathiques et néphéliniques. A Poumaka, les cristaux d'ægyrine sont plus gros et plus réguliers, leur centre est parfois cristallitique, alors que leur périphérie est homogène; ils n'englobent pas de néphéline et font figure de phénocristaux.

Il faut citer une phonolite à texture ocellée; dans une pâte d'un vert clair, devenant blanche par altération, se voient des taches globuleuses ou ellipsoïdales d'un vert foncé. Elles sont quelquefois clairsemées, d'autres fois groupées ou distribuées suivant des bandes parallèles. Elles sont caractérisées par l'abondance du pyroxène, présentant une grande variété de structure : membraneuse, palmée d'une façon plus ou moins complexe, groupée en larges rosettes; ces diverses apparences rappellent celles de certaines phonolites des Canaries ou de Bohême, mais avec une physionomie assez spéciale.

Plus particulièrement intéressante est une phonolite d'un vert clair, homogène, ou bien constituant une brèche ignée; la néphéline est moins

abondante que dans le cas précédent et elle est remplacée par un très grand nombre de trapézoèdres incolores ou de cristaux globuleux, sans contour géométrique; les uns et les autres renferment localement des cristallites pyroxéniques disposés radialement. Le minéral qui constitue ces cristaux de symétrie cubique, est épigénisé par de très petites plages d'un minéral incolore dont l'indice moyen est voisin de 1,54 : il est inattaquable par les acides; c'est de l'orthose moulée par un peu d'analcime. Ces pseudomorphoses permettent d'éliminer l'hypothèse de l'analcime comme minéral originel et ne laissent subsister que celle de la *leucite*; il s'agit là d'une pseudoleucite comparable à celle de certaines roches intrusives.

Quant aux brèches ignées, elles sont formées de fragments de cette *phonolite leucitique*, mais avec des variations de structure et de cristallinité. Les intervalles existant entre les fragments de cette brèche sont quelquefois vides et alors bordés de cristaux nets d'analcime que moulent des fibres de christianite.

Parmi les nombreux échantillons que j'ai examinés, je n'en ai trouvé qu'un seul qui soit dépourvu de néphéline : c'est une roche de même aspect extérieur que les précédentes, jaune et finement cristalline. Elle renferme un petit nombre de cristaux d'anorthose, maclés suivant les lois de l'albite et le Carlsbad; la pâte est formée de sanidine dont les lames fournissent des sections très allongées; elles sont accompagnées de prismes et de grains d'augite jaune d'or, très polychroïque et très biréfringente, rappelant l'*augite acmitique* du *sperone* du Latium. Il existe de l'analcime et aussi de petites aires globuleuses, riches en menus grains de magnétite et de pyroxène lesté par de la magnétite; ils sont distribués sur la périphérie et orientés suivant des diamètres, alors qu'au centre des aires s'observe une disposition irrégulière en grains; il existe aussi un peu de sanidine et d'analcime. Il s'agit sans doute là encore de pseudoleucite et je considère cette roche comme une forme spéciale de *phonolite leucitique*, modifiée par autopneumatolyse.

M. Raoult a analysé toutes les variétés de ces phonolites et l'on voit, de 1 à 6 du tableau ci-après, que leurs différences minéralogiques influent peu sur leur composition chimique; la teneur en néphéline varie de 28 à 31 pour 100, celle en orthose de 35 à 29 pour 100. Les types 3 et 4 sont hyperalcalins. Dans les analyses 1 à 4, le rapport $K^2O : Na^2O$ oscille entre 0,31 et 0,38. Les phonolites leucitiques sont un peu plus potassiques; le même rapport varie de 0,46 à 0,60. Elles renferment en outre de 4,45

à 8,34 pour 100 d'anorthite virtuelle, mais il s'agit là, sans doute, d'une conséquence de la zéolitisation, influençant le calcul du feldspath.

On voit que dans cette série riche en néphéline, comme il convient, la leucite apparaît dans les types les plus potassiques; néanmoins le rapport de la potasse à la soude est faible pour une roche leucitique; sa valeur la plus basse 0,46 se rapproche toutefois de celle (0,51) de la phonolite leucitique de Perlerkopf dans l'Eifel.

L'existence de la leucite dans une lave du Pacifique est un fait remarquable qui n'avait pas été encore observé et sur quoi, par conséquent, il est nécessaire d'insister.

1.	*Phonolite néphélinique*	Hakahetau........	I'.6.1.4
2.	»	Poutetainui.......	I'.6.1.4
3.	»	Hakahetau........	I'.6'.1.4
4.	»	Poumaka.........	I(II).6'.1.4
5.	*Phonolite néphélinique et leucitique.*	Hakahetau........	I(II).6'.1'.'4
6.	*Phonolite leucitique.*		I'.6.(1)2.(3)(4)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
SiO^2..........	54,74	54,64	55,20	54,88	52,78	54,08
Al^2O^3..........	22,01	22,02	22,27	21,13	21,86	21,00
Fe^2O^3..........	2,72	2,62	2,45	1,67	2,07	4,20
FeO..........	1,26	1,44	0,60	1,80	2,20	0,24
MnO..........	0,19	0,29	0,24	0,19	0,22	0,21
MgO..........	0,11	0,20	0,57	0,16	0,14	0,15
CaO..........	1,62	1,16	0,96	1,44	2,56	2,34
Na^2O..........	9,76	10,01	10,62	9,82	8,57	7,00
K^2O..........	5,53	4,85	4,96	5,70	5,88	6,21
TiO^2..........	0,41	0,10	0,24	0,41	0,58	0,61
P^2O^5..........	0,19	0,07	0,06	0,08	0,07	0,10
H^2O (+).......	0,91	1,42	1,62	2,44	1,85	2,19
» (—).......	0,14	1,08	0,44	0,45	1,00	1,47
Cl..........	0,33	0,14	0,13	0,09	0,13	0,19
	99,92	100,04	100,36	100,34 (1)	99,91	99,99
SiO^2 libre......	–	–	–	–	–	–
Né..........	27,6	27,7	30,8	29,2	27,6	16,19
$\Sigma\beta$..........	7,7	7,1	7,7	11,56	9,7	7,01

(1) SO^3 0,8.

Les phonolites qui viennent d'être décrites renferment des enclaves de laves basaltiques; leur éruption est donc postérieure à celle de ces roches noires; c'est là un cas comparable à celui qui a été constaté déjà dans les autres îles Marquises, où les trachytes sont plus récents que la plupart des roches basaltiques.

Il est fort possible que l'éruption de ces phonolites soit assez récente. Une photographie [1] prise par le Dr Rollin sur la crête de Ua-Pou y montre, en effet, de petites aiguilles rocheuses recourbées offrant une analogie morphologique remarquable avec les aiguilles éphémères du dôme récent de la Montagne Pelée; elles se sont probablement formées par le même mécanisme et n'ont pas été détruites par l'érosion, ce qui implique une certaine jeunesse.

A ce point de vue, il est intéressant de noter que dans le langage marquisien, dialecte maori, Ua-Pou veut dire les deux poteaux (du ciel); or ces deux poteaux sont Poumaka (poteau fronde) et Poutetainui (poteau sorti de la grande mer). Ces dénominations pourraient être interprétées comme un souvenir d'éruptions volcaniques, la première avec explosion et projection de blocs, la seconde avec extrusion rocheuse, mais il faut reconnaître que le Dr Rollin n'a pu recueillir à ce sujet aucune légende parmi les indigènes.

Une autre question qui doit être discutée est celle concernant les relations de Ua-Pou et de Nuku Hiva. J'ai fait remarquer antérieurement que la présence d'une phonolite à Ua-Pou contraste singulièrement avec la constitution de toutes les autres îles Marquises et que deux hypothèses se présentent à l'esprit pour interpréter cette différence. D'après l'une, Ua-Pou constituerait un centre éruptif distinct, alimenté par un magma un peu spécial; dans l'autre, la phonolite ne serait qu'un accident, cas aberrant de différenciation extrême d'un magma commun à toutes les îles de l'archipel. Je me suis prononcé pour la première hypothèse; plus récemment, M. Chubb, à la suite de la découverte d'un basanitoïde dans l'île Tahuata, pensant, en outre, que la phonolite de Ua-Pou n'est qu'un accident lithologique, s'est déterminé pour la seconde.

Les nouvelles observations consignées dans la présente Note montrent qu'à Ua-Pou les phonolites ne sont pas un accident minime; elles jouent un rôle très important dans la constitution de l'île.

J'ai voulu, d'autre part, avoir plus de précision sur la composition chimique des roches à facies basaltique qui les accompagnent; or toutes renferment de la néphéline virtuelle, ainsi que le démontrent les deux analyses ci-après.

---

(1) Cf. figure 3, planche III, *in* Louis Rollin, *Les îles Marquises*, Paris, 1929.

1. *Téphritoïde* .... II.(5)6.2'.4[3.1'.(2)3.3]
2. *Basalte labradorique* β'...... III.5.3(4).4[2.2.2.3]

	1.	2.
SiO^2	48,06	44,82
Al^2O^3	17,98	13,06
Fe^2O^3	3,91	3,23
FeO	4,61	8,97
MgO	2,42	8,15
CaO	7,54	11,74
Na^2O	5,49	2,17
K^2O	2,84	1,39
TiO^2	2,74	3,80
P^2O^5	0,86	0,48
H^2O (+)	2,22	1,41
» (—)	1,14	0,87
MnO	0,22	0,16
	100,03	100,25
An	37	57
Né	10,58	1,35
Σ*b*	26,41	50,94

Cet ensemble rappelle donc tout à fait la composition du magma de Tahiti et je crois légitime de maintenir ma première opinion.

POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE. — *Comparaison des rotations magnétiques du quartz cristallisé et du quartz fondu.* Note de M. **A. Cotton.**

J'ai rappelé (¹) comment l'étude d'un milieu isotrope soumis à l'action directrice d'un champ (électrique ou magnétique) permet théoriquement de voir si des molécules orientées ont dans toutes les directions le même pouvoir rotatoire magnétique. Dans les cristaux il y a de même des éléments ayant une orientation commune (et qui sont en outre disposés régulièrement dans le réseau cristallin). Cette orientation est même beaucoup plus complète que dans les milieux rendus artificiellement biréfringents par les moyens dont nous disposons : on est ainsi conduit à aborder la question posée en étudiant le phénomène de la rotation magnétique dans les cristaux.

Dans le cas qui nous occupe actuellement, des substances *diamagnétiques*,

(¹) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1065.

la polarisation rotatoire magnétique dans les cristaux a été fort peu étudiée jusqu'ici, soit par la théorie, soit par l'expérience [1]. Chauvin, dans son travail classique sur le spath, n'a étudié cette substance que dans des directions faisant avec l'axe des angles très petits, Borel et Disch n'ont étudié le quartz que suivant l'axe. Honda a signalé, dès 1908, que le pouvoir rotatoire magnétique du saccharose n'était pas le même suivant les deux axes optiques.

Sans traiter le problème dans toute sa généralité on peut tout d'abord se proposer de comparer le pouvoir magnétique d'une même substance dans les deux cas suivants : 1° la substance se trouve à l'état isotrope (solide vitreux, ou liquide surfondu); 2° elle est cristallisée en cristaux uniaxes, l'axe étant disposé parallèlement au champ.

On aura soin, bien entendu, de comparer les nombres que l'on aurait si la même masse de matière, située sur une portion donnée de surface que l'on suppose découpée dans l'onde plane incidente, était dans les deux cas traversée par le faisceau lumineux : pratiquement on divisera donc les rotations ω_1, ω_2 se rapportant à l'unité d'épaisseur par les densités d_1, d_2 de la substance prises sous les deux états.

Une substance qui paraît *a priori* se prêter très bien à l'expérience est le quartz. Je n'ai pas trouvé de résultats publiés sur la rotation magnétique du quartz fondu. Cela tient sans doute à ce que cette substance, prise en lames épaisses, dépolarise la lumière par suite des tensions intérieures et des défauts d'homogénéité. Même en traitant cette substance par le procédé très efficace indiqué par Lord Rayleigh, je n'avais pu m'en servir, pour fermer les tubes servant aux mesures polarimétriques dans l'ultraviolet, avec l'appareil que nous avions décrit, M. Descamps et moi, qu'en réduisant les épaisseurs employées à deux dixièmes de millimètre. Pour les mesures de rotation magnétique on peut utiliser, il est vrai, des faisceaux moins larges : en examinant des lames de silice fondue j'en ai trouvé deux qui, sous des épaisseurs de l'ordre du millimètre, étaient bien pures et dépourvues de biréfringence, permettant par suite des pointés précis. Leurs rotations magnétiques ont été mesurées par MM. Dupouy et Schérer, avec le grand électro-aimant de Bellevue. Malgré la faible épaisseur de ces lames les angles mesurés pouvaient être déterminés avec une précision suffisante : dans la partie uniforme utilisée le champ obtenu entre les pièces polaires

---

[1] Cf. Bruhat, *Traité de Polarimétrie* (*Éditions de la Revue d'Optique*, Paris, 1930, p. 367).

percées (diamètre des facettes terminales $2r = 10^{mm}$, diamètres des trous 5^{mm}, entrefer $2e = 6^{mm},5$) était voisin de 56000 gauss.

Dans ce champ une lame de quartz fondu ayant, à quelques microns près, $0^{mm},750$ d'épaisseur a donné pour la raie jaune du mercure (¹) une double rotation $2\omega_j$ égale à $2^\circ,11$. A ce nombre il faut faire une petite correction, en retrancher $0^\circ,03$: en effet, avec l'électro-aimant de Bellevue, on observe cette double rotation quand on ne met rien dans l'entrefer; cela tient à la colonne d'air traversée par le faisceau lumineux dans l'instrument lui-même, surtout dans les parties situées sous les bobines magnétisantes et soumises au champ direct du courant. La double rotation corrigée étant $2^\circ,08$, on a pour 1^{mm} de quartz fondu, dans le champ employé, une valeur $2\omega_1 = 2^\circ,77$. Une autre lame (épaisseur $0^{mm},997$) a donné de même la valeur voisine $2\omega_1 = 2^\circ,75$.

Dans le même champ une lame de quartz droit perpendiculaire à l'axe, de 1^{mm} d'épaisseur, orientée avec ses faces bien normales au champ, a donné à MM. Dupouy et Schérer une double rotation apparente de $3^\circ,23$ pour la même radiation. Pour le quartz cristallisé on a donc $2\omega_2 = 3^\circ,20$.

Si l'on prend alors pour les densités d_1, d_2 du quartz fondu et du quartz cristallisé les valeurs $d_1 = 2,206$ et $2,646$ données par Day et Schepperd et qu'on calcule les quotients correspondants on obtient :

$$\frac{2\omega_1}{d_1} = 1,25 \quad \text{pour le quartz fondu,}$$

$$\frac{2\omega_2}{d_2} = 1,21 \quad \text{pour le cristal suivant l'axe.}$$

La différence entre ces valeurs est supérieure aux erreurs des mesures : le quartz cristallisé a une rotation *spécifique* moindre que le quartz fondu.

Il conviendra d'effectuer des mesures analogues sur des lames plus épaisses, avec d'autres cristaux, en déterminant directement les densités. Mais dès à présent on peut indiquer que la rotation magnétique attribuable à la molécule de silice doit changer avec la direction, et il convient de rapprocher ce fait de ceux constatés récemment par Jean Becquerel (²) sur un cristal paramagnétique, la tysonite.

(¹) Dans le même champ les doubles rotations apparentes pour les raies vertes et indigo du mercure sont $2\omega_v = 2^\circ,39$ et $2\omega_i = 3^\circ,71$.

(²) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 215; *Journal de Physique*, 9, 1928, p. 357.

PÉTROGRAPHIE. — *Caractères pétrographiques des accidents magnésiens de la Craie du Bassin de Paris.* Note de M. L. **Cayeux.**

L'homogénéité de la craie blanche du Bassin de Paris est troublée en de multiples points par des accidents minéralogiques qui la transforment, soit en craie phosphatée, soit en craie dite magnésienne.

La question des craies magnésiennes, qui fera seule l'objet de cette Note, est tellement difficile à élucider qu'elle est restée enveloppée de ténèbres, en dépit des travaux de nombreux auteurs, tels que Élie de Beaumont, d'Archiac, Buteux, Graves, Passy, de Mercey, Hébert, MM. Ch. Barrois, de Grossouvre, etc. M. Ch. Barrois, notamment, a fourni en la matière une ample documentation, tirée de l'étude du Crétacé des Ardennes. Sur bien des points, la constitution même de ces roches magnésiennes est imparfaitement connue; quant au mode de gisement, il n'a pas été possible de l'éclairer suffisamment pour que le problème de leur origine s'en trouve étroitement défini. Dans ces deux domaines il est aujourd'hui possible d'utiliser de nouvelles observations et de faire réaliser à nos connaissances un progrès sensible.

Pour des raisons qu'il serait intéressant de démêler, le complexe des craies dites magnésiennes n'existe que dans la moitié septentrionale du Bassin de Paris. Sa distribution dans le temps est très restreinte, car les craies qui sont réellement magnésiennes à un degré exceptionnel se rapportent toutes à la craie à *Micraster cor anguinum*. De ce nombre, sont les craies de Bimont (Oise), de Beynes et de Bonnières (Seine-et-Oise), puis celles de Dizy-le-Gros (Aisne), correspondant aux gisements de beaucoup les plus connus.

1° Le premier stade de transformation de la craie typique — développé en liaison ou non avec les craies magnésiennes proprement dites — donne naissance aux *craies à durillons*. Ce sont des craies qui ont subi, d'abord, un commencement de cristallisation représenté par de nombreux rhomboèdres, généralement isolés dans une craie non modifiée, invariablement *composés*, et mesurant en moyenne un peu moins d'un dixième de millimètre (Bimont), puis un commencement de décalcification qui a détruit un grand nombre de ces rhomboèdres. Toutes les parties de la craie ayant échappé à la dissolution, forment des noyaux durs, à pâte très fine, désignés sous les noms de *durillons*, *rubis*, etc.; les autres sont à la fois criblées

de vides, moins dures et de teinte plus claire. L'enrichissement en magnésie, correspondant à cette métamorphose, est nul, et jamais on ne peut mettre en évidence un seul élément de dolomite au microscope. Deux craies à durillons du gisement très instructif de Bimont, renferment respectivement 0,09 et 0,05 pour 100 de MgO. C'est donc à tort que ces craies ont été parfois rangées dans les craies magnésiennes.

2° Dans une deuxième manière d'être, on retrouve le type précédent, riche en rhomboèdres de calcite composés, et sans trace de décalcification, dont le ciment crayeux a fait place à de la dolomite typique, cristallisée en très grands éléments moulés les uns sur les autres. La roche se résout alors en d'innombrables cristaux de calcite, noyés dans une gangue de dolomite, susceptible de réaliser la même orientation optique dans toute l'étendue d'une coupe mince. En somme, rien ne subsiste de la roche première.

Les caractères physiques de la craie blanche s'en trouvent profondément modifiés, attendu qu'elle est convertie en nodules jaune brunâtre, très durs, à cassure large, miroitante et courbe, connus sous le nom de buquants. Entièrement due au ciment dolomitique, cette cassure fait supposer l'existence d'une forte teneur en magnésie qui est loin d'être réalisée. L'analyse d'un buquant typique de Bimont a fourni 3,34 pour 100 de magnésie, correspondant à 15,2 pour 100 de dolomite, proportion fixant le rôle de la gangue dolomitique dans les coupes minces. En conséquence, la craie blanche est remplacée par un *calcaire dolomitique*.

Dans l'espèce, la métamorphose comporte deux temps distincts : développement de cristaux de calcite composés et transformation du ciment crayeux en gangue dolomitique largement cristallisée. A Bimont, cette étape n'est jamais dépassée, à ma connaissance.

3° Des échantillons de Beynes (Seine-et-Oise), quoique plus magnésiens que les précédents, sont au fond moins modifiés. La roche se décompose en nombreux rhomboèdres de dolomite, d'une seule orientation optique, à angles vifs, généralement isolés, et parfois fondus les uns dans les autres. Nombre d'entre eux ont conservé un témoin crayeux en leur centre. Quant à la gangue, elle est constituée par une craie fine, tout à fait normale, et, par conséquent, dépourvue de rhomboèdres de calcite composés. L'analyse accuse 4,17 pour 100 de MgO, soit 19,068 pour 100 de dolomite.

Pour le moment, ce stade, caractérisé par la genèse d'une *craie dolomitique*, n'est connu que dans la région de Beynes, où il est loin de représenter les variétés les plus modifiées.

4° Un nouveau facies des produits magnésiens de la craie nous fait assister à une dolomitisation généralisée sans jamais être intégrale. Le gisement de Dizy-le-Gros (Aisne) fournit de ce phénomène la meilleure illustration actuellement connue, sous la forme de rognons du type buquant.

La roche consiste en rhomboèdres de dolomite, inclus dans une gangue de même composition, très largement cristallisée, mais indifférenciée. Dans les cristaux comme dans le ciment, mais principalement dans celui-ci, il reste de nombreux témoins de craie qui en altèrent beaucoup la limpidité. Les plus purs des rhomboèdres montrent un ou deux clivages très marqués.

Deux échantillons, répondant à deux stades de dolomitisation inégalement avancés, renferment respectivement 5,70 et 9,74 pour 100 de magnésie, soit 26,06 et 44,54 pour 100 de dolomite. Le premier est un *calcaire dolomitique* typique et le second un terme de transition aux *dolomies calcarifères*.

5° Au stade ultime correspondent des *sables dolomitiques*, parfois faiblement consolidés, composés de rhomboèdres de dolomite très prépondérants, accompagnés de grains subrhomboédriques et de quelques éléments irréguliers. Les cristaux mesurent environ $0^{mm},1$ de plus grand axe (Dizy-le-Gros). La plupart montrent un ou plusieurs clivages représentés par de gros traits. En fait, le carbonate de chaux n'est pas complètement éliminé, ce que prouvent l'examen des matériaux avec de forts grossissements et l'analyse chimique. Beaucoup de cristaux et grains renferment de petites inclusions, voire même une sorte de poussière aux éléments très ténus, représentant un résidu de la craie épigénisée. Par ailleurs, les teneurs en magnésie constatées font de tous les sables analysés des dolomies imparfaites. Deux échantillons de sables de Dizy-le-Gros renferment respectivement 17,15 et 18,15 pour 100 de MgO, soit 78,30 et 83 pour 100 de dolomite. Un sable de Beynes titre 77,09 pour 100 de dolomite et un autre de Bonnières en contient 86,24 pour 100. A ma connaissance, les types les plus modifiés restent dans les limites correspondant aux précédentes analyses. Bref, tous les échantillons étudiés relèvent des *dolomies calcarifères*. Mais il s'en faut de peu, en somme, que les variétés les plus riches ne réalisent la composition des dolomies typiques.

Rien ne serait plus facile que de mettre en évidence l'existence de phases d'évolution, intermédiaires entre les précédentes, sans qu'il en résulte, pour cela, la notion d'une transformation par étapes successives. Toutes, sans exception, attestent que la magnésie a été introduite secondairement dans

la craie. A la vérité, nul dépôt ne se prête mieux à cette démonstration que les craies magnésiennes du Bassin de Paris. Reste à élucider les conditions de milieu qui ont présidé à cette épigénie, ce que je tenterai de faire dans une Note ultérieure.

PSYCHOLOGIE PHYSIOLOGIQUE. — *Les réflexes d'acquisition (réflexes conditionnels de Pavloff).* Note (¹) de M. **Charles Richet**.

On sait que Pavloff, en 1902, a montré que certains réflexes sont, d'après son expression, *conditionnels*, c'est-à-dire non innés, mais acquis au cours de la vie d'un individu.

Qu'il me soit permis de rappeler que longtemps auparavant, en 1888, j'avais formellement, en étudiant les réflexes psychiques, distingué les réflexes d'*organisation* et les réflexes d'*acquisition*.

Si l'attention du public scientifique n'a pas été appelée sur cette importante distinction, c'est que mon article avait paru dans la *Revue philosophique* (1888, p. 226 à 237, 387 à 422, 508 à 528). Cet article sur les réflexes psychiques se trouve reproduit dans mes *Travaux du laboratoire de Physiologie* (5, 1902, p. 373 à 475).

Pour la première fois une séparation était faite nettement entre : d'une part les réflexes d'*organisation* qui sont génériques, dépendant de la constitution psychophysiologique des individus et communs à tous les individus de même espèce, et d'autre part des réflexes d'*acquisition*, qui sont particuliers à tels ou tels individus, parce que leur mémoire a fixé, dans le cerveau, certaines images, lesquelles, éveillées par une excitation sensorielle, déterminent un réflexe bien précis.

On me permettra sans doute de préférer le mot de réflexe *d'acquisition* au mot plus obscur de réflexe *conditionnel* que Pavloff a adopté ultérieurement. Et, pour montrer à quel point j'avais approfondi cette différence fondamentale entre les réflexes d'organisation, génériques, et les réflexes d'acquisition, individuels, je citerai ce que j'écrivais en 1888, quinze ans avant les travaux de Pavloff :

« Dans les réflexes d'acquisition, le rapport entre l'excitant et l'émotion dépend des souvenirs acquis par l'animal.

» Un chien tremble quand il a peur. Qu'il voie un loup ou un lion, il

(¹) Séance du 11 mai 1931.

tremblera de peur; c'est un réflexe psychique d'organisation, héréditaire, commun à tous les chiens. Mais la vue d'un fouet ne fera trembler un chien que si ce chien, par la puissance du souvenir, associe l'idée de fouet à l'idée de correction douloureuse. Aussi parmi les chiens celui-là seul qui a été fouetté tremblera de peur à la vue d'un fouet. »

Je ne puis trouver de différence essentielle entre ce fait, dont la signification est très profonde et l'ingénieuse expérience de Pavloff, qui fait sonner une clochette chaque fois qu'on place de la viande sur la langue d'un chien. La salive s'écoule en abondance par suite d'une impression gustative. Finalement le chien s'est habitué à relier le son de la clochette à l'excitation gustative. La salive s'écoule dès que le chien entend la clochette, même sans qu'on lui mette de la viande sur la langue.

Qu'il s'agisse d'une clochette ou d'un fouet, c'est toujours un réflexe psychique d'acquisition.

Le tremblement de peur à la vue d'un fouet est un réflexe tout aussi involontaire que l'écoulement de la salive au son d'une clochette.

J'ai pu terminer mon article en disant :

« *Il y a donc des réflexes psychiques d'instinct* (réflexes génériques d'organisation) *et des réflexes psychiques d'intelligence* (réflexes individuels d'acquisition). »

Au point de vue historique, il me paraît important d'établir que cette distinction, je l'avais faite nettement avant Pavloff, 15 années avant lui.

Et je répète que le mot réflexe *d'acquisition* me paraît plus complet et plus explicite que le terme réflexe *conditionnel*, adopté ultérieurement par Pavloff.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Le* Bacterium granulosis *de Noguchi dans ses rapports avec l'étiologie du trachome.* Note de MM. **Charles Nicolle** et **Ugo Lumbroso**.

Nous rappelons que Noguchi a isolé, par culture de lésions trachomateuses d'enfants indiens du Nouveau-Mexique, un microbe particulier, le *Bacterium granulosis*, qu'il a présenté comme étant l'agent pathogène du trachome. A l'appui de cette opinion, Noguchi a cité des expériences qu'il considère comme probantes de reproduction expérimentale du trachome avec ses cultures chez le *Macacus rhesus*.

Les conclusions de Noguchi n'ont pas été confirmées. La plupart des expérimentateurs qui l'ont suivi ayant obtenu des résultats entièrement négatifs sur les singes et même chez l'homme; les autres des résultats tout au plus douteux.

Ayant reçu de V. Morax deux échantillons de *B. granulosis* provenant tous deux du laboratoire de S. Flexner et représentant, l'un la souche originelle de Noguchi, l'autre une souche isolée par Olitski et identifiée avec la première, nous en avons cherché le pouvoir pathogène pour l'homme par deux voies, l'intraveineuse et la sous-conjonctivale.

Inoculation intraveineuse. — Nous nous étions au préalable assurés de l'absence de pouvoir virulent ou toxique sur les animaux de laboratoire.

Souche Noguchi. — Le 9 février 1931, le sujet reçoit, dans la veine, un quart de centimètre cube d'une émulsion titrée à 500 000 germes par centimètre cube; aucune réaction générale. Le 13 février, inoculation d'un demi-centimètre cube; élévation de température d'un demi-degré environ pendant 3 jours. Le 28 février, nouvelle inoculation d'un demi-centimètre cube; aucune réaction.

Les conjonctives du sujet sont demeurées indemnes.

Souche Olitski. — Même voie, mêmes doses inoculées. Aucune réaction générale. Les conjonctives restent indemnes.

Inoculation conjonctivale et sous-conjonctivale. — Expériences pratiquées sur des aveugles à conjonctives saines.

Souche Noguchi. — Le 9 février, inoculation sous la conjonctive inférieure de l'œil droit de $\frac{2}{10}$ de centimètre cube (100 000 germes) d'une culture jeune (de 3 jours); en outre, scarifications à la surface de la conjonctive. Aucune réaction générale ou locale.

Les conjonctives demeurent rigoureusement indemnes. Le sujet a été suivi pendant deux mois et demi.

Souche Olitski. — Même technique, mêmes doses; l'inoculation a été faite le 16 février. Aucune réaction générale; rien à l'examen des conjonctives les 21 et 28 février. Le 10 mars, on constate une légère hypérémie de la conjonctive inférieure droite et, au point même où a pénétré l'aiguille, l'existence très vague de deux follicules aplatis. Cette légère réaction est disparue le 29 mars, date du dernier examen.

Conclusions. — Le *Bacterium granulosis* (souches de Noguchi et d'Olitski) s'est montré, entre nos mains, dépourvu de tout pouvoir pathogène, aussi bien par voie intraveineuse que par voie conjonctivale. Par cette dernière voie, l'échantillon Olitski a déterminé une très légère et très fugace réaction folliculaire; l'échantillon Noguchi aucune réaction.

Il n'y a eu, ni dans un cas ni dans l'autre, reproduction du trachome. A ces résultats d'expériences rigoureuses, on ne peut présenter qu'une objection, la date ancienne d'isolement des cultures employées, le vieillissement en cultures pouvant atténuer la virulence de tout microbe.

M. **E.-L. Bouvier** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage du Major R. W. G. Hingston : *Problème de l'instinct et de l'intelligence chez les Insectes* (*Insectes des Tropiques*), traduit de l'anglais par S. Jankélévitch et dont il a écrit la *Préface*.

NOMINATIONS.

M. **P. Bazy** est désigné pour représenter l'Académie au *Sixième Congrès international de Thalassothérapie*, qui se tiendra à Berck les 26 et 27 mai.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Les Tomes I et II des *Rapports* présentés au *Premier Congrès international de la Sécurité aérienne*.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Congruences dont les deux nappes de la surface focale sont projectivement applicables l'une sur l'autre par les points focaux correspondants.* Note [1] de M. **S. Finikoff**.

1. Rapportons la congruence en jeu à ses développables et soient (x_1), (x_2) les deux foyers du rayon; plaçons les deux autres sommets du tétraèdre $(x_1 x_2 x_3 x_4)$ aux points $x_3 = x_{1v}$ et $x_4 = x_{2u}$. Les déplacements projectifs des sommets sont donnés par le tableau :

$$(1) \quad \begin{cases} x_{1u} = \partial x_2, & x_{1v} = x_3, \\ x_{2u} = x_4, & x_{2v} = \partial_1 x_1, \\ x_{3u} = \partial\partial_1 x_1 + \partial_v x_2, & x_{3v} = R x_1 + N x_2 - P x_3 - \Delta x_4, \\ x_{4u} = N_1 x_1 + R_1 x_2 - \Delta_1 x_3 - P_1 x_4, & x_{4v} = \partial_{1u} x_1 + \partial\partial_1 x_2. \end{cases}$$

[1] Séance du 11 mai 1931.

La surface (x_1) est projectivement applicable sur la surface (x_2) s'il existe pour chaque paire de points (x_1), (x_2) un déplacement projectif qui amène le tétraèdre $(x_1 x_2 x_3 x_4)$ dans une position $(y_1 y_2 y_3 y_4)$ telle que le point y_2 et ses infiniment voisins du second ordre coïncident avec le point (x_1) et ses infiniment voisins.

2. En désignant par λ, $d\lambda$, $d^2\lambda\ldots$ les facteurs de proportionnalité, nous avons une équation fondamentale

$$(2)\quad y_2+dy_2+\frac{1}{2}d^2y_2+\ldots=\left(\lambda+d\lambda+\frac{1}{2}d^2\lambda+\ldots\right)\left(x_1+dx_1+\frac{1}{2}d^2x_1+\ldots\right)$$

qui est satisfaite aux infiniment petits du second ordre près. L'examen de l'équation (2), où les différentielles dy_2 et d^2y_2 sont déterminées par le même tableau (1) nous conduit par un choix convenable des paramètres u, v aux conditions

$$(3)\qquad \Delta\Delta_1=\delta\delta_1,\qquad \Delta=\delta,\qquad \delta\delta_1=1.$$

Les deux premières équations (3) montrent que la congruence $(x_1 x_2)$ est une congruence R. En utilisant les relations (3) dans les conditions d'intégrabilité du système (1) nous obtenons cinq espèces de congruence D :

$$(D_1)\qquad \delta=\varphi(u+v),\qquad R=R_1=\text{const.},$$

$$(D_2)\qquad \begin{cases} \log\delta=a\sin(c\alpha)+b\sin(c\beta),\\ R=-\frac{1}{2}abc^2\cos(cv)+\text{const.},\qquad R_1=\frac{1}{2}abc^2\cos(cu)+\text{const.},\end{cases}$$

$$(D_3)\qquad \log\delta=a\alpha^2+b\beta^2,\qquad R=abv^2+\text{const.},\qquad R_1=abu^2+\text{const.},$$

$$(D_4)\qquad \log\delta=a\alpha^2+b\beta,\qquad R=-abv+\text{const.},\qquad R_1=abu+\text{const.},$$

$$(D_5)\qquad \log\delta=a\alpha+b\beta,\qquad R=-\frac{1}{2}ab+\text{const.},\qquad R_1=\frac{1}{2}ab+\text{const.},$$

où $2\alpha=u+v$, $2\beta=u-v$; a, b, c sont des constantes.

La congruence (D_1) est une congruence R à focales réglées [voir la Note de l'auteur : *Congruences* R *ayant pour nappes de leurs surfaces focales deux surfaces gauches* (*Rendiconti di Lincei*, série *b*, 12, 2e semestre, 1930, p. 302)]. Quelle que soit la surface gauche douée de deux directrices rectilignes, elle appartient comme première nappe focale à ∞^3 congruences D_1.

Les deux nappes de la surface focale de la congruence D_5 sont des surfaces dont tous les coefficients des trois formes différentielles de M. Fubini sont constants; ce sont des surfaces minimales-projectives, précisément les surfaces (III *b*) de ma Note *Sur les congruences de M. Demoulin* (*Rendiconti di Lincei*, série *b*, 9, 1er semestre, 1929, p. 493).

3. Les transformées de Laplace des congruences D_3, D_4, D_5 sont des congruences de la même espèce; toute la suite de Laplace qui en dérive consiste en congruences D. La suite (D_5) contient toutes les surfaces transformées projectivement identiques. Le réseau R exceptionnel dans l'applicabilité des deux nappes de la surface focale se confond avec les asymptotiques pour les congruences D_1 et D_4, il est indéterminé pour D_5; il est pour D_2 et D_3 déterminé par les équations

$$a \sin(c\alpha)\, d\alpha^2 - b \sin(c\beta)\, d\beta^2 = 0, \tag{4}$$

$$a\, d\alpha^2 - b\, d\beta^2 = 0. \tag{5}$$

Les tangentes aux lignes de chaque famille du réseau (5) engendrent deux congruences D_3. Les surfaces focales de la congruence D_3 possèdent donc deux réseaux D, celles des congruences D_2 et D_4 n'en ont qu'un seul; D_1 et D_5 en ont une infinité.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une interprétation géométrique de la transformation de Moutard.* Note [1] de M. **Marcel Vasseur**, présentée par M. Goursat.

1. Dans un Mémoire publié aux *Rendiconti del Circolo di Palermo* [2], M. Eisenhart donne l'élégant résultat suivant : Soit S une surface rapportée à un réseau conjugué à invariants tangentiels égaux; si aux coordonnées tangentielles de S on applique une transformation de Moutard, on obtient une nouvelle surface S' rapportée à un réseau conjugué à invariants tangentiels égaux. Les surfaces S et S' se correspondent ponctuellement et *la droite qui joint les points homologues* M *et* M' *engendre une congruence dont les développables découpent sur* S et S' *le réseau conjugué considéré.*

Je me propose d'indiquer ici comment on peut retrouver simplemeut ce résultat et ajouter des propriétés que je crois être nouvelles.

Soient θ_1, θ_2, θ_3, θ_4, R cinq solutions d'une équation de Moutard,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u\, \partial v} = M\theta, \tag{1}$$

les quatre premières, au moins, étant linéairement distinctes. Posons,

---

[1] Séance du 11 mai 1931.

[2] *Rendiconti*, 39, 1915, p. 153.

comme le veut la méthode de Moutard,

$$(2)\qquad \frac{\partial H_i}{\partial u}=\theta_i\frac{\partial R}{\partial u}-R\frac{\partial\theta_i}{\partial u},\qquad \frac{\partial H_i}{\partial v}=R\frac{\partial\theta_i}{\partial v}-\theta_i\frac{\partial R}{\partial v}\qquad (i=1,2,3,4).$$

Les plans

$$(3)\qquad \theta_1 x+\theta_2 y+\theta_3 z+\theta_4=0,$$

$$(4)\qquad H_1 x+H_2 y+H_3 z+H_4=0$$

enveloppent deux surfaces S et S′ rapportées à leur réseau conjugué commun. La droite qui joint les points homologues de ces surfaces a pour équations

$$(5)\qquad \frac{\partial H_1}{\partial u}x+\frac{\partial H_2}{\partial u}y+\frac{\partial H_3}{\partial u}z+\frac{\partial H_4}{\partial u}=0,\qquad \frac{\partial H_1}{\partial v}x+\frac{\partial H_2}{\partial v}y+\frac{\partial H_3}{\partial v}z+\frac{\partial H_4}{\partial v}=0.$$

Une dérivation en u donne, compte tenu de (2),

$$(6)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 R}{\partial u^2}(\theta_1 x+\theta_2 y+\theta_3 z+\theta_4)-R\left(\dfrac{\partial^2\theta_1}{\partial u^2}x+\dfrac{\partial^2\theta_2}{\partial u^2}y+\dfrac{\partial^2\theta_3}{\partial u^2}z+\dfrac{\partial^2\theta_4}{\partial u^2}\right)=0,\\ \dfrac{\partial R}{\partial u}\left(\dfrac{\partial\theta_1}{\partial v}x+\dfrac{\partial\theta_2}{\partial v}y+\dfrac{\partial\theta_3}{\partial v}z+\dfrac{\partial\theta_4}{\partial v}\right)-\dfrac{\partial R}{\partial v}\left(\dfrac{\partial\theta_1}{\partial u}x+\dfrac{\partial\theta_2}{\partial u}y+\dfrac{\partial\theta_3}{\partial u}z+\dfrac{\partial\theta_4}{\partial u}\right)=0, \end{cases}$$

la dernière équation est une combinaison linéaire des équations (5); ceci montre que, lorsque $v=$ const., la droite MM′ engendre une développable; de même si $u=$ const. La propriété signalée par M. Eisenhart est ainsi établie.

2. Les plans tangents (3) et (4) se coupent suivant une droite Δ qu'il convient d'associer à la droite MM′. La congruence engendrée par Δ admet également u et v comme paramètres de ses développables; il suffit pour le vérifier de dériver les équations (3) et (4) en u et en v.

Ceci posé considérons le plan

$$(7)\qquad (\theta_1'+\lambda RH_1)x+(\theta_2+\lambda RH_2)y+(\theta_3+\lambda RH_3)z+\theta_4+\lambda RH_4=0,$$

où λ désigne une *constante arbitraire*, une dérivation en u et une autre en v donnent, en tenant compte de (2) et (7), des équations identiques aux équations (5); autrement dit le point de contact du plan (7) avec son enveloppe est sur MM′ : *les congruences* MM′ *et* Δ *sont en liaison de stratifiabilité*,

3. Lorsque $\theta_4=CR$, où C est une constante, l'énoncé du n° 1 doit être modifié; les droites MM′ passent toutes par l'origine, il ne peut plus être question des développables de leur congruence. Dans ce cas les réseaux conjugués (u, v) de S et S′ sont projectifs. On peut donner un énoncé

général, comprenant le cas singulier que nous venons de signaler, en disant que, aux points homologues de S et S', les tangentes aux lignes coordonnées de même nom ont un point commun.

Considérons le cas de deux réseaux perspectifs, leurs invariants ponctuels sont les mêmes. Réciproquement, étant données deux surfaces S et S' rapportées à un réseau conjugué commun u, v dont les tangentes aux courbes homologues se coupent, examinons à quelle condition ce réseau a les mêmes invariants ponctuels sur S et S'.

Ayant fait choix de coordonnées homogènes convenables, on passe de $S(x, y, z, t)$ à $S'(x', y', z', t')$ par les formules

$$(8)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial x'}{\partial u} = P\dfrac{\partial x}{\partial u}, & \dfrac{\partial y'}{\partial u} = P\dfrac{\partial y}{\partial u}, \quad \dfrac{\partial z'}{\partial u} = P\dfrac{\partial z}{\partial u}, \quad \dfrac{\partial t'}{\partial u} = P\dfrac{\partial t}{\partial u}, \\ \dfrac{\partial x'}{\partial v} = Q\dfrac{\partial x}{\partial v}, & \dfrac{\partial y'}{\partial v} = Q\dfrac{\partial y}{\partial v}, \quad \dfrac{\partial z'}{\partial v} = Q\dfrac{\partial z}{\partial v}, \quad \dfrac{\partial t'}{\partial v} = Q\dfrac{\partial t}{\partial v}. \end{cases}$$

Les équations *ponctuelles* de Laplace relatives à S et S' sont de la forme

$$(9)\quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial u\, \partial v} - A\frac{\partial \sigma}{\partial u} - B\frac{\partial \sigma}{\partial v} = 0,$$

$$(10)\quad \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial u\, \partial v} - A\frac{Q}{P}\frac{\partial \sigma'}{\partial u} - B\frac{Q}{P}\frac{\partial \sigma'}{\partial v} = 0;$$

et les conditions d'intégrabilité du système (8)

$$\frac{\partial P}{\partial v} = A(Q - P), \qquad \frac{\partial Q}{\partial u} = B(P - Q).$$

Exprimons que les équations (9) et (10) ont les mêmes invariants

$$\frac{\partial}{\partial u}\left[A\frac{Q-P}{P}\right] = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial v}\left[B\frac{P-Q}{Q}\right] = 0,$$

d'où l'on déduit deux types *distincts* de solutions

1° $\quad P = Q = \text{const.} \quad$ (A et B sont arbitraires);

2° $\quad P = U_1 V, \qquad Q = U V_1, \qquad A = \dfrac{U_1 V'}{U V_1 - U_1 V}, \qquad B = \dfrac{V_1 U'}{V U_1 - U V_1},$

où U et U_1 sont des fonctions de u, V et V_1 des fonctions de v.

La première solution donne deux réseaux perspectifs, la deuxième détermine un type particulier d'équations de Laplace et donne une congruence MM' qui admet effectivement des développables.

4. J'indique rapidemeut une application importante de ces résultats :

Supposons que S soit susceptible d'une déformation continue avec conservation du réseau conjugué u, v et de plus que $\theta_4 = R$ soit une solution transformatrice de Bianchi; S′ se déforme avec S dans les mêmes conditions. Ayant pris $\theta_4 = R$, les réseaux sont perspectifs et le demeurent au cours de la déformation en jeu car les équations ponctuelles de Laplace se conservent. Soient

$$\theta_1 x + \theta_2 y + \theta_3 z + R = 0, \qquad \bar\theta_1 x + \bar\theta_2 y + \bar\theta_3 z + \bar\theta_4 = 0$$

les plans tangents à S et à l'une de ses déformées S′, la solution transformatrice R demeurant invariante au cours de la déformation, les résultats qui précèdent montrent que $\bar\theta_4 = CR$ où C est une fonction du paramètre de déformation.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le système d'équations aux dérivées partielles qui régit l'écoulement permanent des fluides visqueux.* Note de M. **J. Leray**.

1. Nous nous proposons d'étudier, en tant que fonction du paramètre K, la solution du système de Navier

$$(1)\qquad \mu\Delta u_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho \mathop{\mathrm{S}}_{k=1,2,3} u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + K\rho X_i \qquad (i = 1, 2, 3),$$

$$(2)\qquad \mathop{\mathrm{S}}_{k=1,2,3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0,$$

$$(3)\qquad u_i = K\alpha_i \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Les relations (1) et (2) doivent être satisfaites à l'intérieur d'un domaine borné Π, les relations (3) sur la frontière Σ de ce domaine; Σ se compose de p surfaces $\Sigma_1, \ldots, \Sigma_p$, dont les rayons de courbure ont une borne inférieure positive.

Un Mémoire récent d'Odqvist (*Mathematische Zeitschrift*, 32, 1930, p. 329) prouve que ce système équivaut à un système d'équations intégrales non linéaires auquel on peut appliquer les théorèmes de Schmidt (*Mathematische Annalen*, 65, 1908, p. 370). Les résultats ainsi obtenus sont strictement locaux : ils concernent les solutions voisines d'une solution donnée.

Nous allons indiquer comment on peut les compléter dans le cas particulier où le flux du vecteur α_i à travers chacune des surfaces Σ_r est nul.

2. On établira d'abord que toutes les solutions du système (1), (2), (3)

satisfont une même inégalité

(4) $$\underset{i,k}{\mathrm{S}}\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right]^2 dx_1\,dx_2\,dx_3 < \mathrm{B(K)}$$

[le symbole B(K) désignant diverses fonctions de K qui restent bornées sur tout intervalle borné de variation de K].

A cet effet on considère l'ensemble des vecteurs définis dans Π, y ayant une divergence nulle et qui coïncident avec (α_i) sur Σ; soit (γ_i) l'un quelconque d'entre eux. On déduit de (1), (2), (3) l'équation

(5) $$\mu\underset{i,k}{\mathrm{S}}\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right]^2 dx_1\,dx_2\,dx_3$$
$$= \mathrm{K}\rho\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\underset{i,k}{\mathrm{S}}\,u_k\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\gamma_i\,dx_1\,dx_2\,dx_3 + \mathrm{K}\mu\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\underset{i,k}{\mathrm{S}}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial \gamma_i}{\partial x_k}dx_1\,dx_2\,dx_3$$
$$- \mathrm{K}\rho\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\underset{i}{\mathrm{S}}\,u_i\mathrm{X}_i\,dx_1\,dx_2\,dx_3 + \mathrm{K}^2\rho\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\underset{i}{\mathrm{S}}\,\mathrm{X}_i\gamma_i\,dx_1\,dx_2\,dx_3$$
$$- \frac{\mathrm{K}^3}{2}\rho\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}[\gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2][\gamma_1\,dx_2\,dx_3+\gamma_2\,dx_3\,dx_1+\gamma_3\,dx_1\,dx_2].$$

On fait alors l'hypothèse, qu'on veut prouver être absurde : il existe un ensemble borné de valeurs de K et un ensemble infini de solutions correspondantes, telles que les quantités

$$\mathrm{N}^2 = \underset{i,k}{\mathrm{S}}\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right)^2 dx_1\,dx_2\,dx_3$$

ne soient pas bornées supérieurement.

On extrait de cet ensemble une suite dénombrable pour laquelle N augmente indéfiniment, K tend vers une limite H et chacune des fonctions $\frac{1}{\mathrm{N}}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ converge en moyenne, faiblement, vers une fonction de carré sommable $\mathrm{U}_{i,k}$ (Riesz, *Mathematische Annalen*, 69, 1910, p. 464). Dans ces conditions $\frac{1}{\mathrm{N}}u_i$ converge en moyenne, fortement, vers une fonction de carré sommable U_i; et la relation (5) nous donne à la limite

(6) $$\underset{i,k}{\mathrm{S}}\int\!\!\int\!\!\int_{\Pi}\gamma_i\mathrm{U}_k\mathrm{U}_{i,k}\,dx_1\,dx_2\,dx_3 = \frac{\mu}{\rho\mathrm{H}}.$$

On démontre qu'une telle condition ne peut être satisfaite par tous les champs de vecteurs (γ_i). La preuve par l'absurde de la relation (4) est alors achevée.

3. Si l'on majore à l'aide de (4) les seconds membres des relations (1), on obtient, grâce aux résultats d'Odqvist, une majorante plus précise que (4). En poursuivant de façon analogue on prouve successivement que

$$|u_i| < B(K), \qquad \left|\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right| < B(K),$$

$$\left|\frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x'_k}\right| < B(K) \times \left[\sum_k (x_k - x'_k)^2\right]^{\frac{h}{2}} \qquad (0 < h < 1).$$

Par suite, *de tout ensemble de solutions du système* (1), (2), (3) *correspondant à un ensemble borné de valeurs de* K *on peut extraire une suite convergeant uniformément. La limite est une solution du système.*

4. Il est dès lors possible de transposer les raisonnements par lesquels, après en avoir effectué l'étude locale, on achève l'étude des fonctions réelles $y(x)$ que définit une relation implicite $F(x, y) = 0$. Notons que pour $K = 0$ notre problème admet une seule solution (nulle) et qu'il ne s'y produit pas de bifurcation. Nous examinons donc un cas comparable au suivant : $F(x, y)$ est un polynome dont le monome de plus haut degré en y est y^{2m+1}; l'équation $F(0, y) = 0$ n'a qu'une racine réelle : la racine simple $y = 0$. Contentons-nous d'énoncer les conclusions suivantes :

Les valeurs singulières de K, qui peuvent apparaître, sont dénombrables et ne s'accumulent pas à distance finie. Lorsque K varie continûment sans les traverser, le *nombre des solutions réelles du système* reste constant; il *est impair* (*donc non nul*); ces solutions sont alors des fonctions holomorphes de K.

5. On peut compléter ces résultats en examinant comment se comportent les solutions du système (1), (2), (3) lorsque les surfaces Σ_r se modifient continûment ou lorsque la frontière extérieure de Π s'éloigne indéfiniment, le vecteur (α_i) y restant constant.

Les propriétés que nous venons d'énoncer sont intimement liées à l'existence d'une fonction *positive* de dissipation de l'énergie : aussi des raisonnements analogues aux précédents peuvent-ils être appliqués à d'autres problèmes, notamment à ceux que pose l'Hydrodynamique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation des fonctions continues, au moyen de fonctions à variation bornée.* Note [1] de Mlle **Nina Bary**, présentée par M. Hadamard.

On sait qu'une fonction continue arbitraire peut être représentée sous la forme d'une somme de trois superpositions de fonctions absolument continues

$$\mathcal{F}(x) = f_1[\varphi_1(x)] + f_2[\varphi_2(x)] + f_3[\varphi_3(x)],$$

mais qu'il est impossible, dans le cas général, de réduire à deux le nombre des termes de cette somme [2].

On sait d'ailleurs que, si l'on considère, au lieu des fonctions absolument continues, les fonctions à variation bornée, il suffit de prendre la somme de *deux* superpositions de fonctions de cette nature pour avoir la représentation d'une fonction continue arbitraire [3]

$$\mathcal{F}(x) = F_1[\Phi_1(x)] + F_2[\Phi_2(x)].$$

Il est naturel de se demander si ce nombre deux est nécessaire, ou bien, au contraire, s'il est possible de représenter une fonction continue arbitraire sous la forme d'une seule superposition de fonctions à variation bornée [4].

Une réponse à cette question est donnée par le théorème suivant :

Théorème. — *Il existe une fonction continue qu'il est impossible de représenter sous forme d'une superposition multiple de fonctions à variation bornée, quel que soit le nombre des fonctions que l'on superpose.*

La démonstration de ce théorème est fondée sur la remarque suivante : si $\mathcal{F}(x)$ est continue dans (a, b) et si l'on a

$$\mathcal{F}(x) = f[\varphi(x)]$$

f et φ étant continues et, d'ailleurs, f n'étant monotone dans aucun intervalle, alors ou bien $\varphi(x)$ est monotone dans (a, b), ou bien il existe dans

---

(1) Séance du 11 mai 1931.

(2) Voir mon *Mémoire sur la représentation finie des fonctions continues* (*Mathematische Annalen*, 103, II, 1930, p. 236, et IV-V, 1930, p. 611).

(3) *Loc. cit.*, IV-V, p. 652.

(4) L'impossibilité d'une telle représentation a été obtenue par Zaresky, mais j'ignore sa démonstration, car la mort prématurée de l'auteur l'a empêché de la publier.

($a \leqq x \leqq b$) deux points pour lesquels $\mathcal{F}(x)$ a un maximum et où les valeurs de $\mathcal{F}(x)$ sont égales.

Cette remarque étant faite, il est facile d'obtenir une fonction vérifiant l'énoncé du théorème. A cet effet on construit une fonction $\mathcal{F}(x)$ continue dans $(0, 1)$ dont les valeurs aux points où elle a un maximum sont toutes différentes, et qui jouit, d'ailleurs, de la propriété suivante : quel que soit l'intervalle δ intérieur à $(0 \leqq x \leqq 1)$, pour toutes les valeurs de y_0, sauf peut-être une infinité dénombrable, l'équation $y_0 = \mathcal{F}(x)$ ou bien ne possède pas de racines dans δ, ou bien ses racines forment dans δ un ensemble non dénombrable.

La construction d'une fonction de cette nature ne présente aucune difficulté. Pour démontrer qu'elle vérifie le théorème énoncé, supposons, par impossible, qu'on puisse la représenter sous la forme $\psi[\varphi(x)]$, où $u = \varphi(x)$ est à variation bornée et $\psi(u)$ une superposition de $n-1$ fonctions à variation bornée. Nous supposons qu'une telle représentation est impossible si l'on remplace n par un entier plus petit, puisque, dans le cas contraire, on pourrait raisonner en remplaçant n par cet entier. Cela posé, on voit bien que $\varphi(x)$ n'est pas monotone dans $(0, 1)$ puisque, dans le cas contraire, on pourrait remplacer n par $n-1$. Toutes les valeurs de $\mathcal{F}(x)$ aux points de maximum étant différentes, il résulte de la remarque précédente que $\psi(u)$ est monotone dans un certain intervalle Δ de l'axe OU. Soit δ un intervalle de l'axe OX tel que les valeurs de $\varphi(x)$ sur δ appartiennent à Δ. On voit que $\mathcal{F}(x)$ est sur δ une fonction monotone d'une fonction à variation bornée. Il existe donc [1] une infinité non dénombrable de valeurs y_0 telles que l'équation $y_0 = \mathcal{F}(x)$ n'a qu'un nombre fini de racines dans δ. Or ceci est impossible en vertu de l'hypothèse faite sur $\mathcal{F}(x)$.

Le théorème est ainsi démontré; on voit donc qu'il existe des fonctions continues qui ne sont pas des superpositions multiples de fonctions à variation bornée. Mais la question se pose naturellement si la considération des superpositions *multiples* de fonctions à variation bornée n'est pas illusoire : en effet, on sait [2] que, dans le cas des fonctions absolument continues, la considération des superpositions multiples n'a aucun sens, puisque les superpositions triples $f\{\varphi[\psi(x)]\}$ de fonctions absolument continues se réduisent aux superpositions doubles $F[\Phi(x)]$. Il s'agit de savoir s'il n'en est pas de même pour les fonctions à variation bornée.

---

(1) *Loc. cit.*, IV-V, p. 635.
(2) *Loc. cit.*, II, p. 214.

Pour répondre à cette question, posons d'abord la définition suivante :

Définition. — *Nous dirons qu'une fonction continue* $\mathcal{F}(x)$ *est une superposition de classe n s'il est possible de la représenter sous la forme*

$$\mathcal{F}(x) = \varphi_n\{\varphi_{n-1}\ldots[\varphi_1(x)]\},$$

toutes les fonctions φ_i *étant à variation bornée* ($i = 1, 2, \ldots, n$), *et si cela est impossible lorsqu'on remplace l'entier positif n par un nombre plus petit.*

Les superpositions de classe n étant ainsi formellement définies, deux classes différentes n'ont aucun élément commun. Il faut seulement résoudre la question si ces classes ne sont pas privées d'éléments à partir d'une certaine valeur de n. La réponse négative est donnée par le théorème :

Théorème. — *Quel que soit l'entier positif n, il existe des superpositions de classe n.*

Ainsi la considération des superpositions multiples de fonctions à variation bornée n'est pas illusoire : il existe des superpositions de toute classe *finie*. Et cependant il y a des fonctions continues qui ne rentrent pas dans cette classification.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *De la recherche d'une catégorie d'équations de la première classe.* Note de M. **R. Gosse**, présentée par M. Goursat.

1. Toute équation

$$s = pa(x, y, z) + qb(x, y, z) + c(x, y, z)$$

qui admet une involution d'ordre 2 se ramène soit à une équation linéaire en z, soit à la forme

$$s = pe^z + q\left(\frac{\partial\tau(x, y, z)}{\partial z} - \frac{\partial^2\tau}{\partial z^2}\right) + \frac{\partial\tau}{\partial y} - \frac{\partial^2\tau}{\partial y\,\partial z} + e^z\frac{\partial\tau}{\partial z}.$$

Elle ne peut admettre d'invariant d'ordre supérieur à 2 que si elle se réduit à une équation de Moutard.

La conclusion reste la même si l'involution d'ordre minimum est d'ordre supérieur à 2.

2. J'ai déjà étudié (¹) les équations

$$s = p\,\omega(x, y, z, q) + \theta(x, y, z, q)$$

qui admettent une involution d'ordre 2 et une autre d'ordre supérieur. J'ai depuis démontré en toute généralité que les seules équations qui satisfont

(¹) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 9e série, 8, 1929, p. 301-325.

aux deux hypothèses se ramènent toutes soit à des équations linéaires, soit à l'équation

$$(1) \qquad s = \omega p + \frac{\partial\psi}{\partial x} + \left(z + \frac{\partial\psi}{\partial\omega}\right)\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 \mathrm{L}h}{\partial x\,\partial y} + \frac{h}{2\mu}(z^2\psi^2 + 2\mu z\psi)\right]$$

où

$$q = \omega z + \psi(x, y, \omega)\psi, \qquad = \sqrt{2\mu\omega + \mu\frac{\partial \mathrm{L}h}{\partial y}}.$$

Cette dernière équation peut d'ailleurs s'écrire

$$\frac{d}{dx}\left(2\omega + \frac{\partial \mathrm{L}h}{\partial y}\right) = \frac{d}{dy}hz^2,$$

et la transformation de Bäcklund

$$\mathrm{Q} = 2\omega + \frac{\partial \mathrm{L}h}{\partial y}, \qquad \mathrm{P} = z^2 h,$$

suivie de la transformation ponctuelle $z_1 = e^{-2z}$, permet de l'écrire

$$s_1 = 2\sqrt{\mu h p_1 q_1}.$$

M. Goursat ([1]) a étudié complètement cette dernière équation.

3. L'ensemble de ces résultats permet donc d'affirmer que toute équation $s = f(x, y, z, p, q)$ linéaire en p ou q n'est intégrable que si elle se ramène soit à une équation de Moutard, soit à une équation linéaire ne dépendant que d'une seule fonction arbitraire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale* (A) *de M. Denjoy.* Note ([2]) de M. **Stefan Kempisty**, présentée par M. Émile Borel.

Dans une Note portant le même titre que celle-ci ([3]) je considérais les relations entre l'intégrale (A), l'intégrale approximative ou asymptotique ([4]) et l'intégrale lebesgienne. Comme cette Note contient un raisonnement incorrect, je reprends la question à partir des définitions fondamentales.

([1]) Goursat, *Bulletin de la Société mathématique*, 25, 1897, p. 36-48.

([2]) Séance du 11 mai 1931.

([3]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 749.

([4]) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 812.

1. M. Denjoy a appelé *maximum d'épaisseur* d'une fonction $f(x)$ dans l'intervalle (a, b), relativement au couple (α, β), le plus grand nombre M tel que l'ensemble $f(x) \geqq M$ ait sur (a, b) une épaisseur (densité) moyenne au moins égale à α, et *minimum d'épaisseur* le plus petit nombre m tel que l'ensemble $f(x) \leqq m$ ait sur (a, b) une épaisseur moyenne au moins égale à β, α et β étant les nombres positifs dont la somme est inférieure à 1.

Or, dans une Note *Sur les limites approximatives*, j'ai défini les *bornes à densité* λ *près* de la manière suivante : la borne inférieure est le plus petit nombre A tel que la densité moyenne de l'ensemble $f(x) < A$ dans (a, b) soit au plus égale à λ et la borne supérieure le plus grand nombre B tel que la densité moyenne de l'ensemble $f(x)$ soit au plus égale à λ. Désignons respectivement par $m(a, b, \lambda)$ et $M(a, b, \lambda)$ ces bornes.

On a évidemment, pour les extrema d'épaisseur M et m de M. Denjoy, les égalités suivantes :

$$M = m(a, b, 1 - \alpha), \qquad m = M(a, b, 1 - \beta).$$

2. En se servant du maximum et du minimum d'épaisseur, M. Denjoy forme des sommes supérieures et inférieures, analogues à celles de Riemann,

$$\Sigma M_i(x_i - x_{i-1}), \qquad \Sigma m_i(x_i - x_{i-1}),$$

pour une subdivision $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{i-1}, x_i, \ldots, x_n$ de l'intervalle (a, b). La limite commune et indépendante de α et de β de ces sommes, pour les subdivisions dont les pas tendent vers zéro, est l'intégrale (A) de M. Denjoy.

Or il résulte de la définition des intégrales extrêmes approximatives (asymptotiques), donnée dans ma seconde Note [1] indépendamment de la définition de l'intégrale (A), que l'intégrale approximative est la limite commune des sommes

$$\Sigma m(x_{i-1}, x_i, \lambda)(x_i - x_{i-1}), \qquad \Sigma M(x_{i-1}, x_i, \mu)(x_i - x_{i-1})$$

pour toutes les valeurs λ et μ entre 0 et 1.

Mais, d'après le paragraphe 1, ces sommes sont respectivement égales aux sommes supérieure et inférieure de M. Denjoy pour $\lambda = 1 - \alpha$ et $\mu = 1 - \beta$.

---

[1] *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 12.

Par suite l'*intégrale approximative est équivalente à l'intégrale* (A) [1].

3. Dans la Note citée ci-dessus M. Denjoy communique le résultat suivant : *toute fonction sommable est intégrable au sens* (A), *de plus son intégrale* (A) *et sa somme lebesgienne coïncident.*

La réciproque de ce théorème est probable d'après M. Denjoy. Or la démonstration, que j'ai donnée dans la Note citée au début, de l'équivalence de l'intégrale (A) et de l'intégrale lebesgienne n'est pas correcte. On ne peut appliquer ce raisonnement qu'à la fonction qui est intégrable approximativement en même temps que sa valeur absolue, donc en même temps que les fonctions

$$f^+(x) = \frac{f(x) + |f(x)|}{2}, \qquad f^-(x) = \frac{f(x) - |f(x)|}{2}.$$

Nous avons évidemment

$$M(f, x_{i-1}, x_i, \lambda) = M(f^+, x_{i-1}, x_i, \lambda) + M(f^-, x_{i-1}, x_i, \lambda),$$

et par suite, en passant aux intégrales approximatives,

$$(A)\int_a^b f(x)\,dx = (A)\int_a^b f^+(x)\,dx + (A)\int_a^b f^-(x)\,dx.$$

Il suffit donc de montrer qu'*une fonction non négative* (*ou non positive*) *approximativement intégrable est sommable*. Or, quelle que soit la fonction non négative $f(x)$, nous avons, en posant $f^N(x) = min(f, N)$, l'inégalité suivante :

$$\int_a^b f^N(x)\,dx < \Sigma M(f, x_{i-1}, x_i)(x_i - x_{i-1}) + \lambda N(b-a).$$

Lorsque la fonction est approximativement intégrable et que le pas de la subdivision tend vers zéro, on a donc

$$\int_a^b f^N(x)\,dx < (A)\int_a^b f(x)\,dx + \lambda N(b-a),$$

quel que soit λ, entre o et 1, et par suite

$$\int_a^b f^N(x)\,dx \leqq (A)\int_a^b f(x)\,dx,$$

d'où il résulte que la fonction $f(x)$ est sommable dans l'intervalle (a, b).

---

[1] Ce théorème était énoncé dans ma dernière Note. Errata : page 140, v. 5, on doit remplacer $M(\lambda) = m(1-\lambda)$ par $M = m(1-\alpha)$ et $m = M(1-\beta)$.

Ainsi *toute fonction intégrable* (A) *en même temps que sa valeur absolue est sommable*.

4. Pour résoudre définitivement la question de l'équivalence de l'intégrale (A) et de l'intégrale lebesgienne, il faut voir si la fonction mesurable est intégrable (A) en même temps que sa valeur absolue.

Comme la continuité absolue de la fonction d'intervalle

$$g(\mathrm{I}, \lambda) = \mathrm{M}(f, \mathrm{I}; \lambda) \, \mathrm{I}$$

est une condition nécessaire et suffisante de la sommabilité de la fonction $f(x)$ (1), la question peut être posée de la manière suivante : existe-t-il une fonction $f(x)$ telle que la fonction d'intervalle correspondante $g(\mathrm{I}, \lambda)$ possède une intégrale au sens de M. Burkill, indépendante de λ sans être absolument continue.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Généralisation de théorèmes de M. Valiron sur les fonctions méromorphes d'ordre positif*. Note (2) de M. **A. Rauch**, présentée par M. Émile Borel.

1. M. Valiron (3) a donné un théorème limitant, dans certaines conditions, le nombre des zéros de $f(z) - \Pi(z)$ dans des cercles où $f(z)$ est méromorphe et $\Pi(z)$ rationnelle. Cette limite a été perfectionnée par M. Milloux (4) dans le cas où $\Pi(z)$ est constant. Dans le cas général où $\Pi(z)$ est méromorphe on a la proposition suivante :

Théorème. — *Soient* $f(z)$, $\mathrm{P}(z)$, $\mathrm{Q}(z)$, $\mathrm{R}(z)$ *des fonctions méromorphes dans un cercle de rayon* r, d *et* δ *des nombres donnés inférieurs à* 1, N *le plus grand nombre des zéros des fonctions* $f - \mathrm{P}$, $f - \mathrm{Q}$, $f - \mathrm{R}$ *et* n *le nombre des zéros et des pôles de l'ensemble des fonctions* P, Q, R, P — Q, Q — R, R — P *dans ce même cercle. Si dans ce cercle*

$$\frac{1}{\pi r^2} \int\int \overset{+}{\log} \left[|\mathrm{P}| + |\mathrm{Q}| + |\mathrm{R}| + \left|\frac{1}{\mathrm{P}-\mathrm{Q}}\right| + \left|\frac{1}{\mathrm{P}-\mathrm{R}}\right| + \left|\frac{1}{\mathrm{Q}-\mathrm{R}}\right| \right] d\sigma < \log \frac{1}{d},$$

le nombre de racines de l'équation $f(z) - \gamma = 0$ *dans un cercle concentrique*

(1) Voir ma Communication *Sur les intégrales d'une fonction d'intervalle* (*Comptes rendus du Premier Congrès des Mathématiciens polonais*, 1929, p. 93).

(2) Séance du 11 mai 1931.

(3) *Acta mathematica*, 52, 1928, p. 67-92. Voir formule (11) et n° 6.

(4) *Acta mathematica*, 52, 1928, p. 202.

de rayon $\frac{1}{20}r$ est au plus égal à

$$AN + Bn + C\log\frac{1}{d} + D\log\frac{1}{\delta} + E,$$

sauf au plus pour des valeurs γ dont la distance sphérique à une certaine valeur exceptionnelle possible est inférieure à δ. A, B, C, D, E *sont des constantes numériques.*

Pour la démonstration, j'applique la méthode de M. Valiron en introduisant, comme M. Milloux, le théorème de Boutroux, et en m'appuyant sur ce lemme facile à établir :

Soit $\varphi(z)$ une fonction méromorphe dans un cercle de rayon r. Si l'on a pour ce cercle

$$\frac{1}{\pi r^2}\int\int \overset{+}{\log}|\varphi(z)|\,d\sigma < A,$$

il existe dans toute couronne

$$\frac{r}{k} < |z - z_0| < \frac{r}{k'}$$

intérieure au cercle au moins une circonférence $|z - z_0| = r_0$ telle que l'on ait

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \overset{+}{\log}|\varphi(z_0 + r_0 e^{i\theta})|\,d\theta < \frac{k^2 k'}{k - k'}A.$$

En faisant dans le théorème $d = \delta = e^{-N}$, on étend les théorèmes de MM. Valiron et Milloux sur les cercles de remplissage relatifs aux racines des équations $f(z) - x = 0$ aux équations $f(z) - \Pi(z) = 0$ où $f(z)$ est une fonction méromorphe donnée d'ordre ρ et $\Pi(z)$ une fonction méromorphe d'ordre inférieur à ρ; on introduit une définition convenable du voisinage de ces fonctions. En particulier, on retrouve un théorème de M. Biernacki (¹) sur les zéros des fonctions $f(z) - \Pi(z)$ et on peut le compléter pour l'ordre infini.

2. M. Valiron (²) a montré que, si $f(z)$ est méromorphe dans un angle A, à toute direction Δ de A est attaché un nombre $\rho(\Delta)$, limite pour presque tous les x de l'exposant de convergence des racines de $f(z) = x$ appartenant à un angle admettant Δ pour bissectrice et dont l'ouverture tend vers zéro. En appliquant sa méthode on montre qu'il existe sur la

(¹) *Acta mathematica*, 56, 1930, p. 197-204.

(²) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 269-271.

direction Δ une suite infinie de points z_n, centres de cercles Γ_n de rayons $\varepsilon_n|z_n|$ ($\lim \varepsilon_n = 0$, $\lim z_n = \infty$), l'équation $f(z) = x$ admettant plus de $|z_n|^{\rho(\Delta)-\eta}$ racines ($\lim \eta = 0$) dans Γ_n, sauf au plus pour des x voisins de deux points (sur la sphère). En particulier, toute direction de Borel [direction pour laquelle $\rho(\Delta) = \rho$, ordre de $f(z)$], fournit une suite de cercles de remplissage d'ordre ρ centrés sur elle. Le théorème du nº 1 permet de remplacer, dans les énoncés de ce genre, x par des fonctions méromorphes d'ordre inférieur à celui de $f(z)$.

3. $f(z)$ étant une fonction méromorphe d'ordre ρ de la classe divergente de son ordre, considérons une direction Δ de divergence de l'ordre ρ, direction dont l'existence a été démontrée par M. Valiron ([1]). Nous obtenons le théorème suivant qui généralise un résultat de M. Valiron.

THÉORÈME. — *$f(z)$ étant une fonction méromorphe d'ordre ρ du type divergent et Δ une direction de Borel d'ordre ρ et du type divergent, il existe sur Δ une suite de points d'affixes $z(n)$, centres de cercles*

$$|z - z(n)| < \varepsilon_n |z(n)|, \qquad \lim \varepsilon_n = 0, \qquad \lim |z(n)| = \infty$$

dans lesquels $f(z) - \Pi(z)$ admet $N(n)$ zéros, la série

$$\sum \frac{N(n)}{|z(n)|^{\rho}}$$

étant divergente quelle que soit la fonction $\Pi(z)$ d'ordre inférieur à ρ, distincte de deux fonctions exceptionnelles possibles.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une propriété des fonctions présentant un certain caractère complexe de résolubilité.* Note ([2]) de M. **Jean Brille**, présentée par M. Émile Borel.

Cette étude constitue la première partie d'un travail sur la détermination de certaines fonctions à partir de leur dérivée $n^{\text{ième}}$ généralisée. Elle constitue une généralisation de résultats obtenus par M. Denjoy pour le deuxième ordre.

Nous appellerons segment spécial (n) d'un ensemble parfait P tout

---

([1]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 803-805. La première partie de cette Note est développée dans un Mémoire qui doit paraître dans un autre recueil et dont M. Valiron m'a communiqué une copie.

([2]) Séance du 5 mai 1931.

segment limité à deux intervalles contigus de P et inférieur en longueur à la $(n-1)^{\text{ième}}$ partie de l'un et l'autre de ces contigus.

Ils sont évidemment en infinité dénombrable et la somme des longueurs de ceux qui appartiennent à un ensemble parfait situé sur un segment ab est finie.

Nous appellerons dérivée $n^{\text{ième}}$ approximative d'une fonction $F(x)$ la dérivée approximative de sa dérivée $(n-1)^{\text{ième}}$ ordinaire.

Nous appellerons $R_n(x, a)$ les quantités définies par récurrence selon la parité de n par

$$R_1(x, a) \equiv \frac{F(x+a) - F(x)}{a}$$

et

$$R_{2p}(x, a) \equiv \frac{1}{a}[R_{2p-1}(x, a) - R_{2p-1}(x, -a)],$$

$$R_{2p+1}(x, a) \equiv \frac{1}{a}[R_{2p}(x+a, a) - R_{2p}(x, a)].$$

Pour un polynome de degré n, on a

$$R_{n+p}(x, a) \equiv 0; \qquad R_n(x, a) \equiv \frac{d^n F(x)}{dx^n}; \qquad \lim_{a=0} . R_{n-p}(x, a) \equiv \frac{d^{n-p} F(x)}{dx^{n-p}}.$$

Caractères des fonctions résolubles (n)

1° $F(x)$ est continue.

2° $a R_p(x, a)$, où $p \leqq n$ tend vers zéro avec a non nul et indépendant de x.

3° P étant un ensemble parfait possédant une infinité de segments spéciaux (n), de longueur σ, d'origine α, on calcule pour chacun d'eux la quantité $\omega_n(\sigma)$ définie selon la parité de n par

$$\omega_{2p}(\sigma) = \varpi \sum_{\lambda=1-p}^{\lambda=p} | R_{2p}(\alpha + \lambda\sigma, \sigma) |$$

ou par

$$\omega_{2p+1}(\sigma) = \sigma \sum_{\lambda=-p}^{\lambda=p} | R_{2p+1}(\alpha + \lambda\sigma, \sigma) |.$$

Sur toute portion de P sans point commun avec un ensemble K, non dense sur P ou inexistant, la somme des $\omega_n(\sigma)$ relative à des segments σ en nombre quelconque, deux à deux extérieurs l'un à l'autre, et tous inférieurs en longueur à ε, tend vers zéro avec ε.

4° P étant un ensemble parfait quelconque, et $E(\sigma')$, $P(\sigma')$ désignant

l'ensemble fermé et son noyau parfait demeurant dans P quand on supprime tous les segments spéciaux de P sauf un nombre limité d'entre eux appelés σ' :

On peut déterminer sur P un ensemble H fermé, non dense sur P ou inexistant, indépendant des σ' choisis, et tel que sur toute portion de $E(\sigma')$ et de $P(\sigma')$ sans point commun avec H, $\frac{d^{n-1}F}{dx^{n-1}}$ existe et est respectivement continue et résoluble sur ces deux portions.

Ces caractères sont additifs.

Nous allons montrer que deux fonctions résolubles (n), admettant la même dérivée $n^{\text{ième}}$ approximative sur une épaisseur pleine, diffèrent d'un polynome de degré $(n-1)$ au plus.

La dérivée $n^{\text{ième}}$ approximative de leur différence F existe et est nulle sur une épaisseur pleine. L'application à F des caractères 1, 2 et 4 montre que $\frac{d^{n-1}F}{dx^{n-1}}$ existe et est constante sur les segments contigus d'un ensemble parfait L, non dense. Nous allons montrer que L n'existe pas, et pour cela nous distinguerons trois cas :

1° L contient une portion P ne possédant aucun segment spécial propre. Il existe alors une portion P_1 de P sur la totalité de laquelle $\frac{d^{n-1}F}{dx^{n-1}}$ existe, est continue et résoluble; sa dérivée approximative étant nulle sur une pleine épaisseur de P_1, elle est constante entre les extrémités de P_1 qui ne peut appartenir à L.

2° L contient une portion P dont chaque point est intérieur à une infinité de segments spéciaux. Le troisième caractère permet de montrer que $\frac{d^{n-1}F}{dx^{n-1}}$ a la même valeur sur deux contigus quelconques d'une portion P_1 de P, et que la variation de cette dérivée sur P_1 est nulle; ce qui est encore impossible.

3° Sont partout denses à la fois sur L les points appartenant à une infinité de segments spéciaux de L et ceux appartenant à un nombre limité de ces segments. L'application simultanée des caractères 3 et 4 permet de montrer que $\frac{d^{n-1}F}{dx^{n-1}}$ est encore constant entre les extrémités d'une portion P de L.

Donc une fonction résoluble (n) est déterminée à l'addition près d'un polynome de degré $n-1$ si l'on connaît sur une épaisseur pleine sa dérivée $n^{\text{ième}}$ approximative.

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les chaînes fermées à quatre couples rotoïdes non concourants, déformables au premier degré de liberté. Isogramme torique.* Note [1] de M. **F. E. Myard**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

On sait que M. Raoul Bricard, dans une remarquable étude géométrique sur le tore [2], a fait ingénieusement apparaître le rapport existant entre le mécanisme de Bennett et la propriété du plan bitangent au tore exprimée par le théorème de Villarceau.

Nous avons été conduit de notre côté à envisager cette question, plus complètement et d'une manière un peu différente, *essentiellement en vue d'un autre objectif* qui est la résolution d'une *chaîne fermée déformable au premier degré de liberté, à cinq couples rotoïdes*, dont aucun exemple n'était connu jusqu'à ce jour. Le développement qui suit va nous conduire à diverses conclusions géométriques et algébriques, d'où nous déduirons, par la suite, le résultat que nous venons d'annoncer.

Soit un tore représenté, en projection oblique, par ses deux parallèles limites $P_1 P_2$, et son cercle générateur C. Soit A l'un des deux cercles d'intersection du tore et du plan bitangent de trace T. Soit, sur ce cercle A, un point S quelconque assujetti à se déplacer sur lui. Cé déplacement peut être obtenu en considérant S comme l'extrémité du rayon ΩS tournant autour de l'axe ΩX perpendiculaire au plan bitangent. Pareillement ce déplacement peut être obtenu en considérant S comme un point assujetti à se déplacer sur le tore (tout en restant dans le plan bitangent), c'est-à-dire comme un point situé à l'extrémité du rayon SM tournant autour de l'axe MY (qui lui est normal, et demeure situé dans le plan médian du tore), tandis que le rayon OM tourne autour de l'axe OZ du tore et décrit son plan médian.

Si donc nous matérialisons les droites OΩ, ΩS, SM et OM par des barres rigides, nous voyons qu'il est possible d'avoir, *a priori*, un système articulé comprenant les trois couples rotoïdes ΩX, MY, OZ, et le couple sphérique S.

Cette remarque est déjà curieuse, puisque tout système articulé (de

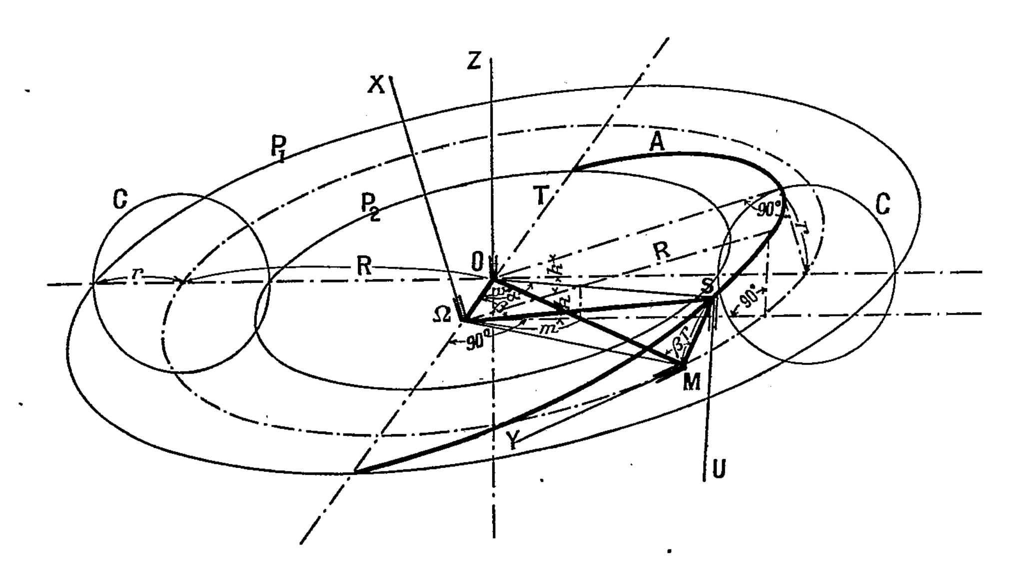
---

(1) Séance du 11 mai 1931.

(2) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 5e série, 3, mai 1925, p. 312.

∞^1 positions) qui possède un couple sphérique, possède, en plus, quatre couples rotoïdes dans le cas général (¹).

Mais en réalité, le couple S, apparemment sphérique, est tout simplement un couple rotoïde. En effet, considérons le tétraèdre OΩSM. Il a ses côtés opposés qui sont égaux deux à deux. Donc les deux triangles ΩOS et MOS (de côté commun OS) sont constamment égaux et disposés de



manière à présenter un axe de symétrie normal au milieu de OS. Il en est de même des deux triangles OΩM et ΩMS (de côté commun ΩM). Ce tétraèdre OΩSM est donc formé de deux paires de faces constamment égales et présentant un axe de symétrie (normal aux droites OS et ΩM, et passant par leur milieu).

Comme les deux faces inégales SMO et ΩOM restent constamment perpendiculaires (par construction), il en est de même des faces inégales SΩO et ΩSM. Donc SM demeurant toujours dans un plan normal au plan décrit par le rayon ΩS, l'articulation S correspond à un couple rotoïde d'axe SU perpendiculaire à ΩS et contenu dans le plan bitangent.

Voyons le rapport des vitesses angulaires en considérant le système articulé comme un joint de transmission. Supposons la barre OΩ constituant le bâti. Soient OZ et ΩX

(¹) Le cas particulier du joint de Clémens est un exemple.

les axes d'entrée et de sortie (inclinés l'un sur l'autre de l'angle k).

$$\frac{\sin[180-(\alpha+\beta)]}{r}=\frac{\sin\alpha}{R}.$$

Or $R\sin k=r$, d'où

$$\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\sin k\sin\alpha \qquad \text{ou} \qquad \cos\beta+\frac{\sin\beta}{\tan\alpha}=\sin k.$$

Or $\tan\omega=\tan\alpha\cos k$, car $\tan\omega=\frac{m}{r}$ et $\tan\alpha=\frac{m}{\cos k.r}$, d'où

$$\cos\beta+\frac{\sin\beta}{\tan\omega}\cos k=\sin k.$$

En différentiant,

$$-\sin\beta\,d\beta+\left[\tan\omega\cos\beta\,d\beta-\frac{\sin\beta}{\cos^2\omega}d\omega\right]\frac{\cos k}{\tan^2\omega}=0,$$

d'où, finalement,

$$\frac{d\beta}{d\omega}=-\frac{\sin\beta\cos k}{\sin^2\omega\left[\sin\beta-\frac{\cos\beta\cos k}{\tan\omega}\right]}.$$

Si nous considérons maintenant le bâti constitué par la barre OM, les axes d'entrée et de sortie étant OZ et MY (axes perpendiculaires), nous aurons le même résultat, puisque l'angle $\widehat{SMO}$ est constamment égal à $\hat{\beta}$.

Il faut évidemment considérer cette chaîne comme un cas particulier remarquable du mécanisme de Bennett dans lequel l'isogramme serait rectangle. Mais ainsi ce mécanisme devient tout simple à concevoir — même dans le cas général où les dièdres de l'isogramme, égaux 2 à 2, sont différents de 90°. (Nous rappelons que les sinus des dièdres sont proportionnels aux arêtes opposées.)

Dans ce cas général, nous pouvons envisager l'existence d'un tore aplati sur lequel se déplace un point S assujetti à décrire un cercle analogue au cercle de Villarceau A. Et nous retrouvons, de cette façon, une propriété concernant les sections cycliques, et dont l'énoncé peut, en conséquence, se traduire instantanément ainsi : Étant donné un tore aplati, c'est-à-dire engendré par un cercle dont le plan est oblique sur l'axe de rotation mais rencontre le centre du tore (la génération étant double, c'est-à-dire produite aussi par un cercle symétriquement disposé, donc oblique en sens contraire), par chaque point de ce tore on peut faire passer cinq cercles qui sont : le parallèle du lieu, les deux cercles générateurs, et les deux cercles analogues à ceux de Villarceau (et qui sont également des cercles générateurs).

La propriété de la sphère bitangente au tore (théorème de Mannheim) peut aussi conduire à la réalisation de systèmes articulés.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les cavitations de forme permanente.* Note de M. **Henri Poncin**.

Il peut exister dans les fluides en mouvement des cavités qui se présentent sous la forme de tourbillons creux. En général les surfaces limites de ces cavitations se déforment au cours du mouvement. Nous considérerons dans ce qui suit le mouvement d'un fluide incompressible, contenu dans un cylindre vertical S, et nous supposerons qu'à un instant donné il existe une telle cavitation dans le fluide. Nous nous proposons de déterminer les mouvements les plus généraux pour lesquels cette cavitation subsiste indéfiniment sans altération de forme. Dans ces conditions, si le mouvement de S ne se réduit pas à un mouvement de translation, le champ des vitesses à l'instant t se déduit du champ des vitesses initiales par la relation

$$\vec{V}(x, y, t) = \omega(t)\vec{V}(x, y, 0),$$

où $\omega(t)$ désigne la rotation instantanée de S. Le champ de vecteurs $\vec{V}(x, y, 0)$ dérive d'une fonction de courant de la forme

$$\Psi_1(x, y) = \Psi(x, y) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2),$$

où Ψ est harmonique dans le domaine D doublement connexe occupé par le fluide dans un des plans de section droite du cylindre. A cette fonction correspond une fonction $f(z)$ analytique dans D.

On peut alors distinguer trois cas possibles :

1° La frontière de la cavitation est une courbe intégrale d'une équation différentielle du premier ordre de la forme

$$(x\,dx + y\,dy)^2 = (ax + b)(dx^2 + dy^2).$$

Le mouvement de S, s'il ne se réduit pas à une rotation autour d'un point fixe, est alors défini géométriquement par le roulement d'une courbe C sur une courbe fixe C_1, une seule de ces deux courbes pouvant être choisie arbitrairement. En représentant de façon conforme le domaine du plan (z) extérieur à la cavitation (L) sur un demi-plan Z de façon telle que le profil limite de la cavitation ait son image sur l'axe réel du plan Z, on peut effectuer le prolongement analytique de la fonction f au delà de L et construire les lignes S qui correspondent à chacune des cavitations trouvées.

2° Dans le plan de section droite considéré, la limite de la cavitation est rectiligne. Le mouvement des parois S possède des propriétés géométriques analogues à celles du cas précédent mais il est défini cinématiquement, soit par une rotation uniforme, soit par une rotation inversement proportionnelle au temps. L'étude du mouvement relatif du fluide et la détermination des parois S s'effectuent par des procédés analogues.

3. La limite de la cavitation est de forme quelconque. Au point de vue géométrique, le mouvement de S est alors défini soit par une rotation autour d'un point fixe, soit par le roulement d'un cercle ou d'une spirale logarithmique sur une droite fixe. Au point de vue cinématique, il est défini par une rotation uniforme ou inversement proportionnelle au temps. On peut alors écrire une relation intégro-différentielle entre les fonctions qui caractérisent la forme du profil cavitationnel et celles qui caractérisent la forme des parois S. Cette relation peut être intégrée par un procédé indirect par rapport à ces dernières. On peut, en effet, montrer que dans tout son domaine d'existence la fonction $f(z)$ satisfait à une équation différentielle, dont l'étude est ramenée après quelques transformations à celle des équations de la forme $\frac{dW}{dZ} = A(Z)W^3 + B(Z)W^2$, où $A(Z)$ et $B(Z)$ sont des fonctions de Z qui dépendent de la transformation conforme utilisée pour représenter le domaine du plan z extérieur à la cavitation sur le demi-plan Z. La discussion de ces équations et la recherche des points singuliers des intégrales permettent d'obtenir certains résultats précis relatifs aux relations qui existent entre les profils cavitationnels et les parois S dont le mouvement peut en stabiliser la forme. La solution précédente se simplifie de façon notable dans le cas le plus intéressant au point de vue physique où le mouvement de S est un mouvement cycloïdal ou une rotation uniforme. Si l'on applique les résultats qui précèdent au cas où la cavitation a la forme d'une ellipse, on démontre que la solution est réductible aux transcendantes elliptiques dans trois cas généraux pour lesquels on peut aisément effectuer tous les calculs numériques. Un de ces cas d'intégration correspond aux cavitations circulaires.

Le cas où le cylindre S est animé d'un mouvement de translation peut être étudié par des procédés analogues.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur les déviations, de la poussée du vent sur un cylindre, produites par de très petits ressauts superficiels.* Note [1] de M. A. **Lafay**, présentée par M. C. Fabry.

J'ai exposé [2] les principaux résultats d'une étude relative aux déviations que la poussée d'un vent régulier sur un cylindre subit sous l'influence d'une lame d'air jaillissant tangentiellement à la surface de ce corps. Les expériences faites à cette occasion m'ont permis de constater dès 1925 que le très faible ressaut, qui existe entre la feuille de métal ou de papier qui canalise extérieurement le jet d'air et la surface du cylindre, peut à lui seul modifier notablement l'orientation de la poussée. Je n'ai pu procéder que plus tard à un examen expérimental détaillé de cette intéressante particularité, et les observations dont je vais donner un rapide exposé sont relativement récentes et ont été faites avec une soufflerie, type Eiffel de 80^{cm} de diamètre.

Dans ce qui suit les angles seront, par convention, comptés positivement dans le sens que doit suivre un mobile, sur la surface cylindrique, pour franchir le ressaut en se rapprochant de l'axe du cylindre. La position de ce ressaut sera définie par l'angle α, correspondant à l'arc qui le sépare de la génératrice la plus voisine de la buse de la soufflerie, et la direction de la poussée par l'angle φ que fait cette force avec la vitesse V du courant uniforme dans lequel on a introduit le système à essayer.

En plaçant dans un vent de 14 m/sec un cylindre de 8^{cm} de diamètre, préparé comme s'il s'agissait de produire un jet lamelliforme de $\frac{1}{10}$ de millimètre, et en obturant le tube, qui, dans les essais antérieurs, servait à amener l'air comprimé destiné à alimenter ce jet, on a pu observer l'effet *propre* d'un ressaut, qui, en tenant compte de l'épaisseur de la feuille extérieure, ne dépassait pas $0^{mm},13$, c'est-à-dire le $\frac{1}{600}$ du diamètre du cylindre.

Lorsque la position de ce ressaut varie de $\alpha = 0°$ à $\alpha = 30°$, la poussée n'est pas sensiblement déviée, mais de $\alpha = 30°$ à $\alpha = 66°$, elle éprouve des déviations qui vont de $\varphi = -2°$ à $\varphi = -23°$ pour retomber ensuite rapidement à $-2°$ quand α passe de 66° à 70°. Cette chute correspond à l'entrée du ressaut dans la zone dite d'*eau morte* occupée par le sillage. L'angle φ

---

(1) Séance du 11 mai 1931.

(2) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1901.

reste alors compris entre $\pm 3°$ jusqu'à ce que, vers $\alpha = 284°$, l'influence du ressaut commence à se faire sentir sur l'autre bord du sillage; φ croît alors, et après avoir atteint son maximum $\varphi = 15°$ pour $\alpha = 290°$, retombe au voisinage de zéro de $\alpha = 310°$ à $\alpha = 360°$.

Les deux effets atteignent donc leur plus grande valeur dans les régions dites de *décollement* et, il n'y a pas lieu de s'étonner que l'un soit plus faible que l'autre puisque, dans le premier cas les filets d'air se trouvent projetés tangentiellement à la surface qui les amène au sommet du ressaut, tandis que, dans le second cas, ils viennent se heurter contre ce dernier comme contre un petit barrage abrupt qu'ils sont obligés de contourner.

La fente, dont la section droite extrême constitue le ressaut, étant en communication avec l'intérieur du cylindre, il y avait lieu d'examiner si la masse d'air contenue dans ce corps n'intervenait pas dans le phénomène observé et ne jouait pas le rôle de volant. On a, en conséquence, obturé cette fente jusqu'au bord en prenant les précautions nécessaires pour avoir un ressaut de même hauteur et aussi raide.

Les déviations observées ont été plus faibles que précédemment, d'un tiers environ, ce qui paraissait démontrer l'influence de la masse d'air contenue dans le cylindre. Il n'en est cependant rien car on peut rendre à ces déviations leur valeur primitive en préparant le ressaut comme il suit : on colle le long du cylindre une bande de papier, d'un dixième de millimètre d'épaisseur, taillée normalement suivant un de ses bords et amincie au papier émeri vers son autre bord de manière à obtenir un raccordement aussi parfait que possible avec la surface du cylindre; on colle par-dessus une feuille d'étain de $0^{mm},03$ qui surplombe d'environ 5^{mm} le bord épais du support prismatique en papier.

Il est vraisemblable que la petite lame d'air, de 5^{mm} de large et de $0^{mm},1$ d'épaisseur, incluse entre la feuille d'étain et le cylindre, ne saurait fonctionner comme un volant et cet essai, s'il n'est pas absolument probant, a du moins conduit à un mode de construction avantageux, permettant d'obtenir des ressauts présentant une efficacité notable sinon maximum.

Des expériences destinées à étudier l'effet simultané de plusieurs ressauts successifs, ont été exécutées avec un cylindre de 10^{cm} de diamètre, recouvert sur $\frac{1}{5}$ de sa surface (73°) avec une feuille d'étain plissée à la machine; les plis au nombre de 17 permettaient de réaliser des recouvrements, d'environ 3^{mm} de large, à l'intérieur desquels on introduisait de petites cales, en papier gommé, destinées à maintenir l'écartement correspondant à des

ressauts d'environ $\frac{2}{10}$ de millimètre, soit le $\frac{1}{500}$ du diamètre du cylindre. Avec ce dispositif on a trouvé que :

1° La poussée est systématiquement déviée tant que la région de décollement (65° à 70°) est contenue dans la zone plissée.

2° La déviation *change de sens* quand la vitesse du vent augmente.

Pour $V = 15$ à 16 m/sec, φ a pour valeur moyenne — 20° et atteint — 25° pour certaines orientations. A $V = 20$ m/sec correspondent des φ successivement positifs, négatifs, puis de nouveau positifs de l'ordre de $\pm 10°$. Les vitesses $V = 25$ m/sec et $V = 30$ m/sec donnent des φ positifs qui, pour la plus grande de ces deux vitesses, oscillent entre 30° et 40°.

Il y a lieu de remarquer que, pour les faibles vitesses la déviation a lieu du côté indiqué par la règle de Magnus pour un cylindre tournant dans le sens des angles positifs.

J'ai établi autrefois [1] que, la vitesse de rotation restant constante, égale à 2000 tours/minute par exemple, l'effet est bien conforme à cette règle pour des vitesses de vent inférieures à 17 m/sec mais s'inverse lorsque les vitesses dépassent cette limite. La correspondance entre ces deux phénomènes d'inversion me paraît d'autant plus intéressante à signaler que, malgré les efforts des théoriciens de l'Aérodynamique, une explication acceptable du *phénomène inverse* de Magnus n'a pas encore été donnée.

ASTRONOMIE. — *Photographies de la planète Mercure*. Note de Mme **G.-Camille Flammarion**, présentée par M. Ernest Esclangon.

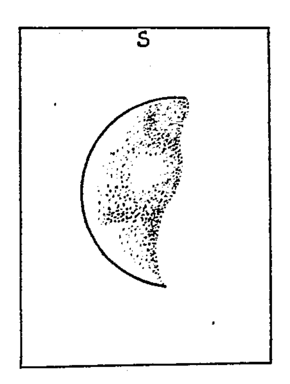
Les photographies relatives à l'aspect physique de Mercure sont, comme on sait, extrêmement difficiles sous nos latitudes. Mettant à profit la dernière élongation du soir, du 10 avril 1931, assez favorable (avec sa déclinaison boréale de 17° et son coucher d'un peu plus de 2 heures après celui du Soleil) et profitant du calme relatif de l'atmosphère, le 11 avril, M. Quénisset, à l'Observatoire de Juvisy, a essayé de prendre un certain nombre d'images au moyen de l'objectif Viennet, muni d'un système d'agrandissement positif de 4 fois les images focales.

N'ayant pas encore suffisamment mis au point la méthode d'une émulsion photographique spéciale employée concurremment avec un écran approprié

---

(1) A. Lafay, *Contribution à l'étude du phénomène de Magnus* (*Revue de Mécanique*, 30, mai 1912, p. 435, fig. 11).

pour, d'une part, atténuer avantageusement la lumière diffusée par notre atmosphère et, d'autre part, pour faire ressortir certaines tonalités, nous avons cette fois-ci pris simplement des plaques Opta antihalo. Les poses ont varié de 1 à 4 secondes; et quatre plaques ont été exposées à 18^h57^m, à 18^h59^m, entre 19^h5^m et 19^h10^m, entre 19^h10^m et 19^h22^m. Chacune contient plusieurs poses, représentant en tout dix images de la planète. Les poses de 1 et 2 secondes ont été nettement insuffisantes; celles de 3 et surtout 4 secondes, bonnes. La qualité de ces images est variable et les meilleures souffrent encore des vagues atmosphériques un peu agitées. Cependant, les détails qu'on peut apercevoir sont si importants que nous avons pensé qu'il convenait de les signaler.



Dessin des taches photographiées sur Mercure
le 11 avril 1931 à 18^h57^m.

L'observation visuelle à l'équatorial de $0^m,240$, de 18^h à 18^h45^m, nous avait révélé immédiatement l'existence des phénomènes suivants : d'abord la corne extrême supérieure, australe, était plus vague, moins blanche que la boréale. Elle paraissait même moins arrondie, celle boréale étant, au contraire, effilée, pointue. Un peu au sud du centre, il y avait près du terminateur une région blanchâtre, contrastant avec deux taches foncées situées contre le terminateur et s'avançant un peu dans le croissant. La tache australe nous a paru la plus sombre et la plus étendue.

En développant les clichés, nous pensions bien avoir obtenu cette dernière tache australe foncée, si évidente ; nous fûmes agréablement surpris en constatant que les autres détails s'y étaient également enregistrés. Et la tache blanche centrale ressort même nettement du terminateur, par irradiation combinée avec la noirceur des taches du terminateur. La troncature de la corne australe est seule moins marquée que dans l'observation visuelle.

Comme la petitesse des images, même agrandies, ne permet pas une bonne reproduction des détails par la photogravure, nous avons dessiné un croquis les faisant ressortir un peu plus, mais le plus fidèlement possible. D'ailleurs nous avons tiré, des phototypes originaux, des contre-types successifs sur plaques à contraste varié, qui montrent de mieux en mieux l'existence certaine des détails décrits ci-dessus.

Nous croyons que c'est la première fois que l'on arrive à photographier quelque chose à la surface de cette planète [1]. Ces résultats nous encouragent à continuer. Nous nous plaisons à rappeler que la plaque sensible se révèle souvent supérieure à l'œil pour les faibles différences de tonalités qui existent à la surface des planètes. Nous en avons eu maintes fois la preuve dans nos nombreuses photographies planétaires.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la ligne d'univers d'un point matériel en mécanique classique.* Note de M. **Z. Horák**, présentée par M. Brillouin.

Dans la présente Note, je me propose d'indiquer sommairement un mode de représentation des équations du mouvement classique dans l'espace-temps.

Considérons un point matériel de masse égale à l'unité se mouvant dans l'espace sous l'action d'une force de composantes X, Y, Z, et ajoutons aux trois coordonnées cartésiennes x, y, z du point un quatrième paramètre u déterminé par l'équation

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \mathrm{U},$$

la quantité U étant définie au moyen de la condition

$$\mathrm{X}\,dx + \mathrm{Y}\,dy + \mathrm{Z}\,dz + \mathrm{U}\,du = 0. \tag{1}$$

Il s'ensuit

$$\frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)^2 = \varepsilon - \mathrm{T}, \qquad u = \int \sqrt{2(\varepsilon - \mathrm{T})}\,dt + \mathrm{C},$$

où T signifie la demi-force vive du point, exprimée en fonction du temps absolu t, $\varepsilon (> \mathrm{T})$ et C étant deux constantes. Posons de plus

$$d\sigma^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + du^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + 2(\varepsilon - \mathrm{T})\,dt^2,$$

[1] Nous nous permettons de rappeler que nous avons été avec Quenisset, aussi les premiers à photographier les taches de la planète Vénus en 1911 et 1921 (*Comptes rendus*, 153, 1911, p. 1208 ; 172, 1921, p. 1645.

de sorte que

$$d\sigma^2 = 2\varepsilon\, dt^2, \tag{2}$$

ce qui rend possible d'écrire les quatre équations

$$2\varepsilon \frac{d^2 x}{d\sigma^2} = X, \qquad 2\varepsilon \frac{d^2 y}{d\sigma^2} = Y, \qquad 2\varepsilon \frac{d^2 z}{d\sigma^2} = Z, \qquad 2\varepsilon \frac{d^2 u}{d\sigma^2} = U. \tag{3}$$

On peut interpréter géométriquement ces équations, en représentant le mouvement du point par une courbe dans une variété euclidienne à quatre dimensions dont la forme métrique est $d\sigma^2$. J'adopte pour cette variété le nom d'*espace-temps* ou d'*Univers* et pour ladite courbe celui de *ligne d'Univers*, en appelant *temps propre* le paramètre temporel u dont la différentielle peut être mise à la forme

$$du = \sqrt{2\varepsilon\, dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}.$$

Le temps propre est caractérisé parmi tous les paramètres temporels par le fait que, en l'introduisant, la forme différentielle $d\sigma^2$ se réduit à la somme de carrés, tandis que l'échelle uniforme du temps absolu est, en raison de (2), déterminée indépendamment du choix du paramètre temporel par l'arc de ligne d'univers σ [1]. Si l'on appelle en outre *quadriforce* le vecteur aux composantes X, Y, Z, U et *vecteur courbure* celui aux composantes $\frac{d^2 x}{d\sigma^2}, \frac{d^2 y}{d\sigma^2}, \frac{d^2 z}{d\sigma^2}, \frac{d^2 u}{d\sigma^2}$ et si l'on néglige le facteur constant 2ε (qui peut du reste être choisi égal à 1), les équations (3) se traduisent par le théorème :

I. *Le vecteur courbure de la ligne d'Univers d'un point matériel est égal à la quadriforce.*

Assujettissons notre point à la liaison

$$\Phi(x, y, z, t) = 0, \tag{4}$$

réalisée, comme on sait, au moyen d'une force de liaison aux composantes

$$L_x = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \qquad L_y = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad L_z = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial z}.$$

En vertu de (1), sa composante temporelle

$$L_t = L_u \frac{du}{dt} = -\left(L_x \frac{dx}{dt} + L_y \frac{dy}{dt} + L_z \frac{dz}{dt}\right) = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

---

(1) Le temps propre ne peut être confondu avec le temps absolu que si T est constant (par exemple en l'absence de forces).

de sorte que la relation

$$L_x\,\delta x + L_y\,\delta y + L_z\,\delta z + L_t\,\delta t = 0$$

a lieu pour toutes les variations δx, δy, δz, δt vérifiant (4). Lorsqu'on désigne sous le nom d'*Univers virtuel* la variété riemannienne définie dans l'espace-temps par l'équation (4), on peut énoncer le principe de d'Alembert sous la forme : *La quadriforce de liaison est normale à l'Univers virtuel* ou bien *le travail virtuel de la quadriforce est nul.*

Regardant l'Univers virtuel comme une hypersurface plongée dans l'espace-temps, on arrive au théorème :

II. *Le vecteur courbure géodésique de la ligne d'Univers égale la projection orthogonale sur l'Univers virtuel de la quadriforce donnée. En l'absence de la force donnée, la ligne d'Univers est une géodésique tracée dans l'Univers virtuel.*

Les théorèmes I, II sont indépendants du repérage de l'Univers et, en appliquant les notions du calcul différentiel absolu, ils peuvent être étendus pour n'importe quels systèmes matériels, sans changer de forme, comme je vais le montrer dans un Mémoire ultérieur.

PYROMÉTRIE. — *Répartition des températures dans une section droite d'un filament plat incandescent.* Note [1] de M. **G. Ribaud**, présentée par M. A. Cotton.

Dans l'utilisation de lampes à ruban de tungstène, pour les besoins de la pyrométrie, on rencontre quelques difficultés qui tiennent à la non-uniformité de la température dans une même section droite du filament. Nous nous proposons ici de traiter mathématiquement le cas d'un filament plat de tungstène, d'épaisseur négligeable par rapport à la largeur, supposé très long, et chauffé électriquement dans le vide. Pour d'autres métaux les conclusions seraient les mêmes, seules les valeurs numériques différeraient.

Nous nous conformerons aux notations adoptées dans des Mémoires précédents traitant un problème analogue [2] et désignerons respectivement

(1) Séance du 11 mai 1931.

(2) Worthing, *Journ. Franklin Instit.*, 194, 1922, p. 597. — Ribaud et Nikitine, *Annales de Physique*, 7, 1927, p. 5. On trouvera dans ce dernier Mémoire les valeurs numériques intéressantes relatives au tungstène.

par e l'épaisseur du filament, par k sa conductibilité calorifique, par σ sa radiance énergétique, par ρ sa résistivité, par i la densité de courant, par α et β les quotients $\frac{d\sigma}{\sigma} : \frac{dT}{T}$ et $\frac{d\rho}{\rho} : \frac{dT}{T}$; nous supposerons d'abord le filament très large et nous désignerons par x l'abscisse à partir d'un bord, la température en ce point sera désignée par T; nous appellerons T_0 la température au bord du filament et T_m la température uniforme en un point éloigné du bord.

En écrivant que l'énergie électrique dissipée dans une tranche x, $x+dx$ est égale à la somme de l'énergie rayonnée et de l'énergie perdue par conductibilité calorifique, on obtient l'équation

$$ke\frac{d^2T}{dx^2} = 2\sigma - \rho i^2 e.$$

Pour un filament long les potentiels électriques doivent être égaux dans une même section droite, ce qui entraîne

$$\rho i = \rho_m i_m; \tag{1}$$

si l'on écrit en outre l'égalité des énergies reçue et dissipée dans la zone de température uniforme T_m, on a

$$2\sigma_m - \rho_m i_m e = 0.$$

Par combinaison des trois relations précédentes on arrive aisément à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{2\sigma_m(\alpha+\beta)}{e k_m T_m}(T - T_m).$$

En désignant par p^2 le premier terme du second membre, une intégration classique fournit

$$T_m - T = Ae^{-px}. \tag{2}$$

Pour le bord du filament, l'énergie rayonnée provient de la tranche voisine uniquement par conductibilité calorifique, ce qui entraîne la relation

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_0 = \frac{\sigma_0}{k_0}. \tag{3}$$

Les équations (2) et (3) conduisent alors à la relation générale suivante :

$$T_m - T = \frac{\sigma_0}{k_0 p}\cdot e^{-px},$$

applicable à tous les filaments supposés suffisamment larges. En particulier la différence de température entre le bord du filament et la zone centrale uniforme est donnée par

$$T_m - T_0 = \frac{\sigma_0}{k_0 p}.$$

Pour des températures T_m respectivement égales à 1200, 2000, 3000°K., la différence précédente prend les valeurs 1°, 4° et 12° (1). La distance au bord du filament pour laquelle la différence $T_m - T$ n'est plus que le $\frac{1}{10}$ de $T_m - T_0$ est donnée par la relation $x = \frac{0,48}{p}$; aux températures précédentes cette distance a respectivement pour valeurs 2, 0,8 et 0mm,5. Des filaments de largeurs supérieures à deux fois les largeurs précédentes comporteront une zone centrale de température uniforme; des filaments de largeurs plus faibles présenteront simplement un maximum de température, le gradient de température sur les bords restant d'ailleurs le même que pour des filaments très larges.

L'expérience fournit bien pour $T_m - T_0$ les ordres de grandeur calculés plus haut; toutefois les nombres mesurés, légèrement variables d'un filament à l'autre, sont systématiquement un peu peu plus élevés que ceux calculés. Le fait tient certainement à ce que le filament comporte toujours des irrégularités et bavures sur les arêtes, ce qui a pour effet d'introduire dans l'équation (3), qui fixe le gradient de température sur le bord du filament, une valeur de σ_0 supérieure à celle qui correspondrait à un bord parfaitement poli.

Les conclusions précédentes subsistent si le filament est placé dans un gaz, la section droite étant disposée horizontalement.

ONDES HERTZIENNES. — *La propagation des ondes radioélectriques courtes.* Note (2) de MM. **R. Jouaust** et **N. Stoÿko**, présentée par M. G. Ferrié.

Pendant la fin de l'année 1930 et le commencement de 1931, les transmissions radiotélégraphiques de la matinée effectuées sur ondes de 18m,50 entre l'Indochine et la France ont été particulièrement troublées : chaque

(1) L'équation (1) permet de calculer aisément la densité de courant aux divers points de la section droite; cette densité est un peu plus élevé au bord qu'au centre.

(2) Séance du 4 mai 1931.

signal émis donnait naissance au poste récepteur à plusieurs signaux identiques se succédant à intervalles très courts.

C'est ainsi que, sur l'enregistrement effectué au Bureau International de l'Heure de signaux horaires émis par le poste de Saïgon le 10 décembre 1930, à 10^h du matin, nous avons pu constater que chaque signal était dédoublé, le premier étant d'intensité légèrement plus faible que le second.

L'enregistrement fait sur oscillographe Blondel, avec une vitesse de déroulement de 50^{cm} par seconde, permettait de déterminer d'une façon très exacte le temps écoulé entre l'arrivée des deux signaux qui était de $0^s,06813 \pm 0,00014$.

Il est vraisemblable que le premier signal est dû aux ondes se propageant suivant le plus petit arc du grand cercle Paris-Saïgon, le second aux ondes suivant le plus grand arc. La différence d'intensité s'explique par ce fait que le deuxième parcours était en majorité dans l'obscurité.

Si les ondes se propageaient à la surface du sol on serait amené à conclure des résultats ci-dessus que leur vitesse est de 289700^{km} par seconde. Cette vitesse est plus faible que celle de la lumière, mais on sait que les ondes ne suivent pas la surface du sol et que les couches ionisées de la haute atmosphère jouent un rôle dans leur propagation. L'ignorance où nous sommes du trajet exact ne nous permet pas de déterminer la vitesse réelle, mais la discussion des résultats obtenus nous semble susceptible de fournir quelques renseignements sur le mécanisme de la propagation.

Dans une première hypothèse la propagation des ondes radiotélégraphiques entre deux points pris à la surface de la terre se fait par des rayons qui, émis sous une incidence convenable, s'incurvent par suite de la variation d'indice lorsqu'ils pénètrent dans la couche ionisée de la haute atmosphère, deviennent horizontaux et enveloppent une trajectoire dont le rayon de courbure n'est que très peu inférieur à celui de la terre. Le chemin parcouru dans ces conditions est très sensiblement égal à l'arc de cercle limité par les rayons vecteurs allant du centre de la terre au point d'émission et au point de réception et ayant pour rayon celui de la terre augmenté de la hauteur de la couche ionisée.

Certains auteurs, ayant effectué des expériences identiques aux nôtres et admettant que la vitesse des ondes était celle de la lumière, ont cru pouvoir déduire du temps écoulé entre l'arrivée des deux signaux la hauteur de la couche ionisée. Ce calcul ne peut conduire qu'à des résultats inexacts, car, la couche ionisée constituant un milieu dispersif, les signaux s'y propagent avec une vitesse de groupe plus faible que la vitesse de la lumière.

Pedersen [1] a montré que dans cette hypothèse on arrive ainsi à l'expression

$$x = \frac{ct \sin\varphi - l}{2l} R,$$

x étant la hauteur de la couche ionisée, t le temps écoulé entre l'arrivée des deux signaux, φ l'angle d'émission des ondes avec la verticale, l la différence des deux arcs de grand cercle à la surface de la terre, R le rayon du globe terrestre.

Le calcul effectué en donnant à l'angle φ les valeurs de 85° et 80° conduit respectivement pour la hauteur de la couche ionisée à 100^{km} et à 64^{km}. Ces résultats sont inadmissibles. Il est impossible d'admettre pour la hauteur des couches ionisées des valeurs aussi faibles, surtout pour un parcours effectué dans l'obscurité. D'autre part, à d'aussi faibles altitudes, l'amortissement des ondes serait considérable.

D'après une seconde hypothèse, les ondes éprouveraient un certain nombre de réflexions entre le sol et la couche ionisée.

En supposant pour la zone éclairée une altitude de 200^{km} pour la couche ionisée, de 300^{km} pour la zone obscure, résultats déduits de l'observation d'échos à faible distance, et en admettant que les trajectoires sont toujours contenues dans le plan vertical commun au poste d'émission et au poste de réception, nous avons calculé pour chacun des deux trajets l'angle d'émission nécessaire pour que le nombre des réflexions fût minimum et la longueur des chemins parcourus correspondants.

La vitesse de propagation déduite des trajets ainsi calculée a été trouvée de 299300^{km} par seconde, valeur identique à celle de la lumière, eu égard à la précision des mesures.

Ces résultats nous paraissent constituer un argument en faveur de la seconde des hypothèses que nous avons exposées.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un générateur à lampe de fréquence très stable.* Note de M. **P. David**, présentée par M. G. Ferrié.

La stabilité de la fréquence des oscillateurs à lampes est d'une grande importance, non seulement dans les appareils de mesure ou de laboratoire, mais aussi dans les postes émetteurs de trafic.

---

(1) D. P. Pedersen, *The Propagation of Radio Waves*, Copenhagen, 1927, p. 203.

On l'obtient généralement (au $\frac{1}{100000}$ près, environ) avec des maîtres oscillateurs à quartz ou à diapason.

Divers montages à lampes triodes peuvent aussi être employés, dans lesquels des artifices plus ou moins complexes permettent de corriger l'effet perturbateur des variations d'alimentation.

La présente Note est relative à un nouveau générateur stabilisé de ce genre, particulièrement simple et efficace.

Sa caractéristique est d'employer, au lieu de lampe triode, une lampe bigrille (du type à grille de charge d'espace). J'avais observé en effet que les montages utilisant ces lampes sont, toutes choses égales d'ailleurs, notablement plus stables que les montages à triodes. Je me suis proposé de retirer tout le parti possible de cette particularité en recherchant systématiquement les variantes de montage favorables à la stabilité. Voici le schéma finalement reconnu le meilleur.

Dans le circuit plaque de la lampe bigrille on intercale, comme à l'ordinaire, le circuit oscillant L, C; une bobine de réaction, couplée avec L, fournit une tension en opposition avec celle de la plaque; cette tension est appliquée simultanément aux *deux grilles* par l'intermédiaire de deux ensembles de polarisation, constitués chacun d'une capacité, shuntée par une résistance élevée.

Les divers éléments doivent être ajustés en fonction de la fréquence à produire, mais assez largement pour que l'on puisse couvrir une gamme étendue par la seule manœuvre du condensateur C; tout le reste étant fixe.

L'appareil est donc aussi simple que les générateurs ordinaires; il fournit une puissance du même ordre, sous les mêmes tensions; on peut même facilement transformer les montages existants.

La stabilité a été déterminée par comparaison avec l'un des diapasons étalons du Laboratoire National de Radio-Électricité; pour des variations de plus ou moins 15 pour 100 dans les tensions de chauffage et de plaque, la variation de fréquence produite ne dépassait pas cinq millioniėmes.

Cette stabilité, surprenante avec des moyens aussi simples, n'est pas encore parfaitement expliquée. Elle est certainement due en partie à ce que le montage réalise des caractéristiques de plaque et de grille, très rapidement coudées, et par suite à ce que les courants passent par pointes très brusques (ce que l'on vérifie aisément à l'oscillographe). Il y a probablement d'autre part un réglage de la phase de ces impulsions par les condensateurs intercalés sur les grilles. Mais le plus grand nombre des variables ne m'a pas permis jusqu'ici de justifier par le calcul les résultats obtenus.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la théorie de la décharge sans électrodes.* Note (¹) de M. **F. Esclangon**, présentée par M. A. Cotton.

Sir Joseph J. Thomson (²) a donné en 1927 une théorie de la décharge sans électrodes dans un gaz raréfié placé à l'intérieur d'un solénoïde parcouru par un courant de haute fréquence en attribuant le rôle essentiel au champ électrique induit par le champ magnétique alternatif du solénoïde. Peu de temps après J. S. Townsend et R. M. Donaldson (³) ont fait remarquer que le champ électrique à l'intérieur d'un tel solénoïde comprend, en outre, un champ dû aux charges électriques existant sur les spires, et que ce champ alternatif d'origine électrostatique (en négligeant les temps de propagation) est beaucoup plus intense que le champ induit. Le champ électrique résultant est alors à peu près identique à ce champ électrostatique, et ce dernier serait le facteur essentiel de la décharge qui ressemblerait alors quelque peu à la décharge entre électrodes extérieures.

Il semble pourtant que la décharge dans un solénoïde prenne quelquefois, dans des limites de pression assez étroites, un aspect qui la différencie nettement de la décharge électrostatique; l'éclat est beaucoup plus grand, même pour des sources de grande surface, la consommation d'énergie devient considérable, au point que l'apparition de la décharge change complètement les conditions de fonctionnement du générateur de haute fréquence dans le cas d'ondes entretenues par des lampes triodes.

J'ai supposé que cette décharge d'aspect particulier était due au champ électrique induit, conformément aux idées de sir Joseph J. Thomson et j'ai fait quelques expériences destinées à le montrer.

J'ai tout d'abord reproduit le champ électrostatique du solénoïde en l'absence de champ magnétique. En soudant à chaque spire un anneau de même diamètre, on obtient une série d'anneaux dont chaque élément est à chaque instant au même potentiel que la spire correspondante; on a donc à l'intérieur des anneaux l'image du champ électrostatique du solénoïde, mais sans champ induit. Les décharges dans l'une ou l'autre série d'anneaux sont très différentes : l'une est très brillante et consomme beaucoup d'énergie; l'autre ressemble à la décharge entre électrodes extérieures.

(¹) Séance du 11 mai 1931.
(²) J. J. Thomson, *Phil. Mag.*, 4, 1927, p. 1128.
(³) J. S. Townsend et R. M. Donaldson, *Phil. Mag.*, 5, 1928, p. 178.

On peut encore supprimer le champ électrostatique tout en laissant subsister le champ magnétique, par l'interposition d'un écran constitué par de minces feuilles de papier d'étain collées sur le tube dans le sens de la longueur. La décharge magnétique s'allume encore, tandis que le même tube, placé dans les anneaux du solénoïde dont je viens de parler, reste obscur.

Cette dernière expérience éclaire particulièrement le mécanisme de la décharge et explique comment le champ induit peut provoquer une décharge plus brillante que celle due au champ électrostatique, bien qu'il soit moins intense que ce dernier. Une fois la décharge amorcée, le gaz s'ionise et va se comporter comme un conducteur; des charges vont se déplacer et compenser le champ électrostatique. La partie superficielle du gaz ionisé va jouer exactement le rôle des feuilles d'étain qui servaient d'écran dans l'une des expériences décrites ci-dessus. Le calcul montre que, tout au moins pour des ondes qui ne sont pas trop courtes (plus de 10^m de longueur d'onde) et des tubes qui ne sont pas de dimensions trop grandes, le déplacement des charges dans le champ électrostatique ne produit qu'un courant très faible par rapport au courant provoqué par le champ induit. On a un phénomène analogue aux courants de Foucault qui se produiraient dans une barre conductrice placée dans le même solénoïde. En général les seuls courants notables sont les courants transversaux, dus au champ électrique induit, et non les courants longitudinaux.

Il peut toutefois se produire une forte augmentation de la densité de courant dans la décharge électrostatique, soit lorsque le champ est appliqué sur une grande longueur, soit lorsque le tube rétréci au centre est terminé par de larges boules. On se trouve alors dans un cas de fonctionnement analogue à celui d'un oscillateur de Hertz. Cela expliquerait la possibilité d'obtenir des décharges électrostatiques à l'intérieur d'un solénoïde.

C'est précisément ce que vient de montrer Charles T. Knipps [1] en plaçant des écrans à l'intérieur d'un tube à décharge. Il observe, suivant les cas, une décharge longitudinale, c'est-à-dire électrostatique, ou une décharge transversale, c'est-à-dire induite.

---

[1] Charles T. Knipps, *Phys. Rev.*, 37, 1931, p. 756.

MAGNÉTISME. — *Influence du champ sur les états magnétiques du platine.* Note [1] de Mlle **Paule Collet** et M. **G. Foëx**, présentée par M. Pierre Weiss.

Nous avons signalé [2] l'existence d'états magnétiques multiples du platine; avec les mêmes appareils de mesure, et sur les mêmes échantillons, nous avons cherché si le champ magnétique ne figurerait pas parmi les influences encore inconnues qui font apparaître tel ou tel de ces états.

Pour cela l'étude magnétique a été faite, dans chacun des champs, de — 180° à + 200° ou + 400°. Le graphique de l'inverse du coefficient d'aimantation en fonction de la température est formé, pour chaque série d'expériences, de quelques segments de droite se rencontrant à angle vif [3], ce qui implique des changements discontinus du moment et du point de Curie. Les droites sont bien déterminées et les phénomènes réversibles. Ces graphiques diffèrent, suivant le champ, pour un échantillon déterminé.

Le platine n° 4 par exemple donne les moments suivants :

Champ 6000 *gauss :* 13; 10,5; 8,5 et 7,5 magnétons.

Champ 9300 *gauss :* 11,5 magnétons de — 180° à — 60° [état identique à celui qu'avait trouvé Kamerlingh Onnes [3] de — 260° à 0°], 8 magnétons de + 20° a + 200°.

Au-dessus de — 60° nous avons obtenu, dans deux séries distinctes d'expériences, des portions de droite peu étendues correspondant l'une à 9 magnétons et l'autre à 6,5 magnétons. A partir de + 20° les résultats se stabilisent. Il est remarquable que la variation du moment 11,5 — 6,5 soit égale à 5 magnétons de Weiss ou 1 magnéton de Bohr, tandis que 11,5 — 9 est de 2,5 ou un demi-magnéton de Bohr.

Champ 14000 *gauss :* 10 magnétons aux basses températures, 8 magnétons aux températures élevées. Dans les champs intenses, le nombre des portions de droites est donc moindre et le moment varie dans des limites plus restreintes.

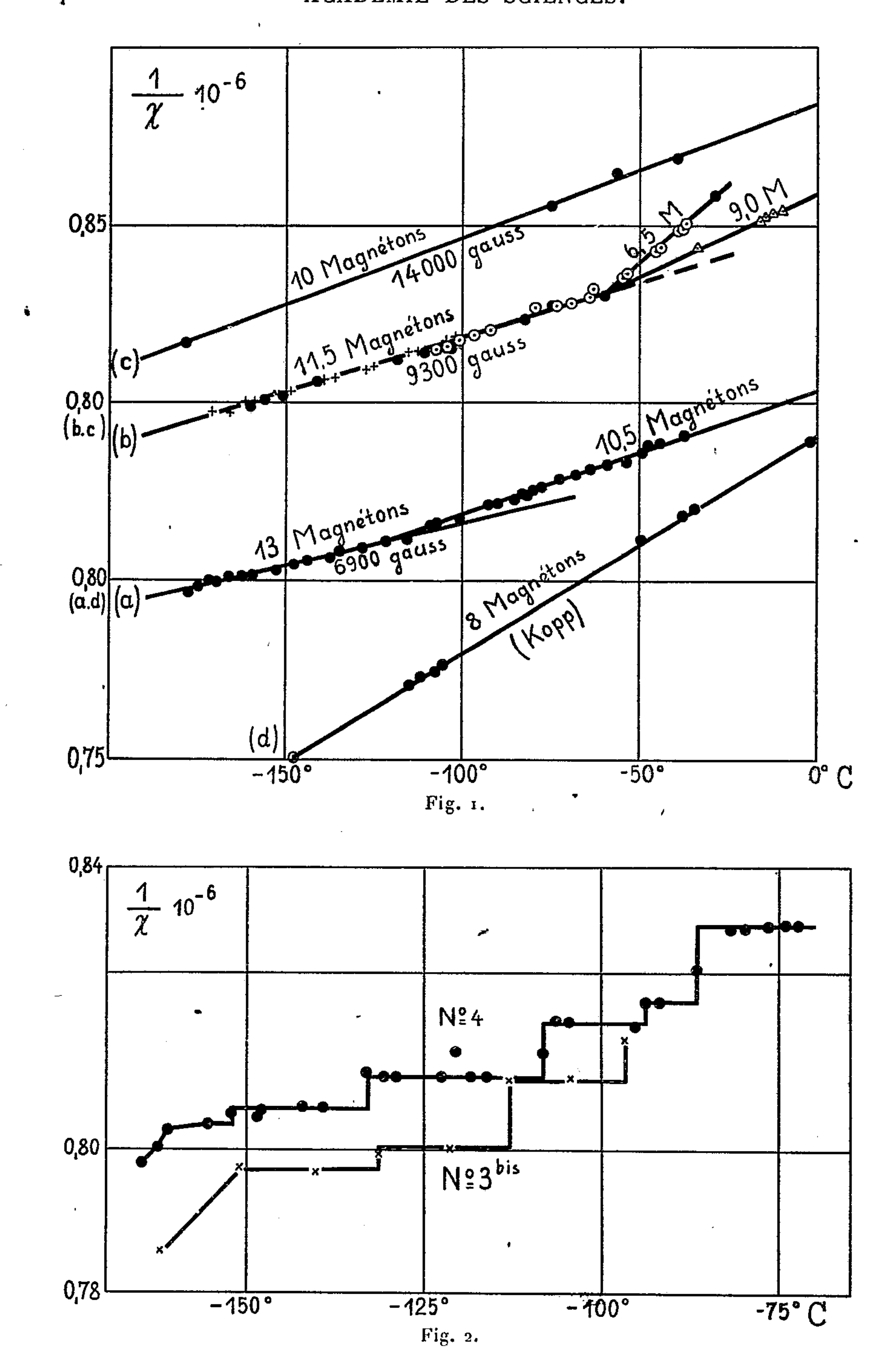
Il résulte de l'ensemble des mesures que l'état de Kopp [8 magnétons de — 180° à + 450°, courbe (4)] paraît être un état limite vers lequel tendent les différents platines, lorsque le champ devient de plus en plus intense.

---

(1) Séance du 4 mai 1931.

(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 930.

(3) Kamerlingh Onnes et Oosterhuis, *Comm. Phys. Lab. Leiden*, n° 132, 1913.



$\frac{1}{\chi}$ 10^{-6}
0,85
0,80
(b.c)
0,80
(a.d)
0,75
(c)
(b)
(a)
(d)
10 Magnétons
14000 gauss
11,5 Magnétons
9300 gauss
6,5 M
9,0 M
10,5 Magnétons
13 Magnétons
6900 gauss
8 Magnétons
(Kopp)
-150°
-100°
-50°
0° C

Fig. 1.

$\frac{1}{\chi}$ 10^{-6}
0,84
0,80
0,78
N° 4
N° 3 bis
-150°
-125°
-100°
-75° C

Fig. 2.

Cas des champs faibles : Paliers. — Aux champs inférieurs à 3000 gauss et aux basses températures un phénomène nouveau se produit. A plusieurs reprises, au cours du réchauffement de — 180° à 0°, dans des intervalles atteignant 30°, le coefficient d'aimantation reste indépendant de la température, puis il varie brusquement dans le sens habituel. La variation rapide s'est produite plusieurs fois au cours de la mesure, entre les deux premières lectures.

Ce phénomène, observé de manière répétée, est très net sur les échantillons de masse voisine de 2g (platine de Kopp, platines n° 3 *bis* et n° 4); il est moins marqué sur un échantillon de 10g, de même nature (platine n° 3), peut-être parce que la discontinuité ne se produit pas en même temps dans toute la masse (domaines élémentaires).

L'étrangeté du fait nous a conduits à étudier, dans les mêmes conditions de champ et de température, une substance autre que le platine, et de coefficient d'aimantation voisin. La variation a été normale et aucun palier n'a été constaté. D'autre part l'appareil, contrôlé à diverses reprises, fonctionnait normalement et sa mobilité était parfaite.

OPTIQUE. — *Sur les erreurs entraînées par l'inexactitude des lames demi-onde dans l'analyse des vibrations faiblement elliptiques et sur l'étalonnage des lames demi-onde et quart d'onde.* Note de M. **P. Lainé** présentée par M. A. Cotton.

Je me suis aperçu des erreurs entraînées par l'inexactitude des lames demi-onde, dans l'analyse des vibrations faiblement elliptiques, en étudiant les variations apparentes de biréfringence magnétique avec le sens du champ, qui avaient été observées à Bellevue, lorsqu'il se superposait à la biréfringence des traces appréciables de pouvoir rotatoire magnétique.

Je me suis servi pour cette étude de la représentation sphérique de Poincaré des vibrations elliptiques et j'ai supposé correcte l'application de la théorie de Gouy à la superposition du pouvoir rotatoire et de la biréfringence magnétiques ([1]).

Le premier résultat de ce travail a été de montrer que le pouvoir rotatoire seul ne suffit pas pour expliquer les phénomènes observés. Si l'en-

([1]) L'exactitude de cette supposition vient d'être vérifiée expérimentalement par MM. Dupouy et Schérer (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1089).

semble du dispositif expérimental déjà décrit par MM. Cotton et Dupouy [1] répondait rigoureusement aux conditions théoriques, une légère inclinaison du faisceau lumineux sur la normale aux lignes de force aurait pour conséquence de faire tomber sur l'analyseur, pour les deux sens du champ, au lieu d'une même vibration rectiligne, deux vibrations elliptiques aplaties ayant même azimut et ne différant que par leur sens de parcours. De telles vibrations ne peuvent être distinguées l'une de l'autre avec un analyseur à pénombre parfait.

Les erreurs de réglage du polariseur et du quart d'onde, ainsi que l'inexactitude de ce dernier pour la radiation monochromatique utilisée, introduisent entre ces deux vibrations elliptiques de légères différences d'azimut. Le calcul des valeurs possibles de ces différences montre qu'elles peuvent atteindre, tout au plus, la limite supérieure des erreurs de pointé. Les facteurs envisagés ci-dessus sont donc insuffisants pour rendre compte des faits observés. J'ai été ainsi conduit à étudier le rôle des imperfections de l'analyseur, qui était un analyseur à pénombre à lame demi-onde.

Les erreurs provoquées dans le pointé des vibrations elliptiques par la différence des coefficients de transmission des plages de l'analyseur sont fonctions seulement de la valeur absolue de l'ellipticité de ces vibrations; elles ne peuvent donc intervenir, dans l'explication du phénomène étudié, que dans la mesure où les imperfections de réglage du polariseur et du quart d'onde et l'inexactitude de ce dernier créent des différences entre les valeurs absolues des ellipticités des vibrations tombant sur l'analyseur pour les deux sens du champ.

Il n'en est pas de même pour les erreurs de construction de la lame demi-onde. On établit facilement que si $\Delta\varphi$ représente l'erreur sur la différence de phase produite par la lame entre les vibrations ordinaire et extraordinaire qu'elle transmet, l'erreur, $\Delta\alpha$, sur la détermination de l'azimut α d'une vibration de faible ellipticité, γ, est donnée par la relation

$$\tan 2\alpha = \tan 2\gamma \tan \frac{\Delta\varphi}{2}$$

ou, très approximativement,

$$\Delta\alpha = \gamma \tan \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

La différence apparente d'azimut entre deux vibrations d'ellipticités γ

(1) A. COTTON et G. DUPOUY, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 602.

et $-\gamma$ est donc $2\gamma \operatorname{tang} \frac{\Delta\varphi}{2}$, valeur qui permet d'expliquer, pour la plus grande part, les phénomènes observés.

Cette cause d'erreur, qui n'avait pas encore été signalée au moment où j'ai effectué ce travail, intervient dans toutes les mesures où l'on est amené à pointer successivement, avec un analyseur à lame demi-onde, des vibrations d'ellipticités différentes. C'est le cas pour les mesures de dichroïsme circulaire, ainsi que l'a constaté depuis M. Mathieu.

Elle intervient également dans les mesures de biréfringence par la méthode de Chauvin lorsque le compensateur utilisé n'est pas rigoureusement quart d'onde, car la vibration qu'il transmet, après l'introduction du milieu biréfringent, est faiblement elliptique. Un calcul simple montre que, si l'on utilise une lame demi-onde de précision courante, l'erreur qui provient du pointé de cette vibration elliptique est en général plus grande que la différence entre son azimut et celui de la vibration rectiligne que transmettrait un compensateur rigoureusement quart d'onde, différence qui est exprimée par la formule habituelle de correction.

Ces considérations sur l'inexactitude des lames demi-onde et quart d'onde m'ont conduit à montrer que, si l'on possède un quart d'onde étalonné avec une précision suffisante, par exemple par la méthode des spectres cannelés, proposée par Chaumont ([1]), on peut, en mesurant par la méthode de Chauvin les différences de phase qu'elles produisent, étalonner d'autres lames quart d'onde et des lames demi-onde avec une précision dix fois plus grande environ que celle que permettrait la méthode de Chaumont.

L'accroissement de précision que l'on peut ainsi réaliser présente de l'intérêt dans certains cas, en particulier dans l'étalonnage des compensateurs des appareils généraux d'analyse des vibrations elliptiques, comme celui de Chaumont, lorsqu'on n'utilise pas ces appareils selon la méthode de Stokes. Il est facile de montrer que l'on peut ainsi augmenter sensiblement la précision de la détermination de l'azimut des vibrations étudiées, surtout lorsque l'ellipticité de ces vibrations est grande. (La précision de cette détermination peut être doublée si les vibrations ont une ellipticité de 4 à 5°; elle peut être multipliée par 6 ou 7 lorsque cette ellipticité atteint 30°.)

L'application de la méthode proposée ne s'impose pas, par contre, dans l'étalonnage des lames du système de plages de l'appareil de Chaumont. Il est possible en effet, avec une lame demi-onde et une lame quart d'onde

([1]) Chaumont, *Ann. de Phys.*, 4, 1915, p. 61.

non rigoureusement exactes, de constituer un système à quatre plages permettant de reconnaître si une vibration est rectiligne et d'en déterminer correctement l'azimut.

POLARISATION ROTATOIRE. — *Sur la polarisation rotatoire naturelle et magnétique de quelques composés organiques étudiés à l'état liquide.* Note de M. C. Salceanu, présentée par M. A. Cotton.

Le but de cette Note est d'étudier à l'état liquide, au point de vue de la rotation naturelle et magnétique, quelques corps organiques actifs, étudiés jusqu'ici surtout en solutions. Nous avons choisi le menthol gauche, que nous avons obtenu très pur, le camphre droit purifié par recristallisation dans l'alcool et la carvone droite.

Dans le tableau suivant nous représentons par t les températures, par α les angles de rotation du plan de polarisation ($\lambda = 578^{m\mu}$), par D les densités et par $[\alpha]$ les rotations spécifiques correspondantes :

Valeurs de.........	t.	α.	D.	$[\alpha]$.
Menthol	46,5	13,81	0,875	$-50,91 \times 10^{-1}$
	64,5	13,55	0,863	$-50,64$
	95	13,05	0,840	$-50,11$
	125	12,48	0,817	$-49,27$
	151	11,90	0,794	$-48,55$
	180	11,30	0,768	$-47,46$
	189	11,09	0,759	$-47,13$
Camphre	179	17,61	0,823	$+70,85 \times 10^{-1}$
	193	17,49	0,817	$+70,88$
Carvone	18	18,67	0,961	$+64,33 \times 10^{-1}$
	65	17,17	0,934	$+60,87$
	87	16,47	0,921	$+59,21$
	100	15,99	0,914	$+57,93$

Dans le tableau suivant concernant les pouvoirs rotatoires magnétiques des trois corps, ω représente la rotation magnétique mesurée (en degrés et centièmes de degré) pour $\lambda = 578^{m\mu}$, b_e le rapport de cette rotation à celle de l'eau à 20° C., ρ la constante de Verdet (en prenant pour l'eau $\rho_{20}^{578} = 0,0136$) et ρ_s les quotients $\frac{\rho}{d}$ de cette constante par la densité à la température de l'expérience :

	Valeurs de				
	t^o.	ω.	b_e.	ρ.	ρ_s.
Menthol...	50°	8.61	1,060	$1,437 . 10^{-2}$	$1,646 . 10^{-2}$
	74	8,44	1,039	1,408 »	1,643 »
	93	8,27	1,018	1,381 »	1,640 »
	121	8,00	0,985	1,336 »	1,633 »
	150	7.77	0,957	1,297 »	1,629 »
	179	7,46	0,917	1,245 »	1,619 »
Camphre...	180	7.33	0,897	1,219 »	1,481 »
	200	7.14	0.875	1,188 »	1,461 »
Carvone...	18	11,51	1,41	1,915 »	1,992 »
	122,5	10,30	1,26	1,714 »	1,904 »

Les mesures de dispersions rotatoires naturelle et magnétique ont donné les valeurs suivantes des rapports de dispersion pour les raies indigo, verte et jaune du mercure :

	Disp. naturelle.		Disp. magnétique.	
	α_i/α_j.	α_v/α_j.	ω_i/ω_j.	ω_v/ω_j.
Menthol................	$1,86_5$	1,13	$1,86_2$	1,13
Camphre................	$2,73_4$	1,19	$1,82_6$	$1,13_7$
Carvone................	2,00	$1,14_5$	1,90	$1,13_7$

Comparaison des deux dispersions. — Les rapports de dispersion $\frac{\alpha_v}{\alpha_j}$, $\frac{\alpha_i}{\alpha_j}$, que nous trouvons pour la rotation naturelle du camphre, sont d'accord avec ceux qu'a obtenus récemment M. Lucas (¹), en étudiant, non pas le camphre pur, mais ses solutions dans le cyclohexane. En ce qui concerne les rotations magnétiques, la valeur que nous trouvons pour $\frac{\omega_i}{\omega_v}$ pour le camphre (1,62) est en désaccord avec celle calculée par O. Schönrock (1,72), à partir des mesures de E. O. Hulburt (²) faites sur les solutions de camphre dans l'alcool éthylique à 50 pour 100. Nos valeurs de $\frac{\omega_v}{\omega_j}$, $\frac{\omega_i}{\omega_j}$ se rapprochent, au contraire, de celles résultant des mesures de Darmois (³) sur les solutions dans l'hexane et l'éther; toutefois, nos valeurs de $\frac{\omega_i}{\omega_j}$ sont plus faibles de 4 pour 100 environ que les siennes $\left(\text{de même pour les valeurs de } \frac{\alpha_i}{\alpha_j}\right)$.

(¹) R. Lucas, *Ann. de Phys.*, 9, 1928, p. 447.

(²) E. O. Hulburt, *Astroph. Journ.*, 54, 1921, p. 116

(³) E. Darmois, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 22, 1911, p. 54.

Il n'est pas douteux que le camphre fondu et aussi la carvone montrent une fois de plus que la règle de Wiedemann, d'après laquelle, pour un corps donné, le rapport $\frac{\omega}{\alpha}$ de la rotation magnétique à la rotation naturelle est indépendant de la longueur d'onde, est certainement fausse comme E. Darmois l'avait montré. Mais le menthol fondu présente cette singularité qu'on peut admettre, au contraire, la validité de cette règle, au moins dans l'intervalle spectral compris entre $\lambda = 346^{m\mu}$ et $\lambda = 578^{m\mu}$. Le seul cas connu jusqu'ici où cette règle paraissait rester valable était, comme on sait, celui du quartz.

Variations thermiques des deux rotations. — Si l'on examine, pour les deux corps qui ont pu être soumis à des mesures dans un intervalle de température assez grand, comment varient avec la température les rotations α et ω mesurées, ou bien les valeurs correspondantes de $[\alpha]$ et de ρ_s, on trouve que les pouvoirs rotatoires spécifiques décroissent quand la température s'élève beaucoup plus vite que les constantes de Verdet correspondantes. Pour le menthol, dans l'intervalle étudié, la diminution de $[\alpha]$ est en moyenne, en valeur relative de 5×10^{-4} par degré, celle de ρ_s de $1,2 \times 10^{-4}$ p. d. Pour la carvone on a de même, pour $[\alpha]$, 12×10^{-4} p. d., et pour ρ_s, $4,3 \times 10^{-4}$ p. d.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Recherche de l'élément* 61 *au moyen des rayons X.* Note [1] de M. S. **Takvorian**, présentée par M. G. Urbain.

J. A. Harris, L. F. Yntema, B. S. Hopkins [2] ont annoncé la découverte de l'élément 61, caractérisé, d'après ces auteurs, par deux bandes d'absorption dans le jaune, 130 raies d'arc, ainsi que par son spectre de rayons X.

A la même époque, L. Rolla et L. Fernandès [3] sont arrivés à des résultats analogues après des cristallisations fractionnées des nitrates doubles des terres rares, et de thallium et d'ammonium, en caractérisant l'élément 61 par sa discontinuité K des rayons X [4].

---

[1] Séance du 11 mai 1931.
[2] J. A. Harris, L. F. Yntema et B. S. Hopkins, *Nature*, 117, 1926, p. 792-793.
[3] L. Rolla et L. Fernandès, *Z. anorg. allg. Chemie*, 157, 1927, p. 371-381.
[4] R. Brunetti, *Gazz. chim. ital.*, 57, 1927, p. 335-346.

Dehlinger, Glocker et Kaupp [1] ont été également affirmatifs en se basant sur la caractérisation des raies α_1, α_2 et β de la série K d'émission des rayons X.

Cependant Auer von Welsbach [2], partant de la cérite, après des cristallisations fractionnées des nitrates doubles magnésiens ou ammoniacaux, a abouti à des résultats négatifs.

Il en est de même de W. Prandtl et A. Grimm [3], qui ont traité un mélange de terres de diverses provenances. Ils ne purent déceler, aussi bien par l'étude du spectre optique que par celle des spectres de rayons X, aucune trace de l'élément 61.

Tel était l'état de la question lorsque j'ai entrepris le présent travail.

Le produit initial était un mélange de terres cériques extraites des sables monazités des Indes et enrichies, par un traitement préliminaire, en oxydes de néodyme et de samarium. Il contenait en outre des quantités relativement faibles d'oxyde de lanthane et de praséodyme. Sa teneur en terres yttriques était pratiquement nulle.

En vue d'enrichir ces terres en élément 61 j'ai employé la méthode de cristallisation fractionnée des nitrates doubles magnésiens :

$$3Mg(NO^3)^2, \quad 2M^{III}(NO^3)^3, \quad 24H^2O.$$

Ayant ainsi éliminé en tête du fractionnement $1^{kg},500$ environ de nitrate double de lanthane, $3^{kg},500$ environ de nitrates doubles de lanthane-praséodyme, $7^{kg},500$ environ de nitrate double de néodyme, dont $3^{kg},500$ très pur, et en queue $1^{kg},500$ environ de nitrate double de samarium, j'ai recueilli et fractionné 500^{g} de nitrates doubles de néodyme-samarium intermédiaires.

Ce sont ces dernières fractions qui ont fait l'objet d'une étude plus approfondie.

L'examen de l'absorption des rayons X a été fait à l'aide d'un tube Coolidge à anticathode en tungstène et d'un spectrographe à cristal tournant. Les différentes fractions ont présenté les discontinuités K des éléments 60 (néodyme) et 62 (samarium). L'absorption caractéristique de l'élément 61 faisait défaut.

Les diagrammes ci-après représentent les courbes photométriques de deux de ces spectres.

---

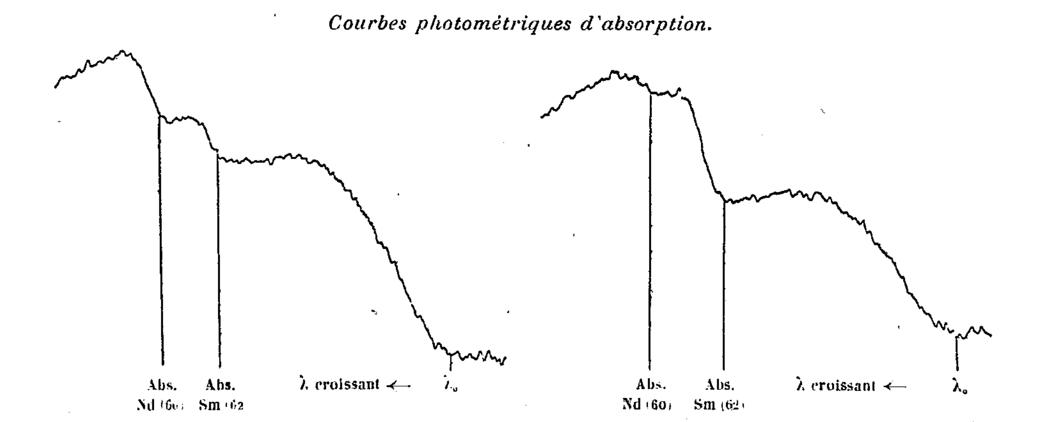
(1) U. Dehlinger, R. Glocker et E. Kaupp, *Die Naturwissenschaften* 14, 1926, p. 772.

(2) Auer v. Welsbach, *Chemiker Zeitung*, 50, 1926, p. 990.

(3) W. Prandtl et A. Grimm, *Z. anorg. allg. Chem.*, 136, 1924, p. 283.

De plus ces spectres montrent que, dans les limites de la sensibilité de la méthode, les fractions apparaissent composées uniquement de néodyme et de samarium. La sensibilité de la méthode a été déterminée par l'étude des spectres d'absorption de mélanges synthétiques de néodyme et de samarium

Courbes photométriques d'absorption.



purs dans les proportions 10, 5, 3, 2 pour 100. Cette sensibilité est de 2 pour 100 environ, d'où il résulte que la proportion d'élément 61 ne pouvait être qu'égale ou inférieure à 2 pour 100.

Afin d'atteindre une sensibilité plus grande, je me suis adressé à la méthode d'émission des rayons X. En effet les travaux antérieurs confèrent à la méthode, pour le groupe des terres rares, une sensibilité de l'ordre de 1/10000 environ [1].

Pour cela j'ai fait usage d'un tube démontable de Dauvillier et d'un spectrographe à cristal tournant.

Alors que certains auteurs ont obtenu des spectres de la série K, plus intenses que ceux de la série L des mêmes éléments, j'ai observé dans des conditions correspondantes des spectres très nets de la série L et des spectres faibles pour la série K.

Ainsi dans la série L, les fractions examinées par cette méthode ont présenté des spectres de néodyme ou de samarium purs, ou d'un mélange de ces deux éléments. Sur tous ces spectres les raies caractéristiques de l'élément 61 faisaient défaut. Le tableau suivant indique les raies d'émission

---

[1] GOLDSCHMIDT et THOMASSEN. *Vidensk, Skrift*, I, *Mat. Naturv.*, *Kl.*, n° 5, 1924, p. 73.

des éléments rares ayant figuré sur nos spectres et illustre en même temps la simplicité élémentaire de nos fractions :

Nd L...............	α_1, α_2, β_1, β_2, β_3, γ_1, $\gamma_{2,3}$
Sm L...............	α_1, α_2, β_1, β_2, β_3, γ_1, $\gamma_{2,3}$.

Dans la série K, malgré le peu d'intensité des raies, j'ai pu caractériser la raie $K\alpha_1$ du néodyme et la raie $K\alpha_1$ du samarium. Dans cette série K, les raies attribuables à l'élément 61 n'ont pu être observées.

Il faut donc conclure que les fractions examinées, qui sont précisément celles où l'élément 61 devrait se concentrer et qui ne représentaient que 1/200 du poids des oxydes initiaux, ne pourraient contenir qu'une quantité d'élément 61 inférieure à 1/10000.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Biréfringence magnétique des carbures d'hydrogène liquides.* Note de M. **M. Schérer**, présentée par M. A. Cotton.

La biréfringence magnétique des carbures d'hydrogène des séries paraffénique, éthylénique et cyclohexanique a été déterminée dans le champ magnétique du grand électro-aimant de l'Académie des Sciences.

Le dispositif est celui décrit par MM. Cotton et Dupouy (¹). On a utilisé les pièces polaires en coin de 25^{cm} de diamètre et un entrefer de 10^{mm} environ (²) avec des tubes polarimétriques de laiton de 30^{cm} de long. Les mesures ont été faites pour les raies jaunes et indigo du mercure par la méthode du quart d'onde. Les carbures, purifiés par distillation par M. Maman, ont été mis à ma disposition par M. Aubert. Pour caractériser ces carbures on a déterminé leur densité et leurs indices de réfraction pour les raies du mercure.

Le tableau suivant donne les valeurs des angles β mesurés en degrés et centièmes de degré, et le rapport a des constantes de Cotton-Mouton de ces corps à celle du nitrobenzène prise égale à 100 pour les raies jaunes du mercure :

(¹) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 602.

(²) A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 544.

	C^nH^{2n+2}.			C^nH^{2n}.		
	t.	β_{578}.	a.	t.	β_{578}.	a.
	°	°		°	°	
C^8	21	$-0,14$	$-0,6$	24	$0,01$	$+0,05$
C^9	21	$-0,15_5$	$-0,6_5$	23	$-0,03_5$	$-0,1_5$
C^{10}	19,4	$-0,19_5$	$-0,8_5$	22	$-0,06$	$-0,2_6$
C^{11}	19,8	$-0,21$	$-0,9_5$	..	......	......
C^{12}	....	....	.....	23	$-0,13_5$	$-0,6$
C^{14}	21,5	$-0,26$	$-1,1$	..	......	.....
....	....	....	.....	..	......	.....
C^{11} (diéthylénique 1-10)	....	....	.....	22	$+0,11$	$+0,4_3$
....	....	....	.....	..	......	.....
Cyclohexane	22,5	$-0,10$	$-0,4_8$	..	......	.....
Cyclohexène	22	$+0,12$	$+0,5_2$	..	......	.....
Nitrobenzène	22,2	$+22,86$	$+10$	.0.	......	.....

On constate que : 1° de l'octane au tétradécane la biréfringence magnétique croît et est de signe négatif; 2° les carbures éthyléniques ont une biréfringence négative à partir de l'octène mais plus faible que celle des carbures saturés normaux correspondants. L'octène lui-même a une très faible biréfringence probablement positive : la chaîne carbonée saturée a donc un effet optique de signe contraire à celui de la double liaison, cet effet devenant prépondérant à partir de l'octène. Ceci semble bien être confirmé par l'undécylène, carbure diéthylénique en C^{11} qui a une biréfringence positive sous l'influence de ses deux doubles liaisons. Ce même changement de signe se présente dans le cas du cyclohexane et du cyclohexène. On peut prévoir que les carbures éthyléniques à nombre d'atomes de carbone inférieur à 7 possèdent une biréfringence positive.

Des mesures ont également été faites sur la série éthylbenzène, propylbenzène, butylbenzène qui donnent respectivement pour le rapport a : 19,8, 18, 16,5, valeurs où l'on constate l'influence négative croissante du groupement saturé fixé au noyau benzénique.

En résumé les mesures montrent bien le passage d'une biréfringence négative à une biréfringence positive par l'introduction de liaisons non saturées; ceci confirme les conclusions des mesures de Ramanadham [1] faites en lumière blanche sur certains composés organiques.

---

(1) Ramanadham, *Indian Journal of Physics*, 4, juillet 1929, p. 15-109.

ÉLECTROCHIMIE. — *L'électrotitrimétrie de l'acide phosphorique.* Note ([1]) de M. A. **Sanfourche**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les recherches sur la titrimétrie de l'acide phosphorique ont montré que, si la première fonction acide se titre exactement à l'aide du méthyl-orange, on n'obtient pour la deuxième, en présenee de phénolphtaléine, de résultats constants sinon absolument rigoureux qu'avec la soude, tandis que les bases alcalino-terreuses fournissent des chiffres variables avec les conditions opératoires ([2]); quant à la troisième fonction, aucun indicateur ne permet de la titrer exactement, parce qu'elle est située dans une zone extrême des pH, où le virage des indicateurs manque de netteté.

La titration électrométrique a été également appliquée à l'acide phosphorique : la soude et la baryte révèlent les deux premières fonctions, la chaux et la strontiane, la première et la troisième ([3]). Vogel ([4]), utilisant une électrode d'antimoine, trouve avec la soude la troisième fonction indiquée vaguement par un léger crochet de la courbe des différences de potentiel.

Nous avons repris ces mesures en joignant à l'emploi de l'électrode à hydrogène celui de l'électrode à quinhydrone, avec la cellule au calomel de Muller. La figure contient les courbes de différence de potentiel obtenues avec une solution à $9^g,15$ PO^4H^3 par litre, les fonctions successives de l'acide phosphorique étant portées en abscisses. La première fonction est toujours très nettement marquée par le point d'inflexion et par le maximum des $\frac{\Delta E}{\Delta V}$. La soude 0,1*n* indique la deuxième fonction avec un léger retard, aussi bien avec l'électrode à hydrogène, comme on l'avait déjà observé, qu'avec l'électrode à quinhydrone; mais celle-ci décèle également la troisième fonction ($pH = 12,4$) d'une façon nette, quoique moins accentuée que les deux premières; fait à remarquer, car l'électrode à quinhydrone est réputée ne pas convenir pour $pH > 9$ ([5]). L'inflexion correspondante

---

([1]) Séance du 4 mai 1931.

([2]) Engel, *Comptes rendus*, 102, 1886, p. 263; Joly, *Comptes rendus*, 102, 1886, p. 318; 103, 1886, p. 1129; Blarez, *Comptes rendus*, 103, 1886. p. 264; Cavalier, *Bull. Soc. Chim.*, 25, 1901, p. 796; Villard, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1101.

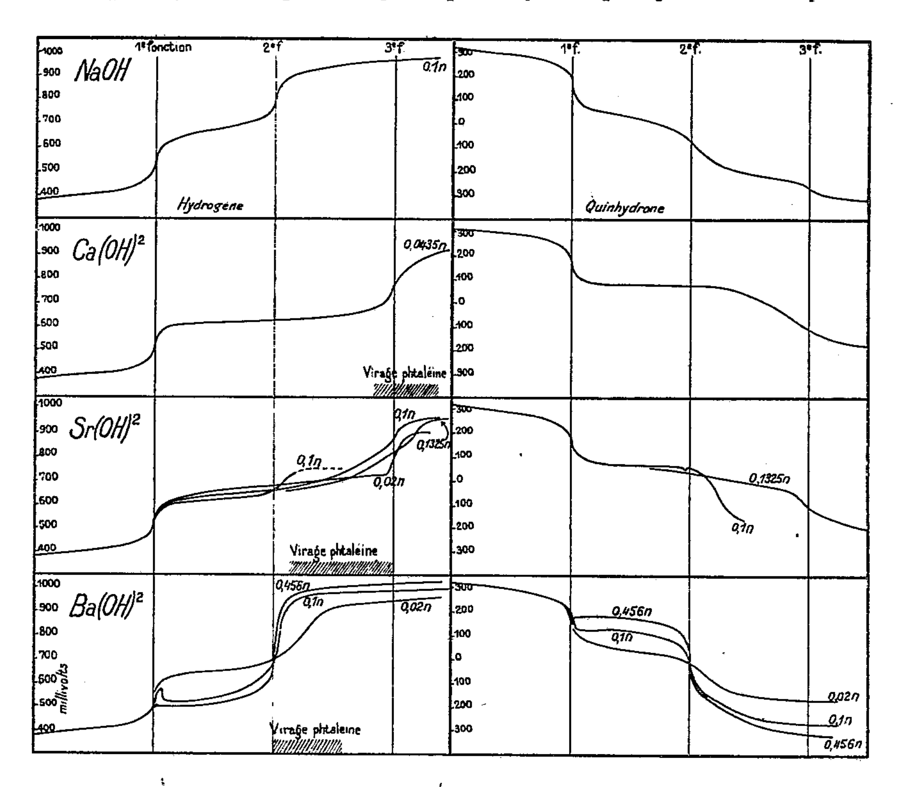
([3]) Davis, Oakes et Salisbury, *Indust. Eng. Chem.*, 15, 1923, p. 182; Wendt et Clarke, *J. Amer. Chem. Soc.*, 45, 1923, p. 881; Britton, *J. Chem. Soc. London*, 131, 1927, p. 614.

([4]) Vogel, *J. Soc. Chem. Ind.*, 49, 1930, p. 297.

([5]) Biilmann, *Bull. Soc. Chim.*, 41, 1927, p. 231.

est toujours visible, mais nette seulement pour une dose de quinhydrone assurant à peu près la saturation pour cette alcalinité, et en opérant assez rapidement pour éviter son oxydation.

Avec la chaux en solution 0.0435 *n* (saturée vers 20°), la deuxième fonction de l'acide phosphorique n'est pas marquée, parce que le phosphate dicalcique d'abord



formé se décompose suivant $4PO^4CaH \rightarrow (PO^4)^2CaH^4 + (PO^4)^2Ca^2$, le phosphate monocalcique libéré continuant à absorber la base jusqu'à transformation totale en phosphate tricalcique (Wendt et Clarke). La troisième fonction est indiquée nettement avec l'électrode à hydrogène, mais non avec l'électrode à quinhydrone.

Le virage de la phtaléine s'étend dans les conditions extrêmes de 2,82 acidités (rose faible, titrage rapide) à 3,37 acidités (rose net persistant après 88 heures); le fait qu'il puisse dépasser la troisième fonction est dû à la formation du composé $3(PO^4)^2Ca^3$, $Ca(OH)^2$ signalé par Blarez et dénommé hydroxyapatite par Bassett [1].

Avec la baryte, nous avons utilisé des solutions 0,456 *n* (saturée à 20°), 0,1 *n*, 0,02 *n*; le précipité formé après la neutralisation de la première fonction, de léger et amorphe devient cristallin et sa solubilité diminue fortement, ce qui entraîne une

(1) BASSETT, *J. Chem. Soc. London*, **111**, 1917, p. 620.

discontinuité dans les mesures; dans le cas de la solution 0,456 *n*, elle survient immédiatement, empêchant de repérer la position exacte du premier point d'inflexion. La deuxième fonction se révèle, avec l'électrode à hydrogène, affectée d'un retard d'autant plus grand que le réactif est plus dilué : 2,01 pour la liqueur 0,456 *n*, 2,05 pour 0,1 *n*, 2,12 pour 0,02 *n*; l'électrode à quinhydrone donne plus de précision avec les valeurs respectives 2,01, 1,99 et 2,07. Rien ne décèle la troisième fonction. Comme Joly et Cavalier, nous avons constaté le virage de la phtaléine lors de la saturation de la deuxième fonction quand le précipité a pu se transformer, mais il est variable, progressif et retardé quand le titrage rapide empêche cette transformation.

La strontiane se comporte soit comme la chaux, soit comme la baryte, suivant les conditions : la première fonction de l'acide neutralisée, il se précipite un phosphate tribasique amorphe, et si le titrage est continué rapidement, rien n'indique la deuxième fonction, mais avec l'électrode à hydrogène la troisième fonction est décelée d'autant plus exactement que le réactif est plus dilué : les solutions 0,1325 *n* (saturée à 20°), 0,1 *n* et 0,02 *n* donnent respectivement 3,20, 3,02 et 3,01; l'électrode à quinhydrone ne fournit un point d'inflexion net, à 2,96, que pour la concentration 0,1325 *n*. Un temps d'arrêt, ou l'agitation, après l'apparition du précipité, provoquent sa transformation en phosphate distrontique cristallin, et alors le titrage se comporte comme avec la baryte : c'est la deuxième fonction qui est indiquée, mais avec un retard sensible, 2,05 à 2,10 pour la solution 0,1 *n*. Le virage de la phtaléine commence un peu après la saturation de la deuxième fonction, mais il est fugace; en le ramenant par des additions successives de base, il demeure stable au bout de plusieurs heures juste pour la troisième fonction.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la centrifugation des solutions de polonium en présence d'électrolytes divers.* Note ([1]) de Mlles **C. Chamié** et **A. Korvezee**, présentée par M. Jean Perrin.

L'une de nous a montré, en collaboration avec M. Guillot ([2]), qu'on pouvait obtenir par centrifugation la précipitation de traces de radioélément sans addition d'aucun entraîneur, notamment qu'on pouvait ainsi séparer le polonium des solutions neutres et faiblement acides. M. Guillot a appliqué cette méthode à quelques réactions du polonium ([3]).

Une question qui se pose dans le problème de la centrifugation des radioéléments est de connaître l'influence des électrolytes sur la précipitation et de juger si elle est favorable ou non.

Nous avons fait une série d'expériences avec les nitrates de sodium,

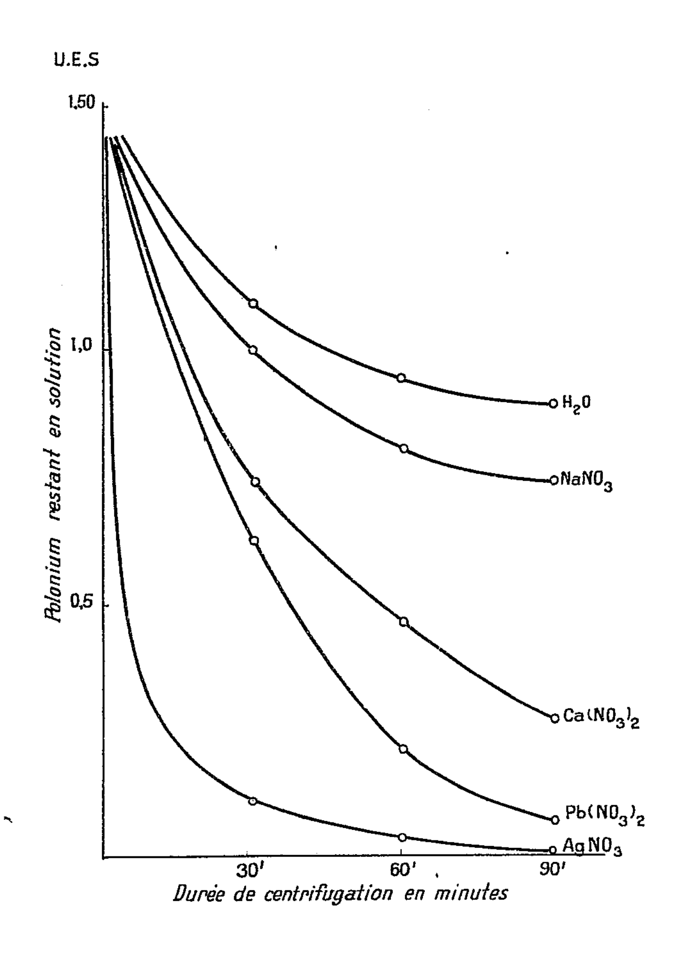
---

([1]) Séance du 11 mai 1931.

([2]) Mlle C. Chamié et M. Guillot, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1187.

([3]) M. Guillot, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1930.

calcium, lanthane, plomb, argent. On préparait des solutions aqueuses décinormales de ces sels auxquelles on ajoutait quelques gouttes de solution aqueuse de polonium. On peut préparer de telles solutions en reprenant par l'eau chaude, un dépôt de polonium obtenu dans un creuset de quartz par évaporation d'une solution acide préalablement privée de toute particule en suspension, par des centrifugations répétées. On employait un volume



liquide de 4^{cm^3} qu'on centrifugeait trois fois pendant 30 minutes. On mesurait l'activité fixée aux parois des tubes après chaque centrifugation ainsi que l'activité restée dans le liquide à la fin de l'opération.

Les courbes ci-dessus représentent la décroissance de l'activité restant dans le liquide en fonction de la durée de centrifugation pour une quantité de polonium de 1,5 U. E. S. Ces courbes montrent que les électrolytes

favorisent la précipitation. Pour une solution aqueuse de polonium filtrée avant l'expérience, sans addition d'aucun électrolyte, on trouve, après une heure et demie de centrifugation, une précipitation de 40 pour 100. Avec addition des sels, la proportion du polonium centrifugé augmente comme l'indique le tableau ci-dessous :

Solution.	H^2O.	$NaNO^3$.	$La(NO^3)^3$.	$Ca(NO^3)^2$.	$Pb(NO^3)^2$.	$AgNO^3$.
Po centrifugé (%)....	40,5	50,4	56,7	82,1	95,0	99,6

La courbe obtenue avec $NaNO^3$ a été comparée à celle obtenue par centrifugation du polonium en présence de Na^2SO^4; ces courbes présentent le même aspect et le pourcentage de polonium centrifugé est à peu près le même dans les deux cas. Ce ne sont donc pas les ions négatifs qui semblent intervenir mais bien les cations, sans que l'on voit apparaître avec certitude l'influence de la valence. La précipitation du polonium est beaucoup plus grande, il est vrai, en présence des ions du calcium divalent que pour le sodium monovalent, mais dans le cas de l'argent, c'est l'inverse qui se produit. Quant aux ions trivalents du lanthane, il est à remarquer que la solution de $La(NO^3)^3$ reste un peu acide, ce qui peut augmenter la solubilité du polonium.

En ce qui concerne le $Pb(NO^3)^2$ et surtout le $AgNO^3$, qui augmentent si fortement la précipitation du polonium, de nouvelles recherches sont nécessaires pour expliquer ce phénomène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'hydrolyse du sucre par les acides forts en présence de leurs sels.* Note de M. **H. Colin** et Mlle **A. Chaudun**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On sait que le dédoublement du saccharose par un acide fort est, à l'inverse de ce qui se passe dans le cas des acides faibles, accéléré par l'addition d'un sel neutre soluble de même radical que l'acide.

Ce fait, inexplicable si la vitesse d'hydrolyse dépend essentiellement de la concentration des ions H^+ telle qu'on la définit habituellement, a suscité bien des interprétations dont aucune n'a réussi à s'imposer jusqu'alors.

Tout se passe comme si le recul de la dissociation de l'acide provoqué par la présence du sel, et qui devrait se traduire par une diminution de la vitesse d'inversion, se trouvait masqué par un autre phénomène. Encore faudrait-il prouver qu'il en est bien ainsi en mettant en évidence les deux effets opposés du sel.

Or il n'y a aucune raison pour que ces effets antagonistes varient proportionnellement lorsqu'on modifie les concentrations de l'acide et du sel, et rien n'interdisait de tenter la réalisation de conditions telles que la diminution de vitesse due au recul de la dissociation surpassât le phénomène accélérateur.

Parmi les nombreux essais que nous avons faits à ce sujet, les suivants nous semblent des plus probants : la concentration du sucre étant égale à 5 pour 100, celle de HCl à $\frac{N}{10}$ et KCl étant employé à doses croissantes, nous avons calculé le rapport $\frac{k'}{k}$ des constantes d'hydrolyse, k' se rapportant à la solution additionnée de sel, k à la liqueur témoin. Dans toutes nos expériences, sans exception, *le quotient* $\frac{k'}{k}$ *est inférieur à l'unité pour de faibles concentrations en sel et croît en même temps que la dose de sel;* rien de semblable ne se produit en présence d'un sel sans ion commun avec l'acide, KBr par exemple.

KCl.	$\frac{k'}{k}$.	KBr.	$\frac{k'}{k}$.
N/50	0,892	N/50	1,028
N/20	0,978	....	.....
N/10	1,012	N/10	1,065
N/2	1,256	N/2	1,328
N	1,614	N	1,689

Les résultats sont les mêmes si l'on prend NO^3H comme acide catalyseur; la quantité $\frac{k'}{k} - 1$ change de signe avec la concentration de NO^3K, tandis qu'elle est toujours positive quelle que soit la dose de KBr.

$NO^3H\ \frac{N}{10}$ sucre 5 pour 100.

NO^3K.	$\frac{k'}{k}$.	KBr.	$\frac{k'}{k}$.
N/50	0,886	N/50	1,021
N/20	0,964	....	.....
N/10	1,041	N/10	1,122
N/2	1,230	N/2	1,423
N	1,412	N	1,860

Deux auteurs américains, Kantz et Robinson [1], qui ont travaillé récem-

[1] G. K. KANTZ et ROBINSON, *Am. Chem. Soc.*, 50, 1928, p. 1022.

ment sur le même sujet, ont obtenu des résultats un peu différents des nôtres; s'ils trouvent, comme nous-mêmes, que le rapport $\frac{k'}{k}$ est voisin de 1 aux concentrations $HCl\frac{N}{10}$, $KCl\frac{N}{20}$, ils donnent toujours, pour ce quotient, une valeur supérieure à l'unité. Ils opéraient, il est vrai, en présence de 20 pour 100 de sucre, alors que les expériences précédentes portent sur 5 pour 100 de saccharose seulement.

L'action d'une même dose de sel dépendrait-elle de la concentration du sucre? Il semble bien, en effet, qu'il en soit ainsi. Nous avons fait figurer, dans le tableau ci-dessous, les valeurs du rapport $\frac{k'}{k}$ pour diverses concentrations en sucre, k' étant la constante d'hydrolyse pour $HCl\frac{N}{10} + KCl\frac{N}{100}$, k celle de la solution $HCl\frac{N}{10}$.

Concentrations en sucre pour 100....	1g,6.	4g.	8g.	16g.
Valeurs du rapport $\frac{k'}{k}$............	0,863	0,888	0,957	0,985

La concentration moléculaire de KCl étant le dixième de celle de HCl, le rapport $\frac{k'}{k}$ est inférieur à 1, mais se rapproche de l'unité à mesure qu'on augmente la dose de saccharose.

La réaction d'hydrolyse permet donc, dans certaines conditions, de mettre en évidence le recul de la dissociation d'un acide fort par addition d'un de ses sels.

Quant à l'augmentation de la vitesse d'inversion sous l'influence de doses plus élevées du sel, il nous paraît difficile de l'interpréter sans faire intervenir, d'une façon ou d'une autre, les ions électro-négatifs.

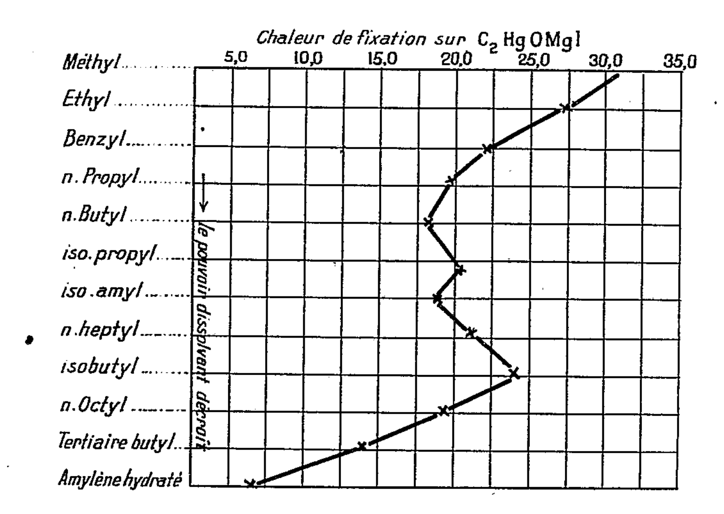
CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le pouvoir dissolvant des alcools pour les nitrocelluloses.* Note (1) de MM. **Barbière** et **Desmaroux**, présentée par M. G. Urbain.

Les nitrocelluloses se dissolvent à des degrés variables dans les mélanges formés d'un éther-oxyde et d'un alcool; la solubilité pour chaque couple éther-alcool paraît être maxima dans le mélange où le rapport entre com-

(1) Séance du 27 avril 1931.

posants est équimoléculaire. A l'aide de cette observation nous avons cherché à classer les radicaux organiques en fonction de leur pouvoir dissolvant. Pour atteindre ce but on a formé des mélanges d'éther éthylique, composant constant, avec toute une série d'alcools.

Il est connu que la solubilité d'une nitrocellulose est, sous certaines conditions, d'autant plus forte que sa teneur en azote est plus faible. Pour un mélange éthéro-alcoolique donné, la solubilité des nitrocelluloses n'augmente pas d'une manière uniforme lorsque le taux d'azote décroît. Elle demeure tout d'abord faible (inférieure à 12-15 pour 100) puis, dans une zone étroite de variation d'azote, différente pour les différents alcools, elle



monte brusquement jusque vers 80-90 pour 100. Il est par suite possible d'obtenir des différences sensibles entre les alcools voisins en choisissant des nitrocelluloses dont la solubilité pour le mélange alcoolique à classer se trouve précisément sur la portion à pente raide de la courbe.

Les expériences ont permis de ranger les alcools dans un ordre où le pouvoir dissolvant décroît d'un terme au suivant. Cet ordre est indépendant de la nitrocellulose choisie. Mais ce classement est purement qualitatif c'est-à-dire n'indique pas de combien le pouvoir dissolvant d'un alcool est inférieur à celui de l'alcool qui le précède.

Méthylique — Éthylique — Allylique — Benzylique — Cyclohexanol — *n*-Propylique — Phényléthylique — *n*-Butylique — Isopropylique — Isoamylique — Heptylique — Isobuthylique — *n*-Hexylique — Isohexylique — *n*-Octylique — Butylique tertiaire — Amylène hydraté — Octylique secondaire — Phénol.

Ces résultats s'éclairent quelque peu par les considérations suivantes :

Tous les dissolvants oxygénés des nitrocelluloses se retrouvent dans les corps étudiés en 1901 par Baeyer et Villiger sous le nom de bases oxonium, qui forment des composés cristallisés avec certains acides complexes. Tschelinzeff (*Bul. Soc. chim.*, juin 1924) a mesuré la force de ces valences de l'oxygène par la chaleur de fixation sur l'organomagnésien $C^2H^5.O.MgI$ de 1, 2 et 3 molécules de la base oxygénée. Sur le diagramme ci-contre, des points d'ordonnées équidistantes correspondant à ceux des alcools qui sont communs à l'étude de Tschelinzeff et à la nôtre, rangés dans l'ordre où les pouvoirs dissolvants décroissent; les abcisses sont les chaleurs de fixation sur l'organomagnésien de trois molécules de base, on observe que la force de la valence décroît en général avec le pouvoir dissolvant.

Les exceptions peuvent s'expliquer par des erreurs sur les mesures calorimétriques ou par des erreurs dues à l'effet important de traces d'eau sur les mesures de solubilités.

En résumé le pouvoir dissolvant augmenterait en même temps que le caractère positif du radical lié à la fonction active de la molécule du dissolvant.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination ébullioscopique des équilibres moléculaires de la pyrocatéchine dans les solutions de chlorure de lithium.* Note de M. F. **Bourion**, et de Mlle O. **Hun**, présentée par M. G. Urbain,

Nous étudions dans cette Note, par voie ébullioscopique, les équilibres moléculaires de la pyrocatéchine dans les solutions de chlorure de lithium, afin de compléter les recherches que l'un de nous (1), a faites avec ses collaborateurs sur le même sujet, par les méthodes cryoscopique ou ébullioscopique et celles de M. Rouyer (2), sur les équilibres moléculaires des polyphénols dans l'eau.

La constante d'équilibre K_n correspondant à la réaction

$$(C^6H^6O^2)_n \rightleftharpoons nC^6H^6O^2$$

(1) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 949 et 1064; 186, 1928, p. 82; 188, 1929, p. 626; 189, 1929, p. 1081, et 190, 1930, p. 303; *Journ. de Chim. phys.*, 24, 1927, p. 437-469, et 25, 1928, p. 234-248. — F. Bourion et Ch. Tuttle, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1124, et 188, 1929, p. 1110 et 1496; *Journ. de Chim. phys.*, 25, 1928, p. 485-496, et 26, 1929, p. 291-311. — Ch. Tuttle, *Journ. de Chim. phys.*, 27, 1930, p. 307-329. — F. Bourion et Mlle Hun, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 871; *Journ. de Chim. phys.*, 27, 1930, p. 191-202.

(2) E. Rouyer, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1934, et *Ann. Chim.*, 10e série, 13, 1930, p. 423-491.

est

$$K_n = \frac{c^n}{c'} = \frac{n\,C^{n-1}(n \times 110\Delta e - ak)^n}{(n-1)^{n-1} a^{n-1} k^{n-1} (nak - n \times 110\Delta e)}$$

n, c, c' C et a, étant respectivement le degré d'association, les concentrations des molécules simple, associée et totale (cette dernière exprimée en molécules simples), et la masse de pyrocatéchine en présence de 100^g d'eau, k et Δe, respectivement la constante et l'élévation ébullioscopiques.

Nous avons étudié les deux séries 0,5 M et 1,225 M; dans chaque série, le rapport de la masse de chlorure de Lithium à la masse d'eau est déterminé et défini pour chacune d'elles, par la valeur qu'il possède dans le mélange binaire eau-chlorure de lithium. On a pris pour les valeurs de k celles qui ont été déterminées par l'un de nous avec M. Rouyer (*loc. cit.*), par la méthode des premiers passages par zéro et d'encadrement.

1. De même que dans les solutions de chlorure de potassium et de chlorure de sodium la pyrocatéchine donne lieu à des équilibres entre molécules simples et triples aux concentrations les plus basses, et entre molécules simples et quadruples aux concentrations les plus élevées auxquelles on a opéré. On a

Conc. de la pyrocatéchine.	ClLi 0,5 M; $k = 7,38$.					ClLi 1,225 M; $k = 8,38$.				
	K_2.	K_3.		K_4.		K_2.	K_3.		K_4.	
0,500.	0,222	0,237		-		0,278	0,288		-	
0,625.	0,257	0,349		-		0,180	0,261		-	
0,750.	0,232	0,398		-		0,176	0,322		-	
0,875.	0,144	0,379		0,364		0,198	0,426		0,421	
1,000.	-	0,373		-		-	0,416		-	
1,125.	-	0,352	(*a*)	-		-	0,412	(*c*)	-	
1,250.	-	0,352		-		-	(0,482)		-	
1,375.	0,058	0,380		0,580		-	0,421		-	
1,500.	-	0,369		0,618		-	0,408		-	
1,625.	-	0,345		0,630		0,038	0,413		-	
1,750.	-	0,335		0,666		-	0,329		0,654	
1,875.	-	0,317		0,682	(*b*)	-	0,318		0,700	
2,000.	-	-		0,616		-	-		0,646	(*d*)
2,125.	-	0,125		0,630		-	-		0,681	
2,250.		-		0,604		-	-		0,615	
2,375.	-	-		0,529		-	0,207		0,610	

(*a*) $K_3 = 0,372$. moyenne des concentrations de 0,750 à 1,500; (*b*) $K_4 = 0,645$. moyenne des concentrations de 1,625 à 2,125; (*c*) $K_3 = 0,416$, moyenne des concentrations de 0,875 à 1,625; (*d*) $K_4 = 0,651$, moyenne des concentrations de 1,750 à 2,375.

La pyrocatéchine se différencie de la résorcine en dissolution dans les solutions de chlorure de lithium, car cette dernière donne lieu seulement à des équilibres entre molécules simples et triples, de la concentration 0,750 à 0,875 M jusqu'à la concentration 1,75 à 1,875 M.

2. Relativement aux paramètres k, K_3 et K_4, on a pour les trois chlorures alcalins étudiés :

		0,5 M chlorure alcalin.			1,225 M chlorure alcalin.		
	Eau pure.	ClK.	ClNa.	ClLi.	ClK.	ClNa.	ClLi.
k.......	5,2	6,01	6,35	7,38	7,02	7,67	8,38
K_3......	1,82	1,16	1,04	0,372	0,72	0,60	0,364
K_4......	-	-	-	0,645	-	-	0,651

La constante ébullioscopique k croît dans le sens eau-ClK-Cl-Na-ClLi (dans les sels en même temps que le poids atomique diminue) tandis que, dans le même sens, les constantes d'équilibre décroissent et par conséquent l'association de la pyrocatéchine croît et, pour un même chlorure, en même temps que la concentration. Toutes choses égales d'ailleurs, l'association est plus marquée pour la pyrocatéchine que pour la résorcine.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur une nouvelle porcelaine non siliceuse à base de fluorine pure.* Note de M. **A. Damiens**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les recherches sur le fluor et ses composés sont souvent rendues difficiles, ou même impossibles, par l'attaque des récipients. La silice et les silicates, les verres, la porcelaine sont attaqués dans les conditions d'emploi habituelles. Parmi les métaux, les moins sensibles à l'action du fluor, comme le platine, ne résistent pas à une température de 400° à 500°.

Ayant pour objectif l'étude des propriétés et des réactions du fluor à température élevée, nous avons cherché à obtenir des matériaux inattaquables par cette substance, et ne pouvant introduire aucun élément étranger dans les produits des réactions faites à leur contact.

La fluorine répond à ce caractère, mais jusqu'ici il n'a pas été possible de l'employer en raison du fait que, par un échauffement même très progressif, elle se brise en petits fragments.

Nous avons pu cependant utiliser le fluorure de calcium pour constituer nos appareils, en appliquant les principes mis en jeu dans la fabrication de la porcelaine elle-même. A cet effet, nous associons ce seul et même composé chimique, mais sous des états physiques différents : la variété colloï-

dale préparée par précipitation, qui apporte à la pâte le caractère plastique, et d'autre part, une poudre cristalline très fine, obtenue par pulvérisation de la fluorine naturelle et jouant le rôle de dégraissant.

Le fluorure artificiel, résultant de la précipitation du fluorure de potassium par le chlorure de calcium en solution très étendue, doit être parfaitement lavé par décantation, la présence de chlorure étant très nuisible. Après lavage, le précipité est recueilli sur un filtre, sous forme d'une pâte qui est mélangée avec de la poudre de fluorine traversant le tamis de soie n° 120. Les essais méthodiques que nous avons entrepris pour déterminer les proportions les plus favorables des deux substances nous ont permis de faire les observations suivantes :

Composition de la pâte.		Caractères observés.	
F^2Ca artificiel.	Fluorine tamis 120.	Pour la pâte.	Après cuisson à 1250°-1300°.
100	0	Très plastique.	Fissuré et craquelé.
50	50	Plastique.	Matière porcelanique à grain grossier.
25	75	Pâte plastique, facile à travailler à l'état sec.	*Matière porcelanique* à grain fin, *non perméable à l'eau.*
15	85	Pâte plastique, difficile à travailler.	
5	95	Id.	Aspect de la faïence. Grain grossier, un peu friable.
0	100	Id.	Manque de cohésion. Matière très poreuse.

En conclusion de ces expériences, nous avons adopté la composition :

Fluorure de calcium artificiel	25 parties
Fluorure naturel, tamis 120	75 »

Les phases de la préparation sont les suivantes. A chacune d'elles interviennent les quantités d'eau indiquées par rapport à 100 parties de produit sec :

	Eau pour 100 après l'opération indiquée.
Préparation de la pâte fluide. Eau de façonnage	20 pour 100
Séchage à l'air	11,5 à 12,5
Compression douce dans un cylindre de fer, séchage à l'air.	8,5 à 8,8
Compression à la presse à vis Morane	5,7 à 6,3
Dessiccation lente à 100°.	

La masse compacte ainsi obtenue après dessiccation à 100° retient des traces d'eau. Elle est tendre, facile à travailler. Elle peut être tournée, percée, et nous avons pu constituer des tubes creux, des creusets, des nacelles, etc.

La pièce ainsi préparée est cuite à une température qui, dans nos divers essais, a varié de 800° à 1300°. Cette dernière température est peu inférieure au point de fusion (1360°). Après 3 à 6 heures à 800°, et refroidissement très lent, le produit reste un peu poreux et perméable à l'eau. Lorsque la cuisson est réalisée au-dessus de 1250°, au four Perrot, l'aspect est celui du biscuit de porcelaine, la perméabilité à l'eau est pratiquement nulle, et la solidité est remarquablement accrue.

Le produit est parfaitement neutre, s'il a été cuit à l'abri des gaz du foyer. A cet effet, on l'enferme dans une cazette de terre soigneusement lutée, avec laquelle on empêche les contacts par interposition en divers points de feuilles de platine, pour éviter la fusion par mélange des deux substances.

Les caractères extérieurs sont ceux de la porcelaine : couleur blanche, aspect compact, semi-transparence sous faible épaisseur, résistance à des variations même brusques et assez larges de température. Un tube de 3^{mm} d'épaisseur, porté dans un moufle à 800°, ne se brise pas.

Nous avons pu réaliser la soudure de plusieurs pièces différentes en les reliant par une couche de la pâte plastique primitive, pressant les deux parties à réunir, séchant et soumettant à la cuisson. Cette opération a pu être effectuée sur des pièces non cuites, ou sur des pièces déjà cuites, ce qui permet d'envisager la construction d'appareils ayant des formes variées.

Nous sommes donc en possession d'un matériel nouveau qui doit nous permettre d'entreprendre des recherches dans un domaine jusqu'ici inexploré, soit avec le fluor, soit avec l'acide fluorhydrique.

En outre la méthode d'agglomération que nous avons pu ainsi appliquer à une matière considérée comme rebelle à ce point de vue, est susceptible de généralisation. Nous avons en effet commencé à l'expérimenter sur du fluorure d'aluminium associé à de la cryolithe, sur du phosphate tricalcique associé à de l'apatite, sur un mélange de sulfate de baryum et de barytine, etc.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du chlorure d'arsenic sur le nickel.* Note de M. **G. Arrivaut**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'action du chlorure d'arsenic sur le nickel a été étudiée par Granger et Didier (1), puis par E. Vigouroux (2) qui opéraient à température élevée et ont obtenu entre 400 et 1400° les composés $NiAs^2$, NiAs et Ni^3As^2, déjà signalés, d'ailleurs par Wöhler (3), Durocher (4) et Descamps (5). Par la méthode de l'analyse thermique, Friedrich et Benningoin (6), ainsi que Gemtchoujny (7) ont retrouvé la nikeline, NiAs et indiqué dans les alliages riches en nickel la présence de la combinaison Ni^5As^2, marquée par un maximum sur la courbe de refroidissement. Plus récemment A. Brukl (8), en faisant agir l'hydrogène arsénié sur diverses solutions salines, a obtenu en particulier avec le nickel, une poudre brune à laquelle il attribue la formule Ni^3As^2.

J'ai moi-même (9) indiqué comment en faisant agir au voisinage de 100° du cuivre réduit sur une solution chlorhydrique d'oxychlorure d'antimoine, j'avais pu réaliser la formation, avec sa belle couleur violette de l'antimoniure de cuivre Cu^2Sb. En généralisant cette réaction, j'ai reconnu qu'elle pouvait être étendue à la préparation d'autres antimoniures et de certains arséniures et j'indiquerai dans cette Note les premiers résultats obtenus avec le chlorure d'arsenic et le nickel; ceux-ci étant parmi les plus nets, la couleur du corps formé et la décroissance graduelle du magnétisme du nickel au fur et à mesure de son arséniuration permettant de suivre facilement la marche de la réaction.

Le nickel provenait de la réduction de l'oxyde par l'hydrogène; cet oxyde provenant lui-même de la calcination de l'azotate, préparé pur exempt de cobalt; réduction et calcination effectuées à aussi basse température que possible. On obtient ainsi un métal spongieux, de couleur gris-

(1) Granger et Didier, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 23, 1900, p. 506.
(2) E. Vigouroux, *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 426.
(3) Wöhler, *Ann. Ch. et Phys.*, 2e série, 51, 1832, p. 208.
(4) Durocher, *Comptes rendus*, 132, 1851, p. 823.
(5) Descamps, *Comptes rendus*, 86, 1878, p. 1022.
(6) Friedrich et Benningoin, *Métallurgie*, 4, 1907, p. 200.
(7) S. F. Gemtchoujny, *Journ. Soc. phys.-chim. russe*, 39, 1907, p. 123.
(8) A. Brukl, *Zeit. f. an. Chem.*, 131, 1924, p. 236.
(9) G. Arrivaut, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1506.

clair, très magnétique et particulièrement actif. Si l'on projette ce nickel dans une solution chlorhydrique chaude d'acide arsénieux, il y a action lente, sans dégagement gazeux, même au-dessous de 100°. Peu à peu le nickel prend une couleur brune en même temps que la coloration verte du liquide indique sa dissolution. En prolongeant l'action et en opérant dans des conditions particulières de concentration, on peut arriver à fixer sur le nickel jusqu'à 46 pour 100 d'arsenic, ce qui correspond à la limite supérieure d'arséniuration.

Les meilleurs résultats ont été obtenus en chauffant dans un ballon, au bain-marie, pendant plusieurs jours 30g de nickel avec environ 500g d'une solution à 7 pour 100 d'acide chlorhydrique saturée à chaud d'anhydride arsénieux; autant que possible à l'abri de l'air et en agitant de temps en temps pour renouveler les contacts. Chaque jour, on décante, on change le liquide et l'on passe au pilon, sans insister, la poudre d'abord grossière qui provient de l'effritement des blocs de nickel; mais peu à peu cette poudre devient de plus en plus fine en même temps que la réaction se modère et que la liqueur d'attaque se colore de moins en moins. Finalement on obtient une poussière résiduaire marron qu'on lave à l'eau, l'alcool et l'éther à l'abri de l'air, filtre à la trompe et sèche daus le vide sulfurique.

Le rendement moyen, pour 30g de nickel, est de 27g,5 soit 91,6 pour 100.

L'analyse effectuée sur des échantillons provenant d'un grand nombre de préparations donne des chiffres sensiblement constants et correspondant à la formule Ni^3As^2. D'ailleurs, cet arséniure ne peut être obtenu relativement pur et avec sa couleur marron que par une action ménagée et progressive; il se produit autrement une écume brune, probablement formée d'arsenic ou d'hydrure d'arsenic solide, dont la présence, difficile à éviter en petite quantité, expliquerait l'excès d'arsenic et la déficience de nickel, trouvées, ainsi que le montrent les chiffres ci-dessous, relatifs à quatre échantillons quelconques :

	1.	2.	3.	4.	Calculé pour Ni^3As^2.
Ni	52,50	53,20	53,70	52,80	54,00
As	46,40	46,50	46,10	46,30	46,00
	98,90	99,70	99,80	99,10	100,00

Cet arséniure se présente sous la forme d'une poudre marron à reflets mordorés formée de grains métalliques plus ou moins gros; sa densité à 15° mesurée par la méthode indiquée par M. Billy [1] pour les corps pulvéru-

[1] M. Billy, *Thèse de Doctorat*, 1921.

lents, est de 7,60, supérieure à la densité théorique 7,10. *Il n'est pas magnétique.*

Les acides usuels l'attaquent mal, l'acide azotique est son meilleur dissolvant.

La réaction se produisant sans dégagement gazeux, on peut admettre qu'elle a lieu suivant la formule

$$\underbrace{6Ni}_{352,2} + 2AsCl^3 = 3NiCl^2 + \underbrace{Ni^3As^2}_{326,1},$$

correspondant à un rendement théorique de $\frac{326,4 \times 100}{352} = 92,5$ pour 100, voisin du rendement expérimental 91,6.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau triglycéride, obtenu à partir du beurre de cacao : une palmitostéaroazélaïne.* Note de MM. **J. Bougault** et **G. Schuster**, présentée par M. A. Béhal.

Le glycéride acide, palmitostéaroazélaïne (P. f. 59°), décrit dans une Note récente [1], nous a donné, par saponification partielle, un diglycéride neutre, une palmitostéarine (P. f. 34°). Nous nous sommes proposé de fixer la constitution de ce diglycéride, afin d'arriver ainsi à la constitution de la palmitostéaroazélaïne et, par voie de conséquence, à celle de la palmitostéarooléine existant dans le beurre de cacao.

Les expériences, qui vont être résumées, assignent, au diglycéride en question, la formule d'une α-palmito-α-stéarine,

$$\underset{C^{18}H^{35}O^2}{CH^2}.CH\,OH.\underset{C^{16}H^{31}O^2}{CH^2}.$$

Nous appuyons cette constitution par deux preuves : l'une, directe, qui montre que l'acide palmitique est fixé en α; l'autre, indirecte, qui montre que l'acide stéarique n'est pas fixé en β et ne peut l'être, par conséquent, qu'en α.

1° *Preuve directe de la place en α de l'acide palmitique.* — La diglycéride (P. f. 34°) peut être éthérifiée par l'acide stéarique (au moyen du chlorure de stéaryle). On a ainsi un triglycéride, une palmitodistéarine fondant à 66°.

---

[1] *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 953.

Or ce même composé a été préparé synthétiquement de la façon suivante, qui en fixe la constitution : l'acétone-glycérine chauffée avec le chlorure de palmityle donne une α-monopalmitine [1], qui fond à 72°. Celle-ci est transformée en α-monopalmitine-α.β-distéarine, par l'action du chlorure de stéaryle. Le triglycéride ainsi obtenu s'identifie avec le triglycéride de même composition préparé avec le diglycéride (P. f. 34°).

Cette identité permet de fixer en α la place de l'acide palmitique dans le diglycéride qui nous intéresse.

2° *Preuve indirecte de la place en α de l'acide stéarique.* — Le reste palmitique étant en α, l'acide stéarique ne peut occuper que les deux autres positions α ou β. Si donc nous préparons une dépalmitostéarine avec l'acide stéarique en β, et si ce triglycéride est différent de la dipalmitostéarine préparée à partir du diglycéride (P. f. 34°), nous pourrons affirmer que, dans ce dernier, l'acide stéarique n'étant pas en β ne peut être qu'en α.

Nous avons donc, d'une part, éthérifié le diglycéride (P. f. 34°) par le chlorure de palmityle et obtenu une dipalmitostéarine, de point de fusion 63°.

D'autre part, par l'action du chlorure de stéaryle sur l'épichlorhydrine, nous avons obtenu la β-stéaro-α.α-dichlorhydrine (P. f. 39°), que le palmitate d'argent a transformé en α.α-palmito-β-stéarine (P. f. 62-63°). Mais ce dernier triglycéride, mélangé avec celui obtenu à partir du diglycéride (P. f. 34°), donne un produit qui fond beaucoup plus bas que les deux composants, vers 54°. Les deux triglycérides isomères ne sont donc pas identiques. Par conséquent l'acide stéarique n'occupe pas, dans le diglycéride (P. f. 34°), la place β; il est donc en α.

Ces résultats nous permettent de conclure que le diglycéride (P. f. 34°) est une α-palmito-α-stéarine. Par suite dans la palmitostéaroazélaïne (P. f. 59°), l'acide azélaïque est en β, et comme conséquence, l'acide oléique du triglycéride palmitostéarooléine, existant dans le beurre de cacao, occupe également la place β, c'est-à-dire éthérifie la fonction alcool secondaire de la glycérine.

---

[1] FAIRBOURNE, *Chem. Soc.*, 133, 1930, p. 380.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation d'une amine et de la formaldéhyde avec la quinaldine et la picoline*. Note [1] de M. **Tseou Héou-Féo**, présentée par M. Delépine.

C. Mannich [2] a condensé avec la formaldéhyde et une amine toute une série de corps possédant un hydrogène mobile, au voisinage d'un ou plusieurs groupes carbonyles. Les composés qu'il a obtenus ainsi répondent à la formule générale suivante :

$$O = C - CH - CH^2 - N \begin{matrix} \diagup R_1 \\ \diagdown R_2 \end{matrix}$$

(R_1 = radical alcoylé; R_2 = radical alcoylé ou hydrogène).

Nous avons entrepris d'étendre cette réaction à quelques dérivés de la quinoléine, et de la pyridine, la quinaldine et l'α-picoline, contenant sur le groupe méthyle voisin de l'azote un atome d'hydrogène susceptible de se condenser avec les aldéhydes.

Nous avons d'abord condensé la diéthylamine et la formaldéhyde avec la quinaldine. La réaction est effectuée en milieu aqueux, avec la diéthylamine sous forme de chlorhydrate. Les trois composés sont employés en quantités équimoléculaires. Le produit que nous avons obtenu est une huile jaune, d'odeur basique, bouillant à 181° sous 12^mm^, qui s'altère assez rapidement à l'air. Les analyses de cette base et de ses dérivés nous montrent qu'elle possède la formule suivante :

[quinoléine, N en position 1] $-CH^2CH^2N(C^2H^5)^2$

monopicrate, F. 122°; dipicrate, F. 153°; chlorozincate, F. 230°; chloroplatinate se décompose à 185°; chlorhydrate, très hygroscopique.

A côté de la 2-(β-diéthylaminoéthyl)-quinoléine, on trouve une petite quantité de méthylène-bis-diéthylamine $CH^2[N(C^2H^5)^2]^2$ et l'on récupère

[1] Séance du 11 mai 1931.

[2] C. Mannich et B. Kather, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 53, 1920, p. 1368. — C. Mannich et G. Heilner, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, 55, 1922, p. 356. — C. Mannich et C. Curtaz, *Arch. de Pharm.*, 264, 1926, p. 741.

20 pour 100 de la quinaldine mise en jeu. Le rendement calculé par rapport à la quinaldine entrée en réaction est théorique.

En ce qui concerne le mécanisme de cette condensation, nous avons constaté que la diéthylamine ne réagit pas sur la méthylolquinaldine. Au contraire, la méthyloldiéthylamine $(C^2H^5)^2N.CH^2OH$, en solution aqueuse, préparée suivant les indications de Henry [1], se condense avec la quinaldine, mais le rendement en 2-(β-diéthylaminoéthyl)-quinoléine reste très inférieur à celui que donne le mode opératoire décrit plus haut. Nous pensons qu'en milieu alcalin la réaction de la quinaldine sur la méthyloldiéthylamine est limitée par la transformation de ce dernier corps en méthylène-bis-diéthylamine, qui, nous l'avons vérifié, ne se condense pas avec la quinaldine. Quand on opère avec une solution de chlorhydrate de diéthylamine, il est probable que le formol, en grand excès par rapport à la faible quantité d'amine, venant de la dissociation du chlorhydrate, empêche la formation de méthylène-bis-diéthylamine et la méthyloldiéthylamine formée réagit alors complètement avec la quinaldine.

Nous avons essayé ensuite de condenser la formaldéhyde et la quinaldine avec le chlorhydrate de monoéthylamine. Cette réaction paraît être plus compliquée que la précédente, et le produit principal se décompose partiellement à la distillation. Cependant, le liquide jaune et visqueux, bouillant à 160°-180° sous $\frac{1}{5}$ de millimètre, que nous avons pu séparer et qui constitue le produit principal formé dans la condensation, fournit, avec le chlorure de benzoyle, un produit solide fondant à 130° après cristallisation dans l'éther, qui correspond, comme le montre l'analyse, au dérivé benzoylé de la 2-(β-éthylaminoéthyl)-quinoléine.

$$C_9H_6N-CH^2CH^2N\langle{}^{COC^6H^5}_{C^2H^5}.$$

La condensation de la quinaldine et du formol s'effectue donc avec la monoéthylamine d'une façon tout à fait analogue à la réaction que nous a donnée la diéthylamine.

Enfin la condensation de l'α-picoline avec le formol et la diéthylamine a été effectuée en milieu neutre. Le produit obtenu est un liquide jaunâtre, bouillant à 153° sous 16^{mm}. On récupère 56 pour 100 d'α-picoline et une

(1) L. HENRY, *Bull. Acad. roy. Belg.*, 3e série, 28, 1894, p. 370.

quantité correspondante de méthylène-bis-diéthylamine. Le rendement calculé par rapport à la picoline entrée en réaction est 80 pour 100. Les analyses de ce corps et de ses dérivés montrent qu'il correspond à la 2-(β-diéthylaminoéthyl)-pyridine

$$C_5H_4N-CH^2CH^2N(C^2H^5)^2$$

picrate F. 164°; chlorocadmiate F. 186°; iodométhylate F. 183°; chloroplatinate, fond en se décomposant à 205°; chlorhydrate, hygroscopique.

Nous continuons l'étude de ces condensations en utilisant d'autres amines, primaires et secondaires, aliphatiques et aromatiques, et l'ammoniaque.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude sur la chabasie.* Note [1] de M. J. **Wyart**, présentée par M. Wallerant.

La chabasie, dont la composition chimique répond à la formule $Si^4Al^2CaO^{12}.6H^2O$, possède au plus haut degré les propriétés si particulières des zéolithes. La chabasie chauffée perd progressivement son eau sans que son réseau cristallin soit détruit et la réabsorbe rapidement en revenant à la température ordinaire; cette eau mobile, comme l'ont montré les beaux travaux de G. Friedel et F. Grandjean, peut être remplacée avec facilité par des matières diverses. Je me suis proposé de suivre avec les rayons X les modifications que subit le réseau cristallin quand, par élévation de température, cette zéolithe se déshydrate, ou quand l'eau est remplacée en partie par une substance lourde telle que le mercure.

1. *Étude à la température ordinaire.* — J'ai déterminé, sur des échantillons d'origines diverses, la maille et le groupe de symétrie de ce corps rhomboédrique par la méthode dite du « cristal tournant », avec la radiation monochromatique $K\alpha$ du cuivre ($\lambda = 1,538$ Å). Les paramètres sont : $a = 13,75$ Å, $c = 14,94$ Å. Le rapport $a : c = 1 : 1,087$ donné par les rayons X est en bon accord avec celui donné par les mesures d'angles. L'intervalle des plans de clivage est $d_{100} = 9,31$ Å. La densité étant 2,08 on peut calculer la masse de la maille et déterminer, à l'aide de la compo-

(1) Séance du 11 mai 1931.

sition chimique, les nombres des différents atomes qu'elle renferme. On y trouve deux molécules $Si^4Al^2CaO^{12}.6H^2O$, le calcium pouvant en partie être remplacé isomorphiquement par des atomes alcalins.

L'interprétation des clichés montre qu'il n'existe aucune disparition systématique de taches de diffraction; ceci caractérise dans les réseaux rhomboédriques l'un des groupes C_3^4, C_{3i}^2, C_{3v}^5, D_3^7, D_{3d}^5 de Schœnflies-Federow; on admettra le groupe D_{3d}^5 puisque la chabasie ne manifeste pas d'hémiédrie. Cette symétrie ternaire est incompatible avec l'existence dans la maille de 8 atomes de silicium et de 4 atomes d'aluminium, si l'on suppose que les siliciums jouent dans la structure des rôles identiques, ainsi que les aluminiums. Il est en outre peu raisonnable de supposer, pour satisfaire aux conditions de symétrie, l'accumulation sur la diagonale de la maille rhomboédrique de longueur 14,94 Å, d'un nombre aussi grand d'atomes électropositifs que $2Si^{++++}$, $1Al^{+++}$ et $2Ca^{++}$. Aussi est-il fort probable que ce sont les 24 atomes d'oxygène (en dehors des oxygènes des molécule d'eau) contenus dans la maille qui donnent à celle-ci sa symétrie ternaire, qui apparaît comme une symétrie approchée; les 8 atomes de Si et les 4 atomes Al auraient dans cet assemblage des rôles semblables. La structure de l'analcite proposée par Taylor repose sur une telle hypothèse.

Déshydratation de la chabasie. — Je me suis servi du dispositif utilisé pour l'étude de la déshydratation de la heulandite (¹). Le cristal baignant dans un courant d'air chaud, desséché sur de la ponce sulfurique, était porté à des températures de plus en plus élevées jusque 350°; dans cet air sec le corps a alors perdu presque toute son eau, soit près de 20 pour 100 de son poids. Deux séries d'expériences ont été faites; dans la première les rayons X se réfléchissaient sur le plan p (100), l'axe de rotation du cristal étant l'arête b (100); dans la seconde, l'axe de rotation étant un axe binaire $(1\bar{1}0)$, les rayons X se réfléchissaient sur le plan a^1 (111). Les diagrammes ainsi obtenus à différentes températures, correspondant à des états d'hydratation différents du minéral, sont tout à fait comparables. Sur la première série de clichés on observe d'abord une légère contraction de l'intervalle des plans de clivage (100), inférieure à 0,08 Å à 70°. Cette contraction, due au départ de l'eau, est vite compensée par la dilatation thermique. Il apparaît très nettement, à mesure que le corps perd son eau, quelques variations dans l'intensité des réflexions. C'est ainsi que la réflexion

(¹) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1343.

du 3e ordre sur le plan (100), très faible à la température ordinaire, se manifeste avec une assez grande intensité avec le cristal déshydraté. On observe un renforcement des taches de notation (401), (141), (115) et l'affaiblissement de la réflexion sur le plan (201).

Avec la deuxième série d'expériences où les rayons X se réfléchissaient sur les plans (111), on observe, au lieu d'une contraction de l'intervalle des plans réticulaires, une dilatation notable avec la température; à 195° l'intervalle des plans (111) a pour valeur 5,08 Å alors qu'à la température ordinaire il est égal à 4,98 Å. Les faibles modifications que subit le réseau cristallin par élévation de température sont réversibles. En abaissant progressivement la température, on retrouve finalement les premiers diagrammes : les intervalles des plans réticulaires, les intensités des diverses réflexions reprennent leur valeur primitive.

La chabasie peut donc perdre toute son eau, c'est-à-dire le tiers de l'oxygène qu'elle possède à la température ordinaire, sans que son réseau cristallin soit sensiblement modifié; comme cette perte d'eau se fait sans contraction, il reste un édifice très lacunaire, formé par les atomes des molécules $Si^4Al^2CaO^{12}$, avec des vides où viennent se loger soit les molécules d'eau quand le corps est refroidi dans une atmosphère humide, soit des molécules de substances volatiles telles l'ammoniac, le mercure.

Étude de la chabasie mercurée. — Un cristal de chabasie déshydratée, porté dans une atmosphère de mercure vers 340°, devient noir opaque, très réfléchissant en conservant la même forme. Revenu à la température ordinaire, les pesées indiquent une augmentation de 60 pour 100 du poids primitif. Ce cristal diffracte parfaitement les rayons X; les diagrammes, tout à fait comparables à ceux que donnent la chabasie non mercurée, indiquent que les atomes de mercure se sont introduits dans l'édifice cristallin sans le déformer.

GÉOLOGIE. — *Remarques sur la stratigraphie de la base de l'Éocène dans l'Elbourz central.* Note (1) de M. **A. Rivière**, présentée par M. Henri Douvillé.

L'étude des chaînons calcaires qui, de la vallée du Djerjeroud à Démavend, s'étendent au sud de la chaîne d'Imam Zadeh Hakim (Geb Tare Mumedj) bordant au Nord la route de Téhéran à Firoukouh, m'a permis

(1) Séance du 27 avril 1931.

de montrer leur grande complication tectonique dans une série de Notes à la Société Géologique; mais, en outre, elle m'a conduit à des observations importantes concernant la série stratigraphique de la région. La découverte de calcaire à petites Nummulites sous les « tufs verts » de Stahl sur le flanc nord de ces chaînons à l'est de Roudehen, ainsi que dans le Zarinkouh apporte notamment quelques précisions à la stratigraphie de la base du Tertiaire de cette région. Nulle part dans cette zone, en raison ou d'émersions, ou de phénomènes tectoniques, il ne semble y avoir de série complète allant du Jurassique supérieur au Nummulitique. C'est au nord de Roudehen que j'aie pu faire les meilleures observations. Le terme le plus ancien que j'aie pu trouver en continuité stratigraphique avec le calcaire à Nummulites est un calcaire lité très clair, parfois bréchiforme que surmontent des calcaires gris foncés compacts; au total la partie visible de ces calcaires ne dépasse pas 150^{m}. Au-dessus viennent des poudingues et des grès rougeâtres contenant les éléments les plus variés avec des intercalations de roches éruptives et de tufs. Leur épaisseur atteint environ 130^{m} et ils sont surmontés directement par des calcaires noirs bréchiformes peu épais, dont les bancs supérieurs contiennent de petites Nummulites; au-dessus viennent les tufs verts.

Vers l'Est la série se modifie sensiblement. Aux environs de Démavend les poudingues et les grès rouges n'existent plus et aux calcaires clairs font suite immédiatement des poudingues calcaires se terminant par le calcaire nummulitique noir. Celui-ci, qui est ici sans Nummulites, est séparé des tufs verts par des calcaires marneux noirs à patine verdâtre. A l'est de Démavend, vers l'extrémité occidentale de la chaîne de Zarinkouh, quelques bancs de calcaire cristallin gris viennent s'intercaler entre le calcaire nummulitique et ces calcaires marneux. Vers Ainzervan et Djaboune des calcaires bréchiformes précèdent seuls le calcaire nummulitique (à Nummulites); Stahl y aurait trouvé des *Orbitolina concava*? et les attribue au Crétacé supérieur. Des schistes noirs d'une cinquantaine de mètres d'épaisseur séparent ici les calcaires nummulitiques des tufs verts qui les surmontent.

La découverte des calcaires nummulitiques dans cette région y confirme la position stratigraphique des tufs verts. La présence de facies néritiques très développés, correspondant sans doute à la fin du Crétacé et à la base de l'Éocène, leur variabilité, la transgressivité à peu près certaine en certains points du Tertiaire sur les terrains secondaires et peut-être sur le Primaire, semble indiquer qu'une première phase tectonique assez importante à eu lieu dans l'Elbourz à la limite des temps secondaires et des temps tertiaires.

GÉOLOGIE. — *Observations tectoniques sur le Rif méridional (région Moulay Bou Chta).* Note (¹) de M. **Jean Lacoste**, présentée par M. L. Cayeux.

L'étude des conditions tectoniques de la région de Moulay Bou Chta que j'ai esquissées dans une précédente Communication révèle un fait important. Sur les plis très aigus du Crétacé reposent en discordance les couches nummulitiques légèrement plissées. Cette discordance a été signalée par M. J. Bourcart dans les Djebalas. Particulièrement nette dans le massif du Dj. Issoual, elle est observable dans tout le Rif méridional, aux confins nord de la région prérifaine. M. Bourcart l'a interprétée par un décollement du Nummulitique de son substratum crétacé (²), et ceci paraît très vraisemblable dans la région d'Ouezzane où d'importantes lames de Trias sont au contact de ces deux séries.

Toutefois, dans la région de Moulay Bou Chta, et dans la zone où, pour les motifs que j'ai exposés, je suis amené à considérer que le Nummulitique fait partie de l'Autochtone, il y a là aussi discordance, mais bien souvent sans Trias au contact. Le Trias peut en effet exister à la base du Nummulitique, mais tout aussi bien apparaître dans l'épaisseur du Nummulitique *et même dans l'épaisseur du Crétacé*, ce qui, de toute façon, indique son origine locale.

On ne peut guère supposer que seules des disharmonies de plissement aient pu provoquer une différence à la fois aussi absolue et aussi générale, dans le Rif méridional, entre les plis du Nummulitique et ceux du Crétacé, d'autant plus que, lithologiquement, Nummulitique et Crétacé sont souvent fort semblables et se présentent tous deux sous des faciès de marnes, marno-calcaires, marnes schisteuses et flysch, qui semblent assez peu justifier de telles disharmonies, ni même se prêter à un décollement total et constant de ces deux séries.

Dans ces conditions, il paraît difficile de ne pas admettre dans le Rif méridional des mouvements orogéniques anténummulitiques dont M. Bourcart avait émis l'hypothèse avec doute.

MM. Marin, Blumenthal et P. Fallot ont d'ailleurs signalé dans la partie

---

(¹) Séance du 16 mars 1931.

(²) J. Bourcart, *Problèmes soulevés par l'étude stratigraphique du R'arb marocain* (*Livre Jubilaire du Centenaire de la Soc. Géol. Fr.*, 1, p. 171-196).

nord de l'arc rifain des mouvements orogéniques antérieurs au dépôt du flysch éocène, mais sans apprécier leur ampleur [1].

Il est une autre conséquence de l'interprétation tectonique du Rif méridional que j'ai brièvement proposée.

Le Miocène du sillon de l'Ouergha étant non décollé et certainement en place, il y a évidente continuité des dépôts vindoboniens depuis le détroit sud-rifain (Fès-Taza) jusqu'au delà de l'Ouergha, en plein pays rifain (Beni Ider), soit du Sud au Nord sur une largeur de 120^{km} environ.

Je considère que les dépôts de ce vaste détroit miocène ont été crevés par les plissements post-tortoniens qui ont donné la nappe nummulitique entre le Sebou et Fès et par ceux qui, probablement jusqu'après le Sahélien, ont formé les écailles au Nord du Sebou et de l'Ouergha.

On conçoit que, couverture normale du Nummulitique autochtone au Nord de l'Ouergha, ce Miocène puisse être pincé et disloqué dans la zone des écailles, et puisse servir lui-même de substratum plus au Sud, dans la région où les plis du Nummulitique ont pu s'exagérer jusqu'à la nappe décrite par M. Daguin.

Il est à remarquer enfin que dans la région de Moulay Bou Chta, la zone méridionale, tectoniquement la plus confuse, paraît correspondre à celle où l'on trouve un Trias très marneux et gypseux, alors que précisément dans la zone nord où se dessinent plus nettement les écailles, le Trias est beaucoup plus rare et aussi plus dolomitique.

Et l'on est ainsi tenté de croire non pas que le Trias gypseux et plastique est, comme on l'a dit parfois, la cause essentielle de ces accidents méridionaux, mais que tout au moins il en a facilité l'exagération et a certainement contribué à compliquer la tectonique des régions où il a un tel faciès.

En résumé, parmi ces observations quelques-unes paraissent plus importantes à retenir :

Au Vindobonien, le détroit sud-rifain a eu au Nord de Fès une largeur beaucoup plus grande que celle qui lui est ordinairement attribuée.

Il existe dans le Rif méridional des rides jurassiques analogues à celles décrites par M. Daguin dans la région prérifaine, et, comme elles, orientées en direction générale NW-SE.

On ne trouve pas, au Nord, de nappes superposées à la nappe Trias-Nummulitique, mais une série d'écailles et plis déversés vers le Sud.

---

[1] A. Marin, M. Blumenthal et P. Fallot, *Comparaison stratigraphique entre l'extrémité occidentale des zones bétique et pénibétique d'Andalousie et le nord de l'arc rifain* (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 144).

Les terrains nummulitiques de la région prérifaine redeviennent autochtones aux abords de l'Ouergha, par une remise en plaee progressive, dans un jeu d'écailles où interviennent plus fréquemment à mesure qu'on va vers le Nord les éléments crétacés et jurassiques.

Dans la tectonique du Rif méridional on doit tenir compte, d'une part, des mouvements tangentiels qui ont donné de courtes imbrications, et, d'autre part, des phénomènes intenses de diapirisme où le Trias joue un rôle important, et qui ont compliqué cette tectonique.

GÉOLOGIE. — *Découverte de Trilobites géorgiens dans la Montagne Noire (Hérault).* Note de MM. **Joseph Blayac** et **Marcel Thoral**, présentée par M. Charles Jacob.

L'éperon sud du Massif Central bien connu sous le nom de Montagne Noire est remarquable par la série à peu près complète des terrains primaires qui en constituent le relief.

Seul le Précambrien paraît y manquer et le Cambrien inférieur ou Géorgien prêtait encore à discussion par l'absence de tout fossile probant avant la découverte qui fait l'objet de cette Note.

Il est dans la région de Marcory, un peu au sud de Saint-Pons (quart sud-ouest de la feuille de Bédarieux de la Carte géologique), une formation détritique désignée par les auteurs sous le nom de Grès de Marcory qui occupe la zone axiale d'une aire anticlinale d'une quinzaine de kilomètres de long. Sur ce complexe de grès se voient en concordance des calcaires cristallins, parfois dolomitiques, très répandus dans la Montagne Noire, où Bergeron, MM. Miquel, Daguin, Henri Termier et nous mêmes ont signalé des *Archæocyathidés*. A la base de ces calcaires, M. Miquel [1] a trouvé une faune trilobitique acadienne. *Paradoxides*, *Agnostus*, *Conocoryphe*, etc. s'y rencontrent et persistent d'ailleurs avec quelques espèces différentes au sein des schistes de grande épaisseur qui se superposent à la formation à *Archæocyathus*.

Jusqu'à ce jour, aucun fossile notable n'avait été trouvé dans le Grès de Marcory », que par sa situation stratigraphique nous sommes d'accord avec De Rouville, Delage et les auteurs précités [2], Bergeron excepté, pour

(1) Jean Miquel, *Bull. Soc. Sc. nat. de Béziers*, 34, 1912, p. 9.

(2) Voir P. De Rouville, A. Delage et J. Miquel, *Mém. Ac. Sc. et L. de Montpellier*, 2e série, 2, 1894, p. 21. — J. Bergeron, *Thèse Fac. Sc. Paris*, 1894, et *Bull. Soc. géol. France*, 3e série, 20, 1892, p. 248. — J. Blayac et F. Daguin, *Bull. Carte géol. France*, 26, n° 146, 1921, p. 55. — Henri Termier, *Ibid.*, 29, n° 158, 1924, p. 10.

attribuer au Géorgien. Cependant M. Miquel (*op. cit.*) y avait découvert en 1912, près de Pardailhan, dans un bloc de grès non en place : 1° un débris de Brachiopode qu'il rapprochait de *Kutorgina cingulata* Bill., espèce connue en Europe et en Amérique dans le Géorgien et dans l'Acadien; 2° un fragment de plèvre de Trilobite qu'il assimilait avec doute au genre *Olenellus*.

Sur cette précieuse donnée, nous avons été souvent à la recherche de fossiles dans les bancs supérieurs du Grès de Marcory, qui, de même que le bloc à *Kutorgina* de M. Miquel, sont d'un grain grossier, jaunâtres, un peu arkosiques et mouchetés de taches de limonite.

L'un de nous, M. Thoral, a été assez heureux pour découvrir enfin un gisement de trilobites dans le grès moucheté, en place à 5 ou 6^m sous les calcaires à *Archæocyathus*, en un point situé à 200^m à l'ouest du village de Pardailhan.

Aucun de nos échantillons ne pouvant être rapporté à un genre acadien, nous avons fait appel au savant spécialiste anglais, M. E. S. Cobbold, à qui nous témoignons ici notre vive gratitude. Il a reconnu que tous nos Trilobites appartiennent à deux espèces différentes nouvelles et sont de deux genres dont un est nouveau.

Il y a d'abord le genre *Olenopsis*, seulement connu en Sardaigne et en Amérique du Nord, où Ch. Walcott (*Smiths Inst.*, 57, 1912, p. 239) l'a trouvé cantonné dans les couches terminales du Géorgien de Pensylvanie, du Montana, de l'Alberta et de la Colombie britannique. Ce genre ne passe pas dans l'Acadien. L'espèce de Pardailhan, dénommée par M. Cobbold *Olenopsis Therali*, se rapproche un peu d'*O. Zoppi* Menegh. Quant à l'espèce appartenant au genre nouveau, ce savant lui a donné le nom de *Blayacina Miqueli*.

La figuration et la diagnose raisonnée vont en être publiées par M. Cobbold dans un périodique, où paraîtra aussi une note détaillée d'ordre stratigraphique et où nous donnerons toutes les références bibliographiques.

De toute évidence, le Grès de Marcory représente bien ici le Géorgien, comme le laissait supposer sa situation géologique et sa lithologie de nature détritique bien différente de celle de l'Acadien.

Puisque l'*Olenopsis* de Pardailhan caractérise ici comme en Amérique la partie terminale du Géorgien, l'épaisseur considérable du Grès de Marcory sous le grès moucheté fossilifère permet de prévoir qu'on découvrira un jour d'autres représentants de la faune à *Olenellus*.

VOLCANOLOGIE. — *Volcans sous-marins abyssaux.* Note [1] de M. J. **Thoulet**.

Les profondeurs abyssales de la mer ont un rôle dans l'économie générale de la nature. Afin d'en aborder l'étude je me suis servi des mesures densimétriques et autres prises à bord du *Challenger* durant sa mémorable campagne à travers les divers océans pendant les années 1873-1876 et consignées dans les *Reports* du voyage. Elles ont été effectuées particulièrement par les professeurs I. Y. Buchanan pour la densimétrie et Renard pour l'examen microscopique des sédiments. J'ai traduit graphiquement ces documents numériques en diagrammes, en profils longitudinaux et en un tableau synoptique qui m'ont amené aux conclusions suivantes. On peut les consulter à l'Institut Océanographique de Paris.

Le volcanisme dans ses diverses manifestations existe sous la mer, où il est beaucoup plus développé que sur la terre ferme; il a pour origine la diminution de volume continue que subit le globe terrestre; sa distribution est inégalement répartie, plus serrée le long des grandes failles sous-marines; son énergie tantôt est effroyable dans certaines régions où elle produit les désastres des tsunamis du Japon et des ras de marée, tantôt devient faible et presque nulle dans d'autres régions. La présence abondante de l'eau est indispensable aux manifestations volcaniques violentes et même faibles.

L'océan Pacifique est en pleine activité volcanique terrestre et sous-marine, surtout dans sa portion occidentale et septentrionale. Au contraire l'océan Atlantique manifeste une activité très atténuée, qui peut le faire assimiler à un Pacifique vieilli. Cette distinction est confirmée par la distribution très différente des sédiments abyssaux où prédominent, dans le Pacifique, les argiles rouges d'origine volcanique et, dans l'Atlantique, les vases calcaires à globigérines.

Le volcanisme abyssal est un anneau indispensable du cycle de l'eau dans la nature, où il contribue à la transformation continue de l'eau salée de la mer en eau douce, indispensable à la vie animale et végétale du globe, et de cette dernière en eau marine prête à une nouvelle évaporation.

---

[1] Séance du 4 mai 1931.

En effet, l'eau superficielle des mers ayant par évaporation abandonné en partie son eau douce à l'atmosphère sous forme de vapeur qui se condensera ensuite en météores aqueux, s'est enrichie en sel et par conséquent alourdie. Elle forme alors des colonnes sursalées, fleuves à cours vertical descendant, dont j'ai constaté l'existence et qui, parvenues sur le sol abyssal, réchauffées et allégées par la chaleur des volcans sous-marins rencontrés, commencent à remonter, se réchauffent de plus en plus par la rencontre de couches marines de plus en plus hautes, continuent à monter jusqu'au moment où, plus ou moins haut, trouvant une couche de mêmes caractéristiques en σ_0, σ_0 et θ que les siennes propres, elle se confond avec elle et est alors prête à une nouvelle évaporation dans les mêmes conditions que les précédentes.

Le vieillissement du volcanisme sous-marin dans ses diverses manifestations, son activité affaiblie ou éteinte à l'intérieur des continents, même au voisinage de la mer, imposent en quelque sorte les conclusions suivantes.

Le rétrécissement du globe produit le chevauchement progressif des couches solides de la croûte terrestre; en présence de l'eau, il crée les *remplis* d'Élie de Beaumont, qui sont des montagnes, et la chaleur qui fait les volcans, phénomène bien moins profond qu'on ne se l'imagine généralement. Le sol solide subit des changements de niveau qui déplacent les océans, le volcanisme de la mer, devenu subaérien, s'atténue et finit par s'éteindre, les plaines jadis inondées et devenues fertiles ont été ensuite transformées en déserts, car l'eau elle aussi a diminué lentement de volume par hydratation des minéraux. Ainsi, pendant des millénaires de millénaires, se sont probablement succédées dans le passé les diverses périodes dont la géologie enseigne l'histoire et qui ne cesseront de se reproduire qu'au moment où le volcanisme marin, ayant accompli son œuvre de vie, aura disparu et où la terre desséchée, devenue une énorme lune, sera morte à son tour.

VOLCANOLOGIE. — *Sur l'évolution morphologique du dôme de la Montagne Pelée.* Note (1) de M. **H. Arsandaux.**

La troisième phase d'activité de la montagne Pelée, dans le cycle éruptif qui débuta en août 1929, comprend deux périodes principales; l'une s'étend

(1) Séance du 11 mai 1931.

approximativement du milieu de novembre 1929 à la fin de février 1930; la seconde, succédant à la précédente, se poursuit encore maintenant; elle paraît tendre vers sa fin.

Au cours de cette troisième phase, l'activité dominante s'est toujours manifestée par la production de poussées cendreuses diverses et par des émissions de lave; mais celles-ci, dont l'importance était relativement négligeable durant la première période de cette phase, ont joué, par contre, un rôle prépondérant au cours de la période suivante, une variation inverse ayant affecté, dans le temps, la production des poussées cendreuses.

Les émissions de lave constituent le facteur principal de l'évolution que je vais décrire, en m'appuyant : d'abord sur des observations personnelles faites sur place, au cours de l'hiver 1929-1930, avec le concours de MM. Boutin, directeur, et Revert, sous-directeur de l'Observatoire de la Martinique à cette époque; ensuite, pour la période postérieure à mon séjour dans l'Ile, sur la documentation vulcanologique publiée mensuellement par cet observatoire, ainsi que sur la correspondance échangée avec mes anciens collaborateurs, et sur l'examen des nombreuses photographies que ceux-ci ont bien voulu me communiquer.

Les premières émissions de lave ont été contemporaines du début de la troisième phase d'activité (vers le 17 novembre 1929); elles se produisaient dans la région supérieure de la partie sud de l'ancien dôme. Suivant que leurs orifices d'émergence étaient localisés sur le flanc même de cet édifice rocheux ou sur son sommet, leurs produits de consolidation s'évacuaient sous la forme d'avalanches rocheuses, ou bien se fixaient sur leur lieu même de consolidation.

C'est ainsi que l'on observa, dans les premiers jours de décembre, la présence d'un certain nombre de masses d'extrusion occupant une aire approximativement circulaire d'une soixantaine de mètres de diamètre, localisée tout à fait en haut du flanc sud du dôme.

Après une longue période d'occultation du volcan par des pluies et des brumes persistantes, on constatait, vers la fin de décembre, que la masse éruptive ainsi consolidée et fixée, occupait la partie terminale d'un énorme piton rocheux qui paraissait avoir tendance à s'individualiser aux dépens d'une portion considérable de la partie sud du dôme ([1]). Cette masse extru-

---

([1]) H. Arsandaux, *Sur l'éruption actuelle de la Montagne Pelée* (*Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 761, et **191**, 1930, p. 623).

sive a été l'origine principale d'un dôme secondaire; par suite du développement progressif de celui-ci, le faciès présenté par l'ancien dôme au début de la présente éruption, se trouve à l'heure actuelle profondément modifié.

Ce dôme embryonnaire ne s'est pas très nettement développé pendant la première période au cours de laquelle, en raison de son profil pointu aux flancs escarpés, il subissait une dégradation progressive. Cette dégradation provoquée par d'incessants éboulements à sa périphérie, tendait à compenser l'accroissement dû, d'autre part, aux apports magmatiques successifs; mais ultérieurement, le dôme embryonnaire s'étant épaissi à l'Est et à l'Ouest, son accroissement devint dès lors apparent. En mai 1930 il présentait déjà ce profil caractéristique des dômes éruptifs qu'il a conservé depuis.

L'accroissement de ce dôme secondaire ayant continué à s'accentuer, on constatait, en août, que le piton rocheux avait perdu toute individualité, les couloirs d'évacuation des nuées, qui l'encerclaient précédemment et le séparaient de l'ancien dôme, ayant été comblés par les matériaux de démantèlement de ce nouveau dôme.

A cette époque, le secteur SSW-SW, dans lequel était localisé le talus d'éboulis de la Rivière blanche pendant les premiers mois de l'éruption, s'était considérablement ouvert. Les avalanches rocheuses issues du nouveau dôme commençaient à dévaler directement sur le flanc de l'ancien, orienté vers le S-E; certains de leurs éléments, cheminant jusqu'au bas de ce flanc, amorçaient le comblement de la profonde *rainure* formée pendant l'éruption de 1902, entre l'ancien dôme qui s'était érigé à cette époque, et le vieux cratère de l'étang sec.

Au mois d'octobre le sommet du dôme secondaire atteignait l'altitude de la plus haute région du dôme primaire; en décembre sa hauteur s'était encore accrue d'une trentaine de mètres. Corrélativement à ces surélévations, le secteur du talus d'éboulis s'était encore progressivement ouvert; son extension sur le flanc est du dôme primaire atteignait une soixantaine de degrés. En même temps, se développait le secteur de la rainure susceptible de comblement.

A la fin de mars 1931, des flancs sud et est de l'ancien dôme, visibles du Morne des Cadets, seule une portion restreinte, localisée au nord du flanc est, avait échappé à l'emprise des éboulis issus du dôme secondaire.

En l'état actuel de croissance du nouveau dôme, et de développement de son talus d'éboulis, il se pourrait, dans le cas d'une reprise notable de

l'activité du volcan, que le secteur d'action extérieure de celui-ci, resté sensiblement SW-SSW jusqu'ici, se modifie, en corrélation, par exemple, avec une variation de son angle d'ouverture, avec un changement d'orientation de son axe.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence d'un élan* (Alces latifrons *Johnson*) *dans le pliocène supérieur de Senèze* (*Haute-Loire*). Note (1) de MM. **F. Roman** et **J. Dareste de la Chavanne**, présentée par M. Charles Jacob.

La faune de Senèze, qui a fourni tant de formes intéressantes aux recherches de Depéret (2) et de Stehlin (3), vient de s'enrichir d'un nouveau type.

Il s'agit d'un squelette de Cervidé de grande taille, dont le crâne seul jusqu'ici a été préparé. Cette belle pièce est pourvue de ses deux bois, en majeure partie préservés. Les cornes, dont la portion conservée dépasse 2^{m} d'envergure, partent horizontalement du frontal et débutent par une fraction cylindrique, longue de 40^{cm} à partir de la meule. Elles s'incurvent légèrement vers le bas, puis subissent une torsion voisine de 90° vers l'arrière, enfin s'épanouissent en une très large palmure dont les extrémités ne sont malheureusement pas préservées.

L'absence totale d'andouiller basilaire fait rapporter sans hésitation cette pièce au genre *Alces*. L'allongement et la section cylindrique de la partie proximale du bois sont absolument conformes à ceux de l'*Alces latifrons*, figuré par Boy Dawkins (4).

Une comparaison directe avec les exemplaires conservés à Londres, au British Museum, nous a convaincu de leur parfaite identité. Tout au plus est-il possible de distinguer des différences de taille entre les cornes des divers spécimens du Forest Bed, attribuables simplement à des variations spécifiques.

Le type de l'espèce provient du Forest Bed (Weybourn beds) et se trouve dans des assises de passage du Pliocène au Quaternaire. Elle a été plus

(1) Séance du 11 mai 1931.

(2) Ch. Depéret et L. Mayet, *Le gisement de Mammifères pliocènes de Senèze* (Haute-Loire) (*A. F. A. S., Congrès de Dijon*, 1911, Mém. hors volume, p. 138).

(3) H. G. Stehlin, *Die oberpliocaene Fauna von Senèze* (Haute-Loire) (*Eclogae Geologicae Helvetiae*, 18, n° 2, 1923, p. 268-281).

(4) *British pleistocene Cervidae* (*Paleontogr. Society*, 1888, p. 1, pl. 1 et 5).

tard rencontrée dans le travertin de Taubach par Pohlig et Mme Marie Pavlow l'a décrite et figurée des graviers de Tiraspol, équivalents des graviers de Mosbach, où a été rencontrée également la même espèce.

Alces latifrons n'a été signalé jusqu'à ce jour ni dans le Pliocène, ni dans le Quaternaire français.

La faune de Mammifères de Senèze a été rapportée par Depéret au Villafranchien et comprend jusqu'à ce jour les formes suivantes : *Dolichopithecus arvernensis* Depéret (crâne complet), *Lepus* sp., *Sciurus* sp., *Arvicolidæ* divers, *Machairodus cultridens* Cuv. (squelette, Musée de Bâle), *Machairodus crenatidens* Fabrini (squelette, Faculté des Sciences de Lyon), *Ormenalurus* sp., *Felis* sp., *Hyæna Perrieri* Cr. et Job., *H. arvernensis* Cr. et Job., *Vulpes megamastoides* Pomel, *Canis* sp., *Ursus arvernensis* Cr. et Job., *Elephas planifrons* Falc., *Rhinoceros etruscus* Falc. (squelette complet, Lyon), *Equus stenonis* Cocchi (squelette, Lyon), *Sus* sp., *Leptobos etruscus* (squelette, Lyon), *Nemorrhœdus Philisi* Schaub, *Procamptoceras brivatense* Schaub, *Tragelaphus torticornis* Aymard, *Deperetia ardea* Dep., *Megalovis latifrons* Schaub, *Cervus senezensis* Dep. (squelette, Lyon), *Cervus Darestei* Dep. (squelette, Lyon), *Cervus pardinensis* Cr. et Job., *Alces latifrons* (squelette, Lyon).

Il est intéressant de constater, dans la faune de Senèze, l'association d'espèce d'habitats très divers : les uns comme les *Alces* fréquentent actuellement les forêts herbeuses des régions septentrionales; d'autres, comme *Dolichopithecus arvernensis*, sont arboricoles et indiquent un climat plus chaud. Les *Cervidés*, les *Antilopidés* et les *Équidés*, extrêmement nombreux, sont des animaux steppiques.

Cet ensemble paraît s'expliquer assez naturellement, comme l'indique M. Stehlin, en admettant que, sur l'emplacement où se trouvent actuellement les squelettes, existait un point d'eau unique dans une vaste contrée où venaient s'abreuver les animaux pendant les périodes de sécheresse.

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la structure microscopique et l'origine des anthracites*. Note (1) de M. **A. Duparque**, transmise par M. Charles Barrois.

Les anthracites et les charbons anthraciteux forment un groupe homogène de roches combustibles caractérisé chimiquement par l'absence ou la

(1) Séance du 11 mai 1931.

faiblesse de leur pouvoir cokéfiant et des propriétés éclairantes des gaz qui proviennent de leur distillation. Des recherches entreprises en 1923, sur l'initiative de M. Ch. Barrois, m'ont permis de montrer, grâce à la mise au point d'une *technique nouvelle* de préparation des surfaces simplement polies destinées à l'examen microscopique en lumière réfléchie, que le groupe des anthracites comprend un certain nombre de types pétrographiques distincts qui sont les suivants :

I. Anthracites provenant de l'amaigrissement de *dépôts riches en cutine* (spores, cuticules) analogues à ceux qui ont donné naissance aux houilles bitumineuses. Ce type comprend *deux variétés* où les lits de houille brillante, amorphe (Vitrain) conservent les caractères qu'ils possèdent dans les charbons riches en matières volatiles, l'anthracitisation ne semblant avoir affecté physiquement que les lits de houille semi-brillante (Clarain) ou de houille mate (Durain) riches en spores ou en cuticules.

a. Une première variété est caractérisée par une altération des spores et des cuticules *qui conservent néanmoins des caractères morphologiques nets*.

b. Une deuxième variété se distingue de la précédente en ce que les lits riches en fragments végétaux *sont transformés en une substance granuleuse grise* où la structure des spores, des cuticules et des autres débris organisés ne sont que rarement visibles.

II. Anthracites résultant de l'amaigrissement de *dépôts riches en lignine* (bois, sclérenchyme) identiques aux accumulations végétales à partir desquelles se sont différenciées les houilles à coke et comprenant également deux variétés bien distinctes.

c. Anthracites *à tissus ligneux nombreux et à structures parfaitement conservées*.

d. Anthracites *à tissus ligneux rares et gélifiés*.

Comme dans les anthracites I*a* et I*b*, les substances amorphes à l'état de pâte ou de lits distincts (houille brillante) sont parfois moins abondantes que dans les houilles à coke et n'ont pas été affectées physiquement par les phénomènes d'amaigrissement qui ont donné naissance aux anthracites II*c* et II*d*.

Ces observations montrent que les phénomènes d'anthracitisation ou d'amaigrissement ne se confondent pas comme on l'a affirmé avec ceux qui ont déterminé la formation des lits de houille brillante (Vitrain), car :

1° Les lits de houille brillante sont parfois *plus abondants* dans les houilles à coke et les houilles bitumineuses que dans les anthracites.

2° Les lits de houille brillante des houilles à coke ou des houilles bitumineuses *donnent soit un excellent coke*, soit *des gaz éclairants*, alors que ceux des anthracites donnent *des cokes non agglomérés* et *des gaz non éclairants*.

3° L'anthracitisation des lits riches en débris végétaux *ne donne pas des lits de houille brillante amorphe*, mais des lits hétérogènes (I*a*, I*b*, II*c*).

4° L'amaigrissement s'est effectué, dans certains cas, *sans altération complète* (I*a*) *ni même sensible* (II*c*) des structures végétales.

Quant à la multiplicité des actions qui ont déterminé le phénomène d'anthracitisation elle semble bien mise en évidence par le fait que ces combustibles sont exploités dans deux types de gisements bien distincts :

Gisements du type α où l'on ne trouve que des anthracites ou des houilles maigres tels que ceux de Pensylvanie situés à une grande distance à l'est des gisements de houilles à coke et de houilles bitumineuses.

Gisements du type β où, comme dans le nord de la France et en Belgique, les anthracites occupent dans un bassin d'étendue relativement réduite une position précise et passent graduellement dans une direction déterminée aux houilles à coke passant elles-mêmes dans le même sens aux houilles bitumineuses.

Dans un gisement du *type* α j'ai pu reconnaître [1] la présence des deux variétés de dépôts que j'avais antérieurement décrits et figurés *et constater que les accumulations de spores et de cuticules qui donnent ordinairement des houilles bitumineuses y ont subi un amaigrissement tel qu'elles ont donné naissance à des anthracites du type pétrographique* I*b*, identiques, quant à leurs propriétés chimiques, aux anthracites du type II*d* résultant de la transformation des dépôts ligneux qui leur sont associés.

Dans ce cas l'anthracitisation a fait disparaître les différences initiales en rapport avec la nature des dépôts en affectant plus rigoureusement les houilles de cutine que les houilles ligneuses et le fait qu'elle s'est exercée sur toutes les houilles d'un même gisement suppose des actions très intenses et suffisamment générales que l'on peut attribuer, selon l'opinion admise par les géologues américains, à un *métamorphisme*.

Au contraire, dans les gisements du *type* β l'anthracitisation n'affecte, en règle générale, *que certaines zones des dépôts ligneux*, la quasi-totalité des houilles maigres appartenant aux types lithologiques II*c* et II*d*. Ce n'est

---

[1] A. DUPARQUE et J. FANSHAWE, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 55, 1930, p. 111 à 139, pl. VIII et IX.

qu'assez rarement que les anthracites dérivent de dépôts riches en spores ou en cuticules et appartiennent dans ce cas au type I*a*. L'amaigrissement résulte ici d'actions très localisées que l'on peut expliquer comme je l'ai fait antérieurement ([1]) *par le jeu normal des conditions de dépôt* et par la *diagenèse* du sédiment, l'hypothèse de l'influence d'un métamorphisme dynamique semblant bien devoir être écartée ([2]). L'absence dans les gisements du type β d'anthracites de la variété I*b* dont j'ai retrouvé la structure dans une houille de spores métamorphisée au contact d'un filon de roche d'origine ignée vient renforcer l'opinion que j'ai toujours soutenue.

En résumé, dans les conditions normales de formation, les anthracites se sont différenciés surtout à partir des dépôts riches en lignine et beaucoup plus rarement aux dépens des accumulations riches en cutine, la diagenèse des couches de houille maintenant à peu près intactes les différences initiales. Dans certains gisements des actions secondaires particulièrement intenses (métamorphisme) sont venues détruire ces différences en provoquant l'anthracitisation des charbons de cutine (houilles bitumineuses) elles-mêmes.

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Note sur quelques empreintes de graines de Ptéridospermées*. Note ([3]) de M. **Alfred Carpentier**, présentée par M. J. Costantin.

1. C. Grand'Eury ([4]) a plusieurs fois attiré l'attention sur l'association constante de graines très petites, striées, munies d'ailes en nombre variable (de 6 à 24), avec les frondes des *Odontopteris* stéphaniens. En juillet dernier j'ai eu l'occasion de recueillir de petites graines ailées intimement associées avec l'*Odontopteris minor* Brongniart, dans le *Stéphanien supérieur*, traversé par le puits Isaac, au nord de la concession des Mines de Roche-la-Molière et Firminy (Loire). Ces graines mesurent de 10 à 12 millimètres de longueur; leur *testa* se montre orné de plus de 12 stries dans le sens de la longueur; les ailes délicates sont par place conservées.

2. Dans le *Westphalien* du Bassin houiller de Valenciennes, à Liévin

---

(1) A. Duparque, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1200.

(2) A. Duparque, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 52, 1927, p. 212 à 225, p. 225 à 260, pl. A, B, C et IV; 55, 1930, p. 161 à 189; *Bull. Soc. Géol. France*, 4e série, 28, 1928, p. 455 à 491, 2 pl. in-4°.

(3) Séance du 11 mai 1931.

(4) *Comptes rendus*, 139, 1904, p. 25, 26, 784.

(Pas-de-Calais), C. Grand'Eury ([1]) a signalé la présence de graines hexagonales parmi des feuilles appartenant au *Linopteris sub-Brongniarti* Gr. Ces graines sont particulièrement abondantes dans certaines roches schisteuses de la zone supérieure du Pas-de-Calais, à la fosse n° 9 des Mines de Béthune ([2]). En avril 1931, j'ai trouvé dans ce gisement une plaque schisteuse couverte de folioles détachées du *L. sub-Brongniarti* Gr. et d'une trentaine de graines à enveloppe charnue striée (*sarcotesta*); elles mesurent de 12 à 13^{mm} de longueur et sont remarquables par leur base relativement large (6^{mm}); les stries, correspondant à des faisceaux fibreux, ont un trajet rectiligne ou légèrement sinueux.

3. Dans la zone inférieure du Bassin houiller de Valenciennes, à la fosse d'Arenberg des Mines d'Anzin (Nord), j'ait tout récemment découvert un fragment de schiste contenant de nombreuses graines elliptiques, longues de $3^{mm},2$, larges de $1^{mm},7$ en leur milieu. Chaque graine est ornée latéralement d'une aile délicate; la surface du testa est marquée de fortes stries (2 ou 3), correspondant peut-être à l'emplacement d'autres ailes. On peut provisoirement rattacher ces petites graines au genre *Lagenospermum* Nathorst ([3]), d'autant que plusieurs d'entre elles paraissent bien entourées d'une cupule à lobes aigus; mais elles diffèrent, par la présence de quelques ailes, des graines attribuées au *Sphenopteris striata* Gothan ([4]). Par ce caractère elles rappellent certaines graines du groupe des *Conostoma*, dont la structure a été étudiée par MM. Oliver et Salisbury ([5]).

Dans ce même schiste on peut signaler les débris épars d'une inflorescence mâle du type *Telangium* Bens. emend. Nathorst ([6]); les microsporanges ou sacs polliniques, longs de $1^{mm},5$, sont disposés en fascicules denses. De plus quelques empreintes de frondes filicoïdes, dichotomes, à nervures régulièrement parallèles, ressemblent, mais en plus petit, au *Schizopteris anomala* de Brongniart ([7]), que certains paléobotanistes ont rattaché aux Ginkgoïnées [cf. H. Potonié, *Die Flora des Rothliegenden von Thüringen* (*Abh. d. Königlich. Preuss. geologischen Landes*, N. F., Heft 9, II, p. 154, Berlin, 1893)].

([1]) *Ibid.*, p. 26.

([2]) Cf. *Rev. gén. de Botanique*, 39, 1927, p. 5-7.

([3]) A. G. Nathorst, *Nachträge zur paläozoischen Flora Spitzbergens* (*Zur fossilen Flora der Polarländer*, 1, iv, p. 29; Stockholm, 1914).

([4]) Cf. *Rev. gén. de Botanique*, 37, 1925, p. 151.

([5]) Cf. *Annals of Botany*, 25, 1911, p. 26.

([6]) *Ibid.*, p. 20.

([7]) *Histoire des Végétaux fossiles*, p. 384, pl. CXXXV, 1836.

BOTANIQUE. — *Sur l'évolution des constituants cytoplasmiques de l'assise nourricière du pollen chez* Vincetoxicum officinale. Note de Mlle **G. Py**, présentée par M. L. Mangin.

L'assise nourricière du pollen de *Vincetoxicum officinale* ne prend jamais le développement qu'elle atteint dans beaucoup d'autres espèces.

Au stade des jeunes cellules mères, les cellules nourricières ont une forme polyédrique. Elles contiennent un gros noyau, de très petites vacuoles éparses dans le cytoplasme et un chondriome représenté par des mitochondries et des chondrocontes. Puis leurs dimensions augmentent, les chondriocontes apparaissent en plus grande quantité, les vacuoles restent toujours dispersées (*fig.* 1) jusqu'au moment où la pollinie s'entoure d'une

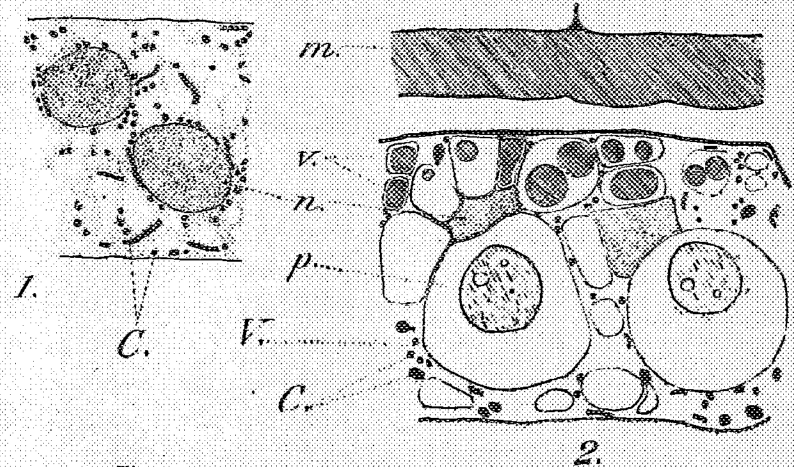


Fig. 1. — Cellule de l'assise nourricière à un stade jeune.
Fig. 2. — Cellule de l'assise nourricière à un stade jeune pendant la subérification de la membrane. C, chondriome; V, grandes vacuoles à précipités vacuolaires jaune pâle (*p*); *v*, petites vacuoles à précipités vacuolaires jaune d'or; *n*, noyau; *m*, membrane subérifiée de la pollinie. Fixation suivant le bichromate-formol de Regaud. Coloration à l'hématoxyline ferrique.

membrane. Celle-ci apparaît d'abord, dans les coupes traitées par l'hématoxyline, avec une coloration grise, mais une substance jaune d'or l'imprègne bientôt, et elle présente alors les réactions de la subérine : coloration jaune rouge par la potasse concentrée, rouge par l'orcanette et le soudan III. On observe en même temps que les vacuoles de l'assise nourricière sont polarisées (*fig.* 2) : dans la région de la cellule voisine de la lumière de la cavité pollinique, les vacuoles sont petites et groupées en grand nombre,

tandis qu'au pôle opposé de la cellule nourricière, existe une seule grande vacuole. Dans toutes, des composés phénoliques apparaissent, colorés par le bichromate de potassium : en jaune pâle dans la grande vacuole du pôle situé au contact des tissus sous-jacents, en jaune d'or (exactement avec la même teinte que l'enveloppe subérifiée de la pollinie) dans les petites vacuoles du pôle cellulaire en contact avec la lumière de la cavité pollinique. De ce côté, la membrane des cellules nourricières paraît imprégnée par endroits de composés phénoliques comme si elle était traversée par ceux-ci.

Le chondriome est représenté par des mitochondries, de courts chondriocontes et des plastes.

Lorsque l'enveloppe pollinique est complètement différenciée, que les grains de pollen ont achevé leur développement, l'assise nourricière dégénère, les membranes s'affaissent, le chondriome s'épaissit en gros chondriocontes et en protéoplastes. Le contenu cellulaire a complètement disparu au moment où la pollinie se détache.

Il est intéressant de remarquer qu'au moment de la subérification de la membrane de la pollinie, les cellules nourricières ont le même aspect que les cellules sécrétrices exocrines animales. Celles-ci en effet présentent très nettement (Parat et tous les auteurs ayant étudié l'appareil de Golgi des cellules glandulaires) une disposition polarisée de l'appareil vacuolaire avec de petites vacuoles groupées au voisinage de l'appareil glandulaire.

Mangenot (¹) a signalé des répartitions analogues des vacuoles : petites vacuoles sphériques ou filamenteuses nettement polarisées dans des cellules végétales accomplissant des fonctions particulières et comportant évidemment une activité sécrétoire intense (cellules conductrices, cellules des tentacules de *Drosophyllum* et *Drosera*, cellules bordant des plages nécrosées). Il semble donc que ces dispositions cytologiques reconnaissent des causes physiologiques de même ordre, idée d'ailleurs en germe dans certains rapprochements établis par Thomas (*Thèse de Pharmacie*, 1931).

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1431, et *Arch. Anat. microsc.*, 25, 1929, p. 507.

BOTANIQUE. — *Transformation de la partie inférieure de l'axe d'inflorescence en crochet chez les* Uncaria. Note de M. **A. Guillaumin**, présentée par M. H. Lecomte.

On sait que les épines (par opposition aux aiguillons qui sont d'origine superficielle) proviennent de la transformation d'un rameau (épines proprement dites) ou de la feuille (épines foliaires, épines stipulaires).

Parmi les épines proprement dites, on peut distinguer les épines, plus ou moins droites, servant d'organes de protection et les crochets, recourbés vers le bas, servant d'organes de fixation.

On connaît des crochets chez les *Luvunga* (Rutacées), les *Ancistrocladus* (Ancistrocladacées) et les *Uncaria* (Rubiacées).

Chez les *Luvunga*, les crochets sont cylindro-coniques, un peu arqués vers le bas, plus rarement recourbés en crosse; chez les *Ancistrocladus*, ils sont d'abord comprimés latéralement puis cylindro-coniques, recourbés en crosse.

Chez les *Luvunga* l'inflorescence apparaît à l'aisselle du crochet, chez les *Ancistrocladus*, elle se produit soit à l'aisselle du crochet, soit à l'extrémité du rameau : dans les deux genres, les crochets sont des *rameaux végétatifs* transformés.

Chez les *Uncaria* au contraire, l'inflorescence en capitule sphérique ou en ombelle de capitules est portée par un pédoncule articulé vers le milieu et accompagné d'un verticille de bractéoles dans le cas d'un capitule unique, articulé et bractéolé à la base des ramifications dans le cas d'une ombelle de capitules. La base du pédoncule est fortement dilatée et comprimée latéralement. Celui-ci est d'abord perpendiculaire au rameau puis il s'infléchit petit à petit vers la base; après maturité des fruits, la partie sus-articulaire se détache au niveau de l'articulation tandis que la partie sous-articulaire continue de se recourber en hameçon, les bractées qui persistent encore quelque temps après la chute de la partie sus-articulaire trahissant l'existence antérieure de celle-ci.

Les crochets des *Uncaria* proviennent donc de la transformation de *la base des pédoncules florifères*.

Cette origine semble avoir été méconnue de la plupart des auteurs qui décrivent les crochets comme étant des *pédoncules stériles transformés*. C'est ainsi que Bentham et Hooker (*Genera plantarum*, II, p. 31) disent « pedunculis sterilibus sæpe in cirrhos uncinatos mutatis »; Hooker (*Flora of*

British India, III, p. 28) « peduncles often headless converted into hooked tendrils »; Schumann (*in* Martius, *Flora brasiliensis*, VI, p. 132) « uncorum ex pedunculis sterilibus oriundis » ; Haviland (*Journal of the Linnean Society*, *Botany*, XXXIII, p. 9) semble aussi n'avoir en vue que les pédoncules stériles en disant : « some of the lateral peduncles... are generally reduced to compressed recurved barren hooks »; de même Hiern (*in* Oliver, *Flora of tropical Africa*, III, p. 41) quand il écrivait : « lower peduncles usually transformed into recurved spines »; de Candolle (*Prodomus*, IV, p. 347) admettait bien que les crochets provenaient, au moins en partie, de la transformation des pédoncules florifères mais ne faisait pas mention de la chute de la partie terminale de ceux-ci quand il écrivait : « pedunculi senescenti aut inferiores abortivi in spinam axillarem compressam uncinatam conversi ».

Seul Elmer a précisé, pour des espèces des Philippines, que les crochets n'étaient que la base transformée des pédoncules florifères en disant (*Leaflets of Philippine Botany*, I, p. 38) : « The lower peduncles breaking at the articulations and strongly recurved » et (*Ibid.*, III, p. 984) « the basal portion very stout, flattened, smooth and transformed into a hook ».

Nous avons pu constater que c'était le cas général aussi bien pour les espèces asiatiques que pour les espèces malaises, américaines ou africaines; de beaux échantillons provenant des Nouvelles-Hébrides et appartenant à une espèce encore inédite, nous ont permis de saisir sur le vif tous les stades de la transformation.

ORGANOGRAPHIE VÉGÉTALE. — *Développement de la Fougère mâle en culture pure aseptique à partir de la spore*. Note [1] de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. J. Costantin.

Dans ces recherches nous avons appliqué la méthode des cultures pures de Pasteur dont nous nous étions déjà servi lorsque nous avons démontré qu'on pouvait obtenir dans une solution minérale stérilisée, à l'abri de tout microbe, à partir de la spore, le développement des protonémas des Mousses et des Mousses feuillées [2].

Les résultats que nous présentons aujourd'hui sont d'autant plus intéressants qu'ils ont été obtenus avec les spores du *Polystichum Filix Mas*

(1) Séance du 11 mai 1931.

(2) Paul Becquerel, *Comptes rendus*, 139, 1904, p. 745; 190, 1930, p. 1134.

provenant de nos dernières expériences, spores dont la vie avait été suspendue dans le vide, après déshydratation à la basse température de l'hélium liquide (— 269° C., 3).

Au cours de ces observations nous avons constaté plusieurs faits nouveaux importants non seulement au point de vue de la physiologie de la nutrition de cette Fougère, mais surtout au point de vue de son organographie.

D'abord nous avons trouvé que la nutrition du gamétophyte et du sporophyte de cette Fougère peut se faire aseptiquement dans un milieu liquide purement minéral, sans l'addition d'aucune substance organique, sauf celles apportées par la constitution des spores.

Il n'est donc pas nécessaire, bien que cela puisse activer la croissance des prothalles, comme l'ont vu MM. Groult et G. Perrin [1], d'ajouter à ce milieu des sucres et de la gélose. Le milieu synthétique employé est la solution minérale que nous avions composée pour les Mousses dans nos anciennes recherches. Le carbone n'était emprunté qu'à l'acide carbonique de l'air filtrant à travers le coton stérilisé des tubes de culture en verre insoluble. Nous avons ainsi établi que la spore ensemencée dans ce milieu n'a besoin que de six métalloïdes : carbone, hydrogène, oxygène, azote, soufre, phosphore, et de quatre métaux : magnésium, fer, potassium, calcium, pour germer et fabriquer avec l'aide de l'énergie d'une lumière diffuse à la température de 25° C. le protoplasma de son gamétophyte et puis celui de son sporophyte.

Les spores ont germé au bout de 15 jours. Après 3 mois, les prothalles ont d'abord formé des anthéridies, puis un mois plus tard des archégones. A ce moment la fécondation s'est opérée normalement, selon les modes ordinaires, et nous avons suivi le développement de quelques embryons.

Nous avons alors constaté que l'organographie de cette Fougère ne suit aucunement les lois que l'on enseigne habituellement.

L'embryon après un certain nombre de bipartitions de l'œuf ne se partage pas en quatre quartiers cellulaires bien séparés, deux supérieurs, l'un produisant la tige, l'autre la feuille; deux basilaires, l'un formant le pied engagé dans le prothalle et l'autre la racine. *A ce stade l'embryon est une masse cellulaire globulaire, sans régions, sans vaisseaux.*

Aussitôt qu'il est arrivé à un certain degré de développement un important phénomène de bipolarité se manifeste. On voit se former dans sa partie

---

[1] Gabriel Perrin, *Culture des prothalles de fougère*, Thèse, Paris, 1908.

supérieure, à l'opposé du prothalle, une cellule terminale en coin, une initiale qui, après ses rapides bipartitions sur ses faces latérales, engendre le méristème de la première feuille. Pendant ce temps dans la partie inférieure, au-dessous apparaît une autre initiale subterminale tétraédrique produisant, à la suite de ses cloisonnements tangentiels, le méristème de la première racine.

En même temps les cellules de la partie intermédiaire entre ces deux formations polaires se multiplient et s'allongent en un axe qui continue les axes de la feuille et de la racine. Des éléments cribrovasculaires s'y différencient traversant cet ensemble. Ainsi, *sans qu'il y ait eu une initiale de tige*, se forme une petite plantule, de la même manière que l'a indiqué Gustave Chauveaud pour l'*Asplenium Klotschii* et le *Ceratopteris thalictroïdes* [1]. Nous dirons, comme l'éminent anatomiste, que cette plantule est une phyllorhize possédant d'une part une phylle dont la partie supérieure est la feuille avec un long pétiole et la partie basale la caule, d'autre part une rhize, c'est-à-dire une racine primitive faisant suite à la caule. Sur le flanc de cette caule qui s'est allongée, les deux parties embryonnaires du côté du prothalle ont évolué, l'une inférieure formant le pied, sorte de suçoir, et l'autre supérieure prend l'aspect d'un mamelon de cellules indifférenciées, le massif initial. Aussitôt que ce massif a atteint un certain développement, il se produit un nouveau phénomène de bipolarité donnant deux initiales, l'une terminale à sa face supérieure, l'autre subterminale à sa face inférieure engendrant les méristèmes d'une seconde phyllorhize, de la même manière que précédemment.

La partie inemployée de ce massif initial soulevé par la croissance de la caule de cette deuxième phyllorhize, continuant à se cloisonner, redonne de nouvelles initiales pour une troisième phyllorhize, et ainsi de suite : ce tissu embryonnaire construit la Fougère phyllorhize par phyllorhize. Sa tige s'édifie peu à peu par l'union des bases caulaires des phyllorhizes successives. Le système vasculaire général est constitué par les systèmes particuliers des phyllorhizes s'unissant par des faisceaux intercaulaires. C'est ce que nous avons constaté chez cette Fougère jusqu'à la quatrième phyllorhize, *mais seulement pour les sporophytes des prothalles flottant à la surface du liquide ou adhérant à la paroi du verre*.

Quant aux sporophytes des prothalles submergés, nous avons observé de curieuses anomalies. Les premières rhizes ne se produisent plus régulière-

(1) GUSTAVE CHAUVEAUD, *La constitution des Plantes vasculaires* (Payot, 1921).

ment, l'eau empêchant l'activité de l'initiale subterminale, si bien que nous avons obtenu des Fougères à une, deux, trois ou quatre phyllorhizes, ayant une, deux ou trois phyllorhizes réduites à leur phylle, c'est-à-dire à leur feuille et à leur caule. Ce fait important explique, quand il devient héréditaire, comment il existe des Salvinies et des *Tmesiptéris* dont les plantes sont formées de phylles sans rhizes. Si la réduction porte en même temps sur les feuilles comme chez les Psilotes et les Rhynies fossiles qu'on oppose indûment à la structure phyllorhizaire, lorsque l'on confond phylle et feuille, on comprend comment il y a des plantes sans feuilles et sans racines où la tige n'est plus constituée que par des phylles réduites à leur caule.

Par ces résultats on peut juger que notre méthode des cultures pures va être particulièrement précieuse pour refaire sur des bases nouvelles l'organographie des Cryptogames vasculaires.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Preuves expérimentales de l'excrétion de la nicotine dans les parties aériennes de la plante de tabac.* Note de M. J. **Chaze**, présentée par M. Molliard.

Nous avons montré [1] que, sur la surface externe des feuilles de tabac, se formaient des exsudats, que nous supposions être de la nicotine ; ces exsudats disparaissaient par la suite, et dans nos conclusions nous écrivions que seule une expérience physiologique apporterait une preuve absolue de la nature chimique des exsudats mis en évidence microscopiquement.

Nous sommes parvenus à réaliser cette expérience, c'est-à-dire à recueillir les exsudats formés à la face externe des épidermes, et à les caractériser comme étant bien réellement constitués par des alcaloïdes.

Ce sont nos résultats que nous exposons ici :

L'appareil que nous avons conçu consiste en une cloche à tubulure, pouvant contenir une plante ou un semis de tabac, et dans laquelle on fait circuler de l'air à l'aide d'une trompe à eau ; l'air est séché à son entrée et débarrassé des corps basiques qu'il peut contenir, par barbotage dans un laveur contenant SO^4H^2 pur, puis il traverse un flacon contenant de la soude caustique, il pénètre dans la cloche chauffée à 30° environ, par des radiateurs électriques paraboliques, qui évitent la condensation de l'eau d'évaporation sur les parois. L'air ayant circulé autour de la plante sort de la cloche et barbote dans des flacons laveurs contenant une solution

(1) J. Chaze, *sur la localisation et la disparition des alcaloïdes dans l'épiderme de la feuille de tabac* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 837).

d'acide silico-tungstique à 5 pour cent, légèrement acidulé par HCl N/10 (formule préconisée par G. Bertrand comme constituant le réactif le plus sensible des alcaloïdes). La quantité d'air circulant dans l'appareil est mesurée à l'entrée par un compteur à gaz et s'établit à 500 litres environ par 24 heures.

Au bout de 72 heures, l'expérience est arrêtée, les flacons laveurs de sortie présentent un trouble dû à la formation de précipités insolubles. Au microscope on constate que ces précipités sont constitués par des cristaux ayant une forme rectangulaire allongée, se terminant à chacune de leur extrémité par un angle rentrant, de grandeur inégale; ils présentent une biréfringence très faible, ils s'éteignent dans le sens de l'allongement, ils sont *absolument identiques à ceux que l'on obtient en mettant sous la cloche, au lieu de la plante de tabac, une solution très diluée de nicotine pure.*

La preuve que les précipités insolubles sont bien dus à une excrétion spécifique d'une plante alcaloïgène, est apportée par une troisième expérience, consistant à mettre sous la cloche, un semis de blé (plante dépourvue d'alcaloïdes); au bout de 72 heures la solution d'acide silico-tungstique ne présente aucun trouble.

Nous sommes donc en droit de conclure que, dans la plante de tabac, une partie de l'alcaloïde est excrétée, à la face externe de la plante, et est vaporisée dans l'air ambiant, comme le sont les essences dans d'autres plantes.

Cette vaporisation d'alcaloïde dans l'atmosphère permet d'expliquer la perte d'azote alcaloïdal, constatée et mesurée au point de vue chimique, et qui a été recherchée en vain par plusieurs auteurs, sous la forme d'azote libre, ou de NH^3 évaporé. Elle apporte aussi une preuve nouvelle à la conception qui considère les alcaloïdes comme constituant des déchets du métabolisme cellulaire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Le complexe purgatif de l'écorce de Bourdaine, soluble dans l'eau et hydrolysable par la rhamnodiastase.* Note de MM. **M. Bridel** et **C. Charaux**, présentée par M. L. Mangin.

Nous avons montré que le franguloside (franguline) n'existe pas à l'état libre dans l'écorce de Bourdaine et qu'il se forme par l'action d'un ferment de l'écorce sur un principe glucosidique, soluble dans l'eau (1).

(1) M. Bridel et C. Charaux, *Sur la préparation et les propriétés du franguloside (franguline) de l'écorce de Bourdaine du commerce* (*Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1151).

Nous avons réussi à extraire le principe générateur du franguloside, dans la proportion de 100^g par kilogramme d'écorce de Bourdaine. Mais nous n'avons pas pu l'obtenir à l'état cristallisé, car il s'altère très rapidement sous l'action de tous les liquides. Ce principe est un « complexe glucosidique », possédant à la dose de 0^g,15 les propriétés physiologiques de la Bourdaine. Il se rapproche d'un produit que Kubly a extrait en 1866 et qui lui a servi à préparer l'avornine, insoluble dans l'eau, du « glucoside primaire » d'Aweng. En outre, la « glucofranguline » de Casparis et Maeder est un produit de dégradation de ce complexe.

Pour le préparer, il ne faut pas faire agir la chaleur qui lui fait subir très rapidement une hydrolyse partielle.

L'écorce de bourdaine est pulvérisée et l'on sépare ainsi la partie épidermique. La poudre est épuisée par percolation rapide avec l'alcool à 96^c. La colature est distillée dans le vide à +40° en sirop que l'on précipite par l'alcool absolu. On obtient ainsi une poudre jaunâtre qu'on recueille, qu'on lave à l'alcool et qu'on sèche dans le vide sulfurique.

Le complexe ainsi obtenu se présente sous la forme d'une poudre jaune à saveur douceâtre, sans amertume. Il est constitué au microscope par des boules amorphes, agglomérées, sans trace de cristallisation. Il renferme 0,425 pour 100 de cendres et 5,84 pour 100 de substances volatiles.

Par hydrolyse sulfurique, dans l'acide à 5 pour 100, il se forme à l'ébullition un abondant précipité et le liquide se décolore. Le précipité représente 40,33 pour 100 du complexe anhydre et il s'est formé 59,73 pour 100 de sucres réducteurs, exprimés en glucose.

Le dosage du glucose par la méthode biochimique de Bourquelot et Bridel a indiqué que le glucose représente 72,94 pour 100 du mélange de sucres. De ce mélange, on a extrait à l'état cristallisé, d'une part, le glucose et, d'autre part, le rhamnose. La quantité de glucose existant dans le mélange, à côté du rhamnose, représente deux molécules de glucose pour une molécule de rhamnose.

Le produit non glucidique est constitué principalement par de l'émodol.

Par la rhamnodiastase, il se fait, dans la solution aqueuse du complexe, un abondant précipité jaune orangé. Mais le liquide reste encore très fortement coloré. Le précipité représente 26,52 pour 100 du complexe et il s'est formé 21,79 pour 100 de sucre réducteur, exprimé en glucose.

Le précipité est constitué principalement par du franguloside qu'il est facile d'obtenir pur. Mais il reste, à côté du franguloside, une petite quantité d'émodol et un autre principe anthraquinonique dont la composition répond à la formule $C^{17}H^{12}O^{4}$.

Les sucres réducteurs sont formés par un mélange de glucose et d'un holoside réducteur, hydrolysable par l'acide sulfurique étendu, à l'ébullition. Le glucose représente environ les deux tiers du mélange. Les hétérosides solubles, non hydrolysables par la rhamnodiastase, donnent à l'hydrolyse sulfurique les mêmes principes que le complexe lui-même et dans les mêmes proportions.

Parmi les produits d'hydrolyse fermentaire, deux seulement existent en proportions importantes : le glucose d'une part et le franguloside, d'autre part. Pour 22g de franguloside, on obtient 18g,9 de glucose, ce qui représente à peu près exactement une molécule de franguloside pour deux molécules de glucose. La combinaison principale existant dans le complexe aurait donc cette composition.

Si l'on prépare le complexe en épuisant la poudre de Bourdaine par l'alcool bouillant et en distillant l'alcool à la pression ordinaire, on obtient un produit qui renferme moins de glucose; le mélange des sucres réducteurs obtenus par hydrolyse sulfurique en contient 64,18 pour 100, au lieu de 72,94 pour 100. Il y a donc une hydrolyse partielle par simple ébullition dans l'alcool. Cette hydrolyse explique pourquoi on ne peut essayer de faire cristalliser ce complexe trop peu stable et comment, en multipliant les traitements, Gasparis et Maeder ont pu arriver à obtenir un produit qui ne contienne plus qu'une molécule de glucose pour une molécule de franguloside.

GÉOGRAPHIE FORESTIÈRE. — *Indices d'aridité et types de végétation forestière.* Note [1] de M. **Henri Perrin**, présentée par M. H. Lecomte.

C'est l'action combinée de la chaleur et de l'humidité qui règle les manifestations de la vie à la surface du globe terrestre. Pour l'exprimer M. de Martonne a établi, en 1926, la formule de l'indice d'aridité qui est, pour une station donnée, le rapport de sa pluviosité totale annuelle en millimètres, à sa température moyenne annuelle en degrés centigrades augmentée de 10; il a montré que la répartition des formations végétales est fonction de l'indice d'aridité, les chiffres 5, 10, 20 correspondant respectivement aux déserts, aux steppes sèches, aux prairies, la forêt tendant à prédominer à partir de 30 et étant la formation climatique finale au delà

[1] Séance du 27 avril 1931.

de 40; il a en même temps indiqué que le calcul des valeurs mensuelles de l'indice d'aridité serait possible en multipliant par 12 la hauteur des précipitations de chaque mois ([1]).

Cherchant à approfondir cette question, je me suis efforcé de reconnaître les relations qui peuvent exister entre les valeurs annuelles et mensuelles des indices d'aridité et les types de végétation forestière.

Ainsi que M. de Martonne l'a lui-même signalé, sa formule s'applique mal aux régions froides, puisqu'elle donne au-dessous de 0° des chiffres augmentant rapidement avec l'abaissement du thermomètre et arrivant à l'infini pour — 10°. Considérant que des moyennes inférieures à 0° répondent à des périodes de sécheresse physiologique intense, d'autant plus accentuée qu'il fait plus froid, j'ai été conduit à inverser, dans mes calculs, le signe des températures négatives, de manière à avoir un diviseur toujours positif et croissant avec le froid.

Au moyen de la formule, ainsi modifiée quand il était nécessaire, j'ai déterminé les indices annuels et mensuels de multiples localités, soumises aux climats les plus variés; pour chaque grand groupe de climats, j'ai classé les chiffres obtenus par rapport aux nombres 20 et 40, qui, en matière d'indices annuels marquent le premier, le minimum exigé par les formations ligneuses; le second, le commencement de l'optimum des formations forestières; et, parallèlement, j'ai noté les types de forêts correspondant ou s'arrêtant aux stations étudiées, en conformité avec le schéma de Brockmann-Jerosch et Rubel, qui distingue six types à adaptations biologiques nettement définies ([2]) :

Pluviisilva : Forêt équatoriale d'espèces feuillues hygrophiles, à végétation non périodique ;

Hiemisilva : Forêt tropicale d'espèces feuillues tropophiles, en végétation à la saison humide ;

Durisilva : Forêt tempérée chaude d'espèces feuillues à feuilles persistantes xérophiles ;

Estatisilva : Forêt tempérée froide d'espèces feuillues tropophiles, en végétation à la saison chaude ;

Aciculisilva : Forêt tempérée froide et froide de conifères à aiguilles persistantes peu hygrophiles ;

([1]) DE MARTONNE, *L'indice d'aridité* (*Bulletin de l'Association des Géographes français*, 9, mai 1926, p. 3 à 5).

([2]) BROCKMANN-JEROSCH et RUBEL, *Baumgrenze und Klimacharakter*, Zürich, 1919, p. 235 à 247.

Laurisilva : Forêt à feuilles persistantes peu xérophiles ou même hygrophiles, existant sous tous climats sans saison sèche et sans saison froide trop marquées et particulièrement développée en climats tempérés.

Sur ces bases, on constate des corrélations frappantes entre les indices d'aridité et les divers types de forêts :

En ce qui concerne les indices annuels, la forêt toujours verte, plus ou moins hygrophile (*Pluviisilva*, *Aciculisilva*, *Laurisilva*), répond à des chiffres supérieurs à 40 et pouvant atteindre des valeurs fort élevées; la forêt à feuilles persistantes xérophiles (*Durisilva*) se rencontre au contraire dans les régions d'indices compris entre 20 et 40, le plus souvent même entre 20 et 30; pour les forêts à feuilles caduques, les indices sont de 20 à 60 pour l'*Hiemisilva*, 20 à 40 pour l'*Æstatisilva*.

L'étude des valeurs mensuelles nous fournit des indications beaucoup plus précises; elle permet de conclure schématiquement, que sous tous les climats forestiers, la prédominance des indices supérieurs à 40, conjuguée à l'absence d'indices inférieurs à 20, entraîne la présence de la forêt toujours verte (*Pluviisilva*, *Aciculisilva*, *Laurisilva*); la prédominance des indices compris entre 20 et 40, également liée à l'absence d'indices inférieurs à 20, caractérise l'*Æstatisilva*; et l'apparition d'indices mensuels plus petits que 20 localise en climats chauds, l'*Hiemisilva*, en climats tempérés chauds, la *Durisilva*.

Cette conclusion très générale a un double intérêt, théorique et pratique :

Au point de vue théorique, elle précise une relation entre les facteurs climatiques et les formes biologiques; la valeur de l'indice annuel permet surtout de voir si une région est propice ou non à la végétation forestière; l'examen des indices mensuels indique à quel type de végétation appartiennent ses forêts.

Au point de vue pratique, le calcul des indices mensuels est susceptible d'éviter bien des mécomptes en matière de reboisements et d'introduction d'essences exotiques, puisqu'il autorise la détermination de l'adaptation biologique la plus conforme au climat de la station envisagée et facilite la comparaison de ce climat avec celui qui règne au pays d'origine des espèces à introduire.

ZOOLOGIE. — *Statistique d'infestation des Pagures par les* Chlorogaster. Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

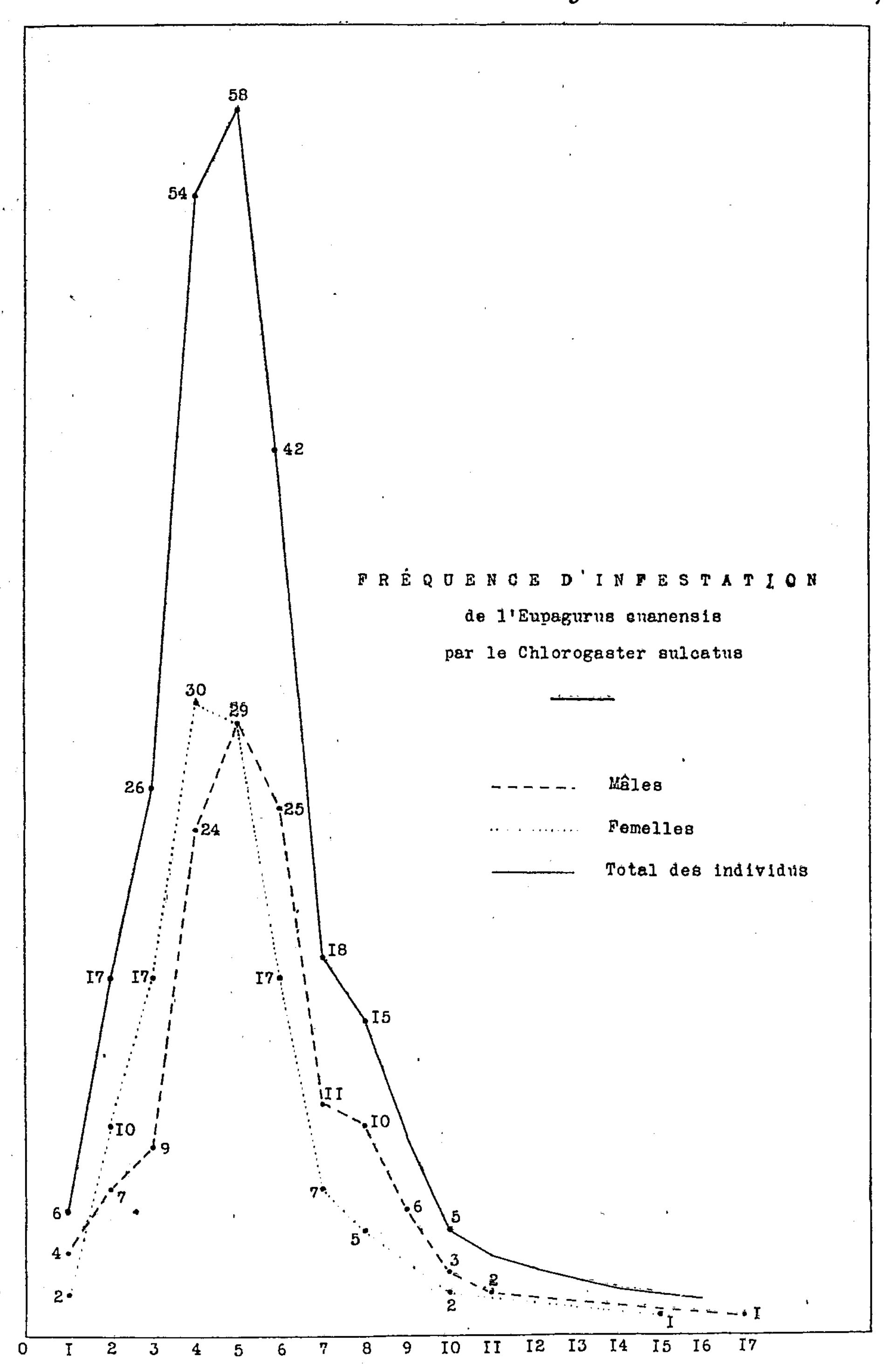
Les *Chlorogaster* sont des Rhizocéphales caractérisés en général par la présence simultanée, sur chaque hôte infesté, de plusieurs sacs viscéraux externes, possédant chacun son système propre de racines, à première vue indépendant. La question se pose d'expliquer ce parasitisme multiple : s'agit-il d'une infestation réellement multiple, par autant de larves Cypris s'inoculant au même Pagure?

Pour nous placer tout d'abord à un point de vue théorique, considérons chaque attaque parasitaire comme un fait fortuit indépendant, et supposons que nous fassions, dans une localité déterminée, la statistique d'infestation d'une espèce d'hôte par un parasite susceptible de répétition; figurons le résultat par un graphique de fréquence où chaque point d'abscisse p donne par la mesure de son ordonnée le nombre N des hôtes rencontrés porteurs de p parasites et de p seulement. On se rend facilement compte que les sommets du polygone de fréquence jalonnent une courbe rapidement décroissante, voisine de l'inverse d'une exponentielle.

L'hypothèse d'indépendance signifie biologiquement qu'un hôte déjà p fois infesté est identique à un hôte indemne au point de vue de la probabilité d'une $(p+1)^{\text{ième}}$ infestation : hypothèse évidemment gratuite; certaines observations conduisent au contraire à penser qu'un parasite, débilitant son hôte, peut le rendre plus réceptif pour une attaque ultérieure.

Mais, dans le cas des *Chlorogaster*, il ne semble pas qu'on ait à se préoccuper de cette correction. Tous les parasites simultanés étant, en règle générale, au même stade, doivent être du même âge. S'il y a eu infestation multiple, elle a dû être synchrone, et les divers parasites n'ont pas dû se favoriser mutuellement dans une installation simultanée. La statistique de fréquence devrait donc répondre au cas théorique envisagé, la chance de rencontrer une infestation multiple diminuant très rapidement au fur et à mesure qu'augmenterait l'ordre de cette multiplicité.

Or, confrontons avec cette attente le résultat empirique des statistiques réelles. Depuis trois ans, j'ai examiné à Roscoff plus de 2000 *Eupagurus cuanensis*, parmi lesquels 251 porteurs du *Chlorogaster sulcatus*. Ces nombres sont déjà, semble-t-il, assez élevés pour donner un aperçu de la loi de distribution du parasite si elle est simple. Le graphique ci-contre donne respec-


FRÉQUENCE D'INFESTATION
de l'Eupagurus cuanensis
par le Chlorogaster sulcatus
Mâles
Femelles
Total des individus
58
54
42
30
29
26
25
24
18
17
15
11
10
9
7
6
5
4
3
2
1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

tivement les fréquences d'infestation par 1, 2, 3, ..., p sacs externes séparément pour les mâles et les femelles et par addition pour la totalité des individus. Il est immédiatement significatif. Au lieu de l'allure théorique prévue, le polygone de fréquence jalonne une courbe unimodale : il traduit manifestement la fluctuation d'un caractère. C'est, je crois, la démonstration la plus précise que l'on puisse donner de la fausseté de l'hypothèse faite d'une infestation multiple par des parasites indépendants. Elle établit à l'évidence que la contamination de l'hôte doit être unique, mais qu'elle est suivie d'un processus particulier, réalisant la multiplicité des sacs viscéraux, et dans lequel intervient le hasard.

Dans l'hypothèse, suggérée par Smith, d'un morcellement secondaire de la masse primitivement unique inoculée par la Kentrogone, c'est le nombre des fragments produits qui serait laissé au hasard. Je montrerai ultérieurement que celui-ci peut intervenir d'une autre manière.

Notons en passant que le graphique des femelles est, par rapport à celui des mâles, légèrement décalé vers l'axe des y. Les Pagures mâles sont plus souvent parasités que les femelles et ils portent, en moyenne, des sacs de *Chlorogaster* en nombre un peu plus élevé.

PHYSIOLOGIE. — *Variations de la teneur du sérum sanguin en globuline et en sérine sous l'influence d'un régime alimentaire déséquilibré par absence complète de vitamine antiscorbutique.* Note de Mme **Lucie Randoin** et Mlle **Andrée Michaux**, présentée par M. E. Leclainche.

Nous avons prouvé antérieurement que l'usage d'un régime exclusivement privé de vitamine antiscorbutique déterminait, au moment où se manifestent les symptômes graves du scorbut aigu, d'importants troubles sanguins et urinaires, parmi lesquels nous citerons : une augmentation de la teneur du sang en eau [1] et en fibrinogène [1], une élévation nette du taux du sérum sanguin en urée [2] et en chlore [2] et, parallèlement, dans les urines, la présence d'albumine [3], une diminution importante du taux de l'urée [3] et du taux du chlore [2].

---

(1) Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 729, et *C. R. Soc. Biol.*, 100, 1929, p. 11.

(2) Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1063, et 191, 1930, p. 1378.

(3) Mlle A. Michaux, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 582, et *Thèse de doctorat ès sciences naturelles* (Paris, Jouve, 1929).

Nous avons voulu compléter cet ensemble de données par l'étude comparative des variations de la teneur du sérum sanguin en globuline et en sérine au cours du scorbut aigu expérimental.

Technique. — Nous avons opéré, selon notre méthode habituelle, avec 48 Cobayes mâles, de poids moyen, répartis en trois lots :

Lot I : Cobayes recevant une ration naturelle équilibrée, composée de carottes, choux, son et pommes de terres cuites.

Lot II : Cobayes recevant un régime artificiel complet (régime scorbutigène de L. Randoin (¹) complété avec 3$^{cm^3}$ de jus de citron frais par animal et par jour.

Lot III : Cobayes recevant exclusivement le régime scorbutigène, qui détermine le scorbut aigu typique et la mort au bout de 28 à 32 jours.

Pour chaque détermination, le sang a été prélevé, par ponction cardiaque, sur deux ou trois animaux. Les dosages ont été effectués à partir du sérum selon le procédé gravimétrique de F. Kayser (²) (précipitation des protéines totales par l'alcool-acétone; précipitation de la globuline par le sulfate de magnésie à saturation; coagulation, en présence d'un peu de formol et au voisinage de son point isoélectrique, de la sérine contenue dans le filtrat).

Les résultats, groupés dans le tableau suivant, représentent déjà des moyennes pour deux ou trois individus.

Jours d'expérience.	Protéines totales pour 1000 cm³ de sérum.	Globuline pour 1000 cm³ de sérum.	Sérine pour 1000 cm³ de sérum.	Rapport : globuline / sérine.
Cobayes recevant le régime naturel (lot I).				
	g	g	g	
—	57,68	24,20	33,48	0,72
—	56,83	21,65	35,18	0,61
—	60,98	22,38	38,60	0,57
—	56,65	21,05	35,60	0,59
—	54,00	17,43	36,57	0,47
Moyennes....	57,23	21,34	35,89	0,59

(¹) Mme L. Randoin, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 5, 1923, p. 806.

A la suite de nos recherches sur l'élimination chlorurée, nous avons légèrement modifié le régime scorbutigène de L. Randoin (1^g de chlorure de sodium, au lieu de 1^g,50 pour 100). Voici la composition du régime : farine de haricots blancs, 83,5; levure de bière sèche, 3; graisse de beurre, 5,5; lactate de calcium, 5; *chlorure de sodium*, 1; papier filtre, 2.

(²) F. Kayser, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 4, 1930, p. 533.

Jours d'expérience.	Protéines totales pour 1000 cm³ de sérum.	Globuline pour 1000 cm³ de sérum.	Sérine pour 1000 cm³ de sérum.	Rapport : globuline / sérine.
Cobayes recevant le régime artificiel complet (lot II).				
21	58,40	25,87	32,53	0,79
28	54,80	20,44	34,36	0,59
30	55,24	18,67	36,57	0,51
39	56,65	21,98	34,67	0,63
Moyennes....	56,27	21,74	34,53	0,63
Cobayes privés de vitamine antiscorbutique (lot III).				
Début de l'avitaminose C.	61,31	25,41	35,90	0,70
	57,81	20,15	37,66	0,63
Moyennes....	59,56	22,78	36,78	0,66
Symptômes graves : période prémortelle.	44,10	11,00	33,10	0,33
	41,70	15,10	26,60	0,56
	41,80	14,91	26,89	0,55
	43,80	12,49	31,31	0,39
	42,79	9,07	33,72	0,26
	39,10	9,65	29,45	0,32
Moyennes....	42,21	12,03	30,18	0,40

Résultats et conclusions. — I. Chez le Cobaye adulte normal, 1000^{cm^3} de sérum sanguin renferment, en moyenne : 57^g *de protéines totales* (chiffres extrêmes : 54,0-60,9), *lesquelles comprennent :* $21^g,5$ *de globuline et* $35^g,3$ *de sérine;* le rapport $\frac{\text{globuline}}{\text{sérine}}$ est de 0,6 en moyenne, mais avec des oscillations assez étendues dans les deux sens (valeurs extrêmes : 0,47-0,79).

II. Chez le Cobaye privé de vitamine antiscorbutique, on ne constate tout d'abord aucune variation notable; mais, au cours de la période prémortelle, lorsque apparaissent les symptômes graves du scorbut aigu, il se manifeste une *baisse nette du taux des protéines totales* (de 57^g pour 1000^{cm^3} de sérum, la moyenne passe à 42^g).

III. L'abaissement du taux des protéines chez le Cobaye scorbutique est dû, pour une part assez faible, à la teneur en sérine qui, de 36^g pour 1000, descend à 30^g en moyenne; mais il est déterminé principalement par la *diminution importante de la teneur en globuline*, qui passe

de 25-20^{g} pour 1000 à 15-9^{g}, soit, en moyenne, de 22^{g} à 12^{g} de globuline pour 1000$^{cm^3}$ de sérum. Il s'ensuit que la valeur du rapport $\frac{\text{globuline}}{\text{sérine}}$, qui était de 0,6, s'abaisse à 0,4 (ici encore, les variations individuelles de la valeur du rapport sont importantes).

Il nous semble intéressant de rapprocher nos résultats relatifs à la sérum-globuline de ceux que nous avons obtenus, en 1929, en dosant, au cours de la période prémortelle du scorbut, le fibrinogène, autre globuline sanguine : celle-ci augmente (1), tandis que, parallèlement, la première diminue dans de notables proportions.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Venin des raies* (Tæniura) *du Rio Araguaya* (*Brésil*). Note de M. **J. Vellard**, présentée par M. M. Caullery.

Deux espèces de raies sont communes dans les eaux de l'Araguaya et de ses affluents : *Tæniura dumerilii*, la raie blanche des habitants de Goyaz, et *T. Mülleri*, la raie de feu. Les indiens Karajas les appellent Boeor'uh'ë et les indiens Cayapos Miéntie. Ces deux tribus se servent de l'éperon caudal des raies pour armer leurs flèches de guerre.

L'appareil venimeux de ces poissons est formé par deux grands éperons superposés, situés un peu au delà du milieu de la queue chez la première espèce, et près de l'extrémité chez la seconde. Les glandes sont logées dans les sillons latéraux inférieurs des éperons.

Le venin ne peut être obtenu à l'état pur. En raclant avec un scalpel la surface des sillons et en triturant le matériel recueilli dans de l'eau distillée ou de l'eau salée physiologique, on obtient une solution nettement acide au tournesol, riche en mucus, et très toxique. Évaporées à l'étuve à 37°C., les solutions laissent un résidu grisâtre, peu abondant, mélangé de mucus, se redissolvant lentement, et peu toxique. Les solutions glycérinées perdent également très vite leur activité.

Accidents. — Les raies de l'Araguaya causent de nombreux accidents graves : crampes locales très douloureuses, immobilisant le membre blessé; douleur très vive pendant plusieurs jours; volumineux œdème local avec formation d'une eschare entraînant des pertes de tissus plus ou moins

(1) Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *C. R. Soc. Biol.*, 100, 1929, p. 11.

grandes, parfois de plusieurs doigts ou de tout un pied. Les cas mortels existent, mais ils sont rares.

Étude expérimentale. — La plupart de mes expériences ont été réalisées avec le produit de raclage des éperons frais. Des expériences de contrôle ont été faites avec des solutions préparées avec des éperons desséchés ou glycérinés, ou en piquant directement les animaux avec des éperons entiers. Les deux espèces de *Tæniura* étudiées ont fourni des résultats comparables, bien que la raie de feu soit beaucoup plus redoutée que la raie blanche.

L'injection sous-cutanée ou intra-musculaire provoque une vive douleur, accompagnée de contractions musculaires localisées (grenouille), de tremblements plus ou moins étendus (chien) et même de convulsions cloniques généralisées (souris). Chez le chien, la température locale s'élève de 1 à 2°C.; la température rectale s'abaisse au contraire de 0°,5 à 1° C. Avec des doses mortelles, cette première période d'excitation et de douleur est suivie de paralysie flasque à début postérieur, se complétant rapidement; la sensibilité et les réflexes disparaissent. La mort est toujours rapide; les mouvements respiratoires se ralentissent et cessent un peu avant l'arrêt du cœur. Des doses non mortelles provoquent, au point de l'injection, une forte congestion locale et un gros œdème disparaissant en quelques jours, suivis d'une eschare d'étendue variable. On observe souvent une atrophie progressive de tous les muscles de la région, aboutissant à l'impotence complète du membre injecté.

Chez tous les animaux les troubles respiratoires sont constants et précoces; ils sont beaucoup plus marqués à la suite d'injection endoveineuses. Les mouvements respiratoires se ralentissent, deviennent très irréguliers, et leur amplitude augmente. La pression artérielle n'est pas modifiée. Les sécrétions salivaire, nasale, lacrymale, sont exagérées chez la plupart des animaux (chiens, lapins, pigeon); le crapaud peut présenter une exsudation généralisée du venin.

Les différents animaux étudiés, mammifères, oiseaux, reptiles et batraciens, se sont tous montrés très sensibles à ce venin. L'injection intra-musculaire du produit de raclage de 1/4 d'éperon tue en 10 à 20 minutes un *Bufo granulosus* de 30g; 1/4 d'éperon tue une *Paludicola* (7g); la souris (30g) et le lézard succombent en 30 à 40 minutes avec 1/4 d'éperon et en 10 minutes avec 1/2 éperon. Le chien résiste en général à l'injection du produit d'un éperon entier. La voie veineuse et la voie rachidienne sont plus sévères.

La grande dilution du venin dans les solutions diminue beaucoup son

activité; la blessure faite directement avec l'éperon entier est plus sévère et le chien succombe presque toujours. L'ébullition pendant 5 minutes, les acides forts, l'alcool détruisent l'action toxique du venin; les solutions conservées à basse température (+ 5°C.) perdent leur activité en quelques jours.

In vitro, le venin des *Tæniura* est dépourvu de propriétés hémolytiques ou coagulantes; son action protéolytique est accusée.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Étendue sur laquelle est altérée l'acuité visuelle centrale lorsqu'un objet très brillant est contigu au test à définir.* Note (1) de M. **Émile Haas**, présentée par M. A. Desgrez.

L'*éblouissement*, dont il ne semble pas que l'on trouve nulle part de définition satisfaisante, peut, selon nous, être dit l'ensemble des désordres occasionnés dans l'*appareil* visuel par l'excès ou par la mauvaise répartition du flux lumineux au niveau de la rétine, pour un état donné d'adaptation du fond.

Je distinguerai dans l'éblouissement deux stades successifs. Le premier, qui provoque les défenses organiques, et notamment la constriction pupillaire, ne dure que les quelques dixièmes de seconde nécessaires à ces réactions. Le second stade lui succède aussitôt, constituant un état quasi permanent, tant que rien ne change dans la valeur ni dans la répartition du flux éblouissant.

Le premier stade intéresse surtout la physiologie pure. Sa courte durée réduit son importance dans les applications pratiques. Sa mesure ne peut guère se faire que par la constriction pupillaire, ce qui comporte des difficultés et des incertitudes.

Dans certaines conditions, le premier stade étant accompli, tout désordre cesse. On peut donc dire que les défenses ont été suffisantes, et que l'éblouissement réduit à ce premier stade ne mérite pas son nom : c'est seulement un passage nécessaire au maintien de l'état d'équilibre mobile auquel on a donné le nom d'adaptation.

D'autres fois les défenses sont impuissantes à empêcher l'établissement de désordres permanents. En un mot le second stade est établi, l'éblouissement est constitué.

C'est la forme sous laquelle il est le plus intéressant pour les applications

(1) Séance du 4 mai 1931.

pratiques. Il est naturel alors de le mesurer par l'altération des fonctions rétiniennes élémentaires, sens des formes ou acuité visuelle, sensibilité différentielle, sensibilité lumineuse brute.

A ces critères *numériques*, que l'on aurait dû choisir *a priori*, se confient de plus en plus les auteurs, après s'être attachés à l'étude de malaises non mensurables, et de réactions psycho-motrices, dans lesquelles interviennent trop de variables étrangères.

Je me propose de donner, dans cette Note, certains résultats expérimentaux relatifs à l'acuité visuelle centrale, au stade d'éblouissement constitué, lorsque, au voisinage immédiat du test à définir, se trouve une plage d'extrême brillance, plus ou moins étendue.

Le dispositif consiste dans une lentille formant, sur un trou percé dans une plaque opaque, l'image d'un ruban de tungstène incandescent. On sait que, dans ces conditions, l'œil placé derrière le trou perçoit toute la surface de la lentille comme si elle avait la brillance même de la source.

Le diamètre du trou est inférieur au plus petit des diamètres que puisse prendre la pupille, ce qui élimine l'influence des variations de cette dernière. S'il est complètement couvert par l'image de la source, on peut calculer l'éclairement de l'image rétinienne.

Un jeu de diaphragmes placés derrière la lentille et à son contact modifie l'aire des images rétiniennes sans modifier leur éclairement. On peut déplacer, dans le plan vertical tangent à la surface antérieure de la lentille, un test formé de caractères typographiques sur fond blanc, éclairé de façon indépendante, par réflexion, et dont la hauteur de caractères correspond à une acuité donnée.

Voici les résultats d'une série d'expériences faites avec une brillance de 7 à 800 bougies par centimètre carré, un trou de $1^{mm},5$, un test dont les interjambages sont vus sous un angle de $2'30''$, éclairé par 60 lux, et placé à 400^{mm} de l'œil :

Avec des aires éblouissantes circulaires vues sous des diamètres apparents de 6:400, 5:400, 4:400, 3:400, 2:400, 1:400, le test *contigu* à l'aire devient impossible à définir sur des étendues respectivement égales à plus de 40:400, à 30:400, à 20:400, à 17:400, à 6:400, à 1:400.

Si l'aire éblouissante est rectangulaire, avec son grand côté vertical, constamment vu sous 40:400, on observe, quand le petit côté prend les valeurs 3:400, 2:400, que le test contigu est illisible sur plus de 40:400, c'est-à-dire que la vision des formes est inhibée sur toute la macula.

L'étendue de l'effet perturbateur est donc liée à l'aire de la surface rétinienne éblouie et croît dans le même sens que cette aire.

D'autres expériences m'ont fait voir que cette étendue s'accroît, pour des aires éblouissantes égales, lorsque décroît l'éclairement du test.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Action du sang sur le chlorhydrate de morphine*. Note (¹) de MM. **A. Leulier** et **B. Drevon**, présentée par M. H. Vincent.

Nous avons montré (²) que la morphine pouvait être transformée en pseudomorphine ou oxydimorphine par un peroxyde minéral en présence de sérum sanguin.

Ce sont des phénomènes analogues que l'on observe avec le sang fluoré, citraté ou encore hémolysé par une trace de saponine ou laqué par dilution dans l'eau distillée. Cette transformation se réalise soit par simple contact, soit avec passage d'un courant lent d'oxygène.

Pour réaliser ces expériences nous avons mélangé 20^{cm^3} de sang avec $0^g,20$ de chlorhydrate de morphine en solution aqueuse à $1/20^e$. Mais, dans ce cas particulier, pour isoler la pseudomorphine dont on ne peut suivre la précipitation comme cela se produit pour les sérums étudiés précédemment, il n'est pas possible de recueillir les produits de la réaction par simple centrifugation. Il faut traiter le sang par un volume égal de solution aqueuse d'acide trichloracétique à 20 pour 100. Le trichloracétate d'oxydimorphine formé est suffisamment soluble, dans ces conditions, pour permettre une caractérisation nette. En effet le filtrat trichloracétique neutralisé par le bicarbonate de soude laisse d'abord déposer l'oxydimorphine qui, par agitation, forme au sein du liquide des ondes moirées. A ces dilutions la morphine non transformée précipite beaucoup plus tardivement. Il devient donc facile de recueillir la base par centrifugation et de la caractériser par les moyens mis en œuvre pour les sérums, soit : forme cristalline du sulfate biréfringent et de la base carrée sans biréfringence, coloration verte donnée par action successive de l'eau oxygénée et de l'acide sulfurique formolé et enfin coloration rouge persistante à chaud, donnée par action successive du trioxyméthylène et de l'acide sulfurique concentré.

Dans ces conditions on constate que la morphine s'oxyde si rapidement, en présence de sang humain, que la réaction peut être considérée comme instantanée. Mais, quelle que soit la durée du contact, toute la morphine n'est pas totalement transformée même avec passage d'un courant lent

(¹) Séance du 4 mai 1931.

(²) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1129.

d'oxygène. Qualitativement les résultats apparaissent semblables en présence d'air ou d'oxygène.

Comme on sait que le sérum traité de la même façon ne provoque pas de phénomènes d'oxydation, mais seulement une précipitation de la base, il semble bien que c'est l'oxyhémoglobine qui intervient dans cette réaction.

En effet, si l'on rend l'hémoglobine incapable de fixer de l'oxygène en la transformant en carboxyhémoglobine par action prolongée, sur le sang, de gaz d'éclairage (3 heures), on constate que ce liquide n'est plus capable de transformer la morphine. Mais on peut lui rendre ses propriétés oxydantes en soumettant le sang oxycarboné à un courant d'oxygène pendant 3 heures, ce qui régénère, d'après Nicloux, 50 pour 100 de l'oxyhémoglobine.

En résumé il nous semble permis d'affirmer que le sang est capable d'oxyder le chlorhydrate de morphine.

L'agent oxydant paraît dans ce cas être l'oxyhémoglobine dont l'action peut se comparer à celle du peroxyde d'hydrogène agissant en présence de sérum sanguin. Par contre elle diffère du suc de Russule puisque avec ce dernier au lieu de l'oxydimorphine elle-même, on obtient le chlorhydrate de la base.

Ces expériences nous paraissent susceptibles d'éclairer le problème des destinées de la morphine injectée dans l'organisme et sont en désaccord avec celles que rapporte Launoy [1] et qui tendraient à prouver que la morphine mélangée à du sang de lapin n'est pas détruite après 1 heure.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Spécificité et structure chimique.* Note de M. **H. Bierry**, présentée par M. A. Desgrez.

On admet que la vie des êtres vivants se constitue par l'évolution chimique des substances contenues dans les plasmas, des protides, en particulier. Il est admis que ces protides sont spécifiques; J. Lœb assigne même aux seuls protides le rôle de porteurs de la spécificité de l'espèce. Ceci, sans preuves biochimiques, uniquement pour des raisons empruntées à l'étude des propriétés des humeurs : phénomènes d'anaphylaxie, formation de précipitines, etc. On ignore, par contre, en quoi les albumines du sang de cheval, par exemple, diffèrent des albumines de même origine chez le chien.

---

(1) Launoy, *Cours de Pharmacodynamie*, fasc. IV, p. 90 (R. Guillon, éditeur, Paris).

Toutefois, comme certaines protéines : gélatine, zéine, etc., ont une valeur biologique différente de celle des protéines dites complètes, il y a toute raison de conclure que la différence de composition chimique est responsable de l'action biologique. Hopkins, Osborne et Mendel, par leurs expériences, ont donné, du reste, une base solide à cette conclusion.

Il semble donc logique de comparer la structure chimique des constituants plasmatiques, et d'essayer de déterminer ceux qui ont une individualité pour une espèce ou un genre. Les éléments, en effet, qui présenteront des changements, avec la variation des espèces, pourront être regardés comme des supports de la spécificité.

Dans la composition des protéides du plasma sanguin entre un complexe glucidique (sucre protéidique) auquel on peut associer un caractère biochimique. L'étude des rapports, entre la teneur en sucre protéidique des protides et la teneur en carbone et azote de ces mêmes protides : $\frac{\text{C. protéidique}}{\text{S. protéidique}}$ et $\frac{\text{N. protéidique}}{\text{S. protéidique}}$, conduit à envisager une structure différente des protides du plasma sanguin chez les différentes espèces (Bierry et Vivario).

J'ai déjà signalé que les albumines hématiques de certains invertébrés renferment plus de sucre protéidique que les albumines plasmatiques des Mammifères; en outre la nature même du sucre protéidique en est différente. Si l'on arrivait à montrer que, dans le plasma des animaux supérieurs, le sucre protéidique varie non seulement en quantité, mais en qualité, on aurait fourni une preuve effective de la spécificité des protéines du sang.

Tout d'abord, en ce qui concerne les animaux envisagés : cheval et chien, les albumines du premier sont plus riches en sucre protéidique que celles du second; de plus la composition du complexe glucidique ne semble pas la même.

Par traitement méthodique des protides plasmatiques du cheval, on obtient un polyholoside (¹) non réducteur. Ce polyholoside, par clivage ménagé ou fort, donne naissance à des glucides réducteurs et dextrogyres. Deux hexoses : *d*-mannose et *d*-galactose et un aminohexose : *d*-glucosamine, sont libérés dans l'hydrolyse forte. Il est possible de doser la totalité des constituants, ou seulement certains éléments : mannose, glucosa-

(¹) H. Bierry, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 240.

mine, etc. L'aminohexose se trouve en assez forte proportion ; il représente (exprimé en glucose) environ le quart du pouvoir réducteur total.

Un polysaccharide peut également être retiré des protéides du plasma (artériel ou veineux) de chien. De recherches poursuivies sur les albumines provenant de plusieurs individus, traitées séparément, il ressort que ce polysaccharide ne paraît pas renfermer d'aminohexose, tout au moins chez les sujets étudiés jusqu'ici.

En résumé, les protides du plasma sanguin des divers animaux renferment une copule hydrocarbonée (sucre protéidique) comme constituant moléculaire; des structures glucidiques différentes peuvent d'autre part être observées avec diverses albumines. Ces faits établissent une relation évidente entre l'individualité chimique et la spécificité zoologique. Dès lors, le problème de la spécificité apparaît plus complexe qu'on ne pensait, puisque la molécule d'albumine porte déjà la marque chimique imprimée par l'espèce.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Le système dynamique des plantes fondé sur la théorie de la participation.* Note de M. **Bunzô Hayata**, présentée par M. L. Blaringhem.

En opposition avec les opinions généralement admises, nous affirmons, d'après notre système dynamique des plantes :

a. Que les ancêtres étaient aussi nombreux que les espèces actuelles ;

b. Que les ancêtres aussi bien que les descendants étaient et sont encore reliés les uns aux autres à la façon de réseaux ou nœuds des mailles d'un filet.

Je laisse de côté la première affirmation pour ne m'occuper que des relations comparables à des réseaux entre deux espèces ou plusieurs espèces. Examinons le système des Dicotylédones, adopté par Engler. Rangeons verticalement les ordres appartenant à la sous-classe Archichlamydées du côté gauche et les ordres de sous-classe Metachlamydées à droite. Nous découvrons alors ce fait inattendu que plusieurs ordres de la colonne de gauche ont des relations intimes avec les ordres classés au même niveau dans l'autre colonne, par exemple, les Ombellifères avec les Rubiacées. Mêmes relations pour les ordres des Fougères, des Mousses, des Champignons, des Algues. Généralisons : il existe dans le monde des plantes des

relations comparables à celles d'une chaîne et d'une trame dans un tissu, ou mieux et plus généralement des relations à plis.

Des relations verticales et transversales analogues ont été constatées pour les éléments chimiques et sont résumées dans la loi périodique de Mendéléjeff. Après avoir constaté la nature des relations entre deux ordres ou genres adjacents, nous trouvons qu'il n'y a pas de changement gradué, mais des changements discontinus, comme pour les composés chimiques expliqués par la théorie des quantités. Ces relations comparables à des réseaux ainsi que les changements discontinus parmi les espèces de plantes sont des faits impossibles à expliquer par la théorie darwinienne. Au lieu de changements gradués nous avons des mutations, et des relations comparables à celles des éléments qui constituent un filet doivent être substituées à celles qu'exprime l'arbre phylogénétique classique.

D'après la loi mendélienne les différences entre espèces doivent être attribuées à des répartitions différentes de gènes. Les homozygotes en F_2 sont regardées comme des espèces permanentes et invariables, sauf le cas de mutation; elles ne trahissent par aucun signe leurs origines, qu'elles dérivent directement des espèces paternelle ou maternelle ou encore d'un hybride.

Si la loi mendélienne est vraie, l'emploi de la méthode phylogénétique dans la taxonomie n'est qu'illusion. Les criteria systématiques doivent alors être basés sur les ressemblances et les différences constitutionnelles, c'est-à-dire sur la composition génétique des espèces.

En tenant compte de la participation et de la répartition des gènes, les méthodes de classification doivent être nombreuses; par exemple, pour classer 8 espèces, représentées par (1) ABC, (2) AB*c*, (3) A*bc*, (4) *a*BC, (5) *ab*C, (6), A*b*C, (7) *a*B*c* et (8) *abc*, il y a trois méthodes possibles et équivalentes, c'est-à-dire qu'aucune d'elles n'a la prétention d'être supérieure à l'autre. La classification naturelle à notre avis doit tenir compte de toutes les possibilités de classement et synthétiser, dans le cas qui nous occupe, les trois méthodes différentes. Cette manière d'envisager le système naturel comme une synthèse des méthodes possibles et très nombreuses de groupement est en quelque sorte dynamique et nous avons proposé d'appeler le système ainsi construit le système dynamique.

Enfin pourquoi les plantes montrent-elles des relations comparables aux éléments des filets et trahissent-elles les changements discontinus auxquels il a été fait allusion? Pour répondre à cette question, nous avons formulé

une théorie, appelée la théorie de la participation, qui bien que formant un tout sera décomposée en deux autres, à savoir : la théorie de la participation mutuelle (ou de la coopération) des gènes et la théorie de la répartition mutuelle des gènes. Les différents gènes prennent part à la production d'une espèce ou d'un organe; d'autre part, des espèces ou organes différents montrent la répartition des mêmes gènes, en proportions semblables ou différentes.

La conception générale qu'une espèce est une chose ou une unité ne nous paraît pas justifiée; une espèce n'est pas une unité, mais une agrégation de plusieurs unités. Tous les individus (toutes les espèces) possèdent des gènes innombrables et représentent des phénomènes divers, suivant que les gènes sont apparents ou latents, ou selon les différentes combinaisons ou séparations des gènes. Tous les individus (les espèces aussi) doivent être considérés au point de vue de l'universalité et au point de vue de la particularité. L'universalité des individus (et des espèces) dérive de ce fait que tous possèdent des gènes divers, dont les proportions changent, égales à un moment donné et différentes à un autre, c'est pourquoi tous sont les mêmes en leur nature éternelle. La particularité des individus est rendue compréhensible par la différence des apparitions phénoménales des gènes, dues aux combinaisons différentes de ces derniers.

Nous avons toujours parlé d'être réel et d'apparition phénoménale, d'individu et de gènes, indépendamment l'un de l'autre, mais en réalité les deux devraient seulement se concevoir en leur identité et en leur unité, puisqu'ils sont inconcevables indépendamment l'un de l'autre. Et c'est là le point le plus important de notre théorie : entité réelle et apparence phénoménale ne peuvent jamais être séparées l'une de l'autre. Là où il y a réalité il y a nécessairement apparence de cette réalité. Entité et apparence forment un tout indivisible. L'une ne peut pas se comprendre sans l'autre.

En résumé, le premier concept — à savoir qu'un individu (ou une espèce) n'est pas la manifestation d'une qualité seule, mais un composé de choses différentes produites par la coopération des gènes distincts — est appelé la théorie de la coopération mutuelle des gènes. L'autre — à savoir que les relations d'analogie ou de divergence des individus (ou des espèces) trahissent la répartition, selon des proportions différentes, des mêmes sortes de gènes en apparition phénoménale dans les individus — est appelé la théorie de la répartition mutuelle des gènes. Les deux théories réunies forment la théorie de la participation.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action hypoglycémiante des bulbes de* Allium Cepa *L.* Note de M. **J. Laurin**, présentée par M. A. Béhal.

Un certain nombre d'expériences en collaboration avec M. M.-M. Janot[1] ont été rapportées, permettant de conclure à l'action hypoglycémiante d'extraits de Bulbes stabilisés de *Allium Cepa* L. Nous nous proposions ensuite de chercher à quel groupe chimique devait être rapportée cette action. Nous apportons dans cette Note les premiers résultats relatifs à l'influence des lipides et à celle des glucides.

Dans tous les cas on injecte par voie sous-cutanée à un lapin à jeun, du poids de 1800 à 2200^g, 5$^{cm^3}$ de solution à examiner. Et par prélèvements faits au temps initial et 17, 23 et 42 heures après l'injection, on étudie les variations en corps immédiatement réducteurs du sang, prélevé par ponction intracardiaque, en utilisant la méthode de G. Bertrand appliquée au microdosage par L. de Saint-Rat et J. Ronfaut [2].

a. Influence des lipides. — On injecte 5$^{cm^3}$ d'un extrait dégraissé par l'éther et correspondant à 30^g,40 de bulbes frais.

Matières réductrices (en glucose) [mg/100$^{cm^3}$ de sang].

Lapins.	Taux initial.	Taux après injection. 17 h.	23 h.	42 h.
♂	113	74	126	90
♀	112	84	100	109

Sans multiplier les essais, on constate qu'en l'absence des graisses (et de l'essence soluble dans l'éther) cette préparation conserve son action hypoglycémiante primitive.

b. Influence des glucides. — Pour étudier l'action des sucres, j'ai employé la dialyse à travers une membrane animale (cæcum de mouton) qui a permis d'obtenir à partir d'un extrait, dont l'action hypoglycémiante avait été vérifiée, deux parties I et II.

I partie ne dialysant pas et privée des glucides.

II dialysat contenant les glucides.

L'injection de 5$^{cm^3}$, correspondant à 31^g,25 de bulbes frais, de chacune de ces deux parties a donné les résultats suivants :

(1) M.-M. Janot et J. Laurin, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1098.

(2) L. de Saint-Rat et J. Ronfaut, *Bull. Sc. Pharm.*, 27, 1920, p. 289.

Matières réductrices (en glucose) [mg/100$^{cm^3}$ de sang].

Lapins.	Extraits.	Taux initial.	Taux après injection. 17 h.	23 h.	42 h.
♀	I	99	66	88	88
♀	I	76	60	73	-
♂	I	121	82	121	-
♂	I	100	91	132	-
♂	II	80	110	87	117
♀	II	95	94	123	-
♂	II	88	122	88	88
♀	II	95	100	91	98

L'extrait I, débarrassé des glucides, s'est donc encore montré très nettement hypoglycémiant; il sera étudié à nouveau.

Les glucides semblant cependant provoquer un déséquilibre dans la glycémie, j'ai étudié l'action produite par l'injection de 5$^{cm^3}$ de solution sucrée à 26^g,50 pour 100, concentration à laquelle se trouvent ces composés dans les extraits.

1° Action d'une solution à 26^g, 50 pour 100 à parties égales de glucose et de mannose, glucides identifiés dans les extraits :

Matières réductrices en glucose (mg 100$^{cm^3}$ de sang).

Lapins.	Taux initial.	Taux après injection. 17 h.	23 h.	42 h.
♂	108	55	81	98
♂	91	58	65	92
♀	116	78	93	–
♀	81	94	68	81
♀	109	96	75	70

2° Action de solutions de glucides purs à 26^g,50 pour 100, soit pour $C^6H^{12}O^6$ une concentration moléculaire de 0^{mol},15 pour 100 (théorie : 27,01) :

Matières réductrices en glucose (mg/100$^{cm^3}$ de sang).

Lapins.	Sucres.	Taux initial.	Taux après injection. 17 h.	23 h.	42 h.
♂..........	mannose	163	94	94	124
♂..........	»	109	95	82	117
♂..........	»	108	96	94	108
♂..........	»	80	78	61	84
♂..........	»	78	83	68	106
♂..........	glucose	72	90	70	90
♂..........	»	85	82	76	95
♀..........	»	119	73	79	126
♂..........	»	122	–	113	141
♂..........	»	116	–	98	72
♀..........	lévulose	85	77	95	77
♂..........	»	93	82	98	127
♂..........	»	117	83	88	107
♂..........	»	84	100	68	93
♂..........	»	82	97	84	109

L'injection de ces solutions sucrées provoque donc un déséquilibre de la glycémie chez le lapin. Le mannose semble avoir une action hypoglycémiante assez nette dans les 23 heures suivant l'injection.

Je me propose de continuer l'étude de l'action des glucides sur la glycémie, tout en cherchant à déterminer quelle peut être la partie active des extraits.

THÉRAPEUTIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Mécanisme de l'action des amines sympathomimétiques*. Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

Parmi les substances qu'on a accoutumé de ranger dans le groupe des amines sympathomimétiques, il en est plusieurs dont l'action diffère beaucoup de celle de l'adrénaline.

D'après Barger et Dale (¹) le système nerveux sympathique étant constitué par des éléments moteurs et des éléments inhibiteurs, chaque amine sympathomimétique aurait des affinités en proportions inégales pour ces deux catégories d'éléments.

(¹) G. Barger et H. H. Dale, *Journal of Physiology*, **41**, 1910, p. 19-59.

Pour Kreitmair ([1]) les amines sympathomimétiques exciteraient à la fois le vague et le sympathique. Pour chaque amine, il y aurait ainsi deux seuils d'excitation particuliers et plus ou moins distants l'un de l'autre, le premier pour le sympathique, le second pour le vague.

De très nombreux auteurs, parmi lesquels nous citerons Nagel ([2]), Nakamura ([3]), Fujita ([4]), Tainter ([5]), Okazaki ([6]) et Bun-Ichi Asama ([7]), ont attribué aux amines sympathomimétiques une double action, la première s'exerçant sur le système nerveux sympathique (action sympathicotrope), la seconde sur la fibre lisse (action musculotrope).

Enfin Schretzenmayr ([8]) a conclu de ses expériences que l'éphédrine et la tyramine (amines sympathomimétiques dont l'action avait été considérée jusqu'alors comme très différente de celle de l'adrénaline) ont, tout au moins en ce qui concerne leurs effets vasculaires, le même point d'attaque que l'adrénaline.

Aucune de ces hypothèses ne permettant d'interpréter la totalité des faits observés, on peut admettre que, malgré le très grand nombre de travaux qui ont été consacrés à l'étude de ce problème dont l'intérêt pharmacologique et pharmacodynamique est incontestable, on ignore encore le mécanisme de l'action des substances communément désignées sous le terme d'amines sympathomimétiques.

Nous avons réussi à démontrer que l'hordénine, qu'on avait rangée, quoique un peu dubitativement, dans le groupe des amines sympathomimétiques, a une action nicotinique marquée ([9]), mais qu'en outre elle a une seconde action qui, nous l'avons reconnu récemment, est adrénalinique L'hordénine nous ayant ainsi fourni le premier type connu d'une substance

---

([1]) H. Kreitmair, *Archiv für exp. Pathologie u. Pharmakol.*, 120, 1927, p. 189-228.

([2]) A. Nagel, *Archiv für exp. Pathologie u. Pharmakol.*, 110, 1925, p. 129-141.

([3]) M. Nakamura, *Tohoku Journ. of Experim. Med.*, 6, 1925, p. 367-389.

([4]) M. Fujita, *Okayama Ig. Kw. Z.*, 39, 1927, p. 197-242 et 400-429.

([5]) M. L. Tainter, *Journ. of Pharmacol.*, 36, 1929, p. 29-54 et *alibi*.

([6]) T. Okazaki, *Japan Journ. of Med. sc.*, IV, *Pharmacol.*, 4, 1930, p. 8-9.

([7]) Bun-Ichi Asama, *Archiv für exp. Pathologie u. Pharmakol.*, 153, 1930, p. 161-186.

([8]) A. Schretzenmayr, *Archiv für exp. Pathologie u. Pharmakol.*, 152, 1930, p. 210-228.

([9]) Raymond-Hamet, *Archiv für exp. Pathologie u. Pharmakol.*, 158, 1930, p. 187-197.

possédant à la fois une action adrénalinique et une action nicotinique, nous avons recherché si les amines voisines n'étaient pas douées elles aussi de ces deux actions.

Comme critère pratique de l'action nicotinique, nous avons choisi l'effet qu'ont les substances étudiées sur la musculature circulaire de l'intestin grêle *in situ*. Nous avons en effet montré précédemment ([1]) que l'action intestinale de la nicotine, très différente de celle de l'adrénaline, est tout à fait particulière, l'alcaloïde du tabac provoquant un spasme violent de la musculature circulaire de l'intestin grêle suivi d'un relâchement de cette musculature avec inhibition plus ou moins durable des contractions. Cet effet de la nicotine est supprimé par la spartéine.

Pour déceler une action adrénalinique en présence d'une action nicotinique, nous avons dû adopter une technique plus compliquée. Nous nous sommes d'abord assuré que, chez l'animal qui a reçu une dose suffisante de spartéine pour abolir l'effet hypertenseur d'une dose moyenne de nicotine, la substance étudiée provoque encore de l'hypertension. Nous avons admis que cette hypertension rémanente était de nature adrénalinique quand elle était inversée par la yohimbine.

Nous avons pu ainsi constater que de nombreuses amines sympathomimétiques, en particulier la tyramine et la phényléthylamine, possèdent à la fois une action adrénalitique et une action nicotinique. Le rapport entre l'intensité de ces deux actions paraissant particulier à chacune des amines sympathomimétiques étudiées, on peut, suivant la valeur de ce rapport, répartir ces substances en une série commençant à l'adrénaline qui paraît n'avoir qu'une action sympathomimétique et finissant à l'hordénine dont l'action nicotinique est extrêmement forte. Notons, en particulier, que la phényléthylamine a une action nicotinique plus faible que l'hordénine, mais plus forte que la tyramine.

Notre interprétation du mécanisme de l'action des amines sympathomimétiques permet d'expliquer plusieurs phénomènes considérés jusqu'alors comme paradoxaux, en particulier la non-inversion par l'ergotamine de l'action motrice, tant utérine qu'intestinale de certaines d'entre ces amines. Tokieda ([2]) a signalé, en effet, que les alcaloïdes de l'ergot suppriment

---

([1]) Raymond-Hamet, *Archives internationales de Pharmacodynamie*, 38, 1930, p. 383-397.

([2]) K. Tokieda, *Folia pharmacol. japon*, 5, 1927, p. 135-166.

complètement les effets de l'adrénaline sur l'intestin et sur l'utérus, mais non ceux de la nicotine.

Ajoutons que Dale [1] a pu démontrer que les substances du groupe de la choline possèdent à la fois une action muscarinique et une action nicotinique, c'est-à-dire excitent les terminaisons du parasympathique (action muscarinique) et les ganglions du système nerveux végétatif (action nicotinique). Nos recherches révèlent l'analogie singulière qui existe entre ces substances et les amines sympathomimétiques, celles-ci excitant à la fois les terminaisons du sympathique (action adrénalinique) et les ganglions du système nerveux végétatif (action nicotinique).

A 16h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

A. Lx.

---

(1) H. H. Dale, *Journal of Pharmacology*, 6, 1914, p. 184-186.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1931.

Deux heures de physique. II. *Structure de l'électricité*, par F. WOLFERS. Paris, Éditions Kra, 1931; 1 vol. 19^{cm}.

Université libre de Bruxelles. Inauguration solennelle du groupe de constructions universitaires offertes par la C. R. B. Educational Foundation et des bâtiments de l'École de Médecine offerts par la Rockefeller Foundation; 23, 24 et 25 juin 1930; Bruxelles, Éditions de la *Revue de l'Université*, 1930; 1 fasc. 24^{cm},5.

Déduction rationnelle de la loi de la gravitation et solution du problème de N-corps. La dynamique planétaire et satellitaire réduite en général à une solution simple et rationnelle, par OLOF HÖGBERG. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 fasc. 24^{cm},5.

La lutte contre le Varon en Algérie, par ROBERT ATHIAS. Alger, Imprimerie Moderne, 1931; 1 fasc. 23^{cm},5.

Memoria de la Excursion cientifique a Nueva Palmira (Abril de 1927). *Apartado de la Revista de la Sociedad « Amigos de la Arqueologia »*, tomo IV, 1930; par MARIO A. FONTANA. Montevideo, El Siglo Ilustrado, 1930; 1 fasc. 27^{cm},5.

Encyclopédie photométrique. Ve Section : *Mesures sur l'émission*. IV. *Traité de pyrométrie optique*, par GUSTAVE RIBAUD. Paris, Éditions de la *Revue d'optique théorique et instrumentale*, 1931; 24^{cm},5.

Contribution à la géologie de l'Angola. Les Ammonites de Salinas, par M. H. DOUVILLÉ. In *Boletin do Museu de Mineralogia e Geologia da Faculdade de Sciencias de Lisboa*. Lisboa, Oficina grafica, L^{da}, 1931; 1 fasc. 24^{cm},5.

Dixième conférence de l'Union internationale de Chimie. Liège 14-20 septembre 1930. *Rapports sur les hydrates de carbone (glucides)*. Paris, Union internationale de Chimie. s. d.; 1 vol. 27^{cm}.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 20 avril 1931.)

Note de M. *G. A. Mokrzycki*, Détermination du combustible nécessaire pour atteindre le plafond pratique :

Page 925, formule (3), *lire* $v_0 = \frac{W_0 - W_{e_0}}{P_H + C_0}$.

Page 926, ligne 4, formule (4), *lire* $dC = A(P_H + C_0)\frac{1 + mz}{1 + nz}dz$; ligne 6, *lire* $C_0 = A(P_H + C_0)J$; ligne 8, formule (5), *lire* $C_0 = \frac{P_H}{\frac{1}{AJ} - 1}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 26 MAI 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau un Ouvrage de M. Paul Brière : *Le vice-amiral E. Fournier, marin, diplomate, savant.*

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Immunité consécutive à une atteinte naturelle et guérie de trachome contre une réinoculation expérimentale du virus.* Note (1) de MM. **Charles Nicolle** et **Ugo Lumbroso**.

Dans l'état actuel, encore obscur, de nos connaissances sur l'étiologie du trachome, il est bon de poser des jalons en vue du contrôle des acquisitions futures.

Nous nous sommes demandé si une atteinte naturelle de trachome vaccinait les conjonctives contre une réinoculation expérimentale.

Il nous a été facile de choisir, parmi les anciens trachomateux soumis à notre examen, deux sujets présentant des conjonctives entièrement cicatricielles et définitivement indemnes de toute granulation. Ces deux sujets ont été soumis à l'inoculation d'un virus, recueilli sur un enfant atteint de trachome floride non traité. Avec le même virus, nous avons inoculé un sujet témoin (aveugle).

Expériences :

Premier sujet. — Trachome ancien, guéri; conjonctives cicatricielles. Il reçoit le 9 février, sous la conjonctive inférieure de l'œil droit, quelques gouttes de suspen-

(1) Séance du 18 mai 1931.

sion en eau physiologique du virus trachomateux broyé; en outre, on pratique des scarifications des deux conjonctives du même œil. Les examens, pratiqués depuis la date de l'inoculation jusqu'au 17 avril, ont montré l'absence de toute granulation.

Second sujet. — Trachome ancien, guéri; conjonctives cicatricielles. Même expérience (à la date du 29 février) que sur le premier sujet. Même résultat négatif.

Témoin. — Conjonctives normales. Ce sujet avait reçu, du 16 février au 10 mars, trois inoculations intraveineuses d'une culture de *B. granulosis*, souche Olitski (au total, 750000 germes vivants); les conjonctives étaient restées normales.

Le 29 mars, il reçoit, sous la conjonctive inférieure de l'œil droit, quelques gouttes d'émulsion du même virus que les sujets 1 et 2. Le 5 avril (8e jour), examen conjonctival négatif. Le 17 avril (20e jour), on constate l'existence de granulations encore petites, mais typiques, couvrant la surface des deux conjonctives de l'œil inoculé.

Conclusions. — Ces expériences montrent :

1° Tout d'abord, que l'inoculation intraveineuse, bien que répétée, de cultures vivantes du *B. granulosis*, souche Olitski, ne vaccine pas contre l'inoculation ultérieure du virus trachomateux;

2° Qu'une première atteinte de trachome naturel, ayant laissé à sa suite, après guérison, un état cicatriciel total des conjonctives, met le sujet à l'abri des effets d'une réinoculation expérimentale d'un virus, très actif pour un sujet neuf.

En outre, lorsque de nouveaux essais les auront confirmées, ces expériences fourniront la base d'une méthode précieuse, apte à reconnaître si le trachome est dû à un virus mondial unique ou à plusieurs virus et, par conséquent, à juger le rôle des germes divers qu'on pourrait suspecter comme agents du trachome dans les diverses régions du monde où ils seront isolés. Il suffira, pour trancher la question, de pratiquer des réinoculations croisées sur des trachomateux à conjonctives cicatricielles d'un pays avec le virus ou les cultures isolées en provenance d'un autre pays. Ce procédé peut être d'une application prochaine.

ÉLECTIONS.

M. **Arnold Frédéric Holleman** est élu Correspondant pour la Section de Chimie par 39 suffrages contre 1 à M. *Vladimir Ipatieff* et 1 à M. *S. P. L. Sörensen*.

CORRESPONDANCE.

M. **Simon Flexner**, élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à lui désigner deux de ses membres qui feront partie du *Conseil de Perfectionnement de l'École Polytechnique* en remplacement de MM. Deslandres et Le Chatelier rééligibles.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Héraclite d'Éphèse. *Doctrines philosophiques*, traduites intégralement et précédées d'une Introduction par Maurice Solovine. (Présenté par M. G. Urbain.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces* W. Note [1] de M. **Long**, présentée par M. Hadamard.

x_1, x_2, x_3 étant les coordonnées d'un point M d'une surface (S), $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ les cosinus directeurs de la normale en M à (S), si l'on pose

$$\Sigma x_u^2 = H^2, \qquad \Sigma x_v^2 = L^2, \qquad \Sigma \alpha_u^2 = h^2, \qquad \Sigma \alpha_v^2 = l^2,$$

u et v étant les paramètres des lignes de courbure de (S), on peut, par un choix convenable de u et v ne modifiant pas les courbes coordonnées, traduire la définition d'une surface W par la relation

$$\text{(E)} \qquad hL - lH = 1.$$

Supposons en effet qu'une surface soit W. On a les relations

$$\text{(1)} \qquad \frac{l_u}{l} = \frac{R_u}{r - R}, \qquad \frac{h_v}{h} = \frac{r_v}{R - r},$$

$$\text{(2)} \qquad r = \frac{H}{h} \quad \text{et} \quad R = \frac{L}{l}$$

étant les rayons de courbure. En posant

$$R - r = 2\psi, \qquad R + r = 2\tau,$$

[1] Séance du 18 mai 1931.

et, en remarquant que, pour une surface W, τ est fonction de ψ, on déduit des équations (1)

$$hl\psi = UV,$$

U étant une fonction de u seul, et V une fonction de v seul.

On ne diminue pas la généralité en prenant

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad V = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

les relations (2) donnent alors l'équation (E).

Réciproquement, supposons vérifiée l'équation (E).

Pour toute surface (S) (W ou non), on a le système :

$$(3) \qquad \begin{cases} L_u = Hn, \\ H_v = Lt; \end{cases}$$

$$(4) \qquad \begin{cases} l_u = hn, \\ h_v = lt. \end{cases}$$

En dérivant (E) par rapport à u et v, on a, en tenant des équations (3) et (4), le système suivant :

$$\begin{array}{llll} H_u = bL, & L_u = Hn, & h_u = bl, & l_u = hn. \\ H_v = Lt; & L_v = Ha; & h_v = tl; & l_v = ha, \end{array}$$

a et b étant deux autres fonctions.

En formant les conditions de compatibilité, on trouve

$$\begin{array}{ll} H(a_u - n_v) = L(nt - ab), & H(nt - ab) = L(b_v - t_u), \\ h(a_u - n_v) = l(nt - ab), & h(nt - ab) = l(b_v - t_u). \end{array}$$

Or, d'après (E), le déterminant $\begin{vmatrix} H & L \\ h & l \end{vmatrix}$ est différent de zéro. On a donc

$$a_u = n_v, \qquad b_v = t_u, \qquad ab = nt,$$

ce qui permet de poser

$$a = \lambda_v, \quad n = \lambda_u, \quad b = \mu_u, \quad t = \mu_v,$$

et l'on voit que les six quantités

$$H, \; L, \; h, \; l, \; \lambda, \; \mu$$

sont six solutions particulières d'une même équation aux dérivées partielles du premier ordre de la forme

$$\theta_v = A\theta_u;$$

en d'autres termes, elles sont toutes fonctions de l'une d'elles.

En particulier $\frac{H}{h} = r$ et $\frac{L}{l} = R$ sont fonctions l'un de l'autre : (S) est donc une surface de Weingarten.

Si le fait que, pour une surface W, h et l soient fonctions l'un de l'autre est caractéristique, le fait que H et L sont fonctions l'un de l'autre ne l'est pas.

Les surfaces W font partie de la grande classe des surfaces (Σ) pour lesquelles H et L sont fonctions l'un de l'autre. Cette classe comprend, entre sous-classes étendues de surfaces remarquables, les surfaces isothermiques (pour lesquelles $H = L$).

L'étude générale des surfaces (Σ) serait intéressante.

Il serait intéressant, en particulier, de trouver la relation précise existant entre H et L qui définit les surfaces W.

Remarque. — Si l'on considère l'équation (E)

$$(E) \qquad hL - lH = 1,$$

en tenant compte des relations

$$\frac{H}{h} = r, \qquad \frac{L}{l} = R,$$

(E) peut être remplacée par l'une des deux suivantes :

$$(E') \qquad hl(R - r) = 1,$$

$$(E'') \qquad HL\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = 1,$$

et, de même que l'équation (E), *chacune* des équations équivalentes (E'), (E'') *est caractéristique des surfaces* W.

On peut donc définir les surfaces W par l'une quelconque des deux propriétés *caractéristiques suivantes :*

Ce sont les surfaces pour lesquelles [par un choix convenable de u, v ne modifiant pas les courbes coordonnées (lignes de courbure)] le produit $\frac{1}{H}\frac{1}{L}$ est égal à la différence des courbures au point M de S ; ou :

Ce sont les surfaces pour lesquelles (avec la même précision que ci-dessus) le produit $\frac{1}{h}\frac{1}{l}$ est égal *au segment focal.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème fondamental de la théorie des groupes continus finis de transformations.* Note [1] de M. **Maurice Potron.**

L'objet de cette Note est de compléter, sur un point de détail, une démonstration que j'ai donnée de la deuxième partie du premier théorème fondamental de Lie [2].

1. Au paragraphe III, n° 10, de *Thf.*, j'énonce le résultat suivant : *Soit un ensemble de transformations* S_a, *à r paramètres essentiels, définies par*

$$x'_i = f_i(x_1, \ldots, x_n, a_1, \ldots, a_r) = f_i(x, a) \qquad (i = 1, \ldots, n;\ n > r). \tag{1}$$

Si, par tout point (x) *passe une variété* V_x *à r dimensions, invariante par toute* S_a, *l'ensemble des* S_a *constitue un groupe.*

Cet énoncé, dans sa généralité, n'est pas exact. A tout point (x') de V_x, défini par (1), les formules

$$x''_i = f_i(x'_1, \ldots, x'_n, b_1, \ldots, b_r) = f_i(x', b) \qquad (i = 1, \ldots, r) \tag{2}$$

font bien correspondre un point (x'') qui est toujours sur V_x. Il doit donc exister $(c) = (c_1, \ldots, c_n)$ tel que l'on ait

$$x''_i = f(x, c) \qquad (i = 1, \ldots, n), \tag{3}$$

et, par suite,

$$f_i(x, c) - f_i(x', b) = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n). \tag{4}$$

Mais ce raisonnement prouve seulement que les n équations (4) sont compatibles et définissent, en tenant compte de (1), r fonctions

$$c_h = g_h(a_1, \ldots, a_r, b_1, \ldots, b_r, x_1, \ldots, x_n) = g_h(a, b, x) \qquad (h = 1, \ldots, r), \tag{5}$$

qui, en général, dépendront de $x_1, \ldots, x_n$.

2. Pour démontrer que ces fonctions sont indépendantes de $x_1, \ldots, x_n$, il faut faire intervenir les hypothèses énoncées dans *Thf.* (n° 9 et début du n° 10), à savoir :

---

[1] Séance du 18 mai 1931.

[2] Potron, *Sur les théorèmes fondamentaux de la théorie des groupes continus finis de transformations* (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, 51, 1927, p. 91 et 101). Dans ce qui suit, je désignerai ce travail par *Thf.*

Les fonctions $x'_i = f_i(x, a)$ constituent la solution unique (¹) *vérifiant* $f_i(x, 0) = x_i$, du système

$$\text{(D)} \qquad \frac{\partial x'_i}{\partial a_k} = \sum_{l=1}^{l=r} \xi_{li}(x')\psi_{lk}(a) \qquad (i = 1, \ldots, n;\ k = 1, \ldots, r;\ n > r);$$

les matrices des $\xi_{li}(x')$ *et des* $\psi_{lk}(a)$ *sont de rang* r.

On en conclut immédiatement que la matrice des $\dfrac{\partial x'_i}{\partial a_k}$ est aussi de rang r, et que, par suite, pour (x') voisin de (x), les formules (1) déterminent complètement (a) voisin de (0).

En dérivant (4) par rapport à b_k, on obtient

$$\sum_{h=1}^{h=r} \frac{\partial f_i(x, c)}{\partial c_h} \frac{\partial c_h}{\partial b_k} - \frac{\partial f_i(x', b)}{\partial b_k} = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

Si l'on tient compte des relations (D), (2), (3), vérifiées par les fonctions $f_i(x, c)$ et $f_i(x', b)$, il vient

$$\sum_{l=1}^{l=r} \xi_{li}(x'') \left[\sum_{h=1}^{h=r} \psi_{lh}(c) \frac{\partial c_h}{\partial b_k} - \psi_{lk}(b) \right] = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

La matrice des $\xi_{li}(x'')$ étant de rang r, ces équations entraînent

$$\sum_{h=1}^{h=r} \psi_{lh}(c) \frac{\partial c_h}{\partial b_k} - \psi_{lk}(b) = 0 \qquad (l = 1, \ldots, r),$$

ou, en résolvant,

$$\text{(6)} \qquad \frac{\partial c_h}{\partial b_k} = \sum_{l=1}^{l=r} \alpha_{lh}(c)\psi_{lk}(b) \qquad (h, k = 1, \ldots, r),$$

en définissant (*Thf.*, n° 5) $\alpha_{lh}(c)$ par

$$\text{(7)} \qquad \sum_{l=1}^{l=r} \alpha_{lj}(c)\psi_{lh}(c) = \varepsilon_{jh} = \begin{cases} 0, & \text{si } j \neq h \\ 1, & \text{si } j = h \end{cases} \qquad (j, h = 1, \ldots, r).$$

D'autre part, si l'on fait $(b) = (0)$, il résulte de la définition des f_i que

---

(¹) L'existence de cette solution suppose que les fonctions ξ_{li} et ψ_{lk} vérifient certaines conditions, dites conditions (C) (Voir *Thf.*, Introduction, et n° 7).

l'on a $x''_i = x'_i$ ($i=1, \ldots, n$), donc $c_h = a_h$ ($h=1, \ldots, r$). Ainsi *les r fonctions c_h vérifiant* (4) *constituent la solution unique $g_h(a, b)$, vérifiant $g_h(a, 0) = a_h$ du système* (6). *Elles sont donc indépendantes de $x_1, \ldots, x_n$.*

3. Pour démontrer, dans cet ordre d'idées, la seconde partie du premier théorème de Lie, en supposant $n > r$ et les r transformations X'_h divergentes, la marche logique est donc la suivante.

Le système complet de r équations distinctes (*Thf.*, n° 11),

$$0 = X'_h z = \sum_{i=1}^{i=n} \xi_{hi}(x') \frac{\partial z}{\partial x'_i} \qquad (h=1, \ldots, r),$$

admet $n-r$ solutions indépendantes $I_\lambda(x')$ ($\lambda = 1, \ldots, n-r$). Chacune de ces fonctions est invariante pour toute transformation S_a que définit le système (D) (*Thf.*, *ibid*). Donc toute S_a conserve toute variété V_x représentée par

$$I_\lambda(x') = I_\lambda(x) \qquad (\lambda = 1, \ldots, n-r).$$

Donc (n° 2 de la présente Note) tout produit $S_a S_b$ est une transformation S_c, dont les paramètres sont les r fonctions $c_h = g_h(a, b)$, complètement déterminées par le système (6) et les conditions $g_h(a, 0) = a$.

4. On peut remarquer que les raisonnements des n°s 1 et 2 subsistent pour $n=r$. Il n'y a, dans ce cas, qu'une variété V à $r=n$ dimensions constituant tout l'espace des (x). On peut alors considérer les formules

$$c_h = g_h(a, b) \qquad (h=1, \ldots, r)$$

comme définissant, dans l'espace des (a), une transformation Σ_b faisant correspondre le point (c) au point (a). Comme les fonctions g_h vérifient le système (6), analogue à (D), l'*ensemble des Σ_b constitue un groupe*. C'est l'un des deux *groupes de paramètres* (¹) du groupe formé par l'ensemble des S_a.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination d'une fonction de fonctions par le moyen d'une équation intégrale*. Note (²) de M. **Marcel Winants.**

Soient données, d'une part, trois fonctions F', F'', F''' des mêmes variables; nous n'en écrivons que trois, mais on peut en prendre autant qu'on

(¹) Cf. Bianchi, *Lezioni sulla Teoria dei Gruppi finiti di Trasformazioni, loc. cit.*

(²) Séance du 18 mai 1931.

veut; et, d'autre part, trois groupes de fonctions d'une seule et même variable, s'évanouissant avec elle

$$\mu'(t),\quad \nu'(t);\quad \mu''(t),\quad \nu''(t);\quad \mu'''(t),\quad \nu'''(t);$$

et, si nous supposons que chaque groupe ne renferme que deux fonctions, c'est uniquement pour fixer les idées; soit donnée enfin une dernière fonction $\sigma(t)$.

Proposons-nous de trouver une fonction P d'une seule variable indépendante, satisfaisant à l'équation intégrale de seconde espèce

$$\begin{aligned}P(t) = \sigma(t) + \lambda\Big[& \int_0^{\mu'(t)} du \int_0^{\nu'(t)} P\{F'(u, v)\}\,dv \\ & + \int_0^{\mu''(t)} du \int_0^{\nu''(t)} P\{F''(u, v)\}\,dv \\ & + \int_0^{\mu'''(t)} du \int_0^{\nu'''(t)} P\{F'''(u, v)\}\,dv\Big].\end{aligned}$$

Nous procéderons, comme pour l'équation de Fredholm, par approximations successives : nous tâcherons de représenter la solution par une série entière de la forme

$$P(t) = P_0(t) + \lambda P_1(t) + \ldots + \lambda^n P_n(t) + \ldots.$$

Par voie d'identification l'on obtient tout de suite

$$\begin{aligned}P_0(t) &= \sigma(t);\\ P_n(t) &= \int_0^{\mu'(t)} du \int_0^{\nu'(t)} P_{n-1}\{F'(u, v)\}\,dv \\ &\quad + \int_0^{\mu''(t)} du \int_0^{\nu''(t)} P_{n-1}\{F''(u, v)\}\,dv \\ &\quad + \int_0^{\mu'''(t)} du \int_0^{\nu'''(t)} P_{n-1}\{F'''(u, v)\}\,dv.\end{aligned}$$

On peut indiquer certains cas où les approximations convergent. Supposons que l'on ait

$$\left.\begin{array}{l}|\mu^{i}(t)| \leqq A\\ |\nu^{i}(t)| \leqq A\end{array}\right\}\quad \text{pour}\quad |t| \leqq a;$$

$$|F^{i}(u, v)| \leqq N \leqq a \quad \text{pour} \quad \left\{\begin{array}{l}|u| \leqq A,\\ |v| \leqq A;\end{array}\right.$$

$$(i = 1, 2, 3);$$

$$|\sigma(t)| < M \quad \text{pour} \quad |t| \leqq N.$$

Dans ces conditions, si l'on raisonne de proche en proche, on trouve la relation

$$|P_n(t)| < M(3A^2)^n \quad \text{pour} \quad |t| \leqq a.$$

Le développement en série de la solution sera donc régulièrement convergent, c'est-à-dire absolument et uniformément, pour

$$|\lambda| < \frac{1}{3A^2}, \qquad |t| \leqq a.$$

Il ne reste plus qu'à trouver le prolongement analytique de cette solution pour

$$|\lambda| \geqq \frac{1}{3A^2},$$

mais cela ne paraît pas facile; il ne semble pas qu'on puisse appliquer ici les méthodes employées pour l'équation de Fredholm.

Ajoutons que l'équation correspondante de première espèce intervient dans certains problèmes aux limites relatifs à des équations aux dérivées partielles des deuxième et troisième ordres.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les conditions d'emploi du tube de Pitot et l'impulsion d'un jet turbulent sur une plaque.* Note [1] de M. **Teissié-Solier**, présentée par M. L. Lecornu.

Nous avons précisé [2] les conditions de fonctionnement du tube de Pitot; nous signalerons aujourd'hui divers résultats relatifs aux conditions d'emploi de cet appareil.

1° *Étude comparative du coefficient k d'un tube de Pitot en régime non turbulent et turbulent.* — L'expression donnant la valeur de la vitesse W mesurée au tube de Pitot peut s'écrire sous la forme

$$W = k\sqrt{2g(H_1 - H_2)},$$

k étant le coefficient de cet appareil, H_1 et H_2 les pressions en hauteur d'eau correspondant respectivement à l'orifice A normal à la direction générale de l'écoulement et à l'orifice B parallèle à cette même direction.

Nous avons étudié successivement en régime non turbulent et turbulent un tube de

(1) Séance du 18 mai 1931.

(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1152.

Pitot constitué par deux appareils distincts. Chacun d'eux était formé d'une aiguille hypodermique de $0^{mm},8$ de diamètre soudée à l'équerre sur un tube de 10^{mm} de diamètre. L'une de ces aiguilles comportait un orifice percé à l'amont, l'autre une prise ménagée sur sa surface latérale.

A l'aide de ces appareils, nous avons exploré pour des charges variant de 3^m à 27^m :

a. Une section droite d'un écoulement non turbulent (section aval d'une tuyère en forme de veine moulée correspondant à un diamètre de 30^{mm});

b. Une section droite d'un écoulement turbulent (section d'un tube de laiton de 2^m de long et 30^{mm} de diamètre, distante de 20^{mm} de son extrémité aval).

L'aspect du jet à la sortie permettait de préciser la nature de l'écoulement. En régime non turbulent la veine restait limpide sur une longueur de 15^{mm} environ. En régime turbulent, elle était au contraire nettement troublée dès sa sortie.

Les deux tubes utilisés ont été successivement fixés dans l'étau d'une fraiseuse. On pouvait ainsi réaliser aisément leur déplacement dans la section étudiée. Les graduations correspondant aux mouvements de cette machine assuraient d'autre part le contrôle des diverses positions occupées par les tubes.

La comparaison dans les deux cas envisagés des débits réels Q_r et mesurés Q_m, les premiers étant obtenus par jaugeage, les seconds par intégration, nous a montré que le coefficient du tube utilisé, dans les conditions précisées ci-dessus, demeurait constant et pratiquement égal à l'unité dans les deux régimes d'écoulement étudiés (écart moyen de l'ordre de 1 pour 100).

Les valeurs correspondantes de Q_r et Q_m sont consignées dans le tableau suivant :

Régime non turbulent			Régime turbulent.		
Charge.	Débit Q_r.	Débit Q_m.	Charge.	Débit Q_r.	Débit Q_m.
m	l	l	m	l	l
3,03......	5,50	5,42	6,55....	5,56	5,49
6,55......	8,06	8,02	12,78....	8,00	7,87
12,78......	11,28	11,17	20,88....	10,10	10,00
20,88......	14,20	14,28	26,67....	11,65	11,50
26,67......	16,28	16,10			

Signalons que les vitesses moyennes réalisées ont varié de 7 à 22^m par seconde.

2° *Étude de l'influence sur le coefficient k des dimensions de la surface*

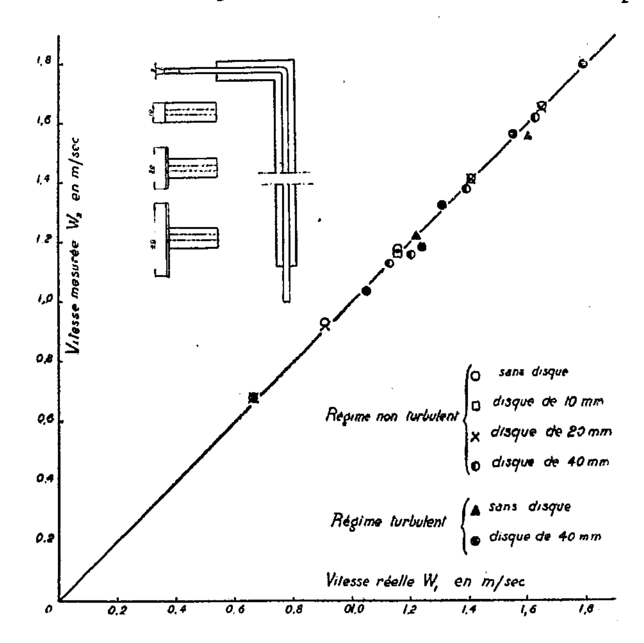
entourant l'extrémité amont d'un tube de Pitot. — Le colonel Duchemin [1] avait signalé que les indications données par l'orifice amont d'un tube de Pitot se trouvaient modifiées lorsqu'on augmentait les dimensions de la surface entourant cet orifice.

Désireux d'analyser ce résultat, nous avons étudié un tube de Pitot formé de deux appareils distincts et dont le tube portant l'orifice normal aux filets consistait en un tube de laiton de 3^{mm} de diamètre intérieur et 5^{mm} de diamètre extérieur. Nous avons successivement muni son extrémité amont de disques d'un diamètre variant de 10 à 40^{mm} et avons déterminé le coefficient de cet appareil pour des vitesses variant de $0^m,60$ à $1^m,80$ par seconde.

a. En régime non turbulent dans un champ uniforme de vecteurs vitesses;

b. En régime turbulent au centre d'une conduite de 30^{cm} de diamètre.

La droite tracée sur la figure ci-dessous établit la correspondance entre



les vitesses réelles W_1 déterminées par la méthode chronophotographique et les vitesses mesurées W_2 déduites des indications du tube. Elle montre en particulier que dans les conditions où nous avons opéré, quelles que soient les dimensions de la surface entourant l'orifice amont du tube, le coefficient de cet appareil reste constant et égal à l'unité.

3° *Impulsion d'un jet turbulent sur une plaque.* — Nous avons, à l'aide

(1) *Mémorial de l'Artillerie*, n° V, 1842.

d'une balance spécialement construite à cet effet, déterminé l'impulsion F_r du jet turbulent débouchant du tube de 30^{mm} de diamètre utilisé dans l'expérience relatée au début. D'autre part, nous avons calculé, en utilisant les résultats donnant la répartition des vitesses dans une section de cet écoulement, la valeur F_m de l'impulsion du jet. Ainsi que le montrent les résultats contenus dans le tableau ci-dessous, les valeurs de F_r et F_m sont en bon accord. On peut dire par conséquent que, dans les conditions de nos expériences, le paradoxe de Dubuat ne s'applique pas.

Charges	Impulsions mesurées F_r.	Impulsions calculées F_m.
m	kg	kg
6,55	4,33	4,42
12,78	9,09	9,05
20,88	14,63	14,65
26,67	19,45	19,62

C'est, à notre connaissance, la première fois que l'on étudie les propriétés d'un jet débouchant d'un tube dans lequel le régime turbulent est nettement établi.

RELATIVITÉ. — *De l'impossibilité d'une loi de gravitation pour un ensemble ne comprenant que deux points matériels.* Note (¹) de M. **J. Le Roux.**

J'ai signalé (²) quelques propriétés du groupe des mouvements relatifs. L'étude de ce groupe offre un grand intérêt pour la critique des principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique.

Certaines lois peuvent s'exprimer sous une forme indépendante du système de référence et du temps; d'autres ne présentent pas ce caractère. Celles-ci ne prennent une signification précise que si on les complète par l'indication des repères pour lesquels elles sont valables.

De cette simple remarque nous déduisons une conséquence importante : c'est l'impossibilité de formuler une loi de gravitation pour un ensemble ne comprenant que deux mobiles, assimilables à des points matériels.

(¹) Séance du 18 mai 1931.

(²) *Sur les invariants du groupe des mouvements relatifs* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 871).

En effet un système de deux points ne possède qu'un invariant fondamental relativement au groupe des déplacements géométriques. La configuration du système est définie par la seule distance.

Tous les mouvements d'un ensemble de deux éléments, dans lesquels la distance présente la même succession de valeurs, peuvent être considérés comme des aspects différents d'un mouvement unique; ils se déduisent les uns des autres par un changement du système de référence et du temps.

Tant qu'on se borne à deux éléments on manque de repères pour définir le système de référence et le temps. Si l'on fait appel à des repères extérieurs, les lois que l'on formule n'expriment plus des propriétés intrinsèques de l'ensemble des deux points. On ne possède en réalité qu'une seule variable qui ait une signification indépendante des repères. Il est donc impossible d'en déduire une loi qui s'exprime par une relation mathématique entre quantités différentes.

Les seules lois qu'on puisse formuler sont celles qui traduisent le mode de variation de la distance.

On aurait, par exemple, une classe de mouvements équivalents en considérant les cas où la distance oscille entre un minimum et un maximum donnés a et b.

Cette classe est particulièrement intéressante parce qu'elle comprend à la fois le cas elliptique de la loi de Newton et de celle d'Einstein.

Ces deux lois sont donc équivalentes pour un ensemble de deux points. S'il existe des repères pour lesquels le mouvement paraisse s'effectuer suivant la loi de Newton, il en existera d'autres pour lesquels il s'effectuera suivant la loi d'Einstein, ou inversement. L'attraction proportionnelle à la distance constituerait un troisième aspect, équivalent aux deux autres.

La vérification directe de cette propriété est intéressante. En prenant l'un des points matériels pour origine et en employant des coordonnées polaires, on trouverait, dans ces divers cas, des intégrales premières qui s'expriment, avec les notations habituelles, sous la forme suivante :

$$\left(\frac{dr}{dt_i}\right)^2 = \varphi_i(r), \qquad r^2\frac{d\theta_i}{dt_i} = c_i.$$

Les quantités affectées de l'indice i varient d'un mouvement à l'autre, tandis que r désigne constamment la même variable.

Les bornes données a et b devront être racines de la fonction $\varphi_i(r)$, quel que soit l'indice i. On pourra donc écrire

$$\varphi_i(r) = (r-a)(b-r)\psi_i(r),$$

le facteur $\psi_i(r)$ restant constamment positif dans l'intervalle ab.

Pour deux mouvements équivalents différents, correspondant respectivement aux indices i et k, on trouvera des valeurs différentes du temps et de l'angle polaire.

Les valeurs différentes t_i et t_k, correspondant à une même valeur de r, sont interprétées comme correspondant à la même époque, définie par des repérages différents.

La dérivée

$$\frac{dt_i}{dt_k} = \sqrt{\frac{\psi_k(r)}{\varphi_i(r)}}$$

ne change pas de signe, d'après les conditions imposées. Les deux temps progressent donc constamment dans le même sens.

Les valeurs de l'angle polaire, θ_i et θ_k, peuvent correspondre à la même position du rayon vecteur; mais elles sont comptées à partir d'axes polaires différents. Le décalage $\theta_i - \theta_k$ représente la rotation continue du second par rapport au premier.

Ainsi notre proposition se trouve vérifiée. En l'absence de toute définition des repères, les lois considérées, très différentes en apparence, peuvent en réalité représenter les mêmes faits.

Par suite aucune d'elles n'a de signification précise.

Il reste à démontrer qu'il est possible de formuler une loi de gravitation indépendante des repères, lorsque le nombre des éléments considérés est supérieur à deux.

MAGNÉTISME. — *La saturation ferromagnétique des éléments autres que le fer, le nickel et le cobalt, et le système périodique*. Note (¹) de M. **Ch. Sadron**, transmise par M. Pierre Weiss.

De nombreux atomes possèdent des moments magnétiques mais, sauf dans le cas du fer, du cobalt et du nickel, l'orientation spontanée, condition du ferromagnétisme, fait défaut. Les résultats que je vais donner montrent qu'on peut obtenir l'orientation en donnant à l'atome considéré des voisins appropriés. J'examine ici l'effet des atomes de nickel et de cobalt sur des atomes d'espèce différente M. Le cas relativement simple des solutions solides dans le nickel et dans le cobalt, à faible teneur du métal ajouté M et où, par conséquent, un atome M n'a que des atomes Ni ou Co comme voisins se prête à cette étude.

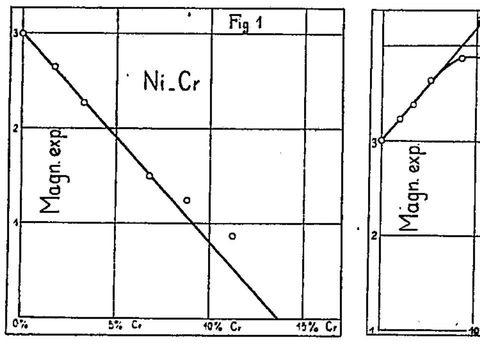
(¹) Séance du 18 mai 1931.

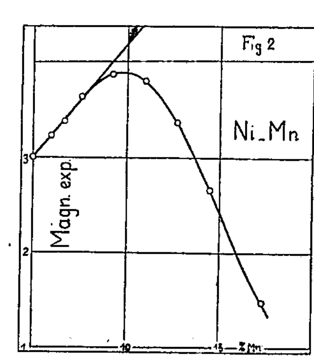
Toutes les mesures de moments dont il est question ici sont faites en déterminant la saturation de la température ordinaire à celle de l'air liquide et, par extrapolation, la saturation absolue. La détermination du moment de M repose sur celle de la pente de la courbe des moments atomiques en fonction du titre atomique, méthode dont M. R. Forrer (¹) a montré la portée.

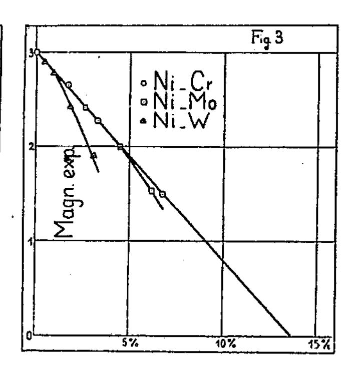
1° J'admettrai plus particulièrement que, lorsqu'un atome de nickel (ou de cobalt) est remplacé par un atome de M, le moment magnétique des atomes de nickel (ou de cobalt) voisins ne change pas.

2° Si l'atome de l'élément introduit M porte un moment, celui-ci, selon les cas, se retranche du moment des atomes de nickel ou s'y ajoute. J'ai admis avec Néel (inédit) que tant que la concentration de M n'était pas trop grande, le moment magnétique de cet élément était orienté par le champ moléculaire du nickel parallèlement ou antiparallèlement aux moments magnétiques des atomes de nickel voisins. Alors la tangente à la courbe des saturations au titre nul en M donne, sans ambiguïté, le moment de M exprimé au moyen du moment connu de Ni.

Considérons par exemple les alliages nickel-chrome. La courbe des saturations en fonction du titre (²) se confond avec une droite jusqu'à 7 pour 100 de chrome (*fig.* 1). Cette droite indique que l'atome de chrome environné







de nickel possède un moment de 19 magnétons expérimentaux et est orienté en sens inverse des atomes de nickel voisins. Dans le cas des nickel-manganèse, on trouve au contraire que le manganèse est orienté parallèlement aux atomes voisins et qu'il possède 15 magnétons (*fig.* 2). Dans le cobalt le

(¹) R. Forrer, *Journal de Physique et du Radium*, 7ᵉ série, **1**, x, 1930, p. 325-339.

(²) Sadron, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1339.

même manganèse est orienté antiparallèlement aux atomes voisins et possède le même moment que dans le nickel.

Moments atomiques et périodicité. — J'ai déterminé par cette méthode les moments atomiques d'éléments figurant dans une même colonne de la classification périodique.

a. Chrome, molybdène, tungstène. — Ces éléments se dissolvent dans le nickel jusqu'à la proportion de 32 pour 100 pour Mo, 15 pour 100 pour W et en toutes proportions pour Cr ([1]). J'ai trouvé que les points représentatifs des saturations des Ni-Mo en fonction du titre en Mo se placent sur la droite des Ni-Cr; les points représentatifs des saturations des Ni-W s'en écartent, mais se placent sur une courbe dont la tangente à l'origine est justement cette droite (*fig.* 3). Donc le chrome, le molybdène et le tungstène possèdent, dans le nickel, le même moment atomique de 19 magnétons expérimentaux, et les atomes de ces trois éléments se placent antiparallèlement aux atomes de nickel.

b. Nickel, palladium et platine. — Le palladium se dissout en toutes proportions dans le nickel et le platine dans le cobalt. J'ai trouvé que les points représentatifs des saturations des Ni-Pd en fonction du titre se placent sur une courbe dont la tangente est horizontale, ceux des Co-Pt sur une courbe dont la tangente est la droite allant de 8,5 magnétons pour 100 pour 100 Co à 3 magnétons pour 100 pour 100 Pt. On en déduit que les atomes de palladium sont orientés parallèlement aux atomes de nickel, les atomes de platine parallèlement aux atomes de cobalt et que les moments atomiques du palladium et du platine ont la valeur de 3 magnétons, égale à celle du moment du nickel.

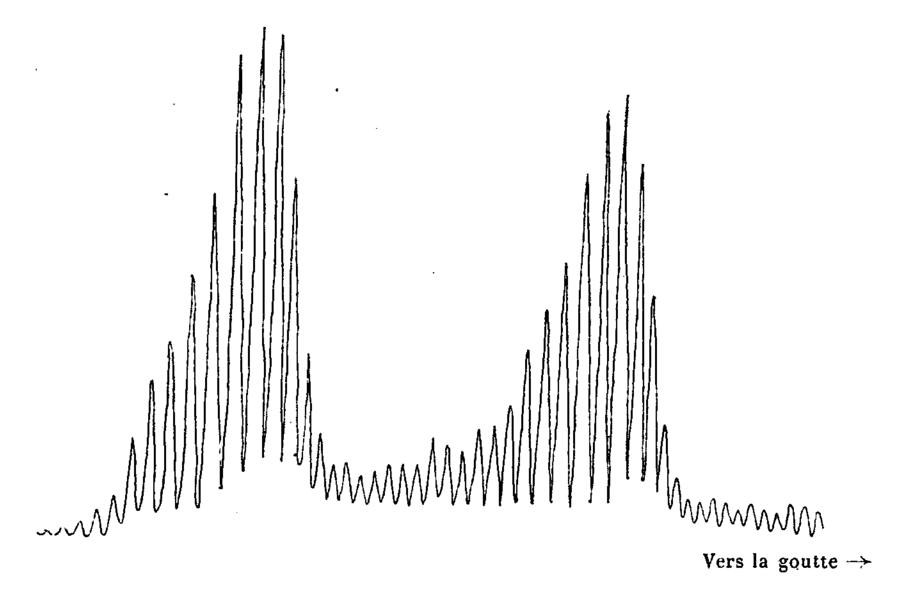
On voit donc que, dans les séries Cr-Mo-W et Ni-Pd-Pt d'éléments placés dans la même colonne du système périodique, les moments atomiques (déduits de l'étude des alliages avec le nickel et le cobalt) sont les mêmes. Ils sont égaux à 19 magnétons expérimentaux pour la série Cr-Mo-W, et 3 magnétons expérimentaux pour la série Ni-Pd-Pt.

([1]) *International Critical Tables*, 2, 1927, p. 438-439.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude optique des anneaux secondaires de Liesegang.* Note [1] de M. **L. Bull** et M[lle] **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours de la précipitation périodique du chromate d'argent au sein de la gélatine, les anneaux principaux prennent naissance sur une sorte de tapis, constitué par un système d'anneaux secondaires très fins, et dont le développement précède le leur dans l'espace et dans le temps.

La finesse des anneaux secondaires rend pénible leur observation directe. Pour plus de facilité, nous avons poursuivi leur étude, non sur la préparation elle-même, mais sur les enregistrements optiques, réalisés suivant une technique déjà décrite [2].



Ces enregistrements, qui trahissent, à une échelle agrandie, les diverses circonstances des processus, ont été soumis à la fois à des mesures directes et à l'examen microphotométrique.

Leur simple inspection révèle que le tapis secondaire n'est pas de structure uniforme. Les anneaux secondaires, dans leur ensemble, sont d'autant

---

(1) Séance du 18 mai 1931.
(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 682.

plus espacés qu'ils sont plus éloignés de la goutte, leur distribution subissant, en outre, des fluctuations périodiques. Les opacités offrent des particularités analògues, avec des maxima correspondant sensiblement aux maxima d'écartement.

La figure reproduit le microphotogramme d'une région de l'enregistrement relative à deux fluctuations successives et encore dépourvue d'anneau principal. Sur le graphique, les ordonnées correspondent aux transparences du film, c'est-à-dire aux opacités des anneaux. On voit que, d'une fluctuation à la suivante, au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la goutte, il y a accroissement de l'opacité maximum des anneaux, et en même temps, à un degré moins marqué, accroissement de leur écart maximum.

D'un maximum d'opacité au suivant, sur une préparation donnée, le nombre des anneaux intermédiaires demeure du même ordre. Ce nombre varie notablement d'une préparation à une autre.

Nous avons encore étudié, par mesures directes sur le film, les dépressions de la courbe limite de l'enregistrement du tapis secondaire. Chacune des dépressions, nous l'avons vu, est provoquée par un ralentissement passager de la progression du tapis, ralentissement imposé, semble-t-il, par la génération d'un anneau principal. Les points d'inflexion rencontrés sur la courbe signalent des changements de signe de la variation de la vitesse de diffusion. Ces fluctuations, dans le régime de la diffusion, seraient vraisemblablement l'origine des fluctuations de l'opacité et de l'écartement des anneaux secondaires.

Ajoutons qu'à une certaine distance du centre, où la séparation des anneaux secondaires devient suffisante pour leur examen individuel au microscope, de forts grossissements ont permis de constater la présence de formations cristallines, non discernables d'autre part dans les anneaux principaux.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de synthèse de l'aldéhyde cinnamique et de ses homologues substitués sur le noyau.* Note (1) de MM. **L. Bert** et **R. Annequin**.

L'un de nous (2) a réussi à édifier la série de l'aldéhyde cinnamique en traitant par l'hexaméthylènetétramine le chlorure de styryle et ses homo-

(1) Séance du 18 mai 1931.

(2) L. Bert et P.-Ch. Dorier, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 332.

logues substitués sur le noyau provenant de l'isomérisation des dérivés ω-chlorallylés benzéniques $R - CH^2 - CH = CHCl$ (1).

Bien qu'elle soit défectueuse au point de vue du rendement (20 à 30 pour 100), cette méthode a néanmoins permis de combler les lacunes d'une série dont le premier terme et son homologue *p*-méthylé étaient seuls connus.

Le nouveau mode de synthèse de la série de l'aldéhyde cinnamique que nous allons décrire en prenant pour exemple cet important composé est moins laborieux et plus rémunérateur que le précédent.

On part de l'ω-chlorallylbenzène $C^6H^5 - CH^2 - CH = CHCl$ sur lequel on fixe soit deux atomes de chlore, à chaud, par PCl^5 (2), soit deux atomes de brome, à froid, en solution chloroformique.

L'un ou l'autre des composés

$$C^6H^5 - CH^2 - CHCl - CHCl^2, \quad C^6H^5 - CH^2 - CHBr - CHClBr$$

obtenus est ajouté peu à peu, en cessant de chauffer, à un excès d'une solution bouillante de méthylate ou d'éthylate de sodium, préparée en introduisant le métal dans dix fois son poids d'alcool anhydre correspondant.

La réaction est vive : elle se manifeste par l'ébullition spontanée du liquide et par l'apparition d'un précipité d'halogénure de sodium dont le dépôt ne tarde pas à provoquer de violents soubresauts qui continuent quand, l'addition de réactif achevée, on reprend et poursuit l'ébullition pendant plusieurs heures. On entraîne alors le solvant à la vapeur d'eau, on reprend le résidu par l'éther, lave à l'eau, sèche sur $CaCl^2$ et rectifie dans le vide.

La réaction peut s'écrire :

$$\begin{aligned} &C^6H^5 - CH^2 - CHX - CHClX + 3RONa \\ &= C^6H^5 - CH = CH - CH(OR)^2 + 2NaX + NaCl + ROH. \end{aligned}$$

Elle est en réalité moins simple, car chaque acétal est précédé à la distillation fractionnée par une petite quantité d'un corps dont nous nous réservons de faire ultérieurement l'étude.

Quoi qu'il en soit, la réaction fournit, suivant le cas, l'acétal diméthylique ou diéthylique de l'aldéhyde cinnamique, composés connus (3), dont l'hydrolyse par HCl dilué bouillant conduit à l'aldéhyde cherché.

---

(1) L. BERT, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1504.

(2) L. BERT et R. ANNEQUIN, *Ibid.*, 192, 1931, p. 1107.

(3) L. CLAISEN, *Ber. der deutsch. chem. Ges.*, 31, 1898, p. 1016. — E. FISCHER et HOFFA, *Ibid.*, p. 1990.

Il convient de remarquer que ces acétals avaient été préparés jusqu'ici à partir de l'aldéhyde; notre nouveau procédé inverse donc les données du problème.

La même suite de réactions appliquée, *mutatis mutandis*, aux homologues de l'ω-chlorallylbenzène donne naissance aux homologues de l'aldéhyde cinnamique substitués sur le noyau.

PHYSIOLOGIE. — *Influence des radiations solaires sur la température du corps des insectes*. Note de M. **I. D. Strelnikov** (¹), présentée par M. F. Mesnil.

Les radiations solaires et leur partie visible, la lumière, exercent une influence puissante et variée sur la biosphère. Il est important d'étudier l'action directe de l'énergie radiante du soleil sur l'organisme animal. Elle sera différente pour les animaux homéothermes et pour les pœcilothermes. En tombant sur le corps, l'énergie radiante se transforme en d'autres formes d'énergie : thermique, chimique, etc. L'absence d'une thermorégulation fait que, chez les animaux pœcilothermes, la température du corps s'élève et, en même temps, se produit une accélération des processus physiologiques.

La surface du corps d'un animal est la surface de contact de l'organisme avec les facteurs écologiques du milieu. L'étendue, la coloration et la constitution de la surface du corps présentent une importance considérable pour l'étude de l'action du milieu sur l'organisme. C'est à la surface que se produit l'échange d'énergie entre l'organisme et son milieu. C'est là aussi que se fait l'absorption de l'énergie radiante et son émission par l'organisme.

Nous avons étudié l'absorption et l'émission de l'énergie radiante en rapport avec l'étendue, la structure et la coloration de la surface du corps. La présente communication porte sur certains résultats obtenus dans l'étude de la vitesse d'absorption et d'émission de l'énergie radiante par les Insectes. Pour déterminer la température du corps, nous nous sommes servi de sondes thermo-électriques et du galvanomètre à boucle de Zeiss (Schleigengalvanometer). Les expériences ont été faites dans les conditions naturelles, au milieu d'une clairière, dans un bois situé sur le territoire de l'Institut actinométrique du professeur N. Kalitine, à Pavlovsk, aux environs de Léningrade, en l'été 1930.

La fine aiguille de la sonde thermo-électrique est enfoncée dans le corps

(¹) Séance du 18 mai 1931.

de l'insecte et la température de son corps est prise à l'ombre; cette température est généralement celle du milieu ou s'en rapproche; ensuite l'insecte et son support sont rapidement sortis de l'ombre et soumis à l'action directe des radiations solaires. Les mesures de température sont effectuées toutes les 15 secondes.

Nous avons d'abord opéré sur *Bombus lapidarius*. La température du corps de l'insecte s'élève rapidement. Après 5 minutes d'éclairement, elle a monté de 28°72′ à 41°61′, c'est-à-dire de 12°89′. L'absorption de l'énergie radiante du soleil, comme aussi l'émission de l'énergie, se fait d'abord rapidement pour se ralentir ensuite; enfin vient un état d'équilibre entre les quantités d'énergie absorbée et émise. Il s'établit une température maxima dans les conditions données de l'état des radiations solaires (hauteur du soleil, transparence de l'air, angle d'incidence des rayons tombant sur le corps, etc.), de la température et des mouvements de l'air, de l'évaporation à la surface.

D'autres expériences ont été effectuées en vue de résoudre la question suivante : l'élévation de la température résulte-t-elle de l'absorption de l'énergie radiante par le corps de l'insecte, en tant que corps physique, ou bien l'énergie absorbée exerce-t-elle des influences variées sur les processus physiologiques de l'organisme, auquel cas l'élévation de température serait due aussi bien à l'absorption de l'énergie radiante qu'à l'intensification des processus physiologiques?

Nous avons obtenu quatre courbes de température : 1° *Decticus verrucivorus* ♂ vivant; 2° *Decticus verrucivorus* ♂ mort, endormi à l'éther; 3° élément thermo-électrique placé sous le soleil; 4° le même élément à l'ombre. Les deux dernières courbes servent de témoins pour la température du milieu et pour l'action directe des radiations sur l'appareil.

Ces courbes de température montrent :

1° La température du corps de l'insecte vivant est plus élevée que celle de l'insecte mort; la différence atteint 3°5′.

2° La température du corps des insectes est plus élevée que celle des éléments thermo-électriques, aussi bien à l'ombre qu'au soleil. La différence est facile à déterminer par la table, pour chaque moment de l'expérience.

Les expériences exposées montrent l'énorme importance de la lumière, comme facteur écologique, dans la vie des animaux pœcilothermes. Il est loin d'être indifférent pour l'Insecte de se trouver à l'ombre d'une feuille (ou d'une branche) ou exposé aux rayons solaires. Une élévation de température de 10°, 12°, 15°, en quelques minutes, s'accompagne de fortes modifications des processus respiratoire, digestif et nerveux. Les courbes montrent l'ex-

trême sensibilité de l'organisme au moindre changement dans les radiations, au plus léger mouvement de l'air. Un souffle très léger du vent, une légère ombre portée par un petit nuage suffisent pour faire baisser immédiatement la température du corps. L'organisme est un récepteur et un indicateur extrêmement sensible des oscillations des radiations solaires. Les courbes de température montrent en même temps que l'organisme des animaux pœcilothermes est extrêmement sensible aux changements du milieu les plus insignifiants à première vue.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur deux nouveaux sucres du lait de femme, le gynolactose et l'allolactose.* Note [1] de MM. **Michel Polonovski** et **Albert Lespagnol**, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons montré, dans plusieurs Notes, que les divergences notables constatées au cours du dosage du sucre du lactosérum de femme par les méthodes ordinaires de réduction et par l'analyse polarimétrique étaient surtout dues à l'existence de plusieurs glucides autres que le lactose. A la suite d'une longue série de cristallisations fractionnées dans l'eau, nous sommes parvenus à isoler le méthanol et l'éthanol, deux nouveaux sucres dont voici les principales propriétés.

Le premier, le *gynolactose*, très soluble dans l'eau, presque insoluble dans l'alcool éthylique, peu soluble dans l'alcool méthylique bouillant, cristallise de ce dernier solvant par refroidissement. Il fond vers 205°; en solution aqueuse à la concentration de 3 pour 100, son $[\alpha]_D$ est de — 27°. Il ne paraît pas présenter de mutarotation. Peu réducteur, il se comporte vis-à-vis de la méthode de G. Bertrand comme les deux cinquièmes de son poids de glucose. Traité par l'iode en solution de carbonate et bicarbonate de sodium, il ne fixe pas plus d'iode que le cinquième de son poids de glucose. Il ne semble pas donner d'osazone avec la phénylhydrazine, en l'absence d'acide acétique libre. Ce dernier acide, en solution au vingtième, l'hydrolyse partiellement à l'ébullition : le pouvoir rotatoire devient alors dextrogyre et le pouvoir réducteur augmente. Dans les produits d'hydrolyse par les acides forts, nous avons identifié le glucose par sa phénylglucosazone (F. 213°), le galactose par sa phénylgalactosazone et par transformation en acide mucique. Le poids d'acide mucique fourni par oxydation nitrique du gynolactose correspond à une teneur de 50 pour 100 en galactose.

---

(1) Séance du 11 mai 1931.

L'autre sucre, également très soluble dans l'eau, l'est aussi dans l'alcool méthylique froid, d'où on le précipite par addition d'alcool absolu. Recristallisé dans un mélange d'alcools méthylique et éthylique, il fond à 165°. Son pouvoir rotatoire en solution aqueuse est d'environ + 20°. Il présente une mutarotation rapide et de peu d'amplitude. Quelques minutes après sa dissolution, $[\alpha]_D$ atteint la valeur + 20°.

Son pouvoir réducteur est très voisin de celui du lactose; il est égal aux deux tiers de son poids de glucose. Il se comporte sous l'influence de l'oxydation par l'iode comme un aldobioside. Il donne une phénylosazone soluble dans l'eau bouillante d'où elle cristallise, en présentant alors au microscope l'aspect de masses mamelonnées à structure rayonnée. (Point de fusion instantanée, 172°.)

La composition de ce sucre, aujourd'hui élucidée, nous conduit à proposer le nom d'*allolactose*. Tout comme le lactose, l'allolactose est facilement altéré à chaud par les alcalis ou les sels alcalins. Il n'est pas hydrolysé par l'acide acétique au cinquième, mais il l'est entièrement, au bout de deux heures à l'ébullition, par l'acide benzènesulfonique, qui le scinde en glucose et galactose. Nous avons caractérisé le glucose par sa phénylosazone : le galactose fut en outre identifié par son oxydation en acide mucique.

L'allolactose, $C^{12}H^{22}O^{11}$, est donc, comme le lactose, un hologlucoside formé par la condensation du galactose et du glucose.

La présence de ces deux sucres dans le lait de femme explique complètement les divergences des pouvoirs réducteurs et rotatoires des lactosérums. Le gynolactose, qui, après hydrolyse, voit son pouvoir réducteur augmenter de 160 pour 100, permet de comprendre l'élévation anormale du pouvoir réducteur global de ces lactosérums après hydrolyse (augmentation de 50 à 70 pour 100, au lieu de 40 pour 100 que donnerait le seul lactose). Il forme la majeure partie de l'indosé du lait de femme. Sa propriété lévogyre explique enfin le notable abaissement du pouvoir rotatoire spécifique du lactosérum, qu'accentue encore la présence de l'allolactose, beaucoup moins dextrogyre que le lactose.

La séance est levée à 15h40m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er JUIN 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Un télégramme vient de nous apprendre la mort de notre confrère M. **Eugène Cosserat**, Membre non résidant depuis le 31 mars 1919.

L'œuvre scientifique de M. Cosserat comprend des travaux d'astronomie, de mathématiques pures et de mécanique.

Né à Amiens le 4 mars 1866, entré à l'École Normale à 17 ans, il fut, après son agrégation, chargé d'un cours de mathématiques au lycée de Rennes, puis bientôt nommé aide astronome à l'Observatoire de Toulouse dont il devait plus tard devenir le directeur. Il y eut dans sa vie une première période pendant laquelle il porta tous ses efforts sur l'observation des étoiles doubles, des petites planètes, des satellites de Saturne. Chargé en 1888 d'un cours complémentaire de mathématiques à la Faculté des Sciences de Toulouse, il s'orienta dès lors en même temps vers des recherches de géométrie. Ce fut d'abord une thèse remarquée sur la théorie du cercle considéré comme élément générateur dans l'espace, puis des études sur les surfaces admettant plusieurs séries de coniques, sur les systèmes cycliques, sur les surfaces rapportées à leurs lignes de longueur nulle, sur la déformation des surfaces, etc.

A partir de 1895, devenu professeur de calcul différentiel et intégral, il quitta l'Observatoire et commença avec son frère aîné François Cosserat, ingénieur en chef à la Compagnie des Chemins de fer de l'Est, une série de travaux sur la théorie de l'élasticité par lesquels il établit avec lui sur des

bases solides la théorie des corps minces. Ils publièrent ensemble des travaux d'un caractère philosophique qui avaient pour but de rattacher les différentes théories de la mécanique à un concept général unique en faisant rentrer dans le champ de la mécanique rationnelle les problèmes de la déformation des corps.

Nommé, en 1908, directeur à l'Observatoire de Toulouse, il revint définitivement aux études astronomiques qui avaient occupé sa jeunesse. Il fit de nombreuses photographies d'amas et de nébuleuses et de très importantes mesures de satellites des planètes principales. Il apporta une collaboration active à l'entreprise de la Carte photographique du Ciel.

L'œuvre de M. Cosserat a été qualifiée par les meilleurs juges, Henri Poincaré et Paul Appell, dans les termes les plus élogieux. Ils la qualifient de « variée et profonde, allant de la Géométrie infinitésimale à l'étude de l'équilibre et du mouvement des milieux continus, de la théorie moderne des fonctions aux fondements de la Mécanique et de la Physique mathématique ». C'était un géomètre érudit et délié, difficile pour lui-même et ne publiant que des mémoires parfaitement achevés.

Au nom de l'Académie, j'adresse à la famille de notre regretté confrère l'expression de notre bien sympathique condoléance; la séance sera levée en signe de deuil dès qu'il aura été procédé à l'élection inscrite à l'ordre du jour.

MINÉRALOGIE. — *Les minéraux de la syénite néphélinique à ægyrine du nord de l'île Kassa. Les diverses phases pneumatolytiques des syénites néphéliniques de l'archipel de Los.* Note de M. **A. Lacroix**.

J'ai montré jadis [1] que l'extrémité septentrionale de l'île Kassa est constituée par une syénite néphélinique à grands éléments dont la composition chimique est très analogue à celle de l'île Rouma, mais ne renferme pas les minéraux rares qui ont rendu celle-ci célèbre. En longeant la pointe de Kassa, j'avais vu cette syénite à l'état de gros blocs éboulés des hauteurs, au milieu de la végétation tropicale.

Depuis lors, des travaux entrepris dans le port de Conakry ont conduit à ouvrir en ce point une carrière pour l'extraction de moellons; son front de taille, mesurant une centaine de mètres sur 25 à 30^m, donne la possibilité

[1] *Nouvelles Archives du Muséum*, 5e série, 111, 1911, p. 19.

d'étudier cette roche dans des conditions de fraîcheur exceptionnelle. Elle est grise, ses éléments ont jusqu'à 1cm de diamètre; à l'œil nu, l'on ne voit guère que de l'orthose sodique grisâtre et de la néphéline de même couleur. Les minéraux colorés sont l'acmite et l'arfvedsonite; il est facile d'étudier les multiples modalités de la transformation de l'amphibole en acmite jaune qui est le métasilicate stable; un peu de pyrochlore, de låvénite, de fluorine, sont encore à signaler.

Sur la vaste surface mise à jour, il n'existe pas de filons, mais des taches, des veinules de facies de différenciation, à grain plus fin ou à grain plus gros. Si actuellement l'on n'y trouve aucun minéral spécial, il n'en a pas été de même au début de l'exploitation; j'ai reçu, en effet, de MM. Sérand et Pagé une série remarquable de minéraux qui font l'objet de cette Note. Ils proviennent du facies de variation pegmatique.

La roche est leucocrate, ses feldspaths sont d'un blanc jaunâtre; la néphéline et la sodalite, rosées ou blanches; l'acmite est aciculaire et jaunâtre : il existe un peu de fluorine rosée. Çà et là, se rencontrent des nodules jaunes, finement cristallins, de 1 ou 2cm de diamètre formés par de petits cristaux de låvénite, avec périphériquement une ceinture d'acmite. Les deux minéraux ont une couleur très analogue, mais l'abondance des macles polysynthétiques, le polychroïsme plus intense, avec maximum transversal à l'allongement, enfin les angles d'extinction plus grands rendent facile la distinction de la låvénite.

Dans des portions ne mesurant guère que de 10 à 30cm de diamètre ont été recueillis d'autres minéraux. L'*astrophyllite*, l'*eucolite*, brun cannelle translucide, en lames ou en plages de plus d'un centimètre de diamètre, doivent être signalées tout d'abord. L'eucolite renferme en inclusions des cristaux de *catapléite* qui sont peut-être primaires; elle est accompagnée de *cancrinite* jouant le même rôle que la losite à Rouma. La présence de l'eucolite mérite d'être signalée, car elle démontre l'exactitude d'une hypothèse que j'avais faite autrefois en attribuant, à des pseudomorphoses de ce minéral, des agrégats de grains troubles de zircon, de plages de mésotype et d'acmite rencontrés dans des échantillons de surface.

La sodalite est en moyenne moins abondante qu'à Rouma, mais j'ai observé un cristal mesurant 4cm de diamètre, sa couleur est bleue; cette sodalite possède une fluorescence intense inexistante dans le minéral de même couleur des pegmatites de la côte orientale de la même île.

Le minéral le plus remarquable est la *villiaumite* qui est ainsi rencontrée dans un second gisement; elle gît dans les pegmatites à structure foyaïtique

dont elle remplit les intervalles miarolitiques, mais ceux-ci sont ici de grandes dimensions et je possède un cube de clivage mesurant 2^{cm} d'arête. La villiaumite de Kassa n'a pas la couleur carmin foncé de celle de Rouma, elle est d'un rouge vineux; le minéral n'est pas fluorescent, mais quand, sur ses bords, la couleur s'atténue pour devenir rose, alors apparaît une fluorescence d'un rouge feu magnifique; cette même propriété se remarque sur de petits cristaux transparents, d'un rose très pâle, tapissant une géode; ce sont des octaèdres avec les faces du cube, et les premières formes distinctes observées autrement que par clivages. La villiaumite enveloppe aussi quelquefois les autres minéraux de la roche avec, en outre, des mouches de pyrite et de *galène*.

Quelques autres géodes ont été trouvées; dans l'une, se rencontre un cristal net, transparent de sérandite le minéral que j'ai récemment décrit à Rouma : il est allongé suivant ph^1, et présente les formes o^1(101), h^1(100), h^x, g^1(010). Une autre est tapissée de cristaux de mésotype, transparente, recouverts par des rhomboèdres de *dialogite*, d'un beau rose, englobant ou supportant des lames d'un minéral, d'un rouge presque noir, rappelant par sa forme la crichtonite de l'Oisans, mais il est transparent, uniaxe, optiquement négatif, c'est la *pyrophanite*, titanate de manganèse connu jusqu'alors seulement à l'état de grande rareté dans le gisement métallifère de Pajsberg en Wermland. Sur ces groupements, sont implantés quelques cristaux de mésotype, les trois minéraux sont donc contemporains.

Çà et là, ont été rencontrées dans la syénite normale des zones ayant au maximum 1$^{m^3}$ où la roche est devenue noirâtre, un peu terne et chargée de nombreux grains ou cubes de pyrite. Elle renferme des nodules de mésotype dont les baguettes un peu bacillaires peuvent mesurer jusqu'à 15^{cm} de longueur, et encore des cavités remplies par de beaux cristaux d'analcime entassés les uns sur les autres, recouverts localement par des paillettes de *stilpnomélane* ou de beaux cristaux de mésotype. L'un des trapézoèdres d'analcime étudiés est complètement isolé, avec 7^{cm} de diamètre; il est recouvert par des cristaux du même minéral de plus faibles dimensions.

La mésotype est toujours de formation postérieure à l'analcime. Ses formes sont variées : elle constitue des édifices polysynthétiques pyramidaux, fibrolamellaires, blancs à leur base et plus ou moins opaques; ils se terminent par des cristaux nets limpides. Exceptionnellement des cristaux

plus petits, incolores et limpides au centre, blancs et opaques à l'extérieur, possèdent de larges faces g^1 (010) qui les font ressembler à la stilbite.

Une dernière variété se présente en cristaux n'ayant guère que 1mm, mais avec des faces très brillantes et une grande réduction de la zone verticale, ce qui leur donne l'apparence de petits zircons. Ils ont une coloration rose, due à des traces de manganèse, particularité qui semble n'avoir jamais été signalée dans ce minéral. Ces trois variétés de mésotype ont respectivement pour densité 2,245, 2,243 et 2,248.

Enfin à ces zéolites, sont associés des cubes parfaits de pyrite dont la cristallisation s'est produite à la fin de celle de l'analcime et avant celle de la mésotype.

Ces diverses observations conduisent à quelques considérations générales. Dans une étude des pegmatites granitiques gemmifères de Madagascar, j'ai montré qu'elles ont été soumises, à la fin de leur formation, à deux phases successives de pneumatolyse ([1]).

J'ai appelé l'une *constructive*, parce qu'elle continue, sans hiatus, la cristallisation de la roche, mais avec augmentation du rôle des minéralisateurs et des sels solubles du magma, ce qui entraîne non seulement des dimensions plus grandes du grain de la roche, mais encore des modifications dans sa composition minéralogique et chimique. A ce point de vue, cette phase est caractérisée par l'accroissement de l'importance des minéraux sodiques et l'apparition de minéraux lithiques; l'albite prédomine sur le microcline, le mica est la lépidolite, en grandes lames; les cristaux de tourmaline ferrifère normale de la roche se continuent dans les druses par des portions lithiques de même orientation, rouges ou roses, colorés par du manganèse; le béryl appartient à la variété césifère et manganésifère, etc.

Dans les pegmatites néphéliniques de Rouma, la caractéristique de cette phase réside dans la présence des zéolites (analcime et mésotype), de l'eucolite, de la sérandite, et, à Kassa, de la sérandite et des deux minéraux que je viens de signaler, la dialogite et la pyrophanite; sauf les zéolites, tous sont riches en manganèse. Il est incontestable que les zéolites, qui ont cristallisé simultanément avec les autres minéraux, sont d'origine primaire; en effet, elles englobent parfois des cristaux intacts de néphéline et par conséquent ne se sont pas formées à ses dépens. La villiaumite clôture cette phase, mais il est à remarquer que ce fluorure de sodium ne se trouve pas à Kassa,

([1]) *Minéralogie de Madagascar*, II, 1922, p. 310.

dans les mêmes druses que les minéraux manganésifères, alors qu'à Rouma, il est le compagnon de la sérandite et de l'eucolite.

A cette phase constructive succède dans les pegmatites granitiques de Madagascar une phase, que j'ai appelée *destructive*, parce que, liée sans doute à une température moins élevée, correspondant à des conditions de cristallisation brusquement changées, tous les minéraux, dont il a été question plus haut, sont attaqués par les derniers fluides circulant dans les cavités de la roche incomplètement refroidie. Les cristaux de microcline, perdant beaucoup de matière, sont transformés en moules creux formés par des cristaux d'albite; les cristaux de tourmaline sont corrodés et dissous, et de même les micas, et il apparaît une nouvelle génération de tourmaline lithique presque incolore en petites aiguilles extrêmement fines, des lamelles blanches de lépidolite, un minéral spécial que j'ai appelé la *bityite*, etc.; tous ces produits néogènes sont implantés sur les cadavres des minéraux de la phase précédente. A Kassa, cette phase destructive est caractérisée par la production d'une nouvelle génération de zéolites, seulement accompagnées de pyrite. L'examen microscopique de la gangue des beaux cristaux de mésotype et d'analcime décrits plus haut fait voir, en effet, que le feldspath potassique de la syénite a disparu, il a été transformé en albite; celle-ci, à son tour, de même que la néphéline et la sodalite, est en voie d'épigénisation par l'analcime, enfin cette dernière se transforme en mésotype. Seuls quelques débris très corrodés d'acmite flottent au milieu de ces minéraux hydratés.

Cette dernière phase zéolitique doit être comparée à celle décrite par M. Brögger [1] dans les syénites néphéliniques du Langesundfjord. Étant donnée l'abondance du fluor dans les syénites des îles de Los et sa mobilisation facile sous forme de villiaumite un peu soluble dans l'eau, je m'attendais à y trouver l'apophyllite, si fréquente dans les syénites de Norvège; il n'en a rien été et de même je n'ai rencontré aucun fluocarbonate, dont M. Brögger a signalé plusieurs espèces (parisite, etc.), dans une phase ultime de corrosion postérieure à celle ayant donné naissance aux zéolites.

---

[1] *Zeitschr. für Kristallogr.*, 16, 1890, p. 168.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les valeurs moyennes partielles et leur application aux problèmes de Physique mathématique.* Note de M. **Jules Drach.**

J'appelle valeur moyenne *partielle* d'une fonction de n variables sa valeur moyenne pour un domaine D qui a, en général, moins de n dimensions et éventuellement n dimensions. Cette moyenne partielle dépend des *variables nouvelles* qui fixent le domaine D et possède ainsi des propriétés nouvelles, distinctes de celles de la fonction, et qui peuvent être plus simples quand on choisit convenablement ce domaine D [1]. L'introduction *systématique* de ces éléments, pour des fonctions d'une, deux, trois ou quatre variables, m'a paru conduire, de manière régulière et uniforme, à certains résultats classiques de Physique mathématique et donner lieu à des généralisations utiles. Je me bornerai aujourd'hui à quelques exemples.

1. Pour une fonction $\rho(x, y, z)$ de trois variables, assimilée à une *densité*, les *partielles* les plus importantes sont la *moyenne sphérique* ρ_m,

$$\rho_m = \frac{1}{4\pi r^2}\int\int_\Sigma \rho\,(x + r\alpha,\ y + r\beta,\ z + r\gamma)\,d\sigma,$$

l'intégrale double est étendue à la sphère Σ de centre x, y, z et de rayon r; $\alpha = \sin\theta\sin\varphi$, $\beta = \sin\theta\cos\varphi$, $\gamma = \cos\theta$ et $d\sigma = r^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi$, et la moyenne sphérique *pleine*

$$\rho_\mu = \frac{3}{4\pi r^3}\int\int\int_{(\Sigma)} \rho\,(x + r\alpha,\ y + r\beta,\ z + r\gamma)\,d\tau,$$

où $d\tau$ est l'élément de volume, l'intégrale étant prise dans le volume (Σ) limité par la sphère Σ. On a d'ailleurs

$$r^3\rho_\mu = 3\int_0^r r^2\rho_m\,dr.$$

La moyenne sphérique ρ_m est une fonction des quatre arguments x, y, z, r, *paire* en r, qui satisfait à l'équation

$$\Delta\rho_m = \frac{\partial^2\rho_m}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\rho_m}{\partial r}, \qquad \text{qui s'écrit encore} \qquad \Delta r\rho_m = \frac{\partial^2 r\rho_m}{\partial r^2},$$

Δ désignant l'opérateur de Laplace $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Ce résultat se déduit

---

[1] Les variables anciennes peuvent subsister comme *paramètres*.

aisément d'une formule de Green : $\iiint \Delta V \, d\tau = \iint \frac{dV}{dn} d\sigma$ appliquée à la sphère Σ. On observera que l'expression de $\Delta\rho_m$ est ce que l'on obtient quand ρ_m dépend de r seul, regardé comme égal à $\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}$. Enfin les dérivations en x, y, z, r sont *permutables* avec le passage de ρ à ρ_m; *ceci est essentiel.*

2. A toute fonction $\rho(x, y, z)$ (même discontinue sous certaines conditions) est associé un *potentiel* $V = \iiint \frac{\rho \, d\tau}{r}$ où $\rho = \rho(\xi, \eta, \zeta)$, $d\tau = d\xi \, d\eta \, d\zeta$ et $r^2 = (x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2$. L'intégrale, étendue à un volume fini de l'espace ξ, η, ζ, s'exprime, en posant $d\tau = dr\, d\sigma$, sous la forme d'une intégrale simple

$$V(x, y, z) = 4\pi \int_0^R r\rho_m \, dr$$

où R est choisi assez grand pour que la sphère de centre x, y, z et de rayon R comprenne à son intérieur tous les points où la densité $\rho(x, y, z)$ n'est pas nulle; sinon, R sera remplacé par ∞.

On a immédiatement

$$\Delta V = 4\pi \int_0^R \Delta r\rho_m \, dr = 4\pi \int_0^R \frac{\partial^2 r\rho_m}{dr^2} dr,$$

d'où

$$\Delta V = 4\pi \left(\rho_m + r\frac{\partial\rho_m}{dr}\right)_0^R,$$

et comme, manifestement, lorsque $\rho(x, y, z)$ est continu ou même contient des termes $\frac{A(x, y, z)}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}}$ où A est fini en a, b, c,

$$(\rho_m)_0 = \rho(x, y, z), \qquad \left(\frac{\partial\rho_m}{dr}\right)_0 = 0, \qquad \ldots,$$

on a simplement

$$\Delta V = -4\pi\rho(x, y, z).$$

C'est la formule de Poisson, qui montre que les dérivées secondes de V sont discontinues quand on traverse la surface qui limite le volume où ρ n'est pas nul [1], et redonne ρ quand V est connu. L'expression $\rho(x, y, z) = \lim_{r=0} \rho_m$ prouve aussi que ρ sera connu en même temps que ρ_m.

---

[1] On ne manquera pas de remarquer la relation $r\rho_m = B$ qui lie la moyenne sphérique au *potentiel sphérique* si ingénieusement introduit par Boussinesq; c'est d'ailleurs l'étude des divers potentiels spéciaux considérés par Boussinesq, qui nous a

3. Sans insister sur les applications de la moyenne sphérique à la théorie des potentiels et à l'équation

$$\Delta\rho + \lambda\rho = f(x, y, z),$$

par exemple [nous y reviendrons ailleurs], indiquons sur quelques exemples l'application de notre méthode. Supposons qu'il s'agisse de déterminer $\rho(x, y, z, t)$ par l'équation des ondes :

$$\Delta\rho = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2},$$

avec les conditions initiales

$$[\rho(x, y, z, t)]_{t=0} = A(x, y, z), \qquad \left[\frac{\partial\rho}{\partial t}\right]_{t=0} = B(x, y, z),$$

dans un certain volume (S) limité par la surface S.

On déduit de là

$$\Delta\rho_m = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 r\rho_m}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\rho_m}{\partial t^2}$$

ou encore

$$\frac{\partial^2 r\rho_m}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 r\rho_m}{\partial t^2},$$

avec les conditions initiales

$$(\rho_m)_{t=0} = A_m, \qquad \left(\frac{\partial\rho_m}{\partial t}\right)_{t=0} = B_m.$$

Ainsi ρ_m vérifie l'équation des ondes sphériques, $r\rho_m$ celle des ondes rectilignes (équation des cordes vibrantes). Les solutions classiques du problème des cordes vibrantes se transportent donc ici. Une fois ρ_m connu en r, t, x, y, z on aura ρ par la formule $\rho(x, y, z, t) = \lim_{r=0} \rho_m$, ce qui donne la formule classique de Poisson lorsque A et B sont continus. Il faudra tenir compte des centres singuliers d'ébranlement (pôles de A et B) s'il en existe. La formule de Kirchhoff s'obtient avec la moyenne sphérique *pleine*.

Il est clair que la même méthode s'appliquera à tout problème régi par une équation

$$\Delta\rho = \mathcal{F}(\rho).$$

---

amené à leur substituer des éléments plus généraux définis *naturellement* pour des domaines D et choisis de façon à satisfaire à des équations aux dérivées partielles simples. Ces éléments jouent un rôle important, non seulement dans les questions de Physique mathématique : Élasticité, Dynamique des fluides, Électricité, mais aussi en Mathématiques pures : Théorie des fonctions d'une et de plusieurs variables complexes. La non-permutabilité du potentiel B avec la dérivation en r s'oppose à son emploi général.

où $\mathcal{F}(\rho)$ est linéaire en ρ, $\frac{\partial\rho}{\partial t}$, $\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2}$, ..., les coefficients pouvant dépendre du temps. Elle s'applique donc à l'équation de la chaleur $\Delta\rho = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\rho}{\partial t}$ qu'elle ramène à la forme

$$\frac{\partial^2 r\rho_m}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial r\rho_m}{\partial t}$$

qui convient au refroidissement d'une tige rectiligne ou d'une sphère et dont l'étude a été faite en détail.

Les conditions aux limites pour ρ, étant linéaires en ρ et $\frac{\partial\rho}{\partial t}$, donneront les conditions aux limites pour ρ_m. On obtiendra ρ par l'équation

$$\rho = \lim_{r=0} \rho_m(x, y, z, r, t).$$

4. Pour le cas des fonctions de deux variables, il y aura lieu de considérer une *moyenne circulaire*

$$\rho_m = \frac{1}{2\pi r}\int_\Gamma \rho(x + r\cos\theta, y + r\sin\theta)\, r\, d\theta$$

et une moyenne circulaire *pleine*

$$\rho_\mu = \frac{1}{\pi r^2}\int\int_{(\Gamma)} \rho(x + r\cos\theta, y + r\sin\theta)\, r\, d\theta\, dr,$$

liée à la première, qui rendront des services analogues.

On aura

$$\Delta\rho_m = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\rho_m}{\partial r}\right),$$

et si l'on définit le *potentiel logarithmique* par

$$V = -2\pi\int_0^R r\log r.\rho_m\, dr,$$

on a ici : $\Delta V = -2\pi\rho(x, y)$ et toujours $\rho(x, y) = \lim_{r=0}\rho_m$.

L'équation des ondes cylindriques se ramène à l'équation d'Euler et Poisson, $E\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, dont Poisson a donné l'intégrale; la détermination de ρ_m par les conditions aux limites est immédiate. On peut de même traiter l'équation du mouvement calorifique dans un plan — et interpréter la solution par la méthode des *sources*.

5. Je signalerai encore que les équations du mouvement élastique en l'absence de forces sont susceptibles d'une résolution analogue. On a, pour déterminer u, v, w, les équations, en milieu isotrope,

$$\Delta u + k\frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{\rho}{\mu}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \qquad \ldots, \qquad \text{où } \theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

avec des conditions initiales qui fixent, pour $t = 0$, les valeurs de u, v, w et des dérivées $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial v}{\partial t}$, $\frac{\partial w}{\partial t}$, dans le domaine où ces éléments ne sont pas nuls.

On sait que θ dépend de l'équation des ondes; donc θ_m dépend de celle des cordes vibrantes. On a ensuite pour u_m, par exemple,

$$\frac{\partial^2 ru_m}{\partial r^2} + k\frac{\partial r\theta_m}{\partial x} = \frac{\rho}{\mu}\frac{\partial^2 ru_m}{\partial t^2}.$$

La dilatation θ_m étant déterminée par les conditions initiales, on sait, d'après Cauchy, trouver u_m par quadratures puisqu'on connaît la solution de l'équation homogène en ru_m. Il ne restera qu'à fixer les arbitraires de u_m.

6. Il est clair que des moyennes analogues peuvent servir pour les problèmes de l'*Univers* d'Einstein et Minkowski. J'ajouterai que pour les équations de type hyperbolique, à coefficients *variables*, les domaines D devront être des parties de *caractéristiques*, par exemple pour les équations de Laplace

$$F(\rho) = \frac{\partial^2\rho}{\partial x\,\partial y} + a\frac{\partial\rho}{\partial x} + b\frac{\partial\rho}{\partial y} + c\rho = 0,$$

des segments parallèles à Ox ou à Oy ou des rectangles. On retrouve ainsi la méthode célèbre de Riemann étendue par Darboux en calculant la moyenne *pleine* du produit $\nu F(\rho)$; le cas d'une seule variable donne l'adjointe de Lagrange, etc.

Nous reviendrons prochainement sur ces points et sur d'autres applications de la méthode, regardée comme *un moyen général de régulariser l'expression des phénomènes, continus ou non, dans le temps et dans l'espace.*

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le titrage de l'acide phosphorique.*
Note [1] de M. **P. Villard**.

Les résultats que vient de publier M. A. Sanfourche sur le titrage de l'acide phosphorique [2] confirment entièrement, et, s'étendant à la strontiane, complètent ce que j'avais publié en 1930 [3].

M. A. Sanfourche dit en effet, à la fin de sa Note, qu'avec la strontiane le virage de la phtaléine commence un peu après la saturation de la seconde fonction acide, mais qu'il est fugace, et ne devient stable que juste pour la troisième fonction; l'acide phosphorique, neutralisé par la strontiane, se revèle donc tribasique à la phtaléine; le parallélisme est parfait avec ce que, moyennant quelques précautions très simples, j'avais obtenu dans le cas de la baryte. Je rappelle brièvement les faits observés et l'interprétation que j'ai donnée à leur sujet :

On savait qu'en suivant les indications données par A. Joly [4], la phtaléine vire franchement dès que la seconde fonction est saturée; j'ai montré que ce virage, bien qu'assez sûr pour permettre un bon titrage, n'est pas en réalité stable et définitif; la coloration de l'indicateur disparaît d'elle-même à froid au bout d'un temps parfois assez court, et très rapidement si l'on chauffe vers 60°.

J'ai expliqué ce fait en disant que la combinaison de la baryte avec le précipité cristallisé que A. Joly recommandait d'obtenir, ne s'effectue que très difficilement; la base ajoutée au delà de ce qui précipite tout l'acide, soit $2\,BaO$ pour $2\,PO^4H^3$, doit rester libre plus ou moins longtemps, d'où le virage. Utilisant alors le bleu C4B, indicateur il est vrai médiocrement précis, mais qui offre l'avantage de révéler la présence d'une base libre, j'ai pu vérifier que les choses se passent bien comme je l'avais supposé.

Ayant ainsi reconnu que le virage constaté par A. Joly était précaire, et que la réaction entre la baryte et le précipité s'effectuait facilement quand on élevait la température, j'ai précisé les conditions qui permettent d'atteindre la saturation complète de l'acide; elles consistent à opérer vers 100°, en agitant constamment, et à verser l'eau de baryte par quantités

---

[1] Séance du 26 mai 1931.

[2] *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1225.

[3] *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1101.

[4] *Comptes rendus*, **94**, 1882, p. 529; **100**, 1885, p. 55; **102**, 1886, p. 316.

de plus en plus petites. On observe de cette manière une série de virages de moins en moins fugaces, aboutissant à une coloration permanente de la phtaléine quand la troisième fonction acide est saturée. Ces virages sont très francs, car ils sont produits par de la baryte libre, et que, aussitôt celle-ci combinée avec le précipité, la liqueur n'est plus que l'eau pure.

Les expériences faites par M. A. Sanfourche montrent qu'avec la strontiane la réaction se produit plus facilement qu'avec la baryte, d'où un titrage plus commode, mais donnant avec l'une et l'autre base le même résultat.

Dans le cas de la chaux, les résultats obtenus par l'auteur précédent, avec l'électrode à hydrogène en particulier, sont d'accord avec ceux indiqués par M. Cavalier (1) et par nous-même.

L'acide phosphorique doit donc être considéré comme réellement tribasique pour la phtaléine, aussi bien avec la baryte qu'avec la strontiane et la chaux; seules diffèrent les facilités d'emploi de ces bases.

Sur un point de détail cependant, une remarque paraît nécessaire pour dissiper toute confusion.

M. A. Sanfourche semble admettre que, jusqu'à ce jour, les bases alcalino-terreuses n'ont donné que des chiffres variables avec les conditions de l'expérience, et, qu'en outre, avec la phtaléine, la baryte ne peut déceler que la seconde fonction de l'acide phosphorique.

Une telle conclusion manque un peu de généralité; mais elle n'est nullement fondée; assurément les conditions expérimentales sont rarement sans influence, et, de même, les méthodes employées; l'électrode à hydrogène et l'électrode à quinhydrone ne donnent pas toujours les mêmes chiffres; la dilution a souvent beaucoup d'importance, et la température, modifiant les vitesses de réaction, n'est pas indifférente.

Il n'en est pas moins vrai qu'en choisissant des conditions appropriées, le caractère de généralité dont nous venons de parler se manifeste nettement. La strontiane et la chaux décèlent facilement la troisième fonction de l'acide phosphorique, mais avec la baryte on arrive au même résultat en facilitant la réaction par agitation et chauffage, et les chiffres que nous avons publiés, soit 2,97 et 3,00 BaO pour $2PO^4H^3$, offrent la même approximation que ceux donnés par M. A. Sanfourche pour la strontiane : 3,20; 3,02; 3,01; 2,96.

La baryte ne fait donc pas exception et, il n'est pas légitime de dire

(1) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 25, 1901, p. 795 et 903.

qu'elle révèle seulement les deux premières fonctions, tandis que la chaux et la strontiane indiqueraient la première et la troisième.

Les faits paraissent au contraire démontrer que, de la baryte à la chaux, se produit une variation progressive des paramètres qui interviennent dans les réactions.

Pour ces trois bases, la saturation de la première fonction est indiquée par l'héliantine; avec la phtaléine, la seconde fonction est très bien accusée par la baryte (méthode de A. Joly), plus difficilement par la strontiane; avec la chaux, on ne la décèle qu'en suivant très exactement le mode opératoire indiqué par M. Cavalier, c'est-à-dire en opérant très lentement, afin de laisser au précipité le loisir de cristalliser.

Inversement, la troisième fonction est plus difficile à mettre en évidence avec la baryte qu'avec la strontiane et surtout la chaux.

On voit que, relativement à l'acide phosphorique, les trois bases se comportent d'une manière semblable; on rencontre seulement dans leur emploi des difficultés qui, suivant le cas considéré, vont en croissant, ou en décroissant, du premier au troisième terme de la série, et le paramètre qui, dans ces difficultés, joue le rôle prépondérant, est la vitesse de cristallisation des précipités, laquelle varie dans une proportion considérable quand on passe de la baryte à la strontiane, et de celle-ci à la chaux.

ALGÈBRE. — *Remarques sur l'interpolation à propos d'une Note récente de M. Wolkowitsch.* Note de M. **M. d'Ocagne**.

J'ai récemment eu l'honneur de présenter à l'Académie [1] une Note de M. Wolkowitsch, dans laquelle il résout par d'intéressantes considérations géométriques le problème suivant : *y étant une fonction de $x_1, x_2, \ldots, x_n$, dont on a obtenu expérimentalement la valeur pour un nombre de systèmes de valeurs des x_i supérieur à $n+1$, trouver les valeurs les plus favorables des coefficients $a_1, a_2, \ldots, a_n$ et b permettant de mettre l'expression de y sous la forme*

$$y = a_1 f_1(x_1) + a_2 f_2(x_2) + \ldots + a_n f_n(x_n) + b,$$

les fonctions $f_1, f_2, \ldots, f_n$ étant données.

J'ai fait observer à M. Wolkowitsch que rien n'empêchait de supposer, dans ce qui précède, les diverses variables x_i réduites à une seule x.

---

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1008.

Donnant alors aux fonctions f_i une forme simple, telle que $f_i = x^i$, ou $f_i = \sin ix$, on peut ainsi obtenir le nombre voulu des termes d'un développement de Taylor ou de Fourier, considéré comme applicable à une certaine fonction y de x, déterminée empiriquement.

Lorsque, dans l'hypothèse $f_i = x^i$, on suppose que l'on ait $n+1$ déterminations expérimentales de y, on retombe sur le problème classique de l'interpolation au moyen d'un polynome entier en x.

M. Wolkowitsch a bien voulu, à ma demande, développer ses calculs dans ce cas-là, et, en s'aidant d'une formule classique de Vandermond pour le développement des déterminants qui apparaissent en ce cas, il est parvenu précisément ainsi à la formule classique de Lagrange, ce qui ajoute encore de l'intérêt aux résultats très généraux qu'il avait précédemment obtenus.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation catalytique, en phase gazeuse, des alcools forméniques en présence de la ponce sulfurique et phosphorique.* Note ([1]) de M. **Jean-Baptiste Senderens.**

I. J'ai indiqué ([2]) comment les alcools forméniques à points d'ébullition peu élevés, (alcools méthylique, éthylique, propylique, isopropylique, isobutylique) se déshydrataient par le passage de leurs vapeurs sur le bisulfate de sodium convenablement chauffé.

Il m'a paru intéressant de comparer ces résultats avec ceux que fournirait, dans les mêmes conditions, l'acide sulfurique.

J'ai reconnu tout d'abord que l'acide concentré à 66° B. exerçait sur les vapeurs alcooliques une action destructive qui ne se produit pas, à la même température, avec l'acide dilué marquant 50°-52° B. et se rapprochant de l'hydrate $SO^4H^2.3H^2O$.

Je me servais de ponce granulée immergée dans cet hydrate et ensuite égouttée dont je garnissais des nacelles en porcelaine qui étaient chauffées, dans un tube, au four électrique, à la température que réclamait la réaction.

II. Vis-à-vis des alcools propylique, isopropylique, isobutylique, la ponce sulfurique donne sensiblement les mêmes résultats que le bisulfate de sodium.

Il n'en est plus de même pour les alcools éthylique et méthylique, que le

---

([1]) Séance du 26 mai 1931.

([2]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1167.

bisulfate de sodium déshydrate difficilement au-dessus de 200°, tandis qu'avec la ponce sulfurique leur déshydratation est tout aussi facile qu'avantageuse, et fournit, pour les oxydes d'éthyle et de méthyle, un procédé de préparation industrielle qui semblerait préférable aux modes de fabrication actuellement adoptés.

III. *Oxyde d'éthyle.* — Dès que les nacelles sont portées à 135° on y dirige les vapeurs d'éthanol avec la vitesse qui convient à leur complète décomposition. Si cette température n'est pas dépassée, il ne se fait que de l'éther et de l'eau, sans acide sulfovinique en excès et sans produits de destruction. Le rendement est théorique et correspond à l'équation

$$2C^2H^5OH = \underset{\text{Éther.}}{C^2H^5O.C^2H^5} + H^2O.$$

Vers 140° l'éther est accompagné de quelques bulles d'éthylène.

Après 8 jours d'opération à 8 heures par jour, la ponce sulfurique ne paraissait pas altérée dans les nacelles, et le tube qui les contenait était absolument sec. L'éther recueilli séparé de la couche inférieure aqueuse marquait uniformément 56° B.

On pourrait supposer que la ponce granulée sert uniquement à augmenter la surface de contact de l'hydrate sulfurique. Là ne se bornerait pas son rôle, car, en l'absence de la ponce, ou si elle n'est pas égouttée, l'hydrate $SO^4H^2.3H^2O$ se recouvre de liquides noirâtres qui remplissent les nacelles et se déversent dans le tube. Il m'a donc paru que la ponce agit catalytiquement en phase gazeuse comme en phase liquide où j'ai montré son intervention catalytique dans la préparation de l'éthylène (1).

IV. *Oxyde de méthyle.* — L'alcool méthylique est déshydraté dès la température de 140° par la ponce sulfurique avec un dégagement d'éther méthylique qni de 145° à 155° est aussi abondant que celui que j'avais obtenu à 300° avec l'alumine, le sulfate et le silicate d'alumine, qui étaient jusqu'ici les meilleurs catalyseurs pour la préparation de cet oxyde.

V. J'ai appliqué la même technique à l'acide orthophosphorique dont le mélange avec l'éthanol donnerait à 140-145°, d'après Boullay, de l'oxyde d'éthyle (2), et à 200°, d'après Newth, un dégagement d'éthylène plus avantageux qu'avec l'acide sulfurique (3).

---

(1) J.-B. Senderens, *Ann. Chim.*, 9e série, 18, 1922, p. 119.

(2) Boullay, *Ann. Chim.*, 1re série, 78, 1811, p. 280.

(3) Newth, *Chem. Soc.*, 7e série, 79, 1901, p. 915; cf. J.-B. Senderens, *Ann. Chim.*, 9e série, 18, 1922, p. 132.

Il se formerait tout d'abord un phosphate monoéthylique instable, et l'on aurait ensuite selon la température

(a) $PO^4H^2C^2H^5 + C^2H^5OH = C^2H^5O.C^2H^5 + PO^4H^3$ (1),

(b) $PO^4H^3C^2H^5 = C^2H^4 + PO^4H^3$.

J'ai donc fait passer les vapeurs d'alcool éthylique sur la ponce granulée préalablement immergée dans l'acide phosphorique sirupeux et ensuite égouttée.

La température ayant été maintenue entre 140 et 150°, je n'ai observé ni dégagement d'éthylène, ni formation appréciable d'oxyde d'éthyle.

Ce n'est que vers 160-165° qu'apparaissent les premières bulles d'éthylène dont le dégagement devient régulier vers 180-185°, mais plus faible que celui que fournit la ponce sulfurique bien au-dessous de cette température.

VI. Il résulterait de ces expériences que l'acide phosphorique est un déshydratant des alcools moins actif en phase gazeuse qu'en système liquide. Il n'en est plus de même pour l'acide sulfurique dont le rôle de catalyseur est rendu manifeste par la minime quantité qui en est employée en phase gazeuse. Ainsi se trouve confirmé (2) que, dans les fortes proportions d'acide sulfurique réclamées par la préparation de l'éther par voie humide, la presque totalité sert à atteindre la température où une très faible partie de cet acide agit comme catalyseur.

NOMINATIONS.

M. **P. Marchal** est désigné pour faire partie du jury du concours sur titres ouvert au Ministère de l'Agriculture pour le classement des candidats au poste de *Directeur de l'Institut national agronomique*.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité de 38 suffrages, MM. **H. Deslandres** et **H. Le Chatelier** sont réélus membres du *Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique*.

(1) D'après Vogeli, c'est la réaction inverse qui se produirait (*Ann. der. Chem. u. Pharmacie*, 69, 1849, p. 180).

(2) Cf. J.-B. Senderens, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 698.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de *Directeur de l'Observatoire d'Alger*.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la Chaire de *Phanérogamie* vacante au *Muséum d'Histoire naturelle*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination des tenseurs par des équations aux dérivées partielles jointes à des conditions à la frontière.* Note [1] de M. **Georges Giraud**.

Considérons une multiplicité bilatère, bornée et fermée, à m dimensions, et sur cette multiplicité deux tenseurs symétriques, $(g_{\alpha,\beta})$ et $(a_{\alpha,\beta})$. On suppose que les formes quadratiques de différentielles

$$\Sigma_{\alpha,\beta} g_{\alpha,\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta \quad \text{et} \quad \Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta$$

sont définies positives; on suppose aussi qu'un nombre fini de représentations paramétriques suffit pour avoir la multiplicité entière, chaque point étant intérieur à une région où une de ces représentations est valable. Le tenseur $(g_{\alpha,\beta})$ est pris comme tenseur fondamental. En se donnant encore des tenseurs $(b_\lambda^{\mu,\alpha})$ et (c_λ^μ) on considère les opérations

$$\mathcal{F}_\lambda u_j = \Sigma_{\alpha,\beta} a^{\alpha,\beta} \mathrm{D}_\alpha \mathrm{D}_\beta u_\lambda + \Sigma_{\mu,\alpha} b_\lambda^{\mu,\alpha} \mathrm{D}_\alpha u_\mu + \Sigma_\mu c_\lambda^\mu u_\mu,$$
$$\mathcal{G}^\lambda v^j = \Sigma_{\alpha,\beta} \mathrm{D}_\beta (a^{\alpha,\beta} \mathrm{D}_\alpha v^\lambda) - \Sigma_{\mu,\alpha} \mathrm{D}_\alpha (e_\mu^{\lambda,\alpha} v^\mu) + \Sigma_\mu c_\mu^\lambda v^\mu,$$
$$e_\lambda^{\mu,\alpha} = \begin{cases} b_\lambda^{\mu,\alpha} & (\mu \neq \lambda), \\ b_\lambda^{\lambda,\alpha} - \Sigma_\beta \mathrm{D}_\beta a^{\alpha,\beta} & (\mu = \lambda), \end{cases}$$

dont la seconde se nomme l'adjointe de la première. On considère encore un domaine ouvert $\mathcal{O}$ dont l'*élément* sera, par définition,

$$d\mathrm{V} = \sqrt{\Delta}\, d(x^1, x^2, \ldots, x^m),$$

(1) Séance du 26 mai 1931.

où Δ est le déterminant des $g_{\alpha,\beta}$. La frontière $\mathcal{S}$ de $\mathcal{O}$ sera prise dans le sens associé au sens choisi sur $\mathcal{O}$ [1], et l'on posera

$$dS = \sqrt{\Delta\Sigma_{\alpha,\beta}(-1)^{(m-1)(\alpha+\beta)} g^{\alpha,\beta} d(x^{\alpha+1}, \ldots, x^{\alpha-1}) d(x^{\beta+1}, \ldots, x^{\beta-1})},$$
$$\varpi_\alpha dS = (-1)^{(m-1)(\alpha-1)} \sqrt{\Delta}\, d(x^{\alpha+1}, \ldots, x^{\alpha-1});$$

dS sera l'*élément* de $\mathcal{S}$ et les ϖ_α seront les *cosinus directeurs de la normale extérieure*. En se donnant sur $\mathcal{S}$ le tenseur (ψ_λ^μ), on pose

$$\Theta_\lambda u_j = \Sigma_{\alpha,\beta} a^{\alpha,\beta} \varpi_\alpha D_\beta u_\lambda + \Sigma_\mu \psi_\lambda^\mu u_\mu,$$
$$Z^\lambda v^j = \Sigma_{\alpha,\beta} \varpi_\alpha D_\beta (a^{\alpha,\beta} v^\lambda) + \Sigma_\mu (\psi_\mu^\lambda - \Sigma_\alpha b_\mu^{\lambda,\alpha} \varpi_\alpha) v^\mu.$$

Si les dérivées nécessaires existent et sont bornées, on a alors

$$\int_{\mathcal{O}}^{(m)} \Sigma_\lambda (v^\lambda \mathcal{F}_\lambda u_j - u_\lambda \mathcal{G}^\lambda v^j)\, dV = \int_{\mathcal{S}}^{(m-1)} \Sigma_\lambda (v^\lambda \Theta_\lambda u_j - u_\lambda Z^\lambda v^j)\, dS.$$

Soient encore, en introduisant le tenseur $(\theta_\lambda^{\mu,\alpha})$,

$$\psi_\lambda^\mu = \Sigma_\alpha \varpi_\alpha \theta_\lambda^{\mu,\alpha},$$
$$P u_j = \Sigma_{\lambda,\alpha,\beta} a^{\alpha,\beta} D_\alpha u_\lambda D_\beta u^\lambda + \Sigma_{\lambda,\alpha,\beta} u^\lambda D_\alpha u_\lambda D_\beta a^{\alpha,\beta}$$
$$- \Sigma_{\lambda,\mu,\alpha}\left[b_\lambda^{\mu,\alpha} u^\lambda D_\alpha u_\mu - D_\alpha(\theta_\lambda^{\mu,\alpha} u^\lambda u_\mu)\right] - \Sigma_{\lambda,\mu} c_\lambda^\mu u^\lambda u_\mu;$$

on aura

$$\int_{\mathcal{O}}^{(m)} \Sigma_\lambda u^\lambda \mathcal{F}_\lambda u_j\, dV = \int_{\mathcal{S}}^{(m-1)} \Sigma_\lambda u^\lambda \Theta_\lambda u_j\, dS - \int_{\mathcal{O}}^{(m)} P u_j\, dV.$$

Ces définitions et ces formules contiennent comme cas particuliers celles qui ont déjà été données. On peut ainsi reconstruire toute la théorie. Notamment, si certaines conditions de régularité sont remplies et si une certaine forme quadratique est définie, il existe un tenseur $[G_\lambda^\mu(X, \Xi)]$, fonction de deux points de la multiplicité, dont la dérivée tensorielle seconde relative à X est continue sauf en Ξ, au voisinage duquel on a

$$G_\lambda^\mu(X, \Xi) = \frac{g_\lambda^\mu + o(1)}{\sqrt{\Delta(\Xi) D(\Xi)}} F\left[\sqrt{\Sigma_{\alpha,\beta} A_{\alpha,\beta}(\Xi)(x^\alpha - \xi^\alpha)(x^\beta - \xi^\beta)}\right],$$

D étant le déterminant des $a^{\alpha,\beta}$ et $A_{\alpha,\beta}$ étant le quotient par D du mineur de $a^{\alpha,\beta}$; $F(r)$ est la solution élémentaire principale de $\Sigma_\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2} - u = 0$ [2];

---

(1) Voir *Ann. Éc. Norm.*, 43, 1926, p. 1-128, spécialement p. 9.

(2) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1110-1112.

ce tenseur est en outre tel que

$$\mathcal{F}_\lambda G_j^\mu(X, \Xi) = 0, \qquad \mathcal{G}^\mu G_\lambda^j(X, \Xi) = 0,$$

la seconde opération portant sur Ξ.

En se donnant des tenseurs (f_λ), (φ_λ), on peut ramener ainsi exactement à des systèmes d'équations de Fredholm : le problème de M. Picard [1], consistant à trouver (u_λ) de façon que, sur toute la multiplicité,

$$\mathcal{F}_\lambda u_j = f_\lambda \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, m);$$

le problème de Dirichlet, celui de Neumann et des problèmes mixtes, où les conditions précédentes doivent avoir lieu dans $\mathcal{D}$, pendant que sur $\mathcal{S}$ on exige

$$u_\lambda = \varphi_\lambda \qquad \text{ou} \qquad \Theta_\lambda u_j = \varphi_\lambda \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, m).$$

On traite de même des questions relatives à un nombre quelconque d'inconnues, scalaires et tenseurs d'ordres quelconques [2].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés qualitatives de la propagation de la chaleur.* Note [3] de MM. **G. Pólya** et **G. Szegö**, transmise par M. Hadamard.

Nous nous sommes proposé la tâche de démontrer analytiquement certaines propriétés de la propagation de la chaleur qui sont plus ou moins évidentes du point de vue physique, mais qui n'ont pas encore été démontrées, semble-t-il, en partant de l'équation de Fourier. Voici quelques exemples.

1. *La température maximum d'un corps solide de dimensions finies est une fonction décroissante du temps, si elle est supérieure à la température du milieu ambiant.*

Dans la démonstration, nous supposons que le corps est homogène et isotrope, que la température du milieu ambiant est $= 0$ et nous ferons sur

---

(1) M. Picard a traité une question analogue pour un scalaire inconnu (*Ann. Éc. Norm.*, 26, 1909, p. 9 à 17).

(2) Voir *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 471-473.

(3) Séance du 26 mai 1931.

l'état de la surface limitant le corps une des trois hypothèses suivantes :

(I) $$U = 0,$$

(II) $$\frac{\partial U}{\partial n} = 0,$$

(III) $$\frac{\partial U}{\partial n} = hU;$$

U désigne la température, n la normale intérieure, $h > 0$. Nous pourrions même admettre que la surface est divisée en trois portions, sur chacune desquelles une autre condition, (I), (II) ou (III), est remplie.

En appliquant la formule de Green aux fonctions U et $e^{\lambda U} - 1$, où λ est une constante positive, nous obtenons

$$\iiint \left\{ (e^{\lambda U} - 1)\,\Delta U + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2\right] \lambda e^{\lambda U} \right\} dv + \iint (e^{\lambda U} - 1) \frac{\partial U}{\partial n}\, d\sigma = 0.$$

La dernière intégrale s'évanouit, si la condition à la surface est (I) ou (II). Si nous admettons l'hypothèse (III) et utilisons l'équation de la propagation intérieure, notre formule devient

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint (e^{\lambda U} - \lambda U)\, dv = -a^2\lambda^2 \iiint \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2\right] e^{\lambda U}\, dv - a^2 \iint h(e^{\lambda U} - 1)\lambda U\, d\sigma.$$

Le second membre est négatif, vu que $(e^x - 1)x \geqq 0$ si x est réel. Ainsi l'intégrale du premier membre décroît Le maximum de l'intégrale est atteint dans le voisinage du maximum de U, pourvu que ce dernier soit positif et λ suffisamment grand. C'est ce voisinage qui fournit l'élément prédominant de l'intégrale; d'où l'on voit que le maximum de U ne peut pas augmenter (C. Q. F. D.). Si l'on n'admet que les conditions (I) et (III), on peut donner une démonstration immédiate en se basant sur un résultat de E. E. Levi (*Annali di Mat.*, 3e série, **1**, 1908, p. 194-197). Pour un solide illimité, on peut montrer, en se servant de la forme explicite de l'intégrale, que non seulement le maximum de la température, mais aussi le maximum du gradient de la température décroît avec le temps (il y a une restriction concernant l'allure à l'infini).

2. *Si la chaleur se propage le long d'une droite homogène infinie, ni le nombre des changements de signe ni celui des extréma de la température ne*

peuvent augmenter avec le temps. Nous avons démontré cet énoncé en faisant une restriction légère sur l'allure de la distribution initiale à l'infini. Le cas des zéros de la température sur un segment de droite fini, homogène ou inhomogène, a été traité par Sturm (*Journal de Math.*, 1, 1836, p. 413-431); nous avons trouvé une nouvelle démonstration de son résultat principal. Ajoutons que la partie du théorème énoncé, qui se rapporte au nombre des extréma, ne peut pas être étendue au cas du plan infini.

3. L'énoncé du n° 2 découle immédiatement de la forme connue de l'intégrale et d'une extension de la règle des signes de Descartes, donnée par Laguerre. Voici une nouvelle règle des signes qui peut rendre des services analogues, lorsque la distribution de la température possède la symétrie des cercles ou des sphères concentriques : *Soient* $G(z)$ *une fonction entière dont tous les coefficients sont réels et non négatifs et* $\varphi(x)$ *une fonction de la variable positive* x *qui change* V *fois de signe. Alors la fonction représentée par l'intégrale*

$$\int_0^\infty G(xu)\varphi(u)\,du$$

sur un certain segment de l'axe réel y admet V *zéros au plus.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'inversion des transformations continues de deux variables*. Note [1] de M. S. STOILOW, transmise par M. Hadamard.

1. Supposons qu'une transformation, univoque du plan π au plan π', satisfasse aux conditions suivantes :

1° Elle est continue dans tout π à distance finie;

2° Au voisinage de tout point de π, elle est localement biunivoque;

3° A tout chemin allant à l'infini dans π, correspond dans π' un chemin de la même espèce.

Dans ces conditions, M. Hadamard a démontré [2] que la transformation est biunivoque dans tout π et qu'elle transforme π en π'.

---

[1] Séance du 26 mai 1931.

[2] J. HADAMARD, *Bulletin de la Société mathématique de France*, 34, 1906, p. 71. La forme donnée à la condition 3° par M. Hadamard est un peu différente de celle de plus haut. Équivalentes dans le cas des transformations envisagées ici, ces deux formes de la condition 3° ne le sont pas dans le cas plus général que nous donnons plus loin.

Je me propose de montrer ici comment les propriétés des *transformations intérieures* (¹) permettent facilement d'arriver à une généralisation assez large du théorème de M. Hadamard (au moins dans le cas envisagé ici de deux dimensions).

2. Considérons une transformation intérieure ($\mathcal{J}$) d'une région (²) sphérique (r) qui se trouve ainsi représentée sur une région (R) d'une autre sphère. La proposition que nous allons établir est la suivante :

Si l'image dans (R) *de tout chemin qui tend vers la frontière de* (r) *est un chemin tendant vers la frontière de* (R) : *l'ordre de connexion* (³) *de* (R) *est au plus égal à celui de* (r) *et tout point de* (R) *est l'image du même nombre de points de* (r), *distincts ou confondus* (⁴) (*ce nombre étant d'ailleurs fini*).

Soient (f) et (F) les frontières de (r) et de (R) respectivement. Étant donnés deux chemins quelconques qui tendent vers le même élément de (f) il est facile de construire un troisième chemin dont l'image doit tendre vers le même élément de (F) que l'image de chacun des chemins précédents. Tous les chemins qui tendent vers un même élément de (f) ont donc des images tendant vers le même élément de (F).

Soit, d'autre part, $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ une suite de points de (R) tendant vers un point quelconque K de (F). Soient $\beta_1, \beta_2, \ldots$ des points de (r) ayant respectivement pour images $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$. Tout point limite des β est sur (f). Comme on peut faire passer par les β un chemin qui tende vers (f), on voit que *tout* K est un point limite pour un certain chemin tendant vers (f). Le nombre des éléments de (F) ne peut donc dépasser celui des éléments de (f).

Pour établir la seconde partie de la proposition énoncée rappelons un théorème démontré dans le Mémoire cité (p. 363) qui, appliqué à la transformation ($\mathcal{J}$), laquelle par hypothèse est dénuée de valeurs asymptotiques, s'exprime ainsi : quel que soit l'arc simple (A, B) dans (R), il existe au

---

(¹) *Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, 45, 1928, p. 347. Ce sont les transformations continues qui ont pour invariants le *point intérieur* et le *continu*.

(²) Domaine ouvert.

(³) Nombre des *éléments* (continus distincts ou points isolés) qui constituent la frontière de la région.

(⁴) Du point de vue de l'inversion locale, les transformations intérieures se comportent comme les fonctions holomorphes d'une variable complexe (*loc. cit.*, p. 372). On peut donc parler de points « confondus » qui ont même image. Nous appellerons *points de ramification* les points autour desquels la transformation n'est pas localement biunivoque.

moins un arc simple dans (r) partant d'un point quelconque de (r) qui a pour image le point A et se transformant, d'une manière biunivoque, en (A, B).

Les points de ramification de $(\mathcal{T})$ étant isolés et $(\mathcal{T})$ satisfaisant, en plus, à l'hypothèse de l'énoncé, les images de ces points sont également isolées. On peut donc prendre (A, B) tel qu'il ne passe par aucune de ces images et la seconde partie de notre proposition se déduit alors immédiatement du théorème rappelé.

3. Appliquée aux transformations envisagées au n° 1, la proposition du n° 2 fournit le théorème de M. Hadamard : 1° (r) est le plan entier ou, ce qui revient au même, la sphère pointée. La première partie de notre proposition permet donc d'affirmer que (R) est à connexion simple; 2° la transformation n'a pas de points de ramification; donc, puisque (R) est à connexion simple, la transformation est biunivoque dans tout (r); 3° tout chemin allant au point qui représente l'infini sur la sphère se transforme en un chemin allant à un point déterminé sur l'autre sphère. Ce point est alors le seul point frontière de (R) et cette région est, comme (r), la sphère pointée.

En abandonnant l'une des hypothèses 2° ou 3°, on obtient des cas intermédiaires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un système d'équations fonctionnelles.* Note [1] de M. **Gr. C. Moisil**, transmise par M. Hadamard.

Considérons l'intégrale de Cauchy

$$\int_C f(z)\,dz = F(C); \tag{1}$$

F(C) est une fonction additive de lignes planes. Si l'on suppose que F(C) est une fonction absolument continue du domaine D limité par C, on a

$$\int_C f(z)\,dz - \int\int_D \varphi(v)\,d\omega = 0. \tag{2}$$

Ce cas a été étudié par M. N. Théodoresco [2] qui dans une Thèse

---

[1] Séance du 26 mai 1931.

[2] N. Théodoresco, *La dérivée aréolaire et ses applications à la Physique mathématique*, p. 47 et suiv. (Paris, Gauthier-Villars, 1931).

récente a montré que si $\varphi(v)$ est bornée l'intégrale de M. D. Pompeiu

(3) $$g(z)=\frac{1}{2i\pi}\int\int_D \frac{\varphi(v)}{z-v}d\omega$$

est une solution de (2). Mais $\varphi(v)$ peut ne pas être bornée et F(C) n'est pas toujours une fonction absolument continue de D.

Nous supposerons que F(C) est à variation bornée et n'a que des discontinuités de première espèce. On sait qu'il existe une fonction additive d'ensembles mesurables B, $\Phi(e)$, telle que pour toute courbe C pour laquelle F(C) est continue, on ait

(4) $$F(C)=\Phi(D).$$

L'intégrale

(5) $$g(z)=\frac{1}{2i\pi}\int\int_D \frac{d\Phi(e)}{z-v}$$

est solution de l'équation fonctionnelle (1). Cette remarque généralise les résultats de M. G. Evans (1). Pour la justifier nous avons employé la méthode même de M. Evans, en nous basant sur le changement de l'ordre d'intégration

$$\int_C dz\int\int_D \frac{d\Phi(e)}{z-v}=\int\int_D d\Phi(e)\int_C \frac{dz}{z-v}.$$

L'observation ci-dessus peut être étendue aux systèmes d'équations intégrales dans un espace à m dimensions

(6) $$\int_\Sigma (n.\gamma)\,f\,d\sigma=F(\Sigma)$$

où $(\gamma_1, \ldots, \gamma_m)$ sont des matrices qui satisfont aux relations (2)

(7) $$\bar\gamma_h\gamma_k+\bar\gamma_k\gamma_h=\gamma_h\bar\gamma_k+\gamma_k\bar\gamma_h=2\,\delta_{hk}e.$$

En employant les fonctions de domaine $\Phi(\Omega)$ qui, pour toutes les surfaces Σ pour lesquelles $F(\Sigma)$ est continue, donnent

(8) $$\Phi(\Omega)=F(\Sigma),$$

---

(1) G. Evans, *Fundamental points of potential theory* (*Rice Instit. Pamphlet*, 7, 1929, p. 252).

(2) Gr. C. Moisil, *Sur les systèmes d'équations de Dirac du type elliptique* (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1192).

nous avons montré que sous les mêmes hypothèses que dans le cas plan *l'intégrale*

$$g_P = \frac{1}{s_m} \int_\Omega \frac{(\overrightarrow{MP}.\overline{\gamma})}{\overline{MP}^m} d\Phi(e_M) \tag{9}$$

est une solution du système (6)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une remarque sur les singularités des séries de Dirichlet.* Note de M. N. **Aronszajn**, présentée par M. Hadamard.

M. V. Bernstein, dans sa Thèse ([1]), a introduit la notion de la droite d'holomorphie $\sigma = h$ $(s = \sigma + it)$ d'une fonction

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s} \qquad (\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n < \ldots \to \infty). \tag{1}$$

L'abscisse h, dite abscisse d'holomorphie, est la borne inférieure de tous les x (réels) pour lesquels la fonction $f(s)$ est prolongeable dans tout le demi-plan $\sigma > x$. Il peut arriver que h soit plus petit que l'abscisse de convergence de la série (1).

D'après un théorème de M. V. Bernstein ([2]), si la suite $\{\lambda_n\}$ est de densité maximum finie ([3]), la fonction $f(s)$ possède nécessairement un point singulier sur la droite d'holomorphie. Les suppositions de ce théorème excluant une grande classe de séries de Dirichlet, parmi lesquelles se trouvent même les séries de Dirichlet proprement dites (où l'on a $\lambda_n = lgn$), il est naturel d'essayer d'étendre le théorème mentionné aux suites $\{\lambda_n\}$ de densité maximum infinie.

Nous allons construire pour chaque suite $\{\lambda_\nu\}$ remplissant

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n < \ldots \to \infty, \qquad \lim_{n=\infty} (\lambda_{n+1} - \lambda_n) = 0 \tag{2}$$

une fonction

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$$

([1]) *Rendic. del R. Instit. Lombardo...*, 2e série, 63, VI-X, p. 4.

([2]) *Loc. cit.*, p. 77.

([3]) On dit d'après M. G. Polya (*Math. Zeitsch.*, 29, 1929, p. 559) qu'une suite $\{\lambda_n\}$ est mesurable et de densité D lorsque $\lim_{n=\infty} \frac{n}{\lambda_n} = D$. La densité maximum d'une suite $\{\lambda_n\}$ non mesurable est la borne inférieure des densités de suites mesurables contenant la suite $\{\lambda_n\}$.

satisfaisant à la condition

(3) Aucun point singulier de $f(s)$ n'est situé sur sa droite d'holomorphie.

Ceci prouve l'impossibilité de l'extension du théorème de M. Bernstein aux séries (1) dont les suites $\{\lambda_n\}$ remplissent (2) et en particulier aux séries de Dirichlet proprement dites.

Voici d'abord un exemple très simple d'une fonction remplissant (3) :

$$(4) \qquad f_0(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k e^{-ks}}{1+e^{-\frac{1}{k^2}-\frac{s}{k}}} = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k e^{-ks} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m e^{-\frac{m}{k^2}-\frac{ms}{k}} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(0)} e^{-\lambda_n s},$$

où $\{\lambda_n\}$ est la suite formée de tous les nombres $\left(k+\frac{m}{k}\right)$ pour k, m naturels, $A_n^{(0)} = \Sigma(-1)^m \alpha_k e^{-\frac{m}{k^2}}$ la somme étendue à tous les couples (k, m) avec $k+\frac{m}{k} = \lambda_n$.

Les coefficients α_k doivent être choisis de manière que tous les développements et transformations indiqués dans (4) soient possibles. Il suffit pour cela de prendre $\alpha_k \leqq \frac{1}{k!}$; on vérifiera immédiatement que la fonction $f_0(s)$ possède comme points singuliers seulement des pôles simples $-\frac{1}{n} - \pi n(2k+1)i$ dont aucun n'est sur sa droite d'holomorphie $\sigma = 0$.

Pour une suite $\{\lambda_n\}$ quelconque satisfaisant à (2), on procédera de la manière suivante : on extraira, pour $k = 1, 2, \ldots$ de la suite $\{\lambda_n\}$ une suite $\{\lambda_n^{(k)}\}_{n=1,2,\ldots}$ avec

$$(5) \qquad \lambda_n^{(k)} < \lambda_{n+1}^{k}, \qquad \lim_{n=\infty} (\lambda_{n+1}^{k} - \lambda_n^{k}) = \frac{1}{k}.$$

On peut obtenir une telle suite en prenant, pour chaque segment $\left[\frac{m}{k}; \frac{m+1}{k}\right]$ $(m = 1, 2, 3, \ldots)$, le premier terme λ_n (s'il existe) contenu dans ce segment.

On posera

$$C_k(z) = \prod_{\nu=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{(\lambda_\nu^k)^2}\right), \qquad f_k(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_n^k s}}{C_k'(\lambda_n^k)},$$

et enfin

$$(6) \qquad f(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k f_k\left(s+\frac{1}{k}\right) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda_m^k\left(s+\frac{1}{k}\right)}}{C_k'(\lambda_m^k)} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n s}.$$

Certains des coefficients A_n peuvent s'annuler (on pourrait aussi s'arranger pour que tout $A_n \neq 0$).

Pour rendre possibles les développements (6), il suffit de prendre les α_k tels que

$$\frac{1}{\alpha_k} \geqq \text{max. de } 2^k |f_k(s)|$$

$$\text{pour } \sigma = \frac{1}{k} \quad \text{et} \quad |t| \geqq \frac{k\pi}{2}, \quad \text{ou} \quad -k \leqq \sigma \leqq \frac{1}{k} \quad \text{et} \quad t = \pm\frac{k\pi}{2},$$

$$\text{ou bien} \quad \sigma = -k \quad \text{et} \quad |t| \leqq \frac{k\pi}{2};$$

$$\frac{1}{\alpha_k} \geqq 2^k \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{1}{C'_k(\lambda_n^{(k)})} \right| e^{\frac{-\lambda_n^{(k)}}{k}}.$$

La fonction définie par (6) est la fonction cherchée remplissant (3).

Pour le démontrer, on s'appuiera sur les résultats de M. Bernstein (voir sa Thèse), d'après lesquels : 1° les fonctions $f_k(s)$ sont holomorphes dans le demi-plan $\sigma > 0$ et la bande $\sigma \leqq 0$; $|t| < k\pi$; 2° elles possèdent les points singuliers $\pm k\pi i$. En outre $f_k(s)$ a l'abscisse de convergence absolue O.

Remarquons que les suites $\{\lambda_n\}$ soumises à la condition (2) sont de densité infinie; cependant elles n'épuisent pas la classe de toutes les suites $\{\lambda_n\}$ de densité infinie.

Pendant la rédaction de cette Note, M. V. Bernstein a bien voulu me faire savoir que le même procédé s'applique à toutes les suites $\{\lambda_n\}$ desquelles on peut extraire une infinité de suites partielles $\{\lambda_n^{(k)}\}$ satisfaisant aux conditions suivantes :

1° $\{\lambda_n^{(k)}\}$ a une densité maximum $D_k < \infty$ avec $\lim\limits_{k=\infty} D_k = \infty$;

2° $\underline{\lim}\limits_{n=\infty} \frac{n}{\lambda_n^{(k)}} = d_k \geqq \alpha D_k$ avec $\alpha > 0$ indépendant de k;

3° Les δ relatifs à chacune des $\{\lambda_n^{(k)}\}$ (¹) sont bornés dans leur ensemble.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *De l'intégration d'une équation de la première classe.* Note de M. **R. Gosse**, présentée par M. E. Goursat.

Dans le cas très important où une équation du second ordre peut s'écrire sous la forme

$$(1) \qquad \frac{d\,a(x, y, z, p)}{dy} = ab(x, y, z, q) + b_1(x, y, z, q),$$

la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une involution d'ordre 2

(¹) Pour la définition de δ, voir Bernstein, *loc. cit.*, p. 79 et suiv.

est qu'il y ait une fonction $u(x, y, z, p)$ telle que

$$\frac{\partial u}{\partial y} = ub + a\,\mathrm{H}(b) + \mathrm{H}(b_1). \tag{2}$$

S'il y a une autre involution d'ordre n supérieur à 3, il existe, ou bien une fonction $\sigma(x, y, z, p)$ telle que

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = \mathrm{H}(b) + b_2(x, y, z, q), \tag{3}$$

ou bien une fonction $\tau(x, y, z, p)$ telle que

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} + b\mathrm{X} + \mathrm{X}_1\,\mathrm{H}(b) + \mathrm{H}_2(b) = \mathrm{F}(b)\,\frac{\mathrm{H}(a) - u}{\dfrac{\partial a}{\partial p}}, \tag{4}$$

et le problème de la discussion simultanée de 2 et 3 ou de 2 et 4 ne paraît présenter que des difficultés de calcul.

Si la seconde involution est d'ordre 3, le groupe de deux conditions — nécessaires et suffisantes dans ce cas — se réduit à

$$\frac{\partial}{\partial y}\sigma(x, y, z, p) = \mathrm{H}(b) - b\,\mathrm{X}(x),$$
$$\frac{\partial}{\partial y}\rho(x, y, z, p) = b(\rho + a\mathrm{X}) - \sigma b_1 + \mathrm{H}(b_1).$$

En étudiant un cas particulier de la discussion à laquelle il conduit, j'ai été amené à intégrer toute une catégorie d'équations de la première classe, dont fait partie l'équation

$$s(x+y)\lambda = 2k(x+y)^2(p\sqrt{q} + q\sqrt{p}) + 2pq(x+y)^4 + 2\sqrt{pq}\left[\frac{k^2}{3} - 2z(x+y)^3\right]$$

où

$$\lambda = (x+y)^3 z + \frac{k^2}{3},$$

que M. Lainé a signalée à la fin de sa Thèse [1].

Pour cette équation, il suffit de considérer la transformation de Bäcklund

$$\mathrm{X} = x, \qquad k(x+y)\sqrt{p} = \mathrm{Q}\lambda - \frac{k^2}{x+y},$$
$$\mathrm{Y} = y, \qquad k(x+y)\sqrt{q} = \mathrm{P}\lambda - \frac{k^2}{x+y},$$

---

(1) LAINÉ, *Thèses de Doctorat*, Cracovie, Imprimerie de l'Université, 1928, p. 95.

pour obtenir, en éliminant P et Q, l'équation de M. Lainé. Si l'on élimine p, q, z et qu'on pose $z_1 = e^{-z}$, on est ramené à l'équation

$$s_1 + \frac{2(p_1+q_1)}{x+y} = 0,$$

et à une formule simple pour l'intégrale générale de l'équation de M. Lainé.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques propriétés des fonctions uniformes au voisinage d'un point singulier essentiel isolé.* Note de M. **Florent Bureau.**

Dans cette Note nous nous proposons d'indiquer quelques propositions nouvelles relatives aux fonctions uniformes au voisinage d'un point singulier essentiel isolé.

1. Soit $f(x)$ une fonction admettant le point $x = a$, à distance finie ou infinie, comme point singulier essentiel isolé, au voisinage duquel elle est uniforme et régulière. Dans ces conditions on a le théorème suivant :

Si α et β sont deux nombres finis, dont le dernier β est différent de zéro, l'une au moins des équations

$$f(x) - \alpha = 0,$$
$$f^n(x) - \beta = 0 \qquad (n \geqq 1),$$

où $f^n(x)$ désigne la dérivée d'ordre n, admet une infinité de racines au voisinage de $x = a$.

Supposons que la fonction $f(x)$ soit méromorphe dans tout le plan de la variable complexe x. Nous obtenons par le théorème précédent la généralisation suivante d'un théorème de Polya-Saxer (1):

Si la fonction méromorphe $f(x)$ possède les valeurs exceptionnelles α et ∞, sa dérivée d'ordre n $(n \geqq 1)$ ne peut avoir que 0 et ∞ pour valeurs exceptionnelles.

2. Pour une fonction

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_m x^m + \ldots$$

holomorphe dans le cercle $|x| < 1$, nous avons le théorème suivant :

Soient les deux nombres α et β $(\beta \neq 0)$ tels que $\alpha \neq a_0$, $\beta \neq n!\,a_n$ $(n \geqq 1)$;

(1) W. Saxer, *Ueber die Picardschen Ausnahmewerte sukzessiver Derivierten* (*Mathematische Zeitschrift*, 17, 1923, p. 210).

supposons que $f(x)-\alpha$ *et* $f^n(x)-\beta$ *ne s'annulent pas à l'intérieur du cercle-unité et que* $a_p \neq 0$, *p étant un nombre entier, positif, supérieur à n.*

Dans tout cercle de rayon r intérieur au cercle-unité, le module de $f(x)$ *reste inférieur à un nombre qui s'exprime au moyon de* α, β, a_0, a_n, a_p *et r seulement.*

En conséquence :

Soient

$$f(x)=a_0+a_1x+\ldots+a_mx^m+\ldots$$

une fonction holomorphe dans le cercle $|x|<R$ *et deux nombres* α, β ($\beta \neq 0$) *tels que* $\alpha \neq a_0$, $\beta \neq n!\,a_n\,(n \geqq 1)$. *Supposons que* $f(x)-\alpha$ *et* $f^n(x)-\beta$ *ne s'annulent pas dans le cercle* $|x|<R$ *et que* a_p *soit* $\neq 0$ $)p>n\geqq 1)$.

Si $p=n=1$, *le rayon* R *du cercle* $|x|<R$ *est borné par un nombre qui s'exprime au moyen de* α, β, a_0, a_n *et* a_{n+1} *seulement.*

Si $p>n+1$, *il est possible de déterminer un nombre entier* $q>p$, *dépendant exclusivement de n et p, tel que, si* $a_q \neq 0$, *le rayon* R *du cercle* $|x|<R$ *est borné par un nombre qui s'exprime au moyen de* α, β, a_0, a_n, a_p *et* a_q *seulement.*

Ces propositions permettent d'énoncer pour les fonctions holomorphes dans le cercle-unité le critère suivant de famille normale :

Une famille de fonctions $f(x)$, *ne comprenant aucun polynome de degré* $\leqq n$, *holomorphes dans le cercle* $|x|<1$, *est normale dans ce cercle, dans les conditions suivantes :*

1° *Étant donnés deux nombres* α *et* β ($\beta \neq 0$), *aucune des équations* $f(x)-\alpha=0$, $f^n(x)-\beta=0\,(n\geqq 1)$, *n'admet de racine dans le cercle* $|x|<1$.

2° *Les quantités* $|a_0-\alpha|$ *et* $|n!\,a_n-\beta|$ *sont bornées supérieurement et inférieurement par des nombres positifs valables pour toute fonction de la famille.*

3° *Il existe un nombre entier positif p, plus grand que n, tel que* $\left|\frac{1}{a_p}\right|$ *est borné supérieurement par un nombre positif, valable pour toute fonction de la famille.*

3. Enfin nous énoncerons le théorème suivant :

Soient $f_1(x)$, $\ldots$, $f_n(x)$, $n\,(n\geqq 2)$ *fonctions transcendantes entières, n'ayant qu'un nombre fini de zéros, et* $T(r)$ *la plus grande des quantités* (1) $T(r, f_1)$, $\ldots$, $T(r, f_n)$. *Considérons n fonctions méromorphes* $\varphi_1(x)$, $\ldots$,

(1) Introduites par M. R. Nevanlinna.

$\varphi_n(x)$, *telles que*

$$\lim_{r\to\infty} \frac{T(r, \varphi_\nu)}{T(r)} = 0 \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n).$$

Dans ces conditions l'identité

$$\varphi_1(x) f_1^{p_1}(x) + \ldots + \varphi_n(x) f_n^{p_n}(x) = 1$$

(*où* $p_1, \ldots, p_n$ *désignent des nombres entiers positifs*) *est impossible si les fonctions* $\varphi_1(x) f_1^{p_1}(x), \ldots, \varphi_n(x) f_n^{p_n}(x)$ *sont linéairement indépendantes.*

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Chaîne fermée à cinq couples rotoïdes, déformable au premier degré de liberté.* Note [1] de M. **F. E. Myard**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

En dehors des solutions banales de chaînes à cinq couples rotoïdes *parallèles*, et à cinq couples rotoïdes *concourants* sur un même sommet (et qui sont déformables au deuxième degré de liberté), on ne connaissait jusqu'à présent aucun exemple de chaîne fermée à cinq couples rotoïdes, déformable au premier degré de liberté.

La présente Note, ainsi que nous l'indiquions précédemment [2], va déceler l'existence d'une telle chaîne paradoxale (première solution ou chaîne n° 1).

Reprenons un tore défini, en projection oblique, par ses deux parallèles limites P_1, P_2, et son cercle générateur C. Étant donnée la propriété du plan bitangent, nous pouvons considérer le tore comme étant engendré par l'un ou l'autre des deux cercles contenus dans un plan bitangent quelconque, et tournant autour de l'axe OZ. En particulier, nous pouvons envisager le cercle A′ (qui est l'un des cercles d'intersection, avec le tore, du plan bitangent mobile, de trace T′) de centre Ω′, animé de ce mouvement de rotation autour de l'axe OZ, et dire qu'il rencontre constamment le cercle A en un point mobile S (qui, par conséquent, va se déplacer simultanément sur ces deux cercles A et A′).

Il s'ensuit que nous pouvons, *a priori*, réaliser un système articulé comprenant trois couples rotoïdes OZ, ΩX, Ω′X′ (ΩX et Ω′X′ étant normaux, respectivement, aux plans des cercles A et A′), et le couple sphérique S.

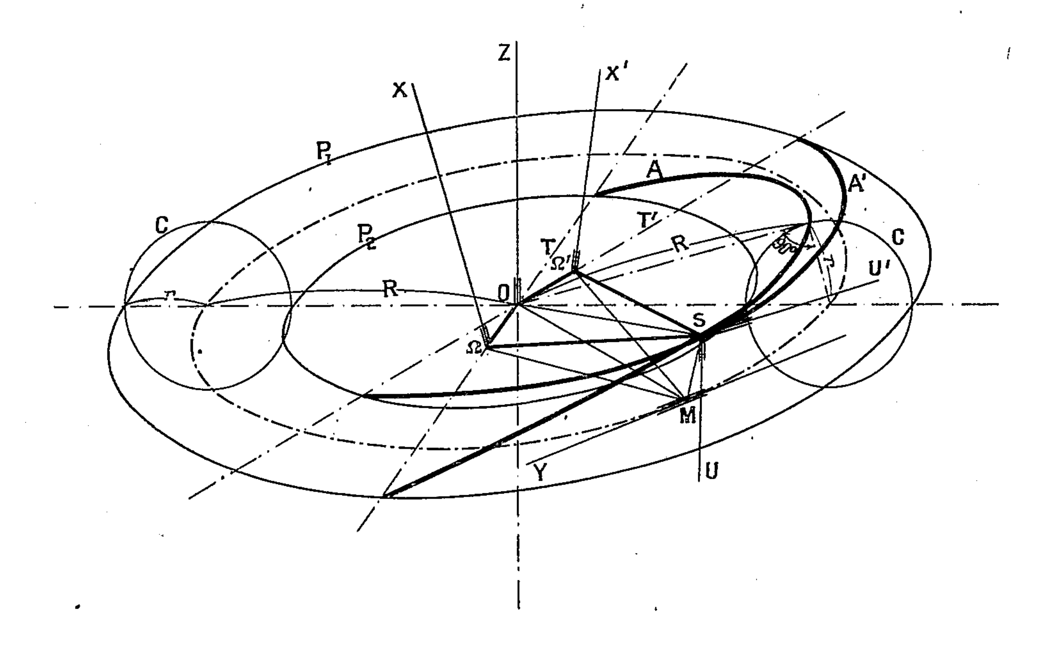
---

(1) Séance du 26 mai 1931.

(2) Voir *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1194.

En réalité nous allons montrer que le couple apparemment sphérique S se réduit à deux couples rotoïdes concourants.

En effet nous avons vu que le système articulé OΩSM était à 4 couples rotoïdes d'axes respectifs OZ, ΩX, SU et MY. Considérons donc la barre OM comme faisant partie du bâti. Si nous déformons l'isogramme OΩSM, le point Ω décrit un cercle autour de OZ (dans le plan moyen du tore) et le point S décrit un cercle d'axe MY et de plan normal au précédent.



Or, pareillement, nous pouvons considérer le système articulé OΩ'SM, à quatre couples rotoïdes d'axes respectifs OZ, Ω'X', SU' et MY (Ω'X' étant normal au plan du cercle A', et SU' étant normal au plan MSΩ').

Nous avons donc *deux systèmes de droites* (ou barres articulées) OΩSM et OΩ'SM, disposées toujours symétriquement par rapport au plan OSM, et *présentant*, *en commun*, *la liaison* OMS. Nous pouvons par conséquent supprimer cette liaison commune OMS. Il nous restera en S un couple rotoïde SU pour le système SΩO, et le couple rotoïde SU' pour le système SΩ'O (les deux axes SU et SU' étant symétriquement disposés par rapport au plan SMO et faisant chacun un même angle constant avec l'axe MY). Donc, au total, un système articulé à cinq couples rotoïdes.

La démonstration peut être faite plus géométriquement [1]. Considérant encore, dans le système articulé à quatre couples rotoïdes OΩSM, la barre OM comme étant le bâti, nous pouvons énoncer la proposition suivante :

Étant donnés deux cercles égaux de rayon r, et disposés perpendiculairement de manière que le plan de chacun contienne le centre de l'autre, la distance des centres étant R, si l'on assujettit une droite de longueur R à s'appuyer par ses extrémités sur ces deux cercles, cette droite engendre une surface réglée dont les génératrices sont constamment normales aux génératrices correspondantes et respectives de deux hyperboloïdes de révolution ayant les cercles donnés pour cercles de gorge, les cônes directeurs correspondants ayant un demi-angle au sommet de valeur k défini par $\sin k = \frac{r}{R}$.

Considérant le deuxième système articulé OΩ′SM, nous voyons qu'il existe, pareillement, une surface réglée symétrique de la précédente (les plans des deux cercles formant deux plans de symétrie pour ces deux surfaces).

Donc, deux génératrices symétriques de ces deux surfaces réglées, telles que SΩ et SΩ′, sont constamment normales respectivement aux génératrices correspondantes de double génération définissant les deux hyperboloïdes précédemment nommés.

Donc SΩ peut être articulée, en S, par couple rotoïde sur la génératrice correspondante (et à laquelle elle est normale) de l'hyperboloïde d'axe MY (première génération). De même en Ω.

Pareillement, SΩ′ peut être articulée, en S, par couple rotoïde sur la génératrice correspondante (et à laquelle elle est normale) de l'hyperboloïde d'axe MY (deuxième génération). De même en Ω′. Les deux rayons OΩ, OΩ′ étant articulés suivant l'axe OZ, nous avons bien, au total, un système articulé à cinq couples rotoïdes.

Ce système articulé nous donne, dans l'espace et par rapport au système lui-même, les exemples (pouvant illustrer le théorème de Kempe-Kœnigs) : *a*. d'un point S décrivant un cercle; *b*. d'une droite SM passant par un point fixe M et balayant un plan; *c*. de droites SU, SU′ engendrant chacune un hyperboloïde.

Remarquons que cette chaîne à cinq articulations, produite par la réunion de deux systèmes articulés ayant une liaison commune, ou mieux résultant de la contraction de deux isogrammes symétriques, n'est possible que si ces isogrammes sont *rectangles*. Donc, dans *le cas général*, la réunion correspondante de deux mécanismes de Bennett identiques et symétriques, ne la donnerait pas (on aurait une chaîne déformable à six couples rotoïdes, deux à deux concourants).

---

[1] Prochainement, nous indiquerons, en plus d'une nouvelle démonstration de cette chaîne n° 1, une deuxième solution de chaîne à cinq couples (ou chaîne n° 2) également dérivée de l'isogramme rectangle. Et nous envisagerons aussi celles à six couples rotoïdes.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur l'application d'une méthode d'enregistrement à l'étude des tourbillons se produisant dans les liquides.* Note [1] de MM. E. Crausse et J. Baubiac, présentée par M. L. Lecornu.

La présente Note a pour objet l'exposé de l'application d'une méthode thermique à l'étude des tourbillons qui se produisent, dans divers liquides, à l'aval d'obstacles immergés. Cette méthode, déjà utilisée pour la détermination de la vitesse de l'eau ou de l'air, ainsi que pour l'étude des tourbillons dans l'air n'a, à notre connaissance, jamais été adaptée à celle des tourbillons dans les liquides. C'est son application à ce cas particulier que nous avons entreprise.

Ce procédé consiste en l'interposition, au point intéressant, d'un fil métallique fin, de résistance ohmique élevée et de fort coefficient de température parcouru par un courant. Toute variation de vitesse se produisant autour du fil modifie sa température et par suite sa résistance. Le fil constitue l'une des branches d'un pont de Wheatstone préalablement équilibré. Chaque variation de vitesse est donc décelée par une variation correspondante de la déviation du galvanomètre, déviation qu'il est facile d'enregistrer.

La méthode est précieuse en ce sens que, comme il est exposé plus bas, elle permet l'étude de tourbillons ayant une période faible (de l'ordre de $\frac{1}{100}$ de seconde), pour lesquels, en raison même de la fréquence et des faibles dimensions de ces tourbillons, les méthodes habituelles d'étude sont en défaut.

I. *Application à l'étude des tourbillons alternés de Bénard-Kármán.* — Cette étude a été en partie réalisée par l'un de nous en collaboration avec M. P. Dupin [2]. Il suffit de placer le fil chaud dans le sillage de l'obstacle de façon que les tourbillons alternés viennent balayer ce fil; le diagramme de la figure 1 représente l'enregistrement de tourbillons alternés produits derrière un obstacle cylindrique à base circulaire de 5mm de diamètre, placé dans de l'eau animée d'un mouvement en bloc. La période des tourbillons déduite du diagramme est de 0,8 seconde. On remarquera la régularité de

(1) Séance du 18 mai 1931.

(2) P. Dupin, *Étude expérimentale sur les tourbillons alternés de Bénard* (*Thèse de doctorat*, 21 juin 1930, p. 20; Édouard Privat, Toulouse, et Gauthier-Villars, Paris, éditeurs).

cette période, ce qui prouve que, du moins dans certains cas, celle-ci est parfaitement déterminée.

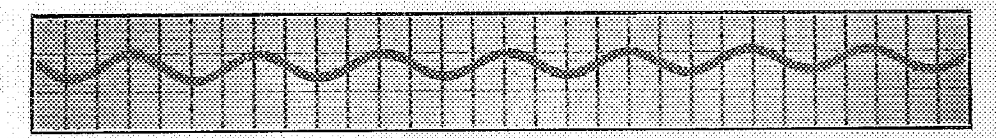


Fig. 1. — Enregistrement de tourbillons alternés produits à l'aval d'un obstacle cylindrique de 5^{mm} de diamètre, placé dans un ajutage cylindrique de 30^{cm} de diamètre.

Une autre application permet la vérification de la similitude des tourbillons alternés successivement étudiés dans deux liquides de viscosité différente. On fait couler à cet effet, autour d'un cylindre de 10^{mm} de diamètre placé dans un ajutage carré de $4^{cm} \times 4^{cm}$, d'abord de l'eau puis une solution sucrée environ quatre fois plus visqueuse que l'eau. Les vitesses sont déterminées par jaugeage, les périodes enregistrées par l'intermédiaire du galvanomètre. Désignons par T_1, V_1, ν_1 la période des tourbillons,

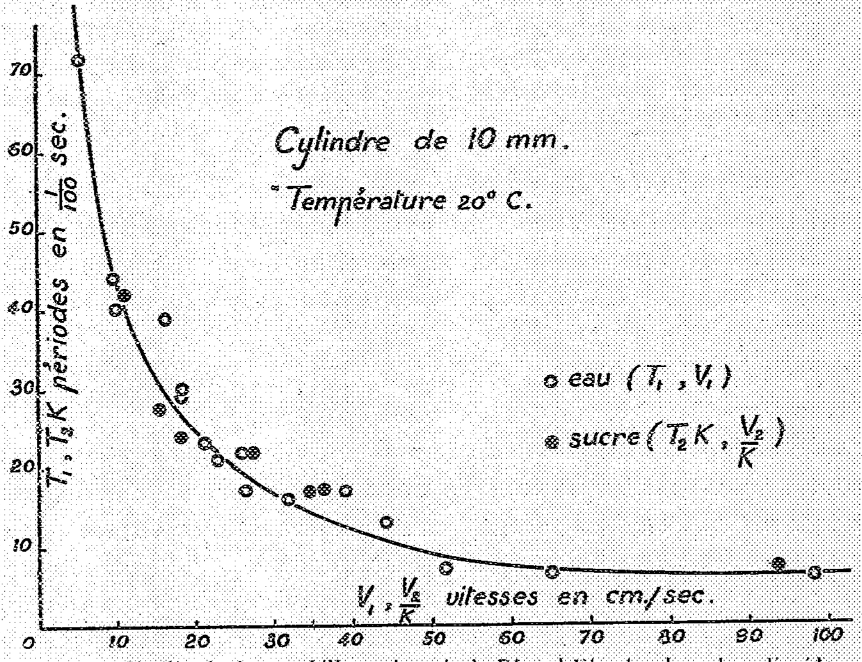


Fig. 2. — Similitude des tourbillons alternés de Bénard-Kármán dans deux liquides de viscosité différente (eau et solution sucrée).

la vitesse et le coefficient cinématique de viscosité de l'eau à 20°C., T_2, V_2, ν_2 les mêmes quantités pour la solution sucrée, $K = \frac{\nu_2}{\nu_1}$ le rapport des viscosités.

Les points (V_1, T_1), $\left(\frac{V_2}{K}, T_2 K\right)$ se disposent autour d'une même courbe moyenne (*fig.* 2), ce qui vérifie l'application de la loi de similitude de Reynolds au phénomène des tourbillons alternés, dans le cas de liquides de viscosité différente. Cette vérification avait antérieurement été faite par MM. P. Dupin et M. Teissié-Solier [1], mais pour des fréquences moins élevées et par des méthodes de mesure différentes.

2. *Application à l'étude des tourbillons secondaires.* — Ces tourbillons ont été décrits par M. J. Courrègelongue [2] et signalés par M. P. Dupin dans sa Thèse de doctorat. Ils apparaissent sous la forme d'une double chaîne le long du sillage de l'obstacle, ils sont de dimensions plus restreintes, et pour une même vitesse, de période plus courte que celle des tourbillons alternés. La méthode du fil chaud est également précieuse pour leur étude en raison même de leur nature et de leur fréquence. Le cliché de la figure 3 donne

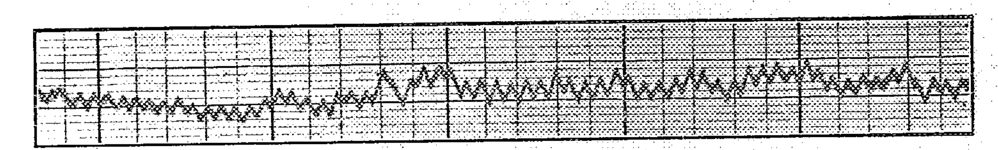


Fig. 3. — Enregistrement de tourbillons secondaires, produits à l'aval d'un obstacle cylindrique de 12mm de diamètre, placé dans un ajutage cylindrique de 30cm de diamètre.

l'enregistrement des périodes des tourbillons secondaires produits par un cylindre de 12mm de diamètre placé dans un champ de vitesses uniforme. Leur période est de $\frac{16,7}{1000}$ de seconde pour une vitesse de 58 cm/sec. On remarquera que la période de ces tourbillons est suffisamment régulière. D'autre part, la période déterminée par l'observation directe, quand celle-ci est possible, a été trouvée la même que celle obtenue par la méthode du fil chaud.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur les mouvements d'ensemble des étoiles.* Note [3] de MM. H. Mineur, Varchon, Barbier et Mlles Canavaggia, Chevallier et Roumens, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Nous nous sommes proposé d'étudier les mouvements d'ensemble des étoiles en classant celles-ci en 19 groupes d'après leur catégorie spectrale et

(1) P. Dupin et M. Teissié-Solier, *Les tourbillons alternés* (Gauthier-Villars, 1928).

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 972.

(3) Séance du 18 mai 1931.

leur distance au Soleil. Nous avons utilisé les 5500 vitesses radiales actuellement connues et pour chaque groupe nous avons calculé les coefficients du développement de la vitesse radiale moyenne en série de fonctions sphériques, jusqu'aux termes du troisième degré, par rapport aux cosinus directeurs α, β, γ :

$$\begin{aligned} V = K &+ a_1\alpha + a_2\beta + a_3\gamma + 2b_1\beta.\gamma + 2b_2\gamma.\alpha + 2b_3\alpha.\beta + b_4(\alpha^2 - \beta^2) \\ &+ b_5(2\gamma^2 - \alpha^2 - \beta^2) + c_1(2\gamma^3 - 3\alpha^2\gamma - 3\beta^2\gamma) + c_2(4\gamma^2\alpha - \alpha^3 - \alpha\beta^2) \\ &+ c_3(4\gamma^2\beta - \beta^3 - \beta\alpha^2) + c_4(\gamma\alpha^2 - \gamma\beta^2) + 2c_5\alpha\beta\gamma + c_6(\alpha^3 - 3\alpha\beta^2) \\ &+ c_7(3\alpha^2\beta - \beta^3). \end{aligned}$$

La préparation numérique a été faite par Mlle Delaveau.

2. Les coefficients a_1, a_2, a_3 donnent la vitesse de translation du Soleil par rapport aux étoiles considérées. Nous avons constaté ainsi que cette vitesse ne dépend pas systématiquement du type spectral :

	a_1 km/sec.	a_2 km/sec.	a_3 km/sec.	Erreur moyenne km/sec.	Apex A.	Apex D.	Vitesse du Soleil km/sec.
Géantes G, K, M.	−14,7	− 6,7	−5,9	±0,4	18h 7m	+31°	17,0
Étoiles B......	−17,9	−10,2	−3,4	±0,5	19 4	+30	21,7
» A......	−14,7	− 4,6	−7,6	±0,8	17 35	+26	17,3
» F......	−17,5	− 5,6	−7,5	±0,7	17 51	+25	19,8
Naines G, K, M..	−14,1	−10,1	−2,9	±1,0	19 15	+35	17,6

En particulier, il est inexact que les étoiles F et les naines des types G, K, M donnent pour vitesse du Soleil une valeur très différente des autres étoiles. La vitesse d'ensemble de ces astres ne manifeste donc pas le courant asymétrique de Strömberg. Les étoiles dont la vitesse résiduelle dépasse 63 km/sec étaient exclues.

De même la déclinaison de l'apex par rapport aux étoiles géantes des types G, K et M n'est pas plus élevée que pour les autres types, comme on l'avait affirmé souvent.

3. Dans chaque groupe les étoiles étaient réparties dans 96 régions de la sphère céleste, classées elles-mêmes en 8 zones de latitude galactique. Nous avons profité de cette circonstance pour déterminer la vitesse du Soleil en classant les étoiles d'après leur cote z au-dessus du plan parallèle au plan galactique mené par le Soleil.

Nous avons cherché ainsi à vérifier l'existence du second courant asymétrique :

Les étoiles du type F ne montrent nullement ce phénomène; on constate seulement une notable diminution de la composante X de la vitesse solaire lorsque z varie de -100 à $+200$ parsecs, tandis que la composante Y ne

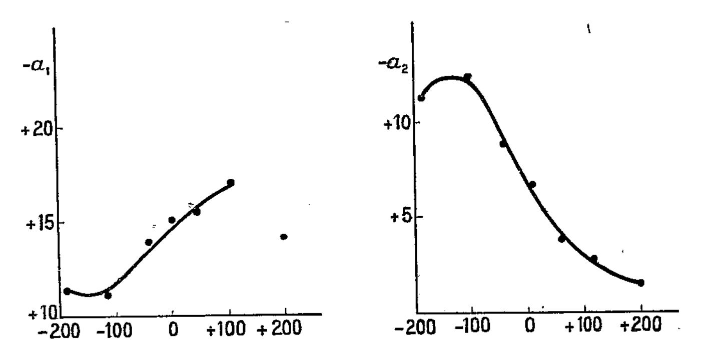


Fig. 1. — Abcisses : distance en parsecs au plan galactique mené par le Soleil. Ordonnées : composantes $-a_1$ et $-a_2$ de la vitesse du Soleil par rapport aux étoiles géantes de type G, K et M de cote z (en km/sec).

varie pas. Pour les étoiles B, le phénomène apparaît un peu; il est beaucoup plus visible pour les étoiles A et il est d'une netteté remarquable pour les géantes rouges, comme le montrent les figures ci-jointes.

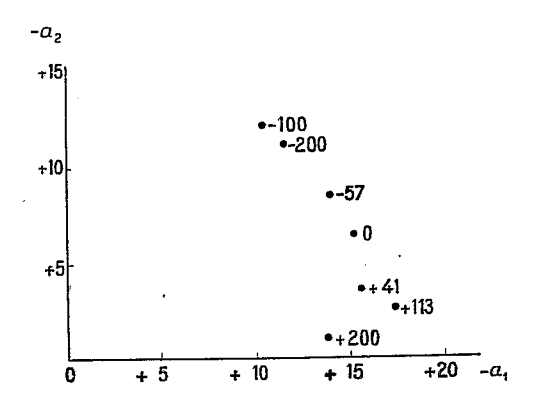


Fig. 2. — La figure représente en projection sur le plan galactique l'extrémité du vecteur vitesse du Soleil par rapport aux étoiles géantes des types G, K et M. Les nombres inscrits à côté des points donnent la cote moyenne z des étoiles qui ont servi à la détermination de cette vitesse. On remarque la tendance des points à se placer sur une ligne droite dont la direction a pour longitude 306°.

On remarque que la variation des composantes $-a_1$ et $-a_2$ de la vitesse du Soleil en fonction de z semble changer de sens pour $z = -120$, cette cote serait donc celle du plan de symétrie de l'univers galactique. Si l'on

interprète ce résultat par une rotation différentielle, la longitude du centre de rotation serait environ 220°.

4. Les coefficients b'_3 et b'_4 traduisent la rotation différentielle de Oort; voici pour chaque catégorie spectrale la longitude l_0 du centre et le coefficient A de Oort :

	$100.b_3$.	$100.b_4$.	l_0.	100.A.
Géantes G, K, M.....	$+0,2\pm0,3$	$+1,8\pm0,3$	$317°\pm6°$	$+1,8\pm0,3$
Étoiles B...........	$+1,4\pm0,3$	$+1,0\pm0,3$	342 ± 11	$+1,7\pm0,3$
» A...........	$+0,7\pm0,7$	$+0,2\pm0,7$	354 ± 40	$+0,7\pm0,7$
» F...........	$+5,8\pm0,7$	$+2,9\pm0,7$	347 ± 5	$+6,4\pm0,7$

b_3, b_4 et A sont exprimés en km $(\text{sec})^{-1}.(\text{parsecs})^{-1}$, l_0 est défini à un multiple près de 90°; on a choisi la solution qui donne pour A une valeur positive.

On remarque que la valeur de A trouvée au moyen des étoiles B et géantes rouges est voisine de celle qui a été obtenue par Oort et Plaskett. Par contre les étoiles F donnent pour A une valeur notablement plus élevée, ce résultat, s'il est confirmé, est incompatible avec la possibilité d'un centre de rotation très éloigné.

ASTRONOMIE. — *Nouvelle contribution à l'étude de la réduction des clichés photographiques.* Note [1] de M. J. **Renaux**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Dans son travail sur les parallaxes stellaires, Schlesinger a ramené, par la méthode des moindres carrés, la détermination des coordonnées rectilignes d'un astre à celles d'un centre de forces parallèles. D'autres astronomes ont cherché à utiliser avec la *plus grande généralité* les formes analytiques de Schlesinger qui se prêtent mal aux interprétations géométriques. La méthode de la distribution des triangles m'a conduit à rejeter l'emploi des « dépendances » et à établir des résultats que je complète. Pour une plus facile compréhension de cette Note, on peut se reporter à un travail antérieur sur le même objet (*Journal des Observateurs*, 30 septembre 1930). Les formes symétriques peuvent être combinées (*J. O.*, remarque *c*); mais pour le choix des coefficients, j'utilise la *composition des substitutions linéaires*, avec les premiers membres des relations (30 *bis*). Sans spécifier

(1) Séance du 26 mai 1931.

abscisses ou ordonnées, soit (ζ_l) une des quantités $x_l^c + l_p - x_l$, $y_l^c + m_p - y_l$; c'est une forme linéaire des coordonnées x_l, y_l. Faisant l'application à une étoile de repère de ζ_i déterminé, la différence $\zeta_i - (\zeta_i)$ est un *résidu de représentation* et j'étudie des solutions pour lesquelles la *somme des résidus de représentation est nulle*.

Soient r points de repère d'indices 1, 2, ..., r; la ligne polygonale fermée $12\ldots r1$, dite enceinte (moins restrictive que celle du JO); $n-r\,(n \geqq r)$ autres points de repère; un point quelconque d'indice q; la distribution $D(12q)$ où q est fixe et où les autres indices sont permutés circulairement. La somme $\Sigma(12q)$ des doubles des aires des triangles, *indépendante du point q, définit le total* T *de l'enceinte*. La relation (35) du JO où les R sont remplacés par les ζ donne une solution S_q relative à une étoile repère d'indice q. Si, pour la distribution on forme la partie homogène en x_l, y_l dans la *composition des substitutions, elle ne dépend que des points de l'enceinte, véritable système de référence pour les autres repères*. C'est une simplification importante, pour les calculs surtout, si l'enceinte est un quadrilatère ou un triangle. Il est facile de supprimer ou d'introduire des repères n'appartenant pas à l'enceinte. On trouve pour la distribution considérée

$$T(\zeta_l) = TS_q - \Sigma[(lr) + 2l|\zeta_1; \tag{1}$$

la somme Σ s'étendant à tous les termes obtenus par permutations circulaires, l étant fixe. Si l'on désigne par S_e la moyenne des r solutions relatives aux sommets de l'enceinte, par S la moyenne des n solutions, on a

$$S = S_e + \sum_{k=r+1}^{k=n} \frac{S_k - S_e}{n}.$$

Composant toutes les relations (1), remplaçant l par l'indice i d'une « repère », on a $\zeta_i - (\zeta_i) = S_i - S$ et *la somme des résidus de représentation est nulle*. Les quantités $S_{r+1} - S_e, \ldots, S_n - S_e$ sont des résidus composés de groupes par unité d'aire qui renseignent sur la précision avec laquelle chacune des étoiles de repère n'appartenant pas à l'enceinte se comporte par rapport à elle.

On peut envisager également les distributions $D(1, s+1, q)$ où $2s < r$. Elles sont respectivement relatives aux lignes polygonales étoilées de l'enceinte choisie et le théorème sur les résidus de représentation leur est applicable. Il subsiste pour les combinaisons linéaires des solutions S relatives à ces

lignes qui constituent une enceinte multiple. Le choix des coefficients se fait ainsi. Dans *les substitutions résultantes*, les coefficients des termes en x_i; y_i sont des fractions dont le dénominateur (le total) est une forme bilinéaire des coordonnées x, y des sommets de l'enceinte, les numérateurs sont, le premier une forme bilinéaire par rapport aux ζ et y de l'enceinte, le second une forme bilinéaire des ζ et x, et l'on est conduit à la réduction des formes bilinéaires. On introduit r formes linéaires

$$F_1(\zeta) = \zeta_r - \zeta_2 + \alpha(\zeta_{r-1} - \zeta_3) + \beta(\zeta_{r-2} - \zeta_3) + \ldots,$$

les autres se déduisant par permutations circulaires des indices et l'on cherche les conditions pour qu'elles se réduisent à deux. La détermination des coefficients α, β, γ, ... se ramène à l'étude de l'équation binome $x^r - 1 = 0$ et des propriétés des polygones réguliers convexes ou étoilés. Les substitutions ont des formes simples, généralisation des résultats naturels pour le quadrilatère ou le triangle.

La réduction des formes bilinéaires s'étend également à certaines formes non symétriques et l'on peut obtenir ainsi des solutions qui, pratiquement, sont très rapides. Je me réserve de revenir sur ces questions et leurs applications dans un travail étendu qui paraîtra ailleurs.

ASTRONOMIE. — *Proximités d'orbites cométaires et de l'orbite de Pluton.* Note de M. G. **Fayet**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Abstraction faite des astres à période assez courte pour que la distance aphélie soit nettement inférieure à la distance périhélie de Pluton, la recherche actuelle embrasse toutes les comètes apparues de 1680 à 1930, dont les éléments paraissent assez bien déterminés. On a examiné ainsi 241 orbites [97 ellipses et 144 paraboles ou très légères hyperboles] dont 177 sont regardées comme définitives.

Un procédé graphique a permis d'effectuer une première discrimination et de rejeter déjà 152 orbites qui ne peuvent pas s'approcher à une faible distance de l'ellipse décrite par la nouvelle planète. On s'est dono borné à rechercher, par le calcul, les proximités minima concernant les 89 orbites cométaires retenues après cette première élimination.

Il s'agit naturellement d'une étude approchée : on néglige complètement les actions perturbatrices et, en outre, il est illusoire de prétendre déterminer avec précision, dans une région très éloignée du périhélie, les coordonnées d'un point appartenant à une orbite cométaire sensiblement para-

bolique dont les éléments sont déduits de quelques mois d'observations. On a donc pu admettre, en vue de simplifier les calculs, que la distance minima de 2 orbites répondait à des points respectifs ayant même longitude héliocentrique λ.

En ne conservant, comme susceptibles de présenter quelque intérêt, que les proximités d'orbites pour lesquelles la distance mutuelle minima ρ ne surpasse pas 2,5, on a obtenu les 28 cas suivants. Dans ce relevé, on indique, pour chacune des 2 orbites (comète et Pluton), les coordonnées rectangulaires héliocentriques $r\cos\beta$, $r\sin\beta$, du point correspondant à la proximité minima, et aussi, pour l'intervalle 1710 à 1960, l'époque approximative t du passage effectif de l'astre en ce point.

Comète.			Proximité minima.		Point de l'orbite cométaire.			Point de l'orbite de Pluton.		
Nom.	e.	P.	λ.	ρ.	$r\cos\beta$.	$r\sin\beta$.	t.	$r\cos\beta$.	$r\sin\beta$.	t.
1744.......	1	–	33°,7	1,3	47,9	−13,0	1717,8	47,6	−14,2	1853,6
1811 II.....	0,98092	755 ans	255,8	0,8	30,0	+ 5,9	1763,4	30,2	+ 5,2	1750,8
1819 II.....	1	–	95,7	0,7	43,3	− 2,4	1841,1	43,4	− 3,1	1918,1
1821.......	1	–	54,7	0,9	47,6	−12,8	1847,2	47,8	−12,0	1876,4
1846 I......	0,99240	2721	292,8	0,3	34,5	− 0,4	1830,2	34,5	− 0,7	1769,1
1849 II.....	1,00071	–	29,7	2,3	48,2	−12,2	1876,5	47,3	−14,4	1849,3
1854 I......	1	–	219,1	1,7	28,2	+ 9,9	1812,4	28,4	− 8,3	1736,0
1855 II.....	0,99378	872	50,4	2,1	48,7	−10,7	1825,8	47,9	−12,6	1871,7
1864 II.....	0,99635	3933	108,6	0,2	40,9	− 0,3	1843,8	41,0	− 0,2	1929,1
1874 VI....	1	–	102,1	1,1	42,1	− 2,7	1895,7	42,2	− 1,6	1923,7
1879 II.....	1	–	231,3	0,5	28,7	+ 8,0	1892,0	28,7	− 7,5	1740,7
1880 III....	1	–	245,6	1,4	28,8	+ 7,6	1868,3	29,5	− 6,3	1746,5
1881 III....	0,99594	2429	95,3	2,4	43,5	− 5,6	1867,7	43,5	− 3,3	1917,7
1887 II.....	0,98461	999	279,7	0,1	32,7	+ 1,8	1871,3	32,7	+ 1,7	1762,1
1888 I......	0,99585	2183	75,6	0,9	46,4	− 7,1	1879,0	46,4	− 7,9	1898,6
1889 II.....	1	–	223,2	0,2	28,5	+ 8,2	1876,0	28,5	− 8,0	1737,6
1889 IV....	0,99772	9740	107,9	2,2	41,3	− 2,5	1868,5	41,1	− 0,3	1928,5
1898 V.....	1	–	97,8	2,5	43,1	− 0,2	**1920,9**	43,0	− 2,6	**1920,0**
1898 VI....	1	–	262,7	0,5	30,7	+ 4,7	1912,0	30,9	− 4,3	1753,9
1898 VIII...	0,99936	3542	250,8	0,4	29,8	+ 5,3	1912,6	29,8	− 5,7	1748,7
1900 II.....	1,00033	–	144,9	2,2	34,0	+ 3,9	1916,3	34,2	+ 6,1	1953,5
1903 III....	1	–	221,7	1,1	28,2	+ 9,2	1890,8	28,5	− 8,2	1737,0
1904 II.....	1	–	35,6	1,3	46,9	−15,2	1932,3	47,6	−14,1	1855,6
1906 VII...	0,98263	583	258,6	0,4	30,5	+ 5,2	1921,6	30,5	− 4,8	1752,1
1907 IV....	1	–	272,6	1,5	31,8	+ 4,3	1894,7	31,9	− 2,8	1758,5
»	1	–	242,8	1,5	29,6	+ 5,1	1920,4	29,3	− 6,6	1745,4
1920 III....	1	–	289,7	0,4	34,1	− 0,5	1905,2	34,1	− 0,1	1767,4
»	1	–	248,3	1,6	29,0	+ 7,5	1933,7	29,6	− 6,0	1747,6

On constate immédiatement que, parmi les 28 proximités d'orbites mises en évidence, une seule, relative à la comète parabolique 1898 V, correspond, dans l'intervalle considéré, à une approche effective des astres, vers le milieu de 1920.

En examinant les dix proximités correspondant à des orbites cométaires elliptiques, on trouve qu'un rapprochement effectif de certains de ces astres avec Pluton a pu ou pourra éventuellement se produire ou voisinage des époques suivantes :

Comète.	Époque.
1811 II	252
1846 I,	7270
1864 II	—2080
1881 III	— 570
1888 I	—6845
1898 VIII	8995
1906 VII	1445

Il s'agit bien entendu de simples indications, étant donnée la grande incertitude avec laquelle sont fixées les durées de révolution des comètes considérées.

RELATIVITÉ. — *Théorie unitaire de la gravitation et de l'électricité.* Note (¹) de M. **Paolo Straneo**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans cette Note je donne une solution du problème unitaire, tel qu'il a été conçu depuis 1918, au moyen d'un système d'équations qui constitue une vraie *synthèse géométrique des phénomènes physiques*, d'un type plus général, mais analogue à la synthèse einsteinienne bien connue de la seule gravitation. Mes équations satisfont aux conditions fondamentales d'être dans un parfait accord avec les lois électromagnétiques de Maxwell, et de se réduire, en l'absence d'électricité, *rigoureusement* aux équations de la théorie einsteinienne.

1. La théorie de la gravitation einsteinienne se développe, comme on sait, dans un continu quadridimensionnel qu'on pourrait considérer comme formé de petits morceaux disgrégés du continu pseudo-euclidien. Mais l'usage a prévalu de le considérer comme doté de la plus simple des con-

(¹) Séance du 26 mai 1931.

nexions possibles, qu'on exprime, avec les notations ordinaires, par la formule $L^{\alpha}_{\mu\nu} = \left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\}$.

Dans la période 1918-1928, de nombreuses tentatives de généralisation (Weyl, Eddington) ont été faites dans le sens *d'étendre* cette connexion pour faire place, dans le continu, à quelque nouvel élément géométrique absolu, qui se prêtât au rôle électromagnétique. Mais on conserva en général à la connexion son caractère *symétrique* par rapport aux indices μ, ν.

2. Depuis quelques années, la géométrie a commencé à prendre en considération, surtout pour l'étude des questions de *parallélisme absolu*, des connexions *asymétriques*. Et c'est précisément sur cette notion de *parallélisme absolu* que M. Einstein fonda sa dernière théorie, qui tend aussi à une *synthèse d'ordre plus élevé*, analogue à celle que nous donnerait, par exemple, sa théorie de la gravitation, si toute notre physique pouvait, comme la mécanique céleste, s'épuiser par la considération des seules masses ponctuelles et disgrégées. On sait, en effet, que dans ce cas les équations einsteiniennes se réduisent aux $G_{\mu\nu} = 0$, qui déterminent par leurs singularités *les localisations*, et par leurs constantes d'intégration *les masses* des points ; et tout cela sans avoir recours à aucun tenseur, tel que le $T_{\mu\nu}$ des équations einsteiniennes ordinaires. Mais, puisque M. Einstein lui-même ne peut pas encore se prononcer sur la valeur pratique de cette tentative, nous nous placerons encore exclusivement au point de vue habituel.

3. Des considérations fondées surtout sur l'étude comparative des propriétés des espaces à connexion affine, ou métrique, ou euclidienne, si bien exposées par M. Cartan, m'ont conduit à essayer la connexion

$$L^{\alpha}_{\mu\nu} = \left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\} + \delta^{\alpha}_{\mu}\Psi_{\nu} \qquad (\alpha, \mu, \nu = 1, 2, 3, 4), \tag{1}$$

qui, comme on voit, est composée par la partie symétrique et la partie asymétrique les plus simples possible, et à tâcher d'en tirer des équations qui soient, en quelque façon, les analogues des équations einsteiniennes qu'on tire de la connexion $L^{\alpha}_{\mu\nu} = \left\{ {\alpha \atop \mu\nu} \right\}$.

Le *tenseur de courbure*, dont l'expression générale est notamment

$$L^{\alpha}_{\mu\nu\rho} = \frac{\partial L^{\alpha}_{\mu\rho}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial L^{\alpha}_{\mu\nu}}{\partial x^{\rho}} + L^{\beta}_{\mu\rho}L^{\alpha}_{\beta\nu} - L^{\beta}_{\mu\nu}L^{\alpha}_{\beta\rho},$$

devient, dans le cas de la connexion (1) ($R^{\alpha}_{\mu\nu\rho}$ étant le *tenseur de Riemann*) :

$$L^{\alpha}_{\mu\nu\rho} = R^{\alpha}_{\mu\nu\rho} + \delta^{\alpha}_{\mu}\left(\frac{\partial\psi_{\rho}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial\psi_{\nu}}{\partial x^{\rho}}\right).$$

Son *tenseur contracté* pour $\alpha = \rho$ et son *invariant scalaire* seront respectivement :

$$(2) \qquad L^{\alpha}_{\mu\nu\alpha} = L_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} + \frac{\partial \psi_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x^\mu}, \qquad L_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = L = G.$$

4. On obtient des équations très analogues aux équations einsteiniennes, et exprimant une des corrélations les plus simples entre le tenseur $g_{\mu\nu}$ et le vecteur ψ_ν, en écrivant

$$(3) \qquad L_{\mu\nu} - \frac{1}{2} L g_{\mu\nu} = E_{\mu\nu},$$

où nous nous réservons de spécifier convenablement le tenseur $E_{\mu\nu}$.

En tenant compte des équations (2), nous pouvons partager les équations (3) dans leurs parties symétriques et hémisymétriques, et écrire le système, en posant $E_{\mu\nu} = -k T_{\mu\nu} + \psi_{\mu\nu}$:

$$(\mathrm{I}) \qquad G_{\mu\nu} - \frac{1}{2} G g_{\mu\nu} = -k T_{\mu\nu},$$

$$(\mathrm{II}) \qquad \frac{\partial \psi_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x^\mu} = \Psi_{\mu\nu}.$$

Mais la partie à gauche des équations (I) est *à divergence nulle*. Admettons qu'il en soit également ainsi pour le tenseur $T_{\mu\nu}$. Au contraire, nous ne faisons aucune hypothèse restrictive sur la divergence des équations (II), et, indiquant par J^μ un vecteur contravariant quelconque, nous poserons

$$(\mathrm{III}) \qquad (\Psi^{\mu\nu})_\nu = J^\mu.$$

Les équations (I), (II) et (III) sont nos équations unitaires.

5. Pour faciliter l'interprétation physique que nous avons en vue, considérons, en premier lieu, encore le tenseur symétrique $T_{\mu\nu}$ partageable en deux parties, dont l'une $\tau_{\mu\nu}$ dépendant uniquement du tenseur hémisymétrique $\Psi_{\mu\nu}$ (et par conséquent du vecteur ψ_ν), et l'autre $\mathbf{T}_{\mu\nu}$ soumise à la seule condition que la somme $\mathbf{T}_{\mu\nu} + \tau_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$ soit toujours à divergence nulle, autrement arbitraire. Considérons deuxièmement le vecteur J^μ aussi comme à divergence nulle. En dernier lieu, faisons pour le tenseur $\tau_{\mu\nu}$ le choix

$$\tau_{\mu\nu} = - g^{\alpha\beta} \Psi_{\mu\alpha} \Psi_{\nu\beta} + \frac{1}{4} g_{\mu\nu} \Psi^{\alpha\beta} \Psi_{\alpha\beta},$$

qui notamment représente une des plus simples combinaisons tensorielles symétriques du tenseur hémisymétrique $\Psi_{\mu\nu}$.

6. Les équations (I), (II) et (III), avec les conventions du n° 5, sont

susceptibles d'une double interprétation, analogue à celle des équations einsteiniennes.

A cause des hypothèses sur les divergences des (I) et (III), et du fait que les (II) sont identiquement satisfaites lorsqu'il en est ainsi des (III), entre nos équations existent $4+6+1$ identités. Les variables du champ $g_{\mu\nu}$ et ψ_ν sont ainsi déterminées respectivement, à moins du choix arbitraire du système de référence et du gradient d'un scalaire, comme cela doit être.

En considérant les quantités arbitraires $\mathbf{T}_{\mu\nu}$ et J^μ comme des tenseurs purement géométriques, $g_{\mu\nu}$ s'interprète comme tenseur fondamental de l'espace-temps et ψ_ν comme vecteur de torsion; en les considérant comme tenseur énergétique de la matière et hypercourant, $g_{\mu\nu}$ s'interprète comme potentiel einsteinien de la gravitation et ψ_ν comme potentiel électromagnétique.

Les équations (II) et (III) sont toujours les équations de Maxwell et, en l'absence d'électricité, tout le système se réduit exactement aux équations gravitationnelles.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur la projection, en relief dans l'espace, de l'image composite enregistrée par la plaque autostéréoscopique*. Note (1) de M. E. ESTANAVE, présentée par M. A. Cotton.

J'ai indiqué (2) que la plaque *autostéréoscopique* porte sur l'une de ses faces, en éléments filiformes enchevêtrés et alternés, les images d'un couple stéréoscopique, l'une réservée à l'œil droit, l'autre à l'œil gauche. La face opposée de la plaque porte le réseau ligné ayant servi à l'enregistrement des deux images et servant ultérieurement à l'observation.

Le but de la présente Note est de faire connaître un dispositif nouveau que j'ai réalisé, permettant d'obtenir par *vision directe* la projection en relief, dans l'espace, de l'image du sujet provenant de la synthèse des deux images enregistrées par la plaque.

En éclairant la plaque positive, en lumière diffuse, du côté émulsion, dans une position renversée comme pour toute projection, une lentille d'assez grand diamètre (celle utilisée avait 10^{cm} de diamètre et environ 30^{cm} de distance focale) projette dans l'espace la double image inscrite sur la plaque.

(1) Séance du 26 mai 1931.
(2) *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 224.

Si cette image est reçue sur un écran plan, on obtient une grande confusion créée par l'empiétement réciproque des deux images projetées. Par vision directe, le triage de chacune de ces images pour chaque œil n'étant pas assuré, la vision stéréoscopique n'est pas réalisée. Mais en interceptant les rayons lumineux donnant cette double image à l'aide d'une grande lentille plan convexe L d'environ 33^{cm} de distance focale, on obtient dans l'espace, au delà et à environ 30^{cm} de cette lentille L, une image réelle du sujet, présentant à l'*œil nu* un excellent relief.

Grâce à la lentille d'observation et au réseau ligné porté par la plaque, chacun des yeux de l'observateur à environ 50^{cm} de la lentille L reçoit *exclusivement* le faisceau de rayons correspondant à chacune des images. Ainsi les deux images aériennes sont vues au *même endroit*, flottant dans l'espace, chacun des yeux percevant *exclusivement* celle qui lui est destinée. Les deux conditions de la vision stéréoscopique se trouvent satisfaites, le relief apparaît.

Si l'on substitue à la plaque à réseau portant les deux images du couple stéréoscopique, une plaque portant une image changeante ou animée, les lignes du réseau étant, cette fois, horizontales, on perçoit en élevant ou abaissant légèrement la tête, au-devant de la lentille d'observation, l'un ou l'autre des aspects de la photographie animée.

Enfin on peut obtenir *à la fois* le relief et l'aspect changeant ou animé en projetant une plaque à réseaux quadrillés, contenant sur son émulsion, en éléments punctiformes, comme je l'ai indiqué (¹), quatre images stéréoscopiques conjuguées deux à deux pour l'aspect A ou l'aspect B. L'observateur perçoit, suivant le point de vue, au-devant de la lentille d'observation, et flottant dans l'espace, soit le sujet A, soit le sujet B avec *son relief*.

En résumé, grâce au dispositif signalé, on obtient par *vision directe* la perception stéréoscopique dans l'espace, en partant des *deux images du sujet* inscrites sur la plaque autostéréoscopique ou sur un stéréogramme à réseau séparé.

(¹) *Comptes rendus*, 150, 1910, p. 683.

SPECTROGRAPHIE. — *Sur la complexité de la série L du baryum.* Note (1) de MM. **V. Dolejšek** et **J. Kubíček**, présentée par M. M. de Broglie.

Dans le travail *The complexity of the* $K\beta'$ *line of* X-*ray spectra*, publié dans *Nature* (2), l'un de nous a étudié l'allure de la raie $K\beta'$ pour différentes combinaisons du manganèse. On avait supposé que sa longueur d'onde dépendait de la liaison chimique et qu'on ne pourrait arriver à la séparer de la raie $K\beta_1$ que pour certaines combinaisons. Il a démontré, au contraire, qu'il est possible de la séparer de la raie principale pour toutes les combinaisons. Mais il a constaté que le rapport des intensités de ces raies varie pour les différentes combinaisons. La raie $K\beta'$ a été trouvée sous la forme d'une bande d'émission non séparée de la raie $K\beta_1$. Une bande d'émission semblable a été trouvée depuis par les auteurs au voisinage des principales raies de la série L du baryum ($L\alpha_1$, $L\beta_2$ et $L\gamma_1$) mais cette fois du côté des longueurs d'onde plus courtes.

On a photographié sur quelques clichés en même temps les raies $K\beta_1$ et $K\beta'$ du cuivre. Comme le satellite $K\beta'$ est situé du côté des longueurs d'onde plus longues de la ligne principale, tandis que les satellites de la série L apparaissent sur le même cliché du côté opposé des raies correspondantes, il est évident qu'on ne peut pas penser à un élargissement des raies dû par exemple à la pénétration des rayons dans le réseau cristallin, la dispersion étant augmentée.

La présence de la raie $K\beta'$ dans le spectre du cuivre et la valeur de la différence des longueurs d'onde de la raie $K\beta_1$ ($\Delta\lambda = 1,0$ U.X) de nouveau mesurée, confirme les résultats du travail cité plus haut. On ne peut pas supposer qu'elle est due aux qualités ferromagnétiques, comme on l'avait primitivement pensé en la trouvant seulement pour les éléments du groupe du fer. De même il n'est pas possible de l'attribuer au doublet provenant de la différence des niveaux M_{II} et M_{III}. Les différentes valeurs du rapport des intensités $K\beta_1 : K\beta'$ pour les différentes combinaisons chimiques suggèrent que l'origine du satellite dépend de la liaison chimique. Il semble aussi que même les bandes d'émission des raies $L\beta_2$ et $L\gamma_1$ sont en relation avec la liaison chimique.

(1) Séance du 18 mai 1931.

(2) Voir Dolejšek et H. Filčákoyá, *Nature*, 123, March 16, 1929, p. 412.

Les longueurs d'onde de ces bandes d'émission (mesurées de la même façon que les bandes d'absorption) sont :

$$L\beta_2\,\lambda = 2399,3\,X; \qquad L\beta'_2\,\lambda = 2398,6\,X,$$
$$L\gamma_1\,\lambda = 2236,6\,X; \qquad L\gamma'_1\,\lambda = 2235,4\,X.$$

Ces valeurs ont été déterminées en employant l'oxyde de baryum sur l'anticathode et même sur le filament. Il n'était pas possible d'obtenir avec d'autres combinaisons du baryum des clichés assez distincts pour pouvoir déterminer aussi le rapport de leurs intensités à l'intensité des raies principales. Du côté des grandes longueurs d'onde on n'a constaté aucun élargissement. Ainsi toutes ces bandes d'émission sont plutôt analogues aux satellites de la raie $K\alpha_1$ ($K\alpha$ et $K\alpha'$) qu'aux satellites de la raie $K\beta$, dont l'origine n'est pas encore éclaircie. Nous avons ainsi mis en évidence la complexité des raies principales de la série L pour les éléments moyens. La raie $L\beta_1$ ne montre aucun élargissement. La raie $L\alpha_1$ montre une bande d'émission, qui n'est pas complètement séparée de celle-ci et qui peut être classée. Sa longueur d'onde correspond à la raie $L\alpha_s$ qui a été mesurée pour les éléments plus lourds. Nous l'avons mesurée aussi pour les éléments I et Cs et classée comme $L\alpha_3$. Les longueurs d'onde déterminées sont

	$L\alpha_1$.	$L\alpha_3$.
Ba........................	2770,1 X	2767,6 X
Cs........................	2885,4 X	2882,1 X
I..........................	3140,7 X	3138,0 X

Ces valeurs sont en bonne concordance avec les valeurs extrapolées pour la raie $L\alpha_3$ à partir des éléments plus lourds.

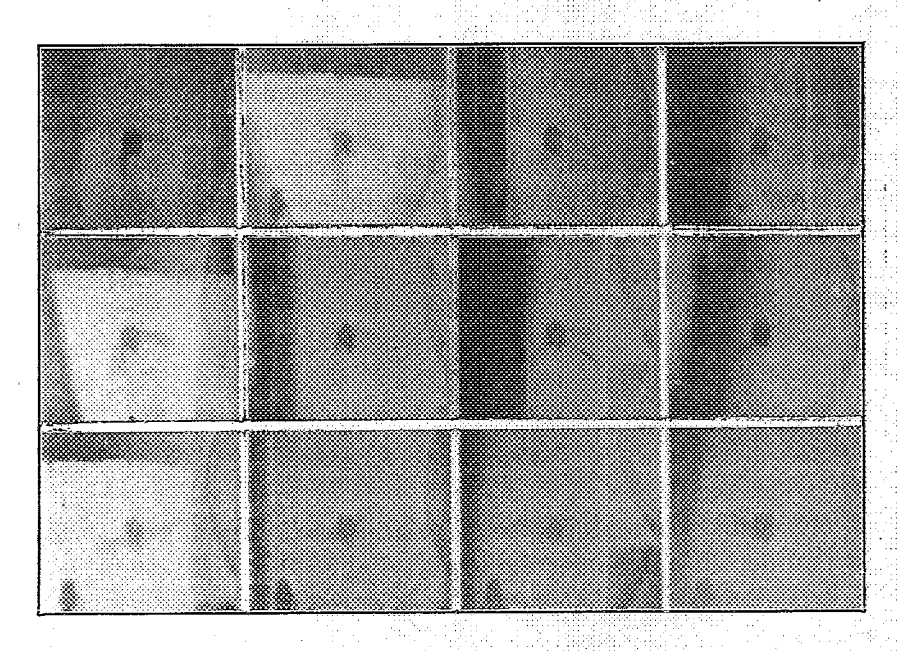
CINÉMATOGRAPHIE. — *Sur un cinématographe ultra-rapide donnant de 2000 à 3000 images par seconde.* Note de MM. **E. Huguenard** et **A. Magnan**, présentée par M. d'Arsonval.

L'étude du vol libre des insectes ne peut être que difficilement abordée avec les cinématographes rapides usuels; d'autre part les méthodes stroboscopiques ne peuvent donner des indications qu'avec un vol stationnaire; il n'y a aucune raison pour que celui-ci soit identique à un vol normal.

En vue d'une telle étude, nous avons été conduits à imaginer des dispositifs grâce auxquels nous avons pu sans peine obtenir et même dépasser

2000 vues par seconde avec un appareil qui permet ensuite de passer au ralenti le mouvement enregistré.

La méthode employée consiste à séparer le film en un certain nombre de bandes, impressionnées chacune par un objectif spécial, les divers objectifs travaillant à tour de rôle à intervalles de temps égaux.



Nous avons à cet effet placé côte à côte quatre objectifs de petites dimensions, couvrant chacun un quart de la largeur du film normal; nous avons ainsi des images qui ont chacune environ 6^{mm} sur 5^{mm}.

Devant ces objectifs, tourne un obturateur percé d'une série de fentes fonctionnant comme celle d'un obturateur de plaque et disposées de telle façon que 4 fentes d'un même groupe découvrent successivement les 4 objectifs et que, lorsque la dernière fente d'une série termine la quatrième ouverture, la première fente d'une autre série vient à son tour découvrir le premier objectif. Il en résulte que, sur la surface occupée par une image ordinaire d'un film, nous pouvons loger au moins 12 vues.

La bande photographique défile d'une manière continue, à une vitesse qui est de l'ordre de 3 m/sec, de sorte qu'il est possible d'enregistrer environ 2400 images sur cette longueur.

La vitesse du déroulement du film peut être d'ailleurs poussée sans inconvénient jusqu'à 5 m/sec qui est la vitesse normale des cinématographes

rapides actuels fournissant 250 vues à la seconde. On peut ainsi augmenter le nombre des images qui pourrait atteindre 10.000 par seconde si la largeur de la bande photographique pouvait être portée à 60 mm.

Nous avons appliqué, entre autres, cette méthode cinématographique à l'étude du vol libre d'une grosse mouche (*Calliphora vomitaria*). Nous avons obtenu, en même temps que nous mesurions la fréquence des images à l'aide d'un chronographe, une série de photographies successives dont nous reproduisons quelques exemplaires. Ces enregistrements, effectués à raison de 2400 par seconde, nous ont montré que le nombre de coups d'ailes donnés par cette mouche était environ de 100 par seconde.

Nous avons aussi avec un tel appareil étudié le vol d'un Linot du Sénégal, à raison de 3000 vues par seconde, ce qui nous a permis de bien examiner les différentes phases du coup d'aile de cet oiseau qui exécute 30 battements environ par seconde.

SPECTROCHIMIE. — *Recherche de l'élément* 61 *au moyen de la spectrographie optique.* Note de M. S. Takvorian, présentée par M. G. Urbain.

Dans une récente Communication, je relatais les résultats auxquels m'avait conduit l'étude, au moyen des rayons X, d'une série de fractions de terres rares intermédiaires entre le néodyme et le samarium.

Comme méthode également très sensible, je me suis adressé à la spectrographie d'arc. Cependant, au lieu d'une lecture directe, les spectres obtenus à l'aide des différentes fractions furent photométrés au moyen du microphotomètre enregistreur de Chalonge-Lambert. De cette façon, en même temps que chaque raie est traduite par un minimum de transparence, l'échelle des longueurs d'onde se trouve multipliée par un coefficient pouvant varier entre 15 et 20.

Pour l'étalonnage de ces diagrammes, on a fait usage d'une méthode graphique, qui possède de plus l'avantage de permettre une approximation satisfaisante.

Pour les fractions de tête, constituées par du néodyme pur, ainsi qu'il a résulté de l'étude aux rayons X, j'ai pu observer dans la région allant de 3150 UÅ., à 3200 UÅ., outre les raies connues, une cinquantaine de raies dont les intensités sont inférieures à l'unité de l'échelle d'intensité d'Exner. Le tableau ci-après renferme les principales raies de cette région.

3199,85	3189,9	3180,0	3172,7	3162,3
98,8	88,84	79,03	71,7	61,1?Nd
96,7	86,0	78,0?Nd	69,8?	59,3
96,2	85,35	76,85	68,3	58,3
95,2	84,6	76,09	65,75	57,3
94,7	83,9	75,2	64,6	56,9
93,2?Nd	82,4	74,35	63,8	55,87
91,63	81,65	73,65	62,75	54,9
90,9?Nd	80,75			

Les fractions de queue, composées de samarium pur, ont montré une quarantaine de raies d'intensité inférieure à l'unité de l'échelle d'Exner, dans la même région spectrale et dont les principales se trouvent ci-dessous :

3196,8	3187,89	3180,5	3169,7?	3163,4
96,32	87,35	78,25	68,9	62,44
93,15	86,15	76,0	67,9	62,28
92,15	84,9?Sm	75,0	67,1	59,9
89,6	84,03	70,33	65,5	57,9
88,84	83,4?Sm	70,00	64,2?Sm	

Il est intéressant de remarquer que là où les spectres de rayons X d'émission laissent voir des produits purs, la spectrographie d'arc offrait des paliers de spectres constants.

Les fractions intermédiaires, examinées dans les mêmes conditions, ont présenté la somme des raies du néodyme et du samarium.

Une preuve plus rigoureuse de l'absence des raies de l'élément 61 est fournie par le fait suivant :

Ayant constitué des fractions synthétiques à l'aide du néodyme pur de tête et de samarium pur de queue dans des proportions analogues à celles des fractions réelles, j'ai comparé respectivement entre eux les spectres d'arc des deux séries. Les courbes photométriques ainsi obtenues sont parfaitement identiques; les quelques légères différences proviennent des impuretés contenues dans le charbon employé comme support.

RADIOACTIVITÉ. — *Atomes de recul dans les gaz rares*. Note (1) de M. **La. Goldstein**, présentée par M. Jean Perrin.

Il a été montré (2) que le rendement d'activation d'une électrode négativement chargée, plongée dans une atmosphère de radon et d'air, varie avec

(1) Séance du 18 mai 1931.

(2) Laporte et La. Goldstein, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 689.

la pression du mélange gazeux, pour une même tension appliquée aux électrodes.

En particulier, on a déterminé [1] les rendements d'activation des électrodes dans un mélange de radon et d'air sous différentes pressions en utilisant pour chaque pression un champ électrique suffisant pour obtenir le courant de saturation des ions de deux signes, c'est-à-dire pour éviter les recombinaisons. On a observé dans ces conditions que le rendement d'activation d'une électrode négativement chargée est indépendant de la pression du gaz (= 83 pour 100 dans l'air).

On a observé également que si, sous une pression donnée, l'intensité du champ électrique atteint la valeur pour laquelle l'ionisation par choc du gaz débute, le rendement sur la cathode diminue.

Dans les expériences [2] dont les résultats suivent nous avons eu recours à des gaz rares (argon, néon, hélium) soigneusement purifiés, pour pouvoir réaliser aisément les conditions de saturation.

En effet, il résulte des expériences de MM. Laporte et da Silva [3] que dans l'argon soigneusement purifié, débarrassé notamment d'oxygène et de vapeur d'eau, les électrons restent à l'état libre dans le gaz même sous pression élevée et en sont extraits par un champ électrique de faible intensité.

Les activations ont lieu sous différentes pressions, la tension correspondant à la saturation du courant des électrons. (Le champ électrique nécessaire dans le condensateur variait suivant la pression de 7 à 10 volts par centimètre.)

Dans ces conditions, nous avons observé que le rendement sur l'électrode négativement chargée est indépendant de la pression du gaz, ainsi que cela avait lieu dans l'air. Ce rendement est le même pour les trois gaz utilisés (argon, néon, hélium) égal à 32 pour 100, c'est-à-dire beaucoup plus faible que dans l'air (83 pour 100). Le rendement sur l'électrode positivement chargée montre par contre une légère augmentation avec la pression, ainsi que cela ressort de la courbe ci-contre.

On a étudié d'autre part, sous une même pression (néon à la pression de 30^{cm} de Hg), la variation du rendement pour des champs électriques supérieurs au champ de saturation.

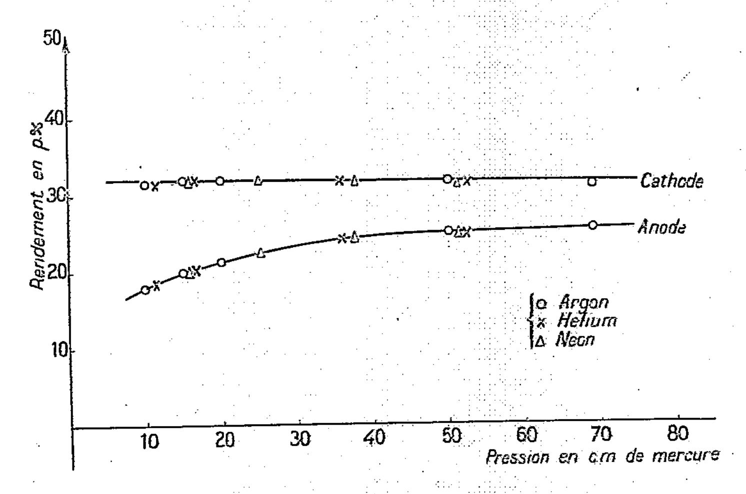
---

(1) La. Goldstein, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1450.

(2) L'appareil utilisé est un condensateur à plateaux de 30^{mm} de diamètre, distants de 40^{mm}. Le volume du condensateur est 50^{cm^3}.

(3) M. Laporte et M. da Silva, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 287.

Le rendement d'activation sur la cathode diminue d'abord comme cela avait lieu dans l'air, passe par un minimum marqué, puis croît à nouveau fortement lorsque le champ d'activation dépasse de beaucoup celui pour



lequel l'ionisation par choc débute; le rendement sur l'anode présente une variation en sens inverse.

Gaz = néon à p = 30cm de Hg.

Intensité du champ d'activation.	Rendements en pour 100. Cathode.	Anode.
8 volts/cm	32	23
12 »	26,5	27,5
22 »	22,5	12,5
44 »	41	12
88 »	50	11,5

Il est remarquable :

1° Que sous le champ de saturation les rendements soient les mêmes dans les trois gaz rares. Si les atomes de RaA sont positivement chargés au moment du recul, comme pensent certains auteurs, un certain nombre d'entre eux se recombinent et même se chargent négativement et cela malgré le champ de saturation;

2° Que pour une pression donnée le rendement sur la cathode augmente avec l'intensité du champ après avoir passé par une valeur minimum;

3° Que dans les conditions de saturation le rendement sur la cathode soit plus faible que dans l'air et que inversement le rendement sur l'anode soit plus élevé.

Le premier résultat indique que le rendement sous le champ de saturation est indépendant du potentiel d'ionisation du gaz [1].

Le deuxième résultat s'explique par le fait que sous des champs intenses ($h > 40$ volts par centimètre) des groupements d'atomes, existant au sein du gaz, sont entraînés sur l'électrode négative [2].

Le troisième résultat semble montrer que l'électro-affinité du milieu gazeux a une influence sur le rendement.

Des expériences sont en cours pour élucider cette question.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Équilibres d'adsorption sur le bioxyde de manganèse préalablement précipité*. Note [3] de Mlle L.-S. LEVY, présentée par M. G. Urbain.

M. Geloso (voir aussi J. TILLMANS, P. HIRSCH et F. HÄFFNER, *Gas- und Wasserfach*, 2, 8 janv.; 3, 15 janv. 1927), a montré que le bioxyde de manganèse obtenu par voie humide est en réalité un pseudo-bioxyde répondant à la formule $n MnO^2, MnO$; l'oxyde manganeux fixé par un mécanisme d'adsorption pouvant être partiellement ou totalement remplacé par la fraction hydrolysée d'un électrolyte étranger.

Nous avons entrepris l'étude systématique de l'adsorption du manganèse divalent Mn^{II} par un bioxyde préalablement préparé aussi pur que possible, et celle de son déplacement par un sel de cuivre.

Existence d'un équilibre d'adsorption du Mn^{II}. — Par contact prolongé entre une solution d'un sel manganeux et un pseudo-bioxyde précipité, l'équilibre d'adsorption est rapidement atteint. Dans nos conditions expérimentales ($T = 30{,}6°$C.; pH $= 1{,}4$ et $0{,}6$) une attaque acide du support ne peut être complètement évitée. Elle influe sur la durée du palier d'équilibre (*fig.* 1). Nous avons pu cependant montrer la réalité d'un équilibre thermodynamique en le déplaçant dans un sens ou dans l'autre par simple variation de concentration dans la phase liquide [4]. Le détail de ces mesures ne peut pas trouver place ici, mais sera publié ultérieurement.

---

(1) Les résultats de M. Briggs (*Phil. Mag.*, 50, 1925, p. 600) sont relatifs à des champs beaucoup plus intenses.

(2) Que l'on constate d'une part lors de l'examen de la nature du dépôt sur les électrodes (excès de RaB) et d'autre part par la photographie des électrodes activées.

(3) Séance du 26 mai 1931.

(4) M. GELOSO, *Ann. Chim.*, 10e série, 6, 1926, p. 352.

Déplacement par un sel de cuivre du Mn^{II} *adsorbé.* — Dans des solutions en équilibre d'adsorption, on introduit du sulfate de cuivre et l'on détermine

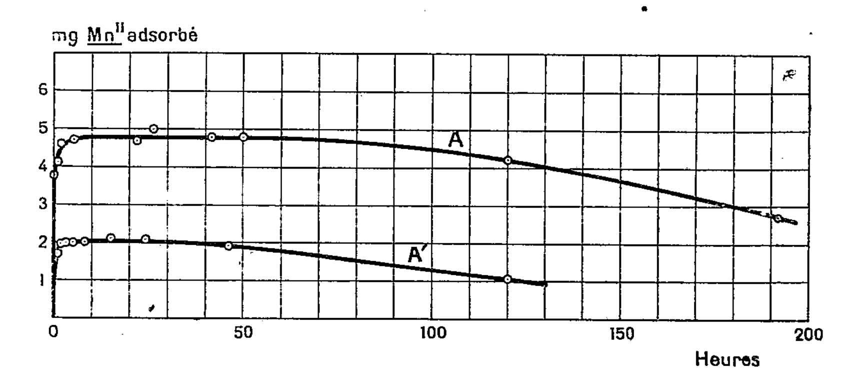


Fig. 1.
Courbe A, adsorptions à pH = 1,4; courbe A', adsorptions à pH = 0,6.
Concentration initiale : 5,75 mg de Mn^{II} dans 125 cm³ de solution.

le manganèse divalent déplacé ainsi que le cuivre simultanément adsorbé.

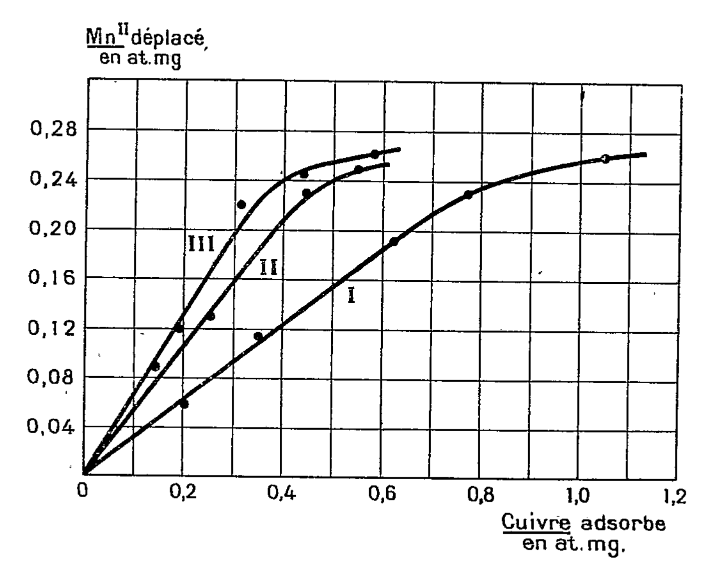


Fig. 2.
Concentrations initiales : courbe I, 0,84 at. mg/lit de Mn^{II}; courbe II, 1,16 at. mg/lit de Mn^{II}; courbe III, 3,32 at. mg/lit de Mn^{II}.

Pour une même concentration initiale de l'électrolyte étranger, le déplacement relatif du Mn^{II} adsorbé paraît sensiblement indépendant du pH.

Ainsi, pour les concentrations initiales suivantes :

Manganèse divalent................	$5^{mg},75$ dans 125^{cm^3}
Cuivre.........................	$59^{mg},5$ »

on obtient : à pH = 1,4, $4^{mg},3$ de Mn^{II} adsorbé avant déplacement et $3^{mg},3$ de Mn^{II} restant adsorbé à l'équilibre ; à pH = 0,6, $2^{mg},0$ de Mn^{II} avant déplacement et $1^{mg},6$ à l'équilibre, soit une variation relative moyenne de 24 pour 100 dans les deux cas.

On a pu remarquer en outre (*fig.* 2) que, pour une concentration donnée du manganèse initialement en solution, la quantité de manganèse divalent désorbé est tout d'abord proportionnelle à la quantité de cuivre fixé sur le précipité. La portion rectiligne de chacun des diagrammes répond donc, en adoptant les conventions de M. Dubinin (1), à la relation

$$\frac{b-y}{x}=k,$$

où b est la quantité de Mn^{II} adsorbé en l'absence de cuivre, y la quantité adsorbée en présence de cuivre pour une même concentration initiale du manganèse divalent et x la quantité de cuivre adsorbé.

Toutefois, le réseau de droites obtenu montre que la constante k de M. Dubinin dépend de la concentration totale C_T du manganèse divalent. La relation est en réalité

$$\frac{b-y}{x}=f(C_T).$$

Existence d'un équilibre de déplacement. — Il a été possible de montrer que dans ces déplacements on atteint un équilibre au sens originel du mot.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Diagramme de solidification des alliages calcium-sodium.* Note (2) de M. **E. Rinck**, présentée par M. G. Urbain.

Les alliages calcium-sodium ont été étudiés en 1929 par Lorenz et Winzer (3). Comme l'a montré Antropoff, le calcium utilisé par ces auteurs contenait de l'azoture de calcium (4). J'ai repris l'étude de ces

(1) M. Dubinin, *Zeit. f. phys. Chem.*, B, 135, 1928, p. 24.

(2) Séance du 26 mai 1931.

(3) R. Lorenz et Winzer, *Z. anorg. Ch.*, 179, 1929, p. 281.

(4) Antropoff et Falk, *Z. anorg. Ch.*, 187, 1930, p. 405.

alliages en partant de métaux purifiés par distillation fractionnée dans le vide. Le calcium obtenu fondait à 84°,8 C.

Appareil. — L'alliage était contenu dans un creuset d'acier décarburé, lui-même placé dans un tube en porcelaine qui pouvait être chauffé par un four électrique. L'évaporation du sodium était évitée par une zone à température plus élevée, réalisée à quelques centimètres au-dessus de la surface du métal par un enroulement auxiliaire. La température était mesurée par un couple thermo-électrique qui, protégé par un mince tube d'acier plongeait dans le métal. Ce tube servait en même temps d'agitateur. Pendant l'opération l'appareil était maintenu sous une légère surpression d'argon pur. Les courbes de refroidissement étaient enregistrées photographiquement et par la lecture directe.

RÉSULTATS. — 1° *Liquidus.* — Les deux métaux étant à miscibilité réciproque, le liquidus comprend une partie horizontale *a-a'* à 710° C. Les deux couches ont la composition :

a. Solution de 7 pour 100 en poids de Na dans Ca;

a'. Solution de 14 pour 100 en poids de Ca dans Na.

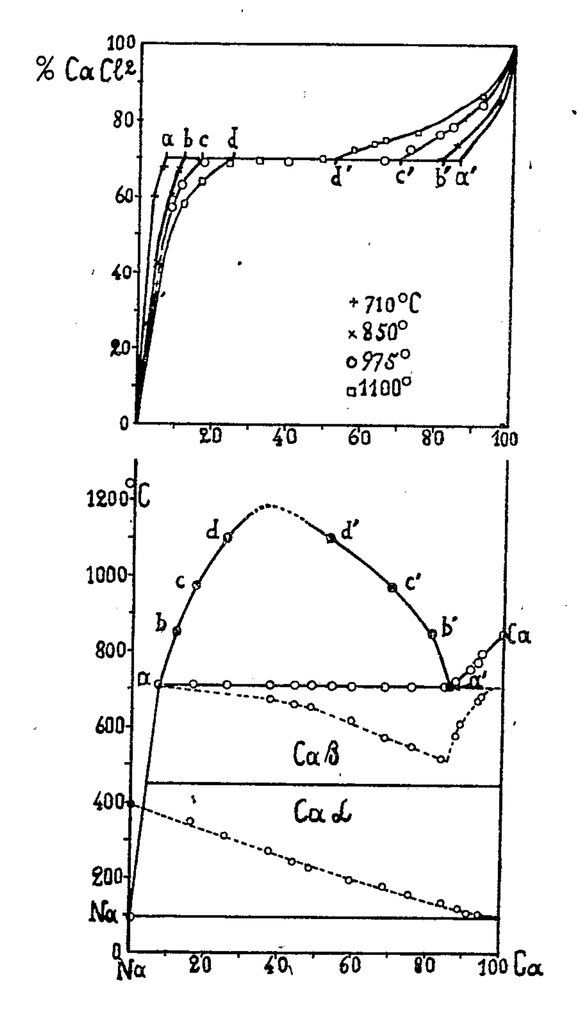
J'ai pu constater l'existence d'un eutectique sur la branche *a*-Na. Son point de solidification est à $\frac{2°,5}{100}$C., en dessous du point de fusion du sodium.

2° *Miscibilité des métaux fondus.* — Lors de l'étude à 850° C. de la réaction d'équilibre $Ca + 2\,ClNa \rightleftharpoons 2\,Na + Cl^2Ca$, j'ai démontré que cette isotherme doit présenter un palier horizontal ([1]). En effet, pour des faibles concentrations de Ca ou de Na dans la phase métallique, le système formé de deux phases : métaux et sels, est bivariant. Si dans la phase métallique la concentration d'un métal dépasse sa solubililité dans l'autre, une deuxième phase métallique apparaît, le système devient monovariant. Or l'étude de la réaetion $Ca + 2ClNa \rightleftharpoons 2\,Na + Cl^2\,Ca$ permet de trouver la concentration pour laquelle cette deuxième phase métallique se présente. En traçant différentes isothermes on obtient des points tels que *a* et *a'*, *b* et *b'*, *d* et *d'*, qui pour la température considérée indiquent les concentrations pour lesquelles la phase métallique se sépare en deux couches de composition *b* et *b'* par exemple. C'est donc là une méthode précise pour obtenir la courbe de solubilité réciproque du calcium et du sodium en fonction de la température.

L'étude de la réaction faite à 850° C. ([1]) a été étendue aux isothermes 710° C. (température de solidification de l'alliage *a'*), 975° et 1100° C. Les

([1]) RINCK, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 404.

résultats obtenus sont consignés dans le diagramme supérieur. La courbe de miscibilité qui en résulte est tracée dans le diagramme inférieur. On constate par une légère extrapolation que le calcium et le sodium sont



miscibles en toutes proportions à des températures supérieures à 1185° C. Dans la figure l'espace relatif au calcium solide est d'ailleurs divisé en deux régions, correspondant aux deux variétés du calcium que j'ai pu mettre en évidence ([1]).

En résumé ce travail montre qu'il existe une méthode générale permettant

([1]) Rinck, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 421.

de trouver avec une précision satisfaisante la courbe de solubilité en fonction de la température de deux métaux partiellement miscibles. Il faut remarquer que cette méthode s'applique également dans le cas où l'effet thermique de la réaction d'équilibre étudiée est notable, c'est-à-dire quand la concentration de la phase saline du système monovariant dépend de la température.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action des anhydrides sur les métaux.* Note (¹) de MM. **M. Lemarchands** et **H.-L. Roman**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Cette action n'a été signalée que dans un nombre restreint de cas.

a. Action de SO^2 sur les divers métaux; obtention des hydrosulfites (²), (³);

b. Action de NO sur le cuivre; obtention du cuivre nitré (⁴);

c. Action de CO sur divers métaux; obtention des métaux carbonyles (⁵);

d. Action de CO^2 sur Na; obtention de l'oxalate de sodium (⁶).

L'action se passe en l'absence d'eau et montre une inertie curieuse qui a été vaincue soit par élévation de température, (⁴), (⁶), soit par des moyens spéciaux permettant un meilleur contact des corps réagissants (³), (⁶). La combinaison serait une réaction de simple addition : elle n'est vraiment démontrée que par l'obtention des métaux carbonyles. Dans les autres cas elle est, soit niée (³), soit mise en doute par les résultats très médiocres obtenus. Nous avons repris cette question en discutant le mode opératoire suivi précédemment par Drechsel dans l'obtention de $C^2O^4Na^2$ par action de Na fondu et divisé sur CO^2.

Il faut observer que deux réactions sont possibles : réaction de fixation

$$(I) \qquad 2CO^2 + M^2 = C^2O^4M^2;$$

(¹) Séance du 26 mai 1931.

(²) *Badische Anilin und Soda Fabrik* (D. R. P. 160529 et 162912, 1905).

(³) Billy, *Comptes rendus*, 140, 1905, p. 936.

(⁴) Sabatier et Senderens, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, 7, 1896, p. 348.

(⁵) Mond, Langer et Quinke, *Chem. Soc.*, 57, 1880, p. 749.

(⁶) Drechsel, *Ann. Chem.*, 146, 1868, p. 140

réaction de réduction

(II) $$CO^2 + 2M^2 = C + 2M^2O.$$

Voici les chaleurs dégagées dans le cas du sodium et du potassium exprimées en kilojoules :

	K.	Na.
Réaction (I)	551	532,5
Réaction (II)	327	435
Différence	224	97,5

Ces chiffres prouvent que le sodium agit surtout comme réducteur, le potassium comme métal : la réduction doit donc être plus aisée avec ce dernier corps. Enfin, les tensions de vapeur suivantes font également prévoir que la réaction (I) sera plus facile avec K qu'avec Na.

Valeurs de la tension de vapeur	760mm.	1mm.	0mm,001.	
A la température centigrade de	758°	344°	162°	pour K.
»	822°	431°	238°	pour Na.

Reprenant la méthode de Drechsel nous avons substitué K à Na dans la réaction. Celle-ci s'effectue dans un appareil constitué par un vase à précipité en Pyrex de 500cm³. Ce vase qui contient du sable de Fontainebleau pur et sec est chauffé dans un bain de limaille de cuivre, il est fermé par un bouchon portant d'une part les tubes d'arrivée et de départ de CO^2, un tube de gros diamètre pour l'introduction de K, un tube traversé par un agitateur en verre. Cet agitateur est muni d'un système à joint de mercure pour éviter toute introduction d'air dans l'appareil. Nous faisons passer un courant rapide de CO^2 sec et lorsque la température du bain de limaille atteint 240° contre le vase, nous introduisons 2g de potassium dans le récipient, en le mélangeant au sable avec l'agitateur.

La matière prend d'abord un aspect métallique, puis une teinte violacée après quelques minutes de chauffage. Au bout d'un quart d'heure environ le potassium a entièrement disparu : il reste une masse pulvérulente grise. Après refroidissement dans le courant de CO^2 le sable est épuisé par l'eau, $C^2O^4H^2$ formé est dosé par MnO^4K.

Cette expérience répétée à diverses températures nous a montré que la température la plus favorable était comprise entre 230 et 240°. Le rendement optimum en $C^2H^2O^4$ est de 17 pour 100.

Avec le même appareil, Na nous a donné un rendement maximum de 1,5 pour 100; pour cela il faut chauffer à 350° ce qui rapproche l'action des

conditions de réduction de CO^2 par Na, de sorte que c'est surtout cette réaction qui prédomine.

Nos expériences fixent donc, en vérifiant les conclusions thermochimiques, les conditions de fixation directe de l'anhydride CO^2 sur K et Na et démontrent la possibilité de l'action des anhydrides sur les métaux.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Contribution à l'étude des mélanges essence-alcool-benzol.* Note [1] de MM. **Charles Baron**, **Charles Boulanger** et **René Le Grain**, présentée par M. Paul Painlevé.

Il est reconnu que les mélanges essence-benzol utilisés dans les moteurs d'aviation donnent d'excellents résultats, mais ils donnent lieu au phénomène de givrage dans le carburateur et ils sont instables à basse température.

L'addition d'alcool au mélange essence-benzol supprimant totalement le phénomène du givrage à l'intérieur du carburateur, nous avons été amenés à étudier la stabilité, à basse température, des mélanges essence-alcool-benzol. A cet effet nous avons utilisé une essence du type aviation avec point sec à 115°, et densité 0,698.

Nos essais ont porté sur des mélanges d'essence, de benzol « moteur » et d'alcool à 99°. Les mélanges préparés à l'avance ont été refroidis dans un mélange d'acétone et de neige carbonique permettant l'observation jusqu'à — 45°. Dans chacun des cas nous avons noté la température à laquelle le trouble apparaissait dans le mélange carburant.

Le mélange essence-benzol a d'abord été étudié avant toute addition d'alcool. Les résultats sont représentés par la courbe n° 1, laquelle montre la température du point de trouble en fonction de la teneur du mélange en benzol.

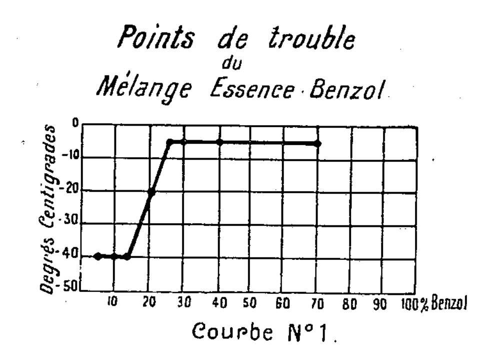
Cette courbe fait ressortir que la stabilité diminue au fur et à mesure que la proportion de benzol augmente. Le mélange est instable à — 5° dès que la teneur en benzol atteint 25 pour 100.

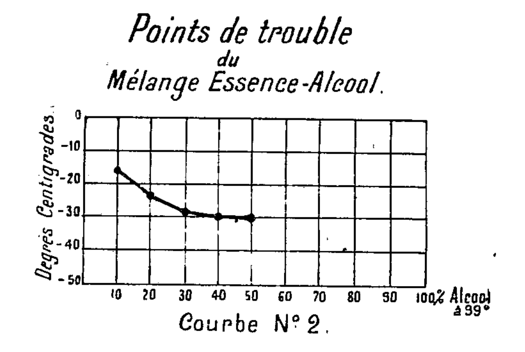
Le mélange essence-alcool à 99° a été étudié d'une manière analogue, et les résultats sont représentés par la courbe n° 2 qui donne la température du point de trouble en fonction de la teneur du mélange en alcool.

Cette courbe fait ressortir que, contrairement à ce qui a été constaté pour

(1) Séance du 26 mai 1931.

le mélange alcool-benzol, la stabilité augmente ici avec la proportion d'alcool.





Les essais sur le mélange essence-benzol-alcool à 99° ont porté sur des proportions variables, et ont donné les résultats suivants :

Essence.	Benzol.	Alcool à 99°.	Point de trouble.
	%	%	°
80 pour 100	15	5	−18
»	10	10	−27
»	5	15	−25
70 pour 100	25	5	−15
»	20	10	−30
»	15	15	−30
»	10	20	−30
»	5	25	−30
60 pour 100	35	5	−30
»	30	10	−43
»	25	15	−43
»	20	20	−43
»	15	25	−43
»	10	30	−43
»	5	35	−40

Il résulte de là que l'adjonction de 10 pour 100 d'alcool au mélange essence-benzol abaisse comme suit la température des points de trouble :

Alcool à 99°.	Essence.	Benzol.	Point de trouble.
	%	%	°
10 pour 100	80	10	−27
»	70	20	−30
»	60	30	−43

Il est tout à fait remarquable que la stabilité du mélange essence-benzol va en décroissant avec la teneur en benzol, au contraire de ce qui avait été observé pour le mélange essence-alcool. Il apparaît donc que l'adjonction de 10 pour 100 d'alcool à 99° au mélange essence-benzol, non seulement abaisse considérablement la température du point de trouble (de — 5° à — 30° pour 70 pour 100 d'essence), mais encore change complètement l'allure du phénomène au point de vue de l'influence de la teneur en benzol. L'alcool agit vraisemblablement là en empêchant la cristallisation de certains des composants du benzol.

L'enseignement à tirer de ce travail est qu'un carburant composé de 70 pour 100 d'essence aviation, 20 pour 100 de benzol et 10 pour 100 d'alcool absolu offre l'avantage d'éviter le givrage et de présenter une grande stabilité aux basses températures, tout en conservant les qualités précieuses du mélange alcool-benzol.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Constante diélectrique et constitution chimique. Méthode de mesure*. Note (¹) de M. **André Chrétien**, transmise par M. Pierre Weiss.

Parmi les diverses propriétés physiques susceptibles d'être utilisées pour l'étude des réactions chimiques en milieu liquide ou en solution, la constante diélectrique a été laissée de côté. Cette propriété est cependant particulièrement significative par sa relation avec le moment électrostatique de la molécule. On ne disposait pas d'une technique simple adaptée à ce genre de recherches. Je l'ai réalisée en modifiant la méthode classique du pont alternatif décrite tout d'abord par Nernst (²).

Deux des bras du pont sont constitués par deux condensateurs variables, isolés au quartz, de capacité maximum égale à 0,001 microfarad. L'un de ces condensateurs a été étalonné par la méthode balistique, en utilisant une tension de 500 volts. La mesure consiste à équilibrer le pont en mettant la capacité inconnue en parallèle successivement avec les deux capacités du pont.

1° *Source de courant alternatif.* — J'ai remplacé avantageusement la bobine d'induction par un générateur d'oscillations non amorties com-

(¹) Séance du 26 mai 1931.

(²) Nernst, *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 14, 1894, p. 622.

portant un tube à grille de puissance relativement grande. Le circuit oscillant excite le pont indirectement par induction afin de réduire la variation de fréquence due à la variation de capacité pendant les mesures, cause d'erreur pour la détermination de la constante.

2° *Détecteur.* — Au lieu d'un récepteur téléphonique, j'utilise un galvanomètre avec valve électronique. Ce dispositif permet de repérer avec précision l'équilibre du pont. Pour cela, on porte sur un graphique les déviations du spot lumineux en fonction de la capacité du condensateur étalon, utilisé pour équilibrer le pont. Les courbes obtenues sont très régulières; elles ont une allure parabolique. Le minimum de courant est déterminé par le tracé du diamètre rectiligne. On remplace ainsi une appréciation acoustique, qui reste toujours plus ou moins arbitraire, par une mesure précise.

Toutes les précautions nécessaires ont été prises. Les organes conservent une position définie et invariable; ils sont enfermés à l'intérieur de cages métalliques reliées au sol.

Le dispositif est remarquablement sensible aux faibles variations de capacité. De cette façon, l'amplification du courant passant dans le détecteur est superflue.

3° *Condensateur de mesure.* — J'ai adopté comme « récipient diélectrique » un condensateur cylindrique à axe vertical, dont les armatures sont des pellicules d'argent déposées sur verre. Le liquide qui le remplit peut se mettre rapidement en équilibre de température dans un thermostat. Ce condensateur est muni d'un anneau de garde à chaque extrémité. A lame d'air, sa capacité est de 50^{cm}.

Le résultat obtenu pour une même capacité C est indépendant de la capacité choisie arbitrairement pour l'un des bras du pont, cette capacité pouvant varier entre C et 0,001 — C microfarad.

J'ai mis ce dispositif à l'épreuve en déterminant la constante de liquides organiques soigneusement purifiés, parmi lesquels le benzène, le chloroforme, l'hexane et l'acétal. Les nombres suivants montrent que les résultats sont réguliers. Ils sont en bon accord avec les nombres indiqués récemment par Ball (1).

Le liquide étalon est l'éther ($K = 4,335 \pm 5$) (2). La température est de 25° :

---

(1) Ball, *Journal of the Chemical Society*, 1930, p. 570.

(2) *International Critical Tables*, 6, 1929, p. 87.

Benzène.	Chloroforme.	Hexane.	Acétal.
2,274	4,721	1,910	3,794
2,271	4,723	1,912	3,791
2,270	4,726	1,911	3,796
2,273	4,724	1,914	3,798

Je me propose d'utiliser ce dispositif pour l'étude de différents problèmes faisant intervenir des corps organiques et des solutions organiques : neutralisation d'un acide faible par une base faible, formation de bases, d'acides, de sels complexes, et de composés moléculaires, étude comparée des isomères, recherche des composés intermédiaires. La plupart des composés recherchés en solution organique ne peuvent être décelés en solution aqueuse, par suite d'une hydrolyse totale. Des expériences sont en cours.

Je signale, enfin, qu'une méthode analogue à celle décrite peut être substituée avantageusement à la méthode habituelle de mesure des conductivités dans laquelle on emploie traditionnellement le téléphone et la bobine d'induction.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Ortho- et méta-divinylbenzènes. Ortho- et méta-diacétylénylbenzènes.* Note (1) de M. **Deluchat**, présentée par M. Matignon.

M. Lespieau et moi avons déjà obtenu (2) le *p*-divinylbenzène et le *p*-diacétylénylbenzène, en partant du *p*-xylène. Nous avons répété la même suite d'opérations sur les *o*- et *m*-xylènes; là encore, nous sommes parvenu à préparer les carbures diéthyléniques et diacétyléniques correspondants.

I. Série ortho. — L'*o*-dioxydiéthylbenzène, dont nous avons déjà indiqué la préparation (3), traité en solution chloroformique par le tribromure de phosphore, conduit, par évaporation, à la dibromhydrine, gros cristaux monocliniques fondant à 91°. Nous avons réussi, en triant les cristaux à la pince, à séparer deux variétés énantiomorphes, possédant des facettes hémiédriques inversement disposées, et douées en solution du pouvoir rotatoire. Les exemples d'une telle séparation sont, à notre connaissance, assez rares; nous nous proposons d'ailleurs d'en poursuivre l'étude.

---

(1) Séance du 26 mai 1931.

(2) Lespieau et Deluchat, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 683.

(3) Deluchat, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 438.

L'*o*-dibromhydrine, distillée sous 3^{mm} avec un grand excès de quinoléine, nous a conduit à l'*o*-divinylbenzène $C^6H^4(CH=CH^2)^2$ 1.2, carbure à odeur caractéristique, bouillant à 78°,5 sous 11^{mm}, $d_{21}=0,934$; $n_D^{21}=1,5760$ réfraction moléculaire 46,06 présentant une exaltation de 2,01 double de celle du styrolène. A l'inverse des deux autres divinylbenzènes que nous avons préparés, il ne se polymérise pas à la température ordinaire.

Il absorbe violemment le brome, et donne alors un tétrabromure cristallisé, fondant à 71°-74° après plusieurs cristallisations.

Ce tétrabromure, traité par un grand excès de potasse dans l'alcool, ne conduit pas à l'*o*-diacétylénylbenzène; il y a cyclisation, et nous avons caractérisé la formation de naphtaline dans les produits de la réaction.

Par action ménagée de l'éthylate de soude, on obtient :

1° L'*o*-dibromure diéthylénique :

$$C^6H^4(CBr=CH^2)^2 \; 1.2,$$

liquide bouillant à 125°-126° sous 2^{mm}, $d_{23}=1,714$; $n_D^{23}=1,6366$;

2° Le monobromure acétylénique vrai :

$$C^6H^4\begin{cases} CBr=CH^2 & 1, \\ C\equiv CH & 2, \end{cases}$$

liquide bouillant à 127° sous 11^{mm}, $d_{21,5}=1,4105$; $n_D^{21,5}=1,6321$. Il précipite en jaune le chlorure cuivreux ammoniacal, et donne avec le nitrate d'argent alcoolique un précipité dans lequel nous avons trouvé 45,08 pour 100 d'argent (théorie 44,63 pour 100);

3° L'*o*-diacétylénylbenzène :

$$C^6H^4(C\equiv CH)^2 \; 1.2,$$

liquide bouillant à 82° sous 14^{mm}, $d_{17,5}=0,9788$; $n_D^{17,5}=1,5915$; réfraction moléculaire, 43,63, présentant une exaltation de 2,76. Il cristallise par refroidissement énergique, pour fondre à — 20°. Il précipite en jaune le chlorure cuivreux ammoniacal, et donne avec le nitrate d'argent alcoolique un précipité dans lequel nous avons trouvé 63,01 pour 100 d'argent (théorie 63,53 pour 100).

II. Série méta. — La suite des réactions que nous avons effectuées dans cette série est la même que dans la série précédente; voici quelques renseignements sur les corps rencontrés au cours de ce travail :

Dibromhydrine du m-dioxydiéthylbenzène. — Nous n'avons pu encore l'obtenir à l'état de pureté : l'évaporation de la solution chloroformique laisse un liquide huileux, refusant de cristalliser, et que nous n'avons pu

distiller, même sous 2^{mm}, sans décomposition totale. La distillation donne en effet :

1° Du *m*-divinylbenzène :

$$C^6H^4(CH=CH^2)^2 \quad 1.3,$$

carbure d'odeur caractéristique, bouillant à 52° sous 3^{mm}, $d_{22}=0,926$, $n_D^{22}=1,5746$, réfraction moléculaire 46,36 présentant une exaltation de 2,31. Comme le *p*-divinylbenzène que nous avons préparé, il se polymérise rapidement;

2° La monobromhydrine éthylénique :

$$C^6H^4\begin{cases}CHBr-CH^3 & 1,\\ CH=CH^2 & 3,\end{cases}$$

liquide bouillant à 88°,5 sous 3^{mm}, $d_{20}=1,319$, $n_D^{20}=1,5905$ se polymérisant aussi avec rapidité. Ce corps absorbe le brome en donnant un produit renfermant 3 atomes de brome, cristallisant difficilement et fondant à 39°.

La monobromhydrine, distillée sous 3^{mm} avec un excès de quinoléine, donne le *m*-divinylbenzène signalé plus haut.

Le *m*-divinylbenzène absorbe le brome, pour donner un tétrabromure, cristaux fondant à 64°.

m-diacétylénylbenzène. Nous l'avons obtenu par action du tétrabromure précédent sur quatre fois la quantité théorique de potasse dissoute dans trois fois son poids d'alcool.

Ce carbure est un liquide bouillant à 78° sous 15^{mm}, cristallisant par refroidissement, point de fusion −2°,5, $d_{18}=0,9669$, $n_D^{18}=1,5841$, réfraction moléculaire 43,62 présentant une exaltation de 2,85. Il précipite en jaune le chlorure cuivreux ammoniacal, et donne avec le nitrate d'argent alcoolique un précipité dans lequel nous avons trouvé 62,90 pour 100 d'argent; ce précipité fuse, sans fondre, vers 280°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les oxydes organiques dissociables : un rubrène diméthoxylé.* Note [1] de MM. **Charles Dufraisse** et **Raymond Buret**, présentée par M. Delépine.

La nécessité actuelle de passer par l'intermédiaire des acétyléniques est l'un des obstacles qui s'opposent le plus à l'obtention de rubrènes variés, car la création de triples liaisons n'a encore été réalisée que sur un nombre relativement restreint de molécules, et encore plusieurs des acétyléniques connus ne sont-ils que difficilement accessibles.

Ayant réussi à mettre au point une technique abordable de préparation du *p*-méthoxyphénylacétylène $CH^3-O-C^6H^4-C\equiv CH$, décrit pour

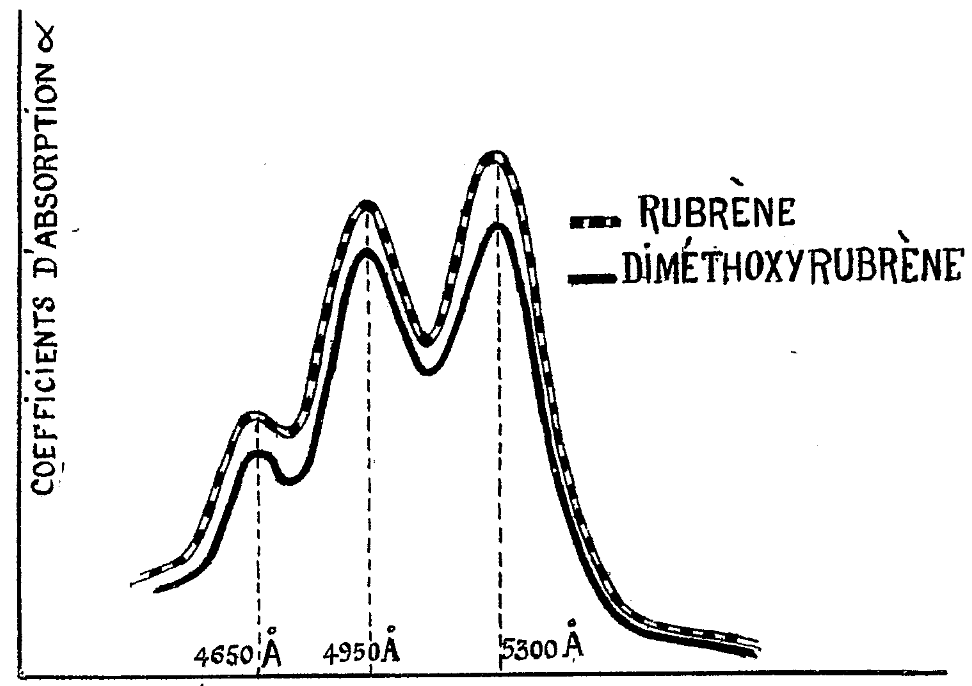
(1) Séance du 26 mai 1931.

la première fois par Reychler, nous avons utilisé ce corps pour la préparation d'un rubrène, portant deux fonctions éther méthylique de phénol.

Nous avons reproduit à partir du corps méthoxylé les diverses transformations qui aboutissent aux rubrènes : carbinol acétylénique

$$(CH^3O)C^6H^4-C\equiv C.C(OH)(C^6H^5)^2$$

(fusion : 67°-68°); éther chlorhydrique correspondant (fusion instantanée : 137°-138°); rubrène diméthoxylé $C^{42}H^{26}(OCH^3)^2$ (fusion instantanée : avec 1/2 C^6H^6 de cristallisation : 238°-239°; sans solvant : 244°-245°.



Spectres d'absorption du rubrène et du diméthoxyrubrène.

Accessoirement, les corps suivants, dérivés des précédents, ont été préparés : éther-oxyde méthylique du carbinol

$$(CH^3O)C^6H^4-C\equiv C-C(OCH^3)(C^6H^5)^2$$

(fusion : 119°-120°), éther oxyde éthylique (fusion : 104°-105°), diphényl-*p*-méthoxybenzoyléthylène $(CH^3O)-C^6H^4-CO-CH=C(C^6H^5)^2$ (fusion : 104°-105°).

Le diméthoxyrubrène présente les plus grandes analogies avec les autres rubrènes précédemment décrits, et spécialement avec le terme le plus

simple, $C^{42}H^{28}$. Il forme des cristaux rouges rubis, donne des solutions orangées, fortement fluorescentes, absorbe la lumière comme le rubrène (voir figure) et enfin, irradié en présence d'oxygène, donne un oxyde dissociable, $C^{42}H^{26}(OCH^3)^2O^2$, C^6H^6.

Voici les nombres concernant la dissociation de l'oxydiméthoxyrubrène :

Poids d'oxyde : $0^g,2680$; volume de gaz dégagé : $4^{cm^3},80$, solvant recueilli : $0^g,0265$, résidu : $0^g,2336$. — Analyse du gaz. Volume à $11^o,5$ après addition d'eau : $4^{cm^3},75$; volume après addition de potasse : $4^{cm^3},63$; volume après addition d'hydrosulfite : $0^{cm^3},10$.

Le gaz recueilli est donc formé d'oxygène dans la proportion de 93 pour 100.

L'introduction de deux groupes méthoxy, — OCH^3, dans la molécule du rubrène ne modifie donc pas les propriétés essentielles de cet hydrocarbure. Seule, la proportion d'oxygène libéré par dissociation de l'oxyde paraît moindre (52 pour 100 de la théorie). Ceci tient, sans doute, à l'attaque des deux substituants par l'oxygène à la température élevée (jusqu'à 200°) où l'on opère : il est déjà très surprenant que de l'oxygène libre puisse apparaître dans de telles conditions.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les éthers-oxydes monométhylique et monoéthylique du paraxylylène-glycol.* Note [1] de M. **R. Quelet**, présentée par M. Delépine.

L'ω.ω'-dichloroparaxylène, réagissant sur la potasse en solution dans les alcools, fournit, avec des rendements excellents, les éthers-oxydes [2]

$$_{(1)}R - O - CH^2 - C^6H^4 - CH^2 - O - R_{(4)}.$$

Lorsqu'on effectue cette réaction avec une solution de potasse dans l'alcool ordinaire, à 95°, on obtient, à côté de l'éther diéthylique du *p*-xylyléne-glycol, une très faible proportion (5 pour 100 environ) de l'éther monoéthylique.

On pouvait supposer que la formation de ce dernier produit était liée à la présence de l'eau et qu'en opérant avec une solution hydroalcoolique de

(1) Séance du 26 mai 1931.

(2) R. Quelet, *Bull. Soc. ch.*, 47, 1930, p. 511.

potasse, d'une concentration convenable, on arriverait à le préparer dans des conditions satisfaisantes. Les recherches que j'ai effectuées dans ce sens n'ont pas confirmé cette hypothèse. Les rendements en diéther diminuent progressivement, lorsqu'on augmente la teneur en eau, mais il se forme des produits de condensation du *p*-xylylène-glycol et l'on n'obtient toujours que de faibles proportions de l'éther monoéthylique. Lorsque le degré alcoolique du mélange tombe au-dessous de 50, il apparaît un abondant précipité jaune, insoluble dans tous les solvants organiques et déjà signalé par Grimaux (¹) comme ayant la constitution d'un oxyde condensé du *p*-xylylène-glycol.

L'alcoylation directe du glycol xylylénique permet d'obtenir, avec de faibles rendements, les mono-éthers oxydes. Par exemple, dans le cas où l'agent d'alcoylation choisi est le bromure d'éthyle, on opère de la façon suivante :

Le glycol est sodé par dissolution dans l'alcoolate de sodium et évaporation de l'alcool, puis chauffé pendant deux heures en autoclave, à 130°, avec une quantité équimoléculaire de bromure d'éthyle. Le produit de la réaction est repris par l'eau qui dissout le glycol non transformé; il reste un mélange des éthers diéthylique et monoéthylique. Par distillation, on obtient l'éther monoéthylique pur avec un rendement de 20 pour 100.

Cette méthode étant peu pratique, j'ai cherché à obtenir les mono-éthers par désalcoylation partielle des diéthers qui constituent des matières premières très faciles à préparer. Je suis arrivé à réaliser la transformation par le procédé suivant :

Le diéther, par exemple l'éther diméthylique ($1^{mol},5$), est traité par du chlorure d'acétyle (1^{mol}), en présence d'une trace de chlorure de zinc; il se produit la réaction

$$(1)\qquad C^6H^4\begin{cases}CH^2-O-CH^3 & (1)\\ CH^2-O-CH^3 & (4)\end{cases} + CH^3-COCl$$
$$\rightarrow CH^3-COO-CH^3 + C^6H^4\begin{cases}CH^2Cl & (1)\\ CH^2-O-CH^3 & (4)\end{cases}$$

laquelle, dans ce cas, est presque quantitative.

Le chloro-méthoxy-*p*-xylène ainsi formé ne peut être séparé, par distillation, du dérivé diméthoxylé en excès, car les points d'ébullition de ces deux produits sont extrêmement voisins, mais, à partir de ce mélange, il est facile d'obtenir l'éther monométhylique du paraxylylène-glycol. On peut : 1° saponifier directement par chauffage à 150° avec de la soude étendue; 2° transformer d'abord en éther acétique par chauf-

(¹) Grimaux, *Bull. Soc. ch.*, 2e série, 14, 1870, p. 193.

fage avec l'acétate de sodium, suivant le procédé classique, puis traiter par de la soude en solution hydroalcoolique.

Dans les deux cas on récupère, à la distillation, le diéther non transformé et l'on obtient l'éther monoéthylique pur avec des rendements de l'ordre de 50 à 60 pour 100.

Appliquée aux homologues du diméthoxyparaxylène, la réaction (1) donne de moins bons résultats. Au fur et à mesure qu'augmente le poids moléculaire du radical aliphatique, les rendements en dérivé monochloré diminuent et la formation du paradichloroxylène devient rapidement prépondérante.

Voici les propriétés de quelques-uns des nouveaux éthers ainsi obtenus :

Éther monométhylique du paraxylylène-glycol (1) $HO.CH^2.C^6H^4.CH^2.OCH^3$(4). — Liquide incolore, très visqueux, Éb. sous 16^{mm} : 152°; $d_4^{17}=1,076$; $n_D^{17}=1,529$. R. M. trouvée : 43,52; calculée : 43,33. — *Phényluréthane :* aiguilles F. 62°. — *Acétate :* liquide incolore, Éb. sous 16^{mm} : 150°; $d_4^{20}=1,080$; $n_D^{20}=1,505$. — *Chlorure* (ω-chloro-ω'-méthoxyparaxylène) liquide incolore, très mobile, Éb. sous 17^{mm} : 125°; $d_4^{20}=1,095$; $n_D^{20}=1,526$. R. M. trouvée : 47,76; calculée : 46,67.

Éther monoéthylique du paraxylylène-glycol (1) $HO.CH^2.C^6H^4.CH^2.OC^2H^5$(4). — Liquide visqueux, incolore, Éb. sous 16^{mm} : 154°; $d_4^{17}=1,047$; $n_D^{17}=1,520$. R. M. trouvée : 48,16; calculée : 47,95.

En résumé, l'action du chlorure d'acétyle sur l'ω.ω'-diméthoxyparaxylène permet d'obtenir facilement l'éther monométhylique du paraxylylène-glycol; à partir de ce dernier on peut préparer, à l'état pur, l'ω.ω'-chlorométhoxyparaxylène, lequel se prête à d'intéressantes synthèses.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation de l'hydrobenzoïne et sur le système benzoïne-hydrobenzoïne*. Note de MM. **P. Carré** et **P. Mauclère**, présentée par M. G. Urbain.

L'hydrobenzoïne s'obtient de deux façons principales : 1° par réduction de la benzoïne; 2° par réduction de l'aldéhyde benzoïque.

I. On sait que la réduction de la benzoïne par l'amalgame de sodium donne un rendement médiocre, et que la purification de l'hydrobenzoïne formée dans cette réduction est assez pénible.

Nous avons d'abord examiné l'action sur la benzoïne de quelques agents réducteurs qui permettent, dans certains cas particuliers, de réduire le groupe cétonique en groupement alcool secondaire.

D'après Apitzsch et Metzger [1], la benzoïne serait réduite à peu près quantitative-

[1] Apitzsch et Metzger, *Ber. Deutsch. Chem. Ges.*, 37, 1904, p. 1677.

ment en hydrobenzoïne par le chlorure stanneux en solution chlorhydrique alcoolique. Nous n'avons pu obtenir d'hydrobenzoïne par cette méthode. Lorsqu'on chauffe au bain-marie, pendant une heure environ, la solution alcoolique de benzoïne, légèrement jaunâtre, additionnée d'une solution de chlorure stanneux dans l'acide chlorhydrique, la solution est bien décolorée comme l'indiquent Apitzsch et Metzger, mais on retrouve toute la benzoïne inaltérée (semicarbazone, F. 220°).

Si l'on effectue la réduction par l'étain et l'acide chlorhydrique, le groupement alcool est réduit avant le groupement cétonique, car une réduction ménagée donne d'abord de la désoxybenzoïne. Cette dernière se forme également quand on réduit la benzoïne par le couple zinc-cuivre et la soude. La réduction de la benzoïne par l'amalgame d'aluminium en milieu légèrement acide par l'acide sulfurique ne permet pas non plus d'obtenir l'hydrobenzoïne; il se forme un mélange de divers produits qui n'ont pu être séparés.

La réduction de la benzoïne en hydrobenzoïne, au moyen des dérivées organomagnésiens, signalée par divers auteurs, constitue un mode de formation plutôt qu'un mode de préparation.

Nous nous sommes enfin adressé à l'hydrogénation catalytique de la benzoïne.

Cette hydrogénation ne peut être réalisée à la pression et à la température ordinaires, ni en présence du nickel réduit, ni en présence du platine. Par contre, ainsi que l'ont montré Adkins et Cramer [1] pour un grand nombre de cétones, l'hydrogénation peut être réalisée avec un excellent rendement en hydrobenzoïne, en présence du nickel réduit, à chaud et sous pression. Quand on chauffe entre 125 et 160°, une solution alcoolique de benzoïne bien pure avec l'hydrogène, sous 150^{atm} environ, pendant 4 à 5 heures, en présence du nickel réduit à 280°, on obtient l'hydrobenzoïne avec un rendement de 80 à 90 pour 100. Il faut avoir soin d'hydrogéner une benzoïne pure, parfaitement débarrassée de toute trace du cyanure ayant servi à sa préparation, car la moindre trace de cyanure arrête l'hydrogénation. Cette hydrogénation constitue le meilleur mode de préparation de l'hydrobenzoïne inactive. On obtient ainsi très facilement une hydrobenzoïne pure, F. 134°, et donnant une diphényluréthane, F. 232-233° (mélange avec la diphénylurée, F. 220°).

Nous avons été conduit à déterminer le diagramme thermique du système benzoïne-hydrobenzoïne, utile à connaître pour suivre l'hydrogénation de la benzoïne.

---

(1) Adkins et Cramer, *Journ. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 4954.

Composition moléculaire du mélange.		Température de solidification commençante.
Benzoïne.	Hydrobenzoïne.	
10	0	132°
9	1	126
8	2	116
7	3	108,5
6	4	99
5	5	105
4	6	112
3	7	119
2	8	124,5
1	9	130
0	10	134

La benzoïne et l'hydrobenzoïne forment donc un mélange eutectique, F. vers 99°, pour 4^{mol} d'hydrobenzoïne et 6^{mol} de benzoïne environ.

II. La réduction de l'aldéhyde benzoïque en hydrobenzoïne au moyen du zinc et de l'acide chlorhydrique, signalée par Zinin ([1]), a été utilisée par Danilow ([2]) pour la préparation de l'hydrobenzoïne. Ce procédé donne en effet facilement de l'hydrobenzoïne, mais avec un rendement moins élevé que l'hydrogénation catalytique de la benzoïne. De plus il se forme, à côté de l'hydrobenzoïne, une substance non signalée par Danilow et qui rend moins facile la purification de la totalité de l'hydrobenzoïne formée. Ce produit secondaire, purifié par cristallisation dans l'alcool, répond à la formule $C^{14}H^{12}O$; il fond à 85° et est différent des deux formes stéréoisomères de l'oxyde de diphényléthylène, respectivement F. 69° et 42°, décrites par Rabe et Hallensleben ([3]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Méthyl-1-éthyl-2-cyclopropane*. Note de MM. **Lespieau** et **Réginald L. Wakeman**, présentée par M. Matignon.

Notre but, en préparant ce nouveau carbure par une méthode employée déjà pour arriver au diméthyl-1.2-triméthylène, a été d'abord de voir si cette méthode fournit des dérivées cyclopropaniques exempts de carbures

(1) Zinin, *Ann. Lieb.*, 123, 1862, p. 125.

(2) Danilow, *Ber. Deutsch. Chem. Ges.*, 60, 1927, p. 2393.

(3) Rabe et Hallensleben, *Ber. Deutsch. Chem. Ges.*, 43, 1910, p. 884.

éthyléniques, puis, s'il en était ainsi, de voir quelle exaltation du pouvoir réfringent moléculaire présenterait le carbure obtenu.

On peut craindre en effet la présence d'oléfines dans certains carbures triméthyléniques déjà décrits, présence qui serait de nature à nous induire en erreur sur les véritables propriétés de ces carbures cycliques.

Or l'effet Raman nous offre un moyen d'une grande sensibilité permettant d'élucider cette question de présence ou d'absence.

Notre point de départ a été le 2.4-hexanediol, découvert par Franke et Kohn (*Monatshefte*, 27, 1906, p. 1111), sur lequel ils n'ont pas donné d'autre renseignement que le point d'ébullition. Ce glycol s'obtient en faisant agir l'aldol sur le bromure d'éthylmagnésium; l'aldol que nous avons utilisé a été fait par le procédé de Kyriakidès (*Amer. Ch. Soc. J.*, 36, 1914, p. 532), en n'effectuant pas cependant la distillation finale, car celle-ci détruit une quantité importante d'aldol. Il est vrai qu'alors on a un aldol riche en paraldol, mais ce n'est point une gêne pour la réaction magnésienne.

L'hexanediol-2.4, auquel nous sommes arrivés, bouillait à 104°,5-105°,5 sous 9^{mm}; nous avons fait sur lui les mesures suivantes : C pour 100, 60,71 ; H pour 100, 12,22; poids moléculaire par cryoscopie acétique, 120; $d_4^{21} = 0,9516$; $n_D^{21} = 1,4418$; réfraction moléculaire, 32,83 (théorie, 32,76). Ce glycol n'est que partiellement miscible à l'eau.

Dibromo-2.4-*hexane*. — Il résulte de l'action poussée jusqu'à 140°, du tribromure de phosphore, additionné d'un peu de pyridine, sur le glycol précédent. C'est un liquide incolore, non piquant, bouillant à 81°,5-83° sous 10^{mm}. Les propriétés sont les suivantes : brome pour 100, 65,89 ; poids moléculaire par cryoscopie acétique, 238; $d_4^{22} = 1,5756$, $n_D^{22} = 1,4985$; réfraction moléculaire, 45,44 (théorie, 45,47).

Méthyl-1-*éthyl*-2-*cyclopropane*. — Ce carbure s'obtient en attaquant le dibromure précédent par la poudre de zinc au sein de l'alcool à 95°, maintenu au voisinage de son point d'ébullition. Le rendement atteint 68 pour 100 du rendement théorique.

C'est un liquide incolore, bouillant à 63°,9 - 64°,9 sous la pression normale. Les mesures que nous avons faites sur lui ont donné : C pour 100 : 84,77; H pour 100 : 14,88; poids moléculaire par cryoscopie acétique : 86,3 ; $d_4^{21} = 0,6961$; $n_D^{21} = 1,3874$; réfraction moléculaire : 28,47 (théorie : 27,62); donc une exaltation de 0,85. Point critique de dissolution dans l'aniline : 42°.

L'étude du spectre de Raman de ce carbure a été faite sur un cliché très

poussé ; la présence d'un corps éthylénique aurait entraîné sur ce cliché l'existence d'une raie de fréquence 1620 ou environ (nombre d'ondes par centimètre), qui n'aurait pu échapper à la vue, car d'une part elle est toujours isolée quand il s'agit d'un carbure, et de l'autre elle est toujours forte (c'est la plus forte du spectre en général). Or on n'a pu déceler aucune raie dans cette région du cliché, alors que la raie la plus voisine présente, la raie 1454 des CH^2, s'y trouve très opaque.

Nous sommes donc en droit de conclure que notre composé était exempt de carbure éthylénique. Or à ce point de vue il est intéressant de noter qu'il décolore le permanganate (mais moins rapidement, semble-t-il, que le diméthyltriméthylène de Zelinsky).

En ce qui concerne la réfraction moléculaire observée par nous, son exaltation n'étant pas attribuable au fait que notre carbure aurait contenu un isomère éthylénique dont nous n'aurions pas tenu compte, il faut l'attribuer au noyau triméthylénique. Mais si l'on compare entre elles les exaltations rencontrées chez les carbures possédant cette chaîne fermée on ne voit se dégager aucune régularité, même en faisant un choix arbitraire parmi les nombres assez divergents fournis par divers auteurs et parfois par le même pour un même corps.

CHIMIE ORGANIQUE. — *La β-éthylnaphtaline et ses produits d'hydrogénation.* Note (¹) de M. **Georges Lévy**, présentée par M. A. Desgrez.

Les homologues de la naphtaline présentent un intérêt tout particulier depuis qu'ils ont été trouvés parmi les produits de dégradation de principes immédiats du règne végétal; nous avons en conséquence entrepris l'étude des éthylnaphtalines encore peu connues et nous résumons ici nos premières recherches sur la β-éthylnaphtaline.

Ce carbure a déjà été préparé par différents procédés : Marchetti emploie la réaction de Friedel et Crafts sur la naphtaline et il obtient un carbure incristallisable dont le picrate fond à 71° (²). Brunel utilise la synthèse de Fittig appliquée à la β-bromonaphtaline et au bromure d'éthyle, le carbure obtenu cristallise et son picrate fond à 69° (³). M. G. Darzens réduit

(¹) Séance du 26 mai 1931.

(²) Marchetti, *Gazetta chimica italiana*, 11, 1881, p. 265, 439.

(³) Brunel, *Berichte d. chem. Gesell.*, 17, mai 1884, p. 1180.

la β-acétylnaphtaline par l'hydrogène en présence de nickel [1]; enfin M. Barbot a indiqué récemment la déshydrogénation de la tétrahydroéthylnaphtaline obtenue par la réaction de Friedel et Crafts sur la tétraline. Le carbure ainsi obtenu cristallise et son picrate fond à 73° [2].

Afin d'avoir un carbure parfaitement pur, nous nous sommes adressés à la méthode de M. G. Darzens, procédé qui a l'avantage de partir de la β-acétylnaphtaline, produit solide et facile à purifier par cristallisation dans l'alcool, ce qui élimine la possibilité d'avoir un produit souillé de l'isomère α.

De la β-acétylnaphtaline (F = 53°,5) en solution dans son poids de benzine est écoulée lentement à 200° sur du nickel supporté par de la ponce et obtenu par réduction de l'oxyde à 360°. Dans ces conditions le groupe — CO — CH^3 est facilement réduit en — C^2H^5; mais, malgré l'emploi d'un nickel obtenu à température élevée, il se forme toujours un peu de dérivé tétrahydrogéné et il est nécessaire de purifier le produit en le combinant à l'acide picrique qui ne se combine pas au tétrahydrure. Le picrate cristallisé est ensuite décomposé par la soude étendue pour régénérer la β-éthylnaphtaline pure.

Ainsi préparée la β-éthylnaphtaline présente les constantes suivantes :

$D_0^0 = 1,0069$, $D_4^{15} = 0,9958$, $n_D^{15} = 1,6028$. R. M. trouvée : 53,79; calculée : 50,88.

On voit que l'exaltation de la réfraction moléculaire est considérable, ce qui est de règle pour les carbures naphtaléniques.

Ce carbure cristallise facilement et son point de fusion est de — 7°,5; il distille à 252° (non corrigé) sous 760mm; son picrate fond à 76°-77°. Ces constantes notablement plus élevées que celles qui avaient été données précédemment montrent que le carbure ainsi obtenu est particulièrement pur.

L'hydrogénation, par le sodium et l'alcool amylique bouillant selon la technique de Bamberger et Kitschef [3], de la β-éthylnaphtaline ne nous a permis de préparer, contre toute attente, qu'un dihydrure de formule $C^{12}H^{14}$. Ce carbure présente les caractères d'un carbure éthylénique; il décolore instantanément le brome en solution chloroformique, même à — 10°, et fixe sensiblement Br^2 sans dégagement de HBr. Ses constantes sont les suivantes :

Point d'ébullition = 241° sous 760mm (non corrigé), 119° sous 17mm;

$D_0^0 = 0,9772$, $n_D^{13,3} = 1,5551$.

---

(1) Darzens et Rost, *Comptes rendus*, 146, 1908, p. 934.

(2) Barbot, *Bulletin de la Société de Chimie*, 4e série, 48, novembre 1930, p. 1317.

(3) Bamberger et Kitschel, *Berichte d. chem. Gesell.*, 23, 1890, p. 1561.

Le fait que cette hydrogénation se limite au dihydrure est remarquable, car dans les mêmes conditions, la naphtaline donne directement un tétrahydrure.

Par hydrogénation catalytique à 200° sur du nickel réduit à 280°, on obtient par contre un tétrahydrure $C^{12}H^{16}$ distillant à 114-115° sous 16^{mm}. C'est un liquide incolore, entièrement sulfonable, ne décolorant pas instantanément le brome en solution chloroformique, mais décolorant le permanganate en solution sulfurique; il présente les constantes suivantes :

$$D_0^0 = 0{,}9542; \quad D_4^{15} = 0{,}9447; \quad n_D^{15} = 1{,}5287.$$

Point d'ébullition sous 760^{mm} : 237° (corrigé). R. M. trouvée : 52,20; calculée : 51,81.

Ces constantes sont notablement différentes de celles données par MM. Bœdtker et Rambech [1] pour une éthyltétraline préparée par la réaction de Friedel et Crafts sur la tétraline. Nous en concluons que notre carbure est hydrogéné du côté du groupe C^2H^5 et qu'il a la formule I alors que le carbure de MM. Bœdtker et Rambech a sans doute possible la formule II :

CH CH² / HC C CH—C²H⁵ / HC C CH² / CH CH²

I.

CH CH² / C²H⁵C C CH² / HC C CH² / CH CH²

II.

Des recherches en cours nous permettront de préciser ces constitutions.

Une hydrogénation plus énergique, en écoulant le tétrahydrure à 160° et à la vitesse de 1 à 2g par heure sur un nickel particulièrement actif, obtenu par réduction de l'oxyde à 250°, nous a permis finalement d'obtenir le décahydrure qui peut être purifié et séparé du tétrahydrure par l'action de l'acide sulfurique concentré. Cette β-éthyldécaline est un liquide très peu odorant qui distille à 221° (corrigé) sous 760^{mm} et à 92° sous 13^{mm}. Les constantes sont :

$$D_0^0 = 0{,}8857; \quad D_4^{13,2} = 0{,}8763; \quad n_D^{13,2} = 1{,}4746.$$

R. M. trouvée : 53,29; calculée : 53,22.

Remarquons en terminant que l'hydrogénation a pour effet de faire disparaître l'exaltation de la réfraction moléculaire.

---

(1) Bœdtker et Rambech, *Bulletin de la Société de Chimie*, 4e série, 35, 1924, p. 634.

MINÉRALOGIE. — *Transformations de la braunite sous l'action de la chaleur.* Note (¹) de M. **St. Pavlovitch.**

La braunite est essentiellement un oxyde de manganèse de la forme Mn^2O^3 cristallisant souvent en beaux octaèdres quadratiques, mais les analyses d'échantillons provenant de différents gisements mettent toutes en évidence des proportions de silice notables et parfois importantes (4 à 11 pour 100), qui ont donné lieu à des interprétations variées; elles consistent principalement à envisager ce minéral comme un mélange ($3Mn^2O^3 . SiO^3Mn$) de l'oxyde Mn^2O^3 et d'un métasilicate de manganèse.

L'étude microscopique en sections polies (²) de la braunite montre que cet oxyde est parfaitement homogène; la silice qu'il renferme fait donc bien partie de l'édifice cristallin, et il était intéressant de rechercher ce qu'elle devient quand une partie de l'oxygène se dégage sous l'action de la chaleur.

Ce dégagement a été constaté par A. Gorgeu (³), mais après chauffage dans l'air, sans détermination de la température et sans examen microscopique du résidu.

J'ai opéré dans des conditions plus précises. Pour cela, des fragments du minéral placés dans une nacelle de platine à l'intérieur d'un tube de silice fondue ont été chauffés à l'aide d'un four à résistance de platine permettant d'atteindre 1400°C. Le tube était parcouru par un courant d'azote, afin d'éviter l'oxydation de la substance. La température était déterminée au moyen d'un couple thermo-électrique (platine-platine rhodié) dont la soudure était maintenue au contact de la nacelle.

Les cristaux de braunite étudiés proviennent de Kacharwahi (Indes anglaises). Leur teneur en silice a été déterminée à nouveau; elle est de 8,92 pour 100 et correspond sensiblement à celle indiquée par L. L. Fermor (⁴). Plusieurs plaquettes carrées de 2^{mm} d'épaisseur et de 5^{mm} de côté ont été découpées dans ces cristaux; les sections ainsi obtenues ont été polies en vue de l'examen au microscope métallographique polarisant qui a

(¹) Séance du 26 mai 1931.

(²) J. Orcel et St. Pavlovitch. *Sur les caractères microscopiques des oxydes de manganèse naturels* (*Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1295-1297).

(³) A. Gorgeu. *Sur les oxydes de manganèse naturels* (*Bull. Soc. franç. Min.*, **16**, 1893, p. 146).

(⁴) L. L. Fermor, *Mem. of geol. Survey of India*, **39**, 1909, p. 68.

montré leur parfaite homogénéité. Leur densité mesurée par la méthode de la balance hydrostatique est de 4,81.

Après chauffage à 900°, pendant 6 heures, il ne se produit ni changement de la surface ni perte de poids.

En continuant le chauffage jusqu'à 1190° pendant 5 heures environ, leur poids n'a pas encore varié, et l'on voit au microscope qu'elles n'ont pas changé de nature, mais elles ne forment plus un cristal unique. Elles sont constituées par un agrégat de plages ayant conservé les propriétés optiques de la braunite initiale; d'ailleurs leur comportement vis-à-vis des réactifs d'attaque est encore celui de ce minéral.

A la suite d'un chauffage à 1400° pendant 4 heures, il se produit un dégagement d'oxygène; la perte en poids est de 3,8 pour 100. On constate alors que les plaquettes sont fondues à leur partie inférieure; l'examen de sections minces fait voir qu'elle est constituée uniquement par un agrégat de cristaux de *téphroïte* (Mn^2SiO^4). Quant à la partie supérieure, elle a subi un ramollissement marqué; on y trouve aussi de la téphroïte, mais en petite quantité : elle forme une association eutectoïde avec un minéral opaque; celui-ci n'est plus de la braunite, mais de la hausmannite (Mn^3O^4). Elle se présente à l'état de cristaux quadratiques à macles polysynthétiques agissant vivement sur la lumière polarisée; tous les autres caractères optiques sont bien ceux de la hausmannite (notamment les pouvoirs réflecteurs en lumière blanche mesurés à l'aide de la cellule photo-électrique sont : 0,157 et 0,175); il en est de même pour leurs caractères d'attaque par les réactifs.

L'attaque à chaud par l'acide nitrique à 20 pour 100 d'un échantillon transformé comme il vient d'être dit permet de mettre en solution la téphroïte, sans dissoudre sensiblement la hausmannite; il reste une masse spongieuse de ce minéral dont le poids représente 70 pour 100 de la masse primitive. Les 30 pour 100 de téphroïte dissous correspondent bien à la teneur en silice trouvée par analyse (le calcul donne 29,6 pour 100).

Quand on chauffe la braunite dans l'air, il ne se produit que la seconde transformation entre 1200° et 1400° C., mais la perte en poids de la substance est plus faible (2,78 pour 100), probablement par suite d'équilibres avec l'oxygène de l'air.

Il résulte de cette étude que la braunite ne peut être considérée comme l'équivalent naturel cristallisé de l'oxyde Mn^2O^3 pur, ni comme sa combinaison ou son mélange à un métasilicate de manganèse. L'hypothèse la plus vraisemblable consiste à admettre que la braunite est l'oxyde Mn^2O^3,

dans quoi une partie du manganèse est remplacée par du silicium; sa formule doit donc s'écrire : $(Mn, Si)^2O^3$. Le départ de l'oxygène sous l'action de la chaleur détruit l'équilibre, probablement très instable de ce remplacement, et provoque la séparation du silicium à l'état de téphroïte.

HYDROLOGIE. — *Contribution à l'étude de l'origine des eaux souterraines.* Note de M. F. **Diénert**.

Pendant longtemps les hydrologues français considéraient les pluies comme l'unique origine des eaux souterraines. Ils admettaient difficilement les théories allemandes et suisses sur l'alimentation des réseaux aquifères souterrains par la condensation de la vapeur d'eau atmosphérique. Au Congrès de l'eau, à Alger, en 1929, les conceptions allemandes furent fermement défendues par certains hydrologues français.

L'explication donnée par l'École française sur l'origine des eaux dans le sous-sol est la plus simple et la plus ancienne. Elle est combattue par les Allemands pour la raison suivante. Les pluies s'infiltrent bien dans le sol, mais l'évaporation subséquente dépasse en amplitude la quantité d'eau infiltrée. Cette conclusion est contestable. Elle est généralement basée sur les résultats de l'évaporation d'une surface liquide exposée à l'air libre. Or l'évaporation des eaux contenues dans le sous-sol y est certainement bien plus difficile.

Pour l'école allemande une autre preuve de l'exactitude de sa théorie repose sur l'expérience suivante : On enfouit dans du sable, c'est-à-dire dans le sol, un plateau métallique disposé horizontalement au-dessus d'un récipient destiné à recevoir les eaux de pluie infiltrées. Jamais on ne récolte d'eau dans ces conditions. J'ai répété cette expérience et n'ai obtenu, comme les Allemands, que des résultats négatifs.

En analysant toutes les conditions de l'expérience, j'ai constaté qu'on avait oublié de se prémunir contre les effets de la capillarité.

En effet l'eau infiltrée, arrivant au-dessus du plateau, ne peut sortir du sable que si elle peut rompre les forces de la capillarité. Or, de chaque côté du plateau elle trouve, à travers le sable, un chemin d'écoulement plus facile et s'échappe, par ce moyen, au-dessous du plateau. Dans le récipient destiné à recevoir l'eau de pluie infiltrée on ne doit rien recueillir. Si notre raisonnement est exact il suffit d'entourer le sable, situé au-dessus du plateau et sur une hauteur de l'ordre de grandeur de la charge due à la capilla-

rité, d'une couronne de cailloux assez gros pour empêcher les effets de celle-ci. C'est alors sur le plateau que l'eau trouvera le chemin de moindre résistance. Dans ces conditions nous avons pu récolter l'eau de pluie infiltrée, environ 45 pour 100 de la quantité tombée sur du sable de 1 à 2^{mm} et pendant des périodes où la température de l'air extérieur atteignait 33° C.

Suivant la façon dont tombe la pluie, l'arrivée de l'eau sur notre plateau est plus ou moins rapide. En moyenne la vitesse d'écoulement est dans les environs de $0^{m},50$ par jour. La pluie cessant l'égouttement du sable se prolonge pendant plusieurs jours. Sur notre plateau ayant $0^{m},50$ de diamètre nous récoltons ainsi, d'une façon régulière, de 100 à 150^{cm^3} d'eau d'égouttage.

Nos expériences actuelles ont été faites en utilisant le sable. Nous nous proposons d'étudier de la même façon différents matériaux et en particulier la terre végétale, à travers laquelle l'eau doit circuler encore plus lentement.

De nos expériences faites dans la région parisienne il ne subsiste aucun doute possible que la pluie, s'infiltrant dans les sables, peut alimenter les eaux souterraines de cette région. La théorie de l'École française est donc bien démontrée. La question est à l'étude en ce qui concerne les terrains africains.

Mais la condensation de la vapeur d'eau atmosphérique ne peut-elle pas, elle aussi, contribuer à cette alimentation?

Nos expériences, actuellement en cours, peuvent se résumer ainsi : la vapeur d'eau atmosphérique ne peut contribuer à l'alimentation des eaux souterraines que si la circulation de l'air, dans le sol, est facile et de débit suffisamment abondant. La diffusion de la vapeur d'eau à travers le sable est un phénomène trop lent. La condensation de la vapeur d'eau est uniquement régie par la température du sous-sol. Il s'agit de déterminer l'importance de la circulation de l'air dans le sol. C'est le problème que nos expériences en cours permettront de résoudre. A ce moment seulement nous pourrons dire si la théorie de l'École allemande peut être admise ou être rejetée définitivement.

HYDRAULIQUE SOUTERRAINE. — *Sur les débits des sources en régime non influencé.* Note (¹) de M. **Montagné**, présentée par M. Jouguet.

La plupart des traités d'hydraulique exposent la loi de superposition des courbes des débits en fonction du temps en régime non influencé. D'après cette loi, et sans qu'il soit spécifié qu'elle s'applique uniquement à des terrains entièrement perméables et homogènes, il suffit chaque année, dés que la source ne reçoit plus d'apports, de mesurer son débit, de déterminer l'ordonnée de la courbe qui représente les débits en régime non influencé en fonction du temps pour obtenir, au delà de cette ordonnée, ses débits successifs à toutes les époques de la saison sèche.

La loi de superposition paraît évidente. Si nous nous plaçons, en effet, dans le cas d'un terrain très perméable et homogène, la charge se transmet régulièrement de haut en bas quand le niveau hydrostatique varie et la nappe se trouve dans le cas d'un réservoir non alimenté qui se vide par un orifice dont la section est invariable. A un débit donné correspondent une charge et un volume déterminés, toujours les mêmes quel que soit l'instant auquel on commence la vidange. A partir de cet instant, la décroissance du débit sera invariable. Nous devons faire remarquer en outre que les théories sur les débits des nappes sont basées sur l'hypothèse qu'à un débit donné correspond un volume déterminé de la nappe.

De l'année 1922 à l'année 1929 nous avons vérifié la loi de superposition des courbes pour un ensemble de sources et, indirectement, l'hypothèse ci-dessus. Les écarts constatés pouvaient être attribués aux différences des évaporations ou à quelques pluies qui maintenaient, plus ou moins, l'humidité du sol et n'étaient donc pas d'importance à justifier d'autres recherches. Nos courbes de débits sont tracées d'après les lectures journalières contrôlées faites sur une échelle hydrométrique du Service des Forces hydrauliques du Sud-Ouest située à Niort (Aude) et soigneusement tarée chaque année par nous après des jaugeages au moulinet.

Par contre, après l'automne de 1929 et l'hiver et le printemps de 1930, exceptionnellement pluvieux, la courbe de décroissance en régime non influencé est loin de se superposer à celles des autres années et l'écart entre

(¹) Séance du 26 maï 1931.

les courbes est si grand que l'on peut affirmer qu'elles ne présentent entre elles aucune ressemblance.

Nous avons constaté de semblables différences dans d'autres bassins et même pour certaines sources du bassin de la Seine comme celles de Cérilly et de la Dhuis dont les données, remontant à l'année 1881, sont bien établies et sont devenues classiques.

Puisque, pour un grand nombre de sources, les courbes ne se superposent pas quand les écarts pluviométriques sont grands, c'est qu'il n'est pas possible de généraliser l'hypothèse d'après laquelle un volume déterminé de la nappe correspond à un débit donné.

Nous allons publier par ailleurs les documents qui nous permettent d'établir et de vérifier expérimentalement pour certaines sources [Rébenty à Niort (Aude), Cérilly, Dhuis] la relation simple qui caractérise le débit en parallèle :

$$\frac{q}{q+q_1} = \frac{q'}{q'+q'_1},$$

dans laquelle q et q_1 sont les débits respectifs au moment t_0 où le débit en régime non influencé de deux nappes commence, q' et q'_1 les débits respectifs après un temps t_1. Cette relation est celle que l'on obtient en cumulant les débits de nappes dont la décroissance est proportionnellement la même. Elle permet de calculer le débit total au temps t_1 en partant du débit total initial et de la courbe de décroissance d'une année quelconque.

Nous pensons que la relation ci-dessus est applicable lorsque les terrains ne sont pas homogènes et que, les nappes étant en quelque sorte cloisonnées, certaines de leurs parties, dont le nombre est d'autant plus grand que le niveau hydrostatique est plus élevé, donc que l'année est plus pluvieuse, débitent dans l'émissaire commun ou à l'extérieur — sources éphémères bien connues. Il n'y a donc plus, dans ce cas, un seul débit auquel correspond un volume déterminé mais plusieurs débits, cumulés, auxquels correspondent d'autres volumes, variables selon les années.

Pour d'autres sources les résultats sont intermédiaires entre le débit en parallèle et la superposition des courbes, sans que nous puissions connaître la répartition très complexe des terrains et des eaux dans le sein des montagnes.

BOTANIQUE. — *Sur l'évolution des constituants cytoplasmiques des cellules polliniques du* Vincetoxicum officinale. Note (¹) de Mlle **Germaine Py**, présentée par M. L. Mangin.

La fleur des *Vincetoxicum officinale* présente, comme celle de la plupart des Asclépiadacées, la particularité intéressante d'avoir des grains de pollen réunis en une pollinie entourée d'une membrane jaune brunâtre.

Dans les jeunes boutons floraux, les cellules mères de formes allongées et en petit nombre (4 ou moins) sont alignées en une seule file entourée par les cellules nourricières. Elles possèdent à chacune de leurs extrémités une grosse vacuole, et en leur milieu un noyau volumineux occupant presque toute la largeur de la cellule. Leur chondriome est formé de mitochondries et de courts chondriocontes. Ces cellules grossissent, les deux vacuoles se fragmentant souvent pour en donner plusieurs autres qui restent localisées dans la région des pôles. Mais au début de la prophase réductrice, au stade synapsis, elles se répartissent sans ordre dans tout le cytoplasme et le chondriome semble alors présenter un plus grand nombre de chondriocontes.

C'est généralement au moment de la formation des jeunes grains de pollen que certains éléments du chondriome se différencient en plastes : les uns prennent des formes en massue, en têtard, la partie renflée présentant bientôt un centre clair ayant l'apparence d'une vésicule, puis grossissent et se transforment en une masse mûriforme; les autres s'allongent, s'épaississent, se courbent en S ou en U et les parties comprises dans leur concavité apparaissent, dans les préparations colorées à l'hématoxyline, d'un gris nacré. Lorsque cette différenciation est achevée, les grains de pollen contiennent un grand nombre de mitochondries granuleuses et les deux formes de plastes décrites plus haut, tous les intermédiaires étant du reste visibles entre elles (*fig.* 1).

Les réactions à l'iodo-iodure et à l'acide osmique n'ont jamais indiqué d'amidon ni de graisse dans ces éléments qui sont sans doute chargés de protéines et représenteraient donc des protéoplastes. Ils offrent, en effet, une grande analogie avec ceux décrits par Guilliermond (²) dans le sac

---

(¹) Séance du 26 mai 1931.

(²) Guilliermond, *Recherches sur l'évolution du chondriome* (*Ann. Sc. Nat. Bot.*, 6, 1924, p. 5).

embryonnaire des Liliacées. Guignard (1) a, d'ailleurs, signalé la présence de protéoplastes chez de nombreuses Asclépiadacées (*Asclepias syriaca*, *A. Curassavica*, *A. linifolia*, *Gomphocarpus*, etc.); or, il est intéressant de noter qu'il avait indiqué l'absence de ces formations chez les *Vincetoxicum* et qu'il assigne à celles-ci, dans les objets étudiés par lui, des caractères sensiblement différents de ceux observés par nous chez le Dompte-Venin; sans doute, les protéoplastes présentent-ils dans la famille des Asclépiadacées des comportements très divers.

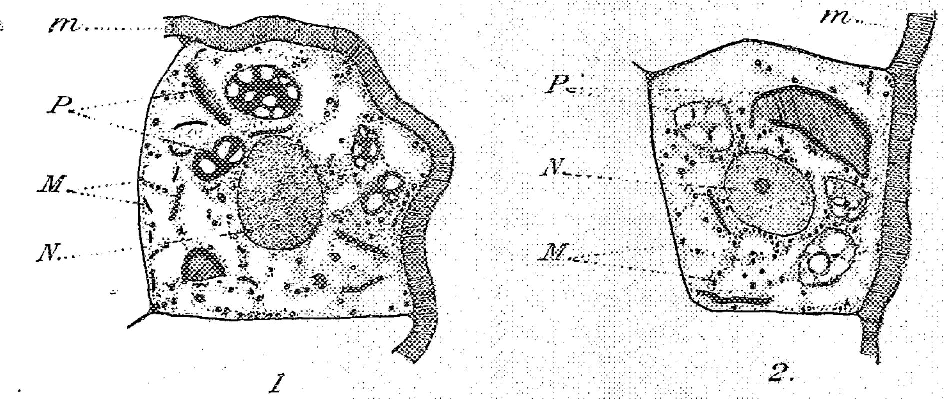


Fig. 1. — Jeune grain de pollen avec plastes.
Fig. 2. — Jeune grain de pollen avec plastes commençant à disparaître.
P. plastes; M, mitochondries; N, noyau; *m*, membrane, non encore subérifiée, de la pollinie.

Il paraît, en outre, intéressant de signaler que les plastes en forme de S ou de U décrits plus haut, ressemblent d'une façon frappante aux lépidosomes remarqués par Parat (2) dans la spermatogénèse de l'*Helix pomatia* et surtout à ceux observés par Radu (3) dans le canal déférent de l'*Armadillidium vulgare*. Et peut-être doit-on se demander s'il ne conviendra pas d'assimiler les lépidosomes de Parat à des protéoplastes.

Pendant la maturation des grains de pollen, les plastes perdent peu à peu leur chromaticité (*fig.* 2) pour ne plus se distinguer bientôt du reste du cytoplasme, et le grain du pollen mûr, avec ses trois noyaux, a un chondriome constitué de mitochondries, de chondriocontes et de petits plastes à peine plus gros que les mitochondries granuleuses.

---

(1) Guignard, *Sur l'existence de corps protéiques particuliers dans le pollen de diverses Asclépiadacées* (*Comptes rendus*, 175, 1922, p. 1015).

(2) Parat, *Contribution à l'étude morphologique et physiologique du cytoplasme de la cellule animale* (*Thèse*, Paris, 1928).

(3) Radu, *Structure histologique et cytologique du canal déférent chez* Armadillidium vulgare *Latr.* (*Arch. de Zoo. exp. et gén.*, 70, 1930, p. 1 à 144).

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action des circuits oscillants sur la dégénérescence des pommes de terre*. Note ([1]) de M. LABERGERIE, présentée par M. L. Mangin.

A la suite des Communications présentées récemment([2]) par M. Jaguenaud, concernant l'influence de la nature géologique du sol et des conditions d'altitude sur la dégénérescence des pommes de terre, phénomènes qu'il explique par les travaux et les théories de M. Georges Lakhovsky, je viens apporter la confirmation de sa thèse, ayant entrepris moi-même sur différents végétaux, notamment sur les pommes de terre, des recherches avec les circuits oscillants, selon les méthodes de M. Lakhovsky.

Depuis 1926 j'ai cultivé des pommes de terre dans ce but à l'École d'Agriculture de Montpellier et dans le Jardin de la Société d'Horticulture de l'Hérault, situés à faible altitude sur des sols argilo-calcaires très compacts, dont la teneur en argile dépasse 50 pour 100 dans certaines stratifications.

Les essais ont porté notamment sur l'espèce «Commersoni Violet», qui préfère les terrains siliceux, et, à titre de comparaison, sur la « Géante bleue » et l'« Institut de Beauvais », qui sont mieux adaptées aux terrains calcaires.

Les variétés expérimentées ont, en général, été défavorablement affectées par la nature de ce sol, en particulier l' « Early Rose » et la « Géante bleue ». Cette dernière pourrissait avec une rapidité déconcertante, soit dans le sol, soit après récolte. Les autres espèces se défendirent mieux : « Hollande », « Institut de Beauvais », « Commersoni Violet ». Celle-ci présente une diminution de vigueur considérable avec décoloration plus ou moins complète de l'épiderme.

Des essais ont été faits autour d'un certain nombre de pieds de pommes de terre avec circuit oscillant en cuivre. Les résultats ont été très favorables sur plusieurs dizaines de pieds, chaque année, de 1926 à 1930.

La nature du métal joue un rôle considérable dans l'influence de ces circuits. Nous avons fait des essais comparatifs avec des circuits d'aluminium, nickel et plomb.

([1]) Séance du 26 mai 1931.

([2]) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 582, et *Académie d'Agriculture*, **17**, 1931, p. 218.

Avec l'aluminium, on enregistre une diminution très nette de la production.

Avec le plomb, on constate une augmentation de la tubérisation et une tendance exagérée à la pourriture après arrachage.

Sur tous les pieds munis d'une façon constante de circuits de Lakhovsky, nous avons remarqué l'absence totale de destruction des tubercules par les ravageurs souterrains (rats, courtillières, etc.), tandis que les tubercules des pieds témoins étaient presque entièrement détruits par ces animaux.

Les récoltes en tubercules provenant des divers pieds traités et témoins furent placées dans des sacs en papier et observées avec soin.

Les tubercules produits par les pieds munis du circuit oscillant en cuivre se conservèrent d'une manière très satisfaisante et purent être replantés successivement plusieurs années de suite, ce qui indique une diminution très nette de la dégénérescence habituelle des cultures de pommes de terre dans les régions méditerranéennes de faible altitude.

L'orientation de l'ouverture des circuits oscillants, par rapport au méridien magnétique, joue un rôle important. En 1929-30, des pieds de pommes de terre furent groupés par quatre autour d'un pivot central en bois sur lequel furent fixés les quatre circuits Lakhovsky disposés en étoile. Ce dispositif, qui maintenait une distance de 35cm environ entre les pieds, éliminait les différences de fertilité du sol, au moins en partie. Aucun engrais ni amendement ne fut employé dans ces expériences.

Les résultats numériques suivants représentent la moyenne d'expériences effectuées sur plus de deux cents pieds entourés de circuits Lakhovsky en cuivre. Pour différentes orientations de l'ouverture du circuit, les moyennes des résultats obtenus ont été proportionnelles aux nombres suivants :

Orientation des extrémités des circuits oscillant vers :

le Nord	10
le Sud	5,5
l'Est	4
l'Ouest	3,5

Au contraire l'action déprimante de l'aluminium a été plus marquée dans la direction du Nord, mais les observations (poids, conservation, etc.) avec ce métal ont été rendues plus difficiles par suite des déprédations des ravageurs souterrains. Le nickel et le plomb ont donné lieu à des observations du même ordre.

Il nous paraît intéressant de signaler que le circuit de Lakhovsky est beau-

coup moins efficace placé horizontalement que s'il est incliné vers la verticale. Lorsque les pointes sont redressées vers le haut, l'action est complètement nulle et, parfois, il se produit un effet nuisible.

Ces expériences montrent suffisamment comment les circuits de Lakhovsky peuvent être utilisés avec succès pour lutter contre la dégénérescence des pommes de terre. Ils font également ressortir l'influence très marquée de la nature du métal constituant le circuit.

PHYSIOLOGIE. — *Influence des saisons sur les combustions respiratoires chez le chien.* Note de MM. **F. Maignon** et **J. Guilhon**, présentée par M. E. Leclainche.

L'un de nous a montré dans des recherches antérieures que les saisons influencent la glycogénie et que cette influence s'exerce en partie par l'intermédiaire des glandes génitales, car la castration chez le cobaye mâle atténue considérablement ces variations sans toutefois les supprimer complètement. Le glycogène musculaire, chez le chien, présente deux maxima au printemps et à l'automne et deux minima en hiver et été. Les maxima coïncident toujours avec les périodes d'activité génitale et leur nombre varie avec celui de ces dernières. Le maximum de printemps est toujours le plus important.

Cette influence des glandes génitales sur la glycogénie se traduit encore par ce fait que les muscles des mâles sont toujours plus riches en glycogène que ceux des femelles, et que la castration chez le cobaye mâle abaisse le taux du glycogène musculaire, tandis que l'injection de suc testiculaire produit l'effet inverse ([1]).

Des variations saisonnières analogues ont été constatées, chez le cobaye, à propos des combustions respiratoires ([2]).

Dans des recherches ultérieures, Maignon et Painvin ([3]) ont retrouvé ces mêmes influences sur les combustions respiratoires chez le chien. Sur des

---

([1]) F. Maignon, *Influence des saisons sur la richesse des muscles en glycogène* (*Comptes rendus*, 145, 1907, p. 334), *Influence des glandes génitales sur la glycogénie* (*Comptes rendus*, 150, 1910, p. 721).

([2]) F. Maignon, *Influence des saisons et des glandes génitales sur les combustions respiratoires chez le cobaye* (*Comptes rendus*, 156, 1913, p. 347).

([3]) F. Maignon et A. Painvin, *Influence des saisons sur les combustions respiratoires chez le chien* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 573).

animaux maintenus sensiblement à la même température, hiver et été, la consommation d'oxygène, chez l'animal à jeun, passe par deux maxima au printemps et à l'automne et par deux minima, en été et en hiver, le maximum de printemps étant toujours plus important que celui d'automne.

Par analogie avec ce qui avait été constaté pour la glycogénie, il était à prévoir que les glandes génitales devaient influencer aussi les combustions.

Cette question a fait l'objet de très nombreuses recherches expérimentales. Chez le chien la grande majorité des auteurs s'accordent à reconnaître que la castration entraîne une chute des combustions, mais, alors que certains n'ont obtenu que des abaissements légers de 10 à 20 pour 100 (Lœwy et Richter, de Vita, Ekstein et Grafe), d'autres signalent des chutes de 37 et même 59 pour 100 (Ptaszek). Par contre Lutje, en 1902, n'a pas constaté de différence entre les témoins et les castrés et, pour Karentschewsky, l'abaissement n'est pas constant.

	Témoin. I. 4 ans (10^{kg}).	II. 3 ans (8^{kg}).	III. 6 ans (7^{kg}).	IV. 2 ans (9^{kg}).	V. 4 ans (7^{kg}).	VI. 8 ans (6^{kg}).
Mai 1929	–	0,558	–	–	–	–
Juin	–	0,524 castrat. 0,251 0,386	–	–	–	–
Juillet		0,365	–	–	–	–
Août	–	–	–	–	–	–
Septembre	–	–	–	–	–	–
Octobre	–	0,591	–	–	–	–
Novembre	–	0,481	–	–	–	–
Décembre	–	0,428	0,721	–	–	–
Janvier 1930	0,395	0,454	0,684 castrat. 0,622	0,463	–	–
Février	–	0,541	0,720	0,443 castrat.	–	–
Mars	0,446	0,602	0,719	0,406	–	–
Avril	0,508	0,602	0,752	0,498	–	–
Mai	0,518	0,598	–	0,489	–	–
Juin	0,457	0,573	–	–	–	–
Juillet	0,402	0,481	–	–	0,483 castrat. 0,452	0,604 castrat. 0,591

Pour Ptaszek, la castration chez le chien produirait d'abord un abaissement du métabolisme basal, suivi d'un relèvement à la normale, puis, au cours d'une troisième période seulement, un abaissement définitif.

Nous avons repris ces recherches chez le chien en déterminant les combustions respiratoires sur des sujets à jeun, par la méthode de confinement. Les animaux séjournaient de 15 à 16 heures dans une cage de 2^{m^3}; l'analyse de l'air était effectuée à l'aide de l'eudiomètre de Laulanié.

Les résultats que nous avons obtenus montrent que les divergences entre les auteurs s'expliquent par les variations saisonnières. Les animaux étaient maintenus en hiver dans des locaux chauffés, afin d'éliminer le plus possible le facteur thermique. Les variations des combustions ne sont d'ailleurs nullement en relation avec celles de la température.

Nous donnons dans le tableau ci-dessus les résultats de nos expériences. Les chiffres, qui représentent des moyennes de plusieurs déterminations, expriment le coefficient respiratoire, c'est-à-dire la consommation d'oxygène par heure et par kilogramme.

Résultats et conclusion. — Sur le chien témoin, nous avons constaté très nettement les variations saisonnières des combustions respiratoires avec le maximum de printemps en mai.

Sur le chien II, la castration effectuée le 5 juin, c'est-à-dire au moment où la courbe était encore haute tout en commençant à baisser, la consommation d'oxygène a subi une chute importante de 52 pour 100. Le coefficient respiratoire est tombé de 0,524 à 0,251.

Pour les autres sujets d'expérience, la castration, effectuée au moment des parties basses de la courbe (janvier, février, juillet), n'a produit qu'une chute légère. Dans un cas, en juillet (exp. VI), l'abaissement a même été à peu près nul.

Les expériences II, III et IV montrent que les sujets castrés recommencent à subir au bout d'un temps assez court, trois semaines à un mois environ, l'influence des saisons, et cela d'une façon sensiblement aussi marquée que les témoins. Un autre organe, peut-être l'hypophyse comme le pense Ptaszek, effectue la compensation. C'est cette compensation qui permet de comprendre le relèvement assez rapide des combustions après la chute.

On peut expliquer les divergences des résultats obtenus par les auteurs par l'époque de l'année à laquelle la castration a été faite.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur le rôle des lipides et des protéides sanguins dans les échanges d'eau dans l'organisme.* Note [1] de M. A. MACHEBŒUF, présentée par M. G. Bertrand.

Starling [2] a montré le rôle primordial joué par les protéides du plasma sanguin dans les échanges d'eau et de sels entre les tissus et le sang. Il appela pression osmotique des protéides du sérum la différence de pression hydrostatique existant entre du sérum sanguin et une solution saline isotonique lorsque ces deux liquides sont en équilibre de part et d'autre d'une membrane imperméable aux protéides mais perméable aux sels et à l'eau. Starling mit en évidence le rôle de cette pression osmotique et le rôle de la pression hydrostatique intra-capillaire dans les échanges d'eau et de sels entre le sang et les tissus à travers la paroi des capillaires. Govaerts [3] vérifia que la condition d'apparition des œdèmes chroniques est l'existence au niveau des capillaires veineux d'une pression hydrostatique supérieure à la pression osmotique des protéides du plasma.

On ne peut plus conserver le terme proposé par Starling : pression osmotique des protéides, car on sait aujourd'hui que la pression ainsi mesurée ne dépend pas seulement du nombre de molécules protéidiques mais dépend surtout de l'inégale répartition des ions diffusibles de part et d'autre de la membrane sous l'influence des ions protéidiques non diffusibles (équilibre de Donnan). Je nommerai pour abréger pression de Starling le phénomène mesuré par Starling.

Au cours d'une série de recherches sur des sérums pathologiques [4] il nous est apparu que, dans le sérum, les protéides n'agissent pas seuls sur la pression de Starling, et j'ai soupçonné une intervention des lipides. Quelques essais physico-chimiques m'ont amené à émettre l'hypothèse suivante :

Certains lipides du sérum sont combinés aux protéides de diverses manières, ils peuvent suivant les cas diminuer l'ionisation des protéides ou, au contraire, s'ioniser eux-mêmes en augmentant très sensiblement le nombre

(1) Séance du 26 mai 1931.

(2) STARLING, *Journ. of Physiol.*, 19, 1895, p. 312.

(3) GOVAERTS, *C. R. Soc. Biol.*, 89, 1923, p. 678 et 680; 90, 1924, p. 969; 101, 1924, p. 116, et 93, 1925, p. 441.

(4) MACHEBŒUF, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 11, 1929, p. 268 et 485. — MACHEBŒUF et WAHL, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 13, 1931 (sous presse).

des fonctions ionisées non diffusibles présentes dans le sérum. Il semble que l'organisme puisse, dans certains cas, réagir contre une baisse de la pression de Starling en augmentant la teneur du sérum en lipides ionisables. Certains lipides et tout particulièrement, semble-t-il, les phosphoaminolipides, contribueraient donc à la régulation de la pression osmotique existant entre le plasma d'une part et le milieu extra-capillaire d'autre part.

Pour vérifier ces hypothèses j'ai étudié des sérums normaux et des sérums de malades atteints de lipémie et tout particulièrement de néphrose lipoïdique (hyperlipémie, hypoalbuminémie et œdèmes).

On sait que le fibrinogène et les globulines, de poids moléculaires très élevés et qui sont peu ionisés au pH du sérum sont beaucoup moins actifs que les albumines sur la pression de Starling du plasma et sur l'équilibre plasma-tissus. J'ai donc étudié les albumines qui ont été séparées des globulines par le sulfate d'ammonium.

L'étude de ces albumines ([1]) a révélé les faits suivants :

1° En présence d'un liquide dialyseur commun, les albumines provenant de sérums de néphrose lipoïdique se diluent, à poids égal de protéides, plus que des albumines normales ; toutes les conditions étaient égales, seules différaient les teneurs en lipides entraînés par les albumines lors de leur séparation.

2° Pour amener au pH normal du sang (7,3) un gramme d'albumines de sérum de néphrose lipoïdique préalablement placé à l'isoélectrique (pH = 4,7), il faut beaucoup plus d'alcali que pour une même quantité d'albumines normales ; toutes les conditions étaient égales, seules différaient les teneurs en lipides.

3° Du côté acide de l'isoélectrique, par contre, la présence des lipides ne change pas l'effet tampon par gramme d'albumines, et les courbes de titration sont, dans la néphrose lipoïdique, superposables aux courbes normales.

On pourrait expliquer ces faits par une différence de nature des albumines, mais l'isoélectrique est le même, et, de plus, il semble que les lipides, dans les sérums de néphrose lipoïdique, soient unis d'une façon anormale aux protéides ; on peut en effet extraire ces lipides par l'éther plus complètement que dans les sérums normaux ([2]), et ceci est particulièrement net pour la lécithine.

([1]) Ces expériences ont été effectuées avec l'aide zélée de G. Sandor avec qui nous publierons sous peu un Mémoire détaillé sur ce sujet.

([2]) MACHEBŒUF et WAHL, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 13, 1931 (sous presse).

Dans le sérum normal de cheval j'ai, d'autre part, pu séparer, par précipitations fractionnées à des pH variables en présence de quantités variables de sulfate d'ammonium, deux fractions albuminiques particulièrement riches en phospholipides. Dans l'une de ces fractions l'effet tampon de 1g de protéides était de part et d'autre de l'isoélectrique inférieur à celui d'un poids égal de sérum-albumine de cheval cristallisée; tandis que dans l'autre fraction albumineuse riche en lécithine, l'effet tampon était à peu près normal du côté acide de l'isoélectrique, mais très supérieur à la normale du côté alcalin comme cela a lieu pour les albumines totales des sérums de néphrose lipoïdique.

Pour réagir aux variations de la pression de Starling, l'organisme pourrait faire changer la quantité de certains lipides et leur mode de combinaison de façon à faire augmenter ou diminuer l'une ou l'autre des fractions albumino-lipidiques dont l'ionisation est différente de l'ionisation propre des protéides qui entrent dans leur constitution.

Il va sans dire que ce mode de réaction est souvent insuffisant pour ramener la pression de Starling à une valeur assez élevée pour empêcher l'apparition des œdèmes.

PATHOLOGIE GÉNÉRALE. — *Glutathion, croissance et cancer des plantes.* Note (1) de MM. **Léon Binet** et **J. Magrou**, présentée par M. F. Mesnil.

Depuis que F. G. Hopkins a démontré l'existence dans les tissus vivants d'un corps soufré particulier, le glutathion (formé d'une molécule de cystéine unie à une molécule d'acide glutamique), divers auteurs ont fait jouer à ce corps un rôle important dans les phénomènes de croissance et ont signalé une teneur élevée en glutathion dans les tissus normaux en période de prolifération et dans le tissu cancéreux.

Il nous a semblé intéressant d'aborder une telle étude en effectuant le dosage du glutathion dans la plante atteinte de cancer expérimental. Pour cela nous avons eu recours au *Pelargonium zonale*, inoculé avec le *Bact. tumefaciens*; nous y avons dosé le glutathion réduit, en utilisant la technique de H. E. Tunnicliffe [qui a été employée ailleurs par l'un de nous (2)] et en recourant à l'amidon comme indicateur. Nos dosages ont porté sur la tumeur cancéreuse (soit en période d'accroissement, soit en période de

(1) Séance du 26 mai 1931.

(2) A. Blanchetière, Léon Binet et Mélon, *Journ. Physiol. et Pathol. gén.*, 27, 1929, p. 1.

nécrose), sur le bourgeon terminal, sur la feuille, sur la tige verte, sur le bouton floral et sur la fleur épanouie. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Taux du glutathion réduit exprimé en milligrammes pour 100g *de tissu frais chez* Pelargonium *inoculé.*

Pelargonium.	N° 90 inoculé le 15-1-31, examiné le 29-4-31.	N° 111 inoculé le 29-1-31, examiné le 4-5-31.	N° 140 inoculé le 29-1-31, examiné le 13-5-31.	N° 290 inoculé le 2-3-29, examiné le 9-5-31.	N° 333 inoculé le 8-5-30, examiné le 9-5-31.
Tumeur en évolution.	437	316	400	–	–
» en nécrose...	–	–	–	0	25 / 0
Bourgeon terminal...	–	500	1000	833	1000
Tige verte...........	116	142	83	116	166
Feuille verte........	222	156	101	142	166
Bouton floral.......	–	–	176	–	–
Fleur épanouie......	–	–	176	–	–

Ces chiffres, enregistrés sur le *Pelargonium* inoculé avec le *Bact. tumefaciens*, permettent de conclure comme il suit :

1° Dans la tumeur en période évolutive (nos 90, 111 et 140), le taux du glutathion réduit est beaucoup plus élevé (316 à 437mg pour 100g) que dans la feuille (101 à 222) et que dans la tige (83 à 142).

2° Cette élévation de la teneur en glutathion est fonction de la rapidité de croissance de la tumeur. Le gluthation disparaît de la tumeur quand celle-ci se nécrose (nos 290 et 333). D'autre part, la malignité de la tumeur ne semble pas jouer, comme l'ont déjà soutenu J. Lecloux, R. Vivario et J. Firket dans le cas de la souris sarcomateuse. En effet, dans le bourgeon terminal normal de *Pelargonium*, dont la prolifération est considérable, le glutathion atteint des chiffres beaucoup plus élevés encore (de 500 à 1000mg).

M. Émile Roger adresse une Note intitulée *Répartition des années chaudes et froides depuis* 1757, *pour le climat de Paris.*

La séance est levée à 15h35m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 JUIN 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Carl Neuberg**, professeur de Biochimie à l'Université de Berlin, qui assiste à la séance.

SPECTROSCOPIE. — *Relations simples du spectre moléculaire avec la structure de la molécule*. Note de M. **H. Deslandres**.

Cette Note est la suite de deux Notes précédentes publiées sous le même titre le 29 décembre 1930 et le 2 mars 1931 (¹). Je prie le lecteur de se reporter aux tableaux I et II qui ont été insérés dans ces deux Notes, et qui résument les premiers résultats.

Les bandes et raies infrarouges d'un spectre moléculaire apparaissent reliées simplement à une fréquence universelle 1062,5, appelée d_1 (²) et aux nombres entiers qui caractérisent la molécule (nombre des atomes et de leurs grands anneaux d'électrons, et surtout nombre des électrons extérieurs des atomes constituants ou nombre atomique). Les fréquences de ces bandes ont été en effet représentées par les formules simples suivantes :

$$(2)\quad \nu = q\,d_1/rs; \qquad (3)\quad \nu = q'\,d_1/r's',$$

s étant le nombre des grands anneaux d'électrons dans la molécule, s' étant

(¹) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1404, et 192, 1931, p. 521.

(²) J'ai noté déjà qu'il y aurait peut-être avantage à remplacer la constante d_1 par un de ses sous-multiples; les formules (2) et (3) resteraient les mêmes. Il convient d'attendre que les données expérimentales soient plus nombreuses.

le nombre des électrons en dehors du noyau d'un des atomes ou le nombre atomique, q, r, q' r' étant des nombres entiers [1].

L'étude a été limitée jusqu'ici aux molécules les plus simples et les recherches de 1925 ont montré pour 17 molécules un certain accord avec la formule (2), et pour les raies secondaires de plusieurs bandes un accord avec la formule (3). La recherche, récemment reprise avec les données nouvelles de l'infrarouge extrême, met nettement en relief la formule (3) qui devient la plus importante; même il est possible que la formule (3) reste la seule à envisager. D'ailleurs plusieurs molécules se rattachent naturellement aux deux formules; ainsi, avec la molécule C^2H^4, s est égal à 6 qui est aussi le nombre atomique s' du carbone. On est conduit à étudier de nouveau les 17 molécules de 1925 et à les rapprocher de la formule (3), en utilisant les mesures précises poursuivies récemment avec des appareils puissants, et étendues aux fréquences très basses. Dans l'ensemble, les résidus ou différences entre les fréquences observées et les fréquences calculées deviennent notablement plus petits.

Cette étude peut fournir aussi des renseignements utiles sur la force encore inconnue qui rapproche les atomes dans la molécule et en particulier dans la molécule homopolaire. La loi de Coulomb fait bien comprendre l'union dans l'atome des noyaux et électrons qui ont des charges électriques de signe contraire; mais comment s'opère le rapprochement des deux atomes dans les molécules N^2 et O^2 de notre atmosphère? J'ai émis déjà l'idée que la fréquence d_1 était liée intimement à ces forces inconnues qui doivent intervenir dans l'émission lumineuse de la molécule.

Le tableau III ci-après présente l'accord de sept molécules avec les deux formules; les quatre premières ont été déjà étudiées en 1925 et les trois

---

(1) Pour le nombre s, on compte tous les anneaux d'électrons, complets ou incomplets, des atomes, l'anneau intérieur de deux électrons étant écarté. L'hydrogène, qui est à part, est compté comme ayant un anneau. Cette règle, assez complexe, qui a été admise dans les recherches de 1925, pourra être un jour précisée et simplifiée.

Le nombre s' est la somme des électrons extérieurs qui interviennent dans l'émission lumineuse; il est égal au nombre atomique lorsque l'atome est neutre, et il est plus grand ou plus petit, si l'atome est ionisé. De plus, j'ai admis que l'anneau ou les anneaux voisins du noyau peuvent ne pas intervenir, auquel cas le nombre s' est diminué. Enfin les atomes, qui sont séparés en général dans la molécule, peuvent former dans la molécule des groupements caractérisés par ce fait que leurs électrons sont mis en commun; ce qui paraît être le cas du groupement d'atomes qui est nu radical. Le nombre s' est alors la somme des nombres atomiques de ces atomes.

Dans cet ordre d'idées, il serait peut-être meilleur d'appeler le nombre s' nombre électronique.

autres sont nouvelles [1]. Le premier corps est le méthane CH^4 qui est le plus simple et le plus stable des hydrocarbures. Alors que j'avais en 1925 examiné seulement ses trois bandes les plus fortes, j'en présente aujourd'hui onze qui sont toutes rattachées au nombre atomique 6 du carbone; d'où l'on peut inférer que l'atome de carbone reste éloigné des atomes d'hydrogène. La structure du spectre est plus simple que celle proposée par les auteurs précédents qui avaient admis quatre fréquences fondamentales distinctes, n_1, n_2, n_3, n_4, ajoutées dans la troisième colonne du tableau.

Les deux molécules qui suivent, l'acétylène C^2H^2 et l'éthylène C^2H^4, qui sont aussi les têtes de séries d'hydrocarbures, sont formées respectivement par l'union de deux radicaux CH et de deux radicaux CH^2, dont 7 et 8 sont les nombres atomiques. Or, dans la quatrième colonne du tableau, les nombres 7 et 8 se retrouvent au dénominateur avec le multiple de d_1 au numérateur. On peut rapprocher l'acétylène C^2H^2 du benzène C^6H^6, examiné dans la Note précédente du 2 mars et qui est rattaché aussi au radical CH et au nombre atomique 7. De plus on a avec C^2H^4 le nombre 6, ce qui indique que les atomes de H, réunis à l'atome de C, s'en éloignent momentanément.

Le tableau présente ensuite l'oxyde de carbone CO, dont les deux atomes paraissent avoir une action égale; les fréquences ont été rapportées au produit de leurs nombres atomiques 6 et 8.

Les trois dernières molécules, formées d'azote et d'oxygène, offrent un intérêt spécial. Les corps N^2O et NO^2 sont, comme il arrive le plus souvent, rattachés à l'atome le plus lourd et à son nombre atomique 8; mais l'oxyde nitrique NO est tout autre : la fréquence de l'unique raie Raman est égale à $d_1/9$, et la raie d'absorption qui est forte est voisine d'un multiple de $d_1/9$. L'anomalie s'explique si les deux atomes sont ionisés, l'oxygène étant négatif avec le nombre atomique 9 et l'azote positif avec le nombre 6. D'ailleurs la molécule est nettement hétéropolaire; elle a un moment électrique permanent, et, comme l'a montré Cabannes, est fortement anisotrope.

---

[1] Voir *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1454, et 181, 1925, p. 387.

Pour les fréquences du tableau, les sources sont : CH^4 (Cooley, *Astrop. Journ.*, 32, 1925, p. 73; Ellis, *Proc. N. Soc. Am.*, 13, 1927, p. 262, et Rasetti, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 586); C^2H^2 (Levin et Meyer, *Journ. Opt. S. Am.*, 18, 1930); C^2H^4 (Levin et Meyer); CO (Snow et Rideal, *Proc. R. Soc.*, 125, 1929, p. 462, et Rasetti, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 367); N^2O (von Bahr, *Ann. der Phys.*, 33, 1910, p. 585, et Rasetti); NO^2 (von Bahr) et NO (Snow, Rawling et Rideal, *Proc. R. Soc.*, 124, 1929, p. 453, et Rasetti, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 537).

TABLEAU III. — *Fréquences infrarouges de molécules simples.*

Molécule.	Nombre s.		Fréquence ν de la bande ou de la raie en cm^{-1} [1].		Multiples de d_1/rs et de $d_1/r's'$.	Résidus.	Nombre atomique s'.	
CH^4 gaz...	5	abs. n_4	**1304**	=	$22\, d_1/6\times3$	+ 5,3	6—C	
		id. n_3	**3012**	=	$17\, d_1/6$	+ 2,0	6—C	
		id. n_1	4218	=	$143\, d_1/6\times6$	— 1,9	6—C	
		id. $2n_4$	2603	=	$44\, d_1/6\times3$	+ 5,8	6—C	
		id. n_4+n_2	2825	=	$48\, d_1/6\times3$	+ 8,3	6—C	
		id. n_2+2n_4	4132	=	$70\, d_1/6\times3$	+ 0,0	6—C	
		id. n_1+n_3	4310	=	$73\, d_1/6\times3$	+ 1,0	6—C	
		id. n_3+n_2	4545	=	$77\, d_1/6\times3$	+ 0,0	6—C	
		id. n_4-n_1	5553	=	$94\, d_1/6\times3$	— 4,5	6—C	
		ram.	**2914,8**	=	$33\, d_1/6\times2$	— 7,0	6—C	
		id.	3022,1	=	$17\, d_1/6$	+ 11,7	6—C	
		id.	3071,5	=	$52\, d_1/6\times3$	+ 2,1	6—C	
C^2H^2 gaz..	4	abs.	**730,3**	=	$29\, d_1/7\times6$	— 3,4	7	CH
	4	id.	**1326,3**	=	$5\, d_1/4$	— 1,8		
		id.	3288,2	=	$65\, d_1/7\times3$	— 0,5	7	CH
		id.	2702,2	=	$107\, d_1/7\times6$	— 4,6	7	CH
		id.	3897,9	=	$77\, d_1/7\times3$	+ 2,1	7	CH
		id.	4092	=	$27\, d_1/7$	— 6,2	7	CH
C^2H^4 gaz..	6	abs.	**949,7**	=	$16\, d_1/6\times3$	+ 5,4	6	C
		id.		=	$43\, d_1/8\times6$	— 2,1	8	CH^2
		id.	**1444**	=	$65\, d_1/8\times6$	+ 5,2	8	CH^2
		id.	1889,6	=	$32\, d_1/6\times3$	— 1,3	6	C
		id.		=	$85\, d_1/8\times6$	+ 8,1	8	CH^2
CO gaz....	2	abs.	**2144**	=	$97\, d_1/8\times6$	— 3,9	8 et 6	O et C
		id.	4266	=	$193\, d_1/8\times6$	— 5,1	8 et 6	O et C
		ram.	**2155**	=	$97\, d_1/8\times6$	+ 7,9	8 et 6	O et C
N^2O gaz...	3	abs.	**2215**	=	$50\, d_1/8\times3$	+ 1,5	8	O
		id.	3496,5	=	$79\, d_1/8\times3$	— 0,9	8	O
		ram.	1281,8	=	$29\, d_1/8\times3$	+ 2,0	8	O
NO^2 gaz...	3	abs.	1370	=	$31\, d_1/8\times3$	— 2,4	8	O
		id.	1639,4	=	$37\, d_1/8\times3$	+ 1,4	8	O
		id.	2915,5	=	$11\, d_1/4$	— 6,4	8	O
NO gaz....	2	abs.	**1882,9**	=	$16\, d_1/9$	— 6,00	9	O^-
		ram.	119,0	=	$d_1/9$	+ 0,9	9	O^-

Intervalle moyen des raies secondaires de plusieurs bandes.

CH^4......	Bande	ν 3012	9,77 =	$d_1/6\times3\times6$	— 0,06	6	C
	id.	ν 1304	5,37 =	$d_1/6\times3\times11$	+ 0,004	6	C
C^2H^2......	id.	ν 730,3	2,35 =	$d_1/7\times7\times9$	+ 0,004	7	CH
CO.......	id.	ν 2144	3,68 =	$d_1/6\times8\times6$	— 0,06	6 et 8	C et O
NON.....	id.	ν 1882,9	3,35 =	$d_1/9\times6\times6$	— 0,10	9 et 6	O^- et N^+

(1) Les fréquences en chiffres gras sont celles des bandes les plus fortes.

Enfin la dernière partie du tableau est consacrée aux raies secondaires, à peu près équidistantes, qui, avec une forte dispersion, apparaissent dans la bande d'absorption de chaque côté de son centre, ou encore de chaque côté d'une raie Raman. Ce sont ces raies secondaires qui, relevées dans plusieurs bandes de H^2O, FlH et ClH, ont conduit en 1925 à la formule (3). L'intervalle de ces raies était donné par la formule : $\Delta\nu = d_1/r's'$ et le nombre s' était le nombre atomique 8 de O, 9 de Fl et 17 de Cl. Or le tableau III donne le $\Delta\nu$ de cinq bandes nouvelles, et, pour les trois dernières, s' semble égal à 7×7 pour C^2H^2, à 6×8 pour CO et à 9×6 pour ON, soit au produit des nombres atomiques des deux atomes ou radicaux; ce qui est en accord avec les résultats de 1925, puisque l'un des deux atomes était alors l'atome H dont le nombre atomique est 1. Ces rapprochements de chiffres ne sont encore qu'un simple essai; j'ai cherché à rattacher, si possible, ces raies secondaires aux nombres entiers qui régissent les bandes principales. Il faudrait connaître les causes précises qui font varier le nombre r'.

En résumé, cette étude, poursuivie en dehors de toute théorie avec les seules données de l'observation, doit retenir l'attention et sera continuée. Elle a montré déjà que le spectre moléculaire infrarouge est sous la dépendance de nombres entiers, et qu'il peut fournir des indications utiles sur la structure intime de la molécule.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la respiration humaine dans les enceintes sous le vide.* Note de M. **Georges Claude.**

Le bel exploit du professeur Piccard et du Dr Kipfer a justifié en particulier leurs habiles dispositions pour rendre possible la respiration dans les hautes régions de l'atmosphère.

Je crois intéressant de signaler que mes projets d'utilisation de l'énergie thermique des mers par le procédé Claude-Boucherot, dont les circonstances économiques présentes retardent la réalisation, ont posé pour moi un problème analogue. Il faudra pouvoir surveiller le fonctionnement des appareils et, à cet effet, s'introduire, pour s'y promener, dans les vastes enceintes où se formera, se détendra et se condensera la vapeur d'eau sous des pressions absolues de 1 à 2 centièmes d'atmosphère, soit un vide bien supérieur encore à celui des régions de la stratosphère atteintes par les hardis explorateurs. Il est évident d'abord que ce ne seront pas les conditions de température réalisées même pendant l'ébullition qui empêcheront

de séjourner dans cette vapeur, puisque sa température sera au plus de 25°. Le tout sera de pouvoir y respirer.

Ce sera le rôle de sortes de scaphandriers équipés, si j'ose dire, pour pressions négatives, de pénétrer dans ces enceintes par un cas analogue à celui imaginé par Jules Verne pour les habitants du *Nautilus*, et réutilisé en ces dernières années pour le sauvetage des sous-marins par un lieutenant de la marine américaine.

A la condition de les alimenter alors, non en air envoyé du dehors, mais en oxygène *pur* neuf ou régénéré, réglé à une pression absolue égale à sa pression partielle normale dans l'air, soit $0^{atm},2$, la liberté de mouvement des scaphandriers sera obtenue, leur respiration assurée dans des conditions sensiblement normales et le léger scaphandre étanche dont ils devront être entièrement habillés n'aura à supporter que le faible excès des $0^{atm},2$ intérieurs sur la pression dans l'enceinte. Ainsi la tendance au gonflement et à l'éclatement du scaphandre à son entrée dans l'enceinte sera aisément surmontée, et la souplesse des tissus caoutchoutés étanches qu'on peut employer dans ces conditions laissera presque intactes les facultés de préhension et de manœuvre des scaphandriers.

S'il fallait les alimenter à la pression atmosphérique, le problème serait autrement difficile.

Malgré les grandes espérances que peut déjà donner, sur la possibilité de respirer de l'oxygène pur sous pressions très réduites, l'usage qu'en font les aviateurs, il serait utile de vérifier expérimentalement ces vues, en raison de l'intérêt qu'elles présenteront sans doute, non seulement dans notre cas, mais pour la navigation aérienne aux très hautes altitudes.

CHIMIE MINÉRALE. — *Hydratation comparée de l'acide sulfurique et des bisulfates alcalins; ses rapports avec l'activité catalytique.* Note [1] de M. **Jean-Baptiste Senderens.**

I. Il résulte de mes dernières Communications [2] que les alcools, dont j'avais signalé la déshydratation catalytique par l'acide sulfurique [3], sont aussi déshydratés catalytiquement par les bisulfates alcalins. La réaction

(1) Séance du 1er juin 1931.
(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1102; 188, 1929, p. 1073; 190, 1930, p. 150.
(3) *Ibid.*, 179, 1924, p. 1015, et 181, 1925, p. 698.

semblerait devoir se produire d'après le même mécanisme dans les deux cas; et, de même qu'avec l'acide sulfurique et les alcools ROH, on a

$$(a)\qquad SO^4H^2 + ROH = SO^4HR + H^2O,$$

$$(b)\qquad SO^4HR + ROH = \underset{\text{éther}}{ROR} + SO^4H^2,$$

et, à température plus élevée,

$$(c)\qquad SO^4HR = SO^4H^2 + \underset{\text{carbure}}{R - H}.$$

De même avec les bisulfates on aurait la formation temporaire d'un sulfate alcoylalcalin :

$$(d)\qquad SO^4HM + ROH = SO^4RM + H^2O.$$

Et puis, dans une seconde phase, ce composé temporaire donnerait, selon la température, l'éther oxyde ou le carbure.

II. S'il en était ainsi, il semble que, l'agent catalytique (SO^4H) étant le même, la déshydratation des alcools devrait se faire aussi bien avec le bisulfate de potassium qu'avec le bisulfate de sodium, aussi bien avec les bisulfates qu'avec l'acide sulfurique. Or j'ai montré que les choses se passent autrement, et, pour ne citer qu'un exemple, l'alcool éthylique est décomposé par l'acide sulfurique dès 130° avec production d'éther, et, à 140° l'éthylène commence à se dégager; tandis que, même à 200°, il n'y a, avec le bisulfate de sodium, qu'un faible dégagement d'éthylène, et ce dégagement est sensiblement nul avec le bisulfate de potassium (¹).

D'une manière générale, le bisulfate de potassium s'est montré un catalyseur très inférieur au bisulfate de sodium, et celui-ci a fait preuve d'une activité moindre que l'acide sulfurique.

Il faut évidemment chercher la raison de ces différences d'action catalytique en dehors de la fonction d'acide non saturé, SO^4HM, qui est la même dans les deux bisulfates et qui est de même ordre que l'autre fonction acide de l'acide sulfurique. On a en effet (²) :

$$SO^4H^2 \text{ diss.} + KOH \text{ diss.} = SO^4HK \text{ diss.} + H^2O + 14^{cal},6,$$
$$SO^4HK \text{ diss.} + KOH \text{ diss.} = SO^4K^2 \text{ diss.} + H^2O + 17^{cal},1.$$

J'ai pensé que ces divergences pourraient s'expliquer par l'*inégale*

(¹) J.-B. SENDERENS, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1169.
(²) BERTHELOT, *Ann. Chim. Phys.*, 5ᵉ série, 4, 1875, p. 106.

aptitude de ces composés à former des hydrates temporaires, laquelle résulterait de leur *inégale avidité* pour l'eau. C'est ce que j'ai déjà indiqué sommairement ([1]) et que j'ai essayé d'établir par des recherches qui seront développées dans un autre Recueil.

III. L'acide sulfurique employé était l'hydrate $SO^4H^2.2H^2O$ dont j'ai pris 1g renfermant 0g,732 de SO^4H^2; la molécule d'eau correspondante

$$H^2O = 0^g,134.$$

J'ai opéré avec des bisulfates fondus et cristallisés; il ne sera question dans cette Note que des derniers, pris dans les proportions :

$SO^4HK = 2^g,555$, H^2O correspondante $= 0^g,325$,
$SO^4HNa = 2^g,520$, H^2O » $= 0^g,378$.

L'hydratation dans l'*air saturé d'humidité* a fourni les résultats suivants :

Jours écoulés.	$SO^4H^2 + 2H^2O$ Augmentation		SO^4HNa crist. Augmentation		SO^4HK crist. Augmentation	
	en poids.	en moléc. H^2O.	en poids.	en moléc. H^2O.	en poids.	en moléc. H^2O.
	g		g		g	
1....	0,705	5,2 H^2O	0,825	2,15 H^2O	0,065	0,2 H^2O
2....	1,165	8.5	1,400	3,7	0,125	0,35
3....	1,475	11	1,935 ([2])	5,1	0,215	0,60
4....	1,695	12,6	2,350	6,2	0,315	0,9
5....	1,875	14	2,630	6,9	0,430	1,2 H^2O
6....	2,025	15,1	2,800	7,4	0,535	1,5
7....	2,155	16	2,950	7,8	0,611	1,8
8....	2,275	16,9	3,170	8,2	0,735	2,1
9....	2,388	17,6	3,250	8,6	0,815	2,4
10....	2,465	18,3	3,320	9,2	0,915	2,7
20....	3,005	22,4	4,465	12	1,605	4,7
30....	3,430	24,8	5,180	13,7	2,433	7,7
50....	3,732	28	6,110	17,4	3,205	9,3
110....	4,220	33,2 H^2O	8,185	21,6 H^2O	5,480	16 H^2O

On voit par ce tableau que l'hydratation du bisulfate de sodium est beaucoup plus rapide que celle du bisulfate de potassium, mais se fait moins vite que l'hydratation de l'acide sulfurique.

([1]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1104, et 188, 1929, p. 1074.

([2]) Le SO^4HNa cristallisé ou fondu est complètement liquide au bout de 3 jours, tandis que le SO^4HK cristallisé ou fondu reste solide après 10 jours et n'est pas complètement liquide après 2 mois.

L'hydratation de ces composés *à l'air libre* se prête à la même observation.

IV. La fonction acide non saturé ne serait donc pas complètement libre dans les bisulfates puisque leur hydratation, beaucoup plus faible au début que celle de l'acide sulfurique, s'en rapproche ensuite progressivement à mesure que l'eau absorbée opère le dédoublement connu, avec libération de SO^4H^2 :

$$2\,SO^4HM = SO^4M^2 + SO^4H^2.$$

Ainsi, tandis que l'acide sulfurique possède deux fonctions acides qui, libres l'une et l'autre, peuvent jouer le rôle de catalyseur, les bisulfates ont leur unique fonction acide qui dépend du reste de la molécule, et c'est par conséquent à la molécule tout entière et non à la seule fonction acide qu'appartiendrait leur activité catalytique. Si, dans la déshydratation des alcools, cette activité des bisulfates s'exerce par la formation d'hydrates temporaires, et si cette formation est en rapport avec leur avidité pour l'eau, on s'explique que le bisulfate de sodium soit un catalyseur beaucoup plus actif que le bisulfate de potassium. (Cf. *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1104, et 188, 1929, p. 1074.)

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Étude d'un mode de transformation de la cyanamide calcique en cyanure.* Note de M. **Paul Pascal** et Mlle **Bernheim**.

La transformation qui fait l'objet de cette Note est réalisée industriellement; la cyanamide calcique, chauffée en présence de chlorure de sodium qui agit comme diluant et ionisant, donne lieu, grâce à son carbone libre, à la réaction $(CN-N)^{--} + C \rightleftharpoons 2(CN)^-$.

Nous avons étudié le rendement de l'opération en partant de cyanamide chimiquement pure, à laquelle étaient ajoutées des proportions variables de sel marin et de charbon de bois.

Le mélange, intimement broyé, était placé dans une nacelle de porcelaine, chauffée à la température voulue par un four électrique. Un lent courant d'azote, débarrassé de toutes traces de bases, d'acides, d'eau et d'oxygène, maintenait la matière dans une atmosphère inerte. Après la chauffe, la nacelle était refroidie brusquement, toujours dans l'azote, et l'analyse effectuée immédiatement.

A chaque température on a déterminé, pour suivre le rendement, les valeurs successives du rapport $\rho = \frac{\text{cyanure}}{\text{cyanure} + \text{cyanamide}}$, calculé en sels de

calcium. En vue de s'assurer que l'équilibre était atteint, des chauffes de différentes durées ont été effectuées; elles ont montré qu'il faut attendre en moyenne 1 heure et quart à 900-950°, si 35 minutes suffisent à 1000°.

Nous avons d'abord cherché, à 900°, quelle quantité de sel marin devait être ajoutée à une partie de cyanamide et une demi-partie de charbon, pour obtenir le meilleur rendement; les résultats suivants ont été observés.

Sel marin	1 p.	2 p.	3 p.	4 p.
ρ	0,01	0,47	0,55	0,62

On ne gagne donc pas beaucoup à dépasser 4 parties de sel pour une de cyanamide.

Dans une seconde série, à 900°, nous avons fait varier la proportion de charbon, en conservant les proportions optima précédentes de sel.

Les rendements obtenus ont alors été :

Charbon	0,16 p.	0,2 p.	0,5 p.	0,75 p.
ρ	0,20	0,729	0,692	0,395

Il y a donc un taux optimum de charbon à employer, voisin de 0,2 p. (0,16 p. étant la proportion théorique exigée par la formule de la réaction).

Enfin, opérant à 950° et à 1000°, nous avons étudié la variation du rendement en fonction de la teneur en charbon, pour deux types de mélanges correspondant respectivement à une partie de cyanamide mêlée à 4, ou à 0,9 partie de sel marin (proportion industrielle). Voici les résultats essentiels acquis :

A 950°, chauffe du mélange CN — NCa, 1 p.; ClNa, 4 p.; C, variable :

Charbon	0,2 p.	0,33 p.	0,75 p.	1 p.
ρ	0,79	0,79	0,715	0,604

A 950°, chauffe du mélange CN — NCa, 1 p.; ClNa, 0,9 p.; C, variable :

Charbon	0,55 p.	0,75 p.	1 p.	2 p.
ρ	0,54	0,48	0,46	0,34

A 1000°, chauffe du mélange CN — NCa, 1 p.; ClNa, 4 p.; C, variable :

Charbon	0,2 p.	0,5 p.	1 p.
ρ	0,87	0,76	0,68

A 1000°, chauffe du mélange CN — NCa, 1 p.; ClNa, 0,9 p.; C, variable.

Charbon	0,2 p.	0,5 p.	1 p.
ρ	0,60	0,58	0,475

Conclusions. — 1° Pour chaque mélange, le rendement croît toujours avec la température, conformément au caractère fortement endothermique de la réaction :

$$CN\text{-}NCa + C \rightarrow (CN)^2 Ca.$$

2° A chaque température, le rendement est amélioré quand on augmente la proportion de chlorure de sodium, mais, par contre, quand on descend à 0,2 partie de charbon, pour une de cyanamide.

On notera que ces résultats sont en parfait accord avec la pratique industrielle. On n'ajoute pas, en effet, de carbone à la « cyanamide » technique, où se trouvent naturellement 12 °/₀ environ de graphite pour 50 °/₀ de cyanamide calcique réelle. Si nos essais mettent en jeu, dans les cas de bon rendement, un excès de sel marin, ils montrent que le relèvement de la température permettrait d'en faire baisser le taux jusqu'aux proportions adoptées par l'industrie. Nous n'avons pas dépassé 1000°, car, au delà, beaucoup de cyanure se perd dans des essais faits en petit. Quant au rôle dangereux que peut jouer un excès de charbon de bois, nous l'attribuons à la possibilité d'une absorption sélective des produits, qui contrarie de l'établissement l'équilibre.

Nous poursuivons actuellement des essais en vue d'obtenir d'autres cyanures alcalino-terreux ou terreux à partir des cyanamides correspondantes.

M. **A. Béhal** fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé *1827-1927. Centenaire de* MARCELIN BERTHELOT.

M. **Maurice Caullery**, en faisant hommage à l'Académie du livre qu'il vient de publier sur *Le Problème de l'Évolution* (¹), s'exprime en ces termes :

J'ai cherché, dans cet Ouvrage, qui a pour origine un cours professé à la Faculté des Sciences pendant l'hiver 1929-1930, à passer en revue d'une façon synthétique les divers aspects du problème de l'Évolution dans son état actuel. C'est avant tout un exposé général, négligeant le détail au profit des idées directrices, n'ayant pas la prétention d'apporter une solu-

(¹) Maurice Caullery, *Le Problème de l'Évolution*, Paris, 1931, in-8°, 448 pages, 88 figures (Payot, éditeur).

tion nouvelle et ne visant pas à défendre une doctrine exclusive, mais à intégrer, autant que possible, d'une façon cohérente, des éléments d'origines et de tendances diverses. Le livre comprend deux parties : la première envisage le fait même de l'Évolution et les catégories principales de données qui le traduisent; la seconde est consacrée aux conceptions diverses qui ont été formulées quant à son mécanisme. Le fait lui-même s'impose, en dépit de lacunes de nos connaissances qui ne seront sans doute jamais comblées. Le mécanisme de l'Évolution est encore enveloppé de beaucoup d'incertitudes. Celles-ci ne pourraient se dissiper que si le problème était complètement justiciable de la méthode expérimentale. Sans diminuer aucunement la valeur des résultats acquis à cet égard dans les dernières décades, il semble très douteux que les conditions de l'expérimentation au laboratoire puissent, en semblable matière, équivaloir à l'ensemble de celles auxquelles les organismes sont soumis dans la Nature au cours du temps et l'ont été depuis l'origine. C'est le bilan actuel des faits acquis et des conceptions plus ou moins discutables par lesquelles on s'efforce de les relier que je me suis efforcé d'établir.

M. **Paul Vuillemin** fait hommage à l'Académie du fascicule II de l'*Encyclopédie mycologique : Les champignons parasites et les mycoses de l'homme.*

CORRESPONDANCE.

MM. **Raymond Benoist** et **François Pellegrin** prient l'Académie de les comprendre parmi les candidats à la chaire de *Phanérogamie* vacante au *Muséum d'Histoire naturelle.*

M. **A. F. Holleman**, élu Correspondant pour la Section de Chimie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Ministre des Postes, Télégraphes et Téléphones** invite l'Académie à lui désigner un de ses membres qui sera chargé de la représenter au Conseil supérieur du *Laboratoire national de Radioélectricité.*

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la Chaire d'*Entomologie* vacante au *Muséum d'Histoire naturelle*.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à désigner un de ses Membres qui occupera, dans la *Commission supérieure des Inventions*, la place vacante par le décès de M. *A.-Th. Schlœsing*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Claude Gaillard. *La formation des continents et les mouvements de l'écorce terrestre*.

2° Robert Perret. *L'Évolution Morphologique du Faucigny* (*vallées du Giffre et de l'Arve; vallées du Trient et de la Viège en Bas Valais*). (Présenté par M. Charles Jacob.)

3° P. Vignon. *Recherches sur les sauterelles-feuilles de l'Amérique tropicale*. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les probabilités relatives aux phénomènes intermittents et durées variables*. Note de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Mesnager.

1. Je me propose, en premier lieu, d'évaluer la probabilité pour que soit en cours, à un instant quelconque, *un* phénomène appartenant à une catégorie déterminée de phénomènes intermittents, dont les durées sont variables mais soumises à la même loi de probabilité.

J'envisage la représentation géométrique suivante, en coordonnées rectangulaires : x représentera l'instant où commence un phénomène ; y, la durée de ce phénomène ; z, la loi de probabilité élémentaire de cette durée, soit $\varphi(y)$. L'ensemble de tous les phénomènes susceptibles de commencer entre o et X pourra être considéré comme mesuré par le volume du cylindre $z = \varphi(y)$ compris entre les deux sections normales $x = 0$ et $x = X$.

Quelle est, dans cette représentation, la mesure de l'ensemble des phéno-

mènes *en cours à l'instant x*, c'est-à-dire de l'ensemble des cas favorables du problème que j'envisage? Pour qu'un phénomène soit en cours à l'instant x, il faut et il suffit, si ξ est l'instant de son origine, que sa durée soit supérieure ou égale à $x-\xi$. Il en résulte que la mesure des cas favorables n'est autre que le volume compris entre la surface cylindrique $z=\varphi(y)$, le plan $\xi-x=0$ et le plan $y+\xi-x=0$, dont la trace fait avec Ox un angle de 45°. Or ce volume a pour expression $\int\int y\,dy\,dz=\int_0^\infty y\,\varphi(y)\,dy=\overline{y}$.

D'autre part, les cas possibles comprennent :

1° Tous les phénomènes susceptibles de commencer entre o et X dont l'ensemble a pour mesure $\int_0^X dx\int_0^\infty \varphi(y)\,dy=X$;

2° Tous les phénomènes susceptibles d'être en cours à l'instant o et dont l'ensemble a pour mesure $\overline{y}$.

La probabilité cherchée est donc $p=\dfrac{\overline{y}}{\overline{y}+X}$.

2. Je suppose qu'on sache que, de O à X, N phénomènes auront été en cours. La probabilité p_n pour que, à l'instant x, il y ait précisément n phénomènes en cours est

$$p_n=\frac{N!}{n!(N-n)!}p^n(1-p)^{N-n}=\frac{N!}{n!(N-n)!}\left(\frac{\overline{y}}{X}\right)^n\left(\frac{X}{\overline{y}+X}\right)^N.$$

3. Je suppose maintenant que $N-n$ soit suffisamment grand pour qu'on puisse appliquer la formule de Stirling, c'est-à-dire pour qu'on puisse négliger $\frac{1}{12(N-n)}$. Si j'appelle ν la *fréquence moyenne* $\frac{N}{X}$ du phénomène on aura :

$$p_n=\frac{N!}{n!(N-n)!}(\nu\overline{y})^n\frac{1}{N^n}\left(1+\frac{\nu\overline{y}}{N}\right)^{-N}\sim\frac{(\nu\overline{y})^n}{n!}\left(1+\frac{\nu\overline{y}}{N}\right)^{-N}.$$

Si, enfin, $\frac{\nu\overline{y}}{N}$ est suffisamment petit pour que l'on puisse remplacer $\log\left(1+\frac{\nu\overline{y}}{N}\right)$ par $\frac{\nu\overline{y}}{N}$, on aura :

$$p_n=\frac{1}{n!}(\nu\overline{y})^n e^{-\nu\overline{y}}\qquad\text{(formule de Poisson).}$$

4. Cette dernière formule est utilisée depuis longtemps en téléphonie automatique. Mais on l'établissait en supposant très petite et constante la durée des conversations, comme si chaque conversation pouvait être repré-

sentée par un point isolé, sur un segment de droite figurant l'intervalle de temps intéressé. Cette hypothèse est évidemment trop restrictive, les durées des conversations pouvant être très variables. Ce qui intervient, d'après ce qui précède, c'est le produit de la fréquence moyenne des conversations, *i.e* des appels, par la durée moyenne des conversations. L'application de la formule de Poisson n'est d'ailleurs légitime que si ce produit est une fraction suffisamment faible du montant total N des appels éventuels.

5. Les formules des paragraphes 2 et 3 peuvent trouver leur application dans un grand nombre de questions de Génie civil autres que la téléphonie, chaque fois qu'on a à déterminer la capacité d'un organe distributeur alimentant des appareils d'utilisation sensiblement identiques, dont le fonctionnement est intermittent et la durée d'utilisation variable.

C'est le cas, par exemple, des distributions d'eau, de gaz, d'électricité. Ces formules permettent en effet de calculer la probabilité que l'on n'aura pas plus de n appareils à alimenter à la fois.

Quand la formule de Poisson sera applicable, il y aura avantage à utiliser la valeur asymptotique de l'écart, telle qu'elle est donnée par M. Émile Borel, dans son *Traité du Calcul des Probabilités et de ses Applications* (t. 1, fasc. 1, Chap. IV). L'unité d'écart est ici $\sqrt{2\nu y}$. *L'écart probable varie donc avec la racine carrée du nombre des appareils d'utilisation et le coefficient de surcharge, par rapport à l'utilisation moyenne, de l'appareil distributeur est proportionnel à la racine carrée de ce nombre.* Cela démontre, en particulier, et mesure l'intérêt de l'interconnexion des réseaux électriques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'unicité des solutions des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* Note (¹) de M. **Alfred Rosenblatt**.

1. Dans ma Note de même titre des *Comptes rendus* du 13 octobre 1930 j'ai étudié l'équation

$$p = \varphi(x, y, z, q), \tag{1}$$

où φ est continu dans le rectangle R

$$0 \leqq x \leqq a, \quad |y| \leqq b$$

et pour z, q quelconques. L'unicité d'une solution continue à dérivées con-

(¹) Séance du 26 mai 1931.

tinues de valeurs données sur l'axe des y est assurée dans le trapèze T

$$0 \leqq x = \min.\left(a, \frac{b}{M}\right), \qquad |y| \leqq b - Mx$$

si la condition suivante est remplie

$$(2) \quad \varphi(x, y, z_2, q_2) - \varphi(x, y, z_1, q_1) = X_1(x, y)(z_2 - z_1) + X_2(x, y)(q_2 - q_1),$$

X_2 continu dans T, $|X_2| \leqq M$, X_1 fini dans T, continu pour $x > 0$

$$(3) \qquad |X_1| \leqq \frac{1}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right].$$

J'ai remarqué depuis que la méthode de M. Haar [1], exposée pour la première fois dans les *Comptes rendus* du 2 juillet 1928, permet d'obtenir un résultat plus satisfaisant. Envisageons la fonction

$$(4) \qquad U = \frac{z}{x} e^{-\frac{m}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{\alpha}}}, \qquad m > 0, \qquad \alpha > 0, \qquad m\alpha > 1,$$

$$z = z_2 - z_1, \qquad x > 0,$$

$$U(0, y) = 0, \qquad |y| \leqq b,$$

qui est continue dans T. Au point $P_1(x_0, y_0)$, où elle atteint son maximum positif, on a

$$(5) \qquad U_{x_0} \pm U_{y_0} M \geqq 0,$$

$$(6) \qquad p \pm Mq \geqq \frac{z}{x}\left[1 + \frac{m\alpha}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\alpha}}\right],$$

inégalité incompatible avec l'inégalité

$$(7) \qquad |p| \leqq M|q| + \frac{|z|}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right]$$

si $\varepsilon \geqq \alpha$. De même pour un minimum négatif. Donc (7) *assure l'unicité*.

2. On parvient au même résultat :

A. En remplaçant le second terme à droite de (6) par

$$(8) \qquad \sigma(z)\tau(x),$$

[1] *Ueber Eindeutigkeit und Analyzität der Lösungen partieller Differentialgleichungen* (*Atti del Congresso internazionale dei matematici*, Bologne, III, p. 5).

$\sigma(z) > 0$ pour $|z| > 0$, $\tau(x) > 0$ pour $x > 0$,

$$\lim_{z \to 0} \int_{|z|}^{z_0} \frac{dz}{\sigma(z)} = +\infty, \tag{9}$$

$$\int_0^{x_0} \tau(x)\, dx < +\infty \tag{9'}$$

(Montel-Tonelli). On prendra

$$U = e^{-\int_{|z|}^{|z_0|} \frac{dz}{\sigma(z)} + (1+\varepsilon)\int_x^{x_0} \tau(x)\, dx} \qquad (\varepsilon > 0). \tag{10}$$

B. En remplaçant le terme en question par

$$\frac{[1-\varepsilon(x)]\,|z|}{x} + \frac{|z| \log \frac{1}{|z|}\, \varepsilon(x)}{x \log \frac{1}{x}} \qquad [\varepsilon(x) > 0], \tag{11}$$

$$\int_0^{x} \frac{\varepsilon(x)\, dx}{x \log \frac{1}{x}} < +\infty \tag{12}$$

(Shimizu). Il suffit d'envisager la fonction

$$U = e^{-\log \frac{\eta x}{|z|}\, e^{-\int_x^{x_0} \varepsilon(x) \frac{dx}{x \log \frac{1}{x}}}} \qquad (\eta > 1). \tag{13}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des limites dépendant des moyennes de Hölder et Cesàro.* Note [1] de M. C. E. **Winn**, présentée par M. Hadamard.

1. M. Schur [2] a établi la propriété suivante concernant la première moyenne de Hölder : la relation

$$t_n = s_n + c\,\frac{s_0 + s_1 + \ldots + s_n}{n+1} \to (1+c)s$$

entraîne $s_n \to s$ uniquement si $\mathrm{R}c > -1$. Je donne ici une démonstration plus directe de ce résultat, et j'obtiens aussi les conditions nécessaires et

---

[1] Séance du 1er juin 1931.

[2] *Math. Ann.*, 74, 1913, p. 453. Voir *Pólya und Szëgo, Aufgaben*, 1, p. 93.

suffisantes à imposer à la suite a_0, a_1, ... pour que la relation

$$t_n = a_0 s_n + a_1 s_n^{(1)} + \ldots + a_r s_n^{(r)} \to (a_0 + a_1 + \ldots + a_r)s$$

entraîne $s_n \to s$, d'abord lorsque $s_n^{(r)}$ représente la $r^{\text{ième}}$ moyenne de Hölder, et ensuite lorsqu'il représente celle de Cesàro, dérivée de s_n (1). Quoique l'existence des limites de ces moyennes s'impliquent l'une l'autre, nous trouverons des conditions différentes pour ces deux équivalences.

2. Démontrons tout d'abord un lemme : *La relation*

$$(1) \qquad \lambda f_n + n(f_n - f_{n-1}) \to \lambda f$$

entraîne $f_n \to f$ uniquement si $\mathrm{R}\lambda > 0$.

Nous pouvons supposer, sans restreindre la généralité, $f = 0$. Soient $\lambda g_n = \lambda f_n + n(f_n - f_{n-1})$ et $\alpha = \arg\lambda$. Nous montrerons que $f_n \to 0$ si

$$|\lambda| > 0 \quad \text{et} \quad |\alpha| < \frac{1}{2}\pi.$$

Car, au cas contraire, il se trouverait une suite infinie $\{f_{n_i}\}$ telle que $|f_{n_i}| > \delta > 0$. Choisissons $m > 0$ de sorte que $|g_n| < \delta \cos\alpha$ pour $n < m$. Considérons alors la suite $|f_m|, |f_{m+1}|, \ldots, |f_{n_i}|$ pour une valeur fixe de $n_i > m$. On a

$$f_{n_i-1} = f_{n_i} + \frac{\lambda}{n_i}(f_{n_i} - g_{n_i}),$$

$$|f_{n_i-1}| > |f_{n_i}| \cdot \left|1 + \frac{\lambda}{n_i}\right| - \frac{|\lambda g_{n_i}|}{n_i} > |f_{n_i}|\left(1 + \frac{|\lambda|\cos\alpha}{n_i}\right) - \frac{|\lambda|\,\delta\cos\alpha}{n_i} > |f_{n_i}|,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$|f_m| > |f_{m+1}|.$$

La suite est donc monotone décroissante et, comme n_i est arbitrairement grand, elle tend vers une limite $l \geqq 0$. Il reste à prouver que $l = 0$. Si $l > 0$, nous prenons n' tel que $2|g_n| < l\cos\alpha$ pour $n > n'$. Il s'ensuit que

$$|f_n| < |f_{n-1}| - |\lambda|\cos\alpha\frac{l}{2n},$$

$$|f_{n+1}| < |f_n| - |\lambda|\cos\alpha\frac{l}{2(n+1)},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$|f_N| < |f_{N-1}| - |\lambda|\cos\alpha\frac{l}{2N} < |f_{n-1}| - |\lambda|\cos\alpha\frac{l}{2}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \ldots + \frac{1}{N}\right),$$

ce qui tendrait vers $-\infty$ pour $N \to \infty$.

---

(1) De même $t_n^{(r)}$, $c_n^{(r)}$, ... représentent les quantités analogues qu'on dérive de t_n, c_n, ... J'emploie ici la même notation pour les moyennes de Holder et de Cesàro.

La nécessité de la condition $R\lambda > 0$ se manifeste par l'exemple suivant :

$$f_n = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\lambda+1)}.$$

Car pour $R\lambda \leqq 0$, l'expression (1) s'évanouit, et f_n ne tend pas vers zéro.

3. A l'aide de l'opérateur $Df_n \equiv n(f_n - f_{n-1})$, le résultat que nous venons d'établir peut se généraliser de la manière suivante :

Considérons la relation [1]

$$a_n D^n f_n + a_{n-1} D^{n-1} f_n + \ldots + a_0 f_n \to 0 \qquad (a_n \neq 0).$$

Soit en même temps

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0 \equiv a_n(x+\lambda_1)(x+\lambda_2)\ldots(x+\lambda_n).$$

Nous obtenons donc par transformation symbolique

$$a_n(D+\lambda_1)(D+\lambda_2)\ldots(D+\lambda_n)f_n \to 0.$$

Si alors $\mathcal{R}\lambda_i > 0$ $(i=1, 2, \ldots, n)$ par applications successives du théorème précédent nous déduisons $f_n \to 0$. Si, par contre, pour une valeur quelconque de i, $\mathcal{R}\lambda_i \leqq 0$, nous prenons $f_n = \Gamma(n+1)/\Gamma(n+\lambda_i+1)$. En vertu de la propriété commutative des opérateurs, le résultat de l'opération totale est identiquement zéro, puisque $(D+\lambda_i)f_n = 0$, mais f_n ne tend pas vers zéro. Il en résulte le théorème suivant : *La relation*

$$a_n D^n f_n + a_{n-1} D^{n-1} f_n + \ldots + a_0 f_n \to 0$$

entraîne $f_n \to 0$ [2], *uniquement si les parties réelles des racines de l'équation*

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$$

sont négatives.

4. Pour

$$t_n = s_n + c s_n^{(1)} = (n+1)s_n^{(1)} - n s_{n-1}^{(1)} + c s_n^{(1)} = (D+1+c)s_n^{(1)},$$

on a le résultat de M. Schur.

Posons de même

$$v_n = t_n + c' t_n^{(1)}.$$

Si $s_n^{(2)}$ est la deuxième moyenne de Hölder, nous obtenons

$$v_n = s_n + (c+c')s_n^{(1)} + cc' s_n^{(2)}.$$

En désignant les racines de l'équation $a_0 x^2 + a_1 x + a_2 = 0$ par $-c$

---

(1) Nous définissons $D^1 f_n = Df_n$ et $D^{r+1} f_n = D.D^r f_n$ (r entier positif).

(2) Le cas où les limites ne sont plus nulles s'ensuit immédiatement.

et $-c'$, nous voyons que la relation $a_0 s_n + a_1 s_n^{(1)} + a_2 r_n^{(2)} \to 0$ entraîne $s_n \to 0$ si Rc et Rc' sont > -1, et seulement dans ce cas. Et posant ensuite $w_n = v_n + c'' v_n^{(1)}$, ..., nous arrivons à l'extension suivante de notre résultat sur les moyennes de Hölder : *La relation* $a_0 s_n + a_1 s_n^{(1)} + \ldots + a_n s_n^{(r)} \to 0$ *entraîne* $s_n \to 0$ (¹) *uniquement si les parties réelles des racines de l'équation* $a_0 x^r + a_1 x^{r-1} + \ldots + a_r = 0$ *sont inférieures à l'unité.*

5. Pour les moyennes de Cesàro, nous employons l'identité (²)

$$s_n^{(k)} = s_n^{(k+1)} + \frac{n}{k+1}(s_n^{(k+1)} - s_n^{(k+1)}) = \frac{D+k+1}{k+1} s_n^{(k+1)}$$

(k entier positif ou zéro). Par conséquent

$$s_n^{(i)} = \frac{(D+r)(D+r-1)}{r(r-1)\ldots(i+1)} s_n^{(r)} \qquad (i < r).$$

Nous obtenons ainsi le résultat pour les moyennes de Cesàro. Si (et seulement si) les parties réelles des racines de l'équation

$$a_0 \frac{(x+r)\ldots(x+1)}{r\ldots 1} + a_1 \frac{(x+r)\ldots(x+2)}{x\ldots 2} + \ldots + a_n = 0$$

sont négatives, la relation $a_0 s_n + a_1 s_n^{(1)} + \ldots + a_r s_n^{(r)} \to 0$ entraîne $s_n \to 0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la sommation des séries de Dirichlet.* Note de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Émile Borel.

Dans cette Note nous donnons une méthode générale pour la sommation des séries de Dirichlet

$$(1) \qquad f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}, \qquad s = b + it, \qquad 0 \leq \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \ldots$$

dont la sommation importante de M. Riesz (³) n'est qu'un cas particulier. Soit $\varphi(x)$ une fonction continue positive et non décroissante pour $x > 0$ et

(¹) Le cas où les limites ne sont plus nulles s'ensuit immédiatement.

(²) Voir Hardy, *Proceedings of the London mathematical Society*, 2ᵉ série, **8**, 1909, p. 304. Il est possible d'obtenir un résultat analogue pour des ordres fractionnaires (> -1).

(³) M. Riesz, *Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 1658; **149**, 1909, p. 18 et 909.

telle que

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\varphi(x+\delta)}{\varphi(x)} = 1,$$

si $\varphi(x)$ tend vers l'infini quand $x \to \infty$, quel que soit le nombre fini δ. Il s'ensuit que la croissance de $\varphi(x)$ est plus faible que celle de la fonction $e^{\varepsilon x}$, $\varepsilon > 0$ et arbitraire.

Nous disons que la série

$$(2) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} c_n$$

est sommable (φ, λ) avec la somme s, si l'expression

$$\frac{A_\varphi(x)}{\varphi(x)}, \qquad A_\varphi(x) = \sum_{\lambda_n < x} c_n \varphi(x - \lambda_n)$$

tend vers s, quand x tend vers l'infini.

Si l'on pose $\varphi(x) = x^k$, $k > 0$, on a la sommation (R, λ, k) de M. Riesz de première espèce. Si $\varphi(x) = (1 - e^{-x})^k$, $k > 0$, on a la sommation (R, l, k) de M. Riesz de seconde espèce.

Soient données les séries $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ et la série produit de Dirichlet

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n, \qquad \text{où} \qquad c_n = \sum_{\lambda_p + \mu_q = \nu_r} a_p b_q,$$

ν_r étant les nombres $\lambda_p + \mu_q$ ordonnés par des grandeurs croissantes. Nous avons démontré les théorèmes suivants :

I. *Si la série* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *est sommable* (φ, λ) *avec la somme* s, *et la série* $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ *est sommable* (ψ, μ) *avec la somme* t, *la série* $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ *sera sommable* (τ, ν) *avec la somme* st, *où*

$$\tau(x) = \int_0^x \varphi(t)\psi(x-t)\,dt.$$

II. *Si la série* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *est sommable* (φ, λ) *avec la somme* s, *la série* $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ *est absolument convergente et a la somme* t, *la série* $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ *sera sommable* (φ, λ) *avec la somme* st.

Désignons par

$$L(\varphi) = \Phi(s) = \int_0^\infty e^{-sx}\varphi(x)\,dx$$

la transformation de Laplace-Abel-Borel de la fonction $\varphi(x)$; la fonction $\Phi(s)$ existe et est régulière pour chaque s, $R(s) > 0$. Supposons maintenant que la fonction $\Phi(s)$ n'admet sur la droite $b = 0$ que le point $s = 0$ comme point singulier, et supposons que

(2) $$\Phi(s) = \frac{A}{s} + \frac{g(s)}{s^k} \qquad [k > 1, |g(s)| < M]$$

et encore si l'on pose

$$M(\rho) = \underset{|s|=\rho}{\text{Max}} |\Phi(s)| \quad \text{pour} \quad |\arg s| < \theta, \quad \frac{\pi}{2} < \theta < \pi, \quad x > X > 0,$$

on ait

(3) $$M\left(\frac{1}{x}\right) = O[x\varphi(x)].$$

On a le théorème :

III. *Si la série* (1) *est sommable* (φ, λ) *pour* $s = 0$, *elle est sommable aussi* (φ, λ) *pour chaque* s, $R(s) > 0$, *avec la somme*

$$\frac{1}{\Phi(s)}\int_0^\infty e^{-st}A_\varphi(t)\,dt.$$

Pour démontrer le théorème posons

$$C_\varphi(x) = \sum_{\lambda_n < x} a_n e^{-\lambda_n s}\varphi(x - \lambda_n) = -\int_0^x A(\tau)\,d[e^{-s\tau}\varphi(x - \tau)], \qquad A(x) = \sum_{\lambda_n < x} a_n.$$

En se basant sur la relation ([1])

$$L\left[\int_0^x \varphi(t)\psi(x - t)\,dt\right] = L(\varphi)L(\psi),$$

on démontre la formule

(4) $$C_\varphi(x) = e^{-sx}A_\varphi(x) + e^{-sx}\int_0^x u(t)A_\varphi(x - t)\,dt,$$

où

$$\int_0^\infty e^{-zt}u(t)\,dt = \frac{\Phi(z - s) - \Phi(z)}{\Phi(z)} = R(z), \qquad u(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{xz}R(z)\,dz.$$

([1]) G. Doetsch, *Mathematische Annalen*, 89, 1923, p. 192-207.

La fonction $u(x)$ existe selon un théorème de M. Nörlund (). En changeant convenablement le chemin d'intégration $(c-i\infty)\ldots(c+i\infty)$ on déduit à cause de (2) et (3) la formule asymptotique

$$u(x) = e^{sx}\frac{\varphi(x)}{\Phi(s)} + e^{sx}g(x), \qquad g(x) = o[\varphi(x)].$$

Alors de (4) on obtient

$$\lim_{x\to\infty}\frac{c_\varphi(x)}{\varphi(x)} = \frac{1}{\Phi(s)}\int_0^\infty e^{-sx}A_\varphi(x)\,dx,$$

ce qui démontre le théorème.

De ce théorème il s'ensuit qu'il existe un nombre α_φ, tel que la série (1) est sommable (φ, λ) pour $R(s) > \alpha_\varphi$ et ne l'est pas pour $R(s) < \alpha_\varphi$. Ici α_φ est l'abscisse de sommabilité (φ, λ).

MÉCANIQUE. — *Expression invariante de la loi de gravitation.* Note [2] de M. **J. Le Roux**.

Le principe de la moindre action, sous la forme donnée par Jacobi, s'exprime par les conditions de minimum d'une intégrale

$$(1) \qquad A = \int\sqrt{2U\,\Sigma m\,ds^2},$$

évaluée entre deux positions de l'ensemble mobile.

Elle est indépendante du temps; elle est aussi invariante pour les changements de systèmes de référence qui restent invariablement liés les uns aux autres. Elle ne l'est pas pour les transformations du groupe des mouvements relatifs. Nous la transformerons en conséquence.

Nous assujettirons d'abord le premier facteur $2U$ à satisfaire aux conditions d'invariance. Il dépendra donc uniquement des distances mutuelles des éléments de l'ensemble ou, ce qui revient au même, des paramètres nécessaires pour en définir la configuration.

Le second facteur, $\Sigma m\,ds^2$, se déduit de l'expression Σmv^2 en remplaçant les dérivées par les différentielles. Nous remplacerons l'énergie cinétique

$$T = \frac{1}{2}\Sigma mv^2,$$

---

[1] N. E. Nörlund, *Leçons sur les séries d'interpolation*, Paris 1926, p. 184-187.

[2] Séance du 1er juin 1931.

relative au système de référence employé, par le minimum T_0 qu'on déduit de T par les transformations du groupe des mouvements relatifs. Ce minimum T_0 est un invariant dont j'ai donné l'expression ([1]).

Dans la forme quadratique de dérivées $2T_0$ nous remplaçons de nouveau les dérivées par les différentielles correspondantes. Le résultat de la substitution est une forme quadratique de différentielles que je désigne par $d\sigma^2$, et qui remplacera le second facteur de l'intégrale de Jacobi.

La nouvelle intégrale

$$I = \int \sqrt{2U}\, d\sigma, \tag{2}$$

où l'on suppose que U satisfait aux conditions d'invariance déjà définies, est un invariant du groupe des mouvements relatifs.

La propriété exprimée par les conditions de minimum de l'intégrale I est donc indépendante du système de référence et du mode de repérage du temps.

On pourrait former les équations différentielles correspondantes sans aucune intervention de temps. Mais, pour la simplicité et la symétrie des calculs, il est commode d'introduire, comme variable indépendante, une variable auxiliaire t, définie par la formule

$$dt = \frac{d\sigma}{\sqrt{2U}}. \tag{3}$$

En reconstituant, à l'aide de cette variable, la forme de dérivées T_0, on arrive à mettre les équations différentielles sous la forme de Lagrange :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_0}{\partial x'}\right) - \frac{\partial T_0}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x}. \tag{4}$$

La variable auxiliaire t joue donc, pour notre problème, un rôle équivalent à celui du temps ordinaire pour la mécanique classique.

D'après la formule (3) cette variable a le caractère d'un invariant intégral, comme l'action elle-même.

Il existe d'ailleurs entre ces quantités un rapprochement curieux :

$$dI = \sqrt{2U}\, d\sigma; \qquad dt = \frac{d\sigma}{\sqrt{2U}}.$$

Il reste à examiner la signification du système (4).

([1]) *Principes mathématiques de la Théorie de la Gravitation*, p. 59-62.

Pour un ensemble mobile comprenant n points libres, les équations (4) sont au nombre de $3n$. Mais elles ne sont pas indépendantes. En vertu des conditions d'invariance, en effet, la forme $d\sigma^2$ serait exprimable à l'aide des $3n-6$ paramètres servant à fixer la configuration de l'ensemble, et des différentielles de ces paramètres.

Le système (4) est donc réductible à $3n-6$ équations indépendantes. Elles seraient insuffisantes pour définir le mouvement par rapport à un système de référence arbitrairement choisi. Elles suffisent cependant pour déterminer le mouvement par rapport au solide principal de référence de l'ensemble considéré. Car la définition même de ce solide équivaut à l'adjonction, au système (4), de six équations complémentaires :

$$\Sigma m x' = 0, \qquad \ldots, \qquad \Sigma m(yz' - zy') = 0, \qquad \ldots.$$

Pour le même solide de référence, et pour celui-là seulement, la forme jacobienne (1) de l'intégrale de l'action est équivalente à la forme invariante (3); les équations différentielles qu'on en déduit sont elles-mêmes équivalentes pourvu qu'on tienne compte des conditions imposées aux constantes d'intégration [1].

Ainsi le mouvement rapporté au solide principal se trouve défini par des équations différentielles de même forme que les équations ordinaires de la mécanique classique.

Il ne reste plus qu'à achever la détermination de la fonction U. Les considérations analytiques et mécaniques qui m'ont servi à cet effet, dans l'ouvrage cité, présentent, d'après ce qui précède, le même caractère d'invariance. Elles conduisent à poser

$$U = f\sum \frac{m_i m_k}{r_{ik}} + h,$$

f et h désignant des constantes, m_i et m_k les masses de deux éléments différents et r_{ik} leur distance.

Nous aboutissons donc à la loi de Newton, considérée, non plus comme une résultante d'actions mutuelles indépendantes, mais comme une loi synthétique de mouvement, s'appliquant à la totalité de l'ensemble solidaire.

En définitive :

Le principe de la moindre action, ramené à la forme invariante (2), *résume toutes les lois fondamentales de la dynamique.*

---

(1) *Loc. cit.*, n° 16, p. 25.

En ce qui concerne l'avance séculaire du périhélie de Mercure, elle en donne une représentation approchée, qui atteint les 93 centièmes de la valeur déduite, par le calcul, des résultats de l'observation. La théorie de la relativité, au contraire, n'en donne qu'une fraction n'atteignant pas les 8 centièmes de la valeur totale.

ÉLASTICITÉ. — *Solutions approchées des lignes de rupture dans un massif pulvérulent.* Note [1] de M. E. **Callandreau**, présentée par M. G. Kœnigs.

Me référant au dernier point de ma Communication précédente [2], voici comment l'on peut juger de la situation comparée des deux approximations envisagées.

On reconnaît aisément que la droite issue du pied de la paroi et inclinée de l'angle $\frac{\pi}{2} - \varphi$ (vers la surface libre) sur la trace du plan de Maurice Levy, qui définit l'approximation (par défaut) du prisme de poussée dans la théorie nouvelle, fait avec la direction de cette surface libre l'angle aigu vers l'origine

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} + \chi_0, \tag{1}$$

où χ_0 désigne le plus petit en valeur absolue des deux angles aigus négatifs solutions de l'équation

$$\sin\omega + \sin\varphi \sin(2\chi_0 + \omega) = 0. \tag{2}$$

D'autre part la ligne de glissement de Coulomb issue du même point et inclinée sur la ligne de pente de la surface libre d'un angle

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} + \chi, \tag{3}$$

correspondant au précédent, résulte de l'action d'une poussée horizontale du mur juste suffisante pour empêcher le prisme-coin de glisser, et qui vaut, a désignant la hauteur de la paroi verticale et g le poids spécifique du massif :

$$\frac{1}{2} g a^2 \frac{\cos(2\chi + 2\omega) - \sin\varphi}{\cos(2\chi + \omega) + \sin(\varphi - \omega)}.$$

---

(1) Séance du 1er juin 1931.

(2) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1150.

où χ est fourni par la condition du maximum de cette poussée, soit :

$$(4)\qquad \sin(2\chi+2\omega)\sin(\varphi-\omega)+\sin\omega+\sin\varphi\sin(2\chi+\omega)=0.$$

L'équation aux *petites* (puisqu'il s'agit de solutions voisines) différences α entre les angles (3) et (1) résulte de la substitution à χ dans (4) de $\chi_0+\alpha$, où l'on explicite χ_0 au moyen de (2). Elle s'écrit, chaque crochet étant positif,

$$(5)\qquad \begin{aligned}&[\sin\omega\sin(\varphi-\omega)(\cos\omega-\lambda)+2\sin\omega\sin\varphi]\tan^2\alpha\\ &+2\tan\alpha[\sin^2\omega\sin(\varphi-\omega)+\lambda\cos\omega\sin(\varphi-\omega)+\lambda\sin\varphi]\\ &-[\sin\omega\sin(\varphi-\omega)(\cos\omega-\lambda)]=0.\end{aligned}$$

On y reconnaît qu'elle donne des valeurs nulles des petits écarts α pour ω nul, et pour $\omega=\varphi$; ainsi qu'on le vérifie directement sur les équations (2) et (4) qui fournissent dans chacun de ces cas des valeurs identiques de χ_0 et χ.

D'une manière générale l'équation (5) possède en α *une* racine positive et *une* racine négative, celle-ci toujours supérieure en valeur absolue à celle-là. Or dans le voisinage de ω nul (par valeurs supérieures) l'écart positif est voisin de zéro (dont il s'écarte toujours peu), tandis que la racine négative fournit une solution voisine de $-\frac{\pi}{2}$. Même dans le voisinage de $\omega=\varphi$ (par valeurs inférieures), où les deux racines tendent vers zéro, la positive s'en approche avec un ordre de petitesse en $(\varphi-\omega)$ supérieur à celui de la négative.

La valeur positive de α par hypothèse petit convient donc seule ici. Et ce signe positif de l'écart des angles (3) et (1) fait notre approximation plus proche que celle de Coulomb-Poncelet, de la solution exacte de la théorie nouvelle, représentée par une ligne issue également du pied de la paroi, courbe d'abord et concave vers l'origine, jusqu'à son intersection avec le plan Lévy, et se poursuivant ensuite rectiligne suivant sa tangente en ce point d'ailleurs parallèle à notre droite d'approximation.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur l'attraction des ellipsoïdes homogènes.* Note de M. **Pierre Dive**, présentée par M. Hadamard.

Par des méthodes diverses, Lagrange, Gauss, Chasles, Lejeune-Dirichlet ont obtenu l'expression du potentiel newtonien Φ d'un ellipsoïde massif, homogène, de demi-axes a, b, c et de densité ρ en un point intérieur,

(x, y, z) [1]; on a

$$(1)\quad \Phi \equiv \pi abc\rho \int_0^\infty \left(1 - \frac{x^2}{a^2+\lambda} - \frac{y^2}{b^2+\lambda} - \frac{z^2}{c^2+\lambda}\right) \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}}.$$

Cette expression est de la forme

$$(1')\qquad \Phi_1 \equiv -\alpha x^2 - \beta y^2 - \gamma z^2 + \delta,$$

où α, β, γ, δ sont des constantes positives.

On peut inversement se demander si tout polynome du second degré de la forme (1′), — ou qui peut s'y ramener par des substitutions linéaires effectuées sur x, y, z, — positif dans une région R, représente le potentiel newtonien d'un ellipsoïde homogène contenu dans R. Cette réciproque ne paraît pas avoir été déjà énoncée. Nous nous proposons de la démontrer ici par un procédé présentant quelque analogie avec celui qui a été utilisé par Liouville pour établir l'existence des ellipsoïdes à trois axes inégaux comme figure d'équilibre d'une masse fluide en rotation [2].

La relation de Poisson, appliquée à la forme Φ_1, fournit d'abord la densité ρ de l'ellipsoïde en fonction des données α, β, γ:

$$(2)\qquad \nabla\Phi = -2(\alpha+\beta+\gamma) = -2\pi\rho.$$

Ensuite, l'identification en x, y, z des expressions Φ et Φ_1 donne le système de quatre équations à trois inconnues a, b, c

$$(3)\qquad m = abc\int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a^2+\lambda)\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}} \qquad \left(m = \frac{\alpha}{\pi\rho}\right),$$

$$(4)\qquad n = abc\int_0^\infty \frac{d\lambda}{(b^2+\lambda)\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}} \qquad \left(n = \frac{\beta}{\pi\rho}\right),$$

$$(5)\qquad l = abc\int_0^\infty \frac{d\lambda}{(c^2+\lambda)\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}} \qquad \left(l = \frac{\gamma}{\pi\rho}\right),$$

$$(6)\qquad p = abc\int_0^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)}} \qquad \left(p = \frac{\delta}{\pi\rho}\right).$$

En vertu de la relation de Poisson

$$(2')\qquad m + n + l = 2;$$

l'équation (5) est une conséquence des équations (3) et (4).

---

[1] Cf. TISSERAND, *Mécanique céleste*, 2, p. 44 et 54. — P. APPELL, *Traité de Mécanique rationnelle*, 3, p. 110. — BOUASSE, *Cours de Mécanique rationnelle et expérimentale*, p. 257. — OLIVER DIMON KELLOG, *Foundations of potential theory*, p. 192.

[2] Cf. TISSERAND, *loc. cit.*, p. 97.

Posons $u = \frac{c^2}{a^2}$, $v = \frac{b^2}{c^2}$ et faisons le changement de variables $\theta = \frac{\lambda}{c^2}$; les équations (3) et (4) deviennent

$$(3') \qquad m = \int_0^\infty \frac{u\,d\theta}{(1+u\theta)\sqrt{(1+u\theta)(1+v\theta)(1+\theta)}},$$

$$(4') \qquad n = \int_0^\infty \frac{v\,d\theta}{(1+v\theta)\sqrt{(1+u\theta)(1+v\theta)(1+\theta)}};$$

nous allons montrer qu'elles permettent toujours de déterminer les rapports u et v. Pour cela, ajoutons-les et retranchons-les membre à membre; après une intégration par parties, il vient le système équivalent

$$(7) \qquad F(u, v) \equiv 2 - \int_0^\infty \frac{d\theta}{(1+\theta)^{\frac{3}{2}}\sqrt{1+(u+v)\theta+uv\theta^2}} = m+n,$$

$$(8) \qquad H(u, v) \equiv \int_0^\infty \frac{(u-v)\,d\theta}{(1+\theta)^{\frac{3}{2}}[1+(u+v)\theta+uv\theta^2]^{\frac{3}{2}}} = m-n;$$

$F(u, v)$ et $H(u, v)$ sont des fonctions continues de u et v. $F(u, v) = m+n$ définit une fonction décroissante $v(u)$, représentée dans le plan des (u, v) par une courbe symétrique par rapport à la bissectrice du premier quadrant.

Remarquons que l'hypothèse $\alpha \geqq \beta \geqq \gamma$ entraîne $m \geqq n \geqq l$ et, par suite,

$$(9) \qquad \frac{4}{3} \leqq m+n < 2.$$

D'autre part on a

$$F(0, 0) = 0, \qquad F(0, \infty) = 2, \qquad F(1, 1) = \frac{4}{3}, \qquad F(\infty, \infty) = 2;$$

ces égalités prouvent l'existence de la fonction $v(u)$, quelles que soient les valeurs de m et n satisfaisant à la condition (9).

Portons la fonction $v(u)$ dans (8). On trouvera, sur l'arc des $U(u, 0)$,

$$H(u, 0) = 2 - \int_0^\infty \frac{d\theta}{(1+\theta)^{\frac{3}{2}}\sqrt{1+u\theta}} = F(u, 0) = m+n;$$

sur la bissectrice du premier quadrant ($u = v$),

$$H(u, u) = 0.$$

La fonction $H(u, v)$ prend, par suite, au moins une fois la valeur $m-n$ sur la courbe $v(u)$. L'existence d'une solution en (u, v) est ainsi démontrée.

Enfin l'équation (6) qui prend la forme

$$p = c^2 \int_0^\infty \frac{d\theta}{\sqrt{(1+a\theta)(1+b\theta)(1+\theta)}} \tag{10}$$

donne la grandeur du demi-axe c. *Il existe donc bien un ellipsoïde homogène dont le potentiel intérieur est représenté par le polynome Φ_1. Un raisonnement facile prouve qu'il n'en existe qu'un.*

THERMOCHIMIE. — *Chaleurs de dissolution de l'acide benzoïque dans le toluène.* Note [1] de M. G. **Chapas**, présentée par M. C. Matignon.

J'ai déterminé les solubilités des acides benzoïques substitués dans plusieurs solvants benzéniques et établi que les courbes traduisant la relation entre la température et la solubilité présentaient une allure particulièrement simple [2], j'ai continué ces recherches en mesurant la chaleur de dissolution de l'acide benzoïque dans le toluène. Au moyen de cette donnée, on peut décider si les solutions étudiées doivent être regardées comme *idéales*, c'est-à-dire si elles suivent toujours la loi de tonométrie de Raoult, et, si elles ne le sont pas, dans quelle mesure elles s'en écartent.

Les chaleurs de dissolution ont été déterminées en suivant la méthode des mélanges; le calorimètre utilisé, d'une capacité légèrement supérieure à 200^{cm^3}, était protégé contre les pertes de chaleur par un vase de Dewar; l'évaporation du solvant était réduite au minimum au moyen d'un bouchon; le thermomètre servait en même temps d'agitateur grâce à une hélice en argent fixée sur son réservoir.

Chaleurs spécifiques des solutions toluéniques d'acide benzoïque. — Leur connaissance était indispensable pour le calcul des chaleurs de dissolution à partir des résultats expérimentaux. Les mesures que j'ai effectuées en très grand nombre sur des solutions dont la concentration en acide benzoïque a varié de $3^g,2$ à $6^g,2$ pour 100^g de toluène m'ont conduit à la règle uivante : la chaleur spécifique d'une solution toluénique d'acide benzoïque est indépendante de sa concentration et égale à la chaleur spécifique du toluène. Cette règle est valable à l'approximation des mesures, soit 1 pour 100

(1) Séance du 1er juin 1931.

(2) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 43 et 257.

Les différentes valeurs de la chaleur spécifique du toluène données par plusieurs expérimentateurs [1] peuvent être représentées par la formule

$$c_t = 0,38350 + 0,001018\,t.$$

A $t = 29^\circ$, on a $c_t = 0,413$.

Pour les solutions toluéniques, l'expérience a donné :

c	0,413	0,413	0,409	0,413
Concentration pour 100	3,22	4,15	5,08	6,05
t	28,2	29,1	28,7	29,0

Chaleurs de dissolution. — L'application des principes de la thermodynamique au phénomène de dissolution nécessite l'emploi de la chaleur limite de dissolution, définie comme la quantité de chaleur mise en jeu lorsqu'une molécule-gramme de l'un des constituants se dissout dans une masse très grande d'une solution très voisine de la saturation. Afin d'obtenir une valeur approchée de cette chaleur limite, j'ai mesuré les chaleurs absorbées par la formation de solutions de concentrations différentes en partant soit du toluène pur, soit d'une solution déjà préparée d'acide benzoïque. Les résultats suivants se rapportent à la température initiale de 18° C. :

Concentration initiale pour 100	0	0	4,8
Concentration finale pour 100	3,5	5,2	7,5
Chaleur de dissolution par molécule-gramme d'acide benzoïque	-3040^{cal}	-2880^{cal}	-2800^{cal}

J'ai effectué ensuite quelques mesures en partant du toluène pur à 25° C. ; les déterminations sont particulièrement aisées à cette température en raison de la dissolution très rapide de l'échantillon d'acide benzoïque. J'ai trouvé :

Concentration finale pour 100	3,5	5,2
Chaleur de dissolution	-3220^{cal}	-3160^{cal}

Conclusions. — 1° La chaleur *intégrale* de dissolution de l'acide benzoïque dans le toluène varie peu avec la concentration de la solution résultante; elle décroît légèrement lorsque la concentration augmente. En première approximation, on peut confondre la chaleur limite de dissolution avec la chaleur intégrale correspondant à une concentration assez rapprochée de la saturation (8,18 pour 100 à 18°).

2° Si les solutions toluéniques d'acide benzoïque étaient des solutions

[1] Cf. Landolt-Börnstein, *Physikalisch-Chemische Tabellen*, 4 Aufl., p. 772.

idéales, elles vérifieraient l'équation différentielle de Le Chatelier-Schröder :

$$(E) \qquad \frac{d \log \gamma}{dT} = \frac{L}{RT^2},$$

γ, concentration moléculaire de l'acide dans la solution saturée; L, chaleur limite de dissolution.

Les mesures de solubilité ont montré que la relation entre $\log \gamma$ et $\frac{1}{T}$ était bien linéaire conformément à cette équation, le coefficient angulaire a ayant la valeur numérique 1363. D'après l'équation (E), l'expression a est

$$a = \frac{0{,}434 L}{R};$$

en prenant $L = 3000$, $R = 1{,}985$, le calcul donne

$$a = 655,$$

valeur absolument différente du résultat déduit des expériences. Ainsi les solutions d'acide benzoïque dans le toluène ne sont point idéales, ce que l'on pouvait prévoir en raison de la dissemblance des deux molécules.

RADIOCHIMIE. — *Sur le comportement électrochimique et chimique du polonium en milieu tartrique.* Note [1] de M. **M. Haïssinsky**, présentée par M. J. Perrin.

La méthode que F. Joliot [2] a employée pour l'étude électrochimique des radioéléments présente le grand avantage de permettre de suivre d'une manière continue et directe le comportement chimique de ces éléments en milieux différents et vis-à-vis de divers réactifs. Dans cette méthode deux parois opposées de la cuvette électrolytique sont constituées par des électrodes métalliques suffisamment minces pour qu'une grande partie du rayonnement des radioéléments qui s'y déposent puisse les traverser et pénétrer dans deux chambres d'ionisation contiguës aux électrodes. En mesurant l'accroissement de l'ionisation en fonction du temps, et en faisant varier régulièrement le potentiel de l'une ou de l'autre électrode, on obtient des courbes qui donnent la vitesse de dépôt en fonction du potentiel. Les points d'inflexion de ces courbes fournissent alors des renseignements sur les

---

[1] Séance du 1er juin 1931.

[2] *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1325; *Journ. Chim. Phys.*, **27**, 1930, p. 119.

processus électrochimiques ou chimiques qui ont eu lieu au sein de l'électrolyte par l'effet de la variation du potentiel ou de l'introduction d'une faible quantité de réactif. Cette méthode d'observation est analogue à celle que l'on emploie en électrochimie générale pour déterminer les tensions de décomposition à l'aide des courbes : intensité de courant-potentiel.

Nous avons utilisé cette méthode pour l'étude des propriétés chimiques du polonium en milieu tartrique. Le tartrate de polonium a été préparé par dissolution d'un dépôt électrochimique de polonium sur l'or, dans l'acide tartrique d'un titre connu. De nombreuses recherches récentes ayant montré la forte tendance du polonium à former des agrégats moléculaires, nous avons opéré dans un milieu tartrique suffisamment acide (1-1,25N), le liquide étant énergiquement agité à l'aide d'une hélice en verre mue par un petit moteur électrique.

Nous avons tout d'abord constaté que, dans ce milieu, le polonium ne se dépose pas sur l'anode et que la vitesse du dépôt cathodique est très faible par rapport à celle que l'on observe dans d'autres milieux acides : nitrique, sulfurique ou acétique. Avec une concentration de polonium de 2.10^{-9} atom/lit, par exemple, la vitesse de dépôt, dans certaines conditions expérimentales, est 3-4 fois plus faible que dans l'acide acétique, dans des conditions à peu près identiques.

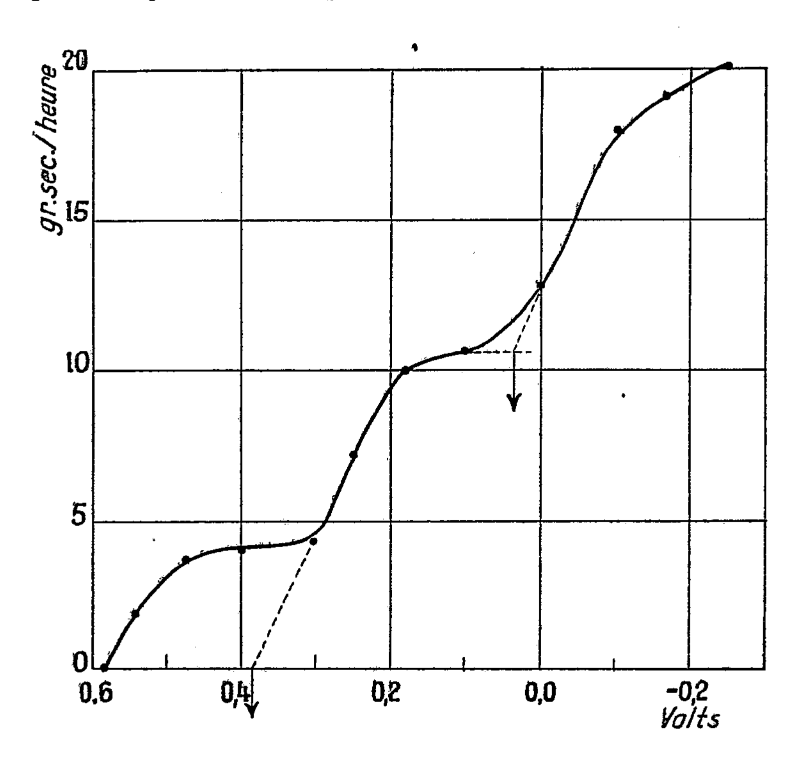
La variation de la vitesse de dépôt cathodique avec le potentiel est représentée par la figure donnée ci-après. On a porté en abscisses les potentiels par rapport à une électrode Hg/Hg^2Cl^2, KCl (1N); en ordonnées, les vitesses de dépôt, exprimées en grammes-secondes par heure, telles qu'on les mesure par la méthode de compensation avec un quartz piézo-électrique. Les conditions expérimentales dans lesquelles cette courbe a été obtenue sont les suivantes : électrodes d'or pur de 7,6 mg/cm², 10,5 cm³ d'acide tartrique 1N; 2.10^{-9} atom/lit de polonium. La courbe indique l'existence de deux potentiels critiques, dont les valeurs moyennes déduites de plusieurs expériences sont $+0^v,38$ et $+0^v,03$; le premier est celui que Hevesy et Paneth (¹), puis F. Joliot ont trouvé pour le polonium en milieu nitrique; le second coïncide avec celui trouvé par F. Joliot pour un milieu réducteur tel que l'acide oxalique.

Nous avons en outre centrifugé (²) dans un tube de verre (à 6000 t/m) 4 cm³ d'une solution d'acide tartrique 1N contenant $7,7.10^{-9}$ atom/lit de

(¹) *Wien. Ber.*, **122**, 1913, p. 1049; **123**, 1914, p. 1619.
(²) Voir C. Chamié et M. Guillot, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1187.

polonium. Après une heure de centrifugation, nous avons trouvé que tout le polonium est resté pratiquement en solution. D'autre part, une solution faiblement ammoniacale (8 > pH > 7) de tartrate de polonium cède aux parois du tube, après une heure de centrifugation, 42 pour 100 de son activité, quantité normale pour ce pH, par exemple, dans un milieu de chlorhydrate d'ammonium.

Nous pensons pouvoir interpréter ces résultats en admettant que le



polonium se combine avec l'acide tartrique sous forme d'un complexe soluble, facilement hydrolysable et peu stable; la faible vitesse de dépôt et les expériences de centrifugation se trouveraient ainsi expliquées. B. Richardson (1) a constaté par voie électrochimique un comportement analogue pour le bismuth. Il est connu en outre depuis longtemps que l'ion tartrique empêche la formation de peroxydes de cet élément sur l'anode. Dans notre cas, le cation aussi est partiellement réduit de sorte que le polonium, en solution tartrique, est présent sous deux formes, de valences

(1) *Z. anorg. Chem.*, 84, 1914, p. 277.

différentes, et en équilibre entre elles : le potentiel critique 0,38 volt correspondrait alors à la décharge de l'ion normal (qu'on observe par exemple en milieu nitrique, sulfurique ou acétique), le potentiel 0,03 volt à celle de l'ion réduit.

RADIOACTIVITÉ. — *Fluctuation de parcours des rayons α du polonium dans différents gaz.* Note de M. **Nahmias**, présentée par M. J. Perrin.

L'expérience ayant montré que la méthode des trajectoires de brouillard de C. T. R. Wilson est particulièrement favorable pour l'étude de la fluctuation de parcours des rayons α, c'est cette méthode, employée pour la première fois par Mme Irène Curie, qui a été utilisée dans le présent travail.

Nos sources de rayons α étaient préparées par activation d'un fil de nickel parfaitement poli suivant une section de 1^{mm} de diamètre et plongé durant quelques secondes dans une solution fortement concentrée en polonium.

Ayant employé le dispositif expérimental précédemment utilisé par Mme Irène Curie (*Thèse Annales de Physique*, 1926), ainsi que le mode de numération et de correction des résultats qu'elle avait adoptés, nous renvoyons à sa thèse pour tous détails à ce sujet.

Nous rappelons ici que le nombre de rayons α de parcours compris entre x et $x + dx$ est proportionnel à

$$e^{-\frac{(x-l)^2}{\alpha^2}},$$

l étant le parcours le plus probable et α variant proportionnellement à l et en raison inverse de la densité du gaz, de telle sorte que le rapport $\rho = \frac{\alpha}{l}$ est indépendant des conditions de température et de pression, pour des rayons α d'une vitesse déterminée.

La théorie de Bohr prévoit pour les rayons α du polonium de parcours $38^{mm},7$ (15°-760^{mm}) dans l'air $\rho = 0,0120$.

Nous rappelons également que la valeur trouvée par Mme Irène Curie pour le polonium dans l'air est $\rho = 0,0165$.

Nos expériences nous donnent les valeurs suivantes :

$\rho = 0,0200$ dans l'air; $\rho = 0,0190$ dans l'argon;
$\rho = 0,0250$ dans l'oxygène et $\rho = 0,0280$ dans le gaz carbonique.

Les valeurs absolues de ces chiffres, quoique très éloignées de la valeur

théorique, n'ont pas moins d'intérêt lorsqu'il s'agit d'expériences comparatives [1]. On peut donc conclure que la fluctuation de parcours est presque identique dans l'air et l'argon, tandis qu'elle est nettement supérieure dans l'oxygène et le gaz carbonique.

Nous ferons remarquer en outre qu'en utilisant la méthode de Feather et Nimmo (FEATHER et N. CAMB, *Phil. Soc.*, 25, p. 198) pour l'interprétation des courbes de distribution des parcours, nous trouvons pour ρ des valeurs beaucoup plus proches de la valeur théorique. Quoique plus attrayante cette méthode n'en est pas moins incomplète, vu qu'elle laisse systématiquement de côté une partie non négligeable de la courbe de distribution [2].

Nous avons aussi utilisé la méthode de Wilson pour la comparaison des parcours les plus probables des rayons α du ThC et du Po. Nous avons rouvé dans l'air

$$\frac{l_{\mathrm{ThC}}}{l_{\mathrm{Po}}} = \frac{62}{51,5} = 1,20 \qquad \text{et} \qquad \frac{63}{52} = 1,21$$

en bonne concordance avec les chiffres récents :

$$\frac{R_{\mathrm{ThC}}}{R_{\mathrm{Po}}} = \frac{4,72}{3,87} = 1,22 \ (15^{\circ}\text{-}760^{\mathrm{mm}}).$$

Pour ces expériences nous opérions dans les mêmes conditions en accolant à la source de Po une feuille d'or activée dans le Thoron et dont les rayons α étaient soigneusement canalisés par un diaphragme circulaire de 1^{mm} de diamètre. Nous avions ainsi simultanément sur nos clichés des rayons α du Po, du ThC et du ThC'.

Nous avons systématiquement observé des rayons α de ThC de faible parcours avec un pourcentage notable. Nous nous réservons de reprendre cette expérience en vue d'étudier de plus près la composition du rayonnement α du ThC.

---

[1] Dans le même ordre d'idées voir les expériences comparatives faites dans l'oxygène et l'azote par Mlle Irène Curie et M. Yamada (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 761).

[2] Il règne d'ailleurs dans la littérature concernant ce genre de travail de nombreuses et fâcheuses confusions.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur un nouveau composé gazeux du polonium.* Note de Mme **Irène Curie** et M. **Marcel Lecoin**, présentée par M. Jean Perrin.

Rôna et Schmidt ont élaboré une méthode de préparation des sources de polonium par volatilisation dans un courant gazeux (¹) : le polonium déposé par électrolyse sur une lame de platine est placé dans un tube de quartz : on le volatilise en chauffant avec un chalumeau et un courant gazeux très lent l'entraîne sur un support froid sur lequel il se condense. La même méthode a été employée à l'Institut du Radium avec de légères modifications (²). On utilisait un courant du mélange gazeux $CO + CO^2$ (obtenu par l'action de l'acide sulfurique sur l'acide oxalique) afin d'avoir des sources exemptes d'hydrogène et de gaz suscèptibles de produire des rayons H de transmutation sous l'action des rayons α.

Quand le polonium a été déposé sur une lame de nickel on peut employer la méthode de volatilisation pour le récupérer et le remettre en solution. Pour cela on chauffe la lame dans un tube de quartz parcouru par un faible courant gazeux et le polonium se condense sur les parties froides du tube que l'on peut laver à l'acide ensuite.

En effectuant cette opération dans un courant de $CO + CO^2$ on a constaté de grosses pertes de polonium, d'où la nécessité d'étudier de plus près comment le polonium se condense après la volatilisation. Voici le dispositif employé à cet effet.

Une languette de nickel L sur laquelle le polonium est déposé par électrolyse est placée dans un tube de quartz de la forme indiquée sur la figure. Un faible courant gazeux est établi dans le tube. L'extrémité recourbée du tube plonge dans une capsule contenant de l'eau fortement acide et on la recouvre d'une éprouvette pleine du même liquide au moment de commencer la volatilisation. On chauffe rapidement au rouge vif la lame L et les parties voisines du tube de quartz. Le polonium entraîné par le courant gazeux se condense un peu plus loin, dès qu'il entre dans la partie froide du tube.

En regardant celui-ci dans l'obscurité on voit une luminosité bien localisée dans la région α par exemple, luminosité excitée dans le quartz par

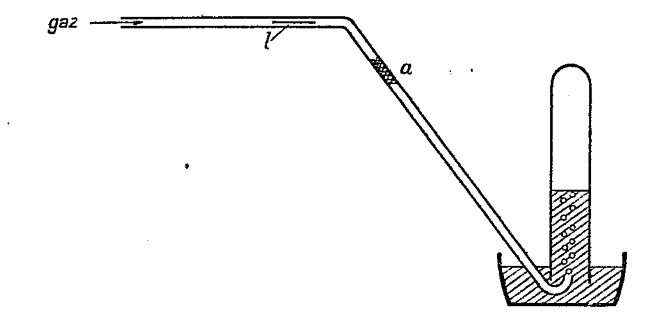
(¹) Rôna et Schmidt, *Wien. Ber.*, 137, 1928, p. 104.

(²) Mme Irène Curie et Frédéric Joliot, *Journ. Chim. Phys.*, 28, 1931, p. 201.

l'action des rayons α du polonium. Il est facile de l'observer avec des quantités de polonium de l'ordre de 1 millicurie.

Si l'on applique le tube sur une plaque photographique l'impression obtenue donne des informations sur la répartition du polonium, la luminosité étant plus grande là où le rayonnement α est plus intense; ceci peut être fait même avec de faibles quantités de polonium à condition de poser pendant un temps suffisamment long.

On peut aussi mesurer d'une part l'activité initiale de la languette de



nickel, d'autre part l'activité résiduelle du nickel après la volatilisation, l'activité recueillie dans la capsule et dans l'éprouvette, l'activité recueillie dans le tube par un lavage à l'acide.

Quand on volatilise le polonium dans un courant d'azote on en retrouve la presque totalité dans le tube, à peu de distance de la région chauffée.

Quand on emploie le mélange gazeux $CO + CO^2$, le phénomène est tout à fait différent : on retrouve dans la capsule et dans l'éprouvette une quantité de polonium, très variable suivant les expériences, mais pouvant atteindre dans certains cas la moitié de la quantité volatilisée. La photographie de la luminosité du tube montre le dépôt principal au début de la région non chauffée, puis un dépôt lentement décroissant jusqu'au bout du tube.

Ce comportement du mélange gazeux $CO + CO^2$ ne paraît pouvoir s'expliquer que par la formation d'un composé gazeux du polonium. Il est possible qu'il s'agisse d'un *polonium carbonyle* analogue au nickel carbonyle.

Ce composé est peu stable car si le polonium était encore à l'état gazeux quand on enlève l'éprouvette quelques minutes après la volatilisation, on le perdrait dans l'atmosphère. Or la totalité du polonium est retrouvée en ajoutant les quantités contenues dans le tube, dans la solution et sur les parois de l'éprouvette.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Moments électriques et constitution moléculaire*. Note de M. **Georges Allard**, présentée par M. G. Urbain.

J.-J. Thomson a le premier montré que les moments électriques des dérivés disubstitués du benzène s'obtiennent convenablement en faisant la somme vectorielle de moments partiels attribuables à chacun des groupements substituants. Plusieurs auteurs, parmi lesquels Smyth et Morgan, Errera, Höjendahl, Williams, Eucken et Mayer, ont développé cette idée; les derniers, en particulier, sont parvenus à des résultats intéressants en attribuant un moment électrique déterminé, non pas à chaque groupement, mais à chaque liaison entre deux atomes, ce moment partiel étant supposé avoir la direction de la liaison [1]. Ils admettent pour cela que les diverses valences d'un même atome ont des directions bien déterminées, faisant entre elles un angle constant (à quelques degrés près); pour le carbone et l'oxygène l'angle des valences est supposé être de 110°.

J'ai repris les calculs de ces auteurs en faisant les mêmes hypothèses générales qu'eux, mais, pour rendre compte du moment électrique notable des carbures éthyléniques comme l'éthyléthylène, j'ai pensé qu'il fallait faire une distinction entre le carbone sur lequel ne portent que des liaisons simples, ou carbone *forménique* (désigné dans la suite par C) et le carbone sur lequel porte une double liaison, ou carbone *éthylénique* (désigné par C′).

Une idée analogue semble avoir été émise très récemment par Smyth et Dornte [2], qui concluent qu'il n'y a pas de polarité mesurable due à la double liaison elle-même, mais que le remplacement d'un atome d'hydrogène fixé à un carbone éthylénique par un groupe hydrocarboné donne une molécule ayant un moment à peu près égal à celui d'une molécule résultant d'un remplacement similaire dans le benzène.

Appelons a le moment attribuable à la liaison H — C et a' le moment attribuable à la liaison H — C′. Je me suis servi, pour les autres liaisons, des valeurs suivantes :

C — C	déduite	de l'éthane	o
C′ = C′	»	de l'éthylène	o
C — C′	»	de l'éthyléthylène	$0{,}4 + a' - a$
C — O	»	de l'éther	$1{,}1 - a$
C′ — O	»	du phénol	$1{,}1 - a'$

(1) Eucken et Mayer, *Phys. Z.*, 30, 1929, 397.

(2) Smyth et Dornte, *J. of Am. Ch. Soc.*, 53, 1931, 1296.

C = O	déduite	de l'acétone	$2,7 - 1,15a$
H — O	»	de l'alcool	1,63
C — Cl	»	du chlorure d'éthyle	$2 - a$
C' — Cl	»	du chlorobenzène	$1,5 - a'$
C — Br	«	du bromure d'éthyle	$2 - a$
C' — Br	«	du bromobenzène	$1,5 - a'$

Avec ces données j'ai pu calculer *a priori* les moments électriques d'un nombre assez considérable de composés; je me suis naturellement borné à des corps qui ont, dans la conception d'Eucken et Mayer, une structure rigide, les valeurs observées pour les autres corps étant des moyennes entre les valeurs correspondant à plusieurs composés allélotropes. Pour alléger le plus possible le tableau des vérifications, je ne fais pas figurer les corps, mentionnés ci-dessus, ayant servi de base, et je me borne, pour chaque fonction, à un seul terme, divers auteurs ayant montré que les termes homologues d'une même série ont des moments électriques voisins. C'est ainsi, par exemple, qu'on peut, par la pensée, ajouter au tableau qui suit le chlorure d'éthyle (ayant servi à déterminer la valeur de la liaison C — Cl) et les chlorures de propyle, isopropyle et butyle, ou encore diverses cétones ou divers alcools.

	Moment calculé.	Moment observé.
Eau	1,87	1,87
Acétaldéhyde	2,70	2,72
Chlorure d'allyle	1,90	1,97
Bromure d'allyle	1,90	1,93
Bromure de vinyle	1,50	1,48
Benzène	0	0
Toluène	0,40	0,40
p-Chlorotoluène	1,90	1,74
Phényléthylène	0	0
Anisol	1,24	1,16-1,28
p-Xylène	0	0,06
m-Xylène	0,40	0,46
o-Xylène	0,70	0,68

J'ai admis, dans les calculs, que tous les carbones du noyau benzénique sont des carbones éthyléniques. Il est particulièrement remarquable que, pour obtenir des résultats corrects pour les bromures d'allyle et de vinyle, il faut prendre, dans le premier, le moment C — Br égal à $2 - a$ comme dans le bromure d'éthyle, et, dans le second, le moment C' — Br égal à $1,5 - a'$ comme dans le bromobenzène. Ces faits semblent nettement en faveur du caractère éthylénique des carbones du noyau benzénique.

On peut d'ailleurs observer que l'étude des propriétés optiques conduit au même résultat. Mais la méthode employée ici diffère profondément de la méthode des réfractions moléculaires en ce sens que ce n'est pas à la double liaison éthylénique que l'on attribue l'existence d'un moment pour le butylène, mais à la liaison C — C' d'un carbone forménique à un carbone éthylénique. Il ne semble pas exagéré d'en conclure qu'il doit y avoir une différence de constitution capitale entre ces deux espèces d'atomes de carbone.

Je dois ajouter que le moment électrique calculé pour le *p*-chlorophénol est de 1,8, alors que la valeur mesurée est 2,4; il y a là un désaccord flagrant, mais il est remarquable que si l'on calcule le moment de ce corps en lui attribuant la formule quinonique suivante :

$$Cl - CH\left\langle\begin{matrix} CH = CH \\ CH = CH \end{matrix}\right\rangle C = O,$$

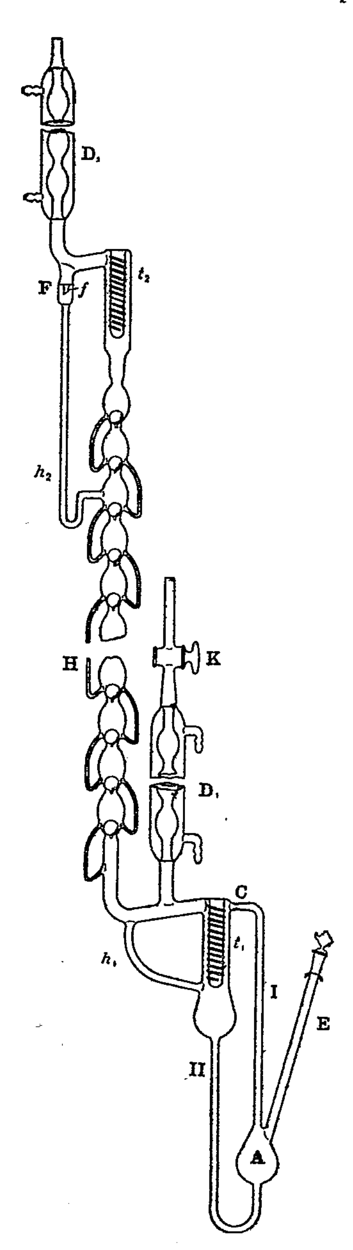
on trouve la valeur 2,25, assez proche de la valeur expérimentale.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'ébullioscope pour examiner la pureté des individus chimiques liquides.* Note (¹) de M. **W. Swietoslawski**, présentée par M. G. Urbain.

Il y a quelque temps déjà que j'ai décrit la construction d'un ébullioscope différentiel muni d'un déflegmateur. En se servant de cet appareil on peut déterminer la différence entre la température d'ébullition d'un liquide et celle de condensation des vapeurs qui ont été soumises à une déflegmation. Mais si la substance liquide présente un individu chimique de haut degré de pureté, les différences entre les deux températures en question sont relativement petites. C'est pourquoi il fallait augmenter le degré de la rectification des vapeurs dans l'appareil. Dans ce but le déflegmateur est remplacé, dans le nouvel appareil (voir figure) que j'ai construit, par une colonne de rectification. Comme la pression de la vapeur au bout de la colonne de rectification est considérablement plus élevée que celle du commencement il devenait difficile de mesurer la température d'ébullition et celle de la condensation sous la même pression. J'ai supprimé cette difficulté en ajoutant un autre réfrigérant D, muni d'un robinet. L'exécution de l'expé-

(¹) Séance du 26 mai 1931.

rience est la suivante : le robinet K étant ouvert, le fonctionnement de l'appareil ne diffère guère de celui d'un ébullioscope simple, décrit aupara-



vant par moi. Les vapeurs se condensent dans un réfrigérant D, et la température d'ébullition du liquide correspond à la pression atmosphérique.

En fermant le robinet K on rend nécessaire le fonctionnement de la colonne de rectification possédant 15 à 35 boules. L'équilibre thermique une fois établi dans la colonne, on détermine la température de condensation du flegme se condensant dans l'espace où se trouve l'éprouvette t_2. L'intensité du chauffage peut être contrôlée par le compte-gouttes *f* se trouvant dans la partie supérieure de l'appareil.

Le même dispositif peut être adapté aux ballons de distillation. Dans ce cas, on mesure les températures de condensation du premier et du dernier flegme.

On emploie cet ébullioscope, ainsi que l'appareil de distillation basé sur le même principe, pour prouver la pureté des substances liquides. Il est évident qu'un individu chimique parfaitement pur possède une température d'ébullition identique à la température de condensation du dernier flegme. Nous avons constaté, à l'aide de nos appareils, que même les substances soigneusement purifiées, distillant dans les limites de $\pm$ 0°,001 C. (p = const.), montrent des différences entre les températures $t_2 - t_1 = \Delta t$ qui varient entre 0°,007 C. et 0°,035 C. à peu près.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Emploi du mélange nitroperchlorique pour le dosage de la silice dans les substances végétales*. Note de MM. **L. Lematte**, **G. Boinot**, **E. Kahane** et Mme **M. Kahane**, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons préconisé, il y a plusieurs années, l'emploi d'un mélange d'acide nitrique fumant et d'acide perchlorique concentré pour la destruction des matières organiques en vue du dosage des éléments métalliques. La destruction nitroperchlorique s'accompagne de l'oxydation quantitative du soufre organique. Nous avons pu ainsi doser le soufre total de nombreuses substances.

Au cours de différentes publications, nous avons insisté sur l'intérêt de ce procédé analytique qui nous a toujours donné satisfaction par sa rapidité et sa commodité. Cependant nous ne l'avions pas utilisé jusqu'ici pour la destruction d'une quantité de substance supérieure à 2g par opération. Au cours de nos expériences sur le dosage de la silice, nous avons fait de nombreuses destructions qui ont porté sur 5g de matière sèche (sciure de bois, paille, graines d'avoine, etc., et exceptionnellement sur 10 et 12g (son, etc.), sans le moindre incident.

Il y a trois ans, nous avons proposé de réaliser le dosage de la silice dans

les substances végétales et animales en associant à notre procédé de minéralisation nitroperchlorique le procédé de Willard qui consiste à insolubiliser la silice par ébullition au sein de l'acide perchlorique concentré. Nous avons récemment repris cette idée et nous avons constaté que ce dosage peut être effectué d'une façon rapide et aisée.

Nous avons adapté, en général, l'importance de la prise d'essai, la quantité de chacun des réactifs et les conditions de chauffage à la teneur en silice et aux modalités d'oxydation de l'échantillon étudié. Voici une technique qui donne toujours des résultats satisfaisants :

5^{g} de substance sont introduits dans un vase cylindrique de 500^{cm^3} et traités par le mélange suivant ;

NO^3H fumant ($d=1,49$)	20^{cm^3}
ClO^4H ($d=1,61$)	30^{cm^3}

L'attaque s'amorce souvent à froid, mais on peut chauffer sans crainte, en veillant que la mousse qui se forme avec certaines substances ne soit pas trop abondante. Il n'y a aucun inconvénient à mener brutalement cette première phase de l'oxydation, au cours de laquelle s'échappent d'abondantes vapeurs nitreuses. Bientôt l'acide nitrique a épuisé son effet, ce qui se manifeste par la décoloration des vapeurs émises. On poursuit activement l'ébullition de façon à chasser l'excès d'acide nitrique. L'élimination des dernières portions de cet acide est marquée par une formation plus rare et assez irrégulière des bulles dans le liquide. C'est à ce moment seulement que l'acide perchlorique entre en jeu pour provoquer l'oxydation très rapide des substances ayant échappé à l'oxydation nitrique. L'oxydation perchlorique s'amorce durant l'élimination des dernières fractions d'acide nitrique. Elle est manifestée par un regain d'activité très net et progressif dans la formation des bulles. Elle se poursuit spontanément en s'accélérant et en devenant très vive, si bien qu'il est préférable de cesser le chauffage au début de cette phase de l'opération. L'attaque se calme au bout d'une fraction de minute. L'oxydation est alors pratiquement achevée, et l'on peut reprendre le chauffage. Les fumées blanches d'acide perchlorique apparaissent rapidement; on couvre d'un verre de montre pour prévenir une évaporation trop intense, et l'on maintient une vive ébullition pendant 30 minutes.

La silice est alors convenablement insolubilisée. On laisse refroidir, on ajoute 100 à 150^{cm^3} d'eau distillée, on porte à l'ébullition, on décante sur filtre sans cendres, on lave à l'eau distillée bouillante, on sèche à 100-110°, on incinère et l'on pèse.

Paille de blé.

Échantillon nº 1 :	I	5 g	206,9 mg	SiO^2
»	II	5	194,7	»
»	III	5	195,8	»
»	IV	5	203,6	»
Échantillon nº 2 :	I	5	218,6	»
»	II	5	227,2	»

Paille d'avoine.

Échantillon :	I	5	78,2	»
»	II	5	75,1	»

Graines d'avoine.

Echantillon :	I	5	45,0	»
»	II	5	44,3	»

Glumes d'avoine.

Échantillon nº 1 :	I	5	400,0	»
»	II	5	427,5	»
Échantillon nº 2 :	I	2	152,5	»
»	II	2	147,9	»

Son.

Échantillon nº 1 :	I	2	2,0	»
»	II	10	12,0	»
»	III	8	7,7	»
Echantillon nº 2 :	I	4	2,8	»
»	II	8	4,4	»
»	III	12	6,6	»

Aiguilles de pin.

Echantillon :	I	5	9,3	»
»	II	5	10,2	»

Sciure de bois.

Echantillon :	I	4	8,9	»
»	II	4	9,4	»
»	III	10	23,3	»

Dosage par le procédé classique :

Echantillon :	I	4	9,2	»
»	II	4	9,5	»

La silice ainsi obtenue est parfaitement blanche, assez compacte et ne laisse aucun résidu appréciable après le traitement à l'acide fluorhydrique.

Voici les résultats des quelques dosages effectués sur des substances végétales particulièrement riches en silice. On remarquera la concordance des chiffres obtenus avec des substances aisées à réduire en poudre à peu près homogène (prêle).

Poudre de prêle.

		g	mg	
Échantillon n° 1 :	I..............	2	231,9	SiO^2
»	II.............	2	232	»
»	III............	2	231,9	»
Échantillon n° 2 :	I..............	2	161,4	»
»	II.............	2	161,2	»

Le dosage par le procédé classique (incinération, fusion aux carbonates, insolubilisation par l'acide chlorhydrique) donne pour 2^g 231^{mg} SiO^2 sur le premier échantillon, et $160^{mg},2$ sur le second.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du bromure d'éthylmagnésium sur la N-diéthylmonochloroacétamide.* Note [1] de M. **Sou Phou Ti** [2], présentée par M. Delépine.

Nous avons indiqué que la condensation du bromure d'éthylmagnésium avec la N-diéthylmonochloroacétamide donne naissance à un amino-alcool. Cet amino-alcool, que nous considérions comme le diéthylamino-2-éthyl-2-butanol-1, est en réalité le diéthylamino-1-éthyl-2-butanol-2

$$(C^2H^5)^2N.CH^2.COH(C^2H^5)^2.$$

En effet ce dernier corps s'obtient normalement [3] par l'action de la diéthylamine, en tube scellé à 100°, sur le chloro-1-éthyl-2-butanol-2 $(C^2H^5)^2COH.CH^2Cl$. Or les dérivés solides que fournit cet amino-alcool synthétique (picrate, F. 99°; chloroaurate, F. 66°-67°; chloroplatinate, F. 140°-141°) sont identiques aux dérivés, décrits antérieurement, préparés à partir de l'amino-alcool provenant de la condensation magnésienne.

(1) Séance du 18 mai 1931.

(2) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 943.

(3) Susskind, *Ber. d. deut. chem. Ges.*, **39**, 1906, p. 226. Paal et Weidenkaff, qui ont obtenu cet aminoalcool en condensant le bromure d'éthylmagnésium avec le diéthylaminoacétate d'éthyle, indiquent 130°-132° comme point de fusion du chloroplatinate (*Ber. d. deut. chem. Ges.*, **39**, 1906, p. 811).

Il y a donc dans cette condensation une curieuse transposition ; on pourrait l'expliquer simplement en admettant que la fonction amide de la N-diéthylmonochloroacétamide soit transformée par le bromure d'éthylmagnésium en fonction alcool tertiaire ; la diéthylamine, éliminée sous forme de complexe bromomagnésien, réagirait dans une seconde phase sur la chlorhydrine ainsi formée.

Cette interprétation est contredite par les faits suivants : 1° on n'a jamais observé jusqu'ici la transformation d'une fonction N-dialcoylamide en fonction alcool tertiaire sous l'influence des réactifs de Grignard ; 2° la réaction d'une base sur une chlorhydrine α à fonction alcool tertiaire n'est obtenue généralement que par un long chauffage à température assez élevée. Le mécanisme que nous allons indiquer nous paraît plus vraisemblable. Dans un premier stade il y aurait addition normale d'une molécule d'organomagnésien sur le carbonyle de l'amide, suivie de l'élimination de chlorobromure de magnésium, avec formation d'un corps à fonction oxyde d'éthylène :

$$\text{(I)}\quad CH^2Cl.CO.N(C^2H^5)^2 + C^2H^5.MgBr \rightarrow CH^2Cl-\underset{\underset{OMgBr}{|}}{\overset{\overset{C^2H^5}{|}}{C}}-N(C^2H^5)^2 \rightarrow MgBrCl + \underbrace{CH^2-C}_{O}(C^2H^5)-N(C^2H^5)^2.$$

Sous l'influence de l'excès de réactif magnésien l'oxyde de diéthyléthylène dissymétrique prendrait naissance dans une seconde phase, tandis que le reste diéthylamino s'éliminerait sous forme de complexe bromomagnésien :

$$\text{(II)}\quad \underbrace{CH^2-C}_{O}(C^2H^5)-N(C^2H^5)^2 + C^2H^5.MgBr \rightarrow \underbrace{CH^2-C}_{O}(C^2H^5)^2 + (C^2H^5)^2NMgBr.$$

Enfin les deux corps ainsi formés, réagissant l'un sur l'autre, donneraient, après hydrolyse, le diéthylamino-1-éthyl-2-butanol-2 :

$$\text{(III)}\quad (C^2H^5)^2\underbrace{C-CH^2}_{O} + (C^2H^5)^2NMgBr \rightarrow (C^2H^5)^2\underset{\underset{OMgBr}{|}}{C}-CH^2N(C^2H^5)^2 \rightarrow (C^2H^5)^2COH.CH^2.N(C^2H^5)^2.$$

Cet amino-alcool fournit un phényluréthane fondant à 78°, et, par l'action

du chlorure et de l'anhydride acétique, un acétate ([1]) bouillant à 97-98° sous 13^{mm} (picrate, F. 130-131°). Le diéthylamino-1-éthyl-2-butanol-2 est aisément déshydraté à froid par le chlorure de thionyle ou le pentachlorure de phosphore, en solution dans le chloroforme anhydre, et même par l'acide bromhydrique à 48 pour 100 dès la température ordinaire. Deux bases éthyléniques isomères sont possibles suivant le sens de la déshydratation

$$(C^2H^5)^2N.CH^2.COH(C^2H^5)^2 \begin{cases} \nearrow (C^2H^5)^2N.CH{=}C(C^2H^5)^2 \\ \searrow (C^2H^5)^2N.CH^2C{=}CH.CH^3 \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad C^2H^5 \end{cases}$$

La première de ces bases n'est pas stable et se dédouble en diéthylamine et en diéthylacétaldéhyde bouillant à 114-115° qu'on identifie par sa semicarbazone, 65°.

Ce dédoublement s'opère lentement en solution aqueuse bromhydrique ou chlorhydrique dès la température ordinaire; il se fait immédiatement lorsqu'on essaie de libérer la base de son sel halogéné par le bicarbonate de potassium.

Seul le diéthylamino-1-éthyl-2-butène-2 est stable; il est identique à la base éthylénique $C^{10}H^{21}N$, bouillant à 169° sous la pression ordinaire (picrate, F. 74°; chloroplatinate, F. 142°-143°; chloroaurate, F. 100°-102°), qui accompagne l'amino-alcool dans la condensation magnésienne; il se forme en quantité prédominante dans l'action du chlorure de thionyle sur l'amino-alcool. L'oxydation, la fixation du brome et l'hydrogénation catalytique, quoique anormale, confirment la constitution de cette base éthylénique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de quelques dérivés des acides arylacétique et β-arylpropionique*. Note ([2]) de M. **J. Hoch**, présentée par M. Delépine.

Au cours d'une étude sur les relations entre l'absorption dans l'ultraviolet des substances organiques et leurs configurations dans l'espace ([3]) nous avons été amené à préparer à l'état aussi pur que possible et exempts d'isomères un certain nombre de dérivés méthylés dans le noyau de l'acide

([1]) Dans la Note précédente, nous avons décrit ce corps comme étant l'acétate de diéthylamino-2-éthyl-2-butyle.

([2]) Séance du 26 mai 1931.

([3]) Mme Ramart et J. Hoch, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 100.

phénylacétique et β-phénylpropionique. Un certain nombre de ces produits avaient déjà été préparés, mais par des méthodes pénibles et avec des rendements souvent médiocres.

D'une façon générale nous avons préparé tous ces composés avec de très bons rendements en traitant les dérivés arylés du chlore ou bromméthane, par du cyanure de potassium, pour les dérivés des acides arylacétiques et saponifiant le nitrile obtenu par la potasse alcoolique,

$$\text{I.}\quad Ar.CH^2X \xrightarrow{KCN} ArCH^2.CN \xrightarrow{KOH} Ar.CH^2.COOH.[X = Cl.\text{ou } Br]$$

$$Ar = p\text{-}CH^3.C^6H^4—,\ o\text{-}CH^3.C^6H^4—,$$

$$(CH^3)^2.C^6H^3—(1-2,4),\ (CH^3)^3.C^6H^2—(1-2,4,6),$$

Les acides β-arylpropioniques ont été obtenus par condensation des mêmes halogénures avec le malonate d'éthyle sodé, saponification des éthers ainsi obtenus et distillation des acides maloniques.

$$\text{II.}\quad Ar.CH^2X \xrightarrow{Na.CH(COOC^2H^5)^2} Ar.CH^2.CH(COOC^2H^5)^2$$

$$\xrightarrow{KOH} Ar.CH^2.CH(COOH)^2 \rightarrow Ar.CH^2.CH^2.COOH.$$

Nous avons dû faire exception pour la préparation de l'acide β (*p*-tolyl) propionique qui a été préparé par la méthode I à partir du bromure de β(*p*-tolyl) éthyle $CH^3.C^6H^4.CH^2.CH^2Br$. Ce même bromure nous fournit l'acide γ(*p*-tolyl) butyrique par la méthode II.

Ces réactions sont classiques et donnent d'excellents résultats, mais la difficulté principale était d'obtenir les halogénures à l'état pur exempts d'isomères.

Dans la présente Note j'indique, parmi les méthodes que j'ai expérimentées, celles qui m'ont permis d'obtenir les halogénures à l'état pur et je décrirai les substances que j'ai préparées et qui, à ma connaissance, n'avaient pas encore été signalées.

Les chlorures des 2.4-diméthylbenzyle et 2.4.6-triméthylbenzyle (1) s'obtiennent aisément à l'état pur par la méthode de Sommelet (1). (Action de $ClCH^2.O.C^2H^5$ sur le *m*-xylène ou le mésitylène en présence de $SnCl^4$.) Il est à remarquer que si l'on veut préparer par la même méthode le chlorure de *p*-méthylbenzyle on obtient sans doute un mélange de dérivés *o* et *p*, car l'acide *p*-tolylacétique, que j'ai préparé à partir du chlorure ainsi obtenu, est très difficile à purifier et il est impossible d'obtenir de l'acide β (*p*-tolyl) propionique pur.

(1) Sommelet (*Comptes rendus*, 157, 1913, p. 1443) a bien appliqué sa méthode sur le mésitylène, mais ne décrit point le produit obtenu. Nous avons obtenu 60 pour 100 de rendement en 2.4.6-triméthyle chlorure de benzyle.

Le bromure d'o-méthylbenzyle a été obtenu en traitant par HBr (D = 1,48) l'oxyde d'éthyle et d'o-méthylbenzyle [lui-même obtenu par action de $ClCH^2.O.C^2H^5$ sur le chlorure de benzylmagnésium (¹)]

$$C^6H^4\begin{matrix}\diagup CH^3 & (1)\\ \diagdown CH^2.O.C^2H^5 & (2)\end{matrix} + 2HBr = C^6H^4\begin{matrix}\diagup CH^3 & (1)\\ \diagdown CH^2Br & (2)\end{matrix} + C^2H^5Br + H^2O.$$

Le bromure β p-tolyléthyle a été préparé par une méthode analogue à la précédente. L'oxyde d'éthyle et de β *p*-tolyléthyle initial a été obtenu par condensation de l'oxyde d'éthyle β monobromé (²) avec le bromure de *p*-tolylmagnésium au sein du xylène bouillant.

$$CH^3.C^6H^4\boxed{MgBr + Br}CH^2.CH^2.O.C^2H^5 = CH^3.C^6H^4.CH^2.CH^2.O.C^2H^5 + MgBr^2.$$

Quant aux détails de ces préparations il n'y a rien de particulier à ajouter. Il est à signaler cependant que la saponification du 2.4-diméthyl et surtout celle du 2.4.6-triméthylcyanure de benzyle est très difficile. Elle exige au moins 40 heures de chauffage au bain de sable avec un grand excès d'une solution alcoolique saturée de KOH.

Au cours de ce travail j'ai préparé un certain nombre de produits qui à ma connaissance n'ont pas encore été signalés jusqu'à ce jour. Ces produits possèdent les constantes suivantes :

2.4.6-triméthyl chlorure de benzyle (P. E. 119° sous 15^{mm}) cristallisé dans l'alcool, fond à 37°.

2.4-diméthylcyanure de benzyle (P. E. 146° sous 19^{mm}).

2.4.6-triméthylcyanure de benzyle (P. E. 150-155° sous 15^{mm}) cristallisé dans la ligroïne, fond à 79°.

Oxyde d'éthyle et de β (*p*-tolyl) éthyle (P. E. 105° sous 14^{mm}).

Acide β (2.4.6-triméthylphényl) propionique cristallisé dans l'éther-ligroïne, fond à 113°

o-xylylmalonate d'éthyle (P. E. 180-182° sous 15^{mm}).

2.4-diméthylbenzyle malonate d'éthyle (P. E. 186-188° sous 13^{mm}).

2.4.6-triméthylbenzyle malonate d'éthyle (P. E. 195-197° sous 15^{mm}), cristallisé dans l'éther de pétrole, fond à 36°.

β (*p*-tolyl) éthylmalonate d'éthyle (P. E. 192-194° sous 17^{mm}).

(¹) Voir Bayer, D. R. P. 154658 et 156653.

(²) Préparé d'après Schmidt, *Liebigs Annalen*, 337, 1930, p. 60

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les aldéhydes α.β-éthyléniques à chaîne linéaire.* Note de M. **Raymond Delaby** et de Mme **S. Guillot-Allègre**, présentée par M. A. Béhal.

Il n'existe jusqu'ici, pour préparer les aldéhydes non saturés de formule générale R — CH = CH — CHO, que des procédés particuliers applicables seulement aux premiers termes, acroléine, aldéhyde crotonique, et qu'on ne peut étendre aux homologues supérieurs. La propylacroléine a été toutefois extraite par Curtius et Franzen ([1]) du produit de la distillation aqueuse des feuilles fraîches d'un grand nombre de plantes vertes. Enfin, l'un de nous ([2]) a antérieurement obtenu l'éthylacroléine, par oxydation ménagée de l'alcool primaire correspondant, qui provenait lui-même des produits de pyrolyse des esters formiques de l'éthylglycérol synthétique. Mais, en raison du nombre et de la complexité des réactions mises en jeu, ce dernier procédé ne pouvait constituer qu'un mode de formation de l'éthylacroléine, et il fallait renoncer à préparer d'une manière pratique par cette méthode, les autres alcoylacroléines, à partir des alcoylglycérols correspondants.

Plus récemment, différents auteurs ([3]) ont montré que l'estérification des vinylalcoylcarbinols est accompagnée d'une isomérisation partielle ou totale en alcools β-alcoylallyliques. Bouis, en particulier, a indiqué que par le tribromure de phosphore, on obtenait exclusivement les bromures de β-alcoylallyle, et qu'il suffisait d'acétyler et de saponifier pour obtenir les alcools correspondants avec de très bons rendements.

Ces alcools devenant ainsi désormais facilement accessibles, il ne restait plus, pour passer aux aldéhydes, qu'à mettre au point une méthode d'oxydation qui respectât la liaison éthylénique. Les résultats négatifs ou peu encourageants obtenus antérieurement dans les essais de déshydrogénation et d'oxydation catalytiques des vinylalcoylcarbinols ([4]) nous ont incités à nous tourner plutôt vers les méthodes chimiques, et à tenter de perfectionner le procédé d'oxydation sulfochromique qui permît à l'un de

---

([1]) T. Curtius et H. Franzen, *Lieb. Ann.*, 390, 1912, p. 89.

([2]) R. Delaby, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1898.

([3]) J. Baudrenghien, *Bull. Soc. chim. Belg.*, 31, 1922, p. 160, et 32, 1923, p. 337. — R. Delaby, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 722. — M. Bouis, *Ann. Chim.*, 10e série, 9, 1928, p. 410. — C. Prévost, *Ann. Chim.*, 10e série, 10, 1928, p. 124 et 147.

nous d'obtenir l'éthylacroléine ([1]). Dans ce travail, l'oxydation de l'alcool β-éthylallylique se faisait à chaud (60-70°), lentement (en 2 heures pour 5g d'alcool) et en milieu sulfochromique dilué (2 pour 100 environ), le mélange oxydant n'étant ajouté que peu à peu et en quantité totale théorique. Malgré ces précautions, tout l'alcool était oxydé, et le rendement ne dépassait pas 30 pour 100. En faisant varier les conditions d'oxydation, nous avons constaté qu'on pouvait obtenir le même résultat, avec des rendements notablement plus élevés, en opérant au contraire à basse température et rapidement, mais en milieu sulfochromique très concentré, ajouté d'un coup en grand excès.

Par exemple, on verse en une seule fois 25g d'alcool β-propylallylique dans le mélange sulfochromique (62g de bichromate de potassium, 62g d'acide sulfurique à 66° B., 600^{cm^3} d'eau) refroidi dans la glace à + 5°. On agite vigoureusement. La température s'élève d'abord, atteint en une minute 18° environ, puis commence à s'abaisser. L'oxydation est alors terminée. Il ne reste qu'à extraire l'aldéhyde par épuisement à l'éther. Le rendement atteint 50 pour 100 et l'aldéhyde obtenu ne contient que des traces d'alcool non oxydé et d'acide.

Si l'on opère de la même manière, mais la température initiale étant de 10-12°, le rendement diminue (30 pour 100), l'aldéhyde étant accompagné de quantités notables d'alcool et d'acide. De plus, dans ce cas, la réaction est troublée par la précipitation d'un produit insoluble, visqueux, qui semble être un composé complexe de sesquioxyde de chrome et de dérivés de l'aldéhyde, et dont la présence gêne considérablement l'extraction à l'éther.

Par ce procédé, nous avons préparé les *β-éthyl-*, *propyl-*, *butyl- et isoamyl-acroléines*. Ces composés sont relativement stables. Ils distillent sans décomposition à la pression atmosphérique ; on n'observe pas de polymérisations du genre de celles de l'acroléine. Ce sont des liquides incolores, à odeur particulière, très pénétrante, légèrement suffocante pour les homologues propylé et éthylé (ce dernier surtout). Ils réduisent à froid le nitrate d'argent ammoniacal, agissent comme l'acroléine sur le réactif de Schiff (coloration immédiate pourpre, devenant bleu indigo à chaud ou lentement à froid). Ils donnent difficilement des combinaisons bisulfitiques, mais fournissent des semicarbazones et des *p*-nitrophénylhydrazones bien cristallisées qui permettent de les caractériser.

([1]) R. Delaby et J.-M. Dumoulin, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1277, et R. Delaby, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 140.

	Eb.	D.	n_D.	R. M. trouv.	R. M. calc.	F. corrigé de semi-carbazone.	F. corrigé de p-nitro-phényl-hydrazone.	F. corrigé de acide corres-pondant.
β-éthylacroléine......	125°	$D_4^{21} = 0,860$	1,4351 à 21°	25,5	24,9	180°	115°	vers + 4°
β-propylacroléine....	150-152°	$D_4^{21} = 0,861$	1,4390 à 21°	30,0	29,5	175-176°	139°	33°
β-butylacroléine......	165-167°	$D_4^{17} = 0,864$	1,4468 à 17°	34,7	34,1	169°	154°	»
β-isoamylacroléine...	76-79°/13mm	$D_4^{17} = 0,871$	»	»	»	179°	152-156°	»

Ce dernier aldéhyde est un mélange, puisqu'il a été obtenu à partir de l'alcool amylique de fermentation. Les constantes ci-dessus s'accordent avec celles de Delaby pour l'éthylacroléine, et celles de Curtius et Franzen pour la propylacroléine, cet *aldéhyde des feuilles*, dont la synthèse est ainsi réalisée pour la première fois.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la trombe du 24 juillet 1930 dans le territoire de Treviso-Udine.* Note (¹) de M. **Agostino Puppo.**

La trombe objet de cette Note a certainement été, pour sa longueur, sa violence, la multiplicité de ses manifestations, et aussi pour le nombre de victimes et proportion de dégâts, une des plus considérables et intéressantes que l'on ait observées en Europe. Nous avons pu, grâce à la situation de cet Observatoire, tout près de la trajectoire du météore, étudier le phénomène dans ses détails. Les conclusions auxquelles nous sommes arrivé, et qui seront l'objet d'un Mémoire particulier, peuvent être ainsi résumées :

La trombe eut origine à 13h15m à la réunion de deux orages, l'un provenant du Sud-Ouest, l'autre du Nord-Ouest, orages qui se formèrent pendant le déplacement vers le Nord-Est de la dépression qui occupait l'Italie septentrionale le 24 juillet. La trombe appartint au bord sud du cu-ni : ce fait est prouvé soit par les observations directes, soit par la distribution des précipitations, car, tandis qu'à gauche (N) la pluie eut une extension de plusieurs kilomètres et la grêle tomba en maints points, à droite (S), la pluie manqua presque complètement et l'on n'eut aucun cas de chute de grêle.

La zone ravagée par la trombe a une longueur de 80km, avec origine à Castel di Godego (31km nord-est de Vicenza) et fin à Le Grave del Torrente

(¹) Séance du 26 mai 1931.

Cellina (38^{km} ouest de Udine). Pendant son parcours la trombe abandonna deux fois le sol : on a ainsi deux solutions de continuité dans l'œuvre de destruction, de 9^{km} de longueur dans l'ensemble. La direction de la trace de la trombe est WSW-ENE (azimut 239°). Les variations de direction de la trace montrent que la trombe déviait vers le Nord-Est (gauche) lorsque sa violence s'affaiblissait, ou que son extrémité inférieure abandonnait le terrain : en d'autres termes il paraîtrait que les déviations étaient en relation avec le frottement au sol. On observa en fait une déviation de 25° aux haussements du pied du météore, et de 6° dans la dernière partie, où la violence était bien affaiblie.

La vitesse de translation de la trombe, déterminée sur la base de 10 observations, était de 16 m/s ; la manifestation dura au total 1 heure 24 minutes à peu près. La largeur moyenne de la trace est de 410^{m} (max. 750^{m}, min. 30^{m}). La forme de la trombe subit de continuelles transformations : en général elle eut l'apparence d'un cône renversé très aplati. La chemise de condensation n'était nettement visible que bien rarement, à cause d'une dense couche de vapeurs qui l'enveloppait. La hauteur de la colonne aurait été, selon le petit nombre d'informations que l'on a pu avoir à ce propos, de 800^{m} environ.

Simultanément à la trombe principale l'on observa souvent d'autres trombes plus petites, dont les traces se confondirent fréquemment avec celle de la première : ces trombes secondaires n'eurent qu'une vie très courte, avec quelques centaines de mètres de développement. Le sens de rotation de la trombe fut sinistrorsum.

Nous avons pu relever les points de chute d'un certain nombre d'objets transportés par le météore : le champ de chute est situé à gauche de la trace, à une distance variable entre $3^{km},5$ et 16^{km}. Pour un seul objet (un tableau) on a pu déterminer aussi le point de provenance : il revint au sol à 48^{km} du départ.

Les dommages dus à la trombe ont été très remarquables : 712 édifices en maçonnerie frappés, desquels 128 détruits; 78 constructions en bois remarquablement endommagées; 23 grands poteaux en fer de lignes électriques à haute tension abattus. Très remarquables ont été aussi les dommages aux bestiaux et aux plantations. Les arbres se montrèrent lésionnés de façons diverses, savoir : 1° arbres abattus, dont les racines n'étaient soulevées du terrain que d'un seul côté; 2° arbres tordus, présentant, par effet de la torsion, éclats et fendillements longitudinaux, se propageant jusqu'aux racines; 3° arbres déracinés totalement et emportés

au loin; 4° arbres brisés nettement à une certaine hauteur du sol; 5° arbres restés sur pied, mais avec les feuilles complètement arrachées. L'action de la trombe sur les arbres a une analogie parfaite avec celle de la trombe de Monville du 19 août 1845 [Pouillet, *Note sur le Météore de Malaury* (*Comptes rendus*, 1845, p. 545-560); Martins, *Anweisung zur Beobachtung der Windhosen oder Tromben* (*Pogg. Ann.*, 1850, p. 81)].

Quelques personnes furent soulevées par la trombe, et déposées au sol, presque toujours sans blessures, après avoir été transportées à quelques centaines de mètres.

Selon nos calculs, appuyés sur la rupture de poteaux en treillis en fer et sur le soulèvement d'un plafond en béton armé, la vitesse maximum aurait été de 80 m/s à peu près : la vitesse maximum de rotation aurait été ainsi égale à 64 m/s. Nous avons pu observer aussi que la ligne la plus ravagée était éloignée du bord droit (S) de la trace de 1/3 à 1/4 de la largeur de la trace même.

Avec les éléments relevés nous avons donné une représentation schématique du phénomène, en calculant les éléments cinématiques de celui-là. Si nous admettons que le tourbillon soit constitué de deux parties : un noyau central, dans lequel la vitesse est fonction linéaire du rayon (constance de vitesse angulaire), et un manteau extérieur dans lequel la vitesse décroît avec le rayon suivant la loi : $v = cr^{-\lambda}$ (c et λ étant des constantes), nous obtenons dans le cas actuel (espaces en mètres, temps en secondes) : rayon du noyau, 135^{m}; vitesse angulaire dans le noyau, 0,474; $c = 8,3 \times 10^6$; $\lambda = 2,4$. Avec ces données nous avons calculé la valeur de la vitesse et la direction du mouvement aux divers points de la trace en fonction du temps, et nous avons obtenu des résultats qui s'accordent assez bien avec les directions d'abattement (au nombre de 1264) relevées sur le terrain. Dans les hypothèses faites, en un point situé sur la ligne de dommage maximum la vitesse du vent aurait conservé une valeur supérieure à 30 m/s durant 24 secondes seulement.

Enfin, en admettant qu'en chaque point la raréfaction atmosphérique était telle qu'elle équilibrât la réaction centrifuge des filets d'air, la chute de pression maximum aurait été de 37 millibars environ.

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la structure microscopique et l'origine des houilles à coke et des houilles bitumineuses.* Note [1] de M. **A. Duparque**, présentée par M. Ch. Barrois.

Par opposition aux *anthracites* les *houilles proprement dites* forment un ensemble où, d'après la classification technique de Grüner qui correspond bien à leurs caractères pétrographiques, on peut distinguer :

I. Les *houilles à coke*, caractérisées par des teneurs en matières volatiles comprises entre 18 et 26 pour 100 et donnant normalement des cokes durs, sonores et cohérents (cokes métallurgiques) propres à l'usage des hauts fourneaux. Ces houilles appartiennent à deux types pétrographiques d'importances très différentes :

1° La *quasi-totalité des houilles à coke*, originaires de gisements très divers que j'ai étudiées jusqu'ici, provient de la diagénèse de *dépôts végétaux riches en lignine*, normalement dépourvus de spores et de cuticules et assez pauvres en corps résineux. Les tissus ligneux transformés en houille mate fibreuse (*Fusain*) et en houille brillante (*Xylain*, *Xylovitrain*) [2] y existent dans les lits de *houille semi-brillante* (Clarain) à l'état de menus débris enrobés dans une pâte abondante qui forme à elle seule de minces lits de *houille brillante* (Vitrain). C'est dans ce type, comprenant les meilleures houilles à coke, que l'on rencontre en plus grande abondance le Fusain, véritable anthracite ligneux totalement dépourvu de pouvoir cokéfiant.

2° *Un très petit nombre* de houilles contenant de 18 à 26 pour 100 de M. V. dérive de *dépôts riches en cutine* ou de *dépôts mixtes* où les spores et les cuticules voisinent avec des tissus ligneux bien conservés.

II. Les *houilles bitumineuses* caractérisées par des teneurs en M. V. supérieures à 26 pour 100 et comprenant les variétés suivantes :

a. Les *houilles grasses maréchales* (M. V. = 26 à 32 pour 100) propres à l'usage des forges et donnant très souvent dans des fours appropriés de bons cokes métallurgiques.

b. Les *houilles grasses à gaz* (M. V. = 32 à 40 pour 100) cédant à la distillation de fortes proportions de goudrons et de gaz très éclairants, mais laissant pour résidu un coke boursouflé et fragile (coke d'usine à gaz).

c. Les *houilles sèches à longue flamme* (M. V. > 40 pour 100) donnant le

---

[1] Séance du 1er juin 1931.

[2] A. Duparque, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 51, 1926, p. 51.

plus souvent des cokes très fragiles et parfois des résidus pulvérulents, des goudrons très abondants et des gaz très éclairants.

Ces trois catégories de houilles bitumineuses appartiennent toutes à un même type pétrographique et proviennent de *dépôts végétaux riches en cutine* primitivement identiques, mais ayant subi des actions diagénétiques différentes ([1]); dépôts constitués par des accumulations de spores et de cuticules où les corps résineux et les débris de tissus ligneux n'ont joué que des rôles quasi négligeables. Toutes ces substances organisées sont enrobées dans une pâte qui forme parfois à elle seule des lits homogènes de *houille brillante* (Vitrain).

Les spores et les cuticules très nombreuses dans les lits de *houille semi-brillante* (Clarain), où la pâte est abondante, forment presque toute la masse de certains lits de *houille mate* (Durain) où la pâte est au contraire très réduite. Les tissus ligneux assez rares à l'état de *Fusain* sont généralement gélifiés (*Xylain*, *Xylovitrain*).

Dans les trois types de houilles bitumineuses les spores et les cuticules peuvent exister en proportions à peu près égales et présenter des états de fossilisation semblables; caractères qui montrent que les phénomènes d'amaigrissement n'ont pas entraîné forcément une altération des structures organisées.

Les études pétrographiques et paléontologiques des houilles proprement dites dont je viens de résumer les caractères essentiels et les résultats de l'examen microscopique des anthracites rappelés antérieurement ([2]) permettent de tirer les conclusions suivantes :

A. Dans les gisements où se trouvent réunies les différentes variétés de combustibles des actions diagénétiques ont affecté simultanément les deux types de dépôts en respectant les différences inhérentes à leur nature.

Les *accumulations riches en cutine* n'ont normalement subi que des amaigrissements susceptibles de donner naissances *aux différents types de houilles bitumineuses* qui sont toutes des houilles de spores ou de cuticules. Ce n'est qu'exceptionnellement et dans certaines circonstances très spéciales que ces dépôts ont été amenés par des amaigrissements suffisants à l'état de houilles à coke ou d'anthracites d'un type pétrographique particulier facilement reconnaissable en surfaces simplement polies.

Les accumulations riches en lignine ont subi des amaigrissements variables et ont donné des *houilles à coke* et des *anthracites*.

([1]) A. DUPARQUE, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1200.

([2]) A. DUPARQUE, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1257.

Les houilles grasses maréchales et les anthracites représentent donc les deux termes d'amaigrissement normaux des deux types d'accumulations végétales.

B. Dans les gisements anthracitiques où des actions métamorphiques sont venues effacer les différences de composition chimique initiales en affectant plus vigoureusement les houilles de cutine, ces dernières ont donné naissance à *un type pétrographique d'anthracite très différent de celui des anthracites d'origine ligneuse*. Dans tous les cas les phénomènes d'anthracitisation respectent donc, au moins dans une certaine mesure, les caractères distinctifs des dépôts initiaux.

C. Le fait que l'anthacitisation a affecté les tissus ligneux parfaitement conservés du Fusain confirme cette dernière thèse, tandis que la présence simultanée de ce même Fusain dans les houilles bituminsuses, les houilles à coke et les anthracites démontre *que l'amaigrissement a pu affecter les débris végétaux antérieurement à leur dépôt* en vérifiant à nouveau la notion de différenciation précoce des combustibles que j'ai admise antérieurement.

D. *L'abondance relative* dans les houilles à coke d'un élément totalement dépourvu de pouvoir cokéfiant, le *Fusain*, est un fait qui semble bien indiquer que cet élément inerte, mais éminemment poreux, joue néanmoins un certain rôle dans la cokéfaction.

E. La dualité d'origine des houilles à coke dont la plupart dérivent de dépôts riches en lignine, mais dont certaines proviennent d'un amaigrissement accentué de dépôts riches en cutine, *explique pourquoi à égalité de teneurs en matières volatiles deux houilles peuvent réagir différemment à la cokéfaction.*

BOTANIQUE. — *L'origine du fruit dans ses rapports avec la pollinisation chez* Knautia arvensis *Coult*. Note de MM. **P. Lavialle** et **P. Jaeger**, présentée par M. Mangin.

Müller [1] a signalé l'existence de deux catégories de pieds chez *Knautia arvensis*. Les uns, à fleurs hermaphrodites, pourvues d'étamines à long filet et à anthère déhiscente; les autres, à fleurs femelles, dont les étamines avortent, ont un filet court, sont incluses dans le tube corollin, sont indé-

(1) Hermann Müller, *Die Befruchtung der Blumen durch Insekten*, Leipzig, 1873, p. 367.

hiscentes et ne renferment qu'un pollen à grains petits, dont quelques-uns sont plus ou moins difformes.

L'un de nous (¹) a décrit la répartition des étamines dans les fleurs, et celle des fleurs sur les capitules : un même pied porte toujours, uniquement, des capitules de même catégorie, c'est-à-dire de même composition ; mais il existe plusieurs catégories de capitules et par conséquent de pieds : capitules homogènes (fleurs toutes à longues, ou à courtes étamines, ou sans étamines) ; capitules hétérogènes (fleurs à longues et à fleurs courtes étamines, auxquelles s'ajoutent parfois, ou se substituent totalement (ce qui est très rare), des fleurs à étamines mixtes : longues et courtes.

Les individus et les capitules sont donc polymorphes en ce qui concerne la morphologie de l'androcée.

A la suite d'observations répétées, nous avons été amenés à supposer que les fleurs à étamines courtes (étamines avortées de Müller) produisent régulièrement des fruits sans le secours du pollen des fleurs à étamines longues (étamines fertiles de Müller). Nous avons vu, en effet, que les capitules de fleurs à étamines courtes donnent très régulièrement de nombreux akènes, même lorsqu'ils sont éloignés des capitules de fleurs à étamines longues.

Cependant, sachant déjà (²) que les capitules de fleurs à étamines courtes renferment, parfois, une ou plusieurs fleurs à étamines longues et fertiles ; sachant aussi qu'une seule anthère fertile peut assurer la pollinisation du capitule entier, nous avons eu recours à l'expérience suivante :

1° Nous avons choisi des pieds portant, uniquement, des capitules bien homogènes et des fleurs à petites étamines indéhiscentes.

2° Nous avons protégé quelques-uns de ces capitules contre la pollinisation croisée : *a*, en détruisant, dans leur voisinage, tous les pieds à grandes étamines fertiles et déhiscentes ; *b*, en coiffant quelques capitules à l'aide de petits sachets en cellophane, doublés extérieurement de gaze : afin d'éviter, à la fois, les visites des insectes et l'apport de pollen par le vent.

Résultat. — Les capitules ainsi protégés se sont comportés comme les capitules non protégés nés sur les mêmes pieds : en particulier, le flétrissement des corolles, le nombre, le volume et la fertilité des fruits furent normaux, et n'ont permis aucune observation particulière attribuable au manque de pollen.

(¹) P. LAVIALLE, *L'étamine chez* Knautia arvensis. *Polymorphisme des fleurs et des capitules* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 176).

(²) P. LAVIALLE, *loc. cit.*

Deux hypothèses sont donc possibles : 1° les fruits peuvent naître parthénogénétiquement; 2° les étamines à filet court, à anthère indéhiscente, considérées comme stériles par Müller, produisent un pollen capable de participer aux phénomènes sexuels.

MYCOLOGIE. — *Recherches expérimentales sur la formation des périthèces chez les « Neurospora ».* Note [1] de M. **Fernand Moreau** et Mlle **C. Moruzi**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Le problème de la sexualité chez les Champignons supérieurs a revêtu dernièrement une forme nouvelle en quittant le terrain de la cytologie pour celui de l'expérience : en particulier, la découverte par Shear et Dodge [2] de formes dites hétérothalliques chez les *Neurospora* laisse soupçonner que des phénomènes sexuels ont lieu chez ces Ascomycètes à l'origine de leurs périthèces. Confirmant les résultats des recherches cytologiques récentes sur les *Neurospora* qui concluent à l'absence de tels phénomènes à cette place de leur développement [3], les expériences que nous rapportons ici nous font rejeter l'idée d'une copulation à la base du périthèce chez les *Neurospora* réputés hétérothalliques.

Nous utilisons pour nos cultures des tubes en U aux extrémités larges, à la partie médiane plus étroite (voir la figure). Nous y cultivons sur gélose au moût de Maïs deux mycéliums de *Neurospora*; l'un, M, provient de cultures malades de Champignons de couche et fournit des spores du type général des *Monilia*, l'autre, N, est l'une des races de *Neurospora sitophila* originaire des cultures de Dodge.

Séparément, chacun d'eux fournit des sclérotes de petite taille, à l'origine desquels se trouve un ascogone et qui ont la valeur de périthèces avortés [4]. Mis ensemble dans la même culture, en boîte de Petri, ils fournissent des périthèces noirs, pourvus d'un bec, d'asques et d'ascospores.

---

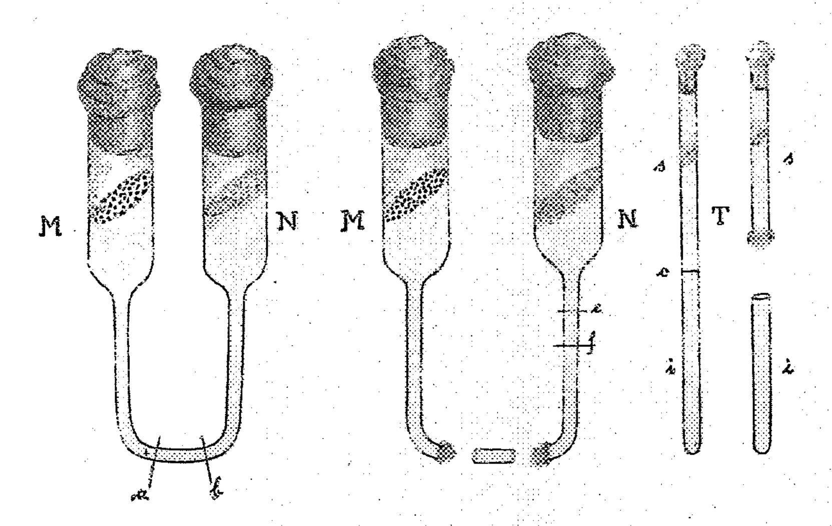
(1) Séance du 1er juin 1931.

(2) C. L. Shear et B. O. Dodge, *Life histories and heterothallism of the red bread-mold fungi of the* Monilia sitophila *group* (*Journ. of agric. research*, 34, 1927. p. 1019-1042).

(3) M. F. et Mme F. Moreau, *Le développement du périthèce chez quelques Ascomycètes* (*Rev. gén. de Bot.*, 42, 1930, p. 65-98).

(4) Mlle C. Moruzi, *Sur une maladie du Champignon de couche causée par un* Monilia (*Bull. Soc. myc. de Fr.*, 46, 1930, p. 143-148).

Nous semons M et N séparément dans chacune des branches de nos tubes en U, que désormais nous désignerons du nom du mycélium que chacune a reçu. Au bout de quelques jours nous voyons se faire dans chacune de petits sclérotes, puis apparaissent dans la branche N des sclérotes plus gros et dans la branche M des périthèces fertiles.



La première explication de ces faits est d'admettre que les deux mycéliums M et N se sont répandus dans toute la culture et se sont mélangés à la faveur de la partie médiane des tubes en U. Pour nous en assurer, nous coupons ces derniers, très rapidement flambés à la surface, dans les régions *a*, *b*. Nous maintenons aseptiquement dans des récipients stériles et en atmosphère humide les parties M et N et la région médiane; les deux premières voient se développer au bout de quelques jours un mycélium et des spores sur la tranche nouvellement faite de leur gélose; la dernière ne donne lieu à aucun développement.

Nous nous sommes assurés qu'il se fait dans les branches M et N un appel du mycélium vers l'extrémité fraîchement coupée et aérée. En effet, un tube T pourvu de gélose est ensemencé à sa surface avec les mycéliums M et N, ensemble ou séparément; lorsque les mycéliums se sont développés à la surface de la culture, on coupe aseptiquement le tube T en *c*, à 3^{cm} au-dessous de la surface de la gélose; on en conserve les deux parties dans des récipients stérilisés et l'on constate au bout de quelques jours que la partie supérieure *s* du tube T montre un mycélium sur la tranche fraîche de sa gélose, tandis que la partie inférieure *i* n'en présente pas.

D'autre part, nous avons vérifié qu'un fragment *ef* de l'une des branches isolées de nos tubes en U, séparé après l'apparition de mycélium à sa partie inférieure, donc

pourvu de filaments mycéliens, et placé dans les conditions où la partie centrale n'a donné lieu à aucun développement, forme en quelques jours un mycélium et des conidies.

Enfin, nous avons observé que les spores qui se forment sur la tranche de la gélose des branches M et N ont des polygones de variation de leur longueur différents, mais qui coïncident avec les polygones de variation de la longueur des spores développées respectivement à la surface primitive de la gélose des mêmes tubes; semées séparément, elles donnent des myceliums stériles; réunies dans une même culture, celle-ci fournit des périthèces.

De ces faits, de l'absence de développement de mycélium sur les surfaces neuves de la gélose de la partie centrale, il résulte que tant que le tube demeure intact et dans des expériences de la durée des nôtres, aucun échange de mycélium ne se fait entre les branches M et N; par suite, nous sommes conduits à considérer que chacun des mycéliums M et N a exercé une influence sur l'autre par l'intermédiaire d'une substance qui a diffusé dans la gélose. L'« hétérothallisme » des *Neurospora* apparaît comme une forme de l'influence qu'exercent l'un sur l'autre deux êtres vivants, il paraît en relation avec la production d'une substance analogue à une harmozone par un mycélium étranger; il est un cas particulier de la biomorphogénèse et la doctrine de l'absence d'une fécondation à la base du périthèce demeure intacte.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude biochimique du genre* Salix. *Un nouveau glucoside hydrolysable par l'émulsine retiré de l'écorce du* Salix purpurea *L., le salipurposide*. Note (¹) de MM. C. Charaux et J. Rabaté, présentée par M. L. Mangin.

La méthode biochimique appliquée à l'étude des rameaux et de l'écorce du *Salix purpurea* L., permet de déceler dans ces organes, à la reprise de la végétation, la présence de saccharose hydrolysable par l'invertine et d'un mélange d'hétérosides, hydrolysables par l'émulsine, dont l'indice de réduction enzymolytique est voisin de 200.

Les hétérosides hydrolysables par l'émulsine sont au nombre de deux : le salicoside, déjà découvert dans ce saule par Leroux en 1830, et un hétéroside nouveau, le salipurposide.

Préparation du salipurposide. — 1^{kg} d'écorce de *Salix purpurea* L. est épuisé à l'alcool bouillant. Les solutions alcooliques d'épuisement sont

(¹) Séance du 1er juin 1931.

séparées ; le résidu est broyé au hachoir et épuisé par de nouvel alcool. Les solutions alcooliques, réunies, sont distillées à sec dans le vide. L'extrait est alors repris par 1 litre d'eau chaude. La solution obtenue, encore tiède, est épuisée à l'éther. Le liquide aqueux, décauté, est mis en lieu frais. Il ne tarde pas à abandonner des cristaux.

Ces cristaux sont recueillis et purifiés par cristallisation dans l'eau puis dans l'alcool à 60° et enfin dans l'eau, en ayant soin de ne pas porter trop longtemps à la température de l'ébullition. Le produit ainsi obtenu est séché à la température ordinaire. C'est le salipurposide. Le rendement est de $1^g,40$ pour 100^g d'écorce fraîche.

Propriétés. — C'est un corps blanc crême en longues aiguilles soyeuses sans odeur ni saveur. Il est très soluble dans l'alcool fort, l'acétone ou l'éther acétique. Il est soluble dans l'eau à 2 pour 100 à l'ébullition. Il est presque insoluble à froid dans ce solvant.

Il est hydraté et perd dans le vide, dans l'appareil de Bouillot 5.69 pour 100 d'eau. Le salipurposide s'altère au-dessus de 100°. Le point de fusion instantané a lieu au bloc Maquenne à + 227°.

Le pouvoir rotatoire du salipurposide en solution dans l'alcool à 95° est de $\alpha_D = -109°,72$ pour le produit hydraté à 4,85 pour 100 d'eau, soit $\alpha_D = -116°,87$ pour le produit anhydre.

Le salipurposide n'est pas azoté. Traité par une solution de soude ou même de carbonate de potasse il se dissout et donne une solution jaune orange intense. Le perchlorure de fer le colore en brun pâle. Le salipurposide n'est pas réducteur. Il est hydrolysé lentement par l'émulsine. L'acide sulfurique à 5 pour 100 l'hydrolyse en deux heures à l'ébullition.

Il se forme pendant l'hydrolyse des cristaux du produit non glucidique de dédoublement. C'est le salipurpol qui a pu être recueilli et pesé. Il se forme 62,44 de salipurpol pour 100^g de salipurposide anhydre.

L'hydrolyse donne 42,5 de sucre pour 100 de salipurposide anhydre.

Le sucre a été obtenu cristallisé : c'est du glucose *d*.

Le salipurpol forme des cristaux blancs très solubles dans l'éther et l'alcool, insolubles dans l'eau. Il fond à + 256°,5.

Il se dissout également dans les alcalis en se colorant en jaune. Il donne avec le perchlorure de fer dilué une coloration rouge violacée intense.

L'analyse élémentaire a donné pour le salipurposide anhydre :

Poids du corps : 0,1779.

$H^2O = 0,0829$; $CO^2 = 0,3787$; H pour 100 = 5,17; C pour 100 = 58,05.

Poids du corps : 0,1390.

$H^2O = 0,0674$; $CO^2 = 0,2856$; H pour 100 = 5,38; C pour 100 = 57,84.

Pour le salipurpol nous avons obtenu :

Poids du corps : 0,2054.

$H^2O = 0,0843$; $CO^2 = 0,4943$; H pour 100 = 4,56; C pour 100 = 65,63.

En se basant sur ces analyses, nous proposons l'équation d'hydrolyse suivante :

$$C^{21}H^{22}O^{10} + H^2O = C^{15}H^{12}O^5 + C^6H^{12}O^6.$$

Salipurposide. Salipurpol. Glucose.

La théorie pour $C^{21}H^{22}O^{10}$ est C pour 100 = 58,06; H pour 100 = 5,07.

La théorie pour $C^{15}H^{12}O^5$ est C pour 100 = 66,17; H pour 100 = 4,41.

Le salipurposide cristallise ainsi avec 1,5 H^2O.

La quantité de glucose théorique fournie par cette équation est de 41,4 pour 100. La quantité de salipurpol théorique est de 62,67.

Ces résultats sont tout à fait voisins de ceux qui ont été trouvés dans l'hydrolyse sulfurique.

L'étude du salipurposide et du salipurpol est actuellement poursuivie.

Après avoir extrait le salipurposide, nous avons pu retirer de l'écorce du *Salix purpurea* L. du salicoside.

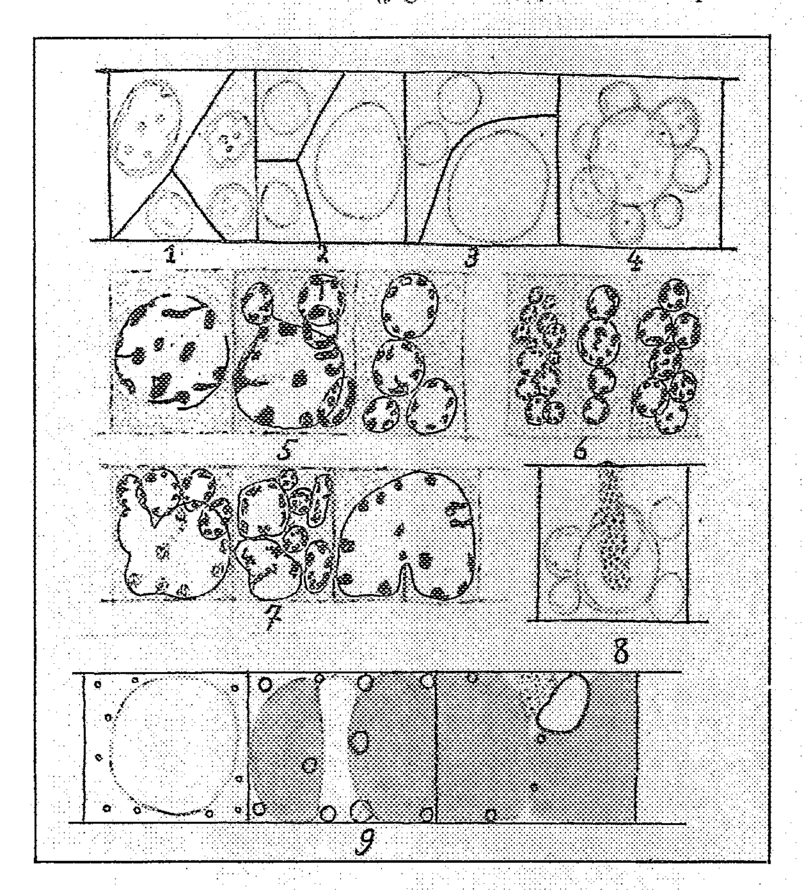
BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur quelques phénomènes tératologiques observés pendant la spermatogénèse des Characées.* Note (¹) de MM. **Pierre Gavaudan** et **Robert Cazalas**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

En poursuivant l'étude, commencée par l'un de nous (²), de l'évolution du vacuome pendant la spermatogénèse des Characées, nous avons rencontré et examiné dans une centaine d'anthéridies de *Chara fœtida* récoltée dans un bassin du Muséum, de nombreux spermatocytes dont les noyaux au lieu de montrer la division indirecte ordinaire, se fragmentaient en 2 à 15 parties. Ce phénomène est évidemment exceptionnel, et c'est la première fois que nous le rencontrons après deux années d'observations sur les filaments anthéridiens de plusieurs espèces de Characées provenant de diverses stations.

(¹) Séance du 4 mai 1931.

(²) P. Gavaudan, *Sur quelques observations vitales concernant l'évolution du vacuome pendant la spermatogénèse des Characées* (*Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1070, et *Le Botaniste*, série XXII, 1931, p. 495-500, pl. XIX).

L'amitose se produit à tous les stades de la spermatogénèse; elle est déjà très visible sur le matériel vivant (*fig.* 1 et 4), et une simple fixation au



Bouin, suivie d'une coloration à l'hématoxyline, permet d'étudier toutes les phases du bourgeonnement et de la fragmentation qui s'effectuent sans modifications de la structure normale du noyau (*fig.* 5, 6 et 7).

La fragmentation n'a pas la même allure dans tous les spermatocytes. Ainsi, les jeunes spermatocytes sont des éléments discoïdes d'environ 12 μ de hauteur sur 10 à 11 μ de diamètre, renfermant un noyau normal de 9 à 10 μ de diamètre qui peut donner jusqu'à une quinzaine de noyaux secondaires de taille très inégale. Parfois, on assiste dans ces cellules à la formation de cloisons supplémentaires qui suit de très près la division du noyau (*fig.* 1 à 3). Il peut se former de la sorte aux dépens d'une unité sexuelle plusieurs spermatocytes secondaires dont la destinée est incertaine, bien qu'ils soient capables de poursuivre assez loin leur différenciation.

Notons que les cloisons qui se forment après l'amitose s'orientent en général parallèlement ou plus ou moins obliquement par rapport au diamètre cellulaire, rarement de façon perpendiculaire.

Dans d'autres cellules plus étroites de 6 à 7 µ de hauteur sur 10 µ de diamètre qui paraissent correspondre à des spermatocytes plus évolués que les précédents (*fig.* 6), le bourgeonnement est aussi très actif. Il s'y produit une véritable pulvérisation du noyau en 12 à 15 fragments; leur numération n'est pas toujours facile car les petites sphères nucléaires restent étroitement accolées et les cloisons supplémentaires apparaissent rarement.

A côté de cette exagération insolite de la multiplication des noyaux dans les filaments anthéridiens, on rencontre de véritables phénomènes de dégénérescence nucléaire qui sont au contraire le reflet de l'impuissance à se diviser dans laquelle se trouvent certains spermatocytes très jeunes. On assiste en effet dans ce dernier cas (*fig.* 9) à un développement dégénératif et hypertrophique du vacuome et de l'ergastome, concomitants à la réduction et à la disparition progressives du noyau qui devient plus réfringent et granuleux. De tels spermatocytes sont évidemment stériles.

Malgré les phénomènes d'amitose et de bourgeonnement, les processus spermatogènes se poursuivent jusqu'à la constitution (inclusivement) de la bande d'épaississement de Guignard, dénommée également bande granuleuse; son apparition marque le début de la spermatogénèse proprement dite, c'est-à-dire de l'apparition du blépharoplaste qui est à peu près du même âge.

Les observations que nous avons faites jusqu'à présent nous montrent qu'il ne se forme dans les spermatocytes plurinucléés qu'une seule bande granuleuse (*fig.* 8). Dans ce cas, la morphogénèse de cet appareil ne paraît pas modifiée par la présence de plusieurs noyaux.

BIOLOGIE AGRICOLE. — *Lignées à fleurs polycarpiques dans un hybride de* Triticum vulgare H. Note[1] de M. E. Miège, présentée par M. Blaringhem.

L'épillet normal des *Triticum*, en dehors des bractées externes, ou glumes, est constitué par un certain nombre de fleurs, entourées chacune de deux glumelles, et formées de trois étamines et d'un ovaire à style bifide et plumeux, donnant naissance à un seul caryopse.

---

[1] Séance du 1er juin 1931.

Dans deux lignées F_8 d'un hybride de *Triticum vulgare* H. (var. *albo-rubrum*, Indian Pearl) × *Triticum vulgare* H. (var. *oasicolum*, Extrême-Sud Algérien), dont j'ai déjà signalé certaines particularités originales [1], [2], j'ai trouvé, en 1929, des épis dont quelques fleurs étaient pourvues de plusieurs ovaires et produisaient plusieurs fruits fertiles.

Ceux-ci, groupés au nombre de deux ou de trois dans les mêmes glumelles, sont distincts et plus ou moins déformés par la compression réciproque qu'ils subissent. Les uns sont plats et arrondis, alors que d'autres sont presque triangulaires, asymétriques, avec une face oblique et l'autre verticale ou légèrement concave; tous ont une texture demi-cornée, un sillon peu profond et étroit, parfois à peine marqué, un embryon semi-elliptique et très sculpté. Les épis qui les renferment présentent tous le faciès du Blé *Tr. oasicolum* et des bractées très adhérentes au rachis.

Dans les fleurs monocarpiques, où le grain unique possède une forme et des dimensions normales, on trouve ordinairement, au voisinage des lodicules, les vestiges très nets de deux autres caryopses avortés, et dans le cas des fruits doubles, les restes de celui qui ne s'est pas développé. Il semble donc que la présence de trois carpelles soit la règle et que l'avortement de l'un ou de deux d'entre eux fournit des grains doubles ou des grains uniques.

Cette particularité se rencontre dans divers épis, sur environ 40 pour 100 des épis d'un même pied et, le plus souvent, simultanément sur cinq à six épillets (de 1 à 12), différemment répartis sur une ou sur deux faces, mais surtout du troisième au huitième. Elle peut exister dans l'une quelconque des fleurs mais, de préférence, dans les médianes et, principalement dans la troisième. Le tableau suivant montre la répartition des grains multiples sur quelques épis des deux lignées considérées.

On peut remarquer que chacun des trois carpelles présente les caractères habituels de l'organe, mais que les styles, dont ils sont tous pourvus, sont fréquemment réduits et déformés et, surtout, qu'à leur groupe ne correspondent que trois étamines (au lieu de neuf), qui ne se singularisent, d'ailleurs, que par une maturité tardive et une déhiscence souvent imparfaite, auxquelles il faut vraisemblablement attribuer l'avortement, simple ou double, dont il vient d'être parlé.

Chaque fleur comprend donc, à l'intérieur des deux glumelles, trois organes femelles, complets et indépendants, et un seul attribut mâle.

---

[1] Em. Miège, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1096.

[2] Em. Miège, *Congrès Intern. de Génétique*, Berlin, 1927, p. 1118.

RÉPARTITION DES FLEURS A OVAIRES MULTIPLES DANS DEUX HYBRIDES DE BLÉS MAROCAINS.

Lignée HF 152-2-*a*.

Plante n° 1 :

Numéro de l'épi.	Première fleur.	Deuxième fleur.	Troisième fleur.	Quatrième fleur.	Cinquième fleur.
1	3	3	7	2	1
2	0	1	2	1	0
3	2	5	2	1	1
4	1	2	1	4	2
5	0	0	0	1	1
	6	11	12	9	5

Plante n° 2 :

Numéro de l'épi.	Première fleur.	Deuxième fleur.	Troisième fleur.	Quatrième fleur.	Cinquième fleur.
1	3	4	0	0	0
2	0	0	1	2	0
3	2	1	0	0	0
4	2	3	3	0	0
5	1	0	1	0	0
	8	8	5	2	0

Lignée HF 152-2-*b*.

Plante n° 1 :

Numéro de l'épi.	Première fleur.	Deuxième fleur.	Troisième fleur.	Quatrième fleur.	Cinquième fleur.
1	0	1	2	0	0
2	0	2	6	1	0
3	0	2	2	4	1
4	1	1	8	1	2
5	0	0	2	0	2
6	1	0	2	1	0
7	1	2	6	8	1
8	1	1	5	8	2
9	2	2	1	0	0
10	0	0	0	0	0
	6	11	34	23	8

En 1929-1930, ces différents grains multiples furent semés séparément, tous furent fertiles et germèrent assez régulièrement, donnant naissance à des plantes normales, dans lesquelles on trouva, selon la ligne considérée, 30,9 et 47,5 pour 100 de grains doubles et 9,3 et 7,3 pour 100 de grains triples, répartis sur la totalité des pieds, et en augmentation sensible sur la proportion observée à la récolte précédente. Un nouveau semis fut effec-

tué, par catégorie, en 1930-1931, et l'examen de quelques plantes au moment de l'épiaison laisse supposer que ce pourcentage sera encore accru à la prochaine récolte.

Alors que les épis à grains uniques prédominent dans certains individus, dans d'autres les inflorescences à grains multiples sont plus nombreuses; toutefois, et dans l'ensemble, ces dernières sont généralement des épis primaires et vigoureux, tandis que les premiers sont moins développés et proviennent de repousses. Pour essayer de déterminer si la prolifération et la multiplicité des fleurs sont en relation avec la vigueur des plantes, la fertilité du sol, et les facteurs de croissance, nous avons entrepris un certain nombre d'essais, dont nous rendrons compte ultérieurement. Mais les faits déjà acquis semblent autoriser à penser qu'il ne sera pas impossible d'accroître encore la proportion des fleurs polycarpiques et de parvenir à obtenir une lignée naturelle dans laquelle elles seront prédominantes, à l'instar de ce que M. Blaringhem a réalisé, par traumatisme avec la variété *Zea mays polysperma* Blar. (1)

ENTOMOLOGIE. — *Sur l'habitat de* Schistocerca gregaria *Forsk et la succession des générations chez cette espèce.* Note (2) de MM. **P. Regnier, L. Lespes** et **C. Rungs.**

Les observations effectuées sur des élevages de *Schistocerca gregaria* Forsk, conduits, au Maroc, sur une grande échelle, ainsi qu'une liaison établie entre l'Administration du Gouvernement Général de l'Afrique Occidentale et celle du Protectorat du Maroc, ont permis des constatations intéressantes en ce qui concerne la répartition géographique de l'espèce dont il s'agit et la succession des générations.

Répartition de S. gregaria. — Les échantillons, capturés au cours de 1930, montrent que sur les territoires de l'Afrique nord-équatoriale, compris entre le méridien de Greenwich et la côte Atlantique, l'habitat de *S. gregaria* doit avoir pour limite méridionale le 12° de latitude Nord. Toutefois, entre ce dernier parallèle et le 21° de latitude Nord, cette dernière espèce se rencontre concurremment avec *Locusta migratorioïdes* R. et F. et *Anacridium mœstum* Serv.

---

(1) L. Blaringhem, *Annales des Sciences naturelles*, 10e série, 6, 1924, p. 291.

(2) Séance du 1er juin 1931.

Dans les limites qui viennent d'être indiquées, *S. gregaria* a été observé aux différents stades de son développement (œuf, larve et adulte).

Les spécimens recueillis depuis le mois d'octobre 1930, en Mauritanie ainsi qu'au Sénégal et au Soudan français, appartenaient soit à la phase *gregaria* typique, soit à des formes *congregans* proches de ce dernier type.

Cycle annuel des générations. — Ainsi que deux d'entre nous l'ont fait observer en une Note précédente (*Comptes rendus*, 191, p. 1082, 1er décembre 1930), l'existence d'une génération d'été a été constatée, chez laquelle le stade adulte débute en été, l'émigration se produit du Nord vers le Sud et pour laquelle la durée d'incubation et la durée larvaire sont plus longues que chez les insectes appartenant à la génération d'hiver émigrant du Sud vers le Nord.

Les élevages qui ont permis de constater ces faits ayant été poursuivis depuis, et des renseignements ayant été recueillis sur les époques critiques du développement de *S. gregaria* sur les territoires situés au sud de l'Anti-Atlas, ainsi que sur deux de la Mauritanie, du Sénégal et du Soudan français, il est possible d'établir certaines comparaisons sur les époques critiques du développement de *S. gregaria* et la durée de ses différents stades.

Ces rapprochements mettent en relief, en ce qui concerne la génération d'hiver, le synchronisme remarquable des époques critiques du développement de *S. gregaria* sous des latitudes et avec des conditions climatériques différentes.

C'est ainsi que, dans nos élevages, des pontes se produisirent à partir du 17 août 1930, les éclosions des larves le 30 août de la même année. Après avoir subi les mêmes changements de coloration que leurs congénères appartenant aux vols d'invasion, les adultes de nos élevages issus de ces pontes posèrent leurs premiers œufs le 21 mars 1931.

Par ailleurs, fin août 1930, il se produisit également des pontes dans le bassin du Moyen Draa, et en septembre des éclosions dans le lit de ce même fleuve [1]. Des pontes furent observées, à la fin d'août 1930, à 200km à l'est-sud-est de Port-Étienne. D'autre part, la présence de larves fut constatée le 17 septembre 1930, à Kiff en Mauritanie (3e stade), le 24 septembre 1930 à Timbreda au Soudan français (5e stade). Enfin, dès octobre 1930, des vols de jeunes adultes, immatures de coloration rose, étaient signalés au sud de l'Anti-Atlas, dans les territoires du Sud marocain et en Mauritanie.

---

(1) D'après des renseignements recueillis auprès des caravaniers.

Au Sénégal et au Soudan français, de jeunes adultes immatures furent capturés dans des vols, de fin septembre à décembre 1930.

Au surplus, pour ce qui a trait à la zone occidentale de l'Afrique nord-équatoriale, les générations obtenues au cours des élevages précités, ainsi que le synchronisme observé, permettent de penser que le cycle annuel des générations chez *S. gregaria*, appartenant au type grégaire et aux formes *congregans* ou *dissocians* proches de ce type, comprend deux générations, l'une estivale et l'autre hivernale.

Le développement de la génération estivale se prolongerait pendant une durée maximum de 6 mois, alors que celui de la génération hivernale comporterait au moins un délai de 10 mois.

D'autre part les insectes appartenant à la génération estivale ne subissent pas, contrairement à ce qui se produit chez les individus de la génération hivernale, de diapause imaginale et de ce fait ne passent pas par tous les changements de coloration observés chez les insectes de la génération hivernale.

Au surplus la durée de l'incubation, ainsi que celle de la vie larvaire sont notablement plus réduites chez les criquets appartenant à la génération estivale (*loc. cit.*, p. 1083).

Enfin, en ce qui concerne le Maroc, les essaims appartenant à la génération d'été effectuent une migration de retour vers les zones désertiques en direction générale Nord-Sud, alors que les vols de la génération d'hiver effectuent une migration dans le sens Sud-Nord.

PHYSIOLOGIE. — *Un myographe piézo-électrique. Son application à l'analyse de la secousse isométrique des muscles.* Note [1] de M. **A.-M. Monnier**, présentée par M. Lapicque.

Les indications des dynamomètres utilisés jusqu'ici pour l'enregistrement de la secousse musculaire isométrique étaient sujettes à deux principales causes d'erreur : le moment d'inertie élevé et le frottement des pièces mobiles.

Nous avons pu résoudre le problème en faisant appel aux propriétés piézo-électriques du quartz.

Une des armatures de la lame de quartz, laquelle subit la traction

---

[1] Séance du 18 mai 1931.

du muscle, est reliée à une grille d'une lampe bigrille. Les potentiels des batteries qui actionnent cette lampe sont réglés [comme dans le montage de Bugnard et Gley pour l'enregistrement de la pression artérielle ([1])], de manière que le courant de la grille connectée au cristal soit pratiquement nul. Cette grille étant ainsi bien isolée, toute charge recueillie à la surface du quartz porte cette électrode à un potentiel proportionnel à cette charge. En définitive les variations du courant de plaque de la lampe traduisent les variations de la traction qui s'exerce sur le cristal. Ces variations de courant sont amplifiées par un amplificateur dont les étages sont couplés par des circuits (résistances-capacités) dont les constantes de temps sont très grandes par rapport à la durée d'une secousse musculaire.

A la sortie de l'amplificateur est relié un oscillographe cathodique. Cet instrument, tel qu'il a été adapté aux besoins de la Physiologie par Gasser et Erlanger ([2]), possède l'avantage, outre sa fidélité parfaite, de permettre la vision directe de la secousse musculaire. En effet le commutateur tournant qui déclenche le mouvement horizontal du spot commande aussi la stimulation électrique du muscle. A chaque tour, la secousse musculaire apparaît sur l'écran du tube cathodique. En appliquant un film contre ce dernier une photographie peut être obtenue.

La figure schématise les détails essentiels du myographe proprement dit.

Lame et bigrille L sont contenues dans une boîte en laiton B rigidement assemblée, susceptible de coulisser le long d'un montant de pylône vertical (non figuré). La boîte sert d'écran électrique. Une atmosphère sèche y est maintenue afin d'assurer le bon isolement du cristal.

Un des tendons du muscle étudié est relié à la tige d'acier T. D'autre part le muscle est fixé, soit par son autre tendon, soit par l'os sur leqùel il s'insère, à un support solidaire de la base du pylône et placé dans une enceinte humide.

Le quartz, par sa partie supérieure, est suspendu à un couteau situé sur le fléau d'une balance. Le couteau central de celle-ci est placé au sommet de la boîte B. Cette balance joue un double rôle :

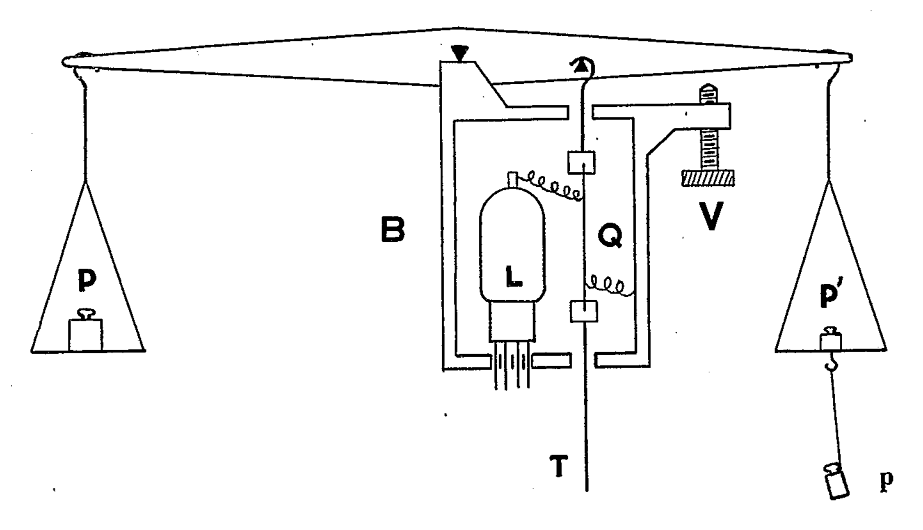
1° *Réglage de la tension initiale du muscle.* — Soient P et P′ les poids dans les plateaux ($P > P'$). On soulève B; le muscle est alors étiré et sa tension croît. Lorsque cette tension est suffisante pour établir l'équilibre du fléau, sa valeur est $3(P - P') - m$; m étant le poids du quartz et des tiges de liaison. On amène alors la vis V au contact du fléau. Ainsi la partie supérieure du quartz est immobilisée et le muscle soumis à une tension initiale connue.

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, 104, 1930, p. 173.
([2]) *Amer. J. of Physiology*, 62, 1922, p. 496.

2° *Étalonnage de l'instrument.* — On remplace le muscle par une tige inextensible, puis on suspend sous le plateau droit à l'aide d'un fil un poids connu p. Si l'on brûle le fil, le cristal est soumis à une surcharge égale à $3p$, qui s'établit sans force vive initiale. Un tel étalonnage permet de traduire les élongations du spot en tensions absolues.

a. Temps perdu : on fait agir par induction le stimulus sur l'amplificateur. L'instant du stimulus s'inscrit alors sur le même tracé sous la forme d'un crochet.

Ce myographe se caractérise par une période propre très petite et un allongement négligeable. L'absence complète d'hystérésis élastique offerte par le cristal permet une inscription de la phase descendante d'une secousse, aussi correcte que celle de la phase ascendante.



b. Le taux de l'amplificateur, qui peut être élevé, permet l'enregistrement de la secousse, de très petits muscles, ou celle d'un très petit nombre de fibres, car nous avons pu obtenir, sans être trop génés par les vibrations extérieures, une élongation de 2^{cm} par gramme.

c. Ce dispositif est donc particulièrement favorable pour permettre d'élucider un fait important qui est resté douteux avec les myographes mécaniques et a été récemment attribué à des frottements de l'appareil (¹), à savoir qu'entre les deux phases de la secousse (contraction et relaxation) existe une discontinuité, qui était d'abord apparue sous la forme d'un angle. Une telle cause d'erreur ne peut être objectée aux graphiques que fournira

(¹) S. Cooper et J. C. Eccles, *Journ. of Physiol.*, 3, 1930, p. 69.

notre appareil, s'ils montrent cet angle; mais même dans le cas où la discontinuité serait masquée par une courbe de raccordement: La dérivée de la tension musculaire, à l'instant du début de cette courbe de raccordement, doit correspondre un point d'inflexion; il suffit donc de coupler à l'aide d'un transformateur deux étages de l'amplificateur pour que l'oscillographe enregistre fidèlement la dérivée de la courbe de tension musculaire, ou plus exactement la vitesse selon laquelle le muscle se tend et se relâche.

Les constantes de temps des circuits du transformateur doivent être choisies petites par rapport à la durée de la secousse étudiée.

PHYSIOLOGIE. — *Importance et signification de la capacité vitale.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

Depuis Hutchinson (1846) on entend par *capacité vitale* le volume d'air que déplacent les poumons entre l'inspiration la plus profonde et l'expiration la plus complète.

De nombreux observateurs ont montré que cette capacité varie suivant la *taille*. Nous allons établir que, chez toute personne valide, ne souffrant d'aucune maladie respiratoire, *la capacité vitale est une constante individuelle.*

1° *La C. V. est indépendante de la fréquence.* — On mesure la C. V. au spiromètre en la renouvelant huit fois à vitesse croissante. Ainsi :

En 3 minutes 50 secondes on obtient :

3,10 — 3,05 — 2,90 — 2,95 — 2,90 — 3 — 3 — 3,05 litres d'air.

En 3 minutes 27 secondes, on a :

3,02 — 2,96 — 2,87 — 2,93 — 3 — 3,09 — 2,85 et 2,90 litres.

En 2 minutes 52 secondes, on trouve :

3 — 2,90 — 2,70 — 2,80 — 3,05 — 3,05 — 2,95 — 2,88 litres.

Et, enfin, en 2 minutes 32 secondes :

3,10 — 3,12 — 3,13 — 3,19 — 3,11 — 3,17 — 3,15 — 3,15 litres.

Toutes ces valeurs ne présentent que de faibles écarts *autour de* 3 *litres*, constante du sujet examiné (homme de $1^{m},69$ et 70^{kg}). On notera, cependant, que la fréquence des respirations profondes s'étant élevée de 2,08 par

minute à 2, 32, 2,79 et 3,15, la C. V. ne s'est élevée au-dessus de 3 litres qu'à la plus haute fréquence.

2° *La C. V. bénéficie légèrement de l'expiration rapide.* — Précisons le fait en effectuant l'opération pulmonaire en 15 et 31 secondes. On obtient des C. V. de 3 et 2^{l},56, le corps demeurant droit dans la station debout, et sans être le moins du monde appuyé.

Par conséquent, l'inspiration complète étant pareille, l'expiration vide davantage les poumons quand elle n'est pas trop lente. C'est là une donnée physiologique intéressante, car la C. V. nécessite *un travail* musculaire et nerveux. La contraction expiratoire épuise, semble-t-il, son effet au delà d'une certaine durée. De la plupart des déterminations il résulte que le meilleur effort expiratoire se produit en 20 secondes; il correspond à une contraction tonique optimum. Et, par exemple, les phrases musicales trop lentes sont les moins achevées, les moins bien exprimées. *L'effort* lui-même, dans quelque exercice que ce soit, cesse d'être égal par chute expiratoire avant de l'être par fatigue.

3° *La C. V. est indépendante de l'attitude physique.* — Chose encore plus intéressante, la C. V. ne s'écarte presque pas de 3 litres (3,05 à 3,10 au plus) quand on est *debout* et le corps bien vertical, ou quand celui-ci s'incline sur les talons, sur les orteils. On se rappelle que ce dernier mode de station exalte les combustions et met en jeu la respiration thoracique (d'Arsonval, Gauthier, Amar, en 1920). N'importe; la C. V. n'en est pas modifié; le travail musculaire seul a changé.

Le corps étant *assis*, la C. V. ne varie pas non plus, que l'on s'appuie ou non contre le dossier de la chaise. Sauf le cas où, penché en avant, le corps se voûte. Alors, la C. V. tombe à 2^{l},60, soit une diminution de 13 pour 100. Ainsi, la C. V. ne souffre que des *attitudes vicieuses* qui gênent le mouvement des côtes ou celui du diaphragme. C'est utile à connaître, notamment en hygiène scolaire, la plupart des enfants, surtout les myopes, courbant la poitrine sur le banc pour mieux lire et écrire.

4° *La C. V. est indépendante de la fatigue.* — Ajoutons que l'exercice, non poussé à la limite du surmenage, ne diminue guère la C. V. Celle-ci étant de 3^{l},10 au repos. on a effectué 50 mouvements de flexion et extension des bras, à la cadence de 80 par minute. La C. V., mesurée aussitôt après, fut de 3^{l},07. Donc, pas de modification. Il s'agit réellement d'une *constante individuelle*, dont on expliquera l'intérêt dans l'ordre physiologique et pathologique.

Toutes nos expériences eurent lieu dans une salle à 21°.

PHYSIOLOGIE. — *Nombre et nature des ferments protéolytiques du suc pancréatique.* Note de Mlle E. **Lebreton** et M. F. **Mocoroa**, présentée par M. Roux.

Les travaux de Willstatter, Wäldscmidt Leitz et de leurs collaborateurs ont montré que les extraits glycérinés de pancréas contiennent outre la prokinase 4 ferments protéolytiques : la protéinase, la carboxypolypeptidase, l'aminopolypeptidase et la dipeptidase.

Les 2 premiers sont des ferments tryptiques et attaquent la molécule des protides aux groupes carboxyles électronégatifs. La protéinase *ne peut agir qu'en présence de kinase;* elle attaque la caséine, l'albumine d'œuf, la gélatine, les histones et protamines (pH optimal 8,4). *La carboxypolypeptidase* n'attaque pas les albumines naturelles mais seulement les protamines, la chlorocétyltyrosine, la leucylglycyltyrosine et de façon générale les polypeptides renfermant un groupement carboxyle fortement ionisé. Elle attaque toutes ces substances même en l'absence de kinase, qui ne fait que renforcer son action (pH optimal 7,4).

Les deux autres ferments de l'extrait glycériné sont des ferments éreptiques qui attaquent les molécules aux aminogroupes basiques; l'aminopolypeptidase attaque les polypeptides et notamment la leucylglycylglycine et la leucylglycyltyrosine ; elle n'attaque ni la chloracétyltyrosine, ni les dipeptides (pH optimal = 7,2). La dipeptidase attaque seulement les dipeptides, leucylglycine, alanylglycine, etc. (pH optimal = 8). Ces 2 ferments sont insensibles à la présence de kinase.

Toutes ces spécificités ont été établies après isolement des quatre ferments par des adsorptions nécessaires à l'alumine C_γ et à l'hydroxyde de fer. Willstätter et Waldschmidt Leitz n'ont jamais travaillé systématiquement sur le suc pancréatique et n'en parlent qu'incidemment. Il est évident qu'on ne peut conclure de la présence de ces ferments dans la glande à leur présence dans le suc, d'autant qu'en 1929-1930 Waldschmidt Leitz et Grassmann ont montré que les quatre ferments protéolytiques décrits ci-dessus existent dans *les extraits de tous les organes.*

La question posée est donc la suivante : parmi ces ferments quels sont ceux qui existent dans le suc de sécrétion ? Tous les ferments de la glande pancréatique passent-ils dans la sécrétion externe ?

Nous ne pouvons trouver la réponse à cette question dans les travaux déjà anciens faits sur le suc pancréatique par Delezenne, Schaeffer et Ter-

roine, l'école anglaise, les anciennes méthodes employées trouvant leur critique dans les recherches faites depuis 1920 sous l'impulsion de Willstätter.

Toutes nos recherches ont été faites avec du suc de fistule temporaire recueilli selon les indications de *Delezenne* : sécrétine obtenue par ébullition de la muqueuse intestinale dans l'eau physiologique; récolte aseptique du suc par cathétérisme du canal de *Wirsung*, congélation du suc au fur et à mesure de sa récolte dans des récipients de quartz; conservation à basse température dans un réfrigérateur jusqu'à l'emploi. L'entérokinase pure employée, préparée selon Waldschmidt Leitz ou selon Lindenström-Lang, était rigoureusement exempte de ferments protéolytiques. La chloracétyltyrosine, les tri- et dipeptides employés par nous ont été préparés suivant les techniques d'Emil Fischer. Les expériences ont été réalisées dans les conditions préconisées par Willstätter (courte durée d'action).

On trouvera dans le tableau ci-dessous les résultats d'expériences faites sur trois sucs différents. Les détails expérimentaux seront publiés dans un travail d'ensemble.

Quantité de suc pour chaque expérience : 1^{cm^3}. Le pH est réalisé dans le suc neutralisé à l'aide de tampons appropriés. Les concentrations des substrats sont celles indiquées par Willstätter. La durée d'action est de 1 heure à 30°. L'activation du suc par la kinase est toujours maximale. Dans le cas de la chloracétyltyrosine on dissout la tyrosine libérée dans la soude et l'on titre au microvanslyke. Dans tous les autres cas on titre les acides aminés dans l'alcool à 90°. Tous les résultats sont exprimés en potasse $\frac{N}{5}$.

Numéros des sucs pancréatiques.	Caseine (pH = 8,4).	Scombrine (pH = 7,4).	Chloracétyl-tyrosine (pH = 7,4).	Leucyl-diglycine (pH = 7,2).	Leucylglycine ou alanylglycine (pH = 8).
1 non kinasé	0,00	1,57	0,42	0	0
1 kinasé	0,60	2,77	0,64	0	0
3 non kinasé	0,00	1,17	0,37	0	0
3 kinasé	0,55	2,40	0,57	0	0
7 non kinasé	0,00	–	–	0	0
7 kinasé	0,65	–	–	0	0

Pour les tri- et dipeptides les résultats sont négatifs même après 24 heures d'action.

De nombreuses expériences du type de celles données ci-dessus en exemple nous ont conduits aux conclusions suivantes :

1° Ainsi que l'avait vu Delezenne le suc pancréatique correctement recueilli est *absolument inactif* sur l'albumine d'œuf, la gélatine, la caséine, même quand il a été conservé 2 à 3 mois à — 2° dans du quartz. Il attaque

ces 3 substrats si on l'active par la kinase pure (30 minutes à 30°) ou par le chlorure de calcium. Il contient donc une *prokinase* et une *protéinase inactive* (Delezenne).

2° Le suc attaque directement la scombrine, la clupéine, la chloracétyl-tyrosine; toutes conditions égales d'ailleurs, la kinase ne fait que renforcer cette action. Le suc renferme donc une *carboxypolypeptidase directement active*.

3° Le suc pancréatique est toujours inactif vis-à-vis des polypeptides et des dipeptides dont le dédoublement caractérise la présence des ferments éreptiques. Il ne contient donc *ni aminopolypeptidase ni dipeptidase*.

En résumé : Le suc pancréatique de sécrétion ne contient, outre la prokinase, que des *ferments tryptiques :* protéinase inactive et carboxylopeptidase directement active. Les ferments éreptiques qu'on trouve dans les macérations glycérinées de pancréas sont endocellulaires, et ne passent pas normalement dans le suc.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Inhibition spécifique de la fermentation alcoolique des cellules de levures sans arrêt ni de la respiration, ni de la réaction de Pasteur-Meyerhof, ni de la croissance.* Note [1] de MM. **J. Cayrol** et **L. Genevois**, présentée par M. Molliard.

Einar Lundsgaard [2] a découvert, en 1930, que l'acide monoiodacétique, à des doses de 50^{mg} par litre, a la propriété d'arrêter complètement la fermentation alcoolique des levures, sans inhiber sensiblement la respiration.

Son expérience démontre que le métabolisme de fermentation est, même chez la levure, complètement indépendant du métabolisme d'oxydation : la fermentation et la respiration sont donc deux phénomènes entièrement distincts, susceptibles de varier entre de très larges limites indépendamment l'un de l'autre : KCN peut inhiber totalement la respiration sans agir sur l'intensité propre de fermentation ; les acides acétiques halogénés inhibent totalement la fermentation sans faire varier l'intensité respiratoire, le facteur Z (Euler et Swartz, 1924) double ou triple l'intensité de fermentation sans toucher à la respiration. C'est la démonstration de la thèse soutenue depuis 1928 [3] par l'un de nous.

---

[1] Séance du 1er juin 1931.

[2] *Biochemische Zeitschrift*, **220**, 1930, p. 1.

[3] *Revue générale de Botanique*, **40**, 1928, p. 53 ; *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1338 ; *Métabolisme et fonctions des cellules*, Paris, Masson, 1931.

Nous avons cherché à rendre l'expérience de Lundsgaard plus frappante encore, en montrant que l'inhibition de la fermentation était complètement différente de l'action d'un corps toxique ou d'un antiseptique; pour cela, nous avons cherché à démontrer deux points :

1° Des levures typiques peuvent se développer en milieu sucré, aérobie, en l'absence de toute fermentation, quantitativement avec une vitesse du même ordre que les levures témoins à forte fermentation. La levure peut donc opérer sa croissance aux dépens de sa seule respiration, comme n'importe quelle autre cellule végétale aérobie stricte, où l'intensité de fermentation est très faible devant l'intensité respiratoire.

2° Les levures peuvent se développer encore aux dépens de matières non sucrées, telles que le lactate de soude, en aérobiose, aussi vite qu'aux dépens du sucre, et cela toute fermentation inhibée : il est convenu d'appeler réaction de Pasteur-Meyerhof, cette réaction de synthèse des glucides aux dépens des produits de la fermentation cellulaire; l'expérience montre donc que cette réaction de Pasteur-Meyerhof est indépendante de la fermentation; les corps qui inhibent la fermentation n'inhibent point la retransformation en glucides du lactate de sodium.

Nous avons réalisé ces deux démonstrations, non pas avec l'acide monoiodacétique, sensiblement toxique, surtout en anaérobiose, d'après Lundsgaard, mais avec l'acide monobromacétique, plus actif et non toxique.

A la dose de $\frac{1}{10000}$ de molécule par litre (14^{mg} par litre) ce corps inhibe d'une matière complète, chez la plupart des levures, la fermentation, sans inhiber ni la respiration, ni la croissance, ni la réaction de Pasteur-Meyerhof.

Lorsque les levures ont été en contact un petit nombre d'heures avec l'acide monobromacétique, en aérobiose ou en anaérobiose, l'inhibition est réversible : après centrifugation et lavage, les levures reprennent leur intensité de fermentation caractéristique. Lorsque les levures se sont multipliées 48 ou 72 heures, en présence d'acide monobromacétique, que la masse de cellules obtenues représente de 20 à 50 fois la quantité ensemencée, l'inhibition de la fermentation est irréversible : même centrifugées et lavées plusieurs fois, ces cellules sont devenues incapables de former de l'alcool et du CO^2. Il ne s'agit pas de la substitution de levures mycodermiques, dont l'intensité de fermentation anaérobie n'est d'ailleurs jamais nulle, à des levures vraies; en effet, si l'on cultive en aérobiose ces cellules de levures sans fermentation, en milieu dépourvu d'acide monobromacétique, on

retrouve, dès que les cellules se sont suffisamment multipliées, l'intensité de fermentation des levures primitives, et les caractères morphologiques de ces levures.

Les expériences de culture ont été faites avec trois techniques différentes :

1° Culture sur agar saccharosé. La croissance est qualitativement la même avec ou sans acide monobromacétique (50 mg/litre) pour un grand nombre de microorganismes (levures de vin, de bière, mycoderme, Toula, Mucor, *Aspergillus*, *Penicillium*).

2° Cultures quasi aérobie en fiole d'Erlenmeyer (5^{mm} de profondeur de liquide); la croissance est quantitativement la même, sur sucre et sur lactate de soude, avec ou sans acide monobromacétique à N 10^{-4}.

3° Cultures franchement aérobies, sur un courant d'air, dans des fioles tubulées. Dans ces conditions, il y a une sensible différence entre les cultures sur acide monobromacétique et les cultures témoins, mais cette différence est faible par rapport à l'énorme accroissement de la masse des cellules.

Voici une expérience avec une levure haute typique :

	Masse des cellules.	I_{O^2}.	$F_{CO^2}^{O^2}$.	$F_{CO^2}^{CO^2}$ (28°).
Avant l'expérience	100	−20	+183	+222
Après 48 heures de culture à 20° sur moût de bière en courant d'air	3600	−19,5	+144	+197
Id, + 10^{-4} HCH^2BrCO^2H	2480	−18	0	0

SPECTROCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le spectre de fluorescence de la protochlorophylle.* Note [1] de M. **Ch. Dhéré**, présentée par M. L. Lapicque.

La protochlorophylle, sur laquelle Monteverde et Lubimenko [2] avaient publié des observations fort intéressantes, a été étudiée récemment, avec grand soin au point de vue chimique, par Kurt Noack [4]. D'après cet auteur, la protochlorophylle, comme son nom l'exprime, serait l'antécédent biologique dans la formation de la chlorophylle. S'il en est bien ainsi, on comprend toute l'importance qu'il peut y avoir à mieux connaître les propriétés de ce pigment et notamment sa fluorescence qui joue sans

(1) Séance du 1er juin 1931.

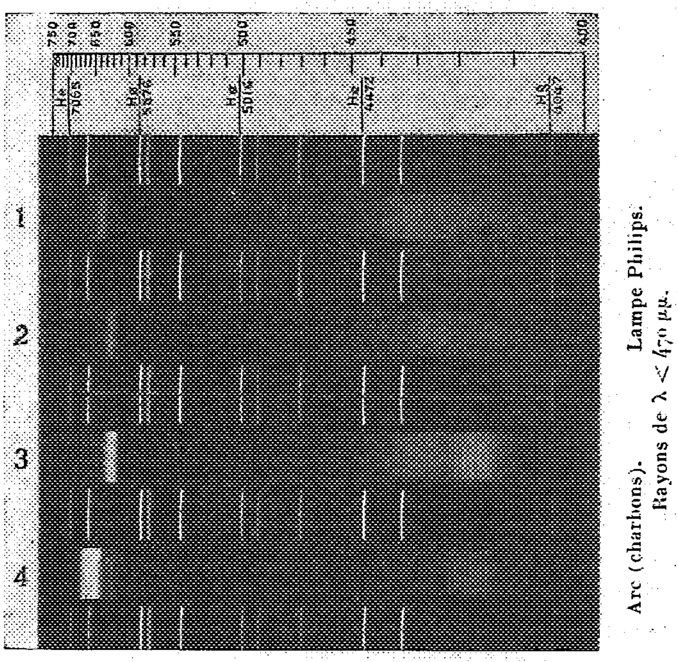
(2) Monteverde et Lubimenko, *Biolog. Centralbl.*, **31**, 1911, p. 449 et 481.

(3) K. Noack, *Zeitschr. f. physiol. Chem.*, **182**, 1929, p. 13, et **193**, 1930, p. 97.

doute un rôle dans le processus de photooxydation conduisant à la chlorophylle ordinaire, comme l'admet Noack.

J'ai étudié le spectre de fluorescence de la protochlorophylle du blé,

Spectres de fluorescence.



1 et 2, protochlorophylle dans l'alcool méthylique (1) et l'éther (2); 3, protochlorophylle (+ trace de chlorophylle); 4, chlorophylle (+ protochloroph.) dans l'éther.

préparée à l'état de pureté optique (c'est-à-dire exempte des chlorophylles α et β), au moyen de la spectroscopie et de la spectrographie; et j'ai commencé sur ce pigment quelques recherches photométriques. Il ne sera question, dans la présente Note, que des déterminations spectrométriques faites d'après les spectrogrammes dont je publie la reproduction. Les deux premiers spectres photographiés sont ceux de la protochlorophylle en solution dans l'alcool méthylique (n° 1) et dans l'éther éthylique (n° 2). Il n'y a qu'*une seule bande de fluorescence* dans les deux cas [1]; mais, comme on le voit, dans l'éther la bande est plus étroite et très notablement

[1] Dans la région spectrale rouge-orangé-jaune.

décalée vers le violet. La différence de position d'après le solvant tient surtout, probablement, à la différence de la constante diélectrique qui est de 4,36 pour l'éther et s'élève à 32,5 pour l'alcool méthylique ([1]).

Les spectres 3 et 4, qu'il a paru instructif de joindre aux précédents, concernent des mélanges de protochlorophylle et de chlorophylle ordinaire, également en solution dans l'éther ([2]). La liqueur utilisée pour le spectre n° 3 ne contenait qu'une trace de chlorophylle ordinaire, car le spectrogramme ne montre que très faiblement une bande à gauche de la forte bande de la protochlorophylle, qui apparaît seule sur la reproduction. Pour le spectre n° 4, le rapport est inverse, et la bande de fluorescence de la chlorophylle ordinaire est beaucoup plus intense que celle de la protochlorophylle. Il y a lieu de remarquer que les trois liqueurs différentes, utilisées pour les photographies spectrales n°s 2, 3 et 4, ont été obtenues le même jour, avec des portions de blé étiolé provenant de la même culture au treizième jour), faite dans l'obscurité complète. Les changements constatés tiennent à ce que, pour le n° 4, le blé était resté près d'une heure à une demi-obscurité avant qu'on ne le traitât par l'éther; tandis que pour le n° 3, l'exposition à la lumière n'avait duré que quelques instants. Enfin, pour le n° 2 (ainsi que pour le n° 1), l'action de la lumière avait été pratiquement nulle.

Indiquons les conditions qui permettent d'éviter la présence de chlorophylle ordinaire : cette question importe non seulement au point de vue technique, mais encore au point de vue des conclusions concernant les relations entre la protochlorophylle et la chlorophylle ordinaire.

On opérait sur la portion supérieure des tiges (feuilles comprises) de blé, qui étaient rapidement hachées et écrasées dans de l'éther *pro analysi* (Kahlbaum), sans avoir été exposées à d'autre lumière que celle, extrêmement faible, d'une lampe munie d'un verre vert foncé. La solution était prête et soumise à l'examen spectroscopique (fluorescence) 10 minutes tout au plus après prélèvement des tiges. On ne voit pas comment, dans de telles conditions, la protochlorophylle pourrait être un produit d'altération (formé, par exemple, à partir de chlorophylle préexistante). Il convient d'ajouter que des mottes de cette culture, après quelques jours d'exposition à la lumière, ont fourni,

---

([1]) On sait qu'il en est de même dans le cas de la fluorescence de la diméthylnaphtheurodine, par exemple, dans ces deux solvants.

([2]) Rayons excitateurs de $\lambda < 470^{m\mu}$ pour les quatre spectres enregistrés. Lampe Philips (modèle grand cinéma) pour les n°s 1 et 2; arc entre charbons pour les n°s 3 et 4. Emploi de liqueurs à peine colorées. Fente du spectrographe : $0^{mm},25$. Liqueurs suffisamment renouvelées pendant les poses prolongées. La fluorescence de la protochlorophylle est excitée aussi par la raie isolée Hgλ365.

en traitant les tiges de la même façon, un extrait qui ne présentait que les bandes de fluorescence des chlorophylles α et β, sans trace de la bande de la protochlorophylle. Au contraire, avec le reste de la même culture, maintenu dans l'obscurité, on a obtenu, le même jour, uniquement de la protochlorophylle.

Nous donnons ci-dessous les résultats de nos déterminations (¹).

	Protochlorophylle.				Chloroph. α.	Chloroph. β
	Alcool méthylique.		Éther éthylique.		Éther.	Éther.
Absorption	–	–	629–620	Axe 624,5	Axe 661	Axe 642,5
Fluorescence....	653–633	Axe 643	633–620	Axe 626,5	Axe 662,5	Axe 647

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Carotène pur et vitamine* A. Note (²) de Mlle **D. Van Stolk**, MM. **J. Guilbert**, **H. Penau** et **H. Simonnet**, présentée par M. A. Desgrez.

Depuis la découverte des propriétés biologiques du carotène, le problème s'est posé de savoir si l'activité de ce pigment comme facteur A était due à la présence de vitamine A adsorbée ou à sa transformation possible dans l'organisme en cette même vitamine; rappelons que les chercheurs ont été divisés dès le début sur ces points, soit parce que le régime de carence des rats en expérience était mal équilibré, soit encore parce que le carotène était administré en solution dans un solvant qui le détruisait (oléate d'éthyle).

Il semble démontré cependant, à la suite des travaux de Drummond, Euler, Javillier, Moore, que le carotène pur soit actif par lui-même, mais, étant donnée la difficulté de préparer ce pigment à l'état pur et de déterminer ses caractères physiques, il nous a paru intéressant de reprendre cette question.

Extraction du carotène brut. — Les carottes broyées et séchées sous vide sont épuisées par un solvant volatil quelconque (éther de pétrole, oxyde d'éthyle, chloro-

---

(¹) Le spectre d'absorption de la protochlorophylle est donné d'après Noack (*loc. cit.*, 1929, p. 16). Les axes des bandes des chlorophylles α et β sont donnés d'après Ch. Dhéré [*Comptes rendus*, **158**, 1914, p. 68 (où l'on trouvera des reproductions de spectrogrammes)]. Sur le spectrogramme n° 4 publié aujourd'hui, il y a une bande de fluorescence très faible (visible aussi au spectroscope) au voisinage de λ 596, bande énigmatique (protochlorophylle β ?) que ne montre l'extrait ni du blé complètement étiolé, ni du blé développé à la lumière.

(²) Séance du 26 mai 1931.

forme, sulfure de carbone). La colature obtenue est distillée sous vide à basse température jusqu'à consistance d'extrait mou.

Essais de purification. — *a. Cristallisation.* — Des travaux préliminaires effectués il ressort qu'il est très difficile d'obtenir du carotène pur par cristallisations successives soit dans le même solvant (éther de pétrole), soit par dissolution et précipitation par l'alcool méthylique, soit même par modifications successives des solvants (sulfure de carbone, chloroforme, benzène, toluène) et des précipitants (alcools méthylique, éthylique, amylique, acétone, cyclohexanol). Le rendement pondéral est faible et le P. F. du carotène obtenu relativement bas : 170-171°.

b. Adsorption et élution. — Nous avons pu mettre en évidence le fait que si l'adsorption du pigment en solution benzénique par le noir décolorant ou les silicates alumineux est facile, en revanche l'élution consécutive est très incomplète malgré la diversité des éluants employés (ammoniaque diluée, pyridine, phénol, acide acétique pur ou dilué, chloroforme, mélanges des réactifs entre eux).

c. Saponification. — Cette méthode, brutale, peut seule débarrasser le carotène des impuretés qu'il retient énergiquement.

L'extrait mou obtenu comme il est dit plus haut est saponifié en milieu anhydre toluène-alcool par un excès d'éthylate de sodium en solution en alcool absolu, pendant 10 minutes à l'ébullition. L'ensemble est alors repris par l'eau chaude qui dissout les savons tandis que le carotène reste en solution toluénique; cette solution toluénique est lavée à l'eau chaude, déshydratée par le sulfate de sodium anhydre, évaporée à sec sous azote. L'extrait est repris par le sulfure de carbone et précipité par l'alcool absolu (4 volumes). Après abandon d'une nuit à la glacière, on filtre et l'on sèche sous vide les cristaux obtenus.

Le carotène obtenu se présente en magnifiques cristaux mordorés à reflets violets et fondant à 175°.

Purification. — Deux à trois recristallisations successives dans le mélange sulfure de carbone-alcool absolu au quart permettent d'obtenir un carotène P. F. 179°. L'expérience montre qu'après onze cristallisations successives, ce point de fusion n'augmente plus, et que la solubilité du pigment dans le solvant utilisé reste constante, indice d'une purification parfaite.

Propriétés physiques. — Dans ce premier travail, nous avons utilisé le point de fusion comme critère de pureté du pigment isolé; cette détermination est cependant particulièrement délicate pour le carotène et varie dans des limites considérables; suivant la manière dont elle a été effectuée, on trouve en effet, pour un même carotène très pur, 178-179° au tube de Thiel et 190° au bloc Maquenne.

Propriétés physiologiques. — Les animaux soumis à un régime approprié, carencé en facteur A, reçoivent quotidiennement en solution titrée dans l'huile d'olive une quantité de carotène déterminée.

L'expérience montre que le carotène provenant de la saponification directe guérit l'avitaminose A, à la dose quotidienne de $0^{mg},005$ et que celui

résultant de onze cristallisations successives est encore actif à la dose de $0^{mg},002$.

Ainsi le carotène très pur est capable de maintenir l'équilibre pondéral du rat et d'empêcher les phénomènes d'avitaminose de se manifester chez cet animal.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Origine de l'énergie mise à la disposition des micro-organismes au cours de la fermentation des hexoses.* Note de M. **Cl. Fromageot**, transmise par M. Grignard.

Dans un travail qui doit paraître prochainement au *Bulletin de la Société chimique*, Cl. Fromageot et M. Emami ont montré que la chaleur de combustion à volume constant, comme à pression constante, du méthylglyoxal en solution aqueuse étendue est voisine de 326^{cal}. Confondant en une première approximation énergie totale et énergie libre, nous nous trouvons maintenant en mesure de calculer les modifications énergétiques accompagnant chacun des stades de la fermentation alcoolique.

J'indique entre parenthèses les chaleurs de combustion des différents termes, ceux-ci étant évidemment en solution aqueuse étendue. L'ensemble des réactions est le suivant :

	ΔH.
$\underset{(676)}{C^6H^{12}O^6} = \underset{(326)}{2CH^3COCHO, H^2O}$	-24000^{cal}
$\underset{(326)}{2CH^3COCHO, H^2O} = \underset{(278)}{2CH^3COCOOH} + \underset{(68,5)}{2H^2}$	$+41000$
$\underset{(278)}{2CH^3COCOOH} = \underset{(277)}{2CH^3CHO} + CO^2$	-2000
$\underset{(277)}{2CH^3CHO} + \underset{(68,5)}{2H^2} = \underset{(325,5)}{2CH^3CH^2OH}$	-40000

On voit que le couplage d'oxydo-réduction entre le méthylglyoxal et l'aldéhyde acétique se fait sans changement énergétique notable (1000^{cal}). Ceci résulte de la quasi-égalité des chaleurs de combustion de l'aldéhyde acétique et de l'acide pyruvique d'une part, du méthylglyoxal et de l'alcool éthylique d'autre part. La seule réaction s'accompagnant d'une perte d'énergie est la scission de la molécule d'hexose initial en deux molécules d'hydrate de méthylglyoxal. C'est donc dans cette réaction, et dans celle-là seulement, que la levure peut, en milieu anaérobie, trouver l'énergie qui lui est nécessaire.

Ce résultat vient souligner, au point de vue énergétique, l'importance du rôle du méthylglyoxal comme substance intermédiaire dans la fermentation, rôle mis en évidence, en ces dernières années, par Neuberg et ses collaborateurs. Il vient confirmer et préciser l'hypothèse d'Aubel (¹) qui, constatant que l'énergie nécessaire à la croissance de la levure, en milieu anaérobie, n'a pas son origine dans le dédoublement du glucose en acide lactique, avait supposé que cette origine remonte au dédoublement de l'hexose en méthylglyoxal.

Ce résultat montre enfin la nécessité d'un accepteur d'hydrogène dans le milieu, dès le début de la réaction; on a là l'explication de l'action activante, bien connue depuis les travaux de Neuberg, des aldéhydes et des cétones sur le début de la fermentation.

MÉDECINE. — *Fixation élective des ions médicamenteux par l'électro-aimant.* Note de M. **Denier la Tour du Pin**, présentée par M. d'Arsonval

Dans l'ionisation transcérébrale méthode de Bourguignon on remarque que les ions touchent principalement la face inférieure de l'encéphale et les noyaux des nerfs craniens. Les lobes cérébraux sont bien en dehors de la ligne de courant, bien que l'expérience de Chatzy fasse penser que la diffusion ne les laisse pas indifférents; les résultats cliniques sont là aussi pour dire qu'ils y a bien une action plus ou moins active. Les lésions du cortex sont difficilement influencées, les résultats sont moins bons.

J'ai pensé que l'action de l'électro-aimant serait capable de fixer les ions dans ces régions où il est difficile, avec certitude, de les faire pénétrer. Théoriquement cela paraissait impossible.

Deux expériences m'en ont montré la réalité.

La première : une pomme de terre subit une ionisation à l'iodure de K entre les deux pôles d'un électro-aimant. Après une heure et demie elle est sectionnée suivant un plan passant par l'axe de l'électro-aimant; on fait quelques décharges de haute fréquence sur elle et on la saupoudre d'une poussière de persulfate d'ammoniaque neutralisé par le citrate de soude; par ce moyen on révèle les régions ionisées à l'iode en bleu noir, la région voisine du pôle nord est la plus chargée; rien au pôle sud.

Deuxième expérience. — Guidé par une expérience de M. Lafay (*Annales*

(¹) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 578.

de Physique, avril 1930) me remplaçant dans les mêmes conditions d'expérience qu'il indiquait, j'ai posé un électro dans le même plan que la plaque de résine, chaque pôle était distant de 13^{cm} des bords de la plaque. Après décharge de courant statique on voit les ions positifs par exemple attirés au pôle sud; si la plaque de résine est placée dans une boîte cranienne on voit les ions positifs attirés en forme de croissant. Les ions s'étalent sous le pôle de nom contraire.

Des observations très intéressantes montrent l'action efficace de l'ionisation médicamenteuse fixée par l'électro-aimant. On utilise deux électros en forme de D ouvert à entrefer mobile de section de $5^{cm} \times 2^{cm}$, 800 spires montés en parallèle.

Voici quelques observations :

1° Mme P..., 57 ans, hémiplégie gauche ayant déjà subi en un an trois séries d'ionisation transcérébrale au KI avec une légère amélioration récupère en 15 jours l'adduction du bras, la supination, la flexion du pied, croise la jambe sur l'autre après ionisation transcérébrale à KI et pôle N fixé sur la projection cutanée de la scissure de Rolando.

2° M. M..., 27 ans, tabes incomplet avec rétention d'urine incoordination entière qui s'est installée malgré une thérapeutique antisyphilitique énergique. Ionisation transcérèbrale médullaire à KI, pôle N au niveau de la XIe dorsale. En 6 jours il retrouve la miction, ses jambes ne se dérobent plus. Un mois après marche tout à fait normale, plus aucun signe organique.

3° M. M..., 37 ans, aphasique, hémiplégique droit depuis 4 mois; ionisation transcérébrale à KI pôle N sur la projection cutanée du sillon de Rolando; en un mois marche, serre la main, retrouve l'usage partiel de la parole.

4° Mlle M..., 14 ans, hémiplégie gauche installée à l'âge de 5 mois d'origine méningitique. Crise d'épilepsie Jacksonienne débutant à la main gauche, atrophie du côté gauche, la main gauche serre mal, supination impossible.

Ionisation transcérébrale au calcium, pôle sud de l'électro sur le pariétal droit. Au bout de 20 séances il n'y a que quelques crises incomplètes, un mois après augmentation de 1^{cm} dans la circonférence du bras, avant-bras, jambe et cuisse, commence à se servir de la main, a eu quatre crises seulement localisées à la main.

On peut croire que l'électro-aimant augmente l'efficacité de l'ionisation en concentrant les ions sur le territoire intéressé; d'où son utilité dans les lésions difficilement accessibles au champ de la diélectrolyse : lésion des lobes cérébraux, de la moelle épinière où l'os fait barrière; lésions du thorax ou de l'abdomen où le fort volume empêche la fixation des ions sur un point voulu.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Le virus de la fièvre boutonneuse (fièvre exanthématique) provenant du sang de malades ou de l'organisme de la tique est filtrable.* Note de MM. **Georges Blanc** et **J. Caminopétros**, présentée par M. Roux.

Nous avons montré ([1]) que le virus de la fièvre boutonneuse se retrouve aussi bien dans le sérum que dans le plasma et qu'il accompagne les globules sanguins lavés. Il passe dans le liquide céphalo-rachidien, même en dehors de toute manifestation méningée. La présence de virus dans le sérum et, surtout, son passage dans le liquide céphalo-rachidien sont en faveur de sa nature filtrante. Nous avons vérifié expérimentalement cette hypothèse tant sur le virus du sang de l'homme que sur celui des tiques infectées.

Comme nous l'avons dit ailleurs ([2]) l'expérimentation de la fièvre exanthématique se heurte à une grosse difficulté : c'est le peu de sensibilité de l'homme à des doses faibles et sa sensibilité irrégulière à des doses, même élevées, de virus (20 à 30$^{cm^3}$ de sang). Il arrive donc, qu'après une inoculation virulente, il peut ne pas y avoir de signes cliniques de maladie ou des signes non typiques. La connaissance de ces faits nous oblige à ne pas interpréter, à priori, les résultats inconstants de la filtration comme la preuve que le virus est à la limite de la filtrabilité puisqu'un virus non filtré donne, lui aussi, des résultats inconstants.

Voici les expériences :

I. Le 11 avril 1931, trente-trois *Rhip. sanguineus*, provenant de Volo, pris sur le chien d'un malade atteint de fièvre exanthématique, sont broyés en eau physiologique. Le liquide est filtré sur bougie L 2. La filtration est difficile et la bougie se colmate rapidement. Un sujet est inoculé, dans les veines, avec le filtrat, un autre sous la peau avec le dépôt non filtré. Le premier ne réagit pas, le second fait une fièvre boutonneuse de forme légère.

II. Le 14 avril, deux sujets sont inoculés avec un mélange de sérum de malade (17$^{cm^3}$) et d'eau physiologique (25$^{cm^3}$) filtré à faible pression sur bougie L2. Les deux sujets font, après une incubatiou de neuf jours, une fièvre légère signe d'une très probable infection que les signes cliniques ne permettent pas d'identifier avec certitude.

III. Le 16 avril, nouvelle tentative faite, dans les mêmes conditions, sur deux sujets et sans résultat.

IV. Le 30 avril, nouvel échec. Le sérum de trois malades, filtré sur bougie L2, ne provoque aucune réaction chez un sujet neuf.

([1]) G. Blanc et J. Caminopetros, *C. R. Acad. Médecine*, 3e série, 105, 1931, p. 884.

([2]) G. Blanc et J. Caminopetros, *C. R. Acad. Médecine*, 3e série, 105, 1931, p. 620.

V. Dans de nouvelles expériences, nous essayons, alors, de filtrer le liquide provenant de tiques broyées en eau physiologique. Le 5 mai, 97 Rhipicéphales ♂ et 41 ♀, provenant de Volo, sont broyés soigneusement en eau physiologique. Le liquide est filtré sur bougie L2, à faible pression (20^{cm^3}); le filtrat est inoculé, par voie intraveineuse, à deux sujets tandis que le culot est inoculé à un troisième, servant de témoin. Cette fois, les trois inoculés réagissent. Le témoin et l'un de ceux qui ont reçu du filtrat, font une forme tout à fait typique de fièvre boutonneuse. Le troisième, inoculé avec la même dose de filtrat que le précédent, fait une forme fébrile, sans éruption.

VI. Le 13 mai, nous recommençons l'expérience de filtration du virus de la tique avec plus de vigueur encore. 254 femelles de *Rhip. sanguineus* et 203 mâles, provenant de Volo et d'un village des environs de Volo sont broyés en eau physiologique, puis le liquide de broyage est centrifugé pendant 20 minutes à 2500 tours à la minute. Après cette opération, on constate qu'il y a, au fond du tube de centrifugation, un culot très adhérent et que le liquide surnageant est tout à fait limpide. Le liquide, décanté avec beaucoup de précautions est filtré en trois lots sur trois bougies Chamberland neuves, deux L 2 et une L 5.

Quatre sujets sont inoculés, par voie intraveinense, avec les divers filtrats; deux avec un des filtrats de bougie L 2, un avec le filtrat de bougie L 5, un quatrième avec le filtrat de l'autre bougie L 2. Deux témoins sont inoculés avec le culot de centrifugation. Tous les sujets, y compris les témoins, réagissent dans les délais habituels. Un seul fait la forme typique avec éruption généralisée, c'est un des sujets inoculés avec le filtrat de la première bougie L 2. Les cultures des filtrats sont négatives.

VII. Une dernière expérience sera faite avec le sérum de deux malades, dilué de moitié d'eau distillée et filtré sur bougie L 2. Deux sujets sont inoculés par voie intraveineuse; l'un avec 40^{cm^3} de filtrat, l'autre avec 20^{cm^3}. La stérilité du filtrat est éprouvée. Les deux sujets réagissent, mais sans éruption typique.

Conclusion. — De ces expériences, nous pouvons conclure que :

1° Le virus de la fièvre boutonneuse n'est pas précipité par centrifugation de 20 minutes à la vitesse de 2500 tours.

2° Le virus présent dans le sérum du sang et dans l'organisme de la tique, *Rhipicephalus sanguineus*, est filtrable. Il traverse les bougies Chamberland L 2 et L 5.

PHYSICO-CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les relations entre les points isoélectriques du sérum humain et son pouvoir alexique.* Note de M. **Fred Vlès**, Mlle **Marguerite Prager** et M. **Nissen Bernstein**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une longue série de recherches (1) Vlès et de Coulon ont montré que les points isoélectriques des constituants de l'organisme (plasma musculaire, sérum sanguin, etc.) sont susceptibles de subir des décalages plus ou moins considérables dans toutes sortes de circonstances physiologiques ou pathologiques. Divers corollaires de ce phénomène fondamental ont été acquis par la suite (liaison avec la vitesse de sédimentation des hématies, par Rossier; modifications pathologiques de l'ultrafiltrabilité du Cl et du Na du sérum, par J. Weill, etc.). Il est de plus en plus probable qu'il faut lui relier toute une série de propriétés de physico-chimie humorale : dès les premières recherches, il avait déjà été envisagé, à titre d'hypothèse, des relations possibles avec les phénomènes de l'immunité.

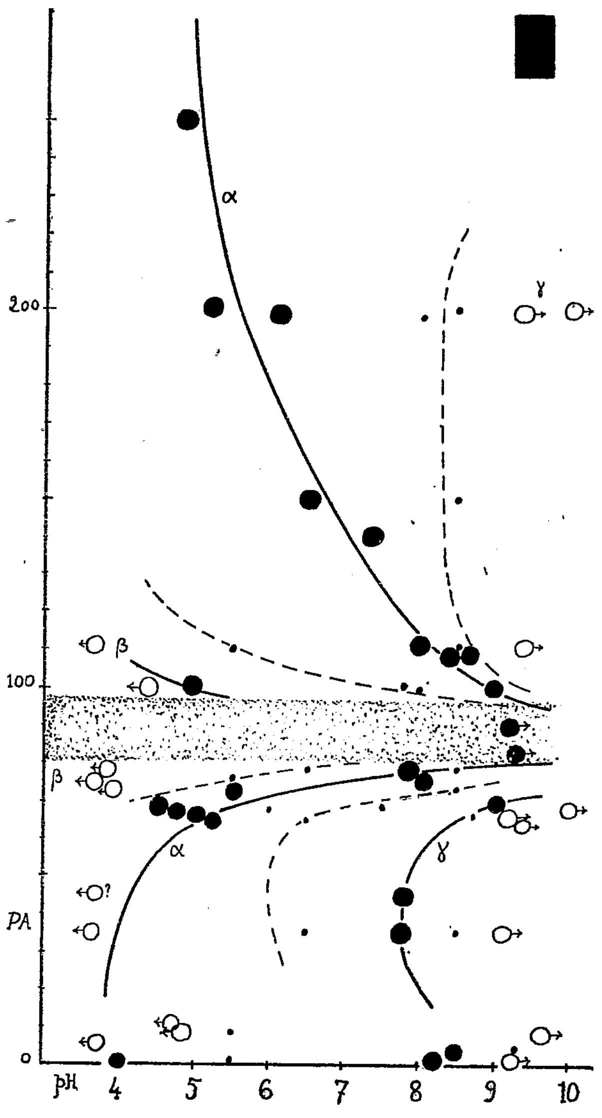
Nous avons recherché systématiquement une *relation entre le décalage des points isoélectriques du sérum et le pouvoir alexique de celui-ci*, par l'examen d'une série de sérums humains, normaux ou pathologiques, où l'on déterminait simultanément les points isoélectriques, et une cote relative du pouvoir alexique.

Technique. — Les points isoélectriques ont été obtenus par cataphorèse, effectuée suivant la méthode Vlès-de Coulon, sur des sérums à 4 pour 100 dans NaCl physiologique, portés, avec l'électrode Sb, à des pH échelonnés entre 3 et 10; les produits du transport ont été précipités par la technique de l'alcool-acétone, et aussi pour contrôle au SO^4Am^2 à demi-saturation.

La détermination du pouvoir alexique a été effectuée par une modification de la réaction classique d'hémolyse, avec une échelle de tubes contenant chacun, dans 3^{cm^3} de liquide total, des quantités constantes d'hématies de Mouton lavées et de sérum hémolytique anti-Mouton ($0^{cm^3},3$ à 10 pour 100), ainsi que des quantités progressives du sérum alexique à étudier; après une demi-heure à 37°, on centrifuge et détermine le pourcent d'hémolyse par mesure spectrophotométrique sur la bande β de l'oxyhémo-

(1) F. Vlès et A. de Coulon, *Recherches sur les propriétés physico-chimiques des tissus en relation avec l'état normal ou pathologique de l'organisme* (*Arch. Phys. biol.*, IV, 1, 1924, p. 43-85). — *Revue des notions actuelles sur un problème de physico-chimie pathologique* (*Arch. Phys. biol.*, VII, 5, 1929, p. 1-64).

globine, $\lambda\, 542^{m\mu}$; le pourcent d'hémolyse est le rapport du $\text{colog}\,\frac{I}{I_0}$ d'un tube donné à celui du maximum d'hémolyse obtenu dans la même série; la



Déplacement des points isoélectriques du sérum humain en fonction du pouvoir alexique. *Abscisses*. pH; *ordonnées* : pouvoir alexique (PA). ——— ● points isoélectriques (α, β, γ); ↤○ points indiqués par l'extrapolation; - - - -. points neutres. En haut à droite, rectangle d'erreur sur un point.

cote de *pouvoir alexique* (PA) est l'inverse de la concentration du sérum alexique qui dans ces conditions produit 95 pour 100 d'hémolyse.

Résultats. — Sur un graphique construit avec les points isoélectriques et

les pouvoirs alexiques des divers sérums étudiés, on met en évidence toute une évolution corrélative des uns et des autres. Les sérums au pouvoir alexique élevé correspondent à un point isoélectrique bas, vers $pH = 5$, qui est visiblement le point α; suivant le schéma usuel, un point γ et un point β sont le plus souvent soupçonnés en dehors des limites, l'un au delà de $pH = 9$, l'autre au-dessous de $pH = 4$. Lorsque le pouvoir alexique baisse, on assiste à une ascension régulière du point α qui rejoint la limite de $pH = 9$ et sort même de l'échelle; on est ainsi conduit dans une zone critique de pouvoir alexique (PA = 85-95 environ) pour laquelle *aucun point isoélectrique peut n'exister dans les limites de la mesure* ($pH = 4$-9), le transport se faisant entièrement et unilatéralement dans toute l'échelle; Vlès et de Coulon ont signalé depuis longtemps de telles perturbations anormales dans certains états pathologiques graves.

Le phénomène remarquable est que, si le pouvoir alexique baisse davantage, *on voit reparaître des points isoélectriques* qui, partant de la limite des forts pH, redescendent dans l'échelle. Mais cette fois plusieurs points sont souvent enregistrés et évoluent simultanément : on peut les interpréter d'abord comme α et β, lequel se place hors de la limite inférieure; puis comme α et γ, qui rentre dans l'échelle et s'abaisse considérablement. En prenant comme limite le pouvoir alexique nul de sérums chauffés à 56°, on trouve dans ceux-ci une structure qui n'est quelquefois pas très différente de celle de certains sérums frais; mais en réalité la signification des points n'est plus exactement la même.

Dans toute cette évolution, les points neutres de seconde espèce suivent des déplacements correspondant à ceux des points isoélectriques.

L'ensemble de ces faits permet, d'une part de donner à la mesure des points isoélectriques du sérum une interprétation pronostique intéressante; d'autre part de montrer, sous un jour nouveau, les liaisons du pouvoir alexique avec la constitution du complexe protéique des sérums; en particulier, la reconstitution d'une nouvelle structure du sérum au-dessous de la zone de perturbation ne rend pas évident que le pouvoir alexique ait, des deux côtés de cette limite, le même substratum moléculaire.

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 JUIN 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **H. DOUVILLÉ** fait hommage à l'Académie, de la part de M. FRANCISCO LUIZ PEREIRA DE SOUSA, son fondateur, du n° 1 d'une publication nouvelle : *Boletim do Museu e Laboratorio Mineralogico e Geologico da Universidade de Lisboa*, dans laquelle a été publiée en français la description des *Ammonites de Salinas* qu'il a récemment présentée à l'Académie.

M. **LÉON GUILLET** fait hommage à l'Académie d'une *Notice* sur **AUGUSTE RATEAU**. Cette Notice reproduit les discours prononcés dans différentes cérémonies qui ont eu lieu en l'honneur de notre regretté Confrère.

M. Léon Guillet remet aussi à l'Académie la plaquette reproduisant les traits de M. Rateau et dont l'auteur est M. PRUD'HOMME.

M. **A. D'ARSONVAL** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie, de la part de son auteur, M. PH. JOYET-LAVERGNE, un livre dont j'ai écrit la *Préface*.

Ce volume, qui est le cinquième d'une publication de monographies internationales (*Protoplasma-Monographien*), est le premier de ladite collection qui paraisse en français. C'est dire la valeur que lui attribue l'étranger. Il est intitulé : *La Physico-chimie de la sexualité* (1).

---

(1) Borntraeger, Berlin; Le Soudier, Paris.

En le parcourant, on voit que le problème de la sexualité ne se limite pas seulement à un problème de cytologie du noyau cellulaire, à une branche de la génétique ou à une simple question d'endocrinologie. Des horizons plus vastes s'offrent à lui, toute la physiologie générale est intéressée à la solution de ces problèmes. C'est donc une voie nouvelle qui est ouverte que nous estimons très riche de conséquences.

M. **M. d'Ocagne** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage dont il a écrit la *Préface :* la traduction française, due à M. C. Van Caulaert et Mme André Roche, du Traité du professeur L. J. Henderson, de l'Université Harvard, intitulé *Le sang, système physico-chimique.*

Dans cet Ouvrage, où le sang est considéré comme un système comportant deux phases, au sens de Gibbs, et sept variables essentielles, les résultats obtenus par l'expérience ont pu être traduits sous forme mathématique grâce à l'emploi de la méthode nomographique des points alignés.

NOMINATIONS.

M. **Maurice d'Ocagne** est désigné pour représenter l'Académie à la Cérémonie commémorative du vingt-cinquième anniversaire de la fondation de l'*Association générale des Hygiénistes et Techniciens municipaux*, le 25 juin.

ÉLECTIONS.

Par 31 suffrages M. **Gustave Ferrié** est élu membre du Conseil supérieur du *Laboratoire national de Radioélectricité*. Il y a 1 bulletin blanc.

Par 30 suffrages M. **Charles Maurain** est élu membre de la *Commission supérieure des Inventions* en remplacement de M. *A.-Th. Schlœsing*, décédé. Il y a 1 bulletin blanc et 1 bulletin nul.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de *Phanérogamie* vacante au Muséum d'Histoire naturelle : pour la première ligne, M. *Henri Humbert* obtient 45 suffrages contre 3 à M. *François Gagnepain;* pour la seconde ligne, M. *François Gagnepain* obtient 25 suffrages contre 17 à M. *Raymond Benoist*. Il y a 1 bulletin nul.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprend :

En première ligne. . . . . M. **Henri Humbert**,
En seconde ligne. . . . . M. **François Gagnepain**.

CORRESPONDANCE.

L'**Académie Brésilienne des Sciences** adresse l'expression de ses sentiments de condoléance à l'occasion du décès de M. *Paul Appell*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Jac. Berzelius. *Levnadsteckning*, av H. G. Söderbaum. Publié par l'Académie royale des Sciences de Suède. Volume III.

2° Régence de Tunis. Direction générale des Travaux publics. *Carte géologique* dressée par M. Solignac.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les ensembles ordonnés.*
Note de M. **Adolphe Lindenbaum**, présentée par M. Hadamard.

1. *Terminologie*. — Une famille Φ d'ensembles est *monotone* [1] si, entre deux quelconques de ces ensembles, il y en a un qui contient l'autre. Une famille Φ monotone est en même temps ordonnée : lorsqu'un ensemble A de Φ est contenu dans

[1] Voir par exemple M. Fréchet, *Les espaces abstraits*, 1928, p. 70.

un autre ensemble B de Φ, on dit que A *précède* B dans cet ordre. Par ensemble *linéaire*, nous comprenons un ensemble composé de nombres réels; quand il s'agit de l'ordre dans cet ensemble, nous entendons que a précède b, si $a < b$. Un ensemble linéaire E sera appelé *à demi fermé*, lorsque tout point d'accumulation de E qui n'appartient pas à E (s'il en existe) est à la fois point d'accumulation des points de E qui le précèdent et des points de E qui le suivent. Soit : $V_1, V_2, \ldots, V_n, \ldots$ une suite d'ensembles quelconques que nous appellerons des *voisinages;* l'ensemble-somme de tous les voisinages sera *espace* (V') *parfaitement séparable; ouvert* est un ensemble qui est une somme de certains de ces voisinages; *ensemble fermé* est un ensemble E (d'éléments de notre espace) qui contient toujours un élément p, si dans chaque voisinage auquel appartient cet élément p se trouvent des éléments de E. Le complémentaire d'un ensemble fermé est un ensemble ouvert (et réciproquement). Il est à remarquer que tout *espace topologique* remplissant le « second axiome de dénombrabilité » [au sens de M. Hausdorff (1)] n'est qu'un espace (V') spécial parfaitement séparable. Donc en particulier c'est *un espace euclidien à n dimensions.*

2. Récemment, j'ai établi les théorèmes suivants :

I. *Soit* Φ *une famille monotone d'ensembles ouverts dans un espace* (V') *parfaitement séparable : alors il existe un ensemble linéaire semblable* (2) *à cette famille.*

I'. *Le même énoncé reste vrai quand on remplace le terme ouverts par fermés.*

II. *Soient* K *un espace topologique infini* (3) *et* $\mathfrak{L}$ *un ensemble linéaire arbitraire : alors il existe une famille monotone d'ensembles ouverts de l'espace* K *ordonnée comme l'ensemble* $\mathfrak{L}$.

II'. *Le même énoncé subsiste quand on remplace le terme ouverts par fermés.*

J'ai communiqué ces propositions à quelques collègues. Or M. Denjoy est parvenu indépendamment à des résultats semblables et a publié (4) les théorèmes suivants (5) :

D_1. Un ensemble ordonné H, contenant un ensemble dénombrable $\mathcal{D}$ et tel qu'entre deux éléments de H n'appartenant pas simultanément à $\mathcal{D}$ existe au moins un élément de $\mathcal{D}$, est semblable à un ensemble linéaire à demi fermé.

(1) E. Hausdorff, *Grundzüge der Mengenlehre*, 1914, p. 213, 263.

(2) Au sens de la théorie de l'ordre.

(3) C'est-à-dire contenant une infinité de points.

(4) A. Denjoy, *Sur les ensembles ordonnés* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1011).

(5) Nous les énonçons dans notre terminologie. Il y a d'ailleurs quelques différences sans importance.

D_2. Toute famille monotone d'ensembles fermés dans l'espace à r dimensions est semblable à un ensemble linéaire à demi fermé.

D_3. Tout ensemble linéaire est semblable à une famille monotone d'ensembles fermés situés dans l'espace à r dimensions.

Il serait donc superflu d'insister encore de ma part sur le même sujet; mais puisque la démonstration de D_2 donnée par l'éminent géomètre me paraît compliquée et qu'en outre, comme l'auteur lui-même l'indique, elle fait appel aux choix arbitraires [1], je me permets toutefois de présenter ici : 1° une démonstration des théorèmes I et I', très simple et qui ne se sert pas de l'axiome du choix de M. Zermelo; 2° quelques remarques supplémentaires.

3. *Démonstration du théorème I.* — Un ensemble ouvert étant une somme de voisinages, *à tout ensemble* de la famille Φ correspond une *suite* (éventuellement finie) de voisinages qu'il contient, donc aussi une suite des nombres entiers positifs (numéros de ces voisinages); l'ensemble vide peut être évidemment laissé de côté sans détriment. *A la suite* $(n_1, n_2, \ldots)$, qui peut être supposée *croissante*, faisons encore correspondre *le nombre réel*

$$r = \frac{1}{2^{n_1+1}} + \frac{1}{2^{n_2+2}} + \ldots + \frac{1}{2^{n_k+k}} + \ldots$$

Si un ensemble ouvert E_1 est contenu dans un ensemble ouvert E_2, on a tout de suite pour les nombres correspondants $r_1 < r_2$, à moins que $E_1 = E_2$. Donc, le théorème est démontré.

Le théorème I' n'est qu'un corollaire immédiat. Quant aux théorèmes inverses, II et II' [2], la démonstration est moins facile [3].

4. Tout ensemble linéaire bien ordonné (ou *inversement* bien ordonné) étant (effectivement) dénombrable (ou fini), le théorème connu sur les familles monotones bien ordonnées d'ensembles fermés (respectivement ouverts) est une conséquence du théorème I'(I).

Si l'on voulait généraliser les énoncés I et I', en les réunissant par les mots : « Soit Φ une famille monotone d'ensembles *ouverts ou fermés...* », on obtiendrait un énoncé *faux*, déjà même pour les ensembles linéaires. Néan-

---

(1) Il me semble que ce défaut resterait même dans la démonstration du théorème sur les classes bien ordonnées (à la fin de la Note de M. Denjoy).

(2) Cf. D_3); d'ailleurs chez nous, l'espace K peut se réduire par exemple à une suite de points isolés.

(3) Pour des espaces topologiques complètement arbitraires, l'axiome du choix y est nécessaire.

moins, on a encore le théorème ([1]) : Toute famille monotone *bien ordonnée* d'ensembles linéaires ambigus de classe 1 ([2]) est au plus dénombrable ([3]).

5. La Note de M. Denjoy contient de plus une propriété jusqu'à présent inaperçue (autant que je sais) du continu linéaire : *que tout ensemble linéaire est semblable à un ensemble linéaire à demi fermé.* Or ce théorème ([4]) peut être démontré, directement et sans l'axiome du choix, par une autre méthode, plus effective.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les fonctions biharmoniques et la théorie des fonctions analytiques de deux variables complexes.* Note ([5]) de M. **Francesco Severi.**

1. Une fonction *biharmonique* $U(x_1, x_2, y_1, y_2)$ d'un point de l'espace euclidien S_4 est la partie réelle (et le coefficient de i) d'une fonction analytique de deux variables complexes $x = x_1 + ix_2$, $y = y_1 + iy_2$; c'est-à-dire une fonction satisfaisant au système différentiel

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y_2^2} = 0,$$
$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial y_1} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial y_2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial y_2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial y_1} = 0,$$

exprimant que la forme de Pfaff

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_2 - \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_2 - \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_1$$

est une différentielle exacte.

En 1883, M. Poincaré a remarqué qu'on ne peut pas choisir arbitrairement la fonction u, déterminée sur la frontière Δ d'une cellule Γ à quatre dimensions, par une fonction U biharmonique (holomorphe) en Γ (la *trace* de U sur Δ, comme nous

---

([1]) Z. Zalcwasser, *Fundamenta Mathem.*, 3, 1922, p. 44.

([2]) Au sens de M. C. de La Vallée Poussin, *Intégrales de Lebesgue. Fonctions d'ensemble. Classes de Baire*, 1916, p. 135.

([3]) La classe d'ensembles *ouverts ou fermés* n'est qu'une sous-classe de celle de ces ensembles ambigus.

([4]) Chez M. C. Kuratowski, *Fundamenta Mathem.*, 3, 1922, p. 215, il se trouve implicitement; à la page 213, on y démontre un cas (bien spécial) du théorème I'.

([5]) Séance du 18 mai 1931.

dirons brièvement). Le *problème de Dirichlet* pour les fonctions biharmoniques n'admet pas donc une réponse analogue à celle classique relative aux fonctions harmoniques. Pour cela on a abandonné depuis longtemps le point de vue de Riemann, dans la théorie des fonctions analytiques de deux variables.

Mais, comme Poincaré même a trouvé dans le fait rappelé « la véritable explication des différences si profondes entre les fonctions analytiques d'une variable et celles de deux variables », j'ai pensé qu'il serait fort intéressant d'entreprendre une étude approfondie de la question. C'est ce que j'ai commencé à faire.

2. Dans un premier Mémoire (*Memorie della R. Acc. d'Italia*, 28 novembre 1930), après des réflexions d'ordre général, j'avais résolu le problème pour le bicylindre (il m'avait alors échappé que le problème pour ce cas avait été traité par M. Niklibore, *Comptes rendus*, 1925-1926) et j'avais aussi remarqué que dans un champ cylindrique indéfini — et même dans un demi-espace — la fonction biharmonique est complètement définie à l'intérieur lorsqu'on se donne arbitrairement sa trace (continue) sur une ligne convenable de la frontière. J'ai pu depuis lors aller plus au fond de la question.

Soit Γ une cellule à frontière (fermée) régulière Δ. L'impossibilité de choisir arbitrairement la trace de U sur Δ tient au fait que l'intégrale $\int \partial U$ doit, même *sur* Δ, être indépendante d'une déformation continue du chemin d'intégration : circonstance qui ne se présente pas dans l'ordinaire problème de Dirichlet, car le chemin d'intégration de l'intégrale analogue ne peut pas se déformer en restant sur la frontière.

Comme les fonctions biharmoniques doivent être cherchées parmi les fonctions harmoniques, j'ai posé à la base de mes recherches le théorème suivant :

La condition nécessaire et suffisante pour que la fonction U, *harmonique en* Γ, *soit, dans la même cellule, biharmonique, est que la forme de Pfaff* ∂U *soit*, sur la frontière, *une différentielle exacte*.

Il va sans dire que dans une première phase d'étude du problème serait intempestif de chercher de réduire au minimum les conditions *qualitatives* à la frontière, lorsqu'il s'agit en premier lieu de connaître les conditions *quantitatives*. Pour cela j'ai toujours supposé que les fonctions envisagées soient holomorphes même sur la frontière, ce qui est équivalent à l'hypothèse que la trace *u* de U sur Δ soit holomorphe, car on déduit aisément pour les fonctions biharmoniques un théorème analogue à celui de Schwarz concernant le prolongement analytique des fonctions harmoniques.

3. De la proposition énoncée j'ai déduit le théorème général d'unicité et d'existence :

Pour qu'une fonction holomorphe u du point de la frontière Δ soit la trace d'une fonction biharmonique U, holomorphe en Γ, il faut et il suffit que u satisfasse sur Δ à une équation intégro-différentielle et à deux équations différentielles du troisième ordre. La fonction U est univoquement déterminée par u.

Je viens de démontrer que l'équation intégro-différentielle est satisfaite en conséquence des deux équations différentielles, de sorte que la solution du problème est donnée seulement par ces dernières et la fonction U s'exprime simplement par l'intégrale même qui donne la fonction harmonique définie par u (voir *Rendiconti dei Lincei*, 5 juin 1931).

La première équation exprime que la dérivée normale, dans les points de Δ, de la fonction harmonique déterminée par u, est égale à une certaine expression différentielle d'une intégrale u des deux dernières équations. Ces dernières à leur tour donnent la condition pour qu'une fonction u d'un point $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ de Δ soit, *sur* cette variété, la partie réelle d'une fonction $f = u + iv$ des variables complexes x, y, au sens riemannien étendu par M. Wirtinger (*Mathematische Annalen*, 1926), c'est-à-dire pour que le jacobien $\frac{\partial(f, x, y)}{\partial(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}$ soit nul sur Δ.

Le passage entre mon point de vue et celui de Wirtinger est fourni par une sorte de *dérivée* $f'_{\varphi,\lambda}$ *d'une fonction f par rapport à une autre fonction* φ, *suivant une direction* λ. Il s'agit là de la limite du rapport $\frac{\Delta f}{\Delta\varphi}$, où f, φ sont des fonctions de x, y, considérées le long d'une courbe régulière l, décrite par un point fonction d'un paramètre réel t. Je suppose que dans le point P envisagé de l soit $\frac{d\varphi}{dt} \neq 0$ et que λ soit la droite tangente à l en P. Lorsque f, φ sont des fonctions holomorphes de x, y dans un domaine de P, pour chaque λ issue par P il y en a (en général) seulement ∞^1 d'autres, qui donnent la même valeur $f'_{\varphi,\lambda}$; et elles remplissent, autour de P, le plan caractéristique (c'est-à-dire représenté par une équation linéaire en x, y) déterminé par λ. Eh bien, dans chaque point P d'une hypersurface régulière Δ il y a un seul plan caractéristique tangente π, et une fonction $f(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ donnée sur Δ, est, sur la variété même, fonction du couple x, y, lorsque l'une (et par suite l'autre) des dérivées $f'_{x,\lambda}$, $f'_{y,\lambda}$, le long d'une direction λ de π, est indépendante de la variation de λ sur π.

4. Une autre difficulté nouvelle du problème découle de ce que les cellules à quatre dimensions ne sont pas toutes *équivalentes* vis-à-vis des transformations *pseudo-conformes* de S_4 (j'appelle ainsi les transformations de S_4 analytiques par rapport à x, y). De sorte que, en précisant ultérieu-

rement la solution du problème, on doit trouver des différences relatives aux différentes classes de cellules.

J'ai considéré en particulier les frontières composées par des morceaux réguliers de *hyperplanoïdes*, par exemple les frontières des polyèdres de S_4. Les hyperplanoïdes sont les variétés équivalentes aux hyperplans. Elles restent caractérisées (Poincaré, Almer) par la propriété de contenir une ∞^1 analytique de surfaces caractéristiques. J'ai démontré aussi aisément que les hyperplanoïdes sont la même chose que les variétés de niveau des fonctions biharmoniques.

Pour exprimer que u est la trace sur un hyperplanoïde d'une fonction biharmonique U, il suffit que u satisfasse à *une* seule équation différentielle de second ordre (transformée d'une équation de Laplace en deux variables). En conséquence, pour chaque face à trois dimensions d'un polyèdre fermé on doit écrire une équation de second ordre; et ensuite, pour obtenir que les fonctions biharmoniques ainsi définies dans les domaines des faces susdites se réduisent à une seule, il faut poser des conditions intégrales en correspondance des faces à deux dimensions et des arêtes. La fonction, étant ainsi déterminée dans un domaine de la frontière, peut s'étendre à l'intérieur et y demeure holomorphe, en vertu d'un beau théorème de Hartogs. Cette méthode laisse prévoir la possibilité d'étudier ultérieurement le problème général, en considérant une cellule quelconque comme limite d'un polyèdre.

5. Ma recherche aboutit à un théorème d'unicité qui me semble très singulier.

Étant donnée sur la frontière (régulière) Δ une ligne régulière (fermée ou ouverte) l, choisie sur Δ d'une façon tout à fait générale, une fonction U biharmonique et holomorphe dans la cellule Γ est univoquement déterminée lorsque l'on connaît sur l les traces de U et de ses dérivées premières.

Par suite les fonctions biharmoniques holomorphes en Γ dépendent d'éléments arbitraires en nombre et qualité bien plus limités qu'on pouvait au premier abord soupçonner.

En disant que l doit être choisie sur Δ d'une façon générale, j'entends que l doit satisfaire à deux certaines conditions *négatives :* une différentielle a, et l'autre intégrale b. La présence d'une condition intégrale montre que le théorème n'a pas un caractère local, comme on le pourrait penser au premier abord. En effet on peut amoindrir la frontière Δ de sorte qu'elle passe toujours par l et que la condition a demeure satisfaite; mais alors, pour Δ assez petite, la condition b n'est plus satisfaite.

Dans un petit domaine quadridimensionnel de l les données susdites ne suffisent plus pour déterminer Γ, car on peut choisir en outre une constante réelle (dans un certain intervalle) et deux fonctions régulières d'une variable (réelle).

Il s'agit maintenant de savoir si le théorème d'unicité ci-dessus admet un corrélatif théorème d'existence.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des aires multiplement connexes.* Note de M. **Gaston Julia.**

1. $\mathfrak{A}$ est une aire, du plan z, limitée par un contour extérieur C_0 et p contours intérieurs $C_1, \ldots, C_p$ qu'on peut supposer analytiques. Il existe (La Vallée Poussin, *Annales Éc. Norm. sup.*, 1930, p. 267) une fonction $F(z)$, holomorphe et uniforme dans $\mathfrak{A}$ et sur les C_i, dont le module prend sur les C_i des valeurs constantes $1 > e^{\lambda_1} \geqq e^{\lambda_2} \geqq \ldots \geqq e^{\lambda_p}$, et dont l'argument augmente respectivement de $(p.2\pi)$ et (-2π) lorsque z décrit C_0 ou l'une quelconque des $C_1, \ldots, C_p$, dans le sens positif par rapport à $\mathfrak{A}$. Ces propriétés déterminent $F(z)$ au facteur $e^{i\theta}$ près, ainsi que les λ_i, nombres négatifs. Pour étudier certaines difficultés rencontrées par M. de La Vallée Poussin dans la représentation de $\mathfrak{A}$ sur une aire D, du plan u, limitée par $p+1$ cassiniennes, et conformément aux idées émises dans mes Notes (*Comptes rendus*, 174, 1922, p. 517, 653, 800) et dans le Mémoire (*Bull. Soc. math. de France*, 52, 1924, p. 279), j'ai introduit, comme élément central du problème, *la surface de Riemann σ décrite par le point $\zeta = F(z)$ lorsque z décrit $\mathfrak{A}$.*

2. σ possède les *propriétés caractéristiques* suivantes. Elle a p feuillets. Elle est limitée : 1° *extérieurement* par la courbe fermée γ_0 composée du cercle $|\zeta| = 1$ parcouru p fois de suite dans le sens trigonométrique [argζ croît de $(p.2\pi)$ sur γ_0]; 2° *intérieurement* par p courbes fermées $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_p$; $\gamma_i (i = 1, 2, \ldots, p-1)$ se projette sur le cercle $|\zeta| = e^{\lambda_i}$, elle peut avoir des points de rebroussement, l'argument du ζ qui la décrit (dans le sens positif par rapport à σ), et dont la variation totale est (-2π), pouvant avoir des phases de croissance intercalées entre les phases de décroissance; γ_p est le cercle $|\zeta| = e^{\lambda_p}$. Entre γ_p et γ_{p-1} il y a *un* feuillet, entre γ_{p-1} et γ_{p-2} se projettent *deux* feuillets, ..., entre γ_1 et γ_0 s'étalent les p feuillets de σ bordés par γ_0. σ présente *a points de ramification simples intérieurs* et

b points de ramification simples frontières [1] (un zéro d'ordre K de F' donne un point de ramification équivalent à K points simples). On a la *relation fondamentale* $2a+b=2p-2$; b est donc *pair* et *peut être nul*. σ est de *genre zéro* (toute rétrosection la morcelle) et son *ordre de connexion est* $(p+1)$. Toute σ ayant les propriétés précédentes est une *surface canonique* correspondant conformément à la classe ($\mathfrak{A}$) des aires du plan z représentables conformément sur l'une d'elles $\mathfrak{A}$. Elle dépend des p paramètres réels λ_i, des $2a+b=2p-2$ paramètres réels fixant les points de ramification ; avec la rotation arbitraire autour de o, il reste $3p-3$ paramètres réels (Riemann-Schottky) caractéristiques d'une classe d'aires planes ($\mathfrak{A}$) de connexion $(p+1)$. $\mathfrak{A}$ peut être choisie dans les types canoniques antérieurement choisis par MM. Schottky, Hilbert, Kœbe pour représenter les surfaces de Riemann de genre zéro, de connexion $(p+1)$.

3. Lorsque $b=0$, les γ_i $(i=1, 2, \ldots, p)$ sont des *cercles*. On *prolonge vers* σ *l'intérieur* en lui adjoignant les p disques circulaires (γ_i) limités par les γ_i. On obtient ainsi σ_1 simplement connexe à p feuillets recouvrant tous $|\zeta| \leqq 1$ et bordée par γ_0. Le prolongement de σ_1 *à l'extérieur de* γ_0 peut se faire de plusieurs manières : en voici deux très simples.

4. On peut d'abord adjoindre à σ_1 la surface σ_2 bordée par γ_0 et engendrée par $\zeta = w^p$ lorsque w décrit $|w| \geqq 1$. On a une surface *algébrique fermée* $\Sigma_1 = (\sigma_1 + \sigma_2)$, de *genre zéro* à p feuillets. On la représente conformément (Schwarz) sur le plan complet u [$u=\infty$ et $\zeta=\infty$ se correspondant] par $u=\pi(\zeta)$ *fonction inverse d'un polynome de degré* p,

$$\zeta = P(u) = P_0(au+b)$$

[P_0 étant l'un de ces polynomes, a et b deux constantes arbitraires ; en imposant à tous ces polynomes un coefficient de u^p égal à 1 en module, $a=e^{i\theta}$ avec θ arbitraire]. Par $u=\pi(\zeta)$, σ est transformée en une aire D, du plan u, limitée par des *cassiniennes* (type canonique de La Vallée Poussin). D (déterminée à un déplacement euclidien près) correspond

(1) Ils seraient points de ramification intérieurs du prolongement analytique de σ et proviennent des zéros de F' situés sur la frontière de $\mathfrak{A}$; les rebroussements des γ_i [$i=1, 2, \ldots, (p-1)$] proviennent de ces zéros d'ordre impair ; la relation fondamentale limite le nombre de ces rebroussements et des phases de croissance correspondantes d'arg. ζ. On la démontre directement, ou bien en la rattachant au nombre des zéros d'une différentielle abélienne de première espèce de genre p, qui n'est autre que $(dF:F)$ exprimée à l'aide des fonctions $r(z)$ et $s(z)$, liées par la relation algébrique $A(r, s)=0$, associées par M. Schottky à l'aire $\mathfrak{A}$.

conformément à $\mathfrak{A}$ par $u = \pi[F(z)]$ ou $P(u) = F(z)$. La classe des $(\mathfrak{A})$ [avec *correspondance conforme* entre ses aires] est transformée en une classe (D) [avec *correspondance linéaire* (*déplacement euclidien*) $(u / ue^{i\theta} + b)$ entre ses aires].

5. On peut aussi prolonger σ_1 *par symétrie relativement à* γ_0. On obtient σ'_1, qui, raccordée à σ_1, donne Σ_2, surface algébrique fermée à p feuillets, de genre zéro. $v = \rho(\zeta)$, qui représente conformément σ_1 sur $|v| \leqq 1$, représente σ'_1 sur $|v| \geqq 1$ et Σ_2 sur le plan complet v. C'est la *fonction inverse d'une fraction rationnelle* $\zeta = R(v)$, *de degré* p, *à cercle fondamental* $|v| \leqq 1$. Elle transforme σ en une aire D', du plan v, limitée *intérieurement* par les p *cassiniennes généralisées* $|R(v)| = e^{\lambda_1}, e^{\lambda_2}, \ldots, e^{\lambda_p}$ [chacune entourant un zéro simple de $R(v)$ et *extérieurement par le cercle* $|v| = |R(v)| = 1$ [type canonique nouveau]. Les $R(v)$ se déduisent de l'une d'elles, R_0, par

$$R(v) = R_0\left[e^{i\theta}\frac{v - \alpha}{1 - \bar{\alpha} v}\right],$$

α constante arbitraire de module < 1. $\mathfrak{A}$ et D' se correspondent par $v = \rho[F(z)]$ ou $R(v) = F(z)$. La classe des aires $(\mathfrak{A})$ est transformée en une classe (D') $\left[\text{avec } \textit{correspondance linéaire} \ (\textit{déplacement non euclidien}) \left(v / e^{i\theta}\frac{v-\alpha}{1-\bar{\alpha}v}\right) \text{ entre deux quelconques de ses aires}\right]$.

6. On peut faire d'autres applications de σ. Par exemple, en lui adjoignant sa symétrique σ' par rapport à γ_0, et identifiant les γ_i avec les γ'_i, on a une surface de Riemann fermée $[\sigma + \sigma']$, de genre p, image conforme du disque $\mathfrak{A}$ à deux faces, qui est une surface de Riemann-Clifford-Klein pour la classe des courbes algébriques $A(r, s) = 0$ de M. Schottky. Nous n'insisterons pas ici sur ces applications.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'emploi des potentiels vecteurs généralisés dans l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles* (¹). Note (²) de M. **Gr. C. Moisil**, présentée par M. Hadamard.

Considérons le système d'équations aux dérivées partielles

$$F\psi = \Psi, \tag{1}$$

(¹) Pour les notations employées, nous renvoyons à notre Note *Sur les systèmes d'équations de M. Dirac du type elliptique* (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1292).

(²) Séance du 8 juin 1931.

où

$$(2) \qquad F = \sum_{k=1}^{m} \gamma_k \frac{\partial}{\partial x^k}.$$

Supposons que les matrices γ_k satisfassent aux relations de Dirac

$$(3) \qquad \gamma_h \gamma_k + \gamma_k \gamma_h = 2\,\delta_{hk} I.$$

En exprimant ψ à l'aide des potentiels φ, qui jouent un rôle de potentiel vecteur :

$$(4) \qquad \psi = F\varphi,$$

on conclut que φ satisfait à

$$(5) \qquad \Delta\varphi = \Psi.$$

Nous pourrons donc écrire

$$(6) \qquad \varphi = \frac{1}{s_m}\int_\Omega \frac{(\overrightarrow{MP}.\gamma)}{\overline{MP}^m} \Psi_M\, d\omega_M + \frac{1}{s_m}\int_\Sigma \frac{(\overrightarrow{MP}.\gamma)}{\overline{MP}} \Lambda_M\, d\sigma_M$$

où Λ_M est la densité inconnue d'un potentiel de simple couche. Si nous prolongeons ψ en dehors de Ω en lui donnant la valeur 0, par continuité extérieure nous pouvons arriver à

$$(7) \qquad \frac{1}{2}(n_P\gamma)\Lambda_P - \frac{1}{s_m}\int_\Sigma \frac{(\overrightarrow{MP}.\gamma)}{\overline{MP}^m}\Lambda_M\, d\sigma_M = -\frac{1}{s_m}\int_\Omega \frac{(\overrightarrow{MP}.\gamma)}{\overline{MP}^m}\Psi_M\, d\omega_M,$$

P étant sur Σ.

C'est un système d'équations intégrales à intégrales principales. Il est singulier. En effet si Λ_0 est constant et arbitraire, $(n_P\gamma)\Lambda_0$ est une solution de (7). On le montre en s'appuyant sur l'identité

$$(8) \qquad \frac{1}{2}e = \int_\Sigma \frac{(\overrightarrow{MP}.\gamma)(n_M\gamma)}{\overline{MP}^m}\, d\sigma_M$$

où P est sur Σ ; (7) peut être écrit

$$(9) \qquad \frac{1}{2}\Lambda_P - \frac{1}{s_m}\int_\Sigma \frac{(n_P\gamma)(\overrightarrow{MP}.\gamma)}{\overline{MP}^m}\Lambda_M\, d\sigma_M = -\frac{1}{s_m}\int_\Sigma \frac{(n_P\gamma)(\overrightarrow{MP}.\gamma)}{\overline{MP}^m}\Psi_M\, d\omega_M ;$$

si nous intégrons (9) sur Σ, le premier membre s'annule. La condition de

compatibilité est satisfaite car on peut s'assurer que l'intégrale du second membre sur Σ est aussi nulle.

La méthode employée dans cette Note peut être étendue aux systèmes pour lesquels les relations (3) sont remplacées par l'hypothèse qu'il existe des matrices $\overline{\gamma}_h$, λ_h, μ_h telles que

$$\gamma_h \underline{\gamma}_k + \gamma_k \underline{\gamma}_h + \lambda_h \mu_k + \lambda_k \mu_h = 2 \delta_{hk} e. \tag{10}$$

De même la méthode employée dans la Note précédemment citée est valable si l'on suppose que la relation (3) de M. Dirac est remplacée par l'hypothèse qu'il existe des matrices γ_h telles que

$$\overline{\gamma}_h \gamma_k + \overline{\gamma}_k \gamma_h = 2 \delta_{hk} e. \tag{11}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Des équations $s = f(x, y, z, p, q)$ qui admettent un invariant du second ordre*. Note de M. **R. Gosse**, présentée par M. E. Goursat.

Ces équations ([1]) ne peuvent être que de la forme

$$\frac{da(x, y, z, p)}{dy} = b(x, y, z, q)$$

et la condition nécessaire et suffisante pour qu'une telle équation admette une involution d'ordre 2 s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial y} l(x, y, z, p) = \frac{db}{dx}. \tag{1}$$

L'équation proposée admet alors l'invariant

$$u = \frac{da}{dx} - l.$$

La condition (1), outre qu'elle permet une discussion simple et uniforme des différentes formes possibles de a et de b, invite à essayer la transformation de Bäcklund

$$P = l(x, y, z, p), \qquad Q = b(x, y, z, q) \tag{2}$$

([1]) Goursat, *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1, 1889, p. 31-78.

et il y a là une méthode générale pour coordonner et compléter les résultats obtenus sur cette question par MM. Goursat (1) et Lainé (2), et moi-même (Gosse, *Annales de Toulouse*, 2e série, 12, p. 113 et suiv.

Pour en mesurer la puissance, on peut remarquer qu'elle fournit immédiatement les deux transformations qui ont été données par M. Lainé (3) et moi-même (4) pour intégrer l'équation

$$s = p\left(\frac{\sqrt{q}+q}{z-y} + \frac{q}{z-x}\right).$$

J'en ai de plus fait l'application à l'équation

$$(3)\quad s = 2\sqrt{(z+x)^2+p}\left[z+x+\sqrt{(z+x)^2+p}\right]\left(\frac{\sqrt{q}+q}{z-y} - \frac{q}{\sqrt{(z+x)^2+p}}\right)$$

qui est la seule, de la catégorie étudiée, qu'on n'ait pu ramener jusqu'ici à une équation linéaire, quand X ne se réduit pas à une constante (5).

On peut prendre ici

$$a = \mathrm{L}\,\frac{z+x-\sqrt{(z+x)^2+p}}{z-y}, \qquad b = \frac{\sqrt{q}+1}{z-y},$$

$$l = \frac{y+x}{z-y}\left[z+x+\sqrt{(z+x)^2+p}\right].$$

La transformation (2), qui donne (3) si l'on élimine Z, donne, si l'on élimine z,

$$d(z-y) = (z-y)^2\left[\frac{\mathrm{P}^2\,dx}{(\mathrm{X}+y)^2} + \mathrm{Q}^2\,dy\right] - 2(z-y)\left[\frac{\mathrm{P}(z+\mathrm{X})}{z-y}\,dx + \mathrm{Q}\,dy\right],$$

ce qui s'écrit, en posant $z_1 = e^{-\mathrm{Z}}$,

$$-d\left[\frac{\mathrm{Z}_1^2}{(\mathrm{Z}-y)}\right] = \left[\frac{p_1^2}{(\mathrm{X}+y)^2} + \frac{2p_1\mathrm{Z}_1}{\mathrm{X}+y}\right]dx + q_1^2\,dy.$$

On a alors

$$s_1 = \frac{p_1}{\mathrm{X}+y},$$

$$z_1 = y\xi(x) + \eta(y) + \xi_1(x) \qquad (\text{avec } \xi_1' = \mathrm{X}\xi'),$$

et la solution générale de (3) est donnée par la formule

$$\frac{y\xi+\eta+\xi_1}{\mathrm{Z}-y} + y\xi^2 + 2\xi\eta + \int(\xi'^2 + 2\xi_1\xi')\,dx + \eta'^2\,dy = 0.$$

(1) Goursat, *loc. cit.*

(2) Lainé, *Thèse de Doctorat*, Cracovie, Imprimerie de l'Université, 1928.

(3) Lainé, *loc. cit.*

(4) Gosse, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 363.

(5) Lainé, *loc. cit.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les caractéristiques des systèmes en involution d'équations aux dérivées partielles.* Note de M. G. **Cerf**, présentée par M. Goursat.

Un système en involution de ν équations aux dérivées partielles d'ordre n à l'inconnue z, fonction de variables indépendantes $x_1, \ldots, x_m$, admet des caractéristiques à $m - \nu$ dimensions, dépendant d'un nombre fini de constantes arbitraires : par chaque élément de contact d'ordre n du système donné, il passe une de ces caractéristiques et une seule (¹). Il peut se faire qu'une intégrale quelconque du système étant considérée, il existe une infinité d'autres intégrales admettant avec elle le long d'une caractéristique un contact d'ordre inférieur à n. Le but de la présente Note est de donner un moyen de former de tels systèmes.

Nous donnerons les indications sur un cas particulier, la généralisation pouvant être faite aisément. L'exemple choisi est celui d'un système en involution (S) de quatre équations du second ordre à trois variables indépendantes, il a fait l'objet de recherches de M. E. Cartan (²); il admet une famille de caractéristiques à une dimension du deuxième ordre dépendant de huit paramètres arbitraires; il est équivalent à un système de quatre équations de Pfaff (Σ) de classe 8, son intégration est, en général, équivalente à celle d'un système de deux équations aux dérivées partielles du troisième ordre à deux variables indépendantes.

En procédant de la manière suivante, on peut former un système (S) qui admette des caractéristiques du premier ordre dépendant de 7 paramètres : à un élément de contact du premier ordre d'un espace (e) à 3 dimensions, on fait correspondre une variété ponctuelle (V) à 3 dimensions d'un espace à 4 dimensions (E), et à toute surface de (e), l'enveloppe des variétés (V) correspondant à ses éléments. Pour certaines correspondances, convenablement choisies, il se trouve que, pour les surfaces intégrales dans (e) d'une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre à deux variables indépendantes, l'enveloppe dans (E) est « osculatrice » à ses enveloppées. Ces enveloppes constituent alors l'intégrale générale d'un système de la forme cherchée.

A toute équation aux dérivées partielles du second ordre à deux variables

---

(¹) J. Beudon, *Ann. Éc. Norm.*, 3ᵉ série, 13, 1896, Supp. p. 19.

(²) *Bull. Soc. math. de Fr.*, 39, 1911, p. 436.

indépendantes, on peut, en général faire correspondre une infinité de tels systèmes : du système de Pfaff déduit de l'équation du deuxième ordre, on tire immédiatement 4 équations, dont l'ensemble, de classe 8, joue le rôle de système équivalent à (ε). D'ailleurs, la détermination du système (S) peut se faire ainsi : dans l'espace à 5 dimensions : x, y, z, p, q, on peut représenter, quant aux éléments du premier ordre, les caractéristiques de l'équation du second ordre par des courbes ; ce sont des courbes intégrales d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre, dont le cône des tangentes est a 3 dimensions. Une intégrale complète de cette équation du premier ordre fournit un mode de correspondance ; les différents systèmes (S) obtenus à partir d'une même équation du second ordre sont équivalents par rapport au groupe des transformations de contact de l'espace à 4 dimensions.

Dans l'exemple choisi les cas d'exceptions donnent des résultats intéressant l'intégration des équations du deuxième ordre, mais qui ont été obtenus déjà par d'autres méthodes.

Les généralisations envisagées au début ont rapport au nombre de dimensions des espaces (e) et (E), ainsi qu'à l'ordre de l'élément de contact choisi dans (e).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème de M. Lusin.* Note de M. S. **Mazurkiewicz**, présentée par M. Émile Borel.

La présente Note contient la réponse négative à la question suivante posée par M. Lusin [1] : soit

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^{\infty} |c_k|^2$$

convergente ; peut-on démontrer l'existence d'une courbe fermée, rectifiable L, située dans le cercle $|z| = 1$, ayant avec la circonférence $|z| = 1$ un ensemble de points communs de mesure positive, et telle que l'intégrale double $\iint |F'(z)|^2 \, dw$, étendue à l'intérieur de L, ait une valeur finie ?

La méthode dont je me servirai est due à MM. Banach et Saks (Banach, *Bull. Sc. math.*, 2e série, 50, mars 1926. — Saks, *Fund. Math.*, 10, p. 186-

[1] *Bull. Calcutta Math. Soc.*, 20, 1930, p. 150.

196. — Steinhaus, *Studia Math.*, I, p. 51-81) et basée sur les recherches de M. Baire.

Soit U l'ensemble de fonctions

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$$

telles que $\sum_{k=0}^{\infty} |c_k|^2$ converge. Définissons la *norme* $\|F\|$ de $F(z)$ par l'égalité

$$\|F\| = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} |c_k|^2};$$

U devient alors un ensemble vectoriel, normé, séparable et complet (*cf.* Banach, *Studia Math.*, I, p. 211). Posons $z = re^{i\varphi}$ et soit A_m l'anneau : $1 - \frac{1}{m} \leq r \leq 1 - \frac{1}{2m}$. Soit V_m l'ensemble des $F \varepsilon U$ telles que $|F'(z)| > m^{\frac{3}{4}}$ pour $z \varepsilon A_m$. Posons

$$W_p = \sum_{m=p}^{\infty} V_m.$$

Comme $\lim_{j=\infty} \|F_j\| = \|F\|$ entraîne $\lim_{j=\infty} F_j(z) = F(z)$, donc aussi

$$\lim_{j=\infty} F'_j(z) = F'(z),$$

uniformément pour $z \varepsilon A_m$, les ensembles V_m et W_p sont *ouverts* dans U.

Soient p un entier positif, $\eta > 0$, $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k z^k$ une fonction de U. Déterminons un entier q tel que

$$\sum_{k=q+1}^{\infty} |b_k|^2 < \left(\frac{\eta}{2}\right)^2$$

et soit m un entier supérieur à la fois à $\left(\sum_{k=1}^{q} k\,|b_k|\right)^{\frac{4}{3}}$, à p et à $2^{16}\pi^4\eta^{-4}$. Posons

$$g(z) = \sum_{k=0}^{q} b_k z^k - 16\,m^{-\frac{1}{4}} \log(1 - x^m).$$

On aura $\|f - g\| < \eta$ et $|g'(z)| > m^{\frac{3}{4}}$ pour $z \varepsilon A_m$. Donc $g \varepsilon V_m < W_p$. Il en résulte que W_p est *dense* dans U. Donc le complémentaire de W_p est

de première catégorie dans U. U étant complet l'ensemble $Y = \prod_{p=1}^{\infty} W_p$ *n'est pas vide* (¹).

Soit $h(z)$ une fonction de Y. Supposons qu'il existe une courbe fermée, rectifiable L, située dans le cercle $r \leqq 1$, ayant avec la circonférence $r = 1$ un ensemble de points communs E de mesure positive et telle que l'intégrale $\int\int |h'(z)|^2 dw$ étendue à l'intérieur D de L est finie. On peut supposer en outre que L ne passe pas par le point $z = 0$. Une généralisation facile d'un théorème de M. Banach (*Fund. Math.*, 7, p. 225 et suiv.) montre que presque pour chaque valeur de φ_0 la demi-droite $\varphi = \varphi_0$ rencontre L en un nombre fini de points. Il en résulte l'existence d'un nombre positif $\beta < 1$ et d'un ensemble $E_1 < E$ de mesure $\mu > 0$, tel que l'ensemble B de points z satisfaisant aux inégalités $1 - \beta \leqq r < 1$, $\varphi \varepsilon E_1$ est intérieur à L. Donc $B_m = (A_m \times B) < D$ pour $m > \frac{1}{\beta}$. La mesure superficielle de B_m est $\geqq \frac{\mu}{2m}$. D'autre part, pour une infinité d'indices m on a $h \varepsilon V_m$, et, par suite, $|h'(z)| > m^{\frac{3}{4}}$ pour $z \varepsilon A_m$. Donc pour une infinité d'indices m

$$\int\int_D |h'(z)|^2 dw \geqq \int\int_{B_m} |h'(z)|^2 dw \geqq \frac{1}{2} \mu \sqrt{m}.$$

On voit que $\int\int_D |h'(z)|^2 dw$ ne peut pas être finie. C. Q. F. D.

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les chaînes fermées à cinq couples rotoïdes, déformables au premier degré de liberté.* Note (²) de M. F. E. **Myard**, présentée par M. M. d'Ocagne.

Nous avons (³) indiqué la solution d'une chaîne fermée à cinq couples rotoïdes, déformable au premier degré de liberté (ou chaîne nº 1).

Le développement de cette question et de ses conséquences nous a conduit à un travail étendu. Nous le publierons prochainement; nous nous contenterons ici d'indiquer brièvement le schéma des sujets nouveaux qui seront traités dans ce Mémoire :

(¹) D'après la généralisation du théorème de M. Baire, due à M. Haussdorff.

(²) Séance du 8 juin 1931.

(³) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1194 et 1352.

A propos de la chaîne n° 1, M. Raoul Bricard nous a suggéré de donner une démonstration complémentaire en faisant appel aux considérations de congruences; dans le cas présent, en montrant que les cinq axes de cette chaîne s'appuient constamment sur un système de deux droites. C'est cette suggestion — dont nous remercions M. R. Bricard — qui nous a fait établir la démonstration complémentaire que contiendra le Mémoire.

A cette chaîne fermée n° 1, à plan de symétrie, qui constitue la première solution maintenant connue de tels systèmes articulés, nous allons ajouter un deuxième exemple. Cette chaîne n° 2, sans plan de symétrie, et pour laquelle, dans le Mémoire (comme dans le cas de la chaîne n° 1) nous donnerons une double démonstration, est obtenue comme suit :

Supposons la réunion, ou plutôt, la contraction de deux isogrammes égaux articulés disposés de manière à posséder un côté commun, les deux axes d'articulation aux extrémités de ce côté commun étant confondus.

Si nous supprimons le côté commun, ainsi qu'une articulation de façon que les deux côtés correspondant à cette articulation (qui sont en prolongement rectiligne ou oblique) ne forment plus qu'une seule et même barre, nous aurons cette chaîne n° 2 annoncée, à cinq couples rotoïdes.

Évidemment, si dans cette chaîne n° 2, on maintient l'articulation des deux côtés (en prolongement), on a une chaîne à six articulations, déformable au deuxième degré de liberté.

Nous montrerons, dans le Mémoire précité, l'existence d'un hyperboloïde articulé, ne possédant que des couples rotoïdes ([1]), et constituant une application directe de la chaîne n° 1.

Nous verrons que, dans ses déformations, l'hyperboloïde présente un cercle de gorge dont le rayon varie entre les deux limites zéro et r, tandis que les positions successives de ce cercle restent comprises entre deux plans limites parallèles, le rayon étant alors $\frac{r}{\sqrt{2}}$ pour chacune de ces deux positions.

Nous envisagerons aussi, dans ce Mémoire, la question des chaînes fermées à six couples rotoïdes.

([1]) On connaît la théorie relative à l'hyperboloïde articulé classique dans lequel les génératrices (des deux systèmes) sont liées entre elles par *couples sphériques*.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les tourbillons secondaires se produisant à l'aval d'un obstacle immergé dans un liquide.* Note (¹) de MM. E. Crausse et J. Baubiac, présentée par M. L. Lecornu.

L'objet de cette Note est l'exposé de divers résultats relatifs à l'étude des tourbillons secondaires se produisant dans le sillage d'un obstacle immergé dans un liquide (²).

Les obstacles étudiés sont des cylindres droits à base circulaire, de diamètre compris entre 8 et 100^{mm} et de hauteur égale à 300^{mm}.

Certains (ceux de 8 à 16^{mm}) sont placés dans un ajutage de 30^{cm} de diamètre précédée d'une tubulure donnant un mouvement en bloc des particules liquides.

Les autres (ceux de 20 à 100^{mm}) sont étudiés par translation dans de l'eau immobile. Les vitesses sont mesurées par la méthode chronophotographique dans le premier cas, directement dans le second. Les périodes sont mesurées, soit par la méthode thermique décrite dans une précédente Note, soit directement.

I. *Naissance des tourbillons.* — Après l'apparition des tourbillons alternés et pour une vitesse critique donnée, les bords du sillage présentent des

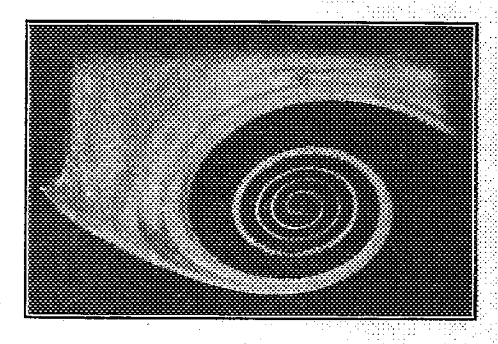


Fig. 1. — Tourbillon d'ouverture.

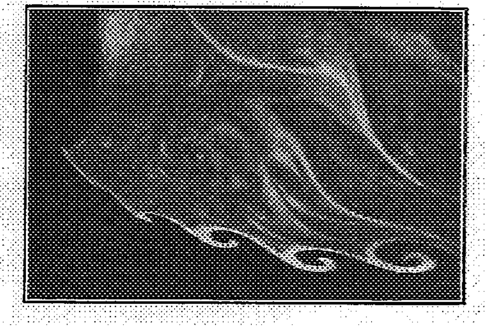


Fig. 2. — Tourbillons secondaires.

Photographie des tourbillons produits derrière un obstacle, plan semi-circulaire obturant la demi-section d'un ajutage cylindrique de 15^{cm} de diamètre.

ondulations. Si la vitesse croît, ces ondulations se transforment en encoches qui s'enroulent ensuite sur elles-mêmes jusqu'à présenter la forme caractéristique des tourbillons (*fig.* 2).

(¹) Séance du 8 juin 1931.

(²) Voir Note précédente, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1355.

A chaque variation brusque de la vitesse, il se produit sur les bords de l'obstacle deux tourbillons symétriques du régime transitoire (*fig.* 1) que nous laissons de côté dans cette Note.

La vitesse critique correspondant à la formation des premières ondulations est de l'ordre de 3 cm/sec pour les obstacles de 8 à 16^{mm} de diamètre.

II. *Étude de la période.* — Les variables envisagées sont : le diamètre D du cylindre, la période T des tourbillons, la vitesse relative V du fluide et de l'obstacle, le coefficient cinématique de viscosité ν du liquide.

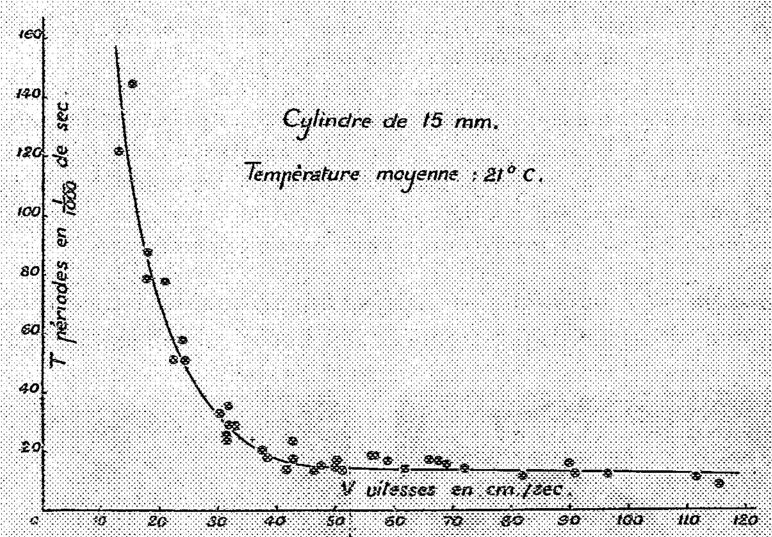


Fig. 3. — Variation de la période en fonction de la vitesse pour un cylindre, D = 15^{mm}, placé dans un champ de vecteurs vitesses uniforme.

1° *Influence de la vitesse sur la période*, D et ν *restant constants.* — La vitesse varie de 3 à 120 cm/sec. La courbe T(V) obtenue présente l'allure indiquée par la figure 3. Lorsque la vitesse croît, tout en restant inférieure à 40 cm/sec environ, la période diminue très rapidement ; pour des vitesses supérieures à cette valeur, la période ne décroît que très lentement.

2° *Influence du diamètre sur la période*, V *et* ν *restant constants.* A vitesse constante, la période croît avec le diamètre. Cette augmentation est sensible aux vitesses inférieures à 40 cm/sec, alors qu'aux vitesses plus élevées, le diamètre semble avoir peu d'influence sur la période.

3° *Influence de la viscosité sur la période*, V *et* D *restant constants.* — Nous avons étudié des obstacles de diamètres compris entre 20 et 60^{mm} déplacés à des vitesses variant de 4 à 14 cm/sec, d'abord dans de l'eau, puis dans une

solution sucrée environ 2 fois plus visqueuse que l'eau. Pour une vitesse et un diamètre donnés, la période croît avec la viscosité.

III. *Influence de la longueur de l'obstacle.* — Des cylindres de 18^{mm} de diamètre et de longueur comprise entre 300 et 20^{mm} sont successivement étudiés. Ces cylindres, placés dans un ajutage de 300^{mm} de diamètre, sont disposés symétriquement par rapport au plan médian horizontal de l'ajutage. La vitesse varie de 4 à 9 cm/sec. Les périodes sont mesurées directement. Le liquide utilisé est l'eau. Pour une même vitesse, aucune différence appréciable n'est constatée sur la valeur de la période correspondant à chacun de ces cylindres. L'influence des extrémités est donc bien moins considérable que dans le cas des tourbillons alternés.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Les bandes de Raffety et le spectre des comètes.* Note ([1]) de M. **Fernand Baldet**, transmise par M. Ernest Esclangon.

Les gaz entourant le noyau des comètes émettent, comme on le sait, un spectre caractéristique dont j'ai donné la description en 1926 ([2]). L'identification des radiations, dont les principales se trouvent entre $\lambda 3988$ et $\lambda 4125$, a fait l'objet d'assez nombreuses recherches sans aboutir à des résultats définitifs. On a surtout rapproché ce groupe d'une série de très faibles radiations émises par le cône bleu de la flamme du bec Méker, que Raffety avait signalées en 1916. Mais, après avoir repris la question, j'étais arrivé à conclure que l'identification des deux spectres était prématurée à cause des lacunes qu'ils présentent l'un par rapport à l'autre ([3]). Cependant le nom de bandes de Raffety a été souvent employé depuis pour désigner le groupe de radiations cométaires, aussi bien dans des Mémoires que dans des Ouvrages d'enseignement. Tout récemment une étude importante leur a été consacrée ([4]) et l'auteur conclut que, si l'identification des deux systèmes n'est pas absolument certaine, « elle semble néanmoins hautement probable ».

En fait on a toujours été gêné dans ces recherches par l'insuffisance de nos connaissances sur les bandes de Raffety. Or M. Grenat, à l'Observa-

([1]) Séance du 8 juin 1931.

([2]) *Annales de l'Observatoire de Meudon*, 7, 1926, p. 103.

([3]) *Loc. cit.*, p. 104.

([4]) N. T. Bobrovnikoff, *The Raffety Bands in Comets* (*Astrophysical Journal*, 73, 1931, p. 61).

toire de Meudon, vient de les obtenir avec intensité et pureté dans la flamme du chalumeau oxyacétylénique et les a interprétées ([1]). Il est donc aisé maintenant de trancher la question. La simple comparaison des photographies des spectres des comètes, obtenues aussi bien au prisme-objectif qu'au spectrographe à fente, avec la bande de Raffety à λ 4025 donnée par un spectrographe à petite dispersion est démonstrative : il n'y a aucune ressemblance entre les deux groupes de radiations, et les coïncidences approximatives observées entre quelques raies sont fortuites.

Bande de Raffety (Grenat).			Comètes.		
Branches.	Int.	λ moyens.	Int.	λ Baldet.	λ Bobrovnikoff.
–	–	–	3	3988,4	3987,0
–	–	–	4	3993,1	3993,3
–	–	–	4	4002,0	4002,9
–	–	–	8	4014,5	4014,3
–	–	–	8	4020,1	4020,0
R	8	4026,5	–	–	–
R	3	4030,2	–	–	–
Q_2	1	4033,8	3	4032,6	4031,5
$Q_{2,3}$	7	4037,4	–	–	–
Q_4	8	4040,2	9	4039,6	4039,3
Q_5	9	4043,6	9	4043,0	4042,4
P_3	3	4044,9	–	–	–
Q_6	10	4047,9	–	–	–
P_4	6	4051,0	10	4051,6	4052,1
Q_7	9	4053,1	–	–	–
P_5	7	4058,0	–	–	–
Q_8	8	4059,4	–	–	–
P_6	8	4065,8	–	–	–
Q_9	4	4066,7	7	4067,7	4067,2
P_7	8	4074,5	9	4074,0	4074,2
Q_{10}	2	4075,2	–	–	–
P_8	7	4084,2	2	4085,1	4085,8
P_9	6	4094,9	–	–	–
–	–	–	3	4099,6	4099,6
P_{10}	4	4106,6	–	–	–
–	–	–	3	4109,3	4109,1
P_{11}	2	4119,6	–	–	–
–	–	–	1	4124,6	–

([1]) H. Grenat, *Identification du spectre de Raffety* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1553, ci-dessous).

Le tableau ci-contre résume les mesures. On y trouvera, en regard des longueurs d'onde moyennes des groupes de raies de la bande de Raffety qui ne sont pas séparées à faible dispersion, les longueurs d'onde des radiations cométaires d'après les mesures concordantes de Bobrovnikoff (1) et les miennes.

Ce tableau montre nettement que, malgré les quelques coïncidences ayant attiré l'attention dès le début, il n'y a aucune identification possible entre la bande de Raffety et les radiations du noyau des comètes dont l'origine reste, par conséquent, encore à découvrir.

Remarquons que la bande de Raffety est émise par la même molécule CH qui donne naissance aux bandes bien connues des hydrocarbures situées de part et d'autre à $\lambda 4300$ et $\lambda 3900$. Or ces bandes n'ont jamais été observées avec certitude dans les comètes alors qu'elles devraient, semble-t-il, y être intenses si la bande de Raffety s'y trouvait.

THÉORIE DE LA RELATIVITÉ. — *Contribution à l'étude du problème statique dans la théorie de la relativité.* Note (2) de M. **Ch. Racine**, présentée par M. Élie Cartan.

M. Levi-Civitá a étudié (3) les solutions des équations de la gravitation d'Einstein dans le cas où les masses matérielles sont au repos. L'élément linéaire de l'espace-temps est alors de la forme

$$ds^2 = V^2 dt^2 - d\sigma^2, \tag{1}$$

où V est une fonction des trois variables d'espace x_1, x_2, x_3; $d\sigma$, l'élément linéaire d'un espace de Riemann (E) à trois dimensions.

Soient R_{ij} les tenseurs de courbure riemannienne contractés de l'espace (E), V_i, V_{ij}, ... les dérivées covariantes relativement à cet espace et aux variables x_i, x_j, ... de la fonction V; Δ, enfin, le second paramètre différentiel de Beltrami, lui aussi relatif à (E).

Les équations de la gravitation hors des masses peuvent alors s'écrire :

$$R_{ij} + \frac{V_{ij}}{V} = 0, \tag{2}$$

$$\Delta V = 0. \tag{3}$$

(1) *Op. cit.*, p. 68.

(2) Séance du 8 juin 1931.

(3) *Atti della reale Accademia dei Lincei*, 5e série, 26, 1917, p. 458 à 464.

La dernière de ces équations permet d'énoncer au sujet de la fonction V quelques propriétés intéressantes.

Considérons en effet un domaine (D) de l'espace (E) d'un seul tenant et simplement connexe. Supposons que dans ce domaine la métrique soit partout régulière et admette des élements du premier ordre partout finis et continus. Il existera pour un tel domaine une formule de Green généralisée relative à la fonction V et à une autre fonction U assujettie seulement à être finie et continue ainsi que ses dérivées du premier ordre. Il suffit pour l'écrire de remplacer dans la formule classique le laplacien par le paramètre différentiel du second ordre relatif à (E).

Si dans cette formule on fait $U = 1$, comme l'on a

$$\Delta V = 0,$$

on peut énoncer le théorème suivant :

I. *Le flux à travers toute surface fermée intérieure à* (D) *du champ de vecteurs* V_i *est nul.*

Prenons en second lieu pour fonction U la fonction que M. Hadamard a nommée la solution élémentaire de l'équation (3). Les travaux de M. E. E. Levi et de M. G. Giraud nous ont appris à former de telles solutions [1]. Soient P un point du domaine (D), M un point variable du même domaine, ρ la distance géodésique de M et de P. On pourra écrire

$$U = \frac{1}{\rho} + W, \tag{4}$$

W, dans un voisinage suffisamment petit du point P, étant continu et fini ainsi que ses dérivées jusqu'au troisième ordre et de plus satisfaisant à l'inégalité

$$|W| < \rho K$$

où K est un nombre positif ne dépendant pas du choix du point P. Cette solution élémentaire pourra être choisie de telle sorte qu'elle soit constante sur une surface Σ fermée, quarrable et de surface finie entourant le point P. La formule de Green appliquée au domaine compris entre cette surface Σ et une petite sphère géodésique de rayon arbitrairement petit et de centre P, contenue tout entière à l'intérieur de Σ, nous conduira à la formule sui-

---

[1] *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 43, 1926, p. 65-76.

vante :

$$(5)\qquad V(P) = \frac{\displaystyle\iint_{\Sigma} V \frac{dU}{dn_i} d\omega}{\displaystyle\iint_{\Sigma} \frac{dU}{dn_i} d\omega},$$

Il est aisé de voir que les dérivées $\frac{dU}{dn_i}$ prises sur Σ par rapport à la normale intérieure sont toujours positives dans un voisinage suffisamment petit de P. Cette formule généralise donc la formule de la moyenne relative aux fonctions harmoniques. Dans le domaine (D) la fonction V sera, par conséquent, monotone.

Considérons maintenant un espace de Riemann fermé ou ouvert mais sans frontière, à connexion simple et tel que sa métrique ainsi que ses éléments du premier ordre soient en tous points réguliers.

Si une fonction V définie dans un tel espace par l'équation (3) est assujettie, en outre, à être bornée supérieurement et inférieurement à y être partout continue ainsi que ses dérivées du premier ordre, devant être monotone en tout point, elle se réduira nécessairement à une constante.

Or les équations (2) montrent que si V est une constante les R_{ij} sont nuls. L'espace (E) étant à trois dimensions, on en déduit que les symboles à quatre indices sont nuls aussi. La métrique est donc euclidienne. On peut, par suite, énoncer la proposition suivante :

II. *Si un espace-temps est défini par une métrique telle que* (1) *et si l'on astreint cette métrique à être partout régulière ainsi que ses éléments du premier ordre et à vérifier les équations* (2) *et* (3) *du champ extérieur, l'espace* (E) *étant simplement connexe et sans frontière et* V *borné, cette métrique est nécessairement partout euclidienne.*

Notons, en terminant, une remarquable conséquence du théorème I. Soit un espace-temps de la forme (1) et satisfaisant aux conditions du champ extérieur. Soient (E) l'espace qui lui est associé et (D) un domaine de cet espace. Ce domaine sera dit *meublable* si l'on peut à son intérieur définir un domaine (D′) auquel on puisse attacher une métrique de la forme (1) mais satisfaisant aux conditions du champ intérieur. Elle devra se raccorder aux éléments du second ordre près à la métrique du domaine (D) le long de leur frontière commune. Cela permettra d'appliquer encore la formule de Green généralisée dans tout le domaine (D). Or les équations du champ intérieur dans (D′) donnent

$$(6)\qquad \frac{\Delta V}{V} = \mu \qquad (\mu > 0),$$

ΔV y gardera donc un signe constant et y sera partout différent de zéro. d'où le théorème :

III. *Un domaine du champ extérieur n'est meublable que si l'intégrale de flux, relative au champ de vecteurs* V_i, *prise sur une surface fermée quelconque entourant totalement ce domaine est différente de zéro.*

Dans le cas statique la présence de matière est donc essentiellement liée à celles de singularités du champ extérieur.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'application de la mécanique quantique à la cinétique chimique.* Note (¹) de M. **L. Goldstein**, présentée par M. M. de Broglie.

Les méthodes de la mécanique quantique ont été appliquées par plusieurs auteurs à l'étude théorique des réactions chimiques. Dans la plupart de ces recherches on essayait de traiter (²) simultanément deux problèmes de nature différente, le problème *élémentaire* (relatif à un petit nombre d'atomes ou molécules) et le problème *statistique* relatif au milieu où s'effectue la réaction. Il semble que la mécanique quantique ne s'applique qu'au premier de ces problèmes.

Considérons l'ensemble des partenaires d'une réaction dans le problème élémentaire. C'est là un système type rencontré en mécanique quantique. On sait en effet qu'au cours de la réaction ce système passe par divers *états*. L'étude complète de ce processus comporte donc, d'une part, la description de ces états (par une fonction d'onde), le calcul de l'*énergie* du système dans ces états, et, d'autre part, les *transitions* entre ces états.

Le premier de ces deux problèmes a été étudié par London (³) dans le cas d'une réaction bimoléculaire et la théorie a été appliquée avec succès à la réaction homogène H^2 ortho + H $\rightleftharpoons$ H^2 para + H, étudiée récemment (⁴). Le deuxième problème, celui des transitions, se rattache à l'étude des processus de choc (⁵). Nous nous proposons dans ce qui suit de donner un

(¹) Séance du 8 juin 1931.

(²) L. Roginsky et L. Rosenkewitsch, *Z. phys. Chem.*, (B), 10, 1930, p. 47. — La littérature antérieure est discutée en détail dans ce travail.

(³) F. London, *Sommerfeld Festschrift*, Leipzig, 1928, p. 104.

(⁴) A. Farkas, *Z. phys. Chem.*, (B), 10, 1930, p. 419. — H. Eyring et M. Polanyi, *Ibid.*, 12, 1931, p. 279.

(⁵) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1022.

résumé qualitatif (¹) de l'étude d'un problème particulier, relatif à la formation d'une molécule homopolaire à partir de ses constituants. On s'est borné au cas expérimentalement étudié de la recombinaison des atomes H libres, en négligeant le spin protonique et leur rotation.

Considérons un atome H en mouvement par rapport à un autre, au proton duquel est fixé un système de référence. Ce système peut être décrit par une équation de Schrödinger :

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2\mu}{h^2}[W - V(r)]\psi = 0. \tag{1}$$

μ est la masse réduite du système. Il est clair que la région de l'espace intéressante pour le processus en question est la zone moléculaire de Heitler et London où le couplage des deux atomes correspond à

$$V(r) = {}^3\Sigma(r) \quad \text{ou} \quad {}^1\Sigma(r) \tag{2}$$

suivant les symétries possibles des coordonnées des électrons. Certes les potentiels Σ correspondent au mouvement relatif *adiabatique* des deux atomes. Plus exactement, le mouvement doit être adiabatique par rapport au mouvement électronique dans les atomes. Si l'on compare les vitesses atomiques *cinétiques* aux vitesses orbitales des électrons dans les atomes H, à l'état fondamental, on voit que l'application de (2) est légitime. On se bornera ici au cas de ${}^1\Sigma(r)$, le plus intéressant. On connaît la forme approximative de cette fonction que l'on pourrait introduire en (1). Au lieu de faire cela il est plus utile d'employer une fonction de potentiel semi-empirique qui constitue une meilleure approximation de l'interaction que celle obtenue par la méthode directe de Heitler-London. Une telle fonction a été donnée par Morse (²), elle s'écrit

$$V(r) = De^{-2a(r-r_0)} - 2De^{-a(r-r_0)} \tag{3}$$

où D est l'énergie de dissociation de la molécule, a une constante, r_0 la distance à l'état fondamental, nombre quantique de vibration zéro, des noyaux de la molécule. Ces constantes se calculent à partir des données contenues dans le spectre moléculaire. Après des changements de variables simples (1) se réduit avec (3), après avoir séparé la partie angulaire $Y(\theta, \varphi)$ analogue à celui du problème de l'atome H,

$$\Psi(\rho, \theta, \varphi) = R(\rho)\,Y(\theta, \varphi), \qquad r' = r - r_0.$$

$$\frac{d^2R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dR}{d\rho} + \left(\frac{K^2}{D}\frac{W}{\rho^2} + \frac{K}{\rho} - \frac{1}{4}\right)R = 0, \quad \rho = \frac{4\pi\sqrt{2\mu D}}{h}e^{-ar'}, \quad K = \frac{2\pi\sqrt{2\mu D}}{ah}. \tag{4}$$

Ici on distingue deux cas tout comme dans le problème de Kepler. Le premier, étudié par Morse, est celui relatif à $W < 0$, donc au spectre discret de ce système, de la molécule. Les valeurs propres de l'équation précédente représentent, avec une bonne

(¹) Les calculs et les détails de la discussion seront publiés ailleurs.

(²) P. M. Morse, *Phys. Rev.*, 35, 1929, p. 57.

approximation, les niveaux de vibration de la molécule W_v, et les fonctions propres correspondantes sont des polynomes de Laguerre généralisés, le nombre quantique de vibration v ne peut admettre qu'un nombre *fini* de valeurs depuis zéro jusqu'à un nombre où la molécule se dissocie.

Dans le problème qui nous occupe $W > 0$, l'énergie de l'atome incident est positive et l'on se trouve en présence de l'équation d'onde relative au spectre continu. La solution de (4) dans ce cas est analogue à celle du problème de champ central dans le spectre continu (fonction hypergéométrique confluente). Quant au problème de la *formation* de la molécule, il est ramené à un problème de *transition* d'un état d'énergie positive vers l'un des états discrets. Il est clair que pour le calcul de ce processus, on devrait disposer des fonctions d'ondes qui représentent de bonnes approximations pour les états qui y interviennent. Or, la méthode précédente conduit à des bonnes valeurs des énergies W_v; comme elle est directe on peut s'attendre à ce que les fonctions d'onde, qui sont des solutions exactes de (4), soient également de bonnes approximations dans la description des états.

La transition envisagée pour la formation de la molécule s'accompagnerait nécessairement de la dissipation d'énergie correspondant à la différence des énergies des états initial ou final. Or le système ne possède pas de moment électrique; on sait, en effet, que les molécules homopolaires ne possèdent pas de spectres de rotation ou de vibration. La transition ne peut donc pas s'effectuer *spontanément*. En d'autres termes, le modèle moléculaire décrit par (1) exclut la formation directe de H^2 à l'état fondamental à partir des atomes libres qui sont également à l'état fondamental. Ce résultat précis que fournit la mécanique quantique s'obtient dans la théorie des quanta classique par un raisonnement basé sur la conservation de la quantité du mouvement [1], mais elle conduit aussi à une possibilité de recombinaison directe qui peut être considérée comme exclue au point de vue de la mécanique quantique.

Pour que la transition s'effectue, il faut la provoquer, et le seul moyen qui se présente, c'est la perturbation par un champ d'onde de de Broglie relatif à des atomes ou molécules. Plus exactement, il faut qu'une onde de de Broglie perturbe le système dans l'état d'énergie positive, que le système subisse un choc de « seconde espèce » particulier au cours duquel l'onde perturbatrice se charge de l'élimination de l'énergie à dissiper. C'est le

---

(1) M. Born et J. Franck, *Ann. Physik*, 4e série, **76**, 1925, p. 225.

problème du choc triple. Dans ce processus, il se peut que la transition favorable se présente, ou encore que le système passe d'un état continu vers un autre état continu, donc pas de formation de molécule. Les résultats relatifs à ces transitions provoquées, chocs triples, seront donnés incessamment.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Application du redresseur oxymétal à la mesure des tensions de crête.* Note (¹) de M. **Maurice Robert**, présentée par M. Paul Janet.

On sait que le redresseur oxymétal a été employé à la mesure des tensions moyennes par mise en série d'un élément redresseur avec un appareil à cadre mobile. En général, afin d'augmenter la sensibilité, on utilise 4 éléments redresseurs disposés suivant un pont de Wheatstone.

On sait d'autre part que M. Moulins a donné une méthode pour mesurer les tensions de crête, mais elle a l'inconvénient d'exiger :

1° Une lampe à trois électrodes;

2° Une source auxiliaire.

Nous nous sommes proposé de réaliser un appareil permettant la lecture directe des tensions de crête sans aucun accessoire.

Principe. — Considérons un condensateur C en série avec un redres-

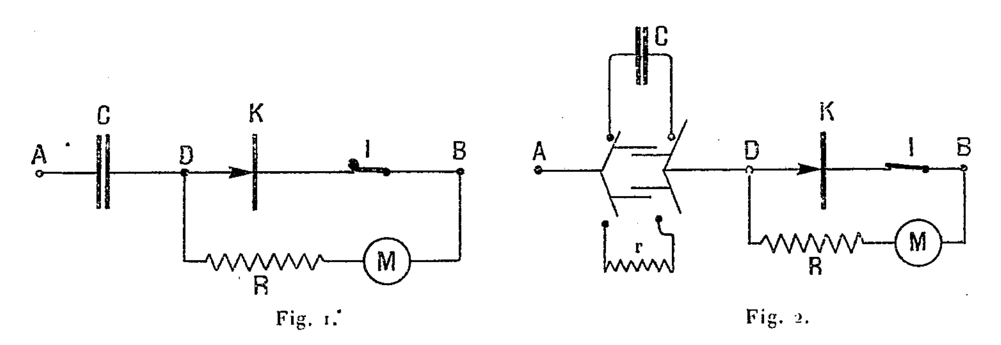


Fig. 1. Fig. 2.

seur oxymétal K et appliquons aux bornes A, B de l'ensemble une différence de potentiel alternative de valeur maximum U_m;

Le condensateur C se chargera à une différence de potentiel continue égale à U_m.

(¹) Séance du 1er juin 1931.

Plaçons entre les points B et D un micro-ampèremètre à cadre M en série avec une résistance R telle que le produit CR soit grand vis-à-vis de la période du courant. La différence de potentiel aux bornes du condensateur ne sera pas sensiblement changée et le courant traversant le micro-ampèremètre sera proportionnel à la tension de crête. L'appareil sera étalonné en appliquant une différence de potentiel continue connue U aux bornes B et D (le redresseur étant mis hors circuit en ouvrant l'interrupteur I).

Mesure des tensions moyennes avec le même dispositif. — Le montage employé ordinairement pour la mesure des tensions moyennes, consistant à placer un ou plusieurs redresseurs en série avec l'appareil à cadre mobile, nécessite un étalonnage différent, puisque la résistance de l'oxymétal intervient. Il pourrait donc être intéressant de rechercher une disposition analogue à la précédente donnant des tensions moyennes sur le même appareil et à l'aide de la même échelle que les tensions de crête.

Dans le dispositif pratique le condensateur C peut être remplacé, à l'aide d'un petit inverseur, par une résistance r faible vis-à-vis de R et grande vis-à-vis de la résistance du redresseur dans le sens normal de passage du courant.

Dans ces conditions la différence de potentiel entre les points B et D sera pendant une demi-période sensiblement égale à la différence de potentiel entre A et B. Pendant l'autre demi-période elle sera constamment nulle, le redresseur se comportant comme un court circuit. L'appareil à cadre mobile M étalonné précédemment en volts donnera la valeur moyenne U_{moy} de la différence de potentiel entre B et D.

Si U'_{moy} est la valeur moyenne dans une demi-période de la différence de potentiel appliquée aux bornes A et B, on a évidemment $U'_m = 2\,U_{moy}$.

Remarquons enfin que, dans cette disposition comme d'ailleurs dans la précédente, l'oxymétal n'étant pas en série avec le micro-ampèremètre, les lectures ne sont pas fonction de la résistance de l'élément redresseur et par suite sont indépendantes de la température.

ÉLECTRICITÉ. — *Enregistrements d'ondes mobiles, à haute tension et à front raide par l'oscillographe à rayons cathodiques, type Dufour, à un seul degré de vide.* Note (1) de M. **Stanislas Teszner**, présentée par M. Paul Janet.

1. Nous nous sommes proposé d'apporter à l'oscillographe à rayons cathodiques un certain nombre de modifications dans le but d'adapter cet appareil à l'étude des ondes mobiles à haute tension et à front raide.

Notre réalisation n'introduit aucune complication sensible du corps même de l'oscillographe. En particulier nous avons expressément évité l'emploi du « double vide ».

Par contre nous avons porté toutes les modifications sur les accessoires et sur la technique d'enregistrement.

Notre solution du problème, permettant d'obtenir des résultats comparables à ceux qui ont été publiés à l'étranger, nous semble ainsi offrir l'avantage de la simplicité tant de réalisation que d'emploi.

2. Les modifications apportées à l'oscillographe proprement dit ont eu pour but d'*assurer une meilleure stabilité du faisceau électronique* (problème, à notre avis, le plus important), *et d'augmenter l'intensité lumineuse de la tache en la concentrant*. La plupart de ces modifications ne présentent d'ailleurs pas un caractère de nouveauté; mais, par un choix judicieux, nous avons pu réduire leur nombre et leur importance au strict minimum (2).

Parmi les plus essentielles, nous citerons : l'*adjonction d'un tube protecteur métallique*, *surmontant l'anode*, *et concentrique au tube cathodique en verre*, afin de soustraire le faisceau aux influences électrostatiques extérieures et d'empêcher les chocs électroniques contre le verre, *le refroidissement à eau de l'anode et de la cathode*, afin d'éviter leur échauffement et, par là, tout dégagement gazeux, cause principale d'instabilité du faisceau, enfin, *la concentration de la tache au moyen d'une bobine en forme de galette plate* entourant le tube déviateur, permettant d'augmenter sensiblement le trou de l'anode, et, en conséquence, le nombre d'électrons qui la traversent.

Les modifications des accessoires ont porté principalement sur le *rupteur synchrone*.

(1) Séance du 8 juin 1931.

(2) Cette partie de notre travail, a été faite en collaboration avec M. Gondet.

Le balayage de la tache suivant l'axe de temps, produit par le rupteur (technique d'enregistrement à haute fréquence), s'effectuait auparavant suivant une sinusoïde.

Il ne convenait que pour l'étude des phénomènes oscillatoires, ou apériodiques, mais relativement peu rapides. Nous avons tenu à conserver cet organe, mais nous avons limité son rôle et, en général, le principe de la synchronisation mécanique, à la production *d'une déviation préalable*, destinée à éviter le voile de la plaque photographique. Dans ce but nous avons transformé complètement le schéma interne de ses connexions, afin d'imprimer à la tache, au lieu d'un mouvement oscillatoire, *un mouvement apériodique de va-et-vient.*

Le problème le plus important à résoudre était celui de la technique d'enregistrement, c'est-à-dire du balayage. Le cadre de la présente Note ne nous permet pas de le développer avec suffisamment de détails.

Le balayage a été obtenu par le procédé bien connu de la décharge d'un condensateur provoqué par l'étincelle « de lancement » de l'onde mobile à étudier. Ce système impliquait cependant le grave inconvénient *d'une déviation relativement faible, résultant de l'impossibilité d'application d'une tension suffisante* aux plateaux déviateurs d'un oscillographe à vide peu poussé. Afin d'obvier à cet inconvénient, tout en conservant les avantages de la solution, savoir : la synchronisation rigoureuse du balayage avec le phénomène à étudier, l'inertie du système excessivement réduite, nous avons eu recours à l'artifice basé sur le principe suivant :

La tension maximum de charge du circuit de balayage, admissible sans danger de décharge lumineuse entre plateaux, étant U, la tension de décharge produisant une déviation *en sens inverse*, et qui seule nous intéresse, peut atteindre impunément 2U. On voit là une possibilité d'obtention d'une déviation double de celle pouvant être normalement obtenue.

Afin de réaliser cet artifice, le circuit de balayage doit être alimenté par l'intermédiaire d'un diviseur de tension par capacités et résistances, branchées en parallèle et le rapport de division par résistances (tension de charge), doit être choisi sensiblement (jusqu'à deux fois) plus élevé que celui par capacités (tension de décharge).

Enfin un point des plus importants mérite d'être signalé. Le système susvisé de balayage imposait une échelle exponentielle; nous l'avons rendu à peu près linéaire sur une grande partie de la déviation simplement en « étalant » la courbe de décharge du condensateur. Les capacités du divi-

seur de tension peuvent être utilisées dans ce but, mais elles doivent être choisies, en conséquence, suffisamment importantes.

Nous avons pu de cette façon obtenir régulièrement des enregistrements d'ondes mobiles. Les vitesses d'inscription atteintes au cours de nos essais sont de l'ordre de plusieurs milliers de kilomètres par seconde, les tracés restant toujours parfaitement lisibles. L'échelle de temps est de plusieurs, jusqu'à 5 centimètres par micro-seconde, ce qui ne constitue d'ailleurs nullement une limite, mais nous semble amplement suffisant dans la plupart des cas. Enfin, les résultats obtenus sont très réguliers : ainsi deux enregistrements correspondant aux mêmes conditions d'essai se superposent rigoureusement.

Tout ceci semble prouver que l'oscillographe, ainsi modifié et agencé, fournit des moyens sûrs et précis pour l'étude des phénomènes extrêmement rapides, tant oscillatoires qu'apériodiques, jusqu'à une durée inférieure à un milliardième de seconde.

ÉLECTRONIQUE. — *Relation entre le parcours d'un proton rapide dans l'air et l'ionisation qu'il produit. Application à l'étude de la désintégration artificielle des éléments.* Note de M. **Louis Leprince-Ringuet**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Dans l'étude de la transmutation artificielle des éléments, on est amené à chercher un moyen de détecter d'une façon sûre le passage de chaque proton libéré au cours de cette désintégration. On y est arrivé depuis quelques mois en utilisant des dispositifs constitués essentiellement par un petit condensateur d'ionisation rempli de gaz et un amplificateur à lampes très sensible. Rutherford, Chadwick et leurs collaborateurs y sont parvenus en particulier (¹). Le proton, traversant le gaz du condensateur y produit une certaine quantité de paires d'ions qu'un champ électrostatique collecte sur les électrodes. L'arrivée de ces ions sur l'une ou l'autre des électrodes provoque une petite modification de son potentiel, et c'est ce phénomène de charge, de l'ordre de 10^{-16} coulomb, que l'on amplifie soigneusement jusqu'à la rendre audible au téléphone ou à l'enregistrer sur un oscillogramme.

(¹) J. Chadwick, S. Constable and G. Pollard, *Artificial desintegration by α particles* (*Proceedings of the royal Society*, A, 814, 1931, p. 463-489).

Nous avons réalisé un tel dispositif [L. LEPRINCE-RINGENT, *L'amplificateur à lampes et la détection des rayonnements corpusculaires isolés* (*Annales des P. T. T.*, numéro de juin 1931)], qui donne un courant de sortie sensiblement proportionnel à la charge de l'électrode d'entrée. Pour vérifier cette proportionnalité, nous avons placé une petite source de polonium devant une chambre d'ionisation de 3^{mm} d'épaisseur d'air et nous avons tracé la courbe du courant de sortie de l'appareil en fonction de la distance du polonium à la chambre. Cette courbe coïncide bien avec la courbe obtenue par Bragg reliant l'ionisation produite par la particule alpha à sa position sur sa trajectoire.

Nous avons alors cherché à tracer pour les protons rapides la courbe analogue à celle que Bragg a tracée pour les rayons α. Nous avons utilisé les protons provenant de la transmutation artificielle de l'aluminium par les rayons α du polonium. Leur parcours maximum dans l'air à la pression atmosphérique et à la température de 15° C. est de l'ordre de 60^{cm}, et les particules du plus long parcours semblent bien faire partie d'un groupe monocinétique défini (ce fait a été confirmé tout récemment par Chadwick et par Pose). Nous avons enregistré les passages des protons de ce groupe en plaçant une chambre d'ionisation de 15^{mm} en différents points de leur trajectoire, de façon à suivre l'accroissement de l'ionisation produite dans l'air lorsque le proton approche de l'extrémité de sa course.

La courbe ainsi tracée a été à nouveau vérifiée en suivant les autres groupes définis que l'on observe dans le spectre de vitesses des protons, et aussi en observant les protons dits naturels libérés par choc des particules α sur les substances hydrogénées.

On constate que la courbe est très lentement croissante lorsque le proton a encore plus de 10^{cm} d'air à parcourir, elle croît par contre d'une façon très rapide dans les derniers centimètres de la trajectoire. La valeur maximum de l'ionisation au centimètre produite dans l'air par un proton est à peu de chose près le quart de la valeur maximum de l'ionisation produite par un rayon α; en revanche un proton ayant encore 50^{cm} d'air à franchir ne produit que le septième de l'ionisation en fin de course, ce qui correspond à environ 2800 ions au centimètre.

Par ailleurs, avec le dispositif que nous avons réalisé, il nous est possible d'étudier la transmutation artificielle des éléments par une voie indépendante de la méthode des tangentes à la courbe spectrale des protons, et d'une façon plus sûre. En effet, à chaque distance du corps désintégré nous pouvons connaître non seulement le nombre de protons émis en un temps

donné, mais aussi, pour chacun d'eux, la valeur approximative du chemin qu'il a encore à parcourir. On peut ainsi différentier entre eux les différents groupes et discerner si les irrégularités de la courbe d'absorption proviennent d'écarts à la loi des grands nombres ou bien sont dus à l'existence de groupes définis.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur l'amortissement des oscillations des machines synchrones polyphasées dans la théorie des deux réactions.* Note de M. **F. Margand**, transmise par M. André Blondel.

L'étude des oscillations d'un alternateur ou d'une machine synchrone à partir des équations de la théorie des deux réactions généralisée à l'état variable sous la forme nouvelle que nous avons données en fonction des flux dans une Note antérieure ([1]), conduit à une équation de la forme

$$(1) \qquad \Delta\theta[\mathrm{K}z^2.m(z)+n(z)]=\Delta\mathrm{C}.m(z),$$

où z représente l'exposant de l'oscillation simple e^{zt}.

$\Delta\theta$, $\Delta\mathrm{C}$ sont les amplitudes complexes des oscillations du rotor et du couple, k le coefficient d'inertie de la machine, $m(z)$ un polynome du quatrième degré qui est le déterminant caractéristique, $n(z)$ un polynome du cinquième degré.

Pour les oscillations forcées stationnaires de pulsation donnée Ω, on a $z=i\Omega$, $(i=\sqrt{-1})$ et l'équation donne en divisant par $m(z)$ et séparant les parties réelles et imaginaires

$$\Delta\theta[-\mathrm{K}\Omega^2+\mu\Omega i+\Gamma]=\Delta\mathrm{C},$$

Γ et μ sont des fonctions réelles de Ω, qui représentent le couple élastique et le couple d'amortissement *apparents* pour les oscillations envisagées. Pour les petites valeurs de Ω, ces coefficients tendent vers des valeurs limites Γ_0 et μ_0 et l'équation des oscillations lentes s'écrit, comme on le sait :

$$(2) \qquad \Delta\theta[-\mathrm{K}\Omega^2+\mu_0\Omega i+\Gamma_0]=\Delta\mathrm{C}.$$

Le terme Γ_0 indépendant des courants d'amortissement, correspond au couple élastique donné par la théorie élémentaire.

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1100.

Dans le cas d'une machine à réactions égales on a la formule connue

$$\Gamma_0 = 3EU \cos\alpha \cos(\psi - \alpha), \qquad \text{avec} \qquad \operatorname{tang}\alpha = \frac{\tau}{L\omega}$$

($L\omega$ réactance et r résistance de l'induit, ψ déphasage de la f. e. m. d'excitation E en avant de la tension U).

De cette formule se déduit la condition de stabilité statique

$$\cos(\psi - \alpha) > 0.$$

En effectuant le calcul complet du terme d'amortissement μ_0 qui nous intéresse ici, dans la même hypothèse d'une machine à réactions égales, nous avons obtenu la formule suivante

$$(3) \quad \mu_0 = \frac{3U^2\cos^2\alpha}{L\omega^3}\left[\frac{(1-\sigma_1)\,\omega}{\varepsilon_1}\sin^2(\psi-\alpha) + \frac{(1-\sigma_2)\,\omega}{\varepsilon_2}\cos^2(\psi-\alpha) + 2\frac{E^2}{U^2}\left(\frac{1-\sigma_1}{\varepsilon_1}\right)\omega\sin\alpha\sin(\psi-\alpha) - \frac{E^2}{U^2}\operatorname{tang}\alpha\cos 2\alpha\right],$$

dans laquelle σ_1, σ_2, ε_1, ε_2 sont les coefficients de dispersion et les inverses des constantes de temps des courants d'amortissement direct et transversal.

Si la résistance de l'induit est nulle, les deux premiers termes toujours positifs existent seuls. Cette résistance fait apparaître :

1° le dernier terme indépendant des courants d'amortissement et négatif si $\Gamma < L\omega$. C'est le phénomène d'amortissement négatif dû à la résistance, signalé par M. Boucherot en 1913 (¹);

2° le terme mixte contenant $\sin\alpha$ et ε_1, qui change de signe avec l'angle $(\psi - \alpha)$.

Si l'on admet que l'inductance reste constante, E et $(\psi - \alpha)$ étant les coordonnées polaires du point figuratif dans le diagramme de Blondel, la formule (3) permet de tracer les courbes d'égal amortissement, et en particulier la courbe $\mu_0 = 0$ limitant le domaine d'amortissement positif. S'il n'y a pas d'amortissement transversal ($\varepsilon_2 = \infty$), cette courbe est formée de deux cercles tangents à l'origine à $\psi = \alpha$. Si les amortissements direct et transversal sont égaux ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$) on a un cercle ayant son centre sur $\psi = \alpha + \frac{\pi}{2}$. Dans le cas général c'est une courbe du quatrième degré facile à tracer.

(¹) Boucherot, *La Lumière électrique*, 2e série, **24**, 8-15-22 novembre 1913, p. 166, 179, 230.

Dans l'hypothèse, souvent admise, que le *mouvement libre* de la machine peut être calculé en première approximation en résolvant l'équation du second degré

$$K z^2 + \mu_0 z + T_0 = 0 \tag{4}$$

déduite du premier membre de l'équation (2) des oscillations stationnaires lentes; la condition de stabilité de ce mouvement libre est $\mu_0 > 0$. Mais cette hypothèse n'est valable que sous certaines réserves. Le mouvement libre dépend en réalité comme l'a montré le premier M. Blondel en 1923 (¹) d'une équation de degré supérieur au second; dans notre théorie d'après (1), cette équation est

$$K z^2 m(z) + n(z) = 0. \tag{5}$$

En divisant par $m(z)$ et en développant suivant les puissances croissantes de z, elle peut s'écrire

$$K z^2 + \Gamma_0 + \mu_0 z + z^2 f(z) = 0. \tag{5 bis}$$

Pour que les solutions de (4) soient des valeurs approchées de deux des racines de (5) il faut que les termes complémentaires $z^2 f(z)$ soient négligeables devant les trois premiers termes, ce qui n'est vrai que pour des machines assez peu amorties et dont l'inertie est suffisamment élevée.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur la traduction des intensités lumineuses en intensités sonores.* Note de M. **Georges Fournier**, présentée par M. Jean Perrin.

La mise au point, par M. Pierre Auger de piles photo-électriques particulièrement sensibles et robustes, m'a permis de réaliser un appareil susceptible de fournir aux personnes atteintes de cécité totale quelques indications sur les qualités lumineuses des objets qui les entourent, par l'intermédiaire de sensations auditives.

Les piles photo-électriques à oxydule de cuivre préparées par M. Auger fournissent, sous une différence de potentiel d'une fraction de volt, un courant dont l'intensité, proportionnelle à l'éclairement reçu, dépasse 0,6 milliampère en plein soleil, pour une surface active inférieure à 3^{cm^2}.

(¹) Blondel, *Revue générale de l'Électricité*, **13**, 17 février, 31 mars 1923, p. 235, 275, 331, 387, 515.

Un tel courant, convenablement modulé, peut actionner un écouteur téléphonique. L'intensité du son produit est, en définitive, proportionnelle à l'éclairement reçu par la pile.

J'ai donc constitué un circuit comportant, en série, la pile photo-électrique (formée de quatre éléments discoïdes de 16^{mm} de diamètre, eux-mêmes montés en tension), un rupteur vibrant à fréquence sonore, genre tikker et le casque téléphonique (d'une résistance totale de 1000ω) ([1]).

M. René Roy, aveugle de guerre, a bien voulu expérimenter avec moi cet appareil, sans canaliseur de lumière vers la partie sensible, et sans aucune amplification, l'appareil étant de ce fait très portatif. Voici, brièvement résumés, les résultats obtenus : l'aveugle peut distinguer :

1° La direction des fenêtres ou des foyers lumineux dans une pièce au centre de laquelle il se trouve;

2° Le passage des nuages sur le soleil, par réflexion sur le sol ou à l'intérieur d'une pièce;

3° La surface occupée sur une table par une feuille de papier blanc;

4° La présence, en face de la pile, d'une personne vêtue de blanc, de gris ou de noir, les différences étant très sensibles même à l'ombre, à l'intérieur d'une pièce;

5° La position d'une porte foncée dans un couloir aux murs blancs, etc.

Il est certain qu'un long usage permettrait aux aveugles une utilisation plus étendue de l'appareil, étant donnée la grande sensibilité de l'ouïe chez les personnes atteintes de cécité.

Un appareil à trois piles photo-électriques munies de filtres colorés, destiné à l'analyse trichrome des couleurs par les aveugles, et un appareil à système optique, destiné à leur permettre la lecture de dessins ou d'écritures (morse ou autres) imprimés par les procédés ordinaires, sont actuellement étudiés en collaboration par M. Pierre Auger et par moi-même.

([1]) Il faut noter qu'en introduisant un condensateur (de $2\,\mu F$) en série dans le circuit précédent, on rend l'appareil sensible, non plus à l'éclairement, mais à la dérivée de ce dernier par rapport au temps, ce qui peut avoir de l'importance pour certaines applications.

OPTIQUE. — *Rôle des irrégularités de profil des réflecteurs pour projecteurs d'automobiles et leur contrôle photographique.* Note [1] de MM. **P. Waguet, A. Stampa** et **J. Dourgnon**, transmise par M. A. Blondel.

L'usage de plus en plus répandu dans les projecteurs d'automobile de la lampe Graves à deux filaments (l'un pour la route, l'autre pour le croisement), exige que le système optique ait une aberration longitudinale de dimension notable, mais ne dépassant pas néanmoins une certaine valeur [2].

En effet il convient : 1° que cette aberration soit en partie recouverte par le filament d'éclairage de route (pour qu'aucune zone obscure ne se produise dans la partie centrale du faisceau); 2° que cette aberration ne soit pas recouverte par le filament d'éclairage de croisement (pour que tous les rayons soient rabattus vers le sol); 3° que cette aberration s'étende en avant de l'extrémité antérieure du filament de route jusqu'à toucher l'extrémité postérieure du filament de croisement (afin d'éviter la zone obscure qui, sans cette précaution, se produirait à faible distance dans la partie centrale du faisceau de croisement).

D'où la nécessité d'une étude des aberrations qui, dans le cas des réflecteurs très profonds utilisés dans les projecteurs d'automobiles, ne peut être faite par les méthodes classiques, surtout applicables aux réflecteurs peu profonds.

On sait qu'on peut déterminer facilement la longueur de l'aberration d'un réflecteur parabolique profond au moyen d'une source lumineuse placée à grande distance sur l'axe. Pour appliquer ce principe à l'analyse de l'aberration, très utile pour le contrôle de la fabrication, nous avons imaginé deux méthodes supposant que les irrégularités de profil sont de révolution, hypothèse suffisamment vérifiée dans le cas habituel des miroirs emboutis à la presse ou repoussés au tour.

Première méthode (*fig.* 1). — On obture le projecteur par un écran fixe E muni d'une fente radiale. Un deuxième écran E′, muni d'une fente en forme de spirale d'Archimède et tournant autour d'un axe x_1x_1' parallèle à l'axe xx' du réflecteur, entraîne dans sa rotation un cylindre C tangent à

---

[1] Séance du 1er juin 1931.

[2] Dans l'état actuel de la technique des lampes, l'espace compris entre les deux filaments ne peut être inférieur à 2mm, l'aberration longitudinale devra donc être supérieure à cette valeur.

l'axe xx' suivant une génératrice. Le cylindre est recouvert de papier photographique. Dans ces conditions, à chaque instant, il n'est admis sur le réflecteur qu'un pinceau très délié dont la distance ρ à l'axe xx' est proportionnelle à l'angle θ de rotation du cylindre, l'origine de la spirale étant choisie sur l'axe $x_1x'_1$. Le développement du papier photographique donne une courbe qui indique la position des foyers successifs correspondant à chaque point du réflecteur. Cette méthode permet donc de se rendre compte jusqu'à quel point le profil du réflecteur s'écarte d'*une* parabole.

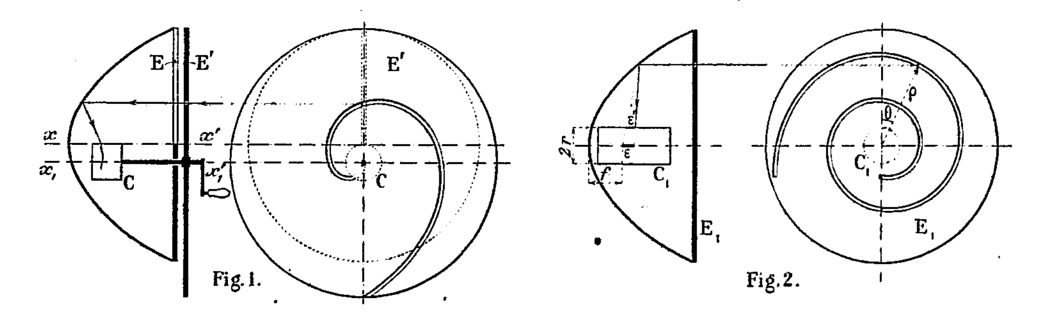


Fig. 1. Fig. 2.

Deuxième méthode (*fig.* 2). — Une autre méthode, ne comportant aucune pièce mobile, consiste à utiliser un cylindre C_1 de rayon r ayant même axe que le réflecteur et un écran E_1 muni d'une spirale étudiée de façon que la trace sur le cylindre des rayons réfléchis passant par le foyer s'inscrive sur une hélice [1] qui, après développement, devient une ligne droite. Les écarts entre la courbe obtenue et une ligne droite théorique indiquent que le profil du réflecteur s'éloigne de *la* parabole de distance focale donnée (cette distance f intervenant dans l'équation de la spirale), mais l'écart ε' n'est pas une mesure directe de l'aberration ε puisque le rapport $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\rho}{\rho - r}$ est une fonction de ρ. L'écart, surtout sensible pour les faibles valeurs de ρ, sera d'autant moins grand que le rayon r du cylindre sera plus petit.

---

[1] En désignant par h le pas de l'hélice, par f la distance focale de la parabole, l'équation polaire de la spirale est

$$\rho^2 - \frac{2fh}{\pi r}\Theta\rho - 4f^2 = 0.$$

SPECTROSCOPIE. — *Sur les variations de la répartition de l'énergie dans le spectre continu de l'hydrogène moléculaire* (1). Note (2) de M. **Daniel Chalonge**, présentée par M. Ch. Fabry.

Si l'on examine le spectre continu moléculaire et le spectre secondaire émis par un tube contenant de l'hydrogène sous une pression que l'on fait décroître progressivement de quelques centimètres à quelques centièmes de millimètre de mercure, le courant d'excitation étant maintenu constant, on peut faire les observations suivantes :

1° Sous une pression de 35^{mm}, l'énergie est distribuée dans le spectre continu suivant la courbe ABCD (*fig.* 1); lorsque la pression décroît de 35^{mm} à 2^{mm} environ, la partie ABC se renfle peu à peu, le reste de la courbe demeurant à peu près invariable : l'énergie est alors distribuée suivant une courbe telle que AB′CD(3); enfin, aux très basses pressions, c'est la région CD qui se modifie seule, et l'on tend vers la courbe AB′C′D′.

2° Celles des bandes de Fulcher $3p^3\pi\text{-}2s^3\Sigma$ qui correspondent aux transitions entre les niveaux vibratoires supérieurs des deux configurations électroniques prennent une importance relative croissante, alors qu'aux fortes pressions c'est la transition $0 \rightarrow 0$ qui prédomine. Donc, lorsque la pression décroît, les niveaux vibratoires supérieurs de l'état $2s^3\Sigma$ deviennent relativement de plus en plus fréquents.

Ces deux observations peuvent être reliées de la façon suivante : on sait que Winans et Stueckelberg (4) expliquent le spectre continu de la molécule d'hydrogène comme dû aux transitions entre l'état quantifié $2s^3\Sigma$ et l'état instable $1s^3\Sigma$ de Heitler et London [*fig.* 2] (5). Ils ne considèrent dans leur théorie que les transitions ayant comme point de départ le niveau vibratoire inférieur a_0b_0, et prévoient l'émission d'un spectre continu S_0 ayant les caractéristiques générales de celui que l'on observe effectivement. Mais les

(1) Cette Note rappelle des résultats déjà signalés (Chalonge, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 128), et en précise l'interprétation.

(2) Séance du 8 juin 1931.

(3) Pour rendre plus facilement comparables les courbes correspondant aux diverses pressions, j'ai multiplié les ordonnées de chacune par un facteur tel qu'elles aient toutes en commun le point A.

(4) Winans et Stueckelberg, *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 14, 1928, p. 867.

(5) La courbe supérieure a été calculée par la formule de Morse (*Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 63), la seconde est celle de Sugiura (*Zts. f. Phys.*, 45, 1927, p. 491).

transitions entre les niveaux $a_1 b_1$, $a_2 b_2$ et l'état instable doivent également donner naissance à des spectres continus S_1, S_2, ..., présentant quelques différences avec le premier. Si nous considérons le spectre S_1 par exemple, les transitions $a_1 c_1$ et $b_1 d_1$ étant les plus probables, d'après le principe de Franck et Cordon, sa courbe d'énergie doit présenter deux maxima situés de part et d'autre du maximum du spectre S_0 (qui correspond, lui, à un

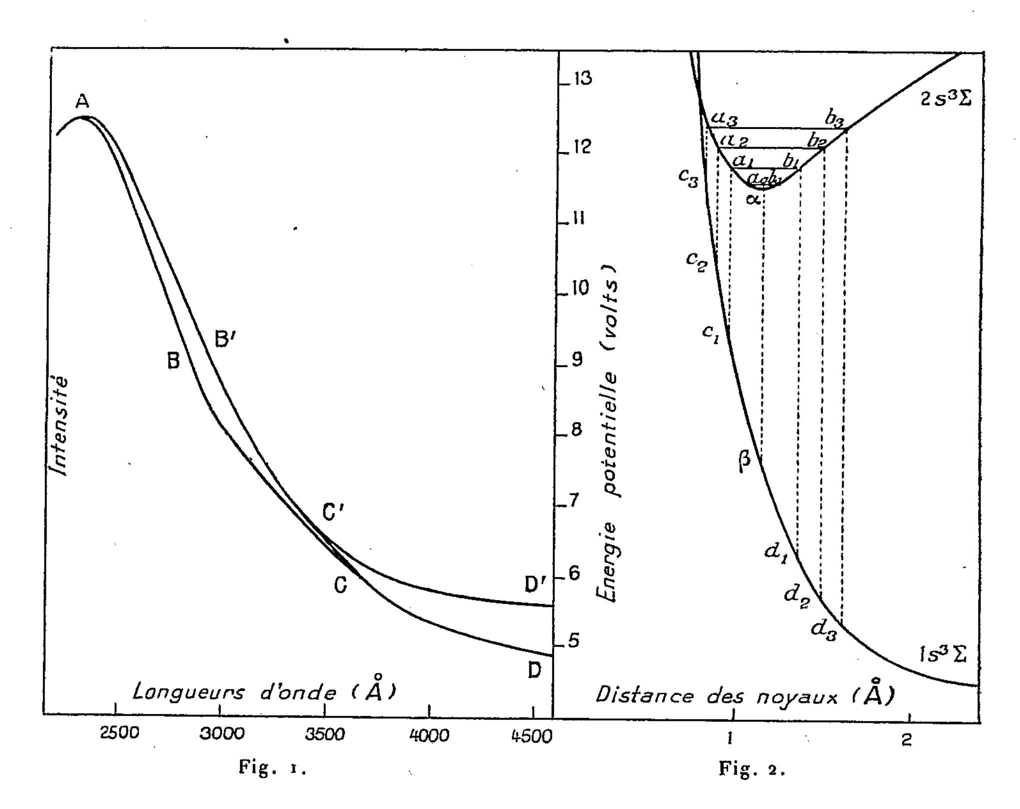


Fig. 1. Fig. 2.

saut tel que $\alpha\beta$). Le spectre S_2 doit avoir également deux maxima d'intensité encore plus écartés, déterminés par les sauts $a_2 c_2$, et $b_2 d_2$. Il est probable que lorsque la pression est forte, on observe le spectre S_0 à peu près seul : la courbe ABCD représenterait donc ce spectre. Mais, lorsque la pression décroît, le niveau vibratoire $a_1 b_1$ se trouve, d'après les remarques expérimentales faites plus haut, réalisé avec une probabilité croissante, de sorte qu'il doit se superposer au spectre S_0 un spectre S_1 plus faible. On peut prévoir pour le spectre résultant une courbe telle que AB'CD, B' correspondant au maximum de grande longueur d'onde du spectre S_1 (l'autre se trouvant hors de la zone étudiée). Aux pressions les plus

basses que j'ai étudiées, le spectre S_2 doit apparaitre à son tour et venir se superposer aux deux précédents : ainsi s'expliquerait le passage de la courbe AB′CD à AB′C′D′.

Le spectre intense qu'ont signalé dans la région visible Herzberg [1] et Brasefield [2], travaillant à des pressions encore plus basses, n'est peut-être autre que ce spectre S_2 plus intense et mélangé à des spectres S_0 et S_1 faibles.

Il serait intéressant de vérifier ces hypothèses en faisant une étude analogue sur la deuxième partie de la courbe d'énergie, dans la région de Schumann : les spectres S_1 et surtout S_2 doivent s'étendre plus loin du côté des courtes longueurs d'onde.

SPECTROSCOPIE. — *Identification du spectre de Raffety.* Note [3] de M. **Henri Grenat**, transmise par M. Ernest Esclangon.

En examinant d'anciens spectrogrammes, obtenus en 1913-1914 par M. Burson pour l'étude dans le champ magnétique de la bande 3900 des hydrocarbures, nous avons trouvé sur le bord d'une plaque trop posée les traces d'une bande analogue à celle-ci et dont la position correspondait à celle du spectre de Raffety. Ce spectre, dont il est souvent question à propos des comètes, nous avons pu l'étudier dans de bonnes conditions.

La source de lumière est le dard du chalumeau oxyacétylénique, qui donne avec beaucoup d'intensité les bandes de Swann, celles des hydrocarbures et quelques autres plus faiblement. L'analogie d'origine (le spectre de Raffety est obtenu avec le bec Méker) et la comparaison avec le spectre à petite échelle qu'il a publié ne laissent pas de doutes sur l'identité des deux spectres. La source de lumière que nous employons étant beaucoup plus intense, nous avons pu obtenir le spectre avec la grande dispersion du spectrohéliographe de l'Observatoire de Meudon, en une heure de pose seulement. Dans les mêmes conditions, et malgré l'absorption des prismes de flint, nous avons photographié avec 8 heures de pose la faible bande des hydrocarbures à 3628.

Nous avons mesuré ces deux bandes et nous donnons un tableau des longueurs d'onde de la bande de Raffety avec l'indication des séries numéro-

---

(1) Herzberg, *Ann. der Phys.*, 84, 1927, p. 560.
(2) Brasefield, *Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 925.
(3) Séance du 8 juin 1931.

tées à la façon de Kratzer ([1]). Les intensités sont estimées dans une échelle arbitraire de 0 à 10. Cette bande est superposée aux bandes 4102 et 4068 signalées par Deslandres et d'Azambuja puis par Raffety; leur structure simple permet de les extraire sans ambiguïté de la bande à étudier.

TABLEAU.

Int.	λ air.		Int.	λ air.		Int.	λ air.	
2	4025,300	R_4 5	8	4039,874	Q_2 4	8	4065,600	P_4 6
3	4025,381	R_4 4	2	4040,315	P_3 2	8	4066,023	P_3 6
5	4025,831	R_3 5	8	4040,521	Q_1 4	4	4066,600	Q_2 9
8	4026,092	{ R_3 4 { R_4 6	9	4043,313	Q_2 5	4	4066,822	Q_1 9
3	4026,284	R_4 3	9	4043,830	Q_1 5	8	4074,337	P_4 7
6	4026,532	{ R_3 6 { R_4 2	3	4044,395	P_4 3	8	4074,702	P_3 7
2	4027,258	R_3 3	3	4045,377	P_3 3	2	4075,135	Q_2 10
3	4027,920	R_4 7	10	4047,672	Q_2 6	2	4075,322	Q_1 10
5	4028,285	R_3 7	10	4048,065	Q_1 6	7	4084,022	P_4 8
3	4029,438	R_3 2	6	4050,696	P_4 4	7	4084,353	P_3 8
2	4030,780	R_4 8	6	4051,390	P_3 4	6	4094,719	P_4 9
2	4031,095	R_3 8	9	4052,940	Q_2 7	6	4094,986	P_3 9
2	4033,779	Q_2 2	9	4053,271	Q_1 7	4	4106,479	P_4 10
5	4036,680	Q_1 2	7	4057,730	P_4 5	4	4106,740	P_3 10
4	4037,138	Q_2 3	7	4058,229	P_3 5	2	4119,469	P_4 11
2	4037,403	P_4 2	8	4059,209	Q_2 8	2	4119,688	P_3 11
9	4038,115	Q_1 3	8	4059,496	Q_1 8			

Voici quelques renseignements spectroscopiques qui permettent de classer ces bandes dans le spectre des hydrocarbures. La bande de Raffety et la bande 3628 ont une analogie complète avec la bande 3900 bien connue. Elles se composent de trois branches de doublets dont l'écartement diminue quand le nombre de rotation augmente; pour les trois bandes, l'écartement des doublets correspondants est sensiblement le même. Pour les trois bandes, les branches R sont moins intenses que les branches P et Q. L'état final de la bande 3628 est le même que celui des bandes 4300, 3900 et 3143; la constante B correspondante est égale à 14,207. La bande de Raffety, la bande satellite de 4300 et la bande 3157 ont même état final : $B = 13,677$. Enfin les bandes de Raffety et 3628 ont même état initial : $B = 11,12$, tandis que la bande 3900 a son état initial caractérisé par $B = 12,62$.

(1) A. KRATZER, *Die Terme der* (C + H)-*Banden* (*Zeits. f. Phys.*, **23**, 1924, p. 298).

La comparaison de ces nombres montre que la bande de Raffety, qui appartient bien au groupe des hydrocarbures, correspond, tant par son état initial que par son état final, à des états vibratoires plus élevés que la bande 3900; ceci est bien en accord avec son éclat beaucoup plus faible.

En plus des bandes signalées plus haut, il existe sur nos photographies des têtes de bandes nouvelles, dégradées vers le rouge, à 4108,07; 4148,48 et 4770,36. Ces bandes probablement attribuables au carbone ou à un de ses composés oxygénés ne présentent aucune raie fine. On peut suivre également sur nos clichés les branches de queue R de la bande 4300 jusqu'au n° 35; le resserrement inattendu des dernières raies donne l'impression d'une tête de bande à λ 4134,0

ÉLECTROCHIMIE. — *Réactions chimiques des gaz ionisés. Synthèse de l'acide azotique.* Note [1] de M. **Marcel Laporte**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai cherché à obtenir la synthèse directe des composés oxygénés de l'azote, à température peu élevée, en envisageant cette formation comme le résultat d'une recombinaison d'ions, telle que :

$$N^{+} + O^{-} = NO. \qquad (1)$$

Suivant cette manière de voir il importe : 1° de produire une ionisation intense des gaz; 2° de faciliter les recombinaisons en évitant autant que possible la séparation des ions des deux signes; comme cela a lieu notamment lorsque l'on emploie pour provoquer l'ionisation une décharge électrique dans un champ électrique élevé, sous tension continue ou sous tension alternative de basse fréquence.

Comme source d'ionisation, on a utilisé l'effluve et, pour diminuer la capture des ions par les électrodes, on a utilisé un effluve alimenté sous une tension alternative de fréquence suffisamment élevée pour que, pendant la durée d'une alternance, une fraction importante des ions formés n'ait pas le temps de gagner les électrodes et qu'il se forme dans le milieu gazeux, sous l'action du champ, un brassage des ions, favorable à leur recombinaison [2].

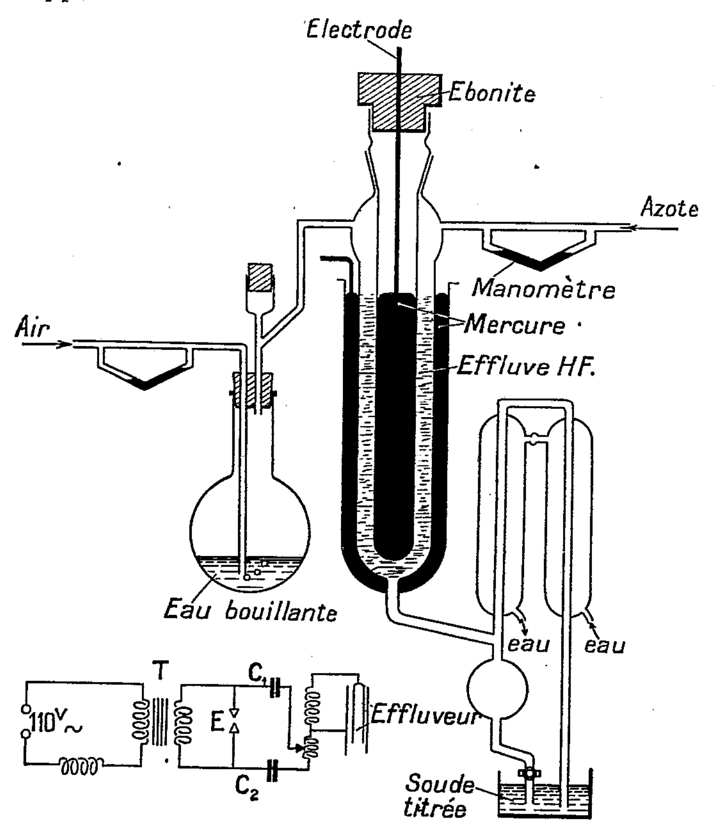
---

[1] Séance du 8 juin 1931.

[2] Dans ce même ordre d'idées, de nombreuses réactions chimiques attribuées aux ions produits par les rayons α des substances radioactives ont été étudiées, notamment par Lind.

Appareillage. — L'appareillage utilisé pour les premiers essais est représenté par la figure. Un courant d'air, entraînant de la vapeur d'eau, et un courant d'azote, passent entre les armatures d'un condensateur analogue à l'ozoniseur de Berthelot.

Les débits d'azote et d'air sont réglables; deux manomètres de Töpler étalonnés en débit permettent d'évaluer les proportions du mélange soumis à l'effluve; les armatures sont en mercure, dont la température se fixait vers 140°; à cette température de fonctionnement il ne sortait aucune trace d'ozone de l'appareil.



Les gaz soumis à l'effluve sont refroidis; la vapeur d'eau se condense, elle retient pratiquement tout l'acide formé, les gaz s'échappent en barbotant dans une solution titrée de soude, additionnée de phtaléine.

Le schéma du dispositif électrique est représenté sur la même figure.

La fréquence de la décharge oscillante n'a pas été déterminée avec précision, elle était, d'après la valeur des selfs et des capacités, supérieure à 500 000.

Résultats. — On a mesuré la vitesse de production d'acide azotique pour différentes proportions d'azote et d'air (à débit total constant) en présence ou en absence de vapeur d'eau.

Les résultats ont été les suivants : si les électrodes sont refroidies, il se forme presque uniquement de l'*ozone*. Lorsque la température s'approche de 100° (c'est pour cette raison qu'on a utilisé des électrodes en mercure au lieu de l'eau acidulée essayée au début), il n'y a plus trace d'ozone ; la solution de soude est neutralisée.

2° La présence de vapeur d'eau améliore énormément le rendement, son efficacité est maxima si elle circule dans l'ozoniseur lui-même et non pas seulement dans les réfrigérants.

3° *La vitesse de formation est maxima pour une proportion très faible d'oxygène*, 3 *pour* 100 *seulement. Le rendement est alors à peu près le double que pour l'air* (¹).

L'amélioration des rendements par l'emploi d'une très faible proportion d'oxygène s'interprète très facilement dans l'hypothèse où la formation des composés oxygénés de l'azote est une recombinaison d'ions telle que la réaction (1).

Supposons, en effet, qu'on soumette à l'action de l'effluve un mélange des deux gaz en proportions égales, le passage de l'effluve provoque l'ionisation de nombres probablement très voisins de molécules des deux gaz; soit n ions positifs d'azote et n ions positifs d'oxygène, en libérant $2n$ électrons. On sait d'autre part (²) que dans un mélange d'azote et d'oxygène les électrons se fixent uniquement et rapidement sur l'oxygène; on obtiendra donc finalement en soumettant à l'action de l'effluve un mélange à 50 pour 100 d'oxygène et d'azote; n ions positifs d'azote, n ions positifs d'oxygène et $2n$ ions négatifs d'oxygène, les recombinaisons porteront donc au maximum sur n ions positifs d'azote.

Si l'on soumet au contraire à l'action de l'effluve de l'azote presque pur, il se formera $2n$ ions positifs d'azote et $2n$ électrons. Si intense que soit l'ionisation, la densité des électrons formés est toujours faible et il suffira d'une très faible proportion d'oxygène dans le mélange pour les fixer, de telle sorte que l'on obtiendra finalement $2n$ ions négatifs d'oxygène. Les

(¹) Le rendement énergétique, difficile à évaluer, était de l'ordre de 2 pour 100; celui des meilleurs fours à oxydation de l'azote dans l'arc ne dépasse pas 3 à 4 pour 100 d'après Briner, Boner et Rothen (*Journ. de Ch. phys.*, 23, 1926, p. 788).

(²) M. Laporte, *Thèse de Doctorat*, 1927 (*Ann. de Phys.*, 7, 1927, p. 467).

recombinaisons porteront donc sur $2n$ ions positifs d'azote au lieu de n. Suivant cette manière de voir, l'emploi d'un mélange très riche en azote doit augmenter la densité des ions des deux signes et par suite améliorer le rendement, c'est ce que montre l'expérience.

Des essais sont en cours où l'on utilise un effluve haute fréquence en ondes *entretenues*.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la grosseur du grain micrographique sur la résistance à la fatigue de l'acier doux. Effets de l'écrouissage, du recuit et de la surchauffe.* Note de M. **Cazaud**, présentée par M. L. Guillet.

Dans la présente étude, poursuivie pour le Service des recherches de l'Aéronautique, dans les Laboratoires de ce Service, j'ai cherché à préciser l'influence de la grosseur des cristaux de ferrite sur la limite de fatigue aux efforts alternés de flexion rotative.

La limite de fatigue a été déterminée sur une série d'éprouvettes de forme tronconique; chaque éprouvette est encastrée dans un mandrin tournant à 2000 t/min et supporte un poids à sa petite extrémité. Le taux de fatigue, sensiblement constant dans toute la partie médiane de l'éprouvette, se calcule par la formule de la flexion en porte à faux. On expérimente ainsi une série d'éprouvettes identiques avec des charges unitaires de valeurs successivement décroissantes et l'on note pour chacune de ces charges le nombre d'efforts alternés (à raison de 2000 à la minute) correspondant à la rupture. La charge maximum en kilogrammes par millimètre carré pour laquelle la rupture n'a pas lieu, au bout de 100 millions d'alternances, est la limite pratique de fatigue.

Influence de l'écrouissage. — L'acier étudié était un acier extra-doux Martin.

$$C = 0,10 \text{ pour } 100,\quad Mn = 0,45 \text{ pour } 100,\quad Si = 0,03 \text{ pour } 100,$$
$$S = 0,080 \text{ pour } 100,\quad P = 0,030 \text{ pour } 100.$$

Il était livré en barres étirées de 20^{mm} de diamètre. Ses caractéristiques étaient :

$$R = 56,8,\quad E\text{ (apparente)} = 53,5,\quad A \text{ pour } 100 = 15,5,$$
$$\rho\text{ (Mesnager)} = 2.$$

Résultats des essais de flexion rotative :

Effort kg/mm².	Nb Alternances.	Observations.
40,2	174.200	rupture
39,2	265.800	»
37,8	256.700	»
36,5	330.030	»
35,6	294.300	»
35,3	418.100	»
34,1	434.410	»
32,1	645.500	»
31,2	4.779.400	»
30,2	1.239.000	»
30	3.836.540	»
29,5	130.000.000	pas de rupture

La limite de fatigue f est comprise entre 29,5 et 30 kg/mm². Le rapport d'endurance (de la limite de fatigue à la charge de rupture) $\frac{f}{R}$ est égal à 0,52. Le rapport $\frac{f}{E}$ de la limite de fatigue à la limite d'élasticité apparente est égal à 0,55.

Influence du recuit et de la surchauffe. — Les traitements thermiques ci-après ont été effectués de manière à donner à l'acier des structures différentes, au point de vue de la grosseur du grain :

1° Recuit 2 heures à 925° suivi d'un refroidissement lent;

2° Recuit 2 heures à 925° suivi d'un refroidissement rapide à l'air;

3° Recuit à 1175° suivi d'un refroidissement lent.

Des essais analogues à ceux précédemment détaillés pour l'acier écroui ont donné les résultats suivants :

Traitement thermique.	E.	R.	A %.	ρ.	Nombre de cristaux par mm².	f kg/mm².	$\frac{f}{R}$.	$\frac{f}{E}$.
Recuit à 925°, refroidissement lent	26,7	39,5	35	8,6	400	25,6	0,65	0,96
Recuit à 925°, refroidissement rapide	28,1	41,2	31	30,2	900	26	0,63	0,925
Recuit à 1125°, refroidissement lent (surchauffé).	26,5	42	34	0,60	150	20,8	0,495	0,785

Conclusions. — 1° Pour l'acier extra-doux, la grosseur du grain, dont l'influence est maximum pour la résilience, a aussi une répercussion, moins intense toutefois, sur la limite de fatigue. Lorsque, après un recuit convenable, le grain apparaît fin, la limite de fatigue atteint sa valeur maximum.

Cette valeur est peu changée tant que le nombre de cristaux par millimètre carré n'est pas inférieur à 400. Lorsque après surchauffe, le grain est très grossier, la limite de fatigue peut être abaissée de 20 pour 100 environ : 21 kg/mm^2 au lieu de 26 kg/mm^2, pour une même charge de rupture voisine de 42 kg/mm^2.

2° L'écrouissage, qui élève rapidement la limite élastique et la charge de rupture, augmente peu la limite de fatigue.

3° Pour l'acier extra-doux recuit dans de bonnes conditions, le rapport d'endurance $\frac{f}{R}$ atteint la valeur élevée de 0,65 bien que l'acier étudié ne soit pas de toute première qualité au point de vue chimique.

4° Enfin la limite de fatigue est très voisine de la limite apparente d'élasticité, à l'état recuit.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les viscosités, tensions superficielles et parachors de quelques carbures cyclaniques*. Note [1] de M. **Marcel Godchot** et Mlle **G. Cauquil**, présentée par M. Delépine.

La présente Note a pour but d'indiquer pour certains carbures cyclaniques :

1° La viscosité absolue η déterminée à l'aide d'un appareil d'Ostwald d'après la formule $\eta = K.\ d.\ t$ (où K est la constante de l'appareil déterminée avec de l'eau distillée, d la densité par rapport à l'eau du liquide étudié pris à la même température, t le temps d'écoulement du liquide dans le viscosimètre) :

2° La tension superficielle γ déterminée par la méthode de pesée des gouttes avec l'eau pure comme liquide de comparaison ;

3° Le parachor $P = \gamma^{\frac{1}{4}} \frac{M}{D-d}$, fonction que Sugden [2] a introduite récemment en physico-chimie et qui se déduit de la connaissance de la tension superficielle γ d'un liquide, de la différence de densité $D-d$ du liquide et de sa vapeur, de son poids moléculaire M ; P est indépendant de la température et est une fonction additive des atomes.

Sugden a déterminé une série de parachors atomiques et d'incréments relatifs aux liaisons multiples et aux cyclisations du type en C^4, C^5 et C^6 qui sont ceux que nous utiliserons pour nos calculs, savoir : C = 4,8 ; H = 17,1 ; F = 23,2 ; cyclisation en C^5 : 8,5 ; cyclisation en C^6 : 6,1.

Le tableau ci-contre résume l'ensemble de notre étude.

---

(1) Séance du 8 juin 1931.

(2) Sugden, *Journ. Chem. Soc.*, 125, 1924, p. 1177.

Carbures.	Viscosités à 13°,5 (gr-cm/sec).	Tensions superficielles à 13°,5 (dynes/cm).	Parachor trouvé.	Parachor calculé : 1° Cyclisation comprise.	Différence pour 100.
Cycle en C^5 :					
Cyclopentane	493×10^{-5}	23,30	205	204	+0,50
Méthylcyclopentane	557	24,10	244	242,5	+0,60
Cyclopentène	429	23,56	193	192,5	+0,25
Méthyl-1-cyclopentène-Δ_1	442	25,97	234	231,5	+1
Cycle en C^6 :					
Cyclohexane	1127	25,53	240,14	240,10	0
Méthylcyclohexane	786	24,21	280	279,10	+0,32
Diméthyl-1.2-cyclohexane	980	25,53	319	318,10	+0,28
Diméthyl-1.3-cyclohexane	738	24,31	321	318,10	+0,90
Diméthyl-1.4-cyclohexane	788	24,06	321	318,10	+0,90
Triméthyl-1.3.4-cyclohexane	934	24,76	356	357,10	−0,25
Cyclohexène	696	27,72	230	232,10	−0,90
Méthyl-1-cyclohexène-Δ_1	737	27,20	267	268,10	−0,04
Méthyl-1-cyclohexène-Δ_3	726	26,52	270	268,10	+0,70
Diméthyl-1.4-cyclohexène-Δ_1	716	25,47	304,17	307,10	−0,90
Triméthyl-1.3.4-cyclohexène-Δ_3 ou Δ_4	884	26,38	345,65	346,10	−0,15
				2° Cyclisation non comprise.	Incrément trouvé pour la fermeture du cycle
Cycle en C^7 :					
Cycloheptane	1642	27,84	278	273	5
Méthylcycloheptane	1148	27,12	317	312	5
Cycloheptène	1240	28,28	266,17	262	4,17
Méthyl-1-cycloheptène-Δ_1	1079	28,12	305,20	301	4,20
					Moy. : 4,60
Cycle en C^8 :					
Cyclooctane	2349	29,90	314,24	312	2,24
Méthyl-1-cyclooctane	2797	29,20	353	351	2
Cyclooctène	1801	29,90	304	301	3
Méthyl-1-cyclooctène-Δ_1	4879	29,73	342,25	340	2,25
					Moy. : 2,37

L'examen de ce tableau nous permet de tirer les conclusions suivantes :

1° *Viscosités.* — De même que la densité s'élève d'une façon générale avec la condensation en carbone, les viscosités augmentent elles aussi d'une façon assez régulière avec le poids moléculaire; on remarque toutefois que les carbures saturés ont des viscosités supérieures à celles des carbures non saturés qui leur correspondent.

Dans les séries du cyclohexane et du cycloheptane, les dérivés méthylés résultant de la substitution d'un atome d'hydrogène par un groupement CH^3 présentent des viscosités nettement inférieures à celle du carbure fondamental non substitué. C'est l'inverse qui se produit pour les séries cyclopentanique et cyclooctanique. Notons enfin la grande différence de viscosité entre les carbures cyclaniques et les carbures acycliques correspondants; par exemple à la même température, 13°,5, le cycloheptane a une viscosité (1642×10^{-5}) sensiblement double de celle de l'heptane normal (720×10^{-5}); pour le cyclohexane (1127×10^{-5}) et l'hexane normal (335×10^{-5}) la différence est encore plus marquée.

2° *Tensions superficielles.* — Elles augmentent assez régulièrement quand on passe d'un cycle à un cycle supérieur. Si l'on examine en particulier les quatre carbures fondamentaux : cyclopentane, cyclohexane, cycloheptane, cyclooctane, on voit que l'exaltation, par introduction d'un nouveau chaînon (CH^2) dans le cycle, est sensiblement identique puisqu'elle est successivement égale à : 2,23, 2,31, 2,06, soit en moyenne 2,30. Dans chaque série du reste, les tensions superficielles n'accusent que des différences assez faibles ne permettant pas de discerner nettement l'influence apportée par une ou plusieurs substitutions. Quand on compare enfin les tensions superficielles des carbures non saturés à celles des carbures saturés correspondants, on ne constate des variations assez marquées, et en augmentation pour les non saturés, que dansles séries C^5 et C^6 tandis que pour les sériesC^7 et C^8 la différence, surtout pour la série C^8, n'est pas appréciable.

Remarquons également la grande divergence des tensions superficielles à la même température (13°,5) de l'hexane normal (19,15) et du cyclohexane (25,53), ainsi que de l'octane (22,61) et du cyclooctane (29,90).

3° *Parachors.* — Nos déterminations, pour les séries en C^5 et C^6, nous donnent des parachors en accord avec ceux prévus par le calcul d'après les données de Sugden indiquées plus haut, les différences ne dépassent jamais 1 pour 100. Pour les séries en C^7 et en C^8, nous avons été amenés à déterminer l'incrément pour la fermeture de ces cycles, non connus jusqu'ici; la valeur moyenne pour le cycle en C^7 est de 4,6 et pour le cycle en C^8 de 2,37.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'attaque des métaux usuels par les solutions phosphoriques.* Note [1] de MM. **A. Portevin** et **A. Sanfourche**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

L'importance croissante de l'acide phosphorique dans la grande industrie chimique nous a incités à examiner méthodiqnement l'attaque des métaux et alliages usuels par cet acide en vue de trouver ceux qui, parmi eux, présentent une résistance chimique suffisante pour permettre des applications à l'appareillage de cette industrie. La présente Note résume les conclusions des expériences faites sur les métaux.

On a étudié les métaux suivants : aluminium, antimoine, argent, bismuth, cadmium, cuivre, étain, fer, magnésium, nickel, plomb et zinc, dans les solutions phosphoriques suivantes :

1° Acide phosphorique de densité 1,581 (53°,5 Bé) obtenu par combustion du phosphore; il ne peut renfermer d'autres impuretés que les acides de degré d'oxydation inférieur qui, calculés en P^2O^5, n'atteignent jamais 1^g par litre, soit environ 0,1 pour 100.

2° Acide phosphorique de densité 1,262 (30° Bé) obtenu par dilution du précédent.

3° Acide phosphorique industriel de même concentration que le précédent, obtenu par lessivage de superphosphate, renfermant comme impuretés de l'acide sulfurique, des composés fluorés et des sels de fer, aluminium, chrome, calcium, etc.

Les métaux, au degré de pureté le plus élevé des produits industriels courants étaient préparés en plaquettes de 5×5^{cm}, d'épaisseur égale à 5^{mm} pour ceux obtenus par moulage en coquille (Bi, Cd, Pb, Sb, Sn), et de 1 à 3^{mm} pour les autres métaux laminés. La surface a été polie sur papiers émeris de plus en plus fins jusqu'à la grosseur 0000. L'attaque a été faite en solution immobile de 300^{cm^3}, à la température moyenne de 15°-16°, l'échantillon étant immergé vertical.

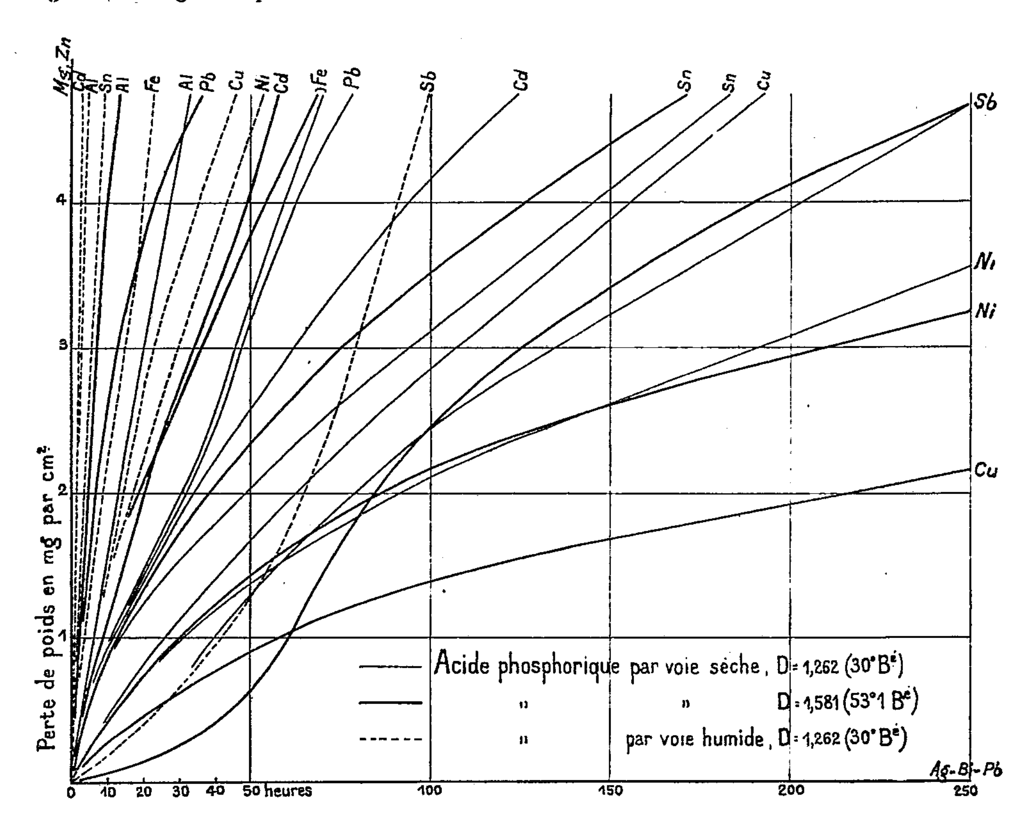
L'attaque a été appréciée par perte de poids rapportée au centimètre carré à raison de 10 à 15 déterminations échelonnées sur la durée totale, qui variait, suivant la résistance à la corrosion du métal, de 75 minutes à 256 heures.

---

[1] Séance du 8 juin 1931.

Ces résultats, représentés par les courbes de la figure, permettent de classer les métaux expérimentés en trois catégories :

1° Métaux très attaquables, le magnésium et le zinc; la corrosion progresse avec une vitesse telle qu'à l'échelle des abscisses adoptée pour la figure, la ligne représentative se confond avec l'axe des ordonnées.



2° Métaux inattaquables, le bismuth et l'argent, dont la ligne représentative se confond, par suite, avec l'axe des abscisses.

3° Métaux attaquables avec une vitesse plus ou moins grande, sans qu'on puisse les classer dans un ordre bien défini. L'allure des courbes montre qu'il n'y a pas formation de pellicule protectrice. L'attaque est d'ordinaire plus énergique avec l'acide plus concentré, sauf pour le cuivre; de même, elle est, d'une façon générale, plus marquée avec l'acide impur provenant du lessivage du superphosphate, ce qui peut être attribué à la présence d'acide sulfurique et, peut-être, aux composés fluorés.

Seul le plomb fait exception : dans les solutions pures, il se classe parmi les métaux assez fortement attaquables; mais, dans la solution industrielle, il demeure inaltéré. Nous avons vérifié que cette immunité n'est due ni à l'acide fluorhydrique, ni à l'acide hydrofluosilicique, mais bien à l'acide sulfurique qui, ajouté à l'acide pur, protège complètement le plomb, lequel se recouvre d'un dépôt blanc de sulfate; mais il ne suffirait pas de recouvrir le métal d'une couche de sulfate pour le mettre à l'épreuve de l'acide pur, car la pellicule ainsi formée est promptement dissoute : la protection n'a lieu que si un peu d'acide sulfurique est constamment présent dans l'acide phosphorique.

De même, on est conduit à rattacher l'inattaquabilité du bismuth à l'insolubilité du phosphate de bismuth, quoique aucune pellicule ne soit visible après attaque dans les solutions pures, même après essai de teinture par divers colorants; par contre, dans l'acide impur, le bismuth se patine en prenant des teintes de lames minces.

Enfin il y a lieu de noter que la résistance chimique de l'argent et du bismuth dans les solutions phosphoriques persiste en présence d'une petite quantité (1 pour 100) d'acide chlorhydrique; mais une teneur plus élevée (10 pour 100) de ce dernier différencie l'attitude des deux métaux, l'argent demeurant seul inattaqué.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action du dichloro-1.3-propène sur les phénols sodés.* Note de M. L. **Bert**.

La différence de labilité des deux atomes de chlore du dichloro-1.3-propène $CH^2Cl - CH = CHCl$ s'était déjà manifestée dans la condensation de ce réactif avec les magnésiens RMgX à radical R cyclique, qui engendraient ainsi les dérivés $R - CH^2 - CH = CHCl$, à l'exclusion des composés $R - CH = CH - CH^2Cl$ [1]. Une nouvelle preuve vient de nous en être fournie dans l'action du même produit sur les phénols sodés : comme dans l'exemple précédent, c'est l'atome de chlore en position 1 qui participe seul à la double décomposition exprimée par l'équation

$$CH^2Cl - CH = CHCl + RONa = R - O - CH^2 - CH = CHCl + NaCl.$$

Après de multiples essais, le mode opératoire suivant nous a donné, à tous points de vue, les meilleurs résultats :

(1) L. Bert, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1504.

Phénol ROH générateur.	Formule.	Rendement p. 100 de la préparation.	Eb_{20}, corr.	d_4^0.	d_4^{15}.	n_D^{15}.	Réfraction moléculaire: théo-rique.	Réfraction moléculaire: expéri-mentale.
	Dérivé R — O — CH^2 — CH = CHCl obtenu.							
Phénol..........	C^9H^9OCl	75	120-121°	1,158	1,146	1,5447	46,20	46,47
o-crésol.........	$C^{10}H^{11}OCl$	73	132-133	1,131	1,118	1,540	50,82	51,23
m-crésol........	$C^{10}H^{11}OCl$	77	137-138	1,127	1,113	1,539	50,82	51,38
p-crésol.........	$C^{10}H^{11}OCl$	80	137-138	1,126	1,1125	1,5388	50,82	51,40
Cuménol ou *p*-isopropylphénol..	$C^{12}H^{15}OCl$	75	156	1,0817	1,0685	1,529	60,05	60,78
Carvacrol.......	$C^{13}H^{17}OCl$	30	156-157	1,060	1,049	1,5267	64,67	65,79
Thymol.........	$C^{13}H^{17}OCl$	60	157,5	1,063	1,052	1,5275	64,67	65,68
Gayacol.........	$C^{10}H^{11}O^2Cl$	70	153-154	1,2067	1,193	1,552	52,46	53,17
Eugénol.........	$C^{13}H^{15}O^2Cl$	50	185	1,141	1,1285	1,5502	65,85	67,36
Isoeugénol......	$C^{13}H^{15}O^2Cl$	50	189	1,148	1,1355	1,579	65,85	69,82
Aldéhyde salicylique.........	$C^{10}H^9O^2Cl$	11	179	1,2455	1,2326	1,572	50,83	52,46
Salicylate de méthyle.........	$C^{11}H^{11}O^3Cl$	50	188	1,2145	1,202	1,541	57,09	59,22
β-naphtol.......	$C^{13}H^{11}OCl$	27	195°, F. 60°		$d_4^{23,5} = 1,182$ (1)	$n_D^{23,5} = 1,634$	61,54	66,1
Hydroquinone...	$C^{12}H^{12}O^2Cl^2$	10	213-214, cristaux blancs fondant à 69°					

(1) Pour le liquide en surfusion.

Dans un ballon relié à un réfrigérant ascendant on dissout 1^{at} de sodium dans dix fois son poids d'alcool absolu. Cela fait, on ajoute peu à peu 1^{mol} du phénol ROH, qui provoque instantanément la réaction

$$ROH + C^2H^5ONa = RONa + C^2H^5OH.$$

Le phénol sodé RONa reste, en général, dissous dans l'alcool. On ajoute ensuite, goutte à goutte 1^{mol} de dichloro-1.3-propène qui réagit vivement.

Le précipité de chlorure de sodium qui se forme produit parfois de violents soubresauts pendant la demi-heure de chauffe qui suit l'introduction du réactif. On entraîne enfin l'alcool par un courant de vapeur d'eau jusqu'à ce que l'on ait recueilli un volume de distillat égal à celui de l'alcool mis en œuvre; on laisse refroidir le contenu du ballon; on y ajoute assez d'eau pour dissoudre tout le chlorure de sodium demeuré solide; on reprend à l'éther, lave à trois reprises la couche éthérée avec de la lessive de soude diluée pour en extraire tout le phénol éventuel; on lave une dernière fois à l'eau, sèche sur $CaCl^2$ et fractionne sous pression réduite après distillation de l'éther.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-contre :

Avec l'α-naphtol, la pyrocatéchine et la résorcine, la réaction semble normale, mais les produits se décomposent totalement sous la pression de 20^{mm} que nous avons dû utiliser faute de meilleur producteur de vide.

Tous les composés précédents ont fourni des chiffres très satisfaisants à l'analyse effectuée, pour le chlore, par l'excellente méthode de MM. Sabetay et Bléger (1).

En résumé, la condensation du dichloro-1.3-propène avec les phénols sodés donne naissance aux oxydes mixtes d'aryle et de β-chlorallyle $R - O - CH^2 - CH = CHCl$. Ces nouveaux dérivés se prêtent à de nombreuses synthèses.

CHIMIE ORGANIQUE. — *La transformation des alcools polyatomiques en mono- et polychlorhydrines correspondantes au moyen du chlorure de thionyle.* Note (2) de MM. **P. Carré** et **P. Mauclère**, présentée par M. G. Urbain.

Darzens (3) a montré que la réaction du chlorure de thionyle (1^{mol}) sur un alcool secondaire (1^{mol}), en présence d'une base tertiaire (1^{mol} de pyridine ou de diéthylaniline), constitue une excellente méthode de transformation des alcools secondaires en chlorures correspondants.

(1) S. Sabetay et J. Bléger, *Bull. Soc. chim. de France*, 47, 1930, p. 114.

(2) Séance du 27 avril 1931.

(3) Darzens, *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 1314.

Nous avons essayé d'appliquer cette réaction à la chloruration progressive de quelques alcools polyatomiques : glycérine, mannite, mannide, hydrobenzoïne et cellulose. Les résultats obtenus montrent que les alcools polyatomiques peuvent être transformés successivement en mono- et en polychlorhydrines correspondantes, à condition que le chlorure formé soit stable, et que l'alcool polyatomique ne soit pas déshydraté par le chlorure de thionyle.

La glycérine a été transformée successivement en mono-, di- et trichlorhydrines. Si l'on mélange, en refroidissant, 1^{mol} de glycérine avec 1^{mol} de chlorure de thionyle et 1^{mol} de pyridine, puis que l'on chauffe à 110° jusqu'à ce qu'il ne se dégage plus de gaz sulfureux, on obtient principalement la monochlorhydrine α, caractérisée par sa *bis*-phényluréthane, fusible à 126°. Cette monochlorhydrine est transformée de même, par 1^{mol} de chlorure de thionyle et 1^{mol} de pyridine, principalement en dichlorhydrine symétrique, caractérisée par sa phényluréthane fusible à 73-74°. La dichlorhydrine est transformée de même en trichlorhydrine (Darzens, *loc. cit.*). On peut passer directement de la glycérine à la dichlorhydrine par la réaction de 2^{mol} de chlorure de thionyle en présence de 2^{mol} de pyridine; et de la glycérine à la trichlorhydrine par l'action de 3^{mol} de chlorure de thionyle et de 3^{mol} de pyridine sur 1^{mol} de glycérine, le rendement en trichlorhydrine est alors voisin de 80 pour 100 du rendement théorique; cette dernière réaction constitue une préparation très facile du trichoro-1.2.3-propane.

La mannite n'a pu être transformée en chlorhydrine par cette méthode; nous avons retiré du mélange complexe de la réaction une petite quantité de mannide, ce qui indique une déshydratation de la mannite.

Par contre le mannide a pu être transformé successivement : en monochlorhydrine

$$CH^2 - CHCl - CH - CH - CHOH - CH^2,$$

(ponts O entre CH^2 et CH, et entre CH et CH^2)

laquelle est un liquide huileux, soluble dans l'eau, distillant à 128-130° sous 17^{mm}, et dont la phényluréthane

$$C^6H^5.NH.CO.C^6H^8O^3Cl$$

cristallise en lamelles fusibles à 163°; puis en dichlorhydrine $C^6H^8O^2Cl^2$, insoluble dans l'eau, cristallisant dans l'alcool en aiguilles fusibles à 67°.

La réaction du chlorure de thionyle sur l'hydrobenzoïne a déjà été étudiée par Kitasato et Sone [1]. Ces auteurs en traitant 1^{mol} d'hydrobenzoïne par 2^{mol} de chlorure de thionyle et 4^{mol} de pyridine ont obtenu le sulfite

$$C^6H^5.CH - CH - C^6H^5;$$
$$O - SO.O$$

[1] Kitasato et Sone, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 64, 1931, p. 1142.

dans d'autres conditions, qu'ils ne précisent pas, ils ont transformé l'hydrobenzoïne en dichlorure de stilbène. Il paraît leur avoir échappé que la réaction du chlorure de thionyle sur les alcools est tout à fait différente suivant les proportions relatives de chlorure de thionyle et de pyridine. Lorsqu'on emploie un excès de pyridine par rapport aux proportions équimoléculaires de chlorure de thionyle et d'alcool, il peut se former du sulfite qui devient souvent le seul produit de la réaction quand l'excès de pyridine est suffisant. Ce fait est en accord avec le processus de la réaction de chloruration. Quand on mélange, à froid, des proportions équimoléculaires de chlorure de thionyle, de pyridine et d'un alcool, il se forme d'abord le chlorure d'un acide alcoylsulfureux R.O.SO Cl, qui, chauffé vers 110°, perd SO^2 et donne le chlorure d'alcoyle R.Cl; un excès de pyridine peut déterminer l'élimination d'acide chlorhydrique entre ce chlorure d'acide et l'alcool avec production de sulfite neutre d'alcoyle $SO(OR)^2$.

Divers essais de monochloruration de l'hydrobenzoïne ne nous ont pas permis d'isoler la monochlorhydrine $C^6H^5.CHCl.CHOH.C^6H^5$, à l'état de pureté. Lorsqu'on traite l'hydrobenzoïne par des proportions équimoléculaires de chlorure de thionyle et de pyridine, on isole, après dégagement du gaz sulfureux (qui se trouve mélangé d'une quantité notable d'acide chlorhydrique) : en majeure partie, une huile distillant vers 144-145° sous 1^{mm}, qui contient toujours beaucoup moins de chlore que la monochlorhydrine de l'hydrobenzoïne; et une petite quantité d'une substance de composition $C^{28}H^{24}O$, cristallisant dans l'alcool en prismes fusibles à 130°. Avec 2^{mol} de chlorure de thionyle et 2^{mol} de pyridine pour 1^{mol} d'hydrobenzoïne, on obtient facilement le dichlorure de stilbène fusible à 190°.

La réaction du chlorure de thionyle sur la cellulose (coton) effectuée dans des conditions très variées, en utilisant 1, 2 et 3^{mol} de chlorure de thionyle et une quantité équivalente de pyridine, pour $C^6H^{10}O^5$, ne nous a jamais permis d'introduire plus d'un atome de chlore par $C^6H^{10}O^5$; par cette chloruration, la cellulose prend une teinte foncée et devient presque pulvérulente. La chloruration, donne de moins bons résultats quand elle est effectuée sur une cellulose (?) très divisée, régénérée de sa solution cuproammonique; la cellulose paraît alors en grande partie détruite et donne des produits presque noirs, qui, dans les mêmes conditions de réaction, contiennent 3 à 4 fois moins de chlore que ceux obtenus avec le coton.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Vitesses et chaleurs de saponification des amides.* Note (1) de M. E. Calvet, présentée par M. J. Perrin.

J'ai poursuivi l'étude des vitesses et des chaleurs de saponification des amides par la soude en utilisant une méthode analogue à celle que j'ai employée pour l'étude de l'acétamide (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 530).

Mes expériences ont porté sur les amides normales de la série grasse depuis la formamide jusqu'à la capronamide.

(1) Séance du 27 avril 1931.

J'ai mesuré les coefficients de vitesse de saponification à 17° et les chaleurs de saponification à la même température dans le but de les comparer. C'est le calorimètre à compensation à l'aide des effets Peltier et Joule de M. A. Tian qui m'a permis de faire des mesures *directes* de ces chaleurs de saponification.

I. Vitesses de saponification.

Mesures. — J'ai mesuré les taux de saponification en dosant l'ammoniac dégagé par la méthode de Ronchèse (méthode au formol).

Une difficulté de ces mesures résulte de la variabilité de la vitesse de saponification. Elle est relativement grande pour la formamide et au contraire très faible (environ 190 fois plus petite) pour la valéramide et la capronamide. Pour ces dernières, la saponification à 17° a dû être suivie pendant plusieurs jours. Il était impossible, en effet, d'augmenter les concentrations des corps réagissants, car, d'une part, ces amides sont peu solubles, et, d'autre part, elles précipitent par addition de soude concentrée; phénomène général, très intéressant, que je suis en train d'étudier.

Résultats. — Mes résultats sont groupés dans le tableau donné plus loin. Il se dégage de mes expériences les conclusions suivantes :

1° Toutes ces réactions sont bimoléculaires. Cela avait déjà été signalé plus particulièrement par J. C. Crocker et F. H. Lowe (1) (qui ont effectué des mesures de coefficients de vitesse de saponification à 40°,06, 63°,2 et 95°,9) et d'autre part par Von Peskoff et J. Meyer (2) (mesures faites à 18° et 25°). Mes mesures confirment pleinement ce fait.

2° Les coefficients de vitesse de saponification k que j'ai trouvés pour la propionamide, la butyramide n et la capronamide n sont en accord avec celles de Von Peskoff et J. Meyer. Mais pour la valéramide n il y a complète divergence. Tandis que ces auteurs trouvent une valeur (à 17°) exceptionnelle dans la série des amides, j'ai obtenu au contraire une valeur qui est tout à fait normale.

3° A une même température, la vitesse de saponification des amides diminue vite en passant de la première à la deuxième et beaucoup moins ensuite. Elle reste à peu près constante à partir du quatrième terme. Une variation analogue se produit pour la force des acides. Le tableau, donné plus loin, permet la comparaison des coefficients de vitesse de saponification k et des constantes d'ionisation K des acides correspondants (3).

---

(1) J. C. Crocker et F. H. Lowe, *J. Chem. Soc.*, 91, 1907, p. 952.

(2) Von Peskoff et J. Meyer, *Z. Phys. Chem.*, 82, 1913, p. 121.

(3) Ces constantes d'ionisation sont tirées de l'Ouvrage de H. Scudder, *The electrical conductivity and ionisation constants of organic compounds.*

Le coefficient de vitesse k diminue beaucoup quand on passe du premier terme au second et reste sensiblement le même à partir du quatrième terme.

II. Chaleurs de saponification.

Mesures. — Entre deux instants t_1 et t_2 à partir du début de la réaction on a mesuré la quantité d'amide saponifiée et la quantité de chaleur produite. Celle-ci est positive et elle a été compensée par effet Peltier.

Les instants t_1 et t_2 ont été choisis de façon à réduire au minimum les corrections calorimétriques. Ces corrections représentent la chaleur non compensée. Elles ont été évaluées en étudiant la courbe inscrite photographiquement sur un cylindre enregistreur par le spot du galvanomètre. Ce dernier était relié aux thermocouples détecteurs du calorimètre. Dans la plupart des mesures ces corrections n'atteignent pas 1 pour 100. Celles dues aux mesures chimiques étant de l'ordre de 1 pour 100, on peut compter sur une précision de 2 pour 100 lorsque l'opération ne dure que quelques heures. C'est le cas pour la formamide, l'acétamide, la propionamide et la butyramide. Les mesures ont été plus difficiles pour la valéramide; ce produit étant peu soluble et son coefficient de vitesse de saponification par la soude étant faible (précision obtenue : 2 à 3 pour 100). La capronamide est encore moins soluble, la précision des mesures n'a été que de 5 à 10 pour 100.

Résultats. — Dans le tableau suivant :

Q_{NaOH} représente la chaleur de saponification par la soude à 17° (chaleur dégagée par la réaction réalisée dans le calorimètre, corrigée des chaleurs de dilution des corps réagissants et formés).

$$RCONH^2 + NaOH = RCOONa + NH^3 + Q_{NaOH}.$$

Q_{H^2O} représente la chaleur d'hydrolyse dégagée par la réaction théorique :

$$RCONH^2 + H^2O = RCOONH^4 + Q_{H^2O}.$$

Tous les corps qui interviennent dans ces réactions sont supposés dissous séparément dans 200 H^2O.

$Q_{NaOH} - Q_{H^2O}$ est la différence entre les chaleurs de neutralisation de l'acide correspondant à l'amide par la soude et l'ammoniac.

Des résultats consignés dans ce tableau on peut déduire :

1° Les chaleurs de saponification des amides de la série grasse varient peu d'un terme au suivant, alors que les coefficients de vitesse de saponification varient beaucoup (surtout pour les premiers termes). Ainsi, la formamide a un coefficient de vitesse de saponification 64 fois plus grand que celui de l'acétamide à 17°, tandis que les chaleurs de saponification diffèrent seulement de 3 pour 100 environ.

2° Les chaleurs de saponification des amides de la série grasse diminuent légèrement à mesure que le poids moléculaire s'élève.

Amides.	k à 17°.	K à 17°.	Q_{NaOH} à 17°. (cal-gr).	Q_{H_2O} à 17°. (cal-gr).
Formamide...........	4,45	22. 10^{-5}	6,73.10^{-3}	5,3.10^{-3}
Acétamide............	0,0692	1,78 »	6,55 »	5,3 »
Propionamide.........	0,0669	1,4 »	6,6 »	5,2 »
Butyramide...........	0,0237	1,6 »	5,8 »	4,5 »
Valéramide...........	0,0239	1,6 »	5,65 »	4,3 »
Capronamide..........	0,0237	1,46 »	5,6 »	...

L'étude des amides chlorées que je fais en ce moment confirme les conclusions exposées précédemment relatives à la très grande influence de la force de l'acide sur la vitesse de saponification.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparations des carbures triméthyléniques, méthyl-1-propyl-2-cyclopropane*. Note de MM. **Lespieau** et **Reginald L. Wakeman**, présentée par M. Matignon.

Nous avons montré (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1395) que, si l'on prend comme point de départ un aldol, on peut arriver à un carbure triméthylénique exempt de tout isomère éthylénique, au degré de sensibilité des spectres de Raman.

Mais l'obtention d'un aldol est moins aisée que celle de l'aldéhyde éthylénique qu'il donne en perdant de l'eau, et nous avons cherché ce que donnerait celle-ci employée comme matière première. Deux chemins pouvaient alors être suivis : faire agir l'aldéhyde sur un dérivé magnésien mixte, passer de l'alcool obtenu à sa bromhydrine, et fixer sur celle-ci une molécule d'acide bromhydrique, ou bien commencer par fixer l'hydracide sur l'aldéhyde, utiliser ensuite la réaction magnésienne, etc. Il était à présumer que dans les deux cas on arriverait à un dibromure β qui, débromé par la poudre de zinc, conduirait à un carbure triméthylénique. Mais ce dibromure serait-il exempt de son isomère α dibromé? Dans le cas contraire, une bonne séparation de ces deux bromures étant presque impossible, on n'arriverait qu'à un carbure cyclique souillé par un isomère éthylénique.

Le premier de ces deux chemins a été suivi par l'un de nous (*Bull. Soc. ch.*, 4e série, 47, 1930, p. 847), il a conduit à des carbures impurs; nous avons pratiqué le second en utilisant l'aldéhyde crotonique et le magnésien du bromure de propyle, et sommes arrivés ainsi à un carbure nouveau, le méthyl-1-propyl-2-cyclopropane, dont le spectre de Raman ne possède pas la raie caractéristique des doubles liaisons éthyléniques. La seconde des deux méthodes décrites ici est donc celle qu'il faut préférer des trois que nous avons étudiées, du moins lorsqu'il s'agit de composés de la série grasse.

Voici quelques renseignements sur les corps obtenus au cours de cette étude :

L'aldéhyde propionique β bromée a été faite en mélangeant à basse température une solution d'aldéhyde crotonique et une d'acide bromhydrique faites dans l'éther. Ce solvant chassé, on a un liquide passant entre 42 et 44° sous 12^{mm}; celui-ci à l'analyse donne des nombres convenables, mais il se polymérise avec une grande vitesse; enfermé dans un pycnomètre on voit son volume diminuer rapidement, et les mesures cryoscopiques faites sur le produit fraîchement distillé donnent déjà une valeur plus que deux fois trop forte. Aussi avons-nous été réduits à utiliser la solution éthérée où il a pris naissance sans chercher à l'isoler, et cela dès qu'elle a été faite.

Bromo-2-heptanol-4. — La réaction magnésienne s'est effectuée normalement et a fourni cet alcool, liquide bouillant de 99° à 101°, sous 10^{mm} ayant pour densité et pour indice D à 23°,5 respectivement 1,2373 et 1,4696. Sa réfraction moléculaire est donc 43,95. On y a trouvé Br pour 100 : 41,14; une cryoscopie acétique lui assigne le poids moléculaire 195,6.

Dibromo-2,4-heptane. — Il résulte de l'attaque du corps précédent par le tribromure de phosphore, commencée à froid et poursuivie jusqu'à 150°. C'est un liquide bouillant à 99°-100° sous 12^{mm},5, de densité et d'indice D (à 24°) 1,4959 et 1,4941; d'où une réfraction moléculaire 50,22. On y a dosé Br pour 100 : 62,17; son poids moléculaire cryoscopique a été trouvé égal à 259°.

Méthyl-1-propyl-2-triméthylène

$$\begin{array}{c} CH^2 \\ / \quad \backslash \\ CH^3.HC - CH.CH^2.CH^2.CH^3. \end{array}$$

Il résulte de la débromuration du dibromure précédent par la poudre de zinc au sein de l'alcool. Bien lavé à l'eau, puis séché au chlorure de calcium, il distille sous 747^{mm} à 92°-93°. On y a trouvé C pour 100, 85,09; H pour 100, 14,71. A 18° il a pour densité et pour indice D 0,7206 et 1,4003, d'où une réfraction moléculaire 33,03. Cela ferait une exaltation de 0,81, analogue à celle que nous avons rencontrée chez le méthyl-1-éthyl-2-triméthylène. Pour celle-ci nous avons indiqué le chiffre de 0,85, calculée avec les nombres anciens. Avec les nombres de Eisenlohr ces deux exaltations deviennent 0,71 et 0,77. Si l'on tient compte de ce que, pour les paraffines, Eisenlohr (*Zeits. ph. Ch.*, 75, 1911, p. 602) indique pour l'hydrogène non le nombre 1,1 utilisé couramment, mais 1,15, les exaltations ne sont plus que 0,11 et 0,17, et par suite un peu problématiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés du pentanetriol-1.4.5.* Note de M. **Raymond-Paul**, présentée par M. Matignon.

Quand un corps possède deux fonctions semblables portées par deux carbones voisins et, en γ ou δ par rapport à celles-ci, une troisième fonction pouvant par réaction sur l'une des deux premières donner naissance à une chaîne tétrahydrofurfuranique ou tétrahydropyranique, quelle est celle des deux chaînes qui aura la plus grande tendance à se former? Chez les hexoses il semble que ce soit la chaîne tétrahydropyranique, chez les monoacides qui en dérivent, la chaîne tétrahydrofurfuranique.

Je me suis proposé d'étudier ce problème sur un corps de structure aussi simple que possible, afin d'éviter toute influence étrangère : c'est ce qui m'a conduit à préparer le pentanetriol-1.4.5 pour en examiner les produits de cyclisation.

Les dérivés 1.4.5 du pentane sont d'un abord difficile et jusqu'ici on ne connaissait guère que le tribromure décrit par von Braun [1] et les dialcoxypentanones dont j'ai récemment indiqué la préparation [2]. *A priori* le tribromure de von Braun devait facilement conduire aux dérivés cherchés; mais la méthode de ce chimiste en interdit l'emploi comme matière première. La technique suivante, bien qu'assez laborieuse, est susceptible de fournir les dérivés 1.4.5 en quantités notables.

L'allylacétate d'éthyle, réduit par le sodium et l'alcool absolu, fournit avec un rendement de 55 pour 100 le pentène-1-ol-5

$$CH^2=CH-(CH^2)^3OH.$$

Cet alcool, obtenu pour la première fois par Bouveault, n'a été que fort peu étudié; c'est un liquide gras dont la densité $d_{15}=0,848$ et l'indice de réfraction $n_D=1,4305$ conduisent à une réfraction moléculaire de 26,34 contre 26,21 calculée.

Sa phényluréthane $C^6H^6NCO^2.CH^2.(CH^2)^2CH=CH^2$, liquide épais, bout à 184-185° sous 16^{mm}; $d_{15}=1,068$ et $n_D=1,534$; d'où R. M. $=59,69$ au lieu de 59,72 calculé. Dosage d'azote : N pour 100 $=7,33$ et 7,06 trouvé, 6,83 calculé.

Son allophanate $NH^2.CO.NH.CO^2.CH^2.(CH^2)^2CH=CH^2$ fond vers

---

(1) Von Braun, *Ber. chem. Ges.*, 51, 1918, p. 95.

(2) R. Paul, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 964.

147-148° en se décomposant; il cristallise en fines lamelles soyeuses : N pour 100 = 16,64 trouvé, 16,28 calculé.

En solution éthérée et à 0°, le penténol fixe 2 atomes de brome pour donner le dibromopentanol-1.2.5 $CH^2Br.CHBr.CH^2.CH^2.CH^2OH$. C'est un liquide huileux, bouillant vers 132-133° sous 16^{mm}, mais qu'il est malheureusement impossible de rectifier sans décomposition. Il perd en effet une molécule d'acide bromhydrique pour donner l'α-bromométhyl-tétrahydrofurfurane (sur lequel je reviendrai dans un prochain Mémoire),

$$CH^2Br.CHBr.CH^2.CH^2.CH^2OH \xrightarrow{-HBr} BrCH^2.\underset{\diagdown O \diagup}{\overset{CH^2-CH^2}{CH \quad\quad CH^2}}.$$

C'est un liquide mobile, bouillant à 66-67° sous 20^{mm}; $d_{13} = 1,483$ et $n_D = 1,4895$: R. M. calculée 32,49, R. M. trouvée 32,14.

L'acide bromhydrique libéré est d'ailleurs partiellement fixé par le dibromopentanol inaltéré, avec production d'un liquide bouillant à 141-142° sous 19^{mm} : c'est le tribromopentane $BrCH^2.CHBr.(CH^2)^3Br$, de Braun $d_{16} = 2,034$ et $n_D = 1,554$: R. M. trouvée 48,70, calculée 48,58.

Sous l'action conjuguée de l'acétate de K et de l'anhydride acétique, le dibromopentanol brut fournit la triacétine

$$CH^3CO^2.CH^2.CH(CO^2CH^3)(CH^2)^3.CO^2CH^3,$$

liquide gras, d'odeur acétique, bouillant à 170° sous 16^{mm}. Sa densité 1,123 à 16° et son indice de réfraction $n_D = 1,4402$ lui assignent une réfraction moléculaire de 57,74 contre 57,96 calculée.

On recueille en outre une fraction 90-105° sous 16^{mm}, dont l'importance et la composition varient d'ailleurs avec la température de la réaction. Soumise à l'action de l'anhydride acétique à 150° et en présence de $ZnCl^2$, pour éliminer l'acétate d'α-méthyltétrahydrofurfuryle

$$CH^3CO^2.CH^2.\underset{\diagdown O \diagup}{\overset{CH^2.CH^2}{CH \quad\quad CH^2}}$$

(éb. 195°), elle donne après rectification une abondante portion passant à 103-105° sous 18^{mm}. Ce liquide, bromé, et décolorant l'eau de brome,

correspond à l'acétine du bromo-2-pentène-ol-5

$$CH^3.CO^2.CH^2.CH^2.CH^2.CBr = CH^2;$$

$d_{20} = 1,312$; $n_D = 1,4658$; R. M. trouvée, 43,66; R. M. calculée, 43,47. Dosage de brome : Br pour 100 39,20 et 39,02 trouvés; 38,64 calculé.

L'acétate de potassium a donc enlevé une molécule d'HBr à l'acétine du dibromopentanol formée d'abord :

$$CH^2Br - CHBr - (CH^2)^3CO^2CH^3 + CH^3CO^2K$$
$$\rightarrow KBr + CH^3CO^2H + CH^2 = CBr - (CH^2)^3CO^2CH^3.$$

La triacétine saponifiée par l'hydrate de baryte à 105° m'a conduit au pentanetriol cherché

$$CH^2OH - CHOH - CH^2 - CH^2 - CH^2OH;$$

cette glycérine, très visqueuse, possède une saveur brûlante et légèrement sucrée; elle bout à 190-191° sous 13mm; densité à 20° = 1,136, $n_D = 1,473$, d'où R. M. trouvée 29,67; la théorie indique 29,86.

Chauffée avec de l'isocyanate de phényle, elle donne une triphényluréthane

$$(C^6H^6.NCO^2)CH^2.CH(C^6H^6NCO^2).(CH^2)^3.(C^6H^6NCO^2),$$

sous forme de cristaux microscopiques (benzène), fondant à 92°. Dosage d'azote : N pour 100 = 9,25 et 8,89 trouvés; 8,78 calculé.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Anneaux de diffraction produits par les sphérolites à enroulement hélicoïdal.* Note de M. **Paul Gaubert.**

Une source lumineuse vue à travers une lame de verre, sur laquelle s'est produit un dépôt cristallin, peut montrer des phénomènes de diffraction très variés. W. Donle a observé des anneaux de Fraunhofer avec une lame ternie par la sublimation du salmiac.

Dans cette Note, je vais décrire les bandes et les anneaux de diffraction produits par des édifices à enroulement hélicoïdal obtenus sur une lame de verre recouverte d'un couvre-objet.

On sait que dans les sphérolites à enroulement hélicoïdal, les fibres radiales sont constituées par des éléments cristallins ayant tourné régulièrement d'une très faible quantité par rapport à l'élément précédent, autour de l'axe de la fibre. Par conséquent les sphérolites, obtenus entre deux lames

de verre, correspondant à une section de ces derniers, montrent des couronnes concentriques d'inégale biréfringence, dont la largeur, la teinte de polarisation, etc. dépendent du pas de l'hélice et du mode d'enroulement. Une préparation de cholestérine pure peut donner de ces sphérolites, par solidification rapide, mais leur formation régulière avec un pas d'hélice convenable est facilitée par l'addition d'une certaine quantité de matière étrangère (1/20 d'anisaldasine ou 1/10 d'éther cétylique de l'acide *p*-azoxycinnamique, etc.). Dans ces sphérolites l'enroulement des particules cristallines se fait autour de l'indice de réfraction moyen n_m et, comme les axes optiques sont rapprochés, les couronnes correspondant à la bissectrice aiguë sont très étroites, presque obscures et se confondent, quand la préparation est mince, avec celles des axes optiques (le pas total de l'hélice est de 30 μ environ, 22 pour les couronnes claires et 8 μ pour les couronnes obscures).

Les plages, dans lesquelles la cholestérine se présente en très petits sphérolites polarisent circulairement la lumière comme les liquides anisotropes possédant le pouvoir rotatoire et orientés perpendiculairement à l'axe optique [1].

Si la préparation, ayant une épaisseur de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{300}$ de millimètre d'épaisseur, contient des sphérolites nettement formés, une source lumineuse (lampe à arc, soleil, lune, étoile brillante, etc.) montre, la lame étant près de l'œil, une zone obscure, entourée de un ou plusieurs anneaux vivement colorés, le bleu étant à l'intérieur et le rouge à l'extérieur. Des plages donnent parfois des anneaux dont l'écartement est irrégulier. Ceux-ci appartiennent alors à deux séries différentes dues à deux sortes de sphérolites dans lesquels le pas de l'hélice n'est pas exactement le même.

Ces anneaux de diffraction rappellent ceux qui sont produits par un léger dépôt de salmiac, mais ils sont beaucoup plus brillants, beaucoup plus réguliers. Pour les étudier, je me suis servi du microscope polarisant, dans lequel l'objectif et l'oculaire sont remplacés par des diaphragmes mobiles, de manière à délimiter, non seulement, un disque lumineux, mais aussi la partie de la préparation donnant les anneaux de diffraction. Avec ce dispositif, il est très facile de voir que la lumière diffractée est polarisée dans un plan perpendiculaire à la direction des plus radiales. En outre, une platine chauffante électrique peut être mise à la place de l'oculaire et par consé-

---

(1) P. GAUBERT, *Comptes rendus*, 162, 1916, p. 764.

quent supporter la préparation pour l'étude de l'action de la température sur cette dernière.

La production des anneaux de diffraction est liée à celle de la longueur du pas de l'hélice, qui ne doit pas dépasser $0^{mm},12$, du moins avec la cholestérine. Aussi des préparations d'hélénine qui montrent de très beaux sphérolites dans lesquels l'enroulement avec un pas de $0^{m},5$ se fait autour de n_m, ne donnent rien; au contraire, celles, contenant des sphérolites à enroulement de benzoate de naphtyle, de thébaïne, de codéine, d'anisalamidoazotoluol, etc., dans lesquels le pas de l'hélice est très petit, montrent les anneaux.

Le nombre des anneaux de diffraction varie suivant la préparation (de 1 à 5 avec la lumière blanche). Pour une même substance, il dépend de la biréfringence de la préparation.

En effet une plage de cholestérine, dans laquelle les couronnes des sphérolites correspondant à la bissectrice obtuse ont une teinte de polarisation maximum inférieure ou égale à celle d'un quart d'onde, ne donne qu'un seul anneau. Il se produit deux anneaux si la teinte est jaune, et trois si elle atteint le vert de premier ordre.

Une autre observation confirme le fait que le nombre des anneaux de diffraction pour une même substance dépend de la biréfringence seulement. J'ai montré autrefois que la biréfringence des sphérolites de cholestérine diminue à partir de 130°. Une préparation montrant trois anneaux colorés très brillants est placée sur la platine chauffante disposée à la place de l'oculaire, comme je l'ai indiqué plus haut. Vers 135° on ne voit que deux anneaux et un seul au voisinage du point de fusion (148°).

Dans cette expérience, l'épaisseur de la préparation a peu varié, seule la biréfringence a diminué, elle est passée du vert de premier ordre au gris clair.

Le diamètre des anneaux est en raison inverse de la longueur du pas de l'hélice.

En limitant avec un diaphragme une plage formée seulement de fibres parallèles [ce qui est même inutile si l'on arrive à préparer de très gros sphérolites (3^{cm} de rayon)], un point lumineux examiné à travers une telle préparation montre de très belles franges parallèles, identiques aux anneaux de diffraction, symétriques par rapport à la droite passant par la source lumineuse et parallèle à la ligne de séparation des couronnes d'inégale biréfringence, comme si parmi ces dernières, il y en avait une sorte, se comportant comme des fentes lumineuses.

Ces bandes de diffraction sont tout à fait différentes de celles produites par les espaces vides existant parfois entre les fibres radiales. Elles sont obtenues avec une structure cristalline très compliquée mais bien définie.

La différence de marche des rayons lumineux doit se produire dans le parcours des diverses zones dans lesquelles les particules cristallines ont des orientations différentes.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur l'hétérogénéité saline de l'eau des cuvettes littorales pendant les pluies.* Note [1] de M. **Robert Lami**, présentée par M. L. Mangin.

On appelle cuvettes les masses d'eau qui demeurent pendant la basse mer dans les creux des rochers situés dans la zone intercotidale. Elles constituent un milieu particulier préservant de l'exondation une flore et une faune assez particulière. Pendant le temps où elles demeurent isolées de la mer, elles présentent des variations de température et de salinité plus ou moins importantes suivant la durée de leur isolement. La durée de cet isolement dépend elle-même de leur cote par rapport au zéro des cartes marines.

L'étanchéité du rocher peut être absolue et dans ce cas leur niveau demeure constant; si la roche est fissurée, ce niveau baissera progressivement pendant la durée de leur isolement.

En ne considérant que les cuvettes à niveau constant, parcourues ou non par le ruissellement des eaux découlant des niveaux supérieurs, on peut remarquer que, malgré leur contenance limitée et souvent faible, elles présentent fréquemment une disposition en zones de la végétation algale qui y croît : ceinture de Corallines toujours à quelques centimètres au-dessous du niveau, bordure de Monostromes printaniers etc. D'autre part les Mélobésiées roses qui en revêtent souvent les parois jusqu'à l'extrême limite du niveau de l'eau sont souvent décolorées et mortes depuis ce niveau jusqu'à quelques centimètres au-dessous; cette zone blanchie est généralement considérée comme due à une émersion nocive produite par une baisse de niveau pendant l'évaporation estivale, explication qui ne nous semble pas pouvoir être admise dans tous les cas. Tous ces faits montrent une hétérogénéité de ce milieu.

---

[1] Séance du 11 mai 1931.

Parmi les facteurs susceptibles d'intervenir dans cette hétérogénéité, l'eau douce, apportée par les pluies, nous semble un des principaux. En effet nous avons souvent observé, pendant les pluies fines et persistantes, qu'en remuant doucement l'eau de cuvettes abritées du vent et dont la surface n'était pas agitée, on voit des traînées réfringentes évidemment dues à des remous entre des couches de concentrations différentes; l'eau de pluie, moins dense et moins réfringente, tendant à demeurer à la surface et ne diffusant que lentement.

Nous avons pu, pendant une journée pluvieuse du début d'avril, faire, à Saint-Malo - Saint-Servan, des prélèvements d'eau à différentes profondeurs dans trois cuvettes et en déterminer la salinité.

a. Cuvette non parcourue par un écoulement. Surface : $0^{m^2},3$. Profondeur moyenne : 15^{cm}.

Salinité à la surface	30,81
Salinité à -10^{cm}	33,38

b. Cuvette non parcourue par un écoulement. Surface : $1^{m^2},5$. Profondeur moyenne : 12^{cm}.

Salinité à la surface	31,78
Salinité à -10^{cm}	34,08

c. Cuvette recevant un apport d'eau venant de cuvettes supérieures et des roches encaissantes. Surface : $0^{m^2},5$. Profondeur : 25 à 35^{cm}.

Salinité à la surface	24,40
Salinité à -4^{cm}	31,46
Salinité à -10^{cm}	34,03

Pour ces trois cuvettes, la durée de l'isolement de la mer jusqu'au moment des prises d'eau fut d'environ 3 heures. La hauteur de pluie tombée pendant ce temps fut d'environ 1^{mm}. La salinité moyenne de la mer, dans la région et à cette époque, était d'environ 34.

La dessalure en surface plus accentuée pour la cuvette C est vraisemblablement due à sa situation encaissée; l'eau de pluie suintant d'une plus grande étendue de roches encaissantes venait s'y déverser en surface.

Les nombres ci-dessus démontrent l'existence d'une hétérogénéité saline des cuvettes à niveau constant sous l'influence de la pluie. Les couches superficielles dessalées nous semblent persister, en l'absence de vent et de clapotis, un temps suffisant pour agir sur les organismes et les répartir en zones, la radiation solaire et l'échauffement pouvant, par ailleurs, agir dans le même sens.

BOTANIQUE. — *Nouvelles recherches sur les caractères microchimiques et sur le mode de formation cytologique des pigments anthocyaniques*. Note ([1]) de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

Dans des recherches datant de 1913, nous avions fait connaître pour la première fois le mode de formation cytologique des pigments anthocyaniques dans diverses plantes et en particulier dans les dents des jeunes folioles de Rosier. Nous avions montré que le pigment apparaît tantôt directement au sein de filaments onduleux, semblables à des chondriocontes, qui, en se gonflant et en confluant, se transforment en grosses vacuoles, tantôt par pigmentation d'un chromogène présentant les mêmes caractères microchimiques que le pigment et formé comme lui dans des filaments, cette pigmentation pouvant s'opérer à un stade quelconque de la transformation des filaments en vacuoles. Nous avions d'abord interprété les filaments comme des chondriosomes et ce n'est que plus tard que nous fûmes amené à les rattacher aux formes initiales du vacuome. En même temps, nos recherches nous avaient permis de constater que dans beaucoup de cas, les pigments anthocyaniques offrent tous les caractères des tanins. Depuis, la question de la constitution chimique et de la genèse des pigments a beaucoup progressé, grâce aux travaux biochimiques de R. Combes et de Willstätter et ses collaborateurs. Il est établi aujourd'hui que ces pigments dérivent de la flavone et résultent de la réduction des oxyflavonols. Par suite de leur fonction phénolique, ces pigments présentent donc des caractères microchimiques qui les rapprochent des tanins, mais ils en diffèrent essentiellement par le fait qu'ils sont de nature cristalloïde et non de nature colloïdale. L'étude des caractères microchimiques et de l'origine cytologique des pigments anthocyaniques méritait donc d'être reprise à la lumière de ces données nouvelles. Nous résumerons ici les résultats que nous avons obtenus par de nouvelles recherches sur ces deux questions.

Au point de vue microchimique, le pigment se comporte de manière très différente selon les cas et l'on peut distinguer plusieurs types de cellules à anthocyane.

1° Dans un très grand nombre de fleurs (Tulipe, Glaïeul, Myosotis, Bleuet, *Salvia splendens*, Campanules, etc.), le pigment n'est pas accompagné de tanins et se trouve à l'état de solution vraie dans la vacuole :

([1]) Séance du 11 mai 1931.

celle-ci prend au contact de l'acide osmique une teinte variant du gris au noir, selon la concentration de la solution d'anthocyane, et sans précipitation. Le perchlorure de fer lui confère une teinte noirâtre et la liqueur de Courtonne une couleur verte. Dans le bichromate de potassium, la vacuole prend peu à peu une teinte jaune homogène. Les alcaloïdes, en particulier une solution de caféine à 0,10 pour 100, ne déterminent aucune précipitation dans la vacuole, ce qui indique que celle-ci est dépourvue de tanins. Après fixation par la méthode de Regaud (mélange de bichromate de potassium et de formol), le pigment est en grande partie insolubilisé et reparaît dans les coupes sous forme de plages jaunes dans les vacuoles. Par contre, après fixation par le liquide de Meves (acides osmique et chromique), les vacuoles à anthocyane noircissent plus ou moins, mais le noircissement n'apparaît plus dans les coupes. Dans certaines fleurs, l'anthocyane peut partiellement cristalliser sous forme de paquets d'aiguilles enchevêtrées (*Delphinium*) ou de sphérocristaux (Verveine cultivée).

2° Dans d'autres cas (épiderme de *Polygonum Sakhalinense*, épicarpe de cerise, etc.), les cellules renferment un mélange de tanins et d'anthocyane que l'on peut séparer par traitement par les alcaloïdes qui déterminent la précipitation des tanins sous forme de granulations incolores au sein de la vacuole qui conserve sa coloration rouge uniforme. L'acide osmique et le bichromate de potassium précipitent également les tanins. Par la méthode de Regaud, les vacuoles montrent de nombreux précipités jaune brun de tanins et par la méthode de Meves des précipités noirs de la même substance.

3° Un état spécial du pigment est réalisé dans les cellules épidermiques des bourgeons de Rosier, *Ailantus glandulosa*, Noyer, des fleurs de *Pelargonium*, Pivoine, *Trifolium pratense*, de l'axe hypocotylé et des cotylédons de Ricin. Dans ces cellules, le pigment peut apparaître directement dans des vacuoles filamenteuses ou résulter de la pigmentation à un stade quelconque de l'évolution du vacuome d'un composé incolore formé dans des vacuoles filamenteuses. Le composé incolore et le pigment présentent une réfringence très accusée qui les distinguent des pigments précédents et semblent avoir une grande viscosité.

L'un et l'autre offrent les caractères des tanins et ne diffèrent que par le fait que le composé incolore jaunit, au lieu de verdir, par la liqueur de Courtonne. Au contact d'une solution d'alcaloïde, le pigment se précipite d'abord partiellement, puis totalement, dans les vacuoles ayant achevé leur développement, sous forme de granulations animées de mouvements browniens. Il est précipité par le bichromate de potassium et l'acide

osmique. La méthode de Regaud et celle de Meves conservent les formes filamenteuses du vacuome qu'elles colorent, l'une en jaune, l'autre en noir, et précipitent le contenu des grosses vacuoles. Le pigment se distingue souvent en outre des autres, par son insolubilité dans le formol. Il semble que, dans ce dernier cas, le pigment anthocyanique et les tanins forment un complexe colloïdal résultant de l'adsorption du pigment par le tanin. Dans les pétales des roses rouges, le pigment peut se former directement dans les premiers stades de l'évolution du vacuome, il apparaît le plus souvent dans de grosses vacuoles à un stade tardif du développement. C'est le cas de la plupart des fleurs dans lesquelles le pigment se forme seulement peu de temps avant l'ouverture de la fleur, dans de grosses vacuoles; tantôt le pigment apparaît dans des vacuoles hyalines, dépourvues de tanins (Campanule, *Delphinium*, *Salvia*, etc.), tantôt il prend naissance dans des vacuoles à contenu très réfringent, remplies de tanins (*Pelargonium*, Rose, *Trifolium pratense*), mais dans tous les cas, il résulte de la transformation d'oxyflavonols formés de très bonne heure dans les vacuoles et dont la présence est reconnaissable pour la teinte jaune caractéristique qu'elles prennent au contact des alcalis. Dans les fruits également, l'anthocyane apparaît tardivement dans des vacuoles renfermant d'abord des oxyflavonols (cerise, etc.).

Nos recherches montrent donc : 1° que, l'anthocyane peut exister dans la vacuole à l'état de solution vraie, seule ou mélangée à des tanins ou former avec les tanins un complexe colloïdal d'adsorption: 2° que l'anthocyane semble pouvoir dans quelque cas se constituer de toutes pièces, mais que le plus souvent elle dérive de la transformation d'oxyflavonols préexistants dans la vacuole.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur un facteur méconnu de la variation momentanée des végétaux*. Note (¹) de M. **Henri Coupin**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Parmi les végétaux les plus remarquables par leur polymorphisme, on peut, comme chacun sait, citer les Champignons et, en particulier, ceux qui constituent les « moisissures », lesquelles appartiennent, surtout, aux groupes des Siphomycètes et des Ascomycètes. Cette polymorphie se manifeste sur leurs divers modes de multiplication et aussi sur leur appa-

(¹) Séance du 8 juin 1931.

reil végétatif. Dans ce dernier ordre d'idées, on peut, par exemple, citer le *Botrytis cinerea* Pers., forme conidienne du *Sclerotinia Fuckeliana* de Bary, moisissure très répandue sur tous les milieux et qui, par ailleurs, peut devenir parasite de très nombreuses plantes cultivées ([1]). Lorsque le *Botrytis* se développe sur des matières pourrissantes, il apparaît sous forme d'un mycélium floconneux qui, rarement, reste stérile, mais qui, plus fréquemment, se couvre d'abondants conidiophores grisâtres, puis donne naissance à des sclérotes noirs formés par l'enchevêtrement de filaments à membrane épaisse, sclérotes qui, plus tard, dans certaines conditions, émettent des appareils ascosporés. On peut se demander quelles sont les raisons pour lesquelles ce même organisme apparaît, tantôt sous forme de mycélium floconneux, tantôt sous forme de sclérotes, mais il est bien difficile de s'en rendre compte par la seule observation des substances que l'on a mises, telles quelles, à pourrir et sur lesquelles il se développe en compagnie d'autres moisissures et d'innombrables bactéries variées. Faut-il, notamment, invoquer la variété chimique et physique du milieu, la pression moléculaire, la présence d'autres organismes vivants, etc.?

Pour serrer le problème de plus près, il convient, bien entendu, de n'opérer qu'en cultures pures et dans des conditions bien définies. En opérant ainsi, on se rend vite compte que la différenciation en mycélium floconneux et en sclérotes est indépendante de la lumière, de la chaleur, de l'intervention d'autres organismes vivants et, jusqu'à plus ample informé, de la nature chimique du milieu, mais que, par contre, elle semble conditionnée par la plus ou moins grande humidité de ce dernier. Si, par exemple, on cultive le *Botrytis* sur des fragments de carottes très humides, il se produit, à la fois, du mycélium floconneux se couvrant rapidement d'appareils conidiens et de sclérotes de quelques millimètres de diamètre, tandis qu'en le cultivant sur des fragments de carottes à demi secs, on n'obtient jamais de sclérotes, mais seulement un mycélium léger, tantôt stérile, tantôt se couvrant de conidiophores.

Toutefois, ce facteur humidité qui paraît ainsi prédominant pour la formation des sclérotes, lesquels sont peut-être une formation de résistance à sa trop grande action, n'est pas aussi simple qu'il le paraît au premier abord, et d'observations variées, j'en ai déduit qu'il agit différemment suivant sa plus ou moins grande viscosité, facteur qu'à ma connaissance,

---

([1]) La variabilité de *Botrytis cinerea* a déjà été étudiée par de nombreux auteurs (Barnes, Beauverie, Brierkley, Brooks, Istvanffi, Paul, Reidmeister, etc.), mais plutôt à un point de vue morphologique ou pratique que physiologique.

on n'a pas encore fait intervenir dans la variation — du moins momentanée — des végétaux. Pour vérifier cette hypothèse, j'ai cultivé le *Botrytis* sur le même milieu nutritif liquide (en l'espèce, du bouillon de carottes), mais rendu plus ou moins visqueux par l'addition de quantités variées d'agar-agar, substance, semble-t-il, d'après sa composition chimique, inerte au point de vue nutritif ou toxique et ne modifiant pas la pression moléculaire du milieu. Les résultats furent très nets : dans le bouillon additionné de 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ pour 100 d'agar, il ne se produit en surface (dans la profondeur, sans doute du fait d'une oxygénation insuffisante, le mycélium reste toujours stérile) que du mycélium floconneux et des appareils conidiens; avec $\frac{1}{16}$ et $\frac{1}{32}$ pour 100 d'agar, il en fut de même, mais cependant, avec, en outre, un ou deux sclérotes; enfin, avec $\frac{1}{64}$ et $\frac{1}{128}$ pour 100 d'agar et sans agar, il y eut, sans parler du mycélium floconneux et des conidies, un grand nombre de sclérotes (une trentaine pour un bain de 300^{cm^3} au bout d'une huitaine de jours de cultures à 22°).

De ces constatations je crois pouvoir conclure que, dans tous les cas, le *Botrytis*, en se développant, produit un mycélium floconneux et, généralement, des conidies plus ou moins abondantes, mais que les sclérotes ne se montrent que lorsque le milieu est à la fois très humide et d'une viscosité très faible, voire même presque nulle ; l'apparition de ces sclérotes n'est nullement en rapport comme on l'a dit avec l'épuisement du milieu.

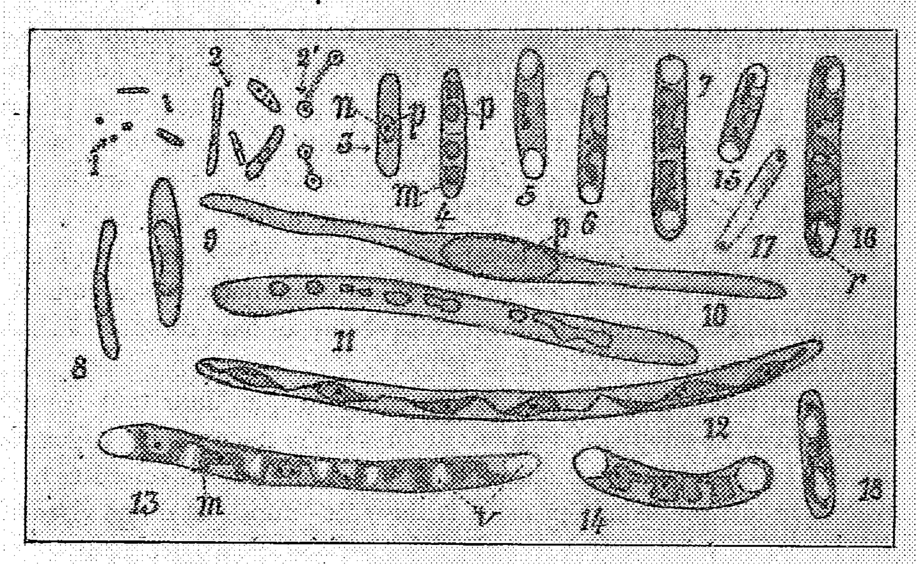
Et l'on peut aussi se demander si, à la longue, cette viscosité n'agirait pas sur la variation, laquelle deviendrait ainsi héréditaire de l'espèce, remarque qui ne s'applique pas seulement aux cryptogames, mais aussi aux phanérogames, lesquels croissent parfois, par exemple, sur les sols argileux, dont les propriétés colloïdales sont bien connues.

CYTOLOGIE. — *Étude cytologique des différents stades du bacille d'Eberth* (Bacterium typhi *Eberth*). *État figuré du virus filtrant.* Note (¹) de M. A.-Ch. Hollande et Mme G. Hollande, présentée par M. M. Caullery.

Nous avons indiqué (²) que les cultures du bacille typhique, en milieux liquide ou solide, présentaient des éléments microbiens de dimensions diverses. Parmi elles, nous avons étudié la cytologie des formes jeunes et des formes évoluées.

(¹) Séance du 8 juin 1931.
(²) *C. R. Soc. Biol.*, 107, 1931, p. 205.

Outre ces deux formes, il existe toute une série d'autres éléments microbiens, dont l'étude cytologique nous a permis d'établir le cycle évolutif du bacille typhique. Nous décomposons ce cycle, en six stades; les formes jeunes et les formes évoluées déjà étudiées, en constituent les stades II et V.



Cycle évolutif du Bacterium typhi.

1, rénitocytes et bâtonnets minuscules qui en dérivent; 2, formes plus évoluées du bacille, dont une en division; 2', rénitocytes volumineux (gonidies de Löhnis?); 3, forme jeune (stade II), (*n*) nucléosome; 4, apparition des métachromatinosomes (*m*) chez une forme jeune en division renfermant une membrane transverse en formation et deux paranucléosomes (*p*); 5, apparition des vacuoles apicales dans un stade jeune en division; 6, 7, évolution des métachromatinosomes en l'absence de paranucléosomes; 8, 9, 10, formation d'un phytoschizonte : absence de métachromatinosomes; (*p*) paranucléosome; 11, morcellement du paranucléosome; 12, apparition, chez un phytoschizonte des métachromatinosomes, sous la forme primitive d'une ligne brisée et épaissie par places; les petits corpuscules colorés ici en noir sont les nucléosomes; 13, différenciation d'un phytoschizonte en bacilles par l'apparition des vacuoles (*v*) dans le protoplasme; 14, schizophytoïde (stade V) né de la dislocation d'un phytoschizonte; 15, 16, 18, formation des rénitocytes (*r*); 17, bacille typhique en dégénérescence, présentant à chacune de ses extrémités un rénitocyte c, *cl*; × 2400. (Les nucléosomes ne sont par représentés dans les figures 4, 8, 9, 10 et 11.)

Stade I. — Le stade microbien le plus primitif est formé par de minuscules, courts et fins bâtonnets (*fig.* 1 et 2), qu'une coloration peu différenciée, à l'hématoxyline au fer ou aux éosinates à la soude du bleu de méthylène, met bien en évidence. L'hématoxyline ferrique montre leurs extrémités plus teintées que le reste du corps microbien.

Stade II. — Le stade II est représenté par les éléments déjà décrits sous la dénomination de formes jeunes : bacille à protoplasme basophile renfer-

mant au centre un paranucléosome recouvrant un nucléosome (*fig.* 3 et 4).

Stade III. — La forme jeune s'allonge, s'épaissit, sans subir de division. Le paranucléosome, de son côté, augmente considérablement de volume, distend le centre du bacille, puis s'étend le long du grand axe du microbe; souvent alors, il se découpe en masses irrégulières à contours arrondis (*fig.* 8 à 11). En même temps, le nucléosome primitif se divise, puis les nucléosomes filles se subdivisent à leur tour; ainsi prennent naissance un certain nombre de nucléosomes; ceux-ci se répartissent, accompagnés ou non de paranucléosomes, dans le protoplasme de la cellule.

Stade IV. — Lentement les paranucléosomes se résorbent; tandis que la substance qui constitue le métachromatinosome apparaît d'abord sous la forme de taches sombres intracytoplasmiques (*fig.* 4); celle-ci bientôt se condense, devient fortement colorable en rouge violacé ou bleu violacé par les éosinates et envahit une grande partie du protoplasme; elle forme alors, le long du grand axe de la cellule, une ligne plus ou moins continue, souvent sinueuse, avec épaississements par place (*fig.* 12). Puis, dans le protoplasme, des vacuoles prennent naissance, coupant, à intervalles plus ou moins réguliers, le cytoplasme (*fig.* 13). Aux dépens des épaississements précédents, un ou deux métachromatinosomes s'individualisent entre deux vacuoles (*fig.* 14).

Ainsi se produisent, à partir d'une seule cellule, des chapelets de microbes (*fig.* 13); ceux-ci seront mis en liberté ultérieurement par clivage d'une double cloison intravacuolaire.

Nous donnons le nom de « phytoschizontes » aux éléments du stade III et celui de « schizophytoïdes » aux bacilles dérivant du phytoschizonte. Les phytoschizontes se forment surtout dans les milieux de culture défavorables au développement du microbe.

Stade V. — Les éléments du stade V sont constitués par les « formes évoluées » du bacille, ou schizophytoïdes, c'est-à-dire par les bacilles types (cytoplasme basophile, présence de vacuoles apicales, de deux métachromatinosomes possédant chacun un ou deux nucléosomes).

Stade VI. — Les schizophytoïdes demeurent aptes à se reproduire encore quelque temps par scissiparité transverse. Dans les cultures vieilles (3-4 jours), ils peuvent brusquement s'autolyser normalement; ils donnent finalement naissance, pour la plupart, à des formes de résistance que nous désignons sous le nom de « rénitocytes » [1] (*fig.* 1).

---

[1] *Reniti :* offrir de la résistance.

Il se forme généralement un rénitocyte à chaque extrémité du microbe (*fig.* 17).

Le rénitocyte, dont nous avons pu suivre en détail la formation — non rapportée ici — est constitué par une sphérule microscopique renfermant un minuscule nucléosome, entouré d'une zone protoplasmique et d'une membrane propre (*fig.* 1 et 17). A son stade ultime de développement, après coloration aux éosinates, il apparaît sous la forme d'un point central bleu violacé entouré d'une membrane orange. C'est lui, à notre avis, ou la forme microbienne immédiate qui en dérive (*fig.* 1), qui constitue le virus filtrant du bacille typhique. Certains rénitocytes plus gros (*fig.* 2) pourraient être le résultat d'une conjugaison (gonidies de Löhnis?).

En résumé, le bacille d'Eberth, né d'un « rénitocyte », donne primitivement naissance à des bacilles minuscules, qui, en se développant, produisent les formes jeunes du bacille; de celles-ci dérivent directement : 1° en milieu favorable, les formes évoluées du bacille; 2° en milieu défavorable, les phytoschizontes, formes longues du bacille, qui engendrent des schizophytoïdes, en tous points semblables aux formes évoluées du bacille typhique proprement dit.

PHYSIOLOGIE. — *Effets de la piqûre du quatrième ventricule sur la combustion des matières protéiques.* Note (¹) de MM. **Charles Richet fils** et **Jean Dublineau**, présentée par M. Ch. Richet.

On sait que le plancher des quatrième et troisième ventricules dirige le métabolisme de l'organisme.

Pourtant, à part le travail de Camus et Gournay sur le métabolisme des bases puriques, la régulation du métabolisme des protéides par le système nerveux n'a encore donné lieu (à notre connaissance) à aucune publication. Des recherches systématiques viennent de nous montrer que la base de l'encéphale régit le métabolisme protéique.

La technique était la suivante : On soumet les animaux (lapins mâles adultes) à un régime constant. Eau à volonté, urée urinaire dosée par l'hypobromite de soude; urée

---

(¹) Séance de 8 juin 1931.

sanguine, par le procédé de Fosse. Quand il y a stabilité de l'élimination uréique, on pique la base du cerveau en enfonçant une aiguille fine de verre par l'orifice du trépan. Pour obtenir des lésions très limitées, peu ou point évolutives, on se sert d'aiguilles de verre simple. Si l'on veut déterminer des lésions graves ou rapidement mortelles, on utilise des aiguilles trempées dans l'alcool absolu ou l'alcool iodé. Opérations effectuées aseptiquement. Certains animaux sont morts spontanément; d'autres ont été sacrifiés. Tous ont été autopsiés.

Dans 10 expériences sur 15 nous avons obtenu des résultats positifs.

Lapin VI (2040^g). — Élimination quotidienne d'urée avant la piqûre : 0^g,88. Trépanation de l'occipital. Introduction d'une fine aiguille de verre jusqu'à la base protubérantielle.

Azoturie quotidienne moyenne : les deux premiers jours, 1^g,60 ; les trois jours suivants, 2^g,19; les deux jours suivants, 1^g,49; les deux derniers jours, 1^g,12.

Pas d'azotémie, pas de polyurie. Glycosurie passagère le lendemain de la piqûre.

Amaigrissement de 370^g.

Sacrifié le dixième jour : ni suppuration, ni hémorragie.

A l'autopsie : l'aiguille a pénétré par le lobe latéral du cervelet jusqu'à la base de la région protubérantielle.

Lapin VII (2320^g). — Élimination quotidienne d'urée de 0^g,81. Piqûre de la région occipitale, en enfonçant l'aiguille jusqu'à la base du cerveau.

Azoturie quotidienne moyenne : les trois premiers jours, 0^g,71 ; les trois jours suivants, 1^g,31; les trois jours suivants, 1^g,51 ; les trois jours suivants, 1^g,32; les trois jours suivants, 1^g,16; les trois jours suivants, 0^g,81.

Pas de glycosurie,

Azotémie pure de 0,30 à 0,62 le jour où l'azotémie est maximale, puis de nouveau à 0,30.

Polyurie tardive du quatrième au dixième jour.

Amaigrissement de 250^g.

A l'autopsie : l'aiguille, entrée entre les tubercules quadrijumeaux, s'est brisée. Un fragment pénètre jusqu'à la base du troisième ventricule; les deux autres sont retrouvés dans l'épaisseur de la protubérance (partie supérieure du quatrième ventricule).

Lapin VIII (1940^g). — Piqûre de la région occipitale. L'aiguille fine de verre atteint la protubérance (partie supérieure du quatrième ventricule).

Azoturie. — Avant la piqûre, 0^g,53 par jour.

Dans les deux jours de survie de l'animal, 1^g,53 par jour.

Azotémie. — Avant la piqûre, 0^g,366.

Après la piqûre, 0^g,655.

L'azoturie et surtout l'azotémie peuvent être plus considérables :

Lapin II (1820^g), — Aiguille de verre iodée dans la partie latérale du quatrième ventricule, près du pédoncule cérébelleux inférieur. L'animal dans le coma. L'azoturie quotidienne moyenne passe de 0^g,86 à 2^g. L'azotémie passe de 0^g,53 à 1^g,55 d'urée par litre, quelques minutes avant la mort le second jour.

Lapin III (2400^g). — L'azoturie quotidienne pendant les deux jours de survie de l'animal passe de 0^g,63 à 1^g,78, tandis que le taux de l'urée sanguine s'élève à 1^g,91 par litre.

Ainsi la piqûre du quatrième ventricule détermine fréquemment de l'azoturie et de l'azotémie, alors que dans diverses expériences la piqûre des lobes cérébraux n'en a point provoqué.

Où ce centre est-il localisé exactement?

Nous ne pouvons le préciser. Les autopsies nous ont montré en effet que les aiguilles étaient fichées soit dans la protubérance, soit à la partie supérieure du bulbe, soit près de la ligne médiane, soit un peu en dehors d'elle, sans que nous puissions dire si le centre était touché par l'aiguille même, ou s'il était irrité à distance.

L'observation anatomique nous a pourtant montré que le centre était indépendant du centre convulsif, du centre sympathique, du centre glycosurique, du centre polyurique.

Donc, sans pouvoir encore le situer exactement, nous pouvons affirmer qu'il y a un centre (ou une région) à la base du quatrième ventricule dont la lésion provoque une augmentation dans la production et l'élimination d'urée, c'est-à-dire dans la consommation des protéines.

On peut supposer que c'est par l'innervation hépatique.

PHARMACOLOGIE. — *Sur un nouveau sel de spartéine ; l'isovalérianate neutre de spartéine*. Note de MM. **Fernand Mercier** et **Léon-J. Mercier**, présentée par M. A. Desgrez.

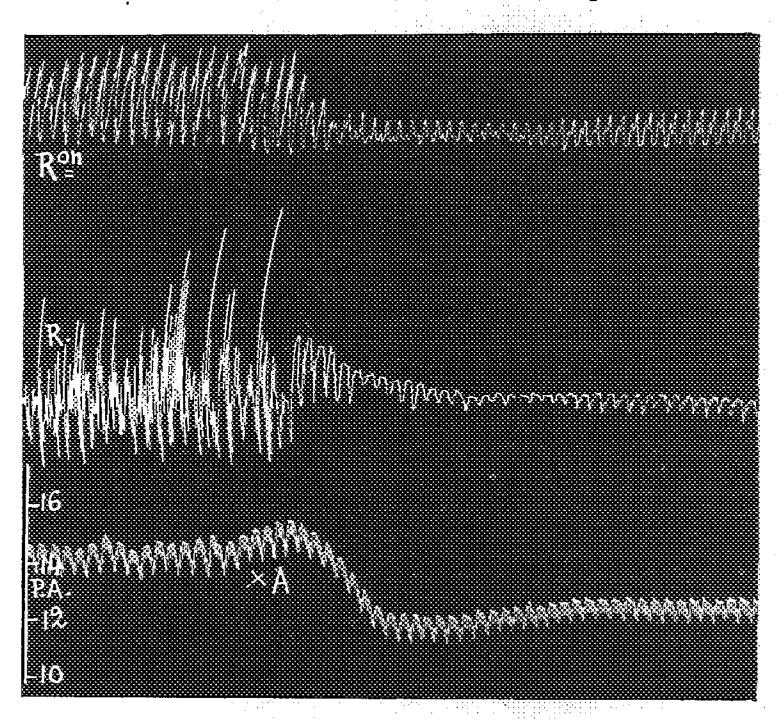
L'un de nous [1], décrivant le camphosulfonate neutre de spartéine, nouvelle association chimique d'un camphre soluble et de la spartéine, a signalé combien peu nombreuses étaient les combinaisons cristallisées connues de la spartéine et des acides organiques. Poursuivant nos recherches sur cette question, nous avons pu préparer, à l'état cristallisé, *l'isovalérianate neutre de spartéine*.

Ce sel peut être préparé en mélangeant une solution éthérée concentrée de spartéine avec une solution éthérée concentrée d'acide isovalérianique

(1) Fernand Mercier, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 224.

en proportions de 1 molécule de spartéine pour 2 molécules d'acide isovalérianique.

Ce mélange étant ensuite porté au vide sulfurique, on obtient, après évaporation de l'éther, un liquide de consistance sirupeuse, très légèrement



Chienne 15^{kg}, anesthésiée par le chloralose (0^{g},12 par kilogramme). Première ligne = mouvements respiratoires enregistrés par l'explorateur de Marey. Deuxième ligne = volume du rein enregistré par l'oncographe de Hallion et Comte. Troisième ligne = pression carotidienne enregistrée par le manomètre à mercure. L'animal présente des secousses convulsives violentes (s'inscrivant très nettement sur tracés rénal et respiratoire) probablement dues à des impuretés dans le chloralose (Parachloralose). En A, l'injection intraveineuse de 225^{mg} d'isovalérianate de spartéine (soit 15^{mg} par kilogramme) : *arrêt complet des secousses convulsives* (Tracé réduit de 1/4).

coloré en jaune et qui cristallise au bout d'un temps variable et dans certaines conditions. L'expérience nous a montré, en effet, que cette cristallisation était plus rapide lorsque l'éther contenait une petite quantité d'eau, qu'elle était également facilitée par le refroidissement du mélange spartéine, acide isovalérianique, éther à 0°. Dans ces conditions, les cristaux se forment facilement, mais restent souillés d'une petite quantité du mélange non encore cristallisé dont on les sépare par essorage sur plaque poreuse sous le vide sulfurique, à basse température.

Redissous dans l'éther anhydre, les cristaux d'isovalérianate de spartéine sont purifiés par cristallisations successives dans ce solvant ; on obtient ainsi le sel sous forme de petites tablettes rectangulaires, plus ou moins volumineuses, suivant la rapidité de la cristallisation, incolores, translucides et très hygroscopiques.

Ces cristaux sont extrêmement solubles dans l'eau (1^g pour $0^g,25$ d'eau à 15°), dans l'alcool à 95° (1^g pour $0^g,20$ d'alcool), très solubles dans la benzine (1^g pour $0^g,35$ de benzine), solubles dans l'éther anhydre (1^g pour $0^g,90$ d'éther), assez peu solubles dans l'éther de pétrole (1^g pour 6^g d'éther de pétrole).

Les solutions aqueuses d'isovalérianate de spartéine sont acides aux indicateurs colorés, pH = 5 (solution à 5 pour 1000); elles sont très faiblement lévogyres ; le pouvoir rotatoire d'une solution aqueuse à 5 pour 100 est $\alpha_D = 0^o,35$.

En solution aqueuse à 10 pour 100, l'isovalérianate de spartéine donne les réactions de précipitation et de coloration des sels de spartéine.

Le point de fusion de l'isovalérianate de spartéine pris au bloc Maquenne (fusion instantanée) est de $45^o,5$-46°.

L'isovalérianate neutre de spartéine tel que nous l'avons préparé cristallise avec deux molécules d'eau et répond à la formule

$$2[(CH^3)^2=CH-CH^2-COOH], C^{15}H^{26}N^2, 2H^2O,$$

correspondant à un poids moléculaire de 474.

L'analyse : 1° par titrimétrie, 2° par déplacement de la base spartéine par NaOH, reprise par l'éther et dosage, a donné les résultats suivants :

Pour $0^g,20$ d'isovalérianate de spartéine, on obtient :

	g
Spartéine	0,099
Acide isovalérianique	0,086
H^2O	0,015

ce qui représente :

Spartéine	49,5	pour 100
Acide isovalérianique	43	»
Eau	7,5	»

alors que les rapports théoriques sont :

Spartéine	49,36	pour 100
Acide isovalérianique	43,04	»
Eau	7,6	»

L'isovalérianate neutre de spartéine répond donc bien à la formule donnée plus haut.

Du point de vue expérimental, l'isovalérianate de spartéine possède toutes les propriétés de la spartéine base : augmentation du tonus cardiaque, action dépressive puis paralysante sur les ganglions du système nerveux autonome, action dépressive sur le système nerveux central. Mais l'effet neuro-sédatif de la spartéine y semble dynamisé par l'acide isovalérianique. C'est ainsi que, comme l'un de nous vient de le signaler récemment ([1]), la rachianesthésie produite chez le chien par l'isovalérianate de spartéine est de plus longue durée que celle produite par le sulfate officinal (à doses équivalentes en spartéine base par kilogramme d'animal). Cette action neuro-sédative marquée de l'isovalérianate de spartéine s'exerce aussi bien sur les synapses ganglionnaires autonomes (l'excitabilité électrique du pneumogastrique est déjà très diminuée, après des doses de $0^g,01$ par kilogramme intraveineux chez le chien) que sur le système nerveux central : le tracé qui illustre cette Note montre, chez le chien, l'action spasmolytique de l'isovalérianate de spartéine à la dose de $0^g,015$ par kilogramme, sur des secousses convulsives vraisemblablement provoquées par la présence d'impuretés (parachloralose) dans le chloralose utilisé comme anesthésique général.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation des alcalicelluloses.* Note ([2]) de M. G. **Champetier**, présentée par M. Georges Urbain.

Le présent travail a eu pour objet de vérifier l'existence des alcalicelluloses et de déterminer leur constitution par un procédé différant de ceux qui ont été précédemment utilisés ([3]).

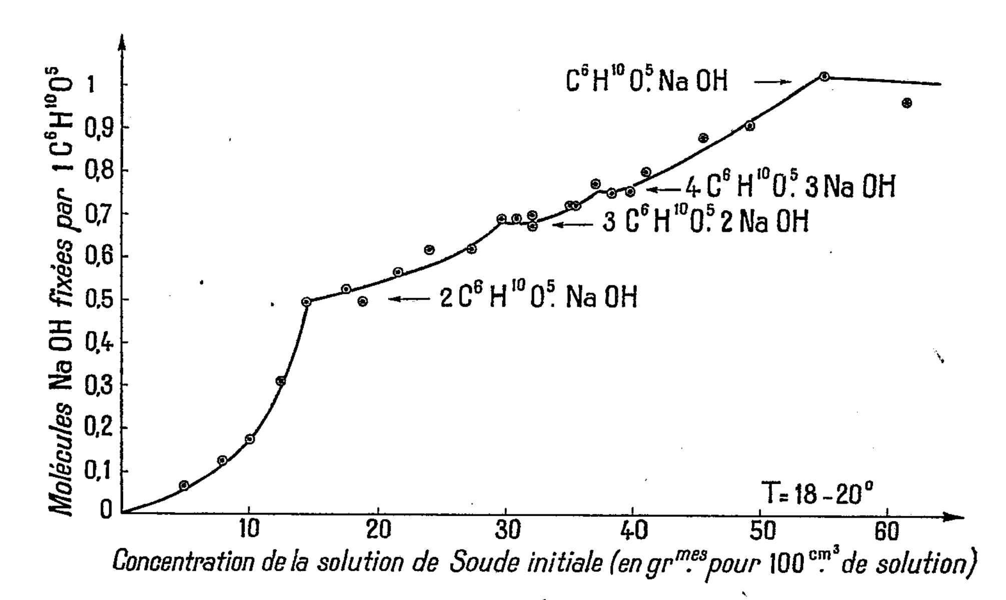
5^g de linters de coton secs ont été abandonnés 24 heures, à la température de 18° à 20°, au contact de 200^{cm^3} d'une solution aqueuse de soude de concentration connue. Puis l'alcalicellulose formée a été soumise à un

([1]) Fernand Mercier, Comm. Soc. Biol., 6 juin 1931.

([2]) Séance du 1er juin 1931.

([3]) W. Vieweg, *Ber. D. ch. Ges.*, 40, 1907, p. 3876; 41, 1908, p. 3269; 57, 1924, p. 1919. — J. H. Gladstone, *Chem. Soc.*, 5, 1852, p. 17. — B. Rassow et L. Wolf, *Ber. D. ch. Ges.*, 62, 1929, p. 2949. — G. v. Susich et W. W. Wolf, *Zeit. Phys. Chem.*, 8, 1930, p. 221. — K. Hess et C. Trogus, *Zeit. Phys. Chem.*, 11, 1931, p. 381.

essorage progressif, et des échantillons d'alcalicellulose imprégnés d'eau mère ont été prélevés en cours d'essorage. Pour chaque prise d'essai, il a été déterminé : *a*. le poids total de la prise; *b*. la quantité totale de soude, par titrage acidimétrique; *c*. le poids de cellulose, après lavage et séchage à l'étude à 100°-105°; *d*. par différence, le poids d'eau contenu dans la prise



d'essai. Les poids de soude et d'eau contenues dans chaque prise d'essai ont été rapportés à un même poids de cellulose : 162g correspondant à un groupe $C^6H^{10}O^5$.

Les points représentant la quantité de soude totale contenue dans chaque prise d'essai en fonction de la quantité d'eau présente dans cette prise, se placent, pour une concentration déterminée de la solution alcaline primitive, sur une droite qui, par extrapolation, permet de déterminer la quantité de soude qui resterait avec la cellulose si l'essorage pouvait être poussé suffisamment pour éliminer totalement l'eau mère.

Ces expériences, répétées pour diverses concentrations des lessives de soude initiales, permettent de tracer une série de droites dont les ordonnées à l'origine (quantités de soude restant présentes avec la cellulose pour des essorages limites) ont été déterminées par le calcul.

Les valeurs ainsi obtenues pour la quantité de soude fixée par la cellulose en fonction de la concentration de la solution de soude initiale se placent

sur une courbe présentant quatre points anguleux et ne laissant hors de son tracé que quelques points pour lesquels les écarts moyens dans la détermination de l'ordonnée à l'origine sont supérieurs à la moyenne des écarts moyens dans toutes les expériences ($0^{mol},015$ de soude pour 1^{mol} $C^6H^{10}O^5$).

Pour les points anguleux, les quantités de soude fixées par la cellulose correspondent aux alcalicelluloses suivantes :

$2C^6H^{10}O^5.NaOH$, $3C^6H^{10}O^5.2NaOH$, $4C^6H^{10}O^5.3NaOH$, $C^6H^{10}O^5.NaOH$.

Les résultats obtenus confirment ceux déjà décrits par Vieweg (*loc. cit.*) concernant la formation des alcalicelluloses sodiques $2C^6H^{10}O^5.NaOH$ et $C^6H^{10}O^5.NaOH$; mais ils montrent que la formation du premier composé ne correspond pas au long palier d'absorption constante qu'indiquait cet auteur. On comprend désormais les modifications du diagramme de diffraction des rayons X de l'alcalicellulose observées par K. Hess et C. Trogus autour des concentrations des solutions sodiques de 19 à 21 pour 100 : ces modifications prenaient place précédemment sur le palier même de formation de l'alcalicellulose $2C^6H^{10}O^5.NaOH$ (*loc. cit*). Ces résultats indiquent en outre que la fixation de la soude par la cellulose procède par une série discontinue de combinaisons moléculaires définies.

IMMUNOLOGIE. — *Nature et spécificité des antigènes.*

Note de MM. **P. Carneiro** et **W. Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

La notion « antigène » subit actuellement une transformation compléte. Créée pour désigner les produits hypothétiques d'origine microbienne, capables de provoquer dans l'organisme vivant la formation de substances hypothétiques antagonistes appelées « anticorps », elle a été successivement élargie sur des protides, puis sur les colloïdes biologiques en général, récemment, sur des colloïdes de synthèse et même sur des substances moléculairement dispersées. On peut supposer que ces « antigènes » n'existent point, en tant que corps chimiques, nouveaux et inconnus.

A cette conception classique « antigène-anticorps », se rattachait logiquement la notion de leur spécificité. Sur la nature de cette spécificité, nous n'étions jamais bien renseignés : certains la croyaient biologique, d'autres la concevaient chimiquement. Mais peu à peu on a signalé de nombreuses exceptions expérimentales de cette spécificité : réactions entre les anti-

corps et les antigènes provenant de groupes voisins; production de phénomènes morbides identiques par des microbes différents et, *vice versa*, l'éclosion des états pathologiques variables, selon le lieu de fixation d'une espèce microbienne déterminée; actions curatives aspécifiques groupées actuellement par le terme de protéinothérapie ou de colloïdothérapie ([1]). Malheureusement tous ces arguments ont été tirés surtout des observations de cliniques, parfois remarquables par leur netteté, mais, d'une manière générale, n'ayant qu'une valeur statistique. Il était donc important de vérifier qu'un organisme peut être sensibilisé par des colloïdes et par les moléculoïdes de synthèse.

Dans ce but nous avons injecté dans la jugulaire des cobayes $0^{cm^3},5$ d'une dispersion aqueuse à 1 pour 1000 des substances suivantes :

Dispersions moléculaires. — Fuchsine acide et basique; bleu de méthylène.

Dispersions micellaires. — Hydrosols de silice, d'amidon, d'hydroxyde de Fe et de brun de Bismarck.

Un mois après, on éprouvait le degré de leur sensibilisation par une nouvelle injection intrajugulaire de 1^{cm^3} de la même substance. Chacune d'elles a été expérimentée sur un lot de 3 cobayes.

Voici une série expérimentale :

Fuchsine acide. — Quelques tremblements; température après 10 minutes : 35°,2 C.

Fuchsine basique. — Mouvements en manège; forte dyspnée; secousses violentes; se remet.

Bleu de méthylène. — Démangeaisons; quelques soubresauts; se remet.

Silice, hydrosol. — Prurit; tremblements; quelques secousses de diaphragme; se remet

Amidon, hydrosol. — Dyspnée forte; quelques secousses de diaphragme; prurit; se remet.

Hydroxyde de Fe. — Convulsions instantanées et mort en 2 minutes.

Brun de Bismarck. — Convulsions violentes; soubresauts; tremblements prolongés; se remet.

Ces résultats permettent de tirer la conclusion que la sensibilisation est possible surtout avec les colloïdes, de préférence avec la charge électrique positive (brun de Bismarck, hydroxyde de Fe). Il convient de remarquer que la faible réaction anaphylactique, constatée avec les hydrosols d'amidon

---

([1]) Voir W. Kopaczewski, *Pharmacodynamie des colloïdes* (Paris, 1925; Doin, éditeur).

et de silice, colloïdes électronégatifs dans nos expériences, était peut-être provoquée par leur structure particulière (passage à l'état de gel).

Nous avons voulu corroborer cette première conclusion par une vérification expérimentale de la possibilité de provoquer un choc anaphylactique chez des animaux préalablement sensibilisés par des colloïdes biologiques, notamment par le sérum normal de cheval, en leur injectant des colloïdes de synthèse.

Nous avons sensibilisé un lot de 21 cobayes avec $0^{cm^3},25$ de sérum de cheval par la voie sous-cutanée. Un mois après, nous avons fait une injection intrajugulaire de $1^{cm^3},0$ de chacune des substances suivantes, dispersées à 1,0 pour 1000 dans l'eau.

Électropositives. — Hydrosols de vésuvine, d'hémoglobine et d'hydroxyde de Fe.

Électronégatives. — Hydrosols de Pt, de brun direct C. G. et P. G. O. et d'hydroxyde de Fe, stabilisé par la gomme arabique.

Voici une série expérimentale :

Platine, hydrosol. — Aucun symptôme; température après 10 minutes : 37°,8 C.

Brun direct P. G. O. — Aucun symptôme; température après 10 minutes : 88°,1 C.

Brun direct C. G. — Un peu de parésie; température 10 minutes après : 37°,7 C.

Vert direct. — Défense abdominale; parésie; température 10 minutes après : 38°,0 C.

Hémoglobine. — Secousses du diaphragme; paralysie du train postérieur; convulsions; température 10 minutes après : 34°,7 C.

Hydroxyde de Fe. — Convulsions violentes et mort en une minute.

Hydroxyde de fer stabilisé. — Absolument aucun symptôme; température 10 minutes après : 38°,2 C.

Ces résultats, et surtout l'exemple de l'hydroxyde de fer qui change son signe par la stabilisation avec la gomme arabique et de ce fait devient incapable de provoquer le choc, sont particulièrement démonstratifs.

Il est donc permis de tirer de cette expérimentation les conclusions suivantes :

1° Il est possible de sensibiliser un organisme aux colloïdes de synthèse, lorsqu'ils portent une charge électrique positive.

2° Il est possible de déclencher un choc anaphylactique chez des animaux sensibilisés par un colloïde biologique (sérum), en leur injectant des colloïdes de synthèse, mais uniquement des colloïdes électropositifs.

En résumé, le rôle des antigènes hypothétiques peut être joué par des colloïdes de synthèse portant une charge électrique positive. La spécificité des phénomènes d'immunité semble pouvoir se ramener au rôle de la charge élec-

trique, à laquelle il faut ajouter celui de la structure capillaire des colloïdes que nous avons signalé en 1920, *précisément dans les phénomènes de choc* [1]. *L'immunité apparaît de plus en plus comme phénomène électrocapillaire.*

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Expérience d'infection par voie aérienne. Cas du choléra des poules.* Note de M. **A. Trillat**, présentée par M. Roux.

De précédentes expériences ont montré, notamment pour le cas du paratyphique sur les souris et du pneumocoque sur les cobayes, que l'infection microbienne pouvait avoir lieu, même à distance, par l'intermédiaire de l'air présentant certaines conditions de composition. Pour élargir la question, j'ai essayé en me basant sur le même principe et sur le conseil de M. Truche, de transmettre la pasteurellose chez la poule et chez la souris. Étant donnée la ténuité de la *Pasteurella avicida*, circonstance qui favorise sa suspension dans l'air, étant données aussi sa contagiosité et sa rapidité d'action, le choix de ce germe était tout indiqué pour de pareilles expériences. En outre les résultats obtenus pouvaient me permettre de mettre en lumière quelques points obscurs se rattachant au mécanisme de la transmission de cette épidémie.

Mode opératoire. — Les expériences ont été faites dans des récipients en verre de 50 litres de capacité renfermant de l'air sec, de l'air saturé d'humidité pure ou d'humidité renfermant des traces d'aliments solides ou gazeux (pulvérisation de liquide nutritif ou introduction d'air expiré) suivant une technique déjà indiquée.

On pulvérisait ensuite dans cet air quelques centièmes de centicubes d'une émulsion virulente provenant d'une culture de 24 heures du choléra des poules. Après quelques minutes, les plus grosses gouttelettes étaient tombées et il ne restait plus dans le récipient qu'un nuage invisible, les gouttelettes très fines restant longtemps en suspension dans le récipient. A ce moment, les animaux, poules ou souris, étaient introduits ou plongés dans le récipient.

Dans ces essais, on a fait varier : le poids de l'émulsion pulvérisée, la durée de l'exposition des animaux dans le milieu aérien infecté, enfin la composition de l'air sec ou saturé :

---

(1) W. Kopaczewski et Mme Z. Gruzewska, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 133.

1° Dans l'air desséché, la transmission de la maladie après un séjour d'une heure dans le récipient n'a pas lieu, à moins d'une dose élevée d'émulsion, dépassant par exemple $0^{cm^3},1$ dans 50 litres d'air.

2° Dans l'air saturé d'humidité, la mortalité varie de 40 à 60 pour 100.

3° Dans l'air saturé d'humidité et mélangé en même temps avec des traces d'aliments gazeux (gaz de la respiration) ou d'aliments solides (pulvérisation de bouillon), la mortalité atteint 100 pour 100 pour un temps de respiration inférieur à 1 minute, et parfois à 15 secondes, pour une dilution de $0^{cm^3},01$ dans 50 litres d'air.

Ces derniers résultats sont remarquables, car si l'on calcule la dose mortelle d'émulsion inhalée par les animaux, étant données leur faible capacité respiratoire et l'infime quantité d'air inhalé, on trouve qu'elle est d'un ordre de grandeur voisin sinon inférieur à la dose mortelle indiquée par les auteurs en procédant par injection, et considérablement plus faible que la dose mortelle par ingestion.

Pour expliquer cette rapidité d'action, on peut invoquer l'énorme puissance de recouvrement des gouttelettes invisibles, qui, en cet état, voisin d'un état de vapeur, ont la propriété de rouler sur la muqueuse ([1]) et de pénétrer rapidement dans les alvéoles pulmonaires. On peut invoquer aussi, comme les essais l'ont prouvé, l'accession à une plus grande virulence des germes microbiens due à l'action activante momentanée de l'air.

Enfin, on peut admettre, tout en faisant des réserves, malgré des essais positifs ([2]) que l'ensemencement du milieu aérien dans certaines conditions peut donner lieu à une multiplication très rapide engendrant de jeunes générations, très actives à l'état naissant ([3]).

Application pour l'explication d'un mode de contagion du choléra des poules. — Divers auteurs (Lignière, Thomas Hughes et Ida Pritchett, etc.) ont déjà longuement étudié le mode d'infection du choléra des poules transmis par voie digestive ou par voie respiratoire.

Mes résultats montrent que la contagion expérimentale du choléra peut aussi se produire par la voie aérienne. Le mode opératoire que j'ai utilisé

([1]) *Influence à l'état de division des gouttelettes microbiennes sur l'ensemencement* (*Comptes rendus*, 173, 1921, p. 109).

([2]) *Influence de l'humidité et de l'état vésiculaire sur la diffusion des gouttelettes microbiennes dans l'air* (*Comptes rendus*, 175, 1922, p. 338).

([3]) *Activité de l'infection par voie aérienne* (*Comptes rendus*, 174, 1921, p. 109).

est évidemment éloigné de ce qui se passe dans la pratique, mais les expériences qui suivent s'en rapprochent et montrent aussi que la pasteurellose est directement transmissible par l'air d'animal à animal, même à distance, pourvu que celui-ci remplisse les conditions favorisantes.

1° Lot de souris contagionnées et mélangées avec un nombre égal de souris vierges pendant toute la durée d'incubation de la maladie et encore 24 heures après la mort des souris infectées. Résultat : faible mortalité 10 pour 100 sont infectées et meurent.

2° Même expérience dans une cage aux trois quarts fermée dans laquelle s'accumulent les gaz de la respiration, condition favorisante : toutes les souris sont contaminées et meurent.

3° Même expérience ; le lot de souris contagionnées est placé sur le sol tandis que les souris vierges sont placées au-dessus dans une cage grillagée à une distance d'environ 20^{cm} : 80 pour 100 de ces souris sont infectées et meurent. Donc transmission à distance par l'air expiré.

Ces essais confirment une fois de plus l'influence d'une ambiance favorisante sur la transmissibilité des germes contagieux par l'air nutritif (1).

La conclusion pratique qui se dégage de ces essais, effectués avec le concours de M. Staub, c'est que le choléra des poules peut se transmettre par l'air, surtout par l'air confiné d'où résulte la nécessité d'aérer très largement les poulaillers pour les débarrasser de l'humidité accompagnée des produits gazeux de la respiration.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *L'affinité d'un virus isolé de la lymphogranulomatose inguinale (maladie de Nicolas et Favre) pour le système lymphatique du singe.* Note de MM. **C. Levaditi**, **P. Ravaut**, **P. Lépine** et Mlle **R. Schoen**, présentée par M. Roux.

Comme suite à nos recherches antérieures (2) concernant l'étiologie de la lymphogranulomatose inguinale (maladie de Nicolas et Favre), nous

(1) *Propriétés différentes des gouttelettes microbiennes* (*Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 144).

(2) Levaditi, Ravaut, Lépine et Schoen, *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 310; *C. R. Soc. biol.*, **106**, 1931, p. 729.

avons étudié l'affinité de l'ultravirus isolé chez l'homme, pour les ganglions lymphatiques des simiens, dont la réceptivité a été démontrée par Hellerström et Wassèn (Hellerström et Wassèn, *VIIe Congrès international de Dermatologie et de Syphiligraphie*, Copenhague, 5-9 août 1930).

Expérience. — Le 24 mars 1931 on inocule une émulsion de cerveau virulent du *Macacus cynomolgus*, n° 306 [mort 7 jours après l'infection sous-duremérienne (¹)], dans le ganglion inguinal droit du *Cynocephalus Babuin*, n° 307. Le 3 avril on constate une tuméfaction du ganglion inoculé et une polyadénite généralisée. Celle-ci s'atténue par la suite, mais montre une recrudescence manifeste vers le vingtième jour. L'adénopathie progresse, mais l'animal ne semble pas malade. Le 24 avril (soit 31 jours après l'inoculation), on excise le ganglion inguinal gauche. Après une suppuration éphémère de la plaie opératoire, celle-ci se cicatrice normalement. Sitôt prélevé, le ganglion sert à préparer une émulsion dans de l'eau salée isotonique, qui est inoculée par voie intra-cérébrale, au :

Cynocephalus Babuin n° 310. — L'animal commence à présenter des troubles nerveux le 15 mai, soit 21 jours après l'inoculation. Le 16 mai, il montre une paralysie des membres supérieurs et une parésie des membres inférieurs. Mort le 24e jour. A la nécropsie, on constate une forte congestion des méninges et un aspect lactescent de la piemère, le long des sillons qui séparent les circonvolutions. Ces lésions sont surtout accentuées vers la base du cerveau. Cultures négatives.

L'examen histologique révèle la présence des altérations caractéristiques de la méningo-encéphalite provoquée par le virus lymphogranulomateux : méningite à monocytes et à polynucléaires du cortex et des septums, lymphomes périvasculaires, cellules granulo-adipeuses.

Altération du ganglion du singe donneur n° 307. — L'aspect microscopique du ganglion ayant servi à l'inoculation du singe n° 310 est caractéristique. Le tissu lymphoïde est en voie de prolifération active. Les vaisseaux des centres germinatifs montrent une multiplication intense de leurs endothéliums. Leur entourage immédiat est constitué par de gros monocytes, à protoplasma basophile, à noyau tuméfié et vésiculeux. Les nucléoles, souvent bigéminés, sont volumineux et hyperchromatiques. Par la méthode de Mann, ces nucléoles se colorent intensément en rouge et donnent l'impression d'inclusions ressemblant à celles décrites par Joest dans la maladie de Borna. Ces cellules basophiles rappellent celles que nous avons

(¹) Nous nous sommes servis de notre souche *Kam.* (8e passage).

observées dans les lymphomes périvasculaires de la méningo-encéphalite lymphogranulomateuse du singe et dans les ganglions humains. Les cinèses sont extrêmement fréquentes à toutes les phases de leur évolution. Enfin, on relève çà et là des lésions hémorragiques.

CONCLUSIONS. — *L'inoculation de l'ultravirus de la lymphogranulomateuse inguinale dans les ganglions lymphatiques du singe, détermine une polyadénie généralisée, caractérisée, histologiquement, par une prolifération intense des monocytes basophiles. La présence du virus dans le système lymphatique périphérique,* 31 *jours après l'inoculation, démontre l'affinité de ce virus pour le système lymphatique et sa pullulation dans les ganglions.*

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17h15m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'avril 1931 (*suite et fin*).

Terres rouges et terres noires basaltiques d'Indochine. Leur mise en culture, par Yves Henry. Hanoï, Imprimerie d'Extrême-Orient, 1931; 1 vol. 31^{cm}.

Un Astronome français : Pierre Puiseux (1855-1928), par Auguste Collard. In *Bulletin de la Société belge d'Astronomie, de Météorologie et de Physique du globe*, nos 1 et 2, 1931; Bruxelles, Établissements d'imprimerie « L'Avenir », 1931; 1 fasc. $24^{cm},3$.

Un Savant belge du XIXe *siècle : Ernest Quételet* (1825-1878), par Auguste Collard. In *Bulletin de la Société belge d'Astronomie, de Météorologie et de Physique du globe*, nos 10, 11 et 12, 1929; Bruxelles, Établissements d'imprimerie « L'Avenir », 1929; 1 fasc. $24^{cm},3$.

Le rôle de l'azote dans l'exploitation intensive des prairies, par Camille Matignon. In *Chimie et Industrie*, vol. 25, n° 2. Paris, Chimie et Industrie, 1931; 1 fasc. $26^{cm},9$.

La concentration des ions hydrogène, par A. Boutaric. In *Mémorial des Sciences physiques, publié sous le patronage de l'Académie des sciences de Paris*, fascicule XVI. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 fasc. $25^{cm},5$. (Présenté par M. C. Matignon.)

Pétroles naturels et carburants de synthèse, par André Graetz. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1931; 1 vol. 23^{cm}. (Présenté par M. C. Matignon.)

Éloges et discours académiques, par Émile Picard. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. $22^{cm},6$.

Compagnie des chemins de fer de Paris à Lyon et à la Méditerranée. *Congrès de l'eau en Crau. Utilisation des nappes d'eau souterraines. Marseille*, 1930. *Comptes rendus des séances*. Paris, Service agricole de la Compagnie P. L. M., 1930; 1 vol. $27^{cm},4$. (Présenté par M. L. Mangin.)

La brique armée homogène, par L. Atthenont. Paris et Liége. Librairie polytechnique Ch. Béranger, 1929; 1 vol. $24^{cm},6$,

---

ERRATA.

(Séance du 2 février 1931.)

Note de M. *J. Doubnoff*, Sur les caractéristiques tensorielles de certaines classes de surfaces et de leurs réseaux :

Page 264, lignes 11 et 12, compléter l'alinéa ainsi qu'il suit :
d. Le réseau rhombique est caractérisé par ce fait que le tenseur

$$\frac{\tau_i(H^2 - 2K) - H\varphi_i^\alpha \tau_\alpha}{H^2 - 4K} \tag{11}$$

est *gradient*.

(Séance du 4 mai 1930.)

Note de M. *J.* et Mme *M. Magrou* et *E. Roubaud*, Action stimulante à distance, exercée par certaines suspensions bactériennes, à travers le quartz, sur l'éclosion du moustique de la fièvre jaune :

Page 1135, ligne 7 à partir du bas, *au lieu de* 171 œufs, *lire* 71 œufs.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 22 JUIN 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Jakob Eriksson**, correspondant pour la Section d'Économie rurale.

Notice sur M. Eriksson, par M. **E. Roux**.

L'Académie a reçu la nouvelle de la mort d'un de ses Correspondants pour la Section d'Économie rurale, **Jacob Eriksson**, ancien professeur de Botanique à l'Académie Royale de Stockholm et directeur honoraire de la station centrale botanique de Suède.

Les travaux d'Eriksson concernent la systématique et la morphologie des céréales et les parasites des plantes de grande culture.

C'est à l'étude des rouilles des céréales et à leur mode de propagation qu'il s'est surtout attaché. Il a grandement augmenté nos connaissances sur ce sujet difficile dans une série de Notes dont plusieurs furent insérées dans les *Comptes rendus* de l'Académie des Sciences et dans des Mémoires dont un fut publié en français dans la partie botanique des *Annales des Sciences naturelles*. Aux espèces de rouilles connues avant lui, Eriksson en a ajouté beaucoup d'autres qui se distinguent soit par les particularités des spores, soit par leur spécialisation sur les céréales proprement dites et sur les graminées fourragères et sauvages. Il a montré que les rouilles pouvaient se propager directement d'individu à individu sans que le passage par un hôte intermédiaire soit nécessaire ainsi qu'on le croyait avant lui. Il a fait voir que les graines débarrassées de tout germe extérieur produisent cependant des plantes atteintes de rouille et que, dans ce cas, il faut admettre que le parasite vit en symbiose dans l'intérieur de la graine. C'est là un fait capital qu'Eriksson explique par sa théorie du mycoplasma et qui l'a

conduit à orienter la lutte contre les rouilles vers la recherche de céréales réfractaires à ces parasites. L'agriculture a profité de cette importante conquête.

Les ravages des rouilles sont trop funestes pour que les diverses nations n'unissent pas leurs efforts pour les prévenir, aussi Eriksson a-t-il proposé la formation d'un comité international chargé de l'examen des questions relatives aux maladies cryptogamiques des céréales et aux méthodes qui peuvent conférer à ces plantes une immunité permanente. En divers congrès, il a exposé un programme très complet des mesures à prendre.

Les services rendus à l'agriculture par Eriksson lui ont valu une notoriété scientifique universelle. L'Académie exprime les regrets qu'elle éprouve de sa perte et adresse à ses proches ses sincères condoléances.

M. le **Président** annonce à l'Académie que la prochaine séance publique aura lieu le lundi 14 décembre.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Paul N. Kogerman** et **Auguste Paris**, professeurs à l'Université de Tartu (Estonie); à MM. **G. Birkhoff**, **Ch. de La Vallée Poussin**, **N. E. Norlund**, Correspondants pour la Section de Géométrie, et à Sir **Arnold Theiler**, Correspondant pour la Section d'Économie rurale, qui assistent à la séance.

SPECTROSCOPIE. — *Relations simples du spectre moléculaire avec la structure de la molécule*. Note de M. **H. Deslandres**.

Cette Note est la suite de trois Notes précédentes publiées sous le même titre le 29 décembre 1930, les 2 mars et 8 juin 1931 [1]. Ces Notes montrent l'accord des spectres et fréquences infrarouges de 24 molécules avec les deux formules simples suivantes :

(2) $\nu = qd_1/rs$, (3) $\nu = q'd_1/r's'$,

ν étant la fréquence, d_1 étant une constante universelle égale à 1062,5, s étant le nombre des grands anneaux d'électrons dans la molécule, s' étant le nombre des électrons extérieurs d'un des atomes ou son nombre atomique, q, r, q', r' étant des nombres entiers.

[1] *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1404, et **192**, 1931, p. 521 et 1417.

J'étends aujourd'hui la même étude à deux molécules nouvelles, l'anhydride carbonique CO^2 et le gaz ammoniac NH^3. Leurs spectres infrarouges ont été obtenus récemment avec des appareils puissants et les données expérimentales sont suffisantes.

Dans cette recherche les radiations de l'infrarouge extrême sont les premières à examiner; car jusqu'ici ce sont elles qui ont montré le plus clairement des relations simples avec les nombres caractéristiques de la molécule et de l'atome; elles sont rapportées en général à la rotation de la molécule. Mais leur étude expérimentale est difficile et progresse avec lenteur. Pour les longueurs d'onde supérieures à 20^{μ}, la reconnaissance et la mesure des radiations exigent des appareils et des réseaux spéciaux qui n'ont été réalisés que dans un petit nombre de laboratoires. Ces mêmes radiations se retrouvent souvent dans les bandes de l'infrarouge moyen et du proche infrarouge, accolées à une radiation dite de vibration ; elles forment ce qu'on appelle les raies secondaires de la bande; on les retrouve aussi dans l'effet Raman ; dans les deux cas, une grande dispersion est nécessaire. Or la molécule CO^2 et son spectre ont été étudiés par des observateurs habiles, mais seulement dans le proche infrarouge et dans l'infrarouge moyen; à ma connaissance, leurs bandes n'ont pas été encore complètement résolues. Les conditions sont plus favorables avec la molécule NH^3, qui a été étudiée sur toute l'étendue du spectre infrarouge, et dont plusieurs bandes ont été résolues en leurs éléments.

Le tableau IV ci-après résume les résultats relatifs aux deux molécules; il est à rapprocher des tableaux similaires I, II, III, présentés dans les trois Notes précédentes (1). Toutes les bandes connues de CO^2 (bandes de Shaefer et Philipps, bandes de Rasetti) sont comprises dans le tableau, sauf trois bandes très faibles, qui peuvent être considérées comme dues à des combinaisons. On a ainsi 14 bandes, dont 11 d'absorption et 3 bandes Raman, les deux spectres Raman et d'absorption n'ayant d'ailleurs, comme on sait, aucune radiation commune. Or, d'après le tableau, ces 14 bandes forment deux groupes bien distincts; d'un côté, 10 bandes sont sous la dépendance de $d_1/8$ et $d_1/6$, 8 et 6 étant les nombres atomiques de l'oxygène et du car-

(1) Les sources sont : pour CO^2, absorption, Shaefer et Philipps, *Zeits. f. Phys.*, 36, 1926, p. 641 ; Hettner, 31, 1925, p. 273; Raman, Dickinson, Dillon et Rasetti, *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 582; pour NH^3, absorption, Robertson et Fox, *Proceed. R. Soc.*, 124, 1928, p. 122; Stinchcomb et Barker, *Physic. Rev.*, 33, 1929, p. 305; puis Barker, p. 684, et Bagder et Cartwright, p. 692; Raman, Dickinson, Dillon, et Rasetti, *loc. cit.*

bone. Puis trois autres bandes sont rattachées à $d_1/9$ et aussi à $d_1/5$, soit aux nombres d'électrons extérieurs de O^- et de C^+. La 14e bande a une fréquence égale à d_1, et peut être rapportée à l'un ou à l'autre des deux groupes. A noter qu'un multiple de d_1 est un harmonique pour toutes les vibrations de fréquence d_1/t, t étant un nombre entier; ce qui peut expliquer que les bandes maxima des spectres moléculaires sont souvent des multiples de d_1.

On est conduit à penser que les atomes O et C sont ionisés avec des signes différents, environ dans la moitié des molécules CO^2 : car chacun des deux groupes précédents a une bande très forte. Comme l'oxyde de carbone CO s'unit directement à un atome O pour former la molécule CO^2, le groupement CO peut conserver dans CO^2 une certaine individualité et avoir ses variations propres. Les atomes dans la molécule, de même que les électrons dans l'atome, ne sont pas liés d'une manière rigide, et peuvent avoir, à l'intérieur de la molécule, des déplacements variés.

Les trois raies Raman, à première vue distinctes des raies d'absorption, en sont rapprochées par la formule (3) qui leur est commune. Elles appartiennent au premier groupe dont les atomes O et C ne sont pas ionisés; dans l'effet Raman, l'excitation de la molécule est plus faible. On a indiqué dans la troisième colonne les trois vibrations fondamentales n_1, n_2, n_3 et leurs combinaisons, proposées par Hettner pour expliquer le spectre; ce qui permet la comparaison avec la structure nouvelle présentée dans le tableau IV.

La molécule NH^3 a été l'objet de recherches nombreuses. Son spectre a été relevé avec soin dans les infrarouges proche et moyen par Robertson et Fox, qui n'ont pas retrouvé plusieurs bandes annoncées jadis par Shierkolk; puis l'infrarouge extrême a été décelé par Bagder et Cartwright, qui ont trouvé six raies équidistantes numérotées de 4 à 9 à partir du zéro des fréquences; ce sont les raies dites de rotation. La fréquence ν 118,6 de la raie n° 6, qui est la plus forte, est la première de NH^3 dans le tableau; elle est égale à $6d_1/9 \times 6$, et l'intervalle moyen des raies est $d_1/9 \times 6$. Ces mêmes raies équidistantes sont signalées comme raies secondaires dans la bande $3^\mu \nu 3337$ de NH^3 par Stinchcomb et Barker, et la fréquence de la raie n° 6 ν 118,26 est la seconde de NH^3 dans le tableau. Ces mêmes raies se retrouvent en partie dans le spectre Raman, mais les raies de numéro pair manquent, et la troisième fréquence de la bande ν 137,9 est celle de la raie n° 7; dans cette dernière série, l'intervalle moyen est double et égal

à $d_1/9 \times 3$ (¹). Enfin la bande $1^{\mu},9$ ν 5083,9, a des raies secondaires dont l'intervalle moyen est $d_1/9 \times 12$. Ainsi la molécule NH^3 offre trois séries de raies équidistantes, dont les intervalles sont entre eux comme 1/4, 1/2 et 1. Les trois dernières lignes du tableau mettent bien en relief cette propriété curieuse, déjà signalée en 1925 dans le spectre infrarouge de H^2O, les intervalles moyens étant exactement $d_1/8 \times 6$ et $d_1 8 \times 3$.

Le tableau donne ensuite les fréquences des neuf bandes de NH^3, déterminées avec précision par Robertson et Barker, dont le nom Rob. ou Bar. est indiqué dans la troisième colonne. Or les neuf bandes sont rattachées à $d_1 9$ ou à $d_1/9 \times 3$ ou à $d_1/9 \times 6$ ou à $d_1/9 \times 12$. La structure du spectre apparaît simple, surtout si on la compare à celle présentée par Barker, qui avait admis quatre fréquences fondamentales distinctes n_1, n_2, n_3, n_4, indiquées dans la troisième colonne du tableau. Le spectre serait formé par une suite indéfinie de raies équidistantes, dont l'intervalle est de $d_1/9 \times 12$, et dont les intensités ont de grandes variations. Les raies sont fortes de deux en deux ou de quatre en quatre, et ont des intensités très grandes pour les numéros d'ordre qui correspondent aux bandes principales (²). Avant de conclure il faut attendre que toutes les bandes aient été complètement résolues.

Le spectre est donc sous la dépendance du nombre 9, qui est le nombre atomique du radical NH^2. Tout s'explique bien si l'on admet que le groupement NH^2 existe à peine modifié dans la molécule NH^3. Ces recherches conduisent ainsi à une méthode nouvelle pour la reconnaissance de la structure intime des molécules.

(¹) En général l'intervalle des raies de rotation est deux fois plus grand dans l'effet Raman. Or, avec la molécule H^2, cet intervalle est égal à $2d_1/9$; il doit être $d_1/9$ dans le spectre d'absorption. A noter que, pour plusieurs molécules étudiées, cet intervalle est un sous-multiple de $d_1/9$.

(²) Les intensités sont grandes surtout lorsque les fréquences rattachées à $d_1/9$ coïncident avec des fréquences de $d_1/7$ ou de $d_1/5$, 7 étant le nombre atomique de l'azote, et 5 le nombre des électrons de son anneau extérieur. On rappelle que la raie Raman de la molécule N^2 est un multiple de $d_1/5$ (voir le tableau IV et le tableau I).

TABLEAU IV. — *Fréquences infrarouges de molécules simples.*

Molécule.	Nombre s.			Fréquence ν de la bande ou de la raie en cm^{-1} (1).		Multiples de d_1/rs et de $d_1/r's'$.	Résidus.	Nombre atomique s'.	
CO^2 gaz...	3	abs.	n_3	**672,5**	=	$17d_1/9\times3$	+3,5	9	O^-
					=	$19d_1/5\times6$	−0,4	5	C^+
		id.	n_1-n_2	1061	=	d_1	−1,5		
		id.	n_2-n_3	2049	=	$52d_1/9\times3$	+4,7	9	O^-
					=	$29d_1/5\times3$	−5,0	5	C^+
	3	id.	n_1	**2343,5**	=	$53d_1/8\times6$	−2,8	8 et 6	O et C
		id.	n_1+n_3	3051,6	=	$23d_1/8$	−3,1	8	O
		id.		3616,6	=	$92d_1/9\times3$	−3,8	9	O^-
		id.				$51d_1/5\times3$	+4,1	5	C^+
		id.	n_1+n_2	3720,2	=	$14d_1/4$	+1,3	8	O
		id.	$2n_1$	4780,1	=	$9d_1/2$	−1,1	8	O
	3	id.	n_1+2n_2	4894,8	=	$221d_1/8\times6$	+2,9	8 et 6	O et C
	3	id.		5012,5	=	$85d_1/6\times3$	−4,8	6	C
		id.	$2n_1+n_2$	6192	=	$140d_1/8\times3$	−6	8	O
		ram.		1264,5	=	$57d_1/8\times6$	+2,8	8 et 6	O et C
				1285,1	=	$29d_1/8\times3$	+1,2	8	O
				1387,7	=	$47d_1/6\times6$	+0,6	6	C
NH^3 gaz...	4	abs. Bag.		118,06	=	$6d_1/9\times6$	−0,01	9	NH^2
		id. Bar.		118,25	=	$6d_1/9\times6$	−0,2	9	NH^2
		ram.		137,9	=	$7d_1/9\times6$	−0,7	9	NH^2
		abs. Rob.		628,6	=	$16d_1/9\times3$	−1,0	9	NH^2
		id. Bar.		933	=	$95d_1/9\times12$	−1,4	9	NH^2
		id. Bar.	n_1	966	=	$49d_1/9\times6$	+1,9	9	NH^2
		id. Rob.	n_2	**1630,9**	=	$83d_1/9\times6$	−2,1	9	NH^2
					=	$43d_1/7\times4$	−0,7	7	N
		id. Rob.	n_1+n_2	2469	=	$249d_1/9\times12$	+0,2	9	NH^2
				3337,0	=	$22d_1/7$	−2,3	7	N
		id. Bar.	n_3		=	$339d_1/9\times12$	−0,64	9	NH^2
		id. Rob.	n_1+2n_2	**4416,9**	=	$104d_1/5\times5$	−3,1	5	N
					=	$449d_1/9\times12$	−0,13	9	NH^2
		id. Bar.	n_3	**5054,0**	=	$57d_1/9\times6$	−2,0	9	NH^2
		id. Rob.	$4n_2$	6009,4	=	$56d_1/9$	−0,6	9	NH^2
		ram.		**3333,6**	=	$22d_1/7$	−5,7	7	C

Intervalle moyen des raies secondaires de deux bandes et des raies d'une bande Raman.

NH^3 gaz...	abs. Bande ν 5083,9	9,98 =	$d_1/9\times12$	+0,17	9	NH^2
	id. Bande ν 3337,0	19,67 =	$d_1/9\times6$	0,00	9	NH^2
	Bande Raman	39,54 =	$d_1/9\times3$	+0,19	9	NH^2

(1) Les fréquences en chiffres gras sont celles des bandes les plus fortes.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur quelques propriétés physiques du sérum sanguin dans la néphrose lipoïdique.* Note de MM. **Charles Achard** et **Augustin Boutaric.**

L'un de nous [1] a imaginé un procédé pour mesurer, dans une suspension colloïdale le nombre de particules contenant 1^g de matière sèche. Ce procédé repose sur les mesures combinées de l'absorption lumineuse et de la viscosité.

Le coefficient d'absorption lumineuse h est proportionnel au volume moyen des particules.

La viscosité η dépend, non du volume individuel des particules, mais du volume total qu'occupent ces particules dans l'unité de volume de la suspension.

Un quotient $\omega = \frac{1}{h}\left(\frac{\eta - \eta_0}{\eta_0}\right)$ exprime le rapport entre le volume total des particules contenant 1^g de matière sèche et le volume moyen de ces particules. Il est proportionnel au nombre des particules contenant 1^g de matière sèche et inversement proportionnel à la quantité de cette matière contenue dans une particule moyenne. Autrement dit, plus ce rapport s'élève, plus il y a de particules pour 1^g de matière sèche, et moins il y a de cette matière dans une particule.

Ce rapport ω permet aussi de constater les changements de volume que peuvent subir les particules sous l'influence du chauffage et dont Lecomte du Noüy a montré récemment l'intérêt.

Nous nous sommes proposé d'appliquer ce procédé à l'étude des liquides organiques et particulièrement du sérum sanguin.

Le sérum du sang normal fournit des données assez constantes :

	h.	F.	$\frac{\eta}{\eta_0}$.	ω.
I	0,09	5,77	1,60	6,61
II	0,10	5,77	1,66	6,60
III	0,10	5,78	1,65	6,50
IV	0,09	5,77	1,63	7

---

[1] Augustin Boutaric, *Sur une méthode permettant de suivre les variations du nombre des particules au cours de l'évolution d'une solution colloïdale. Application au sérum sanguin* (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1332).

Il y a peu de différence aussi entre le sérum humain et celui de certains animaux :

	ω.
Sérum humain	6 à 8
» de cheval	7 à 7,5
» de bœuf	7,5

Si l'on chauffe le sérum à des températures croissantes, pendant 1 heure chaque fois, on voit s'accroître l'absorption lumineuse h et plus encore la diffusion F (¹), comme l'avait observé déjà Lecomte du Noüy, et le liquide s'opacifie.

La viscosité augmente vers 55°.

Quant au rapport ω il reste constant jusqu'à 64°, température à laquelle commence la gélification qui est accomplie après 2 heures de chauffe :

	h.	F.	$\frac{\eta}{\eta_0}$.	ω.
I.				
Non chauffé	0,09	5,77	1,6	6,61
Chauffé 1 heure à 40°	0,09	5,60	1,6	6,61
» 55°	0,10	5,47	1,62	6,62
» 64°	0,15	5,24	1,9	6
II.				
Non chauffé	0,10	5,77	1,66	6,60
Chauffé 1 heure à 40°	0,10	5,60	1,66	6,60
» 55°	0,13	5,52	1,80	6,66
» 64°	0,15	5,38	1,95	6,33
III.				
Non chauffé	0,10	5,78	1,65	6,50
Chauffé 1 heure à 40°	0,10	5,68	1,65	6,50
» 55°	0,14	5,54	1,90	6,42
» 64°	0,17	5,48	2,10	6,47

Parmi les sérums de malades, les plus intéressants nous ont paru être ceux des sujets atteints de néphrose lipoïdique, affection dans laquelle s'observent des troubles importants de l'équilibre des protéides et des lipides.

Dans un premier cas de néphrose lipoïdique bien caractérisée avec hydropisies, albuminurie abondante et lipoïdurie, diminution des protéides

(¹) La diffusion lumineuse est d'autant plus forte, sur les tableaux ci-dessus, que les valeurs de F sont plus faibles.

et surtout de la sérine du plasma et excès de lipides, nous avons trouvé que l'absorption lumineuse était beaucoup plus grande qu'à l'état normal : 0,32 au lieu de 0,10, et la diffusion un peu plus forte seulement : 4,76 au lieu de 5,77. La viscosité était légèrement inférieure à la normale : 1,40 au lieu de 1,60.

Quant au quotient ω, il était très au-dessous de la normale : 1,25 au lieu de 6,60.

Par le chauffage, nous avons constaté une clarification, avec diminution de l'absorption lumineuse et de la diffusion. La viscosité n'a pas varié. Le quotient ω a considérablement augmenté :

	h.	F.	$\frac{\eta}{\eta_0}$.	ω.
Non chauffé	0,32	4,76	1,40	1,25
Chauffé 1 heure à 40°	0,09	4,94	1,40	4,40
» 50°	0,03	4,80	1,40	13,40
» 64°	0,02	5,12	1,40	20

De plus, à la température de 64°, à mesure que le temps de chauffe se prolongeait, nous avons vu croître l'absorption lumineuse et la viscosité, et décroître le quotient ω :

	h.	$\frac{\eta}{\eta_0}$.	ω.
Chauffage à 64° pendant 1 heure	0,02	1,40	20
» 4 »	0,15	2,13	7,5
» 5 »	0,20	2,22	6,1
» 6 »	0,20	2,22	6,1

Au bout de 5 heures, l'opacification avait lieu; le nombre des granules, qui avait diminué, restait constant et voisin de celui qui paraît être la caractéristique du sérum normal.

Un second échantillon de ce sérum prélevé quinze jours plus tard, alors que le déséquilibre du sang était en voie de rétablissement, nous a donné les résultats suivants : augmentation de la densité optique devenue très supérieure à la normale; même viscosité; nombre de particules moindre encore, ce qui semble montrer que les granules avaient grossi.

Par le chauffage, nous avons obtenu :

	h.	F.	$\frac{\eta}{\eta_0}$.	ω.
A la température de 26°	2	5,10	1,4	0,20
Chauffé 1 heure à 40°	0,36	5,08	1,4	1,10
» 56°	0,30	–	1,4	1,13
» 64°	0,25	–	1,4	1,60

c'est-à-dire, comme dans l'échantillon précédent, diminution de la densité optique, invariabilité de la viscosité, accroissement du nombre des granules, particularités toutes contraires à ce que donne le chauffage d'un sérum normal.

Il semble en somme que les granules de ce sérum ne fixent pas d'eau par échauffement comme le font ceux d'un sérum normal.

Dans un autre cas de néphrose lipoïdique d'un type moins pur que le cas précédent, avec œdèmes réductibles, azotémie persistante, et diminution importante du pouvoir concentrateur du rein, nous avons trouvé des différences beaucoup moins tranchées. La densité optique, loin d'être augmentée, était même un peu au-dessous de la normale. La viscosité était aussi un peu plus basse; le quotient ω n'était que peu inférieur à la normale.

Par le chauffage, la densité optique s'élevait, la viscosité n'augmentait qu'à 64°, et le nombre des particules variait peu :

	h.	F.	$\frac{\eta}{\eta_0}$.	ω.
A la température de 26°..................	0,08	5,77	1,45	5,75
Chauffé 1 heure à 50°..................	0,07	5,80	1,46	6,50
» 56°..................	0,09	5,75	1,46	5,1
» 64°..................	0,22	5,23	2,20	5,4

Ce sérum se rapprochait d'un sérum normal par le nombre de ses granules par gramme de matière sèche, et par la faible variation de ce nombre en fonction de la température. Mais il en différait, pour se rapprocher du cas précédent, par la faible variation de sa viscosité en fonction de la température.

De ces deux cas de néphrose lipoïdique, nous rapprocherons un cas de néphrite chez une femme tuberculeuse, avec albuminurie, sans œdèmes actuels, sans lipoïdurie, mais dont le sérum contenait peu de sérine par rapport à l'ensemble des protéides, et un excès de lipides.

Ce sérum se comportait à peu près comme celui du premier cas de néphrose lipoïdique : densité optique supérieure à la normale, diffusion lumineuse un peu supérieure, viscosité peu différente, mais nombre de particules très diminué.

Par le chauffage nous avons obtenu :

	h.	F.	$\frac{\eta}{\eta_0}$.	ω.
A la température de 26°..................	0,50	4,93	1,80	1,60
Chauffé 1 heure à 50°..................	0,47	5,01	1,80	1,70
» 64°..................	0,39	5,08	2,66	4,20

Ainsi le chauffage a produit une diminution de la densité optique, sans variation de la viscosité, sauf à 64°, et une augmentation du nombre des granules, toutes modifications contraires à l'état normal et analogues à celles de la néphrose lipoïdique du premier cas.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Analyse quantitative de très petites quantités d'allantoïne à de très grandes dilutions. Application à l'urine humaine* ([1]). Note ([2]) de MM. **R. Fosse, A. Brunel** et **P.-E. Thomas**.

I. Dosage de l'allantoïne dans l'urine des animaux autres que l'homme. — Au cours de ses remarquables travaux, Wiechowski dose l'allantoïne par titrage d'azote de sa combinaison mercurique. La méthode instituée par ce savant comporte une longue série d'opérations délicates :

Dilution de l'urine pour amener son titre en urée au-dessous de 1 pour 100, ce qui nécessite le dosage de ce corps; addition d'acides sulfurique, acétique, phosphotungstique; agitation, repos et filtration sur kieselguhr; élimination des chlorures par l'acétate d'argent et des métaux introduits par H^2S; agitation avec magnésie du filtrat débarrassé d'H^2S par courant d'air; précipitation de l'allantoïne par les acétates de mercure et de sodium; vérification très importante de l'absence d'urée dans les dernières eaux de lavage et de substances empêchant la précipitation de l'allantoïne; dosage enfin de l'azote du précipité (Kjehldahl).

Dosage de l'allantoïne dans l'urine à l'état d'urée après action des diastases du soja en milieu cyanuré, puis hydrolyse chlorhydrique. — L'uréase détruit l'urée libre ambiante, l'allantoïnase transforme l'allantoïne en acide allantoïque et le cyanure inhibe l'uricase

```
NH²        NH                         NH²              NH²
|         /  \                        |                |
CO      CO    CO   --Allantoïnase-->  CO     COOH      CO
                      + 2 H²O
NH ---- CH ---- NH                    NH ---- CH ---- NH
     Allantoïne.                         Acide allantoïque.
```

L'acide chlorhydrique détruit, enfin, les ferments et scinde l'acide allan-

([1]) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 308; **188**, 1929, p. 426, 1067, 1418, 1632; **189**, 1929, p. 213, 716; **190**, 1930, p. 79, 693; **191**, 1930, p. 1025, 1153, 1388; *C. R. Soc. Chim. biol.*, 8, 1930, p. 67.

([2]) Séance du 15 juin 1931.

toïque en urée et acide glyoxylique

$$\begin{matrix} NH^2.CO.NH \\ NH^2.CO.NH \end{matrix} > CH.COOH \xrightarrow[+2H^2O]{\text{Acide chlorhydrique}} 2NH^2.CO.NH^2 + HOOC.CH(OH^2)$$

Acide allantoïque. Urée. Acide glyoxylique.

Cette technique ([1]) convient parfaitement pour l'analyse de l'urine des mammifères, sauf l'homme qui élimine seulement quelques centigrammes d'allantoïne en 24 heures.

La coloration rouge, extrêmement sensible, que développe l'acide glyoxylique en présence du réactif phénylhydrazinique se prête admirablement dans des conditions bien déterminées, même à la dilution de $\frac{1}{2000000}$, au dosage spectrophotométrique de cet acide et des uréides qui lui donnent naissance par fermentation suivie d'hydrolyse.

2. Dosage spectrophotométrique de l'acide allantoïque. — *Préparation de l'allantoate de potassium pur de Ponomarew.* — Abandonner 24 heures à la température ordinaire : allantoïne 5^g; eau 5^{cm^3}; potasse pure à l'alcool $1^g,8$. Analyse du produit plusieurs fois précipité de l'eau par l'alcool : trouvé, K pour 100 : 18,11; théorie pour $C^4H^7O^4N^4K$, K pour 100 : 18,22.

Préparation des solutions d'acide allantoïque. — Introduire dans une fiole jaugée de 1 litre de l'allantoate de potassium, pesé à la microbalance, correspondant à une quantité d'acide allantoïque comprise entre $0^{mg},5$ et 15^{mg}. Ajouter de l'eau et HCl normal (10 à 20^{cm^3}) pour que le titre acide soit compris entre N/50 et N/100.

Technique et mesure de la densité d'absorption de la réaction colorée glyoxylique. — Placer 2 minutes au bain d'eau bouillante, en tubes à essais :

Solution d'acide allantoïque........................ 2^{cm^3}
Chlorhydrate de phénylhydrazine à 1 pour 100...... 2 gouttes ($0^{cm^3},10$)

puis, après refroidissement rapide par courant d'eau, ajouter :

HCl concentré.................................. $1^{cm^3},2$
Ferricyanure de K à 5 pour 100.................... 1 goutte ($0^{cm^3},05$)

Mesurer au spectrophotomètre de MM. Jobin et Yvon, dans une cuvette de 1^{cm} d'épaisseur, pour $\lambda = 5200$ A, la densité d'absorption totale $\delta = 2\,\text{colog.}\sin\theta$ (θ angle lu à l'appareil). Effectuer la même mesure $\delta_0 = 2\,\text{colog.}\sin\theta_0$ sur un mélange identique n'ayant pas subi l'action de la chaleur. La différence $\delta - \delta_0 = \Delta$ est la densité d'absorption de la solution

([1]) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1418; **191**, 1930, p. 1388.

colorée produite par l'acide glyoxylique. Si l'on trace la courbe des densités d'absorption Δ en fonction des concentrations en acide allantoïque, on obtient une droite.

Acide allantoïque.	Concentration en HCl.	θ.	θ_0.	δ.	δ_0.	Δ.
mg 10,760...........	N/100	7°28	51°	1,772	0,219	1,553
-	-	7°30	-	1,768	-	1,549
-	-	7°27	-	1,776	-	1,557
-	N/50	7°30	-	1,768	-	1,549
-	-	7°33	-	1,763	-	1,544
-	-	7°28	-	1,772	-	1,553
7,173...........	N/100	13°40	-	1,253	-	1,034
-	-	13°45	-	1,248	-	1,029
-	N/50	13°50	-	1,243	-	1,024
-	-	13°48	-	1,245	-	1,026
4,304...........	N/100	22°30	-	0,834	-	0,615
-	-	22°31	-	0,834	-	0,615
-	N/50	22°35	-	0,831	-	0,612
-	-	22°30	-	0,834	-	0,615
2,152...........	N/100	33°10	-	0,524	-	0,305
-	-	32°53	-	0,530	-	0,311
-	N/50	32°45	-	0,533	-	0,314
-	-	32°55	-	0,530	-	0,311

3. Dosage spectrophotométrique de l'allantoïne. — *Fermentation.* — Placer au bain d'eau à 40°-42° :

Solution titrée contenant au minimum 0mg,5 d'allantoïne......	100cm3
Soja hispida finement broyé (1 pour 100).....................	1g
Cyanure de potassium (0g,75 pour 1000).....................	0g,075
Sesquicarbonate d'ammonium (2 pour 1000).................	0g,2
Chloroforme...	10 gouttes

Après une nuit de fermentation de ce milieu où la présence de cyanure suspend l'activité de l'uricase, centrifuger.

Défécation. — A 5 ou 10cm3 préalablement acidulés par SO^4H^2 N, ajouter le minimum de tungstate de sodium à 5 pour 100 et d'acide sulfurique N/3; centrifuger, filtrer sur filtre sans pli dans fiole jaugée; laver dépôt et filtre trois fois avec HCl N/100 et former avec cet acide N/100 un volume tel que le titre en acide allantoïque ne dépasse pas 15mg par litre.

Réaction colorée et dosage spectrophotométrique. — Opérer comme

dans le cas de l'acide allantoïque (§ 2). Du Δ trouvé et de la courbe précédente on déduit la teneur en acide allantoïque. Ce chiffre multiplié par 0,897 $\left(\text{rapport des poids moléculaires } \frac{\text{Allantoïne}}{\text{Ac. allantoïque}}\right)$ et par le coefficient de dilution donne le titre en allantoïne.

Allantoïne. — Volume initial.	final.	θ_0.	θ.	δ_0.	δ.	Δ.	Allantoïne. Théorie.	Trouvé.	Erreur.
cm³	cm³						mg	mg	%
5	20	51°	17°	0,219	1,068	0,849	23,68	23,68	−0,8
-	-	-	17° 15	-	1,059	0,837	-	23,10	−2,4
-	-	-	17° 15	-	1,056	0,837	-	23,10	−2,4
-	-	-	17° 7	-	1,062	0,843	-	23,31	−1,6
-	-	-	18° 8	-	1,014	0,795	22	22	0,0
-	-	-	18° 12	-	1,011	0,792	-	21,90	−0,5
-	-	-	18° 5	-	1,016	0,797	-	22	0,0
-	-	-	18° 12	-	1,011	0,792	-	21,90	−0,5
-	-	-	18° 12	-	1,011	0,792	-	21,90	−0,5
-	-	-	29° 22	-	0,619	0,400	11	11,04	+0,4
-	-	-	29° 33	-	0,614	0,395	-	10,85	−1
-	-	-	29° 31	-	0,614	0,395	-	10,85	−1
-	-	-	20° 40	-	0,611	0,392	-	10,77	−2
10	-	-	35° 6	-	0,480	0,261	3,66	3,59	−2
-	-	-	35°	-	0,483	0,264	-	3,62	−1
-	-	-	35°	-	0,483	0,264	-	3,62	−1

4. Dosage de l'allantoïne en présence de l'acide urique. — Le milieu doit contenir du cyanure pour inhiber l'uricase du *Soja*, ainsi que le montrent les expériences qui suivent :

	E_1.	E_2.
Solution titrée d'allantoïne...........	50 cm³	50 cm³
Acide urique à 50 mg pour 100 cm³......	50 cm³	50 cm³
Soja hispida	1 g	1 g
Cyanure de potassium...............	—	0 g,075
Sesquicarbonate d'ammonium........	0 g,2	0 g,2
Chloroforme.......................	10 gouttes	10 gouttes

Après une nuit à 40°, on dose l'acide allantoïque en suivant les indications données (§ 2).

	Volume initial.	Volume final.	θ_0.	θ.	δ_0.	δ.	Δ.	Allantoïne Théorie.	Allantoïne Trouvé.	Erreur pour 100.
	cm³	cm³						mg	mg	
E_1.....	5	20	47°	8°6	0,272	1,712	1,440	22,48	39,62	+76
E_2.....	–	–	–	16°38	–	1,086	0,816	–	22,60	+ 0,5
–	–	–	–	16°34	–	1,089	0,817	–	22,64	+ 0,5
–	–	–	–	16°34	–	1,089	0,817	–	22,64	+ 0,5
–	–	–	–	16°34	–	1,089	0,817	–	22,64	+ 0,5
E_2.....	–	–	51°	29°42	0,219	0,610	0,391	11	10,76	– 2,1
–	–	–	–	22°12	–	0,623	0,404	–	11,00	0,0
–	–	–	–	29°35	–	0,613	0,394	–	10,84	– 1,4
–	–	–	–	29°35	–	0,613	0,394	–	10,84	– 1,4

5. Dosage spectrophotométrique de l'allantoïne dans l'urine humaine. — Tandis que 500$^{cm^3}$ d'urine étaient jusqu'ici nécessaires pour une évaluation approximative de cet uréide, 5$^{cm^3}$ nous suffisent pour une détermination précise et rapide.

Mode opératoire. — Placer au bain d'eau à 40° dans une fiole bouchée à l'émeri :

Urine humaine	5$^{cm^3}$
Eau	10$^{cm^3}$
Cyanure de potassium	0^g,01
Soja hispida	0^g,15
Chloroforme	5 gouttes

Après une nuit de fermentation, introduire 5$^{cm^3}$ du liquide filtré dans un tube à centrifuger; aciduler très légèrement par SO^4H^2 N; ajouter alternativement une goutte de tungstate de sodium à 5 pour 100 et d'acide sulfurique N/3 jusqu'à obtention d'un liquide limpide après centrifugation; laver 3 fois le dépôt avec HCl N/100; filtrer sur filtre sans pli dans une fiole jaugée (20$^{cm^3}$) et compléter le volume avec cet acide N/100.

L'application de cette méthode à l'urine de 7 individus nous a conduit à une teneur en allantoïne comprise entre 18^{mg} et 35^{mg} par litre.

Urine.	θ_0.	θ.	δ_0.	δ.	Δ.	Allantoïne pour 1000$^{cm^3}$.
						mg
1...........	45°	32°57	0,301	0,529	0,228	18,7
2...........	43°30	29°12	0,361	0,623	0,262	21,5
3...........	47°	32°	0,272	0,551	0,279	23,2
4...........	45°	25°43	0,301	0,725	0,424	35,1
5...........	47°	33°12	0,272	0,523	0,251	20,8
6...........	47°30	33°44	0,301	0,511	0,246	20,2
7...........	47°	34°35	0,272	0,492	0,220	18,1

ALGOLOGIE. — *Sur trois nouveaux exemples de pléthysmothalle* (Myriotrichia *Harv. et* Protasperococcus *nov. gen.*). Note de M. C. **Sauvageau**.

J'ai montré dans plusieurs Mémoires que les Algues phéosporées éphémères, ne présentant pas d'alternance de génération sexuée et asexuée, ont néanmoins une existence double. Elles se composent de deux tronçons : un état délophycé, sous lequel elles sont décrites, qui dure quelques semaines ou quelques mois, et un état adélophycé jusqu'alors méconnu. Celui-ci, né de la germination des zoospores du premier tronçon, doué d'une vie indépendante et de dimensions microscopiques, se multiplie par des organes reproducteurs particuliers jusqu'au moment où, au retour de la saison favorable, il engendre un nouveau thalle délophycé. Pour rappeler ce rôle multiplicateur du tronçon adélophycé et le distinguer d'un *prothalle*, je l'ai nommé *pléthysmothalle*. L'objet de la présente Note est d'en faire connaître trois nouveaux exemples dont l'étude détaillée paraîtra prochainement.

Le *Myriotrichia repens* Karsak. (*Dichosporangium* Hauck), petit épiphyte du printemps, est si abondant à Villefranche-sur-Mer qu'il forme parfois des gazons étendus sur des Algues de structure spongieuse (*Castagnea*, *Nemacystus*, etc.). Ses filaments dressés portent des sporanges pluriloculaires qui, plus tard dans la saison, sont remplacés par des sporanges uniloculaires. En avril 1930, j'ai établi des cultures avec les zoospores issues des premiers. Peu de semaines après, elles avaient fourni des pléthysmothalles hétéroblastiques, simultanément pourvus de sporanges uniloculaires et de sporanges pluriloculaires. Le *Litosiphon* était jusqu'alors la seule Phéosporée dont les pléthysmothalles m'eussent fourni des sporanges uniloculaires. On remarquera que les sporanges uniloculaires, toujours tardifs sur le tronçon délophycé du *Myr. repens*, sont au contraire précoces sur son pléthysmothalle. Les zoospores libérées dans les cultures produisirent des pléthysmothalles de seconde génération que je n'ai pas suivis assez longtemps pour les voir fructifier. Selon toute vraisemblance, plusieurs générations de pléthysmothalles se succèdent pendant l'été, l'automne et l'hiver avant d'engendrer le *Myr. repens*.

Le *Myr. adriatica* Hauck, que Kuckuck eut le tort de vouloir réunir au *Myr. repens*, produit comme celui-ci un pléthysmothalle qui fournit des sporanges uniloculaires et pluriloculaires.

Le *Myr. Protasperococcus* de Berthold et de Kuckuck diffère tellement

des autres *Myriotrichia* par ses sporanges pluriloculaires, qui ceinturent les cellules mères d'une couche périphérique réduite à une seule épaisseur de logettes, comme chez le *Zosterocarpus*, que je propose de l'élever au rang de genre *Protasperococcus*, jusqu'à présent monotype, *Prot. myriotrichiiformis* Sauv. Il n'est pas rare à Villefranche sur le *Cutleria monoica*, plante de la profondeur. J'ai cultivé en août 1930 les zoospores de ses sporanges uniloculaires. Les pléthysmothalles obtenus se développèrent très lentement, restèrent stériles et de taille réduite pendant sept mois. Puis, tout d'un coup, au début d'avril 1931, apparurent de nombreux sporanges pluriloculaires isolés, terminaux, étroits, assez longs, siliquiformes, semblables à ceux des *Ectocarpus*, totalement différents par conséquent de ceux du *Protasperococcus* délophycé. Leurs zoospores germèrent aussitôt en un pléthysmothalle de seconde génération à développement rapide; dès le mois de mai, celui-ci offrait des sporanges uniloculaires, des sporanges pluriloculaires saillants, et en outre des plantules comparables à celles de la plante délophycée et elles-mêmes fertiles. Le *Protasperococcus* est donc remarquable par le développement lent de son pléthysmothalle de première génération, et par le développement rapide de son pléthysmothalle de seconde génération producteur de plantules.

M. **H. Lecomte** fait hommage à l'Académie du tome cinquième, fascicule 10, de la *Flore générale de l'Indochine*, publiée sous sa direction : *Fagacées* (fin), *Bétulacées*, par A. Camus ; *Salicacées*, par L.-A. Dode ; *Cératophyllacées*,, *Gnétacées*, par J. Leandri ; *Taxacées*, *Araucariacées*, *Abiétacées*, *Cupressacées*, par R. Hickel; *Cycadacées*, par J. Leandri.

M. **J.-B. Charcot** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Edgar Aubert de la Rüe : *Terres françaises inconnues. Iles Kerguélen*, *Crozet*, *Saint-Paul-Amsterdam*, dont il a écrit la *Préface*.

NOMINATIONS.

M. **R. A. Millikan** est désigné pour représenter l'Académie à la troisième Conférence internationale *On bituminous Coal*, qui se tiendra du 16 au 21 novembre à Pittsburgh, Pennsylvania.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire d'*Entomologie* vacante au Muséum d'Histoire naturelle, pour la première ligne, M. *René Jeannel* obtient 34 suffrages contre 20 à M. *Pierre Lesne*; il y a 1 bulletin nul.

Pour la seconde ligne, M. *Pierre Lesne* obtient 42 suffrages ; il y a 4 bulletins blancs et 2 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne.......... M. **René Jeannel.**
En seconde ligne........... M. **Pierre Lesne.**

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de Directeur de l'*Observatoire d'Alger*, pour la première ligne, M. *Joanny Lagrula* obtient 34 suffrages contre 15 à M. *Jean Dufay* et 2 à M. *Alexandre Véronnet*; il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne, M. *Jean Dufay* obtient 32 suffrages contre 9 à M. *Alexandre Véronnet*; il y a 2 bulletins blancs et 1 bulletin nul.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne........... M. **Joanny Lagrula.**
En seconde ligne............ M. **Jean Dufay.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Les fascicules I et II du *Scientiarum nuncius radiophonicus* publié par la Pontificia Academia scientiarum novi Lincei.

2° The National geological survey of China 1916-1931. *A summary of its work during the first fifteen Years of its Establishment.*

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Congruences orthoptiques et congruences isotropes*. Note de M. **Paul Delens**.

1. Nous utiliserons ici les formules et résultats de deux Notes précédentes ([1]), mais nous affecterons de l'indice o les éléments relatifs à la congruence de courbes considérée, soit $(\mathbf{a}_0)$. Pour un repère normal, $\mathbf{m}\mathbf{a}_0\mathbf{a}_1\mathbf{a}_2$, les vecteurs $\mathbf{c}_i$ de rotation du repère et les tenseurs dérivés $\nabla\mathbf{a}_i$ sont donnés par

$$(1)\qquad \mathbf{c}_i = \sum_n \gamma_{in}\mathbf{a}_n, \qquad \mathfrak{T}_i \equiv \nabla\mathbf{a}_i = \mathbf{c}_j\mathbf{a}_k - \mathbf{c}_k\mathbf{a}_j$$

($n = 0, 1, 2$; i, j, k, permutation circulaire des indices 0, 1, 2).

Le repère étant arbitrairement fixé autour de $[\mathbf{m}\mathbf{a}_0]$, soit α l'angle avec le plan $[\mathbf{m}\mathbf{a}_0\mathbf{a}_1]$ d'une surface de la congruence, déterminé par l'équation

$$(2)\qquad \mathbf{a}_0 \times \nabla 2\alpha = \mathrm{N}_1 + \mathrm{N}_2 + (\mathrm{N}_1 - \mathrm{N}_2)\cos 2\alpha + 2\mathrm{L}_0 \sin 2\alpha,$$

$$\mathrm{N}_i = \mathbf{a}_i \times \mathrm{rot}\,\mathbf{a}_i, \quad \mathrm{N}_1 + \mathrm{N}_2 = \mathrm{N}_0 + 2\gamma_{00}, \quad \mathrm{N}_1 - \mathrm{N}_2 = \gamma_{22} - \gamma_{11}, \quad 2\mathrm{L}_0 = -(\gamma_{12} + \gamma_{21});$$

$\mathrm{tang}\,\alpha$ satisfait à une équation aux dérivées partielles du premier ordre, du type de Riccati, équivalente à (2), d'où le résultat connu : le birapport de quatre surfaces de la congruence $(\mathbf{a}_0)$ est constant le long d'une courbe commune de la congruence.

La congruence $(\mathbf{a}_0)$ sera dite *orthoptique* si ses courbes sont les intersections de deux familles à un paramètre de surfaces rectangulaires; l'équation (2) a alors deux solutions communes avec sa transformée en $\alpha + \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire que α satisfait au système

$$(3)\qquad (\mathrm{N}_1 - \mathrm{N}_2)\cos 2\alpha + 2\mathrm{L}_0 \sin 2\alpha = 0, \qquad \mathbf{a}_0 \times \nabla 2\alpha = \mathrm{N}_1 + \mathrm{N}_2$$

ou

$$(3')\qquad \mathrm{tang}\,2\alpha = \frac{\mathrm{N}_2 - \mathrm{N}_1}{2\mathrm{L}_0}, \qquad \mathrm{N}_1 + \mathrm{N}_2 - \mathbf{a}_0 \times \nabla\,\mathrm{arc\,tang}\,\frac{\mathrm{N}_2 - \mathrm{N}_1}{2\mathrm{L}_0} = 0.$$

$$\mathrm{J}_0 \equiv 4\mathrm{L}_0^2 + (\mathrm{N}_1 - \mathrm{N}_2)^2 = \mathrm{D}_0^2 + \mathrm{N}_0^2 - 4\mathrm{K}_0$$

est un invariant de la congruence $(\mathbf{a}_0)$, ainsi que le premier membre de la

---

([1]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 469 et 791.

dernière équation (3'), soit $2\Theta_0 \equiv 2\left(\overline{\gamma}_{00}+\frac{1}{2}N_0\right)$; le symbole surligné $\overline{\gamma}_{00}$ représente l'opposé d'une torsion normale généralisée par la courbe $(\mathbf{a}_0)$, la direction principale $\bar{\mathbf{a}}_1$ $(\overline{N}_2-\overline{N}_1=0)$ étant bissectrice des directions asymptotiques; l'annulation de l'invariant Θ_0 caractérise donc les congruences orthoptiques. En ajoutant la condition $N_0=0$, on retrouverait les familles de Lamé et des résultats connus.

2. Toutes les surfaces de la congruence $(\mathbf{a}_0)$ se coupent sous angle constant le long d'une courbe commune si la première équation (3) est vérifiée identiquement, donc $N_1-N_2=0$, $L_0=0$ (système invariant d'équations); pour les congruences de courbes réelles, ces conditions sont traduites par $J_0=0$.

Une congruence réelle $(\mathbf{a}_0)$, telle que $J_0=0$, sera dite *isotrope*; *ceci ne nécessite pas que la congruence soit rectiligne* (congruence isotrope de Ribaucour). La condition $J_0=0$ exprime que les coniques indicatrices des courbures et torsions normales, pour le plan $[\mathbf{ma}_1\mathbf{a}_2]$, se réduisent simultanément à des cercles; ou encore, suivant les termes de M. Weatherburn, que la surface limite $(N_0^2-4K_0=0)$ et la surface de striction $(D_0=0)$ de la congruence coïncident, et qu'il en est de même de la surface de normalité $(N_0=0)$ et de la surface ultime $(D_0^2-4K_0=0)$.

La même condition exprime aussi que les plans isotropes menés par $[\mathbf{ma}_0]$ sont tangents en $\mathbf{m}_0$ à des surfaces de la congruence; ces surfaces sont développables, d'où :

Les congruences isotropes réelles (curvilignes ou rectilignes) *sont déterminées par les intersections de développables isotropes conjuguées, appartenant à deux familles dépendant chacune d'un paramètre complexe* (paramètres conjugués pour les deux familles).

A côté des congruences rectilignes, les congruences isotropes de cercles ont déjà été qualifiées ainsi par M. A. Bloch [1]; elles comprennent en particulier les congruences paratactiques.

3. Les conditions d'isotropie d'une congruence sont encore traduites par la relation vectorielle

$$\dot{\mathbf{c}}_1=\dot{\mathbf{c}}_2\wedge\mathbf{a}_0 \tag{4}$$

les éléments pointés étant relatifs au repère principal de la courbe $(\mathbf{a}_0)$ (repère indéterminé autour de $[\mathbf{ma}_0]$ pour une congruence rectiligne);

[1] *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 860, et *Journal de Mathématiques*, 3, 1924, p. 65.

cette relation se traduit aisément avec a_0 et son tenseur dérivé $\mathcal{C}_0$ (ou $\mathcal{M}_0$). Dans le cas d'une congruence de cercles, de courbure k_0, une des conséquences de la condition (4) est $\dot{g}_0 \equiv \dot{c}_0 \wedge a_0 = -\nabla \log k_0$, et il est facile de poursuivre l'étude d'une telle congruence, en tenant compte des autres conditions d'intégrabilité imposées aux vecteurs $\dot{c}_i$ ou à leurs composantes $\dot{\gamma}_{in}$ (¹).

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur une propriété des limites d'ensembles.* Note de M. **W. Sierpinski**, présentée par M. Émile Borel.

Soit Φ une famille d'ensembles absolument quelconques, jouissant de cette propriété que la somme et le produit de deux ensembles de la famille Φ appartiennent toujours à Φ. Une telle famille d'ensembles est appelée, d'après M. F. Hausdorff, *anneau*.

Le but de cette Note est de démontrer ce

Théorème I. — *Soit Φ une famille d'ensembles qui est un anneau. Pour qu'un ensemble* E *soit limite* (*unique*) *d'une suite infinie d'ensembles de la famille Φ, il faut et il suffit que* E *soit à la fois limite complète d'une suite* E_1, E_2, E_3, ... *d'ensembles de Φ et limite restreinte d'une suite* H_1, H_2, H_3, ... *d'ensembles de Φ* (²).

Ce théorème I est une conséquence immédiate du théorème II plus général. Désignons, d'après M. Hausdorff, par Φ_σ, resp. Φ_δ, la famille de tous les ensembles qui sont sommes, resp. produits d'une infinité dénombrable d'ensembles de la famille Φ, et désignons par Φ_l (resp. $\Phi_{\bar{l}}$, $\Phi_{\underline{l}}$) la famille de tous les ensembles qui sont limites uniques (resp. complètes, restreintes) d'une suite infinie d'ensembles de la famille Φ. Le théorème I peut être exprimé ainsi : *Si la famille Φ d'ensembles est un anneau, on a*

$$\Phi_l = \Phi_{\bar{l}} . \Phi_{\underline{l}}.$$

(¹) Une congruence générale comporte huit invariants fondamentaux, liés par neuf conditions d'intégrabilité; pour le repère principal, $\dot{\gamma}_{10} = 0$.

(²) Pour les notions de *limite complète* et *restreinte* d'une suite d'ensembles, voir E. Borel, *Leçons sur les fonctions de variable réelle*, 1905, p. 18; pour celle de *limite unique*, voir Ch. de La Vallée Poussin, *Intégrales, Fonctions, Classes de Baire*, 1916, p. 8.

Or il résulte tout de suite de la définition des limites d'ensembles que

$$\Phi_{l} \subset \Phi_{\bar{l}} \subset \Phi_{\sigma\delta} \quad \text{et} \quad \Phi_{l} \subset \Phi_{l} \subset \Phi_{\delta\sigma},$$

d'où

$$\Phi_{l} \subset \Phi_{\sigma\delta}\,\Phi_{\delta\sigma}.$$

Or on a le

THÉORÈME II. — *Si la famille* Φ *d'ensembles est un anneau, on a* $\Phi_{l} = \Phi_{\sigma\delta}\,\Phi_{\delta\sigma}$.

Le théorème II résulte immédiatement du lemme suivant :

LEMME. — *Si* M, E_n^m et H_n^m $(m, n = 1, 2, 3, \ldots)$ *sont des ensembles quelconques, tels que*

$$(1) \qquad E_n^m \supset E_{n+1}^m \qquad (m, n = 1, 2, 3, \ldots),$$

$$(2) \qquad H_n^m \subset H_{n+1}^m \qquad (m, n = 1, 2, 3, \ldots),$$

$$(3) \qquad M = \sum_{m=1}^{\infty} \prod_{n=1}^{\infty} E_n^m$$

et

$$(4) \qquad M = \prod_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} H_n^m,$$

on a

$$(5) \qquad \lim_{n=\infty} (E_n^1 H_n^1 + E_n^2 H_n^1 H_n^2 + \ldots + E_n^n H_n^1 H_n^2 \ldots H_n^n) = M.$$

Démonstration. — Pour démontrer la formule (5) il suffit évidemment de prouver que : 1° si $p \in M$, on a pour les indices n suffisamment grands $p \in Q_n$, où

$$(6) \qquad Q_n = E_n^1 H_n^1 + E_n^2 H_n^1 H_n^2 + \ldots + E_n^n H_n^1 H_n^2 \ldots H_n^n,$$

et 2° si p non $\in$ M, on a pour les Indices n suffisamment grands p non $\in Q_n$.

1. Soit $p \in M$. D'après (3) il existe un indice q, tel que

$$(7) \qquad p \in E_n^2, \qquad \text{pour} \quad n = 1, 2, 3, \ldots.$$

Or, d'après (4), il existe des indices $k_1, k_2, \ldots, k_q$, tels que

$$(8) \qquad p \in H_{k_m}^m, \qquad \text{pour} \quad m = 1, 2, \ldots, q.$$

Soit r un indice $> k_m$ pour $m = 1, 2, \ldots, q$: d'après (8) et (2) nous aurons

$$(9) \qquad p \in H_n^m, \qquad \text{pour} \quad m = 1, 2, \ldots, q \text{ et } n \geqq r.$$

Les formules (7) et (9) donnent

$$p \in E_n^q H_n^1 H_n^2 \ldots H_n^q, \quad \text{pour } n \geqq r,$$

donc, d'après (6), $p \in Q_n$ pour $n \geqq q + r$.

2. Soit p non $\in$ M. D'après (4) il existe un indice q, tel que

(10) $$p \text{ non } \in H_n^q, \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots.$$

Or, d'après (3), il existe des indices $k_1, k_2, \ldots, k_q$, tels que

(11) $$p \text{ non } \in E_{k_m}^m, \quad \text{pour } m = 1, 2, \ldots, q.$$

Soit r un indice $> k_m$ pour $m = 1, 2, \ldots, q$; d'après (11) et (1), nous aurons

(12) $$p \text{ non } \in E_n^m, \quad \text{pour } m = 1, 2, \ldots, q, \quad \text{et } n \geqq r.$$

Les formules (10) et (12) donnent

$$p \text{ non } \in E_n^m H_n^1 H_n^2 \ldots H_n^m, \quad \text{pour } m = 1, 2, 3, \ldots, \quad \text{et } n \geqq r;$$

donc, d'après (6), p non $\in Q_n$ pour $n \geqq r$.

Notre lemme est ainsi démontré.

Dans un travail qui paraîtra dans un autre Recueil, nous donnerons une application du théorème I à l'étude du rapport entre les classifications des ensembles de MM. F. Hausdorff et Ch. de La Vallée Poussin.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la variation des constantes arbitraires pour les intégrales des équations linéaires ordinaires du deuxième ordre*. Note (¹) de M. **M. Kourensky**, présentée par M. Élie Cartan.

Quand on connaît l'intégrale générale

$$u = C_1 u_1 + C_2 u_2$$

de l'équation

$$u'' + p(x)u' + q(x)u = 0,$$

on obtient habituellement l'intégrale générale de l'équation non homogène

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x),$$

par la méthode de Lagrange de la variation des constantes arbitraires

(1) $$y = C'u_1 + C''u_2 + u_1 \int \frac{u_2 r\, dx}{\Delta(u_2, u_1)} + u_2 \int \frac{u_1 r\, dx}{\Delta(u_1, u_2)} \quad (^2),$$

où $\Delta(u_1, u_2)$ est le déterminant de Wronsky des solutions particulières u_1, u_2; pour la valeur de ce déterminant on peut prendre $e^{-\int p\, dx}$.

(¹) Séance du 15 juin 1931.

(²) E. L. Ince, *Ordinary Differential Equations*, London, 1927, p. 123.

La méthode de Lagrange donne seulement une combinaison de deux quadratures, qui peuvent être assez pénibles à calculer. Dans la littérature mathématique, on peut rencontrer une autre méthode de la variation, c'est la méthode de Cauchy; elle conduit aux mêmes quadratures ([1]). *La méthode de Lagrange peut se généraliser de diverses manières et l'on peut aussi trouver l'intégrale générale y par deux quadratures seulement, différentes des quadratures* (1).

1° Quand nous prendrons une des valeurs C_1, C_2 comme fonction de x, alors

$$y = C'u_1 + C_2 u_2 + u_1 \int \frac{\Delta(u_1, u_2)\displaystyle\int \frac{r u_1\,dx}{\Delta(u_1, u_2)}}{u_1^2}\,dx;$$

$$y = C_1 u_1 + C'' u_2 + u_2 \int \frac{\Delta(u_1, u_2)\displaystyle\int \frac{r u_2\,dx}{\Delta(u_1, u_2)}}{u_2^2}\,dx.$$

2° Posons que la somme ou la différence des fonctions $C_1(x)$, $C_2(x)$ est une constante α ou β; nous aurons

$$y = C'u_1 + C''u_2 + (u_1 + u_2) \int \frac{\Delta(u_1, u_2)\displaystyle\int \frac{r(u_1 + u_2)}{\Delta(u_1, u_2)}\,dx}{(u_1 + u_2)^2}\,dx;$$

$$y = C'u_1 + C''u_2 + (u_1 - u_2) \int \frac{\Delta(u_1, u_2)\displaystyle\int \frac{r(u_1 - u_2)}{\Delta(u_1, u_2)}\,dx}{(u_1 - u_2)^2}\,dx.$$

3° Quand

$$u_1 C_1' - u_2 C_2' = a = \text{const.}, \qquad u_1' C_1' + u_2' C_2' = r - ap,$$

nous aurons

$$(2) \qquad y = C'u_1 + C''u_2 + u_1 \int \frac{u_2(r - ap) + a u_2'}{\Delta(u_2, u_1)}\,dx + u_2 \int \frac{u_1(r - ap) - a u_1'}{\Delta(u_1, u_2)}\,dx;$$

les quadratures dans (2) *peuvent être* plus simples que les quadratures de Lagrange dans (1); les quadratures (2) se réduisent aux quadratures de Lagrange dans le cas particulier où $a = 0$.

Pour α, β et a, on peut prendre aussi des fonctions quelconques; nous pouvons les prendre d'une telle manière, qu'on puisse sans peine calculer les quadratures respectives. Pour $C_1(x)$ *ou* $C_2(x)$ on peut prendre la dérivée d'une fonction quelconque.

4° Dans l'expression $y = C_1 u_1 + C_2 u_2 + z(x)$, la fonction $z(x)$ n'est

---

[1] E. GOURSAT, *Cours d'Analyse mathématique*, 2, Paris, 1925, p. 443-444.

pas obligatoirement une solution particulière, quand C_1 et C_2 sont des fonctions de x. Alors, les équations

$$z' + C'_1 u_1 - C'_2 u_2 = a = \text{const.}; \qquad C'_1 u'_1 + C'_2 u'_2 = r - qz - ap;$$
$$r - qz - ap = b = \text{const.}$$

donnent l'intégrale générale par deux quadratures; la forme la plus simple est, pour $a = b = 0$,

$$y = C' u_1 - C'' u_2 + \frac{r}{q} + u_1 \int \frac{u'_2 \left(\frac{r}{q}\right)'}{\Delta(u_2, u_1)} dx + u_2 \int \frac{u'_1 \left(\frac{r}{q}\right)'}{\Delta(u_1, u_2)} dx.$$

Quand $\frac{r}{q} = \text{const.}$, nous avons l'intégrale générale sans quadrature; $\frac{r}{q}$ est la solution particulière.

5° La substitution $y = [C_1(x)u_1 + C_2(x)u_2]z(x)$ conduit aux relations

$$C_1 u_1 + C_2 u_2 = \varphi; \qquad C_1(u''_1 + pu'_1) + C_2(u''_2 + pu'_2) = \psi; \qquad \psi = \frac{u''_i + pu'_i}{u_i} \varphi$$
$$(i = 1, 2),$$
$$z''\varphi + z'(2\varphi' + p\varphi) + z\left(\varphi'' + p\varphi' - \frac{u''_i + pu'_i}{u_i}\varphi\right) = r.$$

Pour $z = A = \text{const.}$, nous avons

$$C'_1 u_1 + C'_2 u_2 = B = \text{const.}; \qquad C'_1 u'_1 + C'_2 u'_2 = \frac{r}{A} - Bp.$$

Pour $A = 1$, $B = 0$, nous avons le cas de la variation de Lagrange. Les a et b; A et B peuvent aussi être comptées comme des fonctions quelconques données.

La généralisation pour les équations linéaires d'ordre n et pour un système d'équations linéaires est évidente.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions holomorphes dans un cercle de rayon fini et sur les fonctions entières.* Note [1] de M. **Florent Bureau**, présentée par M. Émile Borel.

Nous avons énoncé [2] le théorème suivant :

Soient

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_m x^m + \ldots$$

---

(1) Séance du 15 juin 1931.

(2) Florent Bureau, *Sur quelques propriétés des fonctions uniformes au voisinage d'un point singulier essentiel isolé* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1350-1352).

une fonction holomorphe dans le cercle $|x| < R$ *et deux nombres* α, β $(\beta \neq 0)$ *tels que* $\alpha \neq a_0$, $\beta \neq n!\, a_n (n \geqq 1)$. *Supposons que* $f(x) - \alpha$ *et* $f^{(n)}(x) - \beta$ *ne s'annulent pas dans le cercle* $|x| < R$ *et que* a_p *soit* $\neq 0$ $(p > n \geqq 1)$.

Si $p = n + 1$, *le rayon* R *du cercle* $|x| < R$ *est borné par un nombre qui s'exprime au moyen de* α, β, a_0, a_n *et* a_{n+1} *seulement.*

Si $p > n + 1$, *il est possible de déterminer un nombre entier* $q > p$, *dépendant exclusivement de n et p, tel que si* $a_q \neq 0$, *le rayon* R *du cercle* $|x| < R$ *est borné par un nombre qui s'exprime au moyen de* α, β, a_0, a_n, a_p *et* a_q *seulement.*

En précisant la valeur de certaines constantes intervenant dans la démonstration de ce théorème, nous avons obtenu la proposition suivante :

Soient

$$f(x) = a_0 + a_1 a + \ldots + a_m x^m + \ldots$$

une fonction holomorphe dans le cercle $|x| < R$ *et deux nombres* α *et* β $(\beta \neq 0)$ *tels que* $\alpha \neq a_0$, $\beta \neq n!\, a_n$ $(n \geqq 1)$.

Supposons que $f(x) - \alpha$ *et* $f^{(n)}(x) - \beta$ [*où* $f^{(n)}(x)$ *désigne la dérivée* $n^{\text{ième}}$ *de* $f(x)$] *ne s'annulent pas dans le cercle* $|x| < R$ *et que* a_p *soit* $\neq 0$ $(p > n \geqq 1)$. *Le rayon* R *du cercle* $|x| < R$ *est borné par un nombre qui s'exprime au moyen de* α, β, a_0, a_n *et* a_p *seulement.*

2. En utilisant le théorème énoncé au paragraphe 3 de la Note citée, on peut démontrer le théorème suivant :

Soient $f(x)$ *une fonction entière transcendante*, $P(x)$ *et* $Q(x)$ *deux polynomes tels que la différence* $P^{(n)}(x) - Q(x)$ [*où* $P^{(n)}(x)$ *désigne la dérivée* $n^{\text{ième}}$ *de* $P(x)$] *ne soit pas identiquement nulle. Cela étant, l'une au moins des équations*

$$f(x) - P(x) = 0,$$

$$\frac{d^n f(x)}{dx^n} - Q(x) = 0$$

admet, dans tout le plan des x, une infinité de racines.

BALISTIQUE. — *Sur la résistance de l'air aux vitesses balistiques.* Note [1] de M. **Gabeault**, présentée par M. L. Lecornu.

1. Soit un projectile cylindro-ogival de section S plongé dans un courant d'air uniforme (vitesse V_0, pression P_0 et masse spécifique ρ_0 à l'infini-amont) dirigé suivant son axe.

---

[1] Séance du 15 juin 1931.

Nous supposons *provisoirement* que la partie cylindrique est suffisamment longue pour que, sur ses derniers éléments, la pression soit redevenue égale à P_0 : les valeurs correspondantes de la vitesse et de la masse spécifique y sont V_{P_0} et ρ_{P_0} (égales à V_0 et ρ_0 si V_0 est inférieure à la vitesse du son A_0 dans les conditions P_0, ρ_0).

2. A l'arrière du projectile se forme un chapelet d'anneaux-tourbillons régulièrement répartis sur une surface sensiblement cylindrique de section V. Si $\frac{N}{l}$ est le nombre de ces tourbillons par unité de longueur et I leur circulation, l'analogie électromagnétique montre que la vitesse relative communiquée vers l'amont par le chapelet de tourbillons aux particules fluides situées sur l'axe est $u = \frac{NI}{l}$.

En désignant par w la vitesse de déplacement d'un tourbillon par rapport au projectile, on a $w = V_{P_0} - u$.

Un raisonnement simple emprunté à von Kármán (voir Joukowski, *Aérodynamique*, Gauthier-Villars, 1916, p. 203) montre que $I = \frac{wl}{N}$.

Il en résulte $u = w = \frac{1}{2} V_{P_0}$.

3. Les lignes de force du champ de vitesses créé par le chapelet de tourbillons sont incluses dans un domaine dont la frontière N se déplace vers le projectile avec la vitesse $A_{P_0} - V_{P_0}$ (A_{P_0} étant la vitesse du son dans les conditions P_0, ρ_{P_0}) : elles atteindront le projectile si $A_{P_0} - V_{P_0} > 0$, condition qui se ramène à $V_0 > A_0$; dans ce cas une partie de la quantité de mouvement emportée par les anneaux sera récupérée par le projectile.

4. En l'absence de tourbillons, la résistance de l'air serait nulle. La présence des anneaux-tourbillons a pour effet de créer une résistance égale à la quantité de mouvement projetée sur l'axe, emportée par seconde par ces tourbillons et non récupérée par le projectile, soit $R = K \frac{N}{l} \mathfrak{M}_x$, $\mathfrak{M}_x$ étant la quantité de mouvement emportée par un tourbillon, $\frac{N}{l}$ le nombre de tourbillons émis par seconde et K un coefficient égal à 1 si $V_0 > A_0$ et < 1 si $V_0 < A_0$.

On trouve $\mathfrak{M}_x = \rho_{P_0} I \sigma$; $\frac{N}{l} = \frac{w^2}{I}$.

Il en résulte $R = K \frac{1}{4} \sigma \rho_{P_0} V_{P_0}^2$.

Si, dans le cas où $V_0 < A_0$, on désigne, au temps t, par ω et Ω les angles solides sous lesquels l'anneau tourbillon est vu respectivement du projectile

et du front R du domaine sillonné par les lignes de forces, on a

$$K = \left(1 - \frac{\Omega + \omega}{4\pi}\right)_{\text{moy.}}$$

On trouve que, pour V_0 voisin de zéro, $K = \frac{1}{4}$ et, pour V_0 voisin de A_0, $K = \frac{1}{2}$. Une évaluation approchée de K sera

$$K = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{V_0}{A_0}\right).$$

Par suite

$$R = \frac{1}{16}\sigma\rho_0\left(1 + \frac{V_0}{A_0}\right)V_0^2 \qquad (\text{si } V_0 < A_0),$$

$$R = \frac{1}{4}\sigma\rho_{P_0}V_{P_0}^2 \qquad (\text{si } V_0 > A_0).$$

5. Si P_1 et P_2 désignent les pressions sur l'ogive et le culot, on a

$$R = (P_1 - P_2)S;$$

on trouve, d'autre part,

$$P_1 S + P_2(\sigma - S) - \sigma P_0 = 0.$$

Il en résulte pour valeur de la dépression au culot

$$P_0 - P_2 = \frac{R}{\sigma} = K\frac{1}{4}\rho_{P_0}V_{P_0}^2,$$

et pour expression de la résistance de l'air sur un projectile à culot plat,

$$R = S\left(P_1 - P_0 + K\frac{1}{4}\rho_{P_0}V_{P_0}^2\right).$$

En particulier, lorsque V_0 traverse en croissant la valeur A_0, la dépression au culot passe brusquement de 0,1807 kg/cm² à 0,3614 kg/cm².

On observera le vide sur le culot à

$$\frac{1}{4}\rho_{P_0}V_{P_0}^2 = P_0,$$

équation d'où l'on tire

$$V_0 = 640 \text{ m/sec.}$$

6. Lorsque $V_0 > 640$ m/sec, la pression qui règne sur les derniers éléments de la partie cylindrique n'est pas P_0 comme on l'a admis provisoirement (§ 1); c'est la pression P'_0 correspondant à la vitesse V'_0 racine de l'équation

$$\frac{1}{4}\rho'_0 V'^2_0 - P_0 = 0.$$

Vérifications expérimentales :

7. M. Burzio a mesuré directement la dépression au culot jusqu'à des vitesses de l'ordre de 200 m/sec (¹). Ses mesures doivent être corrigées comme l'a indiqué M. Magnus de Sparre (²). Nous signalons, à titre d'exemple, que M. Burzio trouve pour $V_0 = 189$ m/sec une dépression en atmosphères égale à 0,0417, tandis que notre théorie donne 0,0406.

8. Gretsch a trouvé (³) qu'à la vitesse de 770 m/sec, régnait le vide sur le culot d'une balle de $7^{mm},9$, observation en accord qualitatif avec le résultat théorique du paragraphe 5.

9. M. Dupuis a observé (⁴) que la courbe expérimentale de la résistance de l'air en fonction de la vitesse, sensiblement rectiligne entre 400 et 900 m/sec, présente une légère sinuosité dont le centre correspond à peu près au double de la vitesse du son; elle offre, en outre, un point anguleux pour la vitesse du son. Nous pensons que la sinuosité est la traduction expérimentale du point anguleux que notre théorie assigne à la résistance de l'air pour $V_0 = 64$ (valeur voisine de $2A_0$). Quant au point anguleux trouvé expérimentalement pour $V_0 = A_0$, il représente, à nos yeux, l'approximation de la discontinuité théoriquement obtenue : le mode expérimental est d'ailleurs tel qu'il ne peut mettre en évidence une discontinuité de la résistance de l'air.

MOTEURS A EXPLOSION. — *Sur la détermination par la méthode photographique de la résistance des essences à la détonation.* Note de MM. **M. Aubert** et **R. Duchêne**, présentée par M. Cotton.

Lorsqu'on enregistre photographiquement la propagation de la flamme dans un cylindre transparent analogue au cylindre d'un moteur, on constate généralement que dans la combustion interviennent au moins deux réactions successives (⁵). A une première réaction assez peu actinique succède une seconde qui impressionne beaucoup plus le film photographique. Cette dernière se manifeste par une onde de retour dont le front

(¹) *Rivista di Artiglieria e Genio*, juin 1928, p. 939.
(²) *Rivista di Artiglieria e Genio*, août 1930, p. 1137.
(³) *Mémorial de l'Artillerie française*, 3ᵉ fasc., 1928, p. 689.
(⁴) *Mémorial de l'Artillerie française*, 3ᵉ fasc., 1928, p. 633.
(⁵) R. Duchêne, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 220.

paraît d'autant moins net et la vitesse de propagation d'autant plus petite que le combustible est moins détonant.

Une observation plus attentive a montré qu'il était possible, par l'étude de ces phénomènes, de parvenir à un classement des essences au point de vue de leur tendance à la détonation.

Les résultats qui font l'objet de cette Note ont été obtenus, en liaison avec le Service des Recherches de l'Aéronautique, avec l'appareil décrit précédemment auquel on a fait subir une légère modification.

Dans sa forme initiale, l'appareil de compression établissait, du fait d'un étranglement important, entre le cylindre et la chambre d'explosion, une turbulence intense dans cette dernière au moment du passage de l'étincelle.

Or on sait que l'accroissement de la turbulence est un moyen de diminuer le cognement dans les moteurs (Ricardo) et, par suite, l'onde explosive qui en est la cause. En augmentant la section de l'étranglement nous avons diminué la turbulence; cela fait apparaître pour un taux de compression fixe (7), dès que l'on dépasse une certaine température initiale, une onde de retour dont la vitesse est d'un ordre supérieur à 1000^{m} à la seconde et qui se manifeste par un trait noir presque perpendiculaire aux bords du film.

C'est là tout d'abord une confirmation de l'influence de la turbulence sur la naissance de l'onde explosive et par suite sur le cognement.

Pour classer les essences suivant leur résistance à la détonation, nous opérons comme il suit :

On distingue sur l'enregistrement : (*a*) le point d'étincelle; (*b*) une courbe limitant un noircissement plus ou moins intense; (*c*) le trait noir foncé et rectiligne correspondant à la détonation.

On fait une série de photographies en élevant graduellement la température initiale du mélange. A partir d'une certaine température la courbe reliant l'étincelle au trait de détonation disparaît complètement. Il ne reste plus sur le film que l'étincelle et la détonation séparées par une plage blanche. On note la température initiale à laquelle se présente ce phénomène. Cette température peut être déterminée avec précision et nous pensons qu'elle caractérise la résistance à la détonation d'une essence.

En effet la combustion qui naît de l'étincelle et lui fait suite jusqu'à la détonation diminue l'énergie émise par cette dernière. Plus la combustion normale est faible, plus la détonation qui suit est violente. La disparition totale de la combustion normale correspond donc, vraisemblablement, à un maximum de violence de l'explosion.

Il est aisé de faire réapparaître la courbe normale entre étincelle et détonation en ajoutant au carburant quelques traces d'antidétonant tel que le plomb tétréthyle. Dans le cas de certaines essences il suffit d'ajouter 0,2 pour 100 de plomb tétréthyle. On constate de plus que la durée totale de la réaction devient plus grande, ce qui est d'accord avec les résultats déjà signalés par divers expérimentateurs ([1]).

Nous avons procédé à des essais comparatifs sur diverses essences et par l'observation directe dans un moteur monocylindrique aménagé pour l'observation du cognement.

Les résultats donnent le même ordre de classement.

ASTRONOMIE. — *Fonction de répartition des excentricités et des anomalie moyennes des étoiles doubles visuelles à longue période dont l'orbite n'a pu encore être calculée.* Note de M. **D. Barbier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Russell, dans une courte Note ([2]), a montré que l'on peut obtenir statistiquement, pour un ensemble de couples d'orbites inconnues, une valeur moyenne de l'excentricité. Il suppose les anomalies moyennes réparties au hasard. Nous nous affranchissons ici de cette hypothèse et, au lieu de la valeur moyenne des excentricités, nous en déterminons la fonction de répartition. Nous admettons que, outre le rayon vecteur ρ et l'angle de position θ, on peut déterminer $\frac{d\rho}{dt}$, $\frac{d^2\rho}{dt^2}$ et $\frac{d\theta}{dt}$.

Si e et u désignent l'excentricité et l'anomalie excentrique, j l'angle du rayon vecteur et du plan de référence, φ l'angle du plan de l'orbite et du plan normal au plan de référence passant par le compagnon, on a sans peine les relations

$$\frac{e\sin u}{\sqrt{1-e^2}} = \lambda = \frac{\omega\sin\varphi + \sin j\cos\varphi}{\cos j}, \qquad \frac{1-e\cos u}{1-e^2} = \mu = \sigma\frac{\sin^2\varphi}{\cos^2 j}.$$

([1]) Aubert, A. Pignot, J. Villey, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1111. — A. Henne et G. L. Clark, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 26. — Aubert, Dumanois, A. Pignot, *Comptes rendus*, 186, 1828, p. 1298.

([2]) *Popular Astronomy*, 30, 1922, p. 167; voir aussi : Russell, Dugan, Stewart, *Astronomy*, 2, p. 694. Éditeur, Ginn and Company, 1927.

avec

$$\omega = \frac{1}{\rho}\frac{\rho'}{g'}, \qquad \sigma = 1 - \frac{1}{\rho}\frac{\rho''}{g'^2}.$$

Soit enfin $a(\omega, \sigma)$ la fonction de répartition de ω et σ.

On cherche la fonction de répartition $N(e, g)$ des excentricités et des anomalies moyennes, ou plutôt, car on a facilement une solution approchée comme on le verra ci-dessous, la fonction de répartition $\Phi(\lambda, \mu)$ liée à la précédente par la relation

$$N(e, g) = \Phi[\lambda(e, g), \mu(e, g)] \frac{D(\lambda, \mu)}{D(e, g)}.$$

Admettons que $N(e, g) = N(e, -g)$, ce qui est très vraisemblable; on peut alors prendre $\lambda > 0$ et $\omega > 0$. On suppose enfin que j et φ sont répartis au hasard, c'est-à-dire que la probabilité élémentaire est $\frac{\cos j\, dj\, d\varphi}{M}$.

On établit que $\Phi(\lambda, \mu)$ doit être solution de l'équation

$$\pi a(\omega, \sigma) = \int\int_D G(\lambda, \mu, \omega, \sigma) \Phi(\lambda, \mu)\, d\lambda\, d\mu.$$

$G(\lambda, \mu, \omega, \sigma)$ est une fonction connue *a priori*, mais d'expression compliquée. On en a dressé une table pour 529 groupes des variables λ, μ, ω, σ. Le domaine D est déterminé par la condition $e < 1$, c'est-à-dire $\lambda^2 - 2\mu + 1 < 0$. On obtient une première approximation de $\Phi(\lambda, \mu)$ de la façon suivante : soit $a_1(\omega, \sigma)$ une fonction identique à $a(\omega, \sigma)$ dans le domaine $\omega^2 - 2\sigma + < 0$ et nulle à l'extérieur et soit A le rapport du nombre total d'étoiles considérées au nombre de celles qui appartiennent au domaine précédent, on constate que $A a_1(\lambda, \mu)$ donne une première approximation de $\Phi(\lambda, \mu)$. Une solution plus approchée sera

$$\Phi(\lambda, \mu) = a_1(\lambda, \mu)\, P(\lambda, \mu),$$

où $P(\lambda, \mu)$ est un polynome en λ et μ pair en λ. De l'étude de la fonction

$$\pi a(\omega, \sigma) - A\int\int_D G(\lambda, \mu, \omega, \sigma)\, a_1(\lambda, \mu)\, d\lambda\, d\mu,$$

nous avons déduit qu'étant donné le petit nombre d'étoiles de notre statistique, on peut se limiter à

$$\Phi(\lambda, \mu) = a_1(\lambda, \mu)(\alpha_0 + \alpha_1 \lambda^2).$$

Pour chaque groupe de valeurs ω_i, σ_j nous avons une équation de

condition

$$\pi a(\omega_i, \sigma_j) = \alpha_0 \int\int_D G(\lambda, \mu, \omega_i, \sigma_j)\, a_1(\lambda, \mu)\, d\lambda\, d\mu + \alpha_1 \int\int_D G(\lambda, \mu, \omega_i, \sigma_j)\, a_1(\lambda, \mu)\, \lambda^2\, d\lambda\, d\mu.$$

Les intégrales du second membre se calculent en divisant le plan en petites régions et en supposant que, dans chacune, la fonction à intégrer est constante. Nous avons obtenu vingt-trois équations qu'on résout par les moindres carrés.

Résultats. — Nous avons appliqué cette méthode à 111 couples du catalogue de Greenwich (¹). On en pourrait trouver un plus grand nombre justiciables de la méthode, mais ce travail demanderait la compilation de nombreux catalogues : il sera effectué ultérieurement. Les résultats suivants, quoique très approchés, n'ont donc qu'un caractère provisoire.

Répartitions des excentricités

$$N_1(e) = \int_0^{\pi} N(e, g)\, dg.$$

e	o		0,3		0,5		0,7		0,9		1.0
N pour 100		9,2		29,8		23,5		34,4		3,1	

Valeur moyenne et valeur moyenne quadratique de e :

$$\bar{e} = 0,58; \qquad \sqrt{\overline{e^2}} = 0,62.$$

Répartition des anomalies moyennes :

$$N_2(g) = \int_0^1 N(e, g)\, de.$$

g	o		30		60		90		120		150		180
N pour 100		16,9		14,7		12,3		20,4		23,6		12,1	

La répartition n'est pas uniforme ; le maximum de la courbe est voisin de 120°. Ce fait n'est pas surprenant car au périastre des couples nous échappent, les composantes n'étant pas séparées ; à l'apoastre, au contraire le mouvement est trop lent pour qu'on puisse déterminer ω et σ.

Nous avons déterminé un ordre de grandeur de la période de ces étoiles

(¹) *Catalogue of double stars from observations made at the Royal Observatory*, Greenwich, 1921.

par la formule

$$\overline{\log P} = \log 365 - \overline{\log \theta'} + \int_0^{\pi}\int_0^{1} \log\left[\frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e\cos u)^2}\right] N(e, g)\, de\, dg.$$

Cette formule n'est pas rigoureuse, mais appliquée à 38 couples d'orbites connues, de période supérieure à 100 ans, elle donne $\overline{\log_{10} P} = 2,32$ au lieu de 2,28, valeur vraie. Pour les étoiles de notre statistique, on trouve

$$\overline{\log_{10} P} = 2,86;$$

la période est de l'ordre de 700 ans.

Russell avait trouvé pour une période de 2000 ans une excentricité moyenne quadratique de 0,61. Compte tenu de la relation des périodes avec les excentricités, il semble que cette valeur soit trop faible, ce qui serait dû à l'insuffisance de l'hypothèse sur la répartition des anomalies moyennes.

MAGNÉTISME. — *États magnétiques divers de l'ion nickel dans les solutions de chlorure.* Note (1) de M. G. **Foëx** et Mlle B. **Kessler**, présentée par M. Pierre Weiss.

Il arrive souvent qu'un ion de la famille du fer prenne, dans des circonstances en apparence identiques, une série d'états magnétiques distincts, caractérisés chacun par une valeur de son moment atomique et de son point de Curie (2).

L'étude magnétique de quelques solutions de chlorure de nickel nous en a fourni une nouvelle preuve.

M. H. Ollivier a signalé (3) que la constante de Verdet de ces solutions présente une variation thermique inattendue. Nous avons cherché si l'ion nickel y existe dans son état habituel, c'est-à-dire avec un moment magnétique égal à 16 magnétons et un point de Curie voisin du zéro absolu.

Pour toutes les solutions étudiées la courbe représentant l'inverse du coefficient d'aimantation en fonction de la température est une droite.

---

(1) Séance du 15 juin 1931.

(2) G. Foëx, *Ann. de Phys.*, 9e série, 16, 1921, p. 174 Chapitres sur les solutions et sur les droites coudées. — G. Foëx, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 919, et *Trans. Am. Electrochem. Soc.*, 55, 1929, p. 97 (Congrès de Toronto). — Chatillon, *Ann. de Phys.*, 10e série, 9, 1928, p. 187.

(3) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 130.

A. *Solutions n'ayant pas été chauffées à 100°* :

N°	Sel anhydre dans 100g de solution.	Magnétons de Weiss.	θ.
1	29,2	16,97	−20°
2	15,1	16,96	−27
3	5,17	17,01	−17
4	6,46	17,02	−29

Les solutions 1 et 2 ont été préparées à partir du même sel. La troisième a une provenance différente. Pour la quatrième le solvant est de l'alcool méthylique.

Les mesures, faites soit immédiatement après la préparation des solutions, soit plusieurs mois plus tard, ont donné le même résultat. En particulier une nouvelle prise de la solution 1, étudiée plusieurs mois après la première, avec des appareils différents, a donné 17,02 magnétons et $\theta = -21°$. Ces solutions suivent la loi de Weiss et non celle de Curie ($\theta = 0$), elles possèdent toutes un « champ moléculaire » et ce dernier est à peu près indépendant de la concentration. La même propriété a déjà été rencontrée par Cabrera et Duperier [1] dans les solutions des sels manganeux et par Chatillon dans les sels cobalteux [2].

Le moment 17 n'est pas celui que possède habituellement l'ion Ni'' : dans les sels solides hydratés aussi bien que dans les solutions, son moment dominant est 16 magnétons. Cependant Théodorides [3] dans le chlorure anhydre et Jackson [4] dans le sulfate anhydre ont trouvé un nickel à 17 magnétons.

B. *Solutions chauffées et étudiées peu de temps après.* — Une première série de mesures effectuée sur ces solutions a nécessité leur chauffage à une température voisine de 100° dans un champ magnétique. Une deuxième série a donné, peu de temps après, les résultats suivants :

N°.	Sel anhydre dans 100g de solution.	Température atteinte au premier chauffage.	Magnétons de Weiss.	θ.
3 *bis*	5g,17	90°	17,01	−17°
5	24g,71	101°	16,87	−16°

(1) *J. de Phys.*, 6, 1925, p. 121.

(2) *Loc. cit.*

(3) *J. de Phys.*, 3, 1922, p. 1.

(4) *Phil. Trans. Roy. Soc.*, série A, 224, 1923, p. 1.

C. *Solutions chauffées et étudiées quatre mois après :*

N°.	Sel anhydre dans 100g de solution.	Température atteinte au premier chauffage.	Magnétons de Weiss.	θ.
1 *bis*	29g,2	100°	16,63	−15°
2 *bis*	15g,1	120°	16,02	− 3°

Ces résultats montrent qu'un chauffage modéré (90°) n'influe pas sur l'état magnétique de l'ion. Un chauffage à température plus élevée amorce une modification de l'état magnétique : le moment diminue et tend vers sa valeur habituelle, 16 magnétons. En même temps θ se rapproche du zéro absolu. La solution 2, après chauffage à 120°, suit la loi de Curie et possède 16 magnétons.

L'évolution progressive de 17 à 16 est analogue à celle qui a été trouvée par Chatillon dans le cas du sulfate de cobalt en solution aqueuse (passage de 26 à 25).

Les solutions 5 et 1 *bis*, dont le moment est nettement fractionnaire, contiennent un mélange des variétés à 16 et à 17 magnétons. Il est très remarquable qu'elles suivent quand même la loi de Weiss. Cela tient probablement à ce que l'équilibre entre les deux variétés ne se déplace pas de façon sensible au cours d'une série de mesures.

OPTIQUE. — *Excitation monochromatique des spectres Raman dans l'ultraviolet. Applications.* Note de M. **Horia Hulubei** et Mlle **Yvette Cauchois**, présentée par M. Jean Perrin.

L'excitation des spectres secondaires de diffusion dans l'ultraviolet moyen peut présenter certains avantages par rapport à l'excitation dans le visible ou l'ultraviolet très proche : les temps de pose sont considérablement diminués puisque l'intensité de la lumière diffusée est proportionnelle à la quatrième puissance de la fréquence de la raie excitatrice, et que les plaques photographiques sont très sensibles dans ce domaine. Pourtant l'étude des spectres Raman dans cette région offre quelques sérieuses difficultés. Le spectre du mercure y est très riche en raies; plusieurs sont fortes et donnent chacune leur spectre secondaire de diffusion, d'où un spectre total compliqué, où l'on démasque mal les raies de diffu-

sion dont l'origine reste parfois douteuse. Ces désavantages disparaissent dans le cas d'une excitation monochromatique.

Wood ([1]) a donné une excellente méthode d'étude monochromatique par la raie 3888,6 de l'hélium, isolée par un filtre en verre à l'oxyde de nickel. Nous avons pensé qu'il serait bon d'employer la lampe à mercure elle-même pour une excitation monochromatique dans l'ultraviolet. En effet, avec des moyens assez simples, on peut isoler la raie de résonance (2536,52). Cette raie, de beaucoup la plus forte des raies ultraviolettes du mercure, peut être isolée à l'aide d'un filtre convenable à chlore ([2]). Le chlore sous pression, constitue, comme Otto Oldenberg ([3]) l'a montré, un filtre pratique, dont l'absorption cesse un peu avant 2536. Comme la tension de vapeur du chlore à 20° est de 6,57 atmosphères, la fabrication d'un tel filtre est facile. Sous cette pression et 3^{cm} d'épaisseur la raie de résonance passe non affaiblie, 2654 passe encore faiblement, et tout l'ultraviolet est coupé jusqu'à 4048; 4358 passe un peu affaiblie; le vert et le jaune ne sont pas absorbés.

Le dispositif que nous avons établi ([4]) pour l'effet Raman se prête très facilement à l'emploi d'un filtre de chlore sous pression. Nous l'avons légèrement modifié en disposant lampe, réflecteurs et tube contenant la substance à étudier à l'intérieur d'une boîte métallique, où de l'eau circule. De cette manière on a une émission fine de la raie de résonance, les conditions optiques sont améliorées; en outre la circulation de l'eau permet de régler la température dans d'assez larges limites. Le tube placé dans l'axe du réflecteur conique, et dans lequel on introduit la substance, est en quartz, et à parois doubles. On remplit de chlore sous pression l'espace entre les deux parois, et la substance est ainsi entourée d'une chemise de chlore qui fait office de filtre. Comme l'ensemble baigne dans l'eau courante, il n'y a aucun danger d'échauffement et donc d'explosion du filtre (un excès de chlore liquide donnerait à 50° une tension de vapeur de 14^{atm}). Avec une épaisseur de filtre de $0^{cm},5$, tout l'ultraviolet jusqu'au voisinage de 2536 est déjà tellement affaibli que même les raies les plus fortes du mercure paraissent, dans le spectre de diffusion, beaucoup plus faibles que les raies Raman, donc n'excitent certainement pas de diffusion secondaire. Nous

---

([1]) Wood, *Phil. Mag.*, 7, 1929, p. 858.

([2]) Kayser, *Hdb. d. Spekt.*, III.

([3]) O. Oldenberg, *Zeits. f. Phys.*, 29, 1924, p. 328.

([4]) H. Hulubei et Y. Cauchois, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 935.

avons obtenu avec cet arrangement des spectres Raman remarquablement nets sur un fond très pur; nous en donnons deux exemples.

Eau. — Substance très étudiée. L'eau émet des bandes complexes; la position, la finesse et l'intensité des composantes varient avec les conditions d'excitation et de température, ainsi que par la présence de substances dissoutes. Gerlach (1), admettant deux fréquences caractéristiques, explique l'aspect de la bande bleue (4680 Å) d'ailleurs seule commode à étudier, dans le visible, par le recouvrement partiel des émissions dues aux deux raies excitatrices violettes 4047 et 4078. Les chercheurs indiens (2) lui assignent une structure triple. Il est donc de toute importance d'avoir une excitation monochromatique.

Nous l'avons fait dans l'ultraviolet à l'aide du dispositif décrit plus haut. Avec un quart d'heure de pose le spectre de diffusion est déjà bien net et très pur. La bande s'étale sur environ 38 Å; elle apparaît simple, à peu près symétrique, avec un maximum à 2780-2782 Å, et correspondant à une fréquence Raman, moyenne 3420 cm^{-1}. Avec la même eau à la même température (22°) nous avons photographié la bande bleue en employant un filtre au sulfocyanure de cobalt; la bande paraît sur un fond libre de toute émission étrangère; elle est double et son aspect est différent de celui de la bande ultraviolette due à l'excitation unique, ce qui paraît confirmer l'hypothèse de Gerlach. Des études comparatives au microphotomètre le préciseront.

Un faible fond continu très homogène commence à la bande excitée par 2536 et se continue vers les grandes ondes. De plus, on observe un système curieux de six bandes lointaines correspondant aux $\Delta\nu$: 7729; 8243; 8703; 9223; 10151; 11264 cm^{-1}, avec renforcements successifs du fond continu à partir de chacune d'elles. Les deux plus fortes bandes $\Delta\nu = 8243$ et $\Delta\nu = 10151$ correspondent très correctement aux bandes d'absorption infrarouges $1^{\mu},21$ et $0^{\mu},99$.

Alcool éthylique. — Une pose de 1 heure et demie nous a donné un spectre Raman très clair dont les raies correspondent aux $\Delta\nu$ suivants : 506; 880; 1038; 1436; 2741; 2876; 2929; 2980 cm^{-1}. On trouve en outre une bande à $\Delta\nu = 3420$ qui coïncide avec celle de l'eau. A partir de la raie très forte de l'alcool à 2740 Å, on a un spectre continu uniforme s'étendant

---

(1) Gerlach, *Phys. Zeits.*, 31, 1930, p. 695.

(2) I. R. Rao, *Proc. Roy. Soc.*, 130, 1931, p. 489.

vers les grandes ondes. De plus on trouve deux bandes curieuses très lointaines correspondant à $\Delta\nu = 9870$ et $10550\,cm^{-1}$. Nous ne savons encore s'il faut les attribuer à un spectre Raman de l'alcool ou à une fluorescence.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de l'hydrolyse des solutions de sulfate de zinc à l'aide de l'électrode à quinhydrone.* Note [1] de M. **P. Dupont**, présentée par M. G. Urbain.

L'électrode à hydrogène ne fournissant pas de valeurs stables dans les solutions de SO^4Zn [2] et les données de la littérature sur les potentiels de ces solutions en présence de quinhydrone étant contradictoires, nous avons cherché à déterminer l'allure de l'hydrolyse du sulfate de zinc en fonction de la concentration.

A. Les potentiels des solutions de sulfate de zinc saturées de quinhydrone, déterminés suivant les indications de Biilmann [3], sont stables avec le temps en solution concentrée (de 1 mol/litre à 0,1 mol/litre).

En appliquant les procédés de purification suivants, nous avons obtenu comme pH d'une solution à 1 mol/litre (à 17-18°) :

		pH à 17°-18°.
Solution de sulfate de zinc	pur commercial	2 à 3
Solution de sulfate de zinc	recristallisé 1 fois	4,3
»	recristallisé 2 fois	4,3
»	recristallisé 3 fois	4.4
»	précipité par l'alcool d'une solution saturée	4,5
»	calciné au rouge sombre à poids constant	5,7
»	agitée avec ZnO en poudre	5,6
»	additionnée de baryte jusqu'à pH constant	5,8

Ces résultats classent les solutions en deux groupes : l'un de pH 4,4 environ, l'autre de 5,7 environ. Les dernières solutions contiennent vraisemblablement des sulfates basiques. Un examen à l'ultramicroscope montre en effet que ces solutions ne sont pas optiquement vides.

B. Les déterminations suivantes ont été faites avec un SO^4Zn obtenu

---

(1) Séance du 1er juin 1931.

(2) H. G. Denham, *Z. f. anorg Chemie*, 57, 1908, p. 370.

(3) E. Biilmann, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 213.

par trois recristallisations troublées de la solution saturée à 70° dans l'eau de conductivité.

Le procédé de mesure habituel d'après Biilmann ne donne des valeurs suffisamment stables que pour les solutions concentrées. De plus les résultats varient d'une série à l'autre. Nous avons cherché les causes de ces écarts et les conditions qui permettraient de les éliminer.

1. La présence de CO^2 dans l'atmosphère qui surmonte une solution 0,01 M de SO^4Zn abaisse le pH de 0,35; le barbotage de CO^2 le diminue de 1,6, et par un courant d'air le pH reprend sa valeur initiale.

2. Le passage d'un courant d'*azote* à travers la solution conduit à des valeurs de potentiel stables. Dans les solutions concentrées le potentiel subissait une chute de 20 millivolts au cours des 30 premières minutes pour atteindre une valeur fixe. En solution diluée la chute était plus rapide et plus importante; là encore le potentiel aboutissait à une valeur stable.

3. Le barbotage d'*oxygène* ou d'*hydrogène* conduit aussi à des potentiels stables; la f. e. m. limite dans l'oxygène est plus élevée que dans l'azote (130 millivolts au lieu de 118 en solution 0,01 M). Avec l'hydrogène on arrive sensiblement au même palier qu'avec l'azote.

4. Nous avons donc opéré dans un courant d'azote débarrassé de CO^2 et d'oxygène, en faisant passer le gaz dans la solution pendant 30 minutes

SO^4Zn (mol-gr/litre).	Minutes.	Millivolts.	pH à 17°.
0,5	0	164,9	5,02
»	11	165	//
»	28	165,2	//
0,25	0	144,2	5,32
»	11	145,1	//
»	21	145,6	//
0,1	0	110,8	5,98
»	9	111,2	//
»	25	111,6	//
0,05	0	99,8	6,20
»	15	98,2	//
»	20	98,2	//
0,02	0	87	6,38
»	15	89	//
»	30	90	//
0,01	0	75,5	6,57
»	5	74	//
»	20	74	//

avant l'addition de la quinhydrone. De plus nous avons eu soin d'employer de la *quinhydrone* préparée par combinaison de la quinone et de l'hydroquinone ([1]). Ce n'est qu'à cette condition qu'on obtient des valeurs de potentiel stables dès le début. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau ci-contre.

La courbe pH-log. conc. construite au moyen des valeurs précédentes a la même allure que celle qui représente les résultats obtenus récemment par Kolthoff et Kameda ([2]) avec une électrode à hydrogène spécialement préparée pour les mesures dans les solutions non tamponnées.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur une nouvelle réaction du polonium.* Note de M. **M. Haïssinsky**, présentée par Jean Perrin.

On sait, depuis les recherches de Mme Curie et de Marckwald sur le polonium, que cet élément se rapproche par sa nature chimique tantôt du tellure, son homologue supérieur, tantôt du bismuth, son voisin de gauche dans le système périodique. L'examen des propriétés électrochimiques du Po nous a conduit à étudier une nouvelle réaction que celui-ci partage avec le Bi et qui n'est pas donnée par le Te, savoir avec le pyrogallol.

Nous avons utilisé le dispositif expérimental et la méthode de F. Joliot ([3]) : Nous avons électrolysé une solution nitrique, faiblement acide (0,1-0,5 N), de Po, le potentiel de la cathode ou de l'anode étant maintenu constant pendant un temps suffisamment long pour établir l'allure de l'accroissement de l'ionisation, due au dépôt du Po sur l'électrode, en fonction du temps. Après 30-40 minutes environ, nous avons introduit dans le récipient électrolytique quelques décigrammes de pyrogallol pur, bisublimé. Le dépôt de Po cesse alors presque complètement sur la cathode; l'effet est plus marqué si le potentiel de celle-ci est supérieur à $0^v,0$ par rapport à une électrode normale du calomel, potentiel qui est favorable à la décharge du cation non réduit de Po, mais qui n'est pas suffisamment négatif pour le dépôt du cation réduit, dont le potentiel critique est $+0^v,03$ ([4]). Quant

---

([1]) Valeur, *Ann. Chim. et Phys.*, 7e série, 21, 1900, p. 547. La quinhydrone préparée par l'alun ferrique contient des traces de fer.

([2]) I. M. Kolthoff et T. Kameda, *J. Amer. Chem. Soc.*, 53, 1931, p. 832. Ce Mémoire contient la bibliographie de la question et la discussion des résultats obtenus par d'autres auteurs.

([3]) *Journ. Chim. Phys.*, 27, 1930, p. 119.

([4]) Voir F. Joliot, *loc. cit.* — M. Haïssinsky, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1448.

au dépôt anodique, il se dissout assez rapidement par l'effet de l'introduction du réactif. Si l'on prolonge l'expérience on observe un léger dépôt sur les électrodes, lequel, cependant, s'arrête encore par une nouvelle addition de pyrogallol. On sait que celui-ci se détruit par électrolyse en milieu acide, en s'oxydant.

L'arrêt du dépôt est observé également dans un milieu acétique, à condition qu'on interrompe le courant après l'introduction du réactif pendant un temps suffisant pour permettre à la réaction entre le pyrogallol et le Po de se produire. Une interruption temporaire du courant est d'ailleurs également favorable à la réaction dans un milieu nitrique.

Ces faits s'interprètent aisément en admettant que le pyrogallol réduit d'abord le polonium à l'état de Po trivalent (1), lequel donne ensuite un pyrogallate insoluble. Le Po se comporterait dans ce cas comme le Bi^{III} et le Sb^{III}. Le pyrogallate de Bi, préparé pour la première fois par Causse (2), est si peu soluble dans un milieu faiblement acide que, d'après Feigl et Ordelt (3), cette réaction peut servir pour la détermination quantitative complexe. du Bi. Ces auteurs attribuent au précipité la formule d'un interne :

La réaction n'étant donc pas ionique, on comprend qu'elle ne se produise pas instantanément, surtout pour de très faibles concentrations, et que sa vitesse dépende de la nature du milieu. On pourrait supposer que le pyrogallol réduit le Po à l'état métallique comme il le fait pour l'Ag, l'Au et le Hg^{I}. Cette hypothèse doit cependant être écartée, non seulement en raison de l'analogie, beaucoup plus probable, du Po avec le Bi et le Sb, mais encore parce qu'alors le Po, une fois précipité, ne devrait plus se déposer, même si l'électrolyse est prolongée indéfiniment, tandis que, comme nous l'avons dit, on observe le contraire.

Le nitrate de tellure ne donne, d'après nos essais, aucun précipité avec le pyrogallol.

La formation d'un pyrogallate de Po insoluble et le rôle du temps dans

(1) Voir M. Guillot, *Journ. Chim. Phys.*, 28, 1931, p. 92.
(2) *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 9, 1893, p. 705.
(3) *Zeits. f. analyt. Chem.*, 65, 1925, p. 448.

cette réaction nous ont été confirmés par de nombreuses expériences de centrifugation. Nous avons additionné de pyrogallol 4^{cm^3} d'une solution faiblement acide de Po et mis la solution immédiatement, ou après un certain temps, à centrifuger pendant une heure dans un tube de verre tournant à 6000 t/m. Le liquide était alors transvasé dans un autre tube, et la quantité de Po fixée aux parois du premier était déterminée par dissolution répétée dans l'eau régale chaude et par la mesure de l'activité. Nous avons procédé éventuellement de la même manière pour le second tube et pour un troisième. Quelques résultats de ces expériences sont rapportés ci-après :

Milieu.	Quantité de Po initial (en 10^{-10} gr).	Temps de repos (en heures).	Po centrifugé (en %).
I. Acide nitrique N/10	4,6	-	-
Premier tube	-	0	10,5
Deuxième tube	-	24	81,4
Troisième tube	-	2	6,4
			98,3
II. Acide acétique N/10	4,15	-	-
Premier tube	-	24	35,0
Deuxième tube	-	4	9,7
Troisième tube	-	40	26,0
			70,7
III. Acide acétique N/10	1,25	70	72,6

Ces résultats montrent qu'il faut un certain temps pour la coagulation des grains du précipité formé, et que la réaction se produit d'une manière plus complète, ou plus rapide, dans l'acide nitrique. Remarquons que dans l'acide N/10 pur, la quantité de Po centrifugeable ne dépasse pas 6-7 pour 100 (1).

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation des cyanamides des métaux alcalino-terreux et terreux.* Note de Mlle **Germaine Bernheim**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Ces cyanamides se forment par l'action d'un courant de cyanogène sur l'oxyde correspondant, suivant la formule

$$C^2N^2 + MO \rightarrow CN - N = M + CO.$$

(1) Mlle Chamié et M. Guillot, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1187.

Le procédé a été mis au point, dans le cas de la cyanamide calcique, par Kadlec-Fleck (*Bull. Soc. chim. Fr.*, 15 août 1920) qui obtient les rendements suivants :

Température.	CN-N Ca pour 100.
575°	78,8
650	82,6
750	88,5
850	94,5
860	94,6
900	94,5

Nous avons utilisé la même réaction pour préparer les cyanamides des métaux voisins du calcium.

Un courant de cyanogène passe sur l'oxyde placé dans une nacelle de porcelaine chauffée au centre d'un four électrique. On utilise un grand excès de gaz afin d'arriver, à chaque température, au corps le plus riche possible en azote cyanamidique.

Voici les résultats obtenus avec les différents métaux :

Sel de baryum : CN-NBa (N pour 100 : 15,82).

Température de réaction.	N pour 100.	CN-N Ba pour 100.
500°	13,18	<83,3 (tr. de cyan.)
625-650°	12,12	76,6
850-900°	15,2	96

Sel de strontium : CN — NS² (N pour 100 : 21,87).

Température.	N pour 100.	CN NS² pour 100.
650°	1,3	5,9
800	1,35	6,1
850	14,27	65,2
880-900°	10,7	48,3
1000	1,35	6,1
1025	1,35	6,1

Sel de magnésium : CN — NMg (NMg (N pour 100 : 43,75).

Température.	N pour 100.	CN — NMg pour 100.
700°	27,3	62,4
800-850°	29,56	67,5
900	35,5	81,1
925	21,5	49,1
1000	12,2	27,9

Sel de zinc : CN — NZn (N pour 100 : 26,66).

Température.	N pour 100.	CN — NZn pour 100.
650°	11,6	43,5
800	21,3	79,8
1000	22,61	84,8
1025-1050°	24	90 (sublim. part.)

Sel de cadmium : CN — NCd (N pour 100 : 18,18).

Température.	N pour 100.	CN — NCd pour 100.
700°	17,08	93
850	(sublimation de l'oxyde)	

Sel de glucinium : CN — NGl (N pour 100 : 57).

Température.	N pour 100.	CN — Ngl pour 100.
450°-500°	12,7	22,3
550	21,4	37,5
650-700°	4,9	8,5
900	2,8	4,9

On obtient donc des cyanamides presque pures dans le cas du baryum, du zinc et du cadmium et il est possible que les rendements puissent même être un peu améliorés dans le cas des autres métaux en traitant de nouveau par le cyanogène les cyanamides broyées.

Presque toujours l'intervalle de température qui assure un rendement maximum est relativement resserré. Ceci est dû à la superposition de deux réactions agissant, l'une dans le sens de la formation des cyanamides, l'autre dans le sens de la destruction du cyanogène, empêchant ainsi la première de se poursuivre. Cette dernière évolution défavorable colore parfois les cyanamides en y laissant du paracyanogène ou du carbone, en particulier avec les sels de baryum et de magnésium; elle contribue donc de deux façons à la baisse de rendement.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur une nouvelle méthode de solubilisation du phosphate tricalcique.* Note de MM. **Pierre Jolibois** et **Georges Chaudron**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On sait que le phosphate tricalcique naturel ne se prête pas aux besoins agricoles sans avoir subi un certain nombre de transformations. Parmi celles-ci la plus connue consiste à traiter le phosphate par l'acide sulfurique.

Cette méthode présente toutefois quelques inconvénients : d'abord celui d'exiger la préparation d'une matière inutile et quelquefois même nuisible, l'acide sulfurique, ensuite celui d'augmenter la dilution du principe fertilisant dans le produit fabriqué et enfin celui de répandre sur le sol une matière dont l'acidité est souvent nuisible pour le transport et la culture.

Nous avons mis au point une méthode nouvelle qui, tout en n'exigeant que des réactions simples se produisant dès la température ordinaire, fournit de l'acide phosphorique soluble sous une forme qui ne se prête pas aux critiques signalées plus haut.

Le principe de cette méthode consiste à traiter en milieu aqueux à la température ordinaire, par du chlorure de plomb, le phosphate tricalcique naturel. Une petite quantité d'acide chlorhydrique est nécessaire pour donner au bain une légère acidité et pour neutraliser les carbonates naturels.

Dans ces conditions, le phosphate tricalcique se transforme en chlorophosphate de plomb insoluble de formule

$$PbCl^2, 3(P^2O^5 - 3PbO).$$

Les eaux mères contiennent la presque totalité du calcium à l'état de chlorure, et elles atteignent, une fois la réaction terminée, une concentration de 150^g $CaCl^2$ par litre.

Quand l'acidité reste faible, en présence d'un excès léger de chlorure de plomb, la quantité de phosphore contenue dans les eaux mères est minime. On y trouve, en outre, la quantité de chlorure de plomb correspondant à la faible solubilité de ce sel. Il est très facile de récupérer cette faible quantité de plomb au moyen d'un lait de chaux ajouté en proportions calculées, après quoi, on élimine définitivement les eaux mères chargées de chlorure de calcium.

Le chlorophosphate de plomb peut servir de véhicule à l'acide phosphorique grâce à l'insolubilité d'un certain nombre de sels de plomb.

Parmi quelques solutions possibles de la fabrication de phosphates alca-

lins solubles, en se servant de chlorophosphate comme matière intermédiaire, nous avons retenu le processus suivant qui présente un intérêt pratique :

Lorsque l'on traite le chlorophosphate par de l'acide nitrique de différentes dilutions, on obtient une solution de diverses substances en équilibre chimique. Les mesures que nous avons effectuées à la température ambiante nous ont donné, comme composition de la solution, les nombres suivants :

Concentration initiale de l'acide nitrique (en gr/lit)...	687	350	236
NO^3 (en gr/lit)...	145	172	188
P^2O^5 (en gr/lit)...	332	101	59
Pb (en gr/lit)...	13	42	73

Comme on peut le voir, la proportion de plomb va en diminuant dans la solution quand la concentration de l'acide nitrique initial augmente.

On a donc intérêt à traiter le chlorophosphate par de l'acide nitrique assez concentré qui laisse la presque totalité de plomb à l'état de nitrate de plomb insoluble dans ce milieu et qui donne une solution finale contenant jusqu'à 300^g de P^2O^5 par litre.

Le nitrate de plomb isolé est traité par du chlorure de potassium en quantité équivalente; on récupère ainsi la presque totalité du chlorure de plomb qui rentre dans le cycle et l'on obtient du nitrate de potassium. Le reste du plomb se trouve en solution nitrique.

En neutralisant par de l'ammoniaque cette solution, on obtient une petite quantité d'un précipité de phosphate de plomb qu'il est facile de faire revenir en fabrication.

La liqueur filtrée est constituée par une solution de phosphate d'ammonium et de nitrate d'ammonium.

On voit donc que ce procédé, que nous avons étudié dans tous ses détails, permet d'obtenir, sans grande dépense d'énergie et sans disparition de matières premières précieuses, les substances suivantes :

1° Du nitrate de potassium;

2° Un mélange de phosphate d'ammonium et de nitrate d'ammonium.

L'extraction de 1^{kg} d'anhydride P^2O^5 met en jeu les quantités de substances suivantes :

Phosphate tricalcique du Maroc...	3^{kg}
Acide chlorhydrique...	0,5
Eau...	50
Chlorure de plomb (rentrant entièrement dans le cycle)...	6
Acide nitrique (densité 1,32)...	6
Ammoniaque (compté en NH^3)...	0,33

Les produits définitifs sont constitués par les engrais composés suivants :

	kg
1° Nitrate de potassium	4
2° Mélange de phosphate d'ammonium	1,6
et de nitrate d'ammonium	0,1

Le cycle que nous venons de décrire est un de ceux qui nous paraissent avantageux et que nous avons déjà réalisé pratiquement avec une quantité importante de matière. Mais il convient surtout de retenir que le chlorophosphate de plomb est un composé facile à préparer à partir du phosphate tricalcique. Grâce à l'insolubilité de certains sels de plomb, il possède une aptitude réactionnelle fort intéressante pour la fabrication des phosphates solubles sans aucune perte de plomb.

CHIMIE MINÉRALE. — *Phosphates du manganèse trivalent et de l'aluminium.* Note de M. **Al. Yakimach**, présentée par M. G. Urbain.

Phosphate de manganèse trivalent et d'ammonium. — Les eaux mères rouges, provenant de la préparation du pyrophosphate ammoniaco-manganique de Barbier (1) $P^2O^7MnNH^4$, laissent déposer des cristaux roses sous forme de lamelles. Le produit, soumis à l'analyse, a donné des chiffres correspondant à la formule brute de $P^2O^8Mn^{\cdots}H^2NH^4$.

Analyses. — Mn : trouvé 20,57-20,59 (théorie 20,71); NH^4 : trouvé 6,70-6,74 (théorie 6,81); PO^4H : trouvé 72,46-72,42 (théorie 72,48).

Ce type de sel peut être réalisé avec l'aluminium.

Phosphate d'aluminium et d'ammonium. — On met dans une capsule de platine 20g de $(NO^3)^3Al$ et 10g de PO^4H^3 et l'on chauffe jusqu'à disparition des vapeurs nitreuses. On ajoute alors de l'acide phosphorique en évitant un grand excès, et l'on continue à chauffer en introduisant le $PO^4H(NH^4)^2$. Après 15 minutes de chauffage on observe une précipitation de cristaux en lamelles régulières qu'on lave abondamment à l'eau chaude et qu'on sèche à 110°. Ce produit est insoluble dans les acides. Il est soluble dans la soude et la potasse caustiques avec décomposition et donne alors les réactions normales de $PO^{4\cdots}$ et de $Al^{\cdots}$. Le produit analysé possède la formule brute : $P^2O^8AlH^2NH^4$.

Analyse. — Al : trouvé 11,40-11,39 (théorie 11,42); NH^4 : trouvé

(1) Barbier, *Comptes rendus*, 135, 1902, p. 1109.

7,59-7,56 (théorie 7,61); PO^4H : trouvé 81,19-81,08 (théorie 80,97); H^2O : trouvé 11,50-11,44 (théorie 11,39).

Le produit décrit par Cohen ([1]) sous une forme mal définie et auquel il attribue la formule PO^4Al, $PO^4H^2NH^4$ n'a rien de commun avec le corps préparé par nous. De même que Dede ([2]) et Travers ([3]) nous ne sommes pas arrivés à le produire selon ses indications.

Par remplacement de NH^4 de notre composé par d'autres métaux nous avons obtenu les phosphates suivants :

Phosphate d'aluminium et de potassium. — La formation, les propriétés et la forme cristalline de ce produit sont les mêmes que celles du précédent. Pour effectuer sa préparation on utilise le PO^4HK^2. Sa formule est : $P^2O^8AlH^2K$.

Analyse. — Al : trouvé 10,38-10,38 (théorie 10,49); K : trouvé 15,03-15,07 (théorie 15,14) : PO^4H : trouvé 74,96-74,80 (théorie 74,37); H^2O : trouvé 7,05-7,18 (théorie 6,97).

Nous n'avons pas pu obtenir le sel de sodium analogue. Par contre, nous sommes arrivés à préparer une combinaison de même type avec le calcium.

Phosphate d'aluminium et de calcium. — Les conditions d'obtention de ce composé sont identiques à celles que nous avons décrites pour les deux autres corps, en utilisant pour la préparation PO^4HCa. Les cristaux obtenus ont le même aspect que ceux du sel de K et de NH^4. La formule du produit est : $(P^2O^8AlH^2)^2Ca$.

Analyse. — Al : trouvé 11,01-11,21 (théorie 11,33); Ca : trouvé 8,31-8,35 (théorie 8,38); PO^4H : trouvé 80,97-80,37 (théorie 80,29); H^2O : trouvé 7,60-7,61 (théorie 7,53).

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Séparation et dosage de l'acide borique et de l'alumine. Application aux produits silico-alumineux (verres, émaux).* Note de MM. **Malaprade** et **Schnoutka**, présentée par M. Matignon.

Le dosage acidimétrique classique de l'acide borique, en présence d'acides forts, s'effectue en deux temps :

a. Neutralisation, avec l'héliantine comme indicateur, des acides forts présents, par une solution de base forte (baryte, soude, potasse), exempte de carbonates;

([1]) Cohen, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 29, 1907, p. 720.

([2]) L. Dede, *Ztschr. f. anorg. u. allg. Ch.*, 125, 1922, p. 35.

([3]) Travers et Mlle Perron, *Annales de Chimie*, 10, 1924, p. 335.

b. Neutralisation de l'acide borique par la même base, en présence d'une quantité suffisante de mannite on de glycérine, avec la phénolphtaléine comme indicateur, suivant la réaction globale :

$$BO^2H + NaOH \rightarrow BO^2Na + H^2O.$$

Ce dosage est impossible en présence de sels d'aluminium : le virage de l'hélianthine est peu net, et, entre ce virage et celui de la phénolphtaléine, la précipitation de l'alumine absorbe de la base, suivant la réaction :

$$Al^{+++} + 3OH^- \rightarrow Al(OH)^3.$$

Il est d'ailleurs remarquable que pour une quantité fixe d'alumine, l'erreur absolue commise est d'autant plus faible qu'il y a plus d'acide borique présent dans la solution.

Quoi qu'il en soit, il est nécessaire, pour obtenir un dosage correct de l'acide borique, de le séparer de l'alumine.

Il existe plusieurs méthodes à cet effet, mais toutes sont basées sur la volatilité d'éthers boriques, et sont très longues (¹).

Or, si l'on sature à froid d'acide sulfureux une solution sodique d'aluminate de soude, puis qu'on porte à l'ébullition la solution obtenue, il y a départ progressif d'acide sulfureux, et l'alumine précipite *quantitativement*, d'un milieu peu acide, sous forme d'un sulfite basique blanc, de composition mal définie (²); le précipité est dense, se filtre et se lave très rapidement. Nous avons constaté que, lorsque l'acide borique accompagne l'alumine, *il passe intégralement dans la solution filtrée* où il est alors facile de le doser : on acidifie légèrement cette liqueur par de l'acide chlorhydrique et on le fait bouillir jusqu'à élimination complète de l'acide sulfureux et de l'acide carbonique (ce qui demande environ 20 minutes), en ayant soin de ne pas trop concentrer la solution. Les pertes d'acide borique par entraînement sont négligeables. On dose ensuite l'acide borique acidimétriquement, suivant le mode opératoire indiqué au début de cette Note.

L'alumine, séparée sous forme de sulfite basique, ne peut être pesée directement, il faut redissoudre ce sel dans l'acide chlorhydrique et reprécipiter l'alumine par l'ammoniaque.

La séparation au sulfite de soude s'applique très bien au dosage de l'acide borique dans les émaux et les produits silico-alumineux.

(¹) Voir Funk et Winter, *Zt. f. anorg. Chem.*, 142, 1925, p. 257.

(²) A. Travers et Schnoutka, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 285.

On attaque l'émail par la potasse fondue, on reprend par un peu d'eau, on sépare par filtration les oxydes insolubles de fer, de manganèse, éventuellement de cobalt et le peu de silico-aluminate qui s'est formé. On sature la liqueur filtrée par l'acide sulfureux et l'on poursuit le dosage comme précédemment. La silice précipite avec l'alumine.

Une précipitation complète de la silice n'est d'ailleurs pas nécessaire, car sa présence n'a pas d'influence sur le titrage de l'acide mannoborique par la potasse.

Ce mode opératoire est applicable à des produits silico-alumineux renfermant des proportions *quelconques* d'alumine et de silice.

Un Mémoire détaillé, renfermant les résultats expérimentaux, paraîtra dans un autre Recueil.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *La rétrogradation des eaux de Javel.* Note de MM. **André Kling** et **René Schmutz**, présentée par M. Matignon.

Sous l'influence de la lumière solaire, directe ou diffuse, du temps et de l'élévation de température, les eaux de Javel sont sujettes à subir un phénomène de rétrogradation qui provoque un abaissement plus ou moins rapide de leur degré chlorométrique.

La rétrogradation s'opère suivant deux processus différents :

Le premier a pour résultat la décomposition de l'hypochlorite en chlorure et oxygène :

$$NaOCl = NaCl + O.$$

Cette réaction ne s'effectue, avec une vitesse notable, qu'en milieu concentré, c'est-à-dire avec des eaux dont le degré chlorométrique est supérieur à 20.

La seconde réaction résulte d'une transformation de l'hypochlorite en chlorate et chlorure :

$$3\,NaOCl = NaClO^3 + 2\,NaCl,$$

cette dernière est la seule qui, pratiquement, prend naissance dans les solutions d'hypochlorite dont le degré chlorométrique est inférieur à 12; c'est-à-dire dans les eaux de Javel pour lesquelles les règlements administratifs exigent, avec juste raison d'ailleurs, que la vente ne puisse s'effectuer qu'avec l'indication sur les étiquettes du degré chlorométrique.

Dans la pratique il arrive que, sous l'influence de la lumière, surtout

pendant la saison estivale, les eaux de Javel, entreposées dans des locaux très éclairés, perdent rapidement leur chlore actif. Il est donc nécessaire qu'un expert chargé de rechercher si une eau de Javel a été ou non fraudée, puisse reconnaître, parmi celles dont le degré chlorométrique a été trouvé inférieur à 12 degrés, lesquelles ont été réellement fraudées par addition d'eau, ou, au contraire, celles pour lesquelles la perte de chlore actif a été provoquée par un phénomène de rétrogradation consécutif à un emmagasinage prolongé.

A cet effet nous estimons qu'il doit être procédé sur l'eau de Javel, non seulement à la détermination du degré chlorométrique habituel, par la méthode à l'arsénite de soude avec retour à l'iode, mais encore à l'évaluation d'un degré chlorométrique calculé d'après la quantité de chlore mis en liberté sous l'influence de l'acide chlorhydrique, chlore dégagé à la fois par l'hypochlorite et le chlorate présents dans l'eau,

$$NaOCl + 2HCl = NaCl + H^2O + Cl^2,$$
$$NaClO^3 + 6HCl = NaCl + 3H^2O + 3Cl^2.$$

Ce degré, que nous appellerons degré chlorométrique en milieu chlorhydrique est, pour les eaux de Javel possédant un titre inférieur à 12 degrés, toujours voisin du degré chlorométrique initial.

A titre indicatif nous mentionnerons les deux essais suivants qui ont porté sur un intervalle de 7 mois (de novembre à juin). Les flacons contenant les échantillons étaient placés à l'abri de l'action directe de la lumière, dans une salle bien éclairée. Les titrages ont été effectués à partir d'une eau de Javel concentrée, fabriquée une quinzaine de jours avant le début de nos essais et ayant, par conséquent, déjà subi un commencement de rétrogradation.

	Eau de Javel concentrée.		Même échantillon dilué au quart.	
	Degré chlorométrique.	Degré chlorométrique en milieu chlorhydrique.	Degré chlorométrique.	Degré chlorométrique en milieu chlorhydrique.
Début des essais (novembre)...	46,6	53	11,6	13,2
Après 1 mois (décembre)......	36,6	49,8	11,0	13,2
Après 2 mois (janvier)........	30,0	49,0	10,9	13,2
Après 3 mois (février)........	25,8	47,6	10,8	13,2
Après 4 mois (mars)..........	22,4	45,5	10,5	13,2
Après 5 mois (avril)..........	17,3	43,5	9,7	13,1
Après 6 mois (mai)..........	13,6	40,9	8,9	13,0
Après 7 mois (juin)..........	10,9	38,5	8,5	12,7

Pour la détermination du degré chlorométrique en milieu chlorhydrique, le mode opératoire est le suivant :

On utilise un ballon de verre de 200^{cm^3}, à bouchon rodé, muni d'un entonnoir à robinet et d'un réfrigérant ascendant. Ce dernier est réuni à sa partie supérieure à un barboteur à trois boules contenant 10^{cm^3} d'une solution aqueuse de KI à 10 pour 100. Un flacon aspirateur, rempli d'eau, est attelé à l'extrémité de ce barboteur et permet, par absorption, de faire passer un courant d'air lent dans l'appareil. Dans le ballon on verse 10^{cm^3} d'eau de Javel, diluée au vingtième, ou au cinquième, suivant la concentration. Par l'entonnoir à robinet on fait couler 30^{cm^3} de HCl à 30 pour 100 et on fait bouillir un quart d'heure en maintenant le courant d'air. Le chlore résultant de la réaction déplace l'iode de l'iodure, ce dernier est dosé avec l'hyposulfite N/10.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Procédé de séparation des crésols et propriétés du méta-crésol pur.* Note de M. **Georges Darzens**, présentée par M. Béhal.

Les données que l'on trouve dans la littérature chimique sur le méta-crésol sont peu concordantes, ce qui fait supposer que ce phénol, malgré son importance, n'a jamais été obtenu à l'état de pureté. C'est ainsi que la plupart des traités donnent, d'après Städel, le point de fusion de $+3°$ à $+4°$, alors que dans un brevet on trouve indiqué $+11°$ ([1]). Ces remarques m'ont amené à reprendre la séparation des crésols et la préparation du méta-crésol pur, afin d'en déterminer les principales constantes.

J'ai, à cet effet, repris l'étude d'un procédé de séparation des crésols que j'avais établi pendant la guerre, et qui se trouve décrit dans un brevet en date du 11 juillet 1916 ([2]), mais dont la partie scientifique n'a jamais été publiée. Ce procédé repose sur la propriété singulière que possède d'une part le méta-crésol de donner une combinaison complexe avec l'acétate de soude anhydre, et d'autre part sur la propriété du para-crésol de donner de même des complexes avec l'acide oxalique anhydre.

H. Byk ([3]) avait déjà entrevu la combinaison complexe des crésols avec

---

([1]) Städel, *Berichte d. chem. Ges.*, 18, 1885, p. 3443; F. Hoffmann-La Roche, Brevet français 439643 du 13 avril 1912.

([2]) G. Darzens. Brevet français 493452 du 11 juillet 1916 et Brevet anglais 107961.

([3]) Dr Heinrich Byk, Brevet allemand 100418 du 11 janvier 1898.

l'acétate de soude, mais il n'avait pas établi lequel des crésols donne un composé stable. J'ai au contraire trouvé que seul le méta-crésol est susceptible de donner un complexe stable vis-à-vis des solvants organiques des crésols, et j'en ai établi la composition qui est représentée par la formule

$$5(CH^3-CO^2Na),\quad 2C^6H^4\begin{cases}OH\ (1)\\ CH^3\ (3)\end{cases}$$

De même Rutgers [1] avait signalé la combinaison de l'acide oxalique avec le para-crésol, mais il pensait qu'il s'agissait de la formation d'éthers avec élimination d'eau, aussi conseillait-il de faire cette réaction à 100°. J'ai au contraire trouvé qu'il s'agit de produits d'addition répondant aux formules

$$\begin{array}{l}CO-OH\\ |\ \ \diagup O-C^6H^4-CH^3\\ C\!\!-\!OH\\ \ \ \diagdown OH\end{array}\qquad \text{et}\qquad \begin{array}{l}\ \ \diagup OH\\ C\!\!-\!OH\\ |\ \ \diagdown O-C^6H^4-CH^3\\ |\ \ \diagup O-C^6H^4-CH^3\\ C\!\!-\!OH\\ \ \ \diagdown OH\end{array}$$

qui correspondent à la combinaison d'une molécule d'acide oxalique anhydre avec une ou deux molécules de phénol sans élimination d'eau. Ces composés se forment à basse température pour se dissocier plus ou moins à 100°, surtout en présence des solvants organiques des crésols.

La matière première est comme dans tous les procédés d'obtention des crésols, le mélange de méta et para-crésol obtenu par rectification fractionnée des crésols extraits des goudrons de houille. Ce mélange, dénommé 60-40, renferme, d'après Raschig, environ 60 pour 100 de méta-crésol et 40 pour 100 de para-crésol; il donne en effet, par nitration, selon l'épreuve classique de cet auteur, environ 105 pour 100 de trinitrométa-crésol, ce qui correspond bien à 60 pour 100 de méta-crésol si l'on admet, avec Raschig, que le méta-crésol donne, dans ces conditions, 174 pour 100 de dérivé trinitré.

Pour en extraire le méta-crésol, on dilue ce mélange dans un solvant organique anhydre (benzène, toluène, essence, solvants chlorés, etc.), puis on y ajoute la quantité voulue d'acétate de soude anhydre en poudre fine. Le complexe ne tarde pas à se former à froid sous l'action d'une bonne agitation, et il suffit de l'essorer, de le laver avec le solvant, puis de le décomposer par l'eau qui dissout l'acétate de soude, et libère le méta-crésol. La même opération faite avec l'acide oxalique anhydre donne le para-crésol. Ces deux extractions peuvent d'ailleurs se faire successivement, et dans un ordre quelconque.

---

(1) Firma Rud Rutgers, Brevet allemand 137584 du 23 novembre 1901 et Brevet français 317519 du 3 janvier 1902.

Bien exécuté, ce procédé donne de suite du méta-crésol avec un point de fusion de 6° à 8°, donnant à l'épreuve Raschig 172 à 174 pour 100 de trinitrométa-crésol. Ce méta-crésol est dans un état de pureté suffisant pour la plupart des usages, mais il n'est pas absolument pur, car par cristallisation fractionnée son point de fusion s'élève jusqu'à 11°,8. Cette dernière opération, assez facile en grand, n'est pas aisée au laboratoire où il est alors plus commode de benzoyler le produit par l'action du chlorure de benzoyle. Le dérivé benzoylé cristallise facilement dans l'alcool et présente de suite le point de fusion de 54° indiqué par MM. Béhal et Choay [1], mais par de nouvelles cristallisations ce point de fusion s'élève jusqu'à 56°. Ainsi purifié, il donne aisément, par saponification, le métal-crésol pur fondant à 11°,8.

Le succès de cette méthode de séparation des crésols repose sur ce fait qu'elle met en œuvre une affinité assez faible pour être comparable à la différence d'affinité des crésols à séparer alors que la plupart des réactifs chimiques à forte affinité réagissent également avec les divers crésols, et ne permettent pas une séparation.

De plus le procédé est économique, l'acétate de soude ou l'acide oxalique pouvant être régénérés.

L'acétate de potasse donne également un complexe avec le méta-crésol, mais il ne convient pas, la combinaison étant hygroscopique et difficile à laver. Les acétates des autres métaux ne donnent pas de combinaison.

Le méta-crésol pur présente les constantes physiques suivantes : $F = 11°,8$; $E_{17} = 98°$; $E_{752} = 200°,5$ (corrigé) ; $D_4^0 = 1,0501$; $D_4^{22} = 1,039$; $n_D^{22°} = 1,5352$. Réfraction moléculaire pour la raie D du sodium $= 32,62$.

Le dérivé benzoylé fond à 56° et le dérivé acétylé à + 12°.

Soumis à l'épreuve Raschig de nitration, le méta-crésol pur donne 184 pour 100 de dérivé trinitré et je me suis assuré, en soumettant à cette épreuve des mélanges de méta et de para-crésol, que ce taux de nitration se maintient toujours par rapport au méta-crésol contenu.

Il en résulte que le dosage du méta-crésol par l'épreuve Raschig, en admettant le taux de 174 pour 100 comme le propose cet auteur, donne une valeur beaucoup trop forte, et qu'un crésol à 174 pour 100 de nitration, au lieu d'être à 100 pour 100 comme on l'admet actuellement, n'est, en réalité, qu'à $174/18,4 = 94,5$ pour 100.

C'est ce méta-crésol qui est obtenu directement par le procédé à l'acétate.

---

[1] Béhal et Choay, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 11, 1894, p. 603.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le camphocarbonate d'argent. Organosols chimiques d'argent.* Note de M. **Picon**, présentée par M. Béhal.

Le camphocarbonate d'argent a déjà été préparé par Baubigny en 1870, mais cet auteur n'indiqua qu'une seule propriété de ce corps, sa faible solubilité dans l'eau. Ce sel s'obtient facilement par double décomposition entre des solutions aqueuses de camphocarbonate de sodium et d'azotate d'argent. Le précipité formé est blanc, nettement cristallisé en prismes très allongés; après dessiccation dans le vide en présence d'anhydride phosphorique il devient légèrement jaune et correspond exactement au sel neutre $C^{11}H^{15}O^{3}Ag$.

Ce composé est très peu soluble dans les dissolvants organiques usuels sauf pour la benzine, le chloroforme et le sulfure de carbone avec lesquels il donne des solutions concentrées mais instables. Le liquide benzénique, en particulier, fournit, en quelques heures, une cristallisation presque complète qui conduit à un nouveau sel représentant la forme stable insoluble dans la benzine et le sulfure de carbone.

Ce nouveau produit cristallise en prismes mal définis, à peine colorés en jaune. L'action du vide de la trompe à mercure en présence d'anhydride phosphorique et de charbon actif et refroidi par de l'air liquide ne peut éliminer totalement la benzine qu'il contient. Lorsqu'il est à poids constant, il renferme encore 5,5 pour 100 de dissolvant. Ce dérivé n'est soluble que dans le chloroforme ($54^g,35$ par litre).

La solution obtenue avec ce dernier dissolvant permet, après élimination du chloroforme par distillation, de reproduire une forme voisine du composé instable isolé lors de la préparation par double décomposition. Elle en diffère cependant par le fait qu'on ne peut chasser totalement le chloroforme même par l'action combinée du vide et du charbon actif. Le produit, amené à poids constant, renferme encore 4 pour 100 du dissolvant; mais il a nettement repris ses propriétés de solubilité temporaire, en particulier dans la benzine (125^g par litre).

L'étude de ce sel montre en outre qu'il se colore très facilement et d'une façon très intense lors des diverses manipulations qu'on peut lui faire subir à l'état de solution. Un examen ultramicroscopique permet de constater qu'il se forme alors un colloïde. La nature de celui-ci peut être déterminée en traitant les solutions colorées par l'ammoniaque ou les acides azotique et sulfurique dilués au dixième. Ces réactifs fournissent en effet un précipité

noir d'argent à l'état métallique qui correspond à la précipitation du colloïde alors que le camphocarbonate neutre donne une solution argentique.

Cette transformation du camphocarbonate d'argent s'effectue lentement, mais on peut l'accélérer au moyen d'un courant d'hydrogène. Toutefois la proportion d'argent à l'état de colloïde ne dépasse jamais 43 pour 100 de la quantité totale du métal.

Cependant, et conformément à une remarque qui a déjà été faite par Erlach et Pauli en 1924, à propos des hydrosols d'argent, l'emploi d'hydrogène impur, contenant en particulier du soufre, permet de transformer sensiblement la totalité du métal à l'état colloïdal. On peut encore utiliser de l'hydrogène pur mais employer comme sel celui qui provient de l'évaporation d'une solution sulfocarbonique. Environ 5 pour 100 de ce dernier dissolvant ne peut être éliminé, et cette impureté soufrée permet alors de transformer à l'état colloïdal plus de 90 pour 100 du métal.

Ces diverses expériences permettent d'émettre l'hypothèse que la substance colloïdale qui se forme n'est pas, en réalité, de l'argent à l'état métallique, mais une combinaison riche en métal contenant toujours une petite quantité d'oxygène ou de soufre.

La fixation d'oxygène paraît d'autant plus certaine que, pendant sa dessiccation dans le vide en présence d'anhydride phosphorique, le sel neutre se colore toujours faiblement et finit par prendre du poids. Il ne peut alors fixer que de l'oxygène.

Nous n'avons étudié que le produit exempt de soufre contenant donc comme impureté près de 60 pour 100 de sel neutre. C'est un solide brun rouge, le plus souvent en paillettes, fournissant avec tous les dissolvants organiques usuels des organosols en solutions sirupeuses extrêmement concentrées.

Nous n'avons pu réaliser aucune expérience de dialyse et d'ultrafiltration car les membranes en parchemin ou en collodion huileux ou dénitré acquièrent simultanément leur perméabilité pour la benzine et pour le colloïde.

Le charbon actif pulvérisé adsorbe complètement la partie colloïdale en même temps, du reste, qu'une portion du sel neutre.

Au point de vue chimique nous avons constaté l'action négative de certains réducteurs tels que le formol ou l'aldéhyde benzoïque, des rayons X durs et de la chaleur à l'ébullition, soit sur les solutions du sel neutre, soit sur celles du colloïde.

L'eau oxygénée ajoutée à une solution benzénique du colloïde ne se

décompose pas rapidement. Cependant le liquide se décolore presque totalement en quelques heures; il y a oxydation du colloïde et le sel neutre se forme à nouveau.

Nous n'avons pu déterminer si la formation d'un colloïde par action d'un courant d'hydrogène sur la solution d'un sel d'argent était un phénomène général, faute de produits solubles dans les liquides organiques.

Avec les solutions dans l'alcool méthylique, on constate cependant que le nitrate d'argent se réduit et donne directement le métal sans passer par l'état colloïdal; par contre le cacodylate d'argent se transforme assez rapidement en présence d'hydrogène et fournit une solution où le métal existe à l'état colloïdal dans une proportion dépassant 95 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la cyclohexanedione* 1, 2 *ou dihydropyrocatéchine*. Note de M. **E. Urion**, présentée par M. Matignon.

Cette α-dicétone a été isolée parmi les produits de décomposition du divinylglycol par le cuivre réduit. Le rendement atteint 20 pour 100 si l'on maintient la température au voisinage de 280°. C'est un solide blanc à saveur très sucrée et arrière-goût amer. Il est très soluble dans l'eau, l'alcool, l'éther et le chloroforme, très peu dans l'éther de pétrole. Dissous dans l'éther ordinaire et précipité par addition de deux volumes d'éther de pétrole, il fond à 104°, 5. Par cristallisation dans l'eau, il donne naissance à de gros cristaux transparents en forme de table, qui fondent à 78-79°: c'est un hydrate à $2H^2O$ qui, exposé à l'air, abandonne peu à peu son eau de cristallisation, les cristaux deviennent alors opaques et fondent de nouveau à 104°, 5. Enfin cette dicétone se sublime dans le vide, à 97° sous 10^{mm}.

La formule brute $C^6H^8O^2$ a été vérifiée par une cryoscopie acétique et une combustion.

La cyclohexanedione précipite à froid le nitrate d'argent ammoniacal et à chaud la liqueur de Fehling.

L'existence des deux fonctions cétones dans la molécule se met en évidence par quelques composés cristallisés : une dioxime, solide blanc qui après recristallisation dans l'eau fond à 148-149°; une diphénylhydrazone qui s'obtient à partir de la solution alcoolique, sous forme d'un feutrage de petites aiguilles jaunes (F = 143°); enfin une semicarbazone, remarquable par son insolubilité dans les solvants habituels, et fondant vers 280°.

La position en α des deux fonctions cétones résulte de la formation d'une

quinoxaline fondant à 73-73°,5 et obtenue en faisant bouillir une solution aqueuse de cyclohexanedione, de chlorhydrate d'orthophénylènediamine et de carbonate de soude.

Ce corps, qui présente les réactions des α-dicétones, se comporte également comme un énol et, en solution, on doit se trouver en présence de l'équilibre

CH² / CH²—CO / CH²—CO / CH² $\rightleftharpoons$ CH / CH²—C—OH / CH²—C—OH / CH

Orthocyclohexanedione. Dihydropyrocatéchine.

La solution aqueuse colore, en effet, en violet rouge le chlorure ferrique; son acidité est faible; elle est sans action sur le tournesol. On peut cependant en faire un dérivé sodé; la cyclohexanedione, dissoute dans l'éther anhydre, attaque le sodium en dégageant de l'hydrogène et l'énolate précipite; un dosage de sodium lui attribue la constitution $C^6H^6O^2Na^2$, $2C^6H^8O^2$.

D'autre part la solution chloroformique décolore instantanément le brome sans dégagement d'acide bromhydrique et absorbe une molécule de brome pour une molécule de dicétone. Par évaporation du solvant, on obtient un dibromure parfaitement stable, fondant à 153-154° et dont la composition, $C^6H^8O^2Br^2$, a été établie par dosage de brome et cryoscopie. Ce bromure est plus acide que la dicétone elle-même, il se dissout sans altération dans une solution de potasse, d'où il ne peut plus être extrait à l'éther qu'après acidulation. Traité par la poudre de zinc, en solution alcoolique, il redonne la dicétone initiale.

Enfin l'existence de groupements oxhydriles dans la molécule est nettement établie par l'action de l'isocyanate de phényle. Cependant, qu'on opère à froid avec un solvant ou à l'ébullition de l'isocyanate, on obtient toujours une monophényluréthane, fondant à 135°.

Cette dicétone, non signalée dans la littérature, semblait être inconnue jusqu'à ce jour. Les procédés, qui permettent de préparer ses isomères méta et para, échouent, en effet, lorsqu'on les applique au composé ortho. Elle s'est cependant révélée identique à un solide qu'ont isolé récemment MM. Dupont et Lussaud dans les produits de distillation du bois [1]. Cette

---

[1] *Annales de l'Office national des combustibles liquides*, 3, 1929, p. 467.

identité a été constatée par des points de fusion de mélanges sur le corps lui-même et l'osazone qui en dérive.

La formation de cette dicétone dans la décomposition du divinylglycol s'expliquerait de façon assez simple. J'ai montré ([1]) que ce glycol s'isomérisait en aldéhyde adipique. Celui-ci subirait ensuite une cyclisation par réaction des deux fonctions aldéhydes l'une sur l'autre

$$\begin{matrix} CH^2{-}CH^2{-}CHO \\ | \\ CH^2{-}CH^2{-}CHO \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} & CH^2 & \\ CH^2 & & CO \\ CH^2 & & CHOH \\ & CH^2 & \end{matrix}$$

suivie d'une déshydrogénation de la fonction alcool, provoquée par le cuivre.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les combinaisons bisulfitiques naphtaléniques. Action anormale du bisulfite de sodium sur certains dérivés de l'acide β-oxynaphtoïque.* Note de MM. **Robert Lantz** et **Georges Mingasson**, présentée par M. Matignon.

On connaît depuis les travaux de Schmidt ([2]) et de Böniger ([3]) la réaction remarquable du bisulfite de soude sur le nitroso-β-naphtol (I) qui fournit l'acide amino-1-naphtol-2-sulfonique-4 (II). Cette réaction donne un produit intermédiaire, le dérivé bisulfitique du nitroso-β-naphtol, connu dans l'industrie sous le nom de naphtine S.

NO, OH — I. NH², OH, SO³H — II. NO, OH, COOH — III.

Une recherche d'ordre industriel nous a amené à nous occuper de l'acide nitroso-1-naphtol-2-carboxylique-3 (III), obtenu d'après Kostanecki ([4]).

([1]) *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1512.
([2]) *J. f. prakt. Chem.*, 44, 1891, p. 521.
([3]) *D. ch. Ges.*, 27, 1894, p. 23.
([4]) *D. ch. Ges.*, 26, 1893, p. 2898.

En faisant réagir le bisulfite de soude, puis l'acide sur ce produit, nous n'avons pas obtenu l'acide amino-1-naphtol-2-carboxy-3-sulfonique-4 que nous attendions, mais l'acide amino-1-naphtol-2-sulfonique-4 (II). Cette facile élimination du groupe carboxyle nous a d'autant plus surpris que Kostanecki a montré qu'il « est si fortement attaché à ce produit, qu'il est difficile de le séparer sans produire une destruction plus profonde du dérivé du β-naphtol que l'on obtient » (*loc. cit.*).

Nous avons repris l'expérience en purifiant soigneusement notre produit de départ afin d'éliminer les produits non carboxylés qui auraient pu préexister. Les résultats précédents ont été confirmés.

Nous nous sommes alors demandé si l'élimination du groupe carboxyle se produisait au moment de la formation de la combinaison bisulfitique intermédiaire, ou seulement ensuite dans la transformation en acide sulfonique. Dans le premier cas l'action du bisulfite doit donner lieu à un dégagement d'acide carbonique et à la production d'une combinaison bisulfitique non carboxylée. C'est bien ce que nos expériences nous ont permis de constater.

On connaît la similitude qui existe entre les dérivés nitrosés et les dérivés azoïques et, en particulier l'analogie de leurs combinaisons bisulfitiques ([1]). Nous avons été ainsi conduits à rechercher si la réaction précédente se produisait également lorsqu'on faisait réagir le bisulfite de soude sur un azoïque de l'acide β-oxynaphtoïque, par exemple le produit de copulation avec l'aniline diazotée (IV); l'expérience nous a montré qu'il se produisait une combinaison bisulfitique bien cristallisée, qui, traitée par la soude diluée, donnait non pas l'azoïque primitif, mais son produit décarboxylé : l'orange insoluble (V). Le groupe COOH a donc été éliminé comme dans le cas précédent

$N = N - C^6H^5$
OH
COOH
IV.

$N = N - C^6H^5$
OH
V.

Ces expériences montrent que le β-naphtol, carboxylé en 3, dont la position I est substituée par un groupe nitroso ou azoïque, ne peut pas donner de combinaison bisulfitique sans qu'il y ait élimination du groupe 3 carboxylique.

([1]) Woroshtzow et Bogdanow, *D. ch. Ges.*, 62, 1929, p. 72.

Ce résultat est analogue à celui obtenu par Schmidt [1], qui a obtenu l'acide amino-1-naphtol-2-sulfonique-4 par l'action du bisulfite de sodium sur le nitroso-1-chloro-3-naphtol-2. Dans ce cas encore le substituant en position 3 a été éliminé. Au contraire nous avons constaté que le dérivé nitrosé de l'anilide de l'acide béta-oxynaphtoïque (nitroso-naphtol AS) donne un dérivé bisulfitique qui conserve son groupe en position 3 et que l'action des acides ou des alcalis scinde en des quantités équimoléculaires de dérivé nitrosé initial et d'acide sulfureux. Sa composition résulte de ce fait. Ce produit est d'ailleurs différent de celui obtenu par Battegay, Langjahr et Rettig [2], qui possède la même composition. Ce dernier ne semble pas avoir la constitution des dérivés bisulfitiques des nitrosonaphtols, car il ne redonne pas de dérivé nitrosé par l'action de la soude caustique.

L'élimination du groupe substituant en position 3 par le bisulfite se produit aussi sur des dérivés du béta-naphtol, dont la position 1 est libre. Bucherer [3] l'a constaté sur l'acide béta-oxynaphtoïque et Marschalk [4] sur le chloro-3-naphtol-2; dans ce dernier cas il se fixe un SO^3H en position 4.

Ces faits confirment l'analogie, déjà signalée par Woroshtzow [5], qui existe dans la réaction du bisulfite sur les dérivés du naphtol non substitués en position 1, ou substitués par un groupe nitroso ou arylazo. On peut admettre que ces différents corps réagissent sous la forme quinonique, généralement admise pour le nitroso-béta-naphtol (béta-naphtoquinone oxime) et proposée par Möhlau [6] pour l'acide béta-oxynaphtoïque, et par différents auteurs pour les azoïques du béta-naphtol et le béta-naphtol luimême [5]. On peut aussi conclure de ces expériences que la position 3 est généralement intéressée dans la formation des dérivés bisulfitiques, ce que les différentes formules qui ont été proposées pour ces corps ne montrent pas.

---

(1) *Loc. cit.*
(2) *Ch. et Ind.*, **1**, 1924, p. 453.
(3) *J. f. prakt. Ch.*, **71**, 1905, p. 445.
(4) *Bull. Soc. ch.*, **45**, 1929, p. 651.
(5) Woroshtzow, *Ann. de Chimie*, 9e série, 62, 1916, p. 72; *D. ch. Ges.*, 62, 1929, p. 60; *Zent. Bl.*, **11**, 1916, p. 256.
(6) *D. ch. Ges.*, **28**, 1895, p. 3100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude dans la série du sulfure de diphénylène.* Note de M. CH. COURTOT et CHAIX, présentée par M. Delépine.

L'ouverture du cycle médian de certaines molécules telles que fluorène, phénanthrène, sulfure de diphénylène, donne naissance à des dérivés diphényliques, d'où l'intérêt croissant des dérivés du diphényle, qui servent ainsi de points de repère, pour l'établissement de la constitution de ces molécules et de leurs dérivés (1).

En particulier Weissgerber et Kruber (2) ont obtenu le 2-hydroxydiphényle par fusion alcaline de la diphénylènesulfone, et cette méthode a permis à ces chimistes d'établir la constitution de la diphénylènesulfone, corps connu depuis longtemps par les belles recherches de Graebe, mais de constitution jusqu'alors incertaine.

Il est possible, en prenant de grandes précautions, d'obtenir dans cette fusion alcaline, le terme intermédiaire, l'acide diphényle-2-sulfonique. Et en généralisant, on obtient des acides diphényle-2-sulfoniques substitués à partir de diphénylènesulfones elles-mêmes substituées; puis, par ablation du groupe sulfonique par les méthodes classiques, on arrive à des dérivés substitués du diphényle.

Nous ferons connaître, dans la présente Note, les résultats obtenus d'une part avec la diphénylènesulfone et d'autre part avec la dibromodiphénylènesulfone de bromuration directe du sulfure de diphénylène, suivie d'oxydation (3).

I. *Fusion alcaline de la diphénylènesulfone.* — Dans un creuset de nickel, plongé dans un bain d'alliage chauffé électriquement, ce qui permet de régler facilement la température, détail important, nous plaçons 60g de soude caustique, 12g d'eau et nous portons la température à 180-200°; nous introduisons par portions 30g de diphénylènesulfone et nous élevons progressivement la température jusqu'à 250°. Après *une ou deux minutes*, nous coulons la masse fondue sur une plaque de porcelaine. Nous reprenons par le minimum d'eau chaude puis nous filtrons. Au refroidissement, il se dépose un corps blanc grisâtre qui est le diphényle-2-sulfonate de sodium. Nous le purifions par une nouvelle cristallisation dans l'eau chaude. Il se présente alors en petites paillettes parfaitement incolores, solubles dans l'eau froide, beaucoup

(1) Voir CH. COURTOT et CHANG CHAO LIN, *Bull. Soc. chim.*, 49, 1931 (*sous presse*).

(2) *Ber. d. chem. Ges.*, 53, 1920, p. 1566.

(3) Dans un autre Recueil, nous reviendrons sur les différentes méthodes d'oxydation du sulfure de diphénylène.

plus solubles à chaud, peu solubles dans une solution sodique, même diluée et dans une solution de ClNa. Nous avons caractérisé cet acide par son sulfochlorure et par sa sulfamide. Le sulfochlorure, préparé à la manière habituelle, cristallise dans l'éther de pétrole. Il fond à 103°.

La sulfamide se prépare en chauffant, en tube scellé, à 120°, le sulfochlorure avec un excès d'ammoniaque à 22 pour 100. Après essorage de la solution ammoniacale, et recristallisation de la sulfamide dans le toluène, nous obtenons un produit incolore, fusible à 120°,5.

II. *Fusion alcaline de la dibromodiphénylènesulfone.* — Le dispositif de chauffe est le même que dans l'opération précédente. A 10^g de soude caustique, auxquels nous ajoutons 2^g d'eau, nous incorporons, à la température de 180°, 4^g de dibromodiphénylènesulfone, puis nous portons pendant quelques minutes à 205-213°, en ayant soin de ne pas dépasser 215°. La masse jaunit et ne doit jamais dépasser une teinte jaune clair.

Nous reprenons par un peu d'eau en ayant soin de refroidir extérieurement par un mélange glace-sel. Le produit, transvasé dans un bécher, est acidifié par de l'acide chlorhydrique. Nous essorons; sur le filtre nous avons de la dibromodiphénylènesulfone non attaquée, du dibromodiphénylemonosulfonate de sodium et du chlorure de sodium.

On reprend ce précipité par de l'eau bouillante, on filtre et le filtrat est additionné d'une solution saturée de ClNa, le dibromodiphénylesulfonate de sodium, précipite en cristaux blancs, souillés d'un peu de chlorure de sodium; mais sa grande solubilité dans l'alcool nous permet de le séparer facilement de l'halogènare alcalin.

Le dibromodiphénylesulfonate de sodium cristallise avec de l'alcool, ce dernier s'élimine par chauffage à 110° et le produit donne alors des chiffres très corrects à l'analyse. Le sulfochlorure a été préparé régulièrement; il est très soluble dans le benzène, mais cristallise bien de la ligroïne 70-80°. Il fond à 93°,5-94°,5. La sulfamide se prépare comme la précédente, mais elle est trop soluble dans le toluène et le benzène pour y être avantageusement recristallisée. Au contraire dans un mélange de 4 parties de benzène pour une d'éther de pétrole, nous obtenons un produit incolore, fusible à 151-152°.

III. *Passage de l'acide dibromodiphénylesulfonique ou dibromodiphényle.* — Nous chauffons pendant 24 heures en tube scellé, à 200-210°, 3^g de dibromodiphénylesulfonate de sodium avec 10$^{cm^3}$ d'acide brombydrique concentré; il se sépare une masse huileuse noirâtre. La purification se fait par alcalinisation, puis extraction au benzène. Par concentration du benzène, il se dépose une huile qui se concrète lentement. Par recristallisation dans l'alcool, on obtient des cristaux bien formés, fusibles à 52°,5-53°.

En adoptant pour les dérivés précédemment décrits du sulfure de diphénylène la formule que nous en avons donnée avec M. Pomonis, nous aurions dû obtenir du 4-4' de bromodiphényle (f. 164°).

La formule proposée alors est donc à rejeter. Il convenait d'identifier le dibromodiphényle obtenu dans la présente opération et pour ce faire, nous l'avons soumise à une amination par NH^3 sous pression. Nous obtenons le

3-3'-diaminodiphényle de Witt, de formule certaine. Nous l'avons caractérisé par son dérivé acétylé et benzoylé. Les atomes de brome ne sont donc pas en para de la liaison diphénylique, mais soit en ortho, soit en para de l'atome de soufre. Notre expérimentation continue pour fixer d'une façon plus précise la formule de ce corps et nous reprendrons la démonstration de constitution des dérivés nitrés et sulfonés de ce groupe.

MINÉRALOGIE. — *Les gisements de serpentines et de chromites au Togo.* Note de M. N. Kouriatchy.

L'un des buts de notre mission au Togo, territoire sous mandat de la France, était d'étudier en détail l'ancienne pénéplaine gneissique qui s'étend au Nord du parallèle de Tsévié jusqu'à Sokodé; elle se prolonge à l'Est au Dahomey, et est limitée à l'Ouest par la chaîne de montagnes du Togo, formée de roches métamorphiques postérieures aux gneiss : schistes argileux ou micacés, micaschistes, quartzites à oligiste ou micacés, plissés dans une direction N 10° à 40°E. Le pendage est faible, et dirigé tantôt vers l'Est, tantôt vers l'Ouest. La surface de la pénéplaine gneissique est à peu près plane; elle s'élève peu à peu vers le Nord jusqu'à 450^m d'altitude aux environs de Sokodé. Dans sa partie ouest se dressent des massifs isolés.

La majeure partie de cette pénéplaine est constituée par des ortho- et paragneiss, alcalins, calco-alcalins, souvent à amphibole et, dans un cas particulier, à scapolite, plissés dans la même direction que les couches des monts du Togo. Ces gneiss renferment des intrusions de microdiorites, et sont associés à des calcaires cristallins à zoïzite, épidote et grenat. Çà et là on observe des venues granitiques et pegmatitiques.

Dans cette formation cristallophyllienne, en partant de la montagne Agou, nous avons observé, dans une direction NNE-SSW, des intrusions de péridotites, de gabbros et de norites. La transformation progressive de ces roches en schistes cristallins a fourni une riche série d'éclogites, d'orthoamphibolites et d'orthopyroxénites, feldspathiques ou non, grenatifères ou non, de grenatites, d'épidotites et de serpentine.

A 30^{km} au Sud-Ouest du premier gisement signalé au mont Djeti [1]

---

[1] Dr Koert, *Ueber ein Chromeisenstein-Vorkommen im Atakpamebezirk* (*Amtsbl. f. d. Schutzgebiet. Togo*, 1908, p. 244). — H. Arsandaux, *Sur la chromite de mont Djeti. Cercle d'Atakpamé* (*Togo*) (*Bull. Soc. franç. de Min.*, 48, 1925, p. 70).

et à 35-40^{km} à l'Ouest de la station du chemin de fer de Khra, et à l'Ouest de la rivière Kpéto (voir la carte de Sprigadé), un gisement de serpentine constitue la montagne Ahito (dont le sommet est à 350^{m} d'altitude au-dessus de la plaine); à la base, du côté ouest de la montagne, sur la rive gauche du premier ruisseau, on trouve une grande quantité de blocs de chromite, dont les dimensions moyennes varient de 10^{cm} à 20^{cm} de diamètre. Certains blocs du sommet de Ahito, atteignent 0$^{m^3}$,5.

D'autres gisements de serpentine se rencontrent à Moliendo, Adakpé, Aukpométo (Cercle de Palimé), et Goudéwé (Cercle d'Atakpamé), ils se présentent partout avec les mêmes caractères essentiels; celui de Goudéwé contient de la chromite. Ces serpentines percent un complexe gneissique renfermant des orthoamphibolites, des grenatites à épidotes, et des schistes à clinoclore.

L'orthoamphibolite, à clinozoïzite, de l'Ouest de la montagne Ahito, est une roche holomélanocrate, grenue formée de cristaux de hornblende et de clinozoïzite à structure granoblastique.

L'analyse chimique (93), faite par M. Raoult, nous conduit aux paramètres suivants : III.4(5).4'.(4)5.['2.'4.1(2).2']. En bordure des massifs de serpentine le gabbro se transforme fréquemment en éclogite (Moliendo). Cette roche subit à son tour un changement de structure et de composition. En général par augmentation de la quantité de grenats elle passe insensiblement à une grenatite (Ahito), où l'augite et l'amphibole disparaissent et sont remplacées par un mélange de chlorite (ripidolite) et d'épidote. L'épidote forme des cristaux de dimensions variées, distribués irrégulièrement entre les cristaux de grenat, ou présentent une association curieuse avec ce minéral.

Au milieu des chloritoschistes, dans le ravin à l'Ouest du mont Ahito, la serpentine se présente sous forme d'une couche très redressée, et plus à l'Ouest encore elle recouvre des surfaces importantes.

Ces serpentines sont massives ou schisteuses, de couleur vert bleuâtre à vert jaunâtre, altérées en surface; elles sont constituées par de l'antigorite, et renferment de l'amphibole secondaire. Des filonnets de xylotile la traversent, et l'on remarque dans la masse des cavités microscopiques à forme rhomboédrique, remplies par un minéral du groupe de l'antigorite (pseudomorphose de cristaux de giobertite), provenant eux-mêmes de la destruction de l'olivine.

Ces serpentines présentent tantôt la structure maillée avec des grains d'olivine résiduels, tantôt les structures fenestrée, enchevêtrée. J'ai pu

suivre au microscope la transformation progressive de ces structures originelles de serpentiue en une serpentine translucide plus pure constituée uniquement par de l'antigorite lamellaire. Cette transformation se produit sous l'influence d'actions mécaniques.

L'altération de la serpentine en surface se manifeste par la présence de talc, de cristaux d'actinote et de blocs de quartz jaunâtre renfermant des restes d'amphibole, de talc, et des produits ferrugineux.

La chromite, résultat de ségrégation du magma péridotitique, est grenue, de couleur brune ou noire moirée, à l'éclat métallique, et associée à une chlorite verte ou rose violette (kotchubéite) ([1]); elle forme des couches minces ou des filonnets dans la masse du minerai. L'examen microscopique des plaques minces permet de distinguer deux variétés de chromite : l'une à gros éléments, translucide au centre, brun rouge, noire opaque sur les bords, l'autre à petits éléments tous noir opaque. Il est possible que le changement de couleur soit dû à l'enrichissement en oxyde ferrique de la chromite originelle.

93. Orthoamphibolite à clinozoïzite, à l'Ouest du mont Ahito et à sa base.
75. Chromite (minerai tout venant); rive gauche du ruisseau près du mont Ahito.
77. Chromite du sommet du mont Ahito; après séparation de la gangue.
77. A. Chromite non séparée de sa gangue. Sommet du mont Ahito.
105. Chromite purifiée de Goudéwé (cercle d'Atakpamé).
29. Serpentine. Ayagbé (cercle d'Atakpamé).

	93.	75.	77.	77 A.	105.	29.
SiO^2	39,36	0,74	2,92	5,54	3,64	39,08
Al^2O^3	16,38	21,10	16,04	17,15	24,61	2,10
Fe^2O^3	3,86	3,77	4,52	7,28	4,92	6,21
Cr^2O^3	0,05	47,62	49,88	44,66	39,14	0,29
FeO	10,61	10,05	10,99	7,37	10,63	2,99
MnO	0,19	traces	0,04	0,05	traces	0,12
MgO	12,36	15,95	14,70	16,19	15,03	37,23
CaO	11,08	0,26	0,22	0,56	0,62	néant
Na^2O	1,71	traces	traces	traces	traces	0,06
K^2O	0,30	»	»	traces	traces	0,11
TiO^2	1,42	0,16	0,41	0,39	0,44	0,09
P^2O^5	0,08	néant	néant	néant	néant	néant
H^2O +	2,18	0,29	0,66	1,50	1,37	11,87
H^2O —	0,17	0,23	0,17	néant	néant	0,12
	100,03 ([2])	100,17	100,55	100,69	100,40	100,31 ([3])

([1]) J. Orcel, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 836.
([2]) Cl 0,06; SO^3 0,22.
([3]) NiO 0,04.

Le calcul moléculaire des résultats de l'analyse (n° 77), en faisant abstraction de la silice, de la chaux et de l'oxyde de manganèse, conduit à la formule suivante : $(Cr, Al, Fe)^2O^3$, $(Mg, Fe)O$.

Les résultats des analyses des roches et des minerais, faites par M. Raoult, sont présentés dans le tableau ci-dessus :

Nous avons découvert en outre, dans la formation des schistes et quartzites des monts du Togo, un gisement de serpentine près d'Ayagbe (cercle d'Atakpamé), dont on trouvera l'analyse sous le n° 105.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'équilibre hémo-rachidien des bicarbonates.* Note de M. **Paul Cristol**, présentée par M. A. Desgrez.

E. Derrien a montré en 1917 qu'une substance dialysable existant dans le sang a dans le liquide céphalo-rachidien une concentration (Cr) proportionnelle à sa concentration dans le sang (S), et inversement proportionnelle à la racine carrée de sa concentration isotonique (I). Cette loi peut être exprimée par l'équation $Cr = K\frac{S}{\sqrt{I}}$, dans laquelle $K = 3,6$. E. Derrien et ses élèves ont prouvé que cette loi régit la répartition hémo-rachidienne de nombreuses substances, électrolytes ou non-électrolytes. En ce qui concerne les bicarbonates (exprimés en centimètres cubes de CO^2 libérables par le vide et un acide fort suivant la technique du dosage de la réserve alcaline selon D. D. van Slyke), nous avons observé les faits suivants :

1° Le calcul de l'équilibre hémo-rachidien de CO^2 montre que si les bicarbonates obéissent à la loi de Derrien, le rapport $\frac{CO^2Cr}{CO^2S}$ doit être égal à l'unité. C'est d'ailleurs la valeur que l'on trouve chez les sujets à liquide céphalo-rachidien normal, c'est-à-dire ne contenant pas d'acétone et n'ayant pas de réaction leucocytaire appréciable à la cellule de Nageotte.

Diagnostics.	CO^2Cr.	CO^2S.	$\frac{CO^2Cr}{CO^2S}$.
Adénome prostatique	46,5	48,1	0,96
»	49,9	49,9	1,00
Fistule urétrale	44,1	44,1	1,00
Psychasthénie	49,8	50,3	0,98
Hoquet	42,4	41,4	1,02

2° Lorsqu'il existe de l'acide acétylacétique dans le sang dans le cas de

céto-acidose, le rapport $\frac{CO^2Cr}{CO^2S}$ est toujours inférieur à l'unité et s'abaisse d'autant plus qu'il y a davantage d'acide acétylacétique dans le sang et par suite d'acétone dans le liquide céphalo-rachidien. En effet, comme nous l'avons montré ([1]) l'acide acétylacétique qui se trouve dans le sang est décarboxylé par la technique de dosage de la réserve alcaline D. D. van Slyke. D'autre part l'acide acétylacétique ne passe pas (dans la plupart des cas tout au moins) dans le liquide céphalo-rachidien, où nous n'avons trouvé, comme la plupart des auteurs, que de l'acétone ([2]). Voici quelques exemples dans lesquels l'acétone n'a pu être appréciée que par l'intensité de la réaction de Frommer-Emilewicz, la quantité de liquide étant insuffisante pour le dosage :

	Liquide céphalo-rachidien.		Sang.	
Diagnostics.	CO^2.	Acétone.	CO^2.	$\frac{CO^2Cr}{CO^2S}$.
Coma diabétique..........	56,0	++++	86,2	0,64
Diabète grave.............	32,3	+	35,2	0,91
Tabes....................	61,1	+++	68,7	0,88
Épilepsie.................	51,6	++	58,4	0,88

3° Le rapport $\frac{CO^2Cr}{CO^2S}$ est d'autant plus abaissé qu'il y a glycolyse dans le liquide céphalo-rachidien, que cette glycolyse ait une origine microbienne ou une origine leucocytaire décelable dans ce cas pour la numération des leucocytes à la cellule de Nageotte. Il se fait ainsi, dans le liquide céphalo-rachidien, une véritable acidose locale, comme le montrent les quelques cas que nous rapportons ici parmi bien d'autres :

	Liquide céphalo-rachidien.		Sang.	
Diagnostics.	CO^2.	Éléments par mm³.	CO^2.	$\frac{CO^2Cr}{CO^2S}$.
Méningite puriforme aseptique....	33,1	100	38,8	0,85
Méningite à entérocoques.........	40,9	plus de 400	49,4	0,82
Méningite à méning. A...........	34,9	innombrables	54,0	0,64
Syphilis nerveuse................	51,6	3,6	54,6	0,94
Méningite tuberculeuse...........	39,1	100	51,6	0,75
Méningite à pneumocoques.......	25,5	innombrables	48,7	0,52

Ainsi donc, si, dans les cas normaux, le rapport $\frac{CO^2Cr}{CO^2S}$ oscille autour du

---

([1]) P. Cristol, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1451-1452.

([2]) W. Mestrezat, *Le liquide céphalo-rachidien normal et pathologique* (Maloine, Paris, 1912).

chiffre théorique, il existe au moins deux causes d'abaissement du rapport qui s'expliquent facilement, l'une par l'élévation artificielle de la réserve alcaline du sang produite par la décarboxylation des acétylacétates dans la méthode de D. D. van Slyke, l'autre par une acidose locale due à la décomposition des bicarbonates du liquide céphalo-rachidien par l'acide lactique engendré au cours de la glycolyse microbienne ou leucocytaire.

BIOLOGIE PHYSICOCHIMIQUE. — *Sur l'hypothèse du rayonnement mitogénétique agissant sur la multiplication des bactéries.* Note de Mlle **Choucroun**, présentée par M. Jean Perrin.

Pour expliquer certaines actions influençant à distance divers développements cellulaires, plusieurs savants ont supposé que certaines sortes de cellules en voie de division, ou même simplement certaines oxydations produites en dehors de tout milieu vivant, émettent une radiation mitogénétique capable d'agir sur le développement ou la mitose des cellules, radiation pouvant n'être qu'un ultraviolet *excessivement* peu intense.

Dans le cas particulier de l'action exercée à distance par une émulsion de *Bacterium tumefaciens* sur le développement de l'œuf d'oursin (1), j'ai pu montrer, après avoir contribué à établir la réalité des phénomènes (2), que les faits observés ne pouvaient pas s'expliquer par un rayonnement ni plus généralement par une action *au travers* des parois des récipients qui contenaient les œufs. Il m'a suffi en effet de boucher convenablement les récipients sans même être obligée de les sceller, pour que l'action cessât de se produire alors qu'elle continuait de s'exercer dans les récipients non bouchés exposés cependant, grâce à un montage rigoureusement symétrique, à la *même action* que les récipients bouchés.

Les faits observés semblaient ne plus pouvoir s'expliquer que par l'apport de quelque chose de matériel, qui, émané de la culture, arrivait probablement en suivant la paroi des récipients dans le milieu où se développent les œufs. Et, de fait, ayant exposé au *Bacterium tumefaciens* des capsules contenant seulement de l'eau de mer, j'avais pu constater que des œufs placés ensuite dans cette eau de mer, soustraite alors à l'influence de la

(1) J. Magrou et Mme Magrou, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 905, et 186, 1928, p. 802.

(2) J. Magrou, Mme Magrou et Mlle Choucroun, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 733.

culture, s'y développaient de façon anormale comme les œufs exposés directement au *B. tumefaciens*.

L'eau de mer exposée avait donc été modifiée par une action qui, ne s'étant pas produite dans l'eau de mer des flacons bouchés, ne pouvait s'être exercée par une action au travers des parois. On ne pouvait au reste penser à une vapeur diffusant par l'air *jusque* dans le milieu où se trouvent les œufs, car le développement était parfaitement normal dans les lots témoins placés dans le voisinage immédiat des lots exposés; mais l'action pouvait se propager en suivant la paroi de quartz des récipients, à la façon dont un film monomoléculaire court le long d'une surface.

J'ai récemment étudié un autre groupe de faits également attribués à un rayonnement mitogénétique. Il s'agit d'influences, découvertes par S. B. Sewertzova (¹), exercées à distance sur la vitesse de multiplication des bactéries et en particulier de l'action exercée par une culture fraîche de levures (*Nadsonia*) sur la vitesse de multiplication du *B. mesentericus*.

L'expérience était faite par l'auteur de la manière suivante :

Une boîte de verre ayant pour fond une lame de quartz est séparée par une cloison verticale de verre en deux compartiments. Dans l'un des compartiments le fond de quartz reste à découvert, dans l'autre il est recouvert d'une feuille de plomb. Des quantités égales d'une même suspension bactérienne sont placées dans chacun des deux compartiments. Le tout est alors posé sur une petite boîte de Petri contenant la culture fraîche de levure.

Au bout d'un temps d'exposition qui a varié de 2 heures à 3 heures 30 l'expérience est arrêtée; la numération des bactéries de chacun des compartiments, faite au moyen de méthodes bactériologiques, a montré que dans le compartiment à fond de quartz les bactéries se multiplient plus rapidement que dans le compartiment à fond de quartz doublé de plomb.

L'auteur attribue cette dissymétrie de développement au rayonnement mitogénétique qui agit dans le compartiment à fond de quartz en activant la division cellulaire et qui n'agit pas dans l'autre compartiment à cause de la présence de la feuille de plomb, qui serait imperméable à ce rayonnement. Les différences observées sont en moyenne de l'ordre de 30 pour 100 de la prolifération la plus faible.

La dissymétrie observée dans le développement des bactéries, qu'on explique dans l'hypothèse du rayonnement mitogénétique par l'opacité de

(¹) *Annales de l'Institut Pasteur*, 46, 1931, III. p. 337.

la feuille de plomb, m'a semblé pouvoir s'expliquer tout aussi bien, dans l'hypothèse d'un cheminement matériel, par la dissymétrie des surfaces, quartz d'un côté plomb de l'autre. Dans ce cas, on devait, en rétablissant la symétrie des surfaces, supprimer la dissymétrie des développements.

C'est bien ce que j'ai observé : j'ai remplacé la boîte à 2 compartiments par 2 capsules identiques en quartz placés sur le couvercle perforé d'une boîte de Petri au-dessus de la même culture. *J'ai alors retrouvé les faits décrits.* Mais enfermant la feuille de plomb entre 2 lames de quartz, alors, *je n'ai plus observé aucune dissymétrie de développement entre les compartiments à double lame de quartz et ceux à double lame de quartz enfermant une feuille de plomb*, soit que dans ces compartiments l'action à distance se soit manifestée, soit que le développement dans ces compartiments ait été le même que dans les récipients témoins.

Ma double lame de quartz a été réalisée de deux manières différentes; d'une part le récipient à fond de quartz doublé ou non de plomb était posé sur une lame de quartz recouvrant la culture: alors le développement symétrique dans les deux capsules était le même que dans les récipients témoins; d'autre part la seconde lame de quartz doublée ou non de plomb par sa face inférieure était posée avec joint de paraffine sur le fond de la capsule. Le développement était encore symétrique, mais cette fois l'action mitogénétique se retrouvait, probablement parce que la complication de la surface offerte au cheminement redevenait la même.

Ainsi l'action mitogénétique exercée ne peut pas être expliquée par un rayonnement qui aurait la propriété bien singulière de ne traverser une feuille de plomb que lorsqu'elle se trouve enfermée entre deux lames de quartz, et de ne plus traverser deux lames de quartz superposées si elles n'adhèrent pas parfaitement l'une à l'autre et aux parois du récipient.

Il semble au contraire que les influences observées puissent être dues à une action matérielle qui se propagerait seulement le long de certaines parois.

La richesse en bactéries des émulsions des divers récipients a été déterminée de façon simple, objective et rapide, par des mesures néphélométriques, grâce aux cellules photoélectriques sensibles et d'un emploi remarquablement commode mises au point récemment par Pierre Auger.

La souche de *Nadsonia* m'a été donnée par M. Guilliermond, celle du *Bacterium mesentericum* par MM. Legroux et Urbain.

Toutes les expériences ont comporté comme contrôles des lots rigoureusement symétriques des lots exposés, et, en plus, un certain nombre de lots permettant de déterminer la valeur moyenne de la richesse en bactéries de

l'émulsion avant l'expérience, ainsi que la valeur moyenne de la prolifération normale des bactéries pendant la durée de l'expérience, à la température (25°) de l'étuve.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Étude de certaines modifications humorales survenues au cours de l'anaplasmose marginale bovine expérimentale.* Note de M. **Édouard Ducloux** et M[lle] **Georgette Cordier**, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avions déjà signalé [1] les variations de la cholestérinémie, de la bilirubinémie, de la résistance globulaire, etc. survenues au cours de l'anaplasmose marginale bovine expérimentale.

Nos recherches, poursuivies dans le même ordre d'idées, portent aujourd'hui sur les changements du taux de la glycémie et de l'azotémie des animaux atteints de cette même anaplasmose.

Dans la détermination du sucre sanguin nous avons adopté le procédé de défécation du sang au réactif de Patein et effectué le dosage d'après la méthode classique à la liqueur de Fehling.

L'azotémie a été établie à l'aide de l'uréomètre d'Yvon et l'hypobromite de soude, la précipitation des protéines du sérum était faite par l'acide trichloracétique et l'urée dosée comparativement avec une solution titrée de ce même corps.

Le virus sang qui nous a servi dans nos transmissions expérimentales d'anaplasmose était prélevé tantôt durant l'incubation à des dates différentes de celle-ci, tantôt durant la crise parasitaire, tantôt en période de prémunition, quelquefois un an après l'accès aigu.

D'une manière générale, ce virus a toujours provoqué, chez nos bovins d'expérience, une anaplasmose marginale, à réaction parasitaire nette, décelable au microscope, mais tandis que l'affection évoluait chez les uns sans symptômes cliniques caractérisés, elle revêtait chez les autres une forme grave souvent inquiétante (anémie, sang hémolysé, ralentissement des sécrétions digestives, d'où inrumination, constipation, etc.). Il est intéressant de constater que les variations de l'azotémie ont coïncidé avec l'état de gravité et que l'hyperazotémie dont s'est accompagnée la crise aiguë a toujours été considérée comme un pronostic fâcheux. Le taux de la glycémie

(1) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 344.

a oscillé dans des limites plus étroites que celui de l'azotémie, tout en accusant cependant des modifications susceptibles d'être interprétées à l'égal d'un symptôme.

Vingt bovins ont fait l'objet de ces recherches; nous rapportons ici six de nos observations :

Première observation. — Génisse n° 89, n'a jamais présenté de signes cliniques caractérisés.

Dates.	État du sang.	Glycémie.	Azotémie.
6 déc. 1930.	Absence de parasites	567	263,125
9 janv. 1931.	2 à 3 parasites pour 1000 gl	567	210,5
12 »	100 à 110 »	702	231,55
13 »	140 à 150 »	801	263,125
14 »	200 »	711	263,125
15 »	150 à 160 »	747	263,125
16 »	80 à 90, début de réaction sanguine	666	263,125
19 »	Disparition presque totale des parasites, est rapidement entrée en convalescence	610	263,125

Nota. — La glycémie est exprimée en milligrammes de sucre par litre de sérum, et l'azotémie en milligrammes d'urée par litre de sérum.

Deuxième observation. — Génisse n° 85, n'a jamais cessé d'avoir des fonctions digestives normales, mais a présenté des signes d'anémie et de l'hyperthermie au moment où la crise parasitaire s'est manifestée.

Dates.	État du sang.	Glycémie.	Azotémie.
17 janv. 1931.	8 à 9 parasites pour 1000 gl	621	263,125
20 »	100 à 120 »	702	315,75
23 »	250 à 280 »	751	210,15
24 »	250 à 280, début de réaction sanguine	702	263,125
27 »	Réaction sanguine marquée	711	263,125
28 »	»	750	263,125
29 »	Amélioration du sang	598	315,75
30 »	Amélioration du sang, est rapidement entrée en convalescence	579	263,125

Troisième observation. — Génisse n° 93, a présenté un ralentissement des fonctions digestives, les 18 et 19 décembre, au moment de la crise parasitaire qui s'est accompagnée en outre d'hyperthermie et d'anémie.

Dates.	État du sang.	Glycémie.	Azotémie.
6 déc. 1930.	Absence de parasites	589	263,125
15 »	1 à 2 parasites pour 1000	-	263,125
17 »	50 à 60 »	681	368
18 »	100 à 110 »	-	421
19 »	150 à 180 »	859	947,25
20 »	200 à 250, début de réaction sanguine	864	263,125
23 »	Grosse réaction sanguine (les parasites sont peu nombreux)	612	263,125
24 »	Le sang s'améliore	750	263,125
31 »	Sang presque normal	748	210,5

Les trois observations suivantes se rapportent à trois sujets chez lesquels l'anaplasmose s'est stigmatisée par une crise parasitaire et thermique marquée avec symptômes cliniques graves : anémie prononcée, arrêt de la rumination, constipation opiniâtre, inappétence, sang décoloré, hémophilie, etc. Par ordre, ce sont les bovins n°s 92, 79 et 84 qui, après une convalescence assez longue, ont guéri.

Première observation.

Dates.	État du sang.	Glycémie.	Azotémie.
6 déc. 1930.	Absence de parasites	601	263,125
15 »	»	–	263,125
17 »	20 à 25 parasites pour 1000	666	421
18 »	50 à 60 »	–	631,5
19 »	150 à 200 »	823	368
20 »	300 à 400 »	1000	421
22 »	300 à 400, début de réaction	756	736
24 »	180 pour 1000, réaction	666	842
29 »	Diminution nette, le sang s'améliore	693	263,125
31 »	Amélioration	679	210,5

Deuxième observation.

Dates.	État du sang.	Glycémie.	Azotémie.
15 janv. 1931.	30 à 40 parasites pour 1000	693	263,125
17 »	80 à 100 »	684	231,55
20 »	150 à 180 »	621	294,70
23 »	300 à 320 »	656	947,25
24 »	350 à 400, réaction sanguine	684	1631,37
26 »	300, très grosse réaction sanguine	594	2315,5
28 »	Les parasites diminuent, grosse réaction	540	1631,37
29 »	Tendance à une légère amélioration	661	1578,75
30 »	L'amélioration se précise	621	1263

Troisième observation.

Dates.	État du sang.	Glycémie.	Azotémie.
22 janv. 1931.	Nombreux parasites	688	263,125
23 »	250 à 280 parasites pour 1000	711	1420,087
26 »	350 parasites pour 1000, début de réact. sang.	666	1736,625
28 »	180, très grosse réaction	656	1578,75
29 »	120 »	450	1789
31 »	Diminution des parasites et de la réaction	684	1052,25

D'une manière générale dans l'anaplasmose qui se traduit par une simple crise parasitaire, les variations de l'azotémie et de la glycémie sont peu marquées. Lorsque l'affection s'accompagne de symptômes alarmants, le taux de l'azotémie s'élève de façon appréciable; quant à la glycémie, elle s'élève légèrement au moment où débute le parasitisme du sang, pour descendre assez souvent au-dessous de la normale, en pleine période d'état.

BACTÉRIOLOGIE. — *Mécanisme de l'action antiseptique de l'acide lactique pour le* Bacterium coli. Note (¹) de M. **Denis Bach**, présentée par M. Béhal.

Il est aujourd'hui classique d'admettre que la toxicité des acides organiques pour les microorganismes n'est pas due seulement aux ions H qu'ils mettent en liberté par leur dissociation, mais aussi et surtout au reste de la molécule non ionisée. L'observation en a été faite pour de nombreux germes et pour un grand nombre d'acides. Cependant le fait ne peut être établi avec précision et notamment on ne peut aboutir à des données numériques qu'en utilisant la méthode générale que j'ai indiquée autrefois (²) et qui consiste essentiellement à faire varier dans le milieu et la concentration des ions H et celle de l'acide étudié. On démontre ainsi que, dans les milieux contenant des quantités très variables de l'acide, c'est la même dose d'acide non ionisé qui provoque l'arrêt de la culture.

Le *Bacterium coli*, souche de l'Institut Pasteur, a été cultivé sur le milieu suivant : *Peptone Chassaing* 10^g, *Glucose* 10^g, *Phosphate bipotassique* $2^g,32$, *Eau distillée* 1000^{cm^3}. Le PO^4K^2H est particulièrement destiné, à la concentration N/25, à stabiliser le milieu dans la zone pH 6 - pH 7 où l'effet

(¹) Séance du 26 mai 1931.

(²) D. Bach, *Comptes rendus*, 179, 1925, p. 179.

tampon de l'acide lactique ne s'exerce pas. Sur un tel milieu, le *B. coli* se développe jusqu'à pH 4,45, valeur qui concorde d'ailleurs avec celles données par divers auteurs.

Si l'acide lactique ne devait son pouvoir antibiotique qu'aux ions H qu'il met en liberté, on observerait la même limite de développement, quelle que soit la quantité d'acide lactique ajoutée au milieu. Il n'en est rien. Si le milieu précédent est additionné de quantités croissantes d'acide lactique de façon à obtenir finalement les concentrations suivantes : N/100, N/63, N/40 etc. (voir le tableau) et que chacun de ces milieux soit ajusté à divers pH, nous voyons les limites de développement de la bactérie sur ces divers milieux s'établir respectivement à pH 4,46, 4,56, 4,70, 4,80, etc. Enfin sur le milieu normal en acide lactique, la culture est impossible quel que soit le pH initial. Ces résultats démontrent bien qu'il y a, se superposant à celle des ions H, une autre action toxique qui ne peut être due qu'à la fraction de l'acide à l'état moléculaire.

Or nous pouvons en connaître la concentration dans chaque cas en calculant d'abord la valeur du reste de dissociation q, à l'aide de la formule de Michaelis : $q = \frac{10^{-\mathrm{pH}}}{\mathrm{K} + 10^{-\mathrm{pH}}}$, où K représente la valeur de la constante de dissociation de l'acide, ici $1{,}38 \times 10^{-4}$. Cette valeur de q, représentant en somme le pourcentage de l'acide total resté à l'état moléculaire, réglé par le pH du milieu, on peut, en fonction de la concentration millésimale de l'acide total, en déduire la concentration millésimale de même acide non ionisé, ou C_m.

		N/100.	N/63.	N/40.	N/25.	N/16.	N/10.	N/6,3.	N/4.	N/2,5.	N/1,6.
Concentrations	molaires.	N/100.	N/63.	N/40.	N/25.	N/16.	N/10.	N/6,3.	N/4.	N/2,5.	N/1,6.
	millésimales.	0,90.	1,43.	2,25.	3,6.	5,62.	9.	14,3.	22,5.	36.	56,20.
pH limite	culture —	4,41	4,53	4,67	4,75	4,87	5,10	5,26	5,66	5,83	6,17
	culture +	4,52	4,60	4,74	4,85	4,93	5,18	5,43	5,72	5,95	6,31
	moyenne.	4,46	4,56	4,70	4,80	4,90	5,14	5,35	5,69	5,89	6,24
Reste de dissociation q		19,94	16,54	12,65	10,32	8,00	5,00	3,18	1,46	0,94	0,44
C_m ‰		0,179	0,236	0,285	,371	0,469	0,450	0,450	0,327	0,337	0,233

La courbe représentative (pH en abscisses, C_m en ordonnées) présenterait une portion ascendante, de pH = 4,4 à pH = 4,9, une portion horizontale, de pH = 4,90 à pH = 5,35, et une portion descendante. Nous n'avons à retenir pour le phénomène qui nous occupe que la partie horizontale. En effet, si le *Bacterium coli* peut végéter, dans un milieu favorable, de pH = 4,4 à pH = 8, son optimum est en réalité localisé dans la zone pH = 5, pH = 7. Par suite, dans toute la première région : pH = 4 à

pH = 4,90, l'action inhibitrice des ions H s'ajoute à celle de la molécule lactique. Au delà de pH = 5,5 la chute de la courbe, dans la zone de l'optimum pH, révèle l'action d'un autre facteur de toxicité. Nous arrivons en effet à des milieux renfermant 36 et 56^g d'acide lactique par litre. Il n'est pas interdit de supposer que l'ion lactate, à de telles concentrations, exerce à son tour une action inhibitrice. Enfin l'existence d'nne constante de dissociation, pour des solutions aussi concentrées, n'est pas certaine, ce qui entoure rend incertains les résultats.

En tout cas, on peut, par cette méthode déterminer expérimentalement la valeur infertilisante de la molécule lactique et de celle des acides faibles en général. Mais si son application donne des résultats réguliers et cohérents chez les espèces largement indifférentes à la réaction du milieu (moisissures par exemple), il n'en est pas de même des organismes plus exigeants à cet égard. L'action des deux facteurs interfère largement et il peut arriver que ce n'est que dans une zone très étroite que l'action de la molécule non ionisée s'exerce seule. Il est même à prévoir qu'avec les espèces sténoionique, comme la plupart des bactéries pathogènes, il sera presque impossible d'évaluer séparément l'action de la molécule non ionisée.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Le virus de la fièvre boutonneuse est héréditaire chez la tique* Rhipicephalus sanguineus. Note [1] de MM. **Georges Blanc** et **J. Caminopetros**, présentée par M. Roux.

Les observations de Olmer et de Pieri, les expériences de Durand Conseil, Brumpt, Joyeux, Pieri et les nôtres ont montré que l'agent transmetteur de la fièvre exanthématique était la tique du chien *Rhipicephalus sanguineus*. Il reste à expliquer la conservation du virus dans la nature en dehors de l'homme et sa localisation assez particulière. En France, sur le littoral méditerranéen, les médecins ont montré qu'il peut y avoir, à côté d'une localité infectée, une autre qui ne l'est point. En Grèce, nous avons constaté des faits comparables et quelques-uns, assez remarquables. Nous trouvons par exemple, que les tiques [1] provenant de Volo sont toujours

---

(1) Séance du 15 juin 1931.

(2) Par tique nous désignons toujours *R. sanguineus*.

infectées, celles du Pirée le sont quelquefois, celles d'Athènes et de la Canée (Crète) ne le sont pas.

Enfin nous avons trouvé dans la petite île de Délos, à peu près inhabitée, sur l'un des trois à quatre chiens qui vivent dans l'île, des tiques infectées.

Si c'est un vertébré qui joue le rôle de réservoir de virus, il est certainement d'une espèce banale pour se rencontrer en des régions aussi dissemblables que Marseille, Volo et Délos, et il faut supposer que ce doit être probablement le chien ou peut-être le rat ou le lapin domestique. Mais il est étonnant alors que ces animaux, également communs à Athènes ou à la Canée, ne soient pas porteurs de virus dans ces localités. Ces faits épidémiologiques nous ont conduit à penser que les vertébrés domestiques ne devaient pas jouer un rôle prépondérant dans la conservation localisée du virus. Des expériences, déjà nombreuses, et qui feront l'objet d'un autre travail, nous ont, de plus, montré que ces animaux domestiques ne sont pas ou sont peu sensibles au virus de la fièvre boutonneuse et sont incapables de donner l'infection massive des tiques que l'on rencontre en certaines régions.

Nous avons supposé que, plus probablement, c'était la tique elle-même qui constituait le réservoir de virus le plus constant et le plus important et que, nécessairement, pour jouer ce rôle, elle devait transmettre l'infection de l'adulte au germe, infection héréditaire qui expliquerait parfaitement et la persistance du virus en un lieu et sa localisation irrégulière.

Les expériences que nous avons faites ont montré que cette hypothèse était exacte. Les voici :

Expérience I. — Nous rapportons de Volo, où l'infection paraît constante, un grand nombre de tiques mâles et femelles, capturées sur des chiens, dans plusieurs maisons de la ville. pour éprouver le pouvoir infectant de ces tiques, nous broyons la moitié du lot recueilli et inoculons, suivant la technique habituelle, plusieurs sujets. Tous réagissent et l'un d'entre eux fait une éruption tout à fait caractéristique et généralisée. La seconde partie du lot est conservée en tubes où les femelles ne tardent pas à pondre.

Une grande quantité de ces œufs, représentant le volume d'un pois chiche environ, est broyée en eau physiologique et le tout est inoculé, par voie sous-cutanée, à deux sujets. L'un et l'autre réagissent; l'un d'eux présente une éruption généralisée, bien marquée à la paume des mains et à la plante des pieds. Deux passages sont faits, avec le sang de ces malades, à deux autres aujets qui, eux aussi, réagissent.

Expérience II. — Comme il pourrait être objecté que les œufs n'étaient infectants que parce qu'ils étaient souillés par les excrétions des tiques avec lesquelles ils avaient été en contact, nous refaisons l'expérience, cette fois avec les larves issues des œufs et recueillies sur des bandes de papier, placées dans les tubes d'élevage et sur le

tampon de coton fermant ces tubes. Plusieurs centaines de ces larves sont broyées en eau physiologique et le produit est inoculé, par voie sous-cutanée, à deux sujets, le 23 mai. Sept jours plus tard, la fièvre commence, et le 1er juin pour l'un, le 2 juin pour l'autre, l'éruption caractéristique apparaît.

D'autres expériences en cours montreront si, comme cela se passe dans l'organisme des tiques qui transmettent la fièvre tachetée des montagnes rocheuses, il y a multiplication du virus, au fur et à mesure que l'acarien se nourrit et évolue de larve en nymphe et de nymphe en adulte.

Résumé et conclusion. — La tique méridionale du chien, *Rhipicephalus sanguineus*, infectée du virus de la fièvre boutonneuse (fièvre exématique de Marseille), transmet l'infection au germe. Les œufs, et les larves qui en éclosent, sont infectieux. Ce fait explique la persistance du virus en certaines régions et sa localisation.

A $16^h 5^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 JUIN 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Friedrich Becke**, Correspondant pour la Section de Minéralogie, survenu à Vienne le 26 juin.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Naohide Yatsu**, professeur de Zoologie à l'Université impériale de Tokyo, qui assiste à la séance.

MÉTÉORITES. — *Nouvelles observations sur les tectites de l'Indochine. Discussion de leur origine*. Note de M. **A. Lacroix**.

Mes précédentes Notes [1] sur les tectites de l'Indochine ayant intéressé à leur recherche plusieurs personnes de la Colonie, j'ai reçu de précieuses collections dont l'étude permet de faire avancer la question.

Je laisserai de côté la distribution géographique qui va en se précisant, grâce à la multiplication des gisements nouveaux, et je m'occuperai seulement de certains des matériaux de deux gisements particulièrement intéressants pour la discussion de l'origine des tectites. L'un est l'île Tan Haï, dans le Kouang-Tchéou-wan; j'ai été documenté par MM. Lochard et Fromaget; l'autre est le plateau du Lang Biang dont les gisements, trouvés par M. Krempf, ont été, en outre, explorés à ce point de vue par le Dr Yersin et par M. Poilane.

---

[1] A. Lacroix, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 117 et 234; 191, 1930, p. 893.

Le plateau du Lang Biang se trouve dans le sud de l'Annam ; il a la forme d'une ellipse mesurant 18^{km} N.-S $\times$ 10 à 12^{km} E.-W. Bosselé et gazonné, il est entouré par de magnifiques forêts de conifères; cinq pitons d'altitude de 2100 à 2400^{m} le dominent. Cette disposition montre que si, comme je le suppose, les tectites concentrées dans les alluvions, ne s'y trouvent pas dans leur gisement originel, elles n'ont subi qu'un transport relativement faible comparativement à celui des tectites des plaines basses du Cambodge s'étendant au pied du massif du Dangrek ; ainsi s'explique la conservation bien meilleure de leurs formes originelles dont il va être question plus loin. D'autre part, l'altitude (1300 à 1600^{m}) de ce plateau, coupé par le 12e degré de latitude N., explique pourquoi les corrosions secondaires des tectites y sont moins intenses que sous le climat plus chaud et plus humide du Cambodge. Les échantillons étudiés ont été recueillis entre Da-lat, précieuse station d'altitude se développant sur les bords du Da Kam-li, (1475^{m}), et Dang-ka (1450^{m}) située à 13^{km} plus au N.-W.

Je ne ferai pas de différence entre les tectites du Lang Biang et celles de l'île Tan Haï; les unes et les autres sont parfois assez grosses, elles atteignent 140 grammes.

L'examen de plusieurs milliers d'échantillons y a fait retrouver toutes les formes décrites dans ma première Note, consacrée aux gisements du Cambodge. Je ne m'occuperai ici que de formes nouvelles ou caractéristiques.

Les plus typiques sont les *larmes* allongées, très sveltes ou bien renflées en *poires* ventrues et pesant jusqu'à une centaine de grammes; dans les deux cas, elles possèdent une longue queue, parfois grêle et généralement brisée, elle est creusée de cannelures parallèles entre elles, trahissant la structure interne, elles s'irradient en pénétrant sur la gibbosité de la pièce. De telles particularités ne peuvent s'expliquer que par l'hypothèse d'une masse fluide, mais visqueuse, tombant de haut en bas, sans rotation intense. Pour certaines d'entre elles il faut penser à la forme de larmes bataviques

Ces tectites en forme de larmes ou de poires se distinguent des bombes volcaniques basaltiques projetées verticalement par les explosions stromboliennes, en ce que ces bombes, généralement de forme ovoïde, se terminent à leurs deux extrémités par des prolongements grêles, portant dans les contorsions de leur surface la marque d'un mouvement de rotation autour de l'axe de révolution. On connaît bien des bombes basaltiques unipolaires,

mais elles sont rares et ne ressemblent pas aux tectites. Pour trouver des analogies avec ces dernières, on doit chercher dans les gouttelettes de verre basaltique projetées par les explosions hawaïennes d'Hawaï et de la Réunion, mais ces gouttelettes n'ont d'ordinaire que quelques millimètres de plus grandes dimensions et souvent moins ; quant à la disposition bipolaire, je ne l'ai rencontrée dans aucune tectite. Ces larmes de tectites sont généralement aplaties, comme si elles étaient arrivées sur le sol à l'état encore pâteux pour s'y déformer et ceci est à rapprocher des pièces ayant la forme d'un disque épais, déformation d'une sphère visqueuse aplatie par le choc contre le sol. Quand l'aplatissement des larmes est très grand, leur queue, au lieu d'être rigoureusement parallèle à l'axe de la pièce, est parfois légèrement infléchie vers l'une des faces d'aplatissement ; il semble que son extrémité, de plus faible dimension et par suite plus rapidement refroidie, était complètement consolidée au moment de l'arrivée sur le sol et qu'elle a été déviée de sa position initiale par la contraction due à la solidification définitive du reste de la pièce.

Les larmes ainsi constituées ont une surface corrodée, comme toutes les tectites indochinoises, mais, d'ordinaire, l'une des faces d'aplatissement porte des corrosions moins profondes que l'autre et c'est le cas pour celles vers quoi s'infléchit la queue. Il serait intéressant de savoir quelle est la disposition de ces faces dans leur gisement. J'ai tendance à penser que la corrosion est maximum sur la surface inférieure, mais je n'ai pas d'observations directes permettant de démontrer cette hypothèse.

La considération de tout ce qui précède donne l'explication de l'origine des tectites en forme de coins, de larmes, de plaquettes étirées d'aiguilles parfois très aiguës, si fréquentes au Cambodge et dont la surface est couverte de cupules de corrosion qui ont fait disparaître les détails de leur forme initiale.

Très fréquemment, les larmes qui viennent d'être décrites, ne sont pas intactes, mais brisées, surtout au voisinage de la jonction de la queue et de la gibbosité et ceci, aussi bien que leur forme originelle, fait penser aux larmes bataviques. La cassure n'est pas plane, mais convexe; elle n'est pas comparable à celle des perlites volcaniques qui conduit à la production de globules plus ou moins réguliers: ici la cassure est constituée par l'intersection de calottes sphériques ou ellipsoïdales qui se rencontrent en déterminant des arêtes courbes; l'ensemble rappelle le cimier d'un casque et notamment cette variété de prehnite de l'Oisans que les anciens minéralogistes

appelaient la prehnite casquée. Moins fréquentes sont les intersections, non plus de deux, mais de trois ou quatre calottes, donnant ainsi des pointements plus complexes, à faces et arêtes courbes.

Des pièces globulaires ou ovoïdes, uniquement limitées par des cassures de ce genre, ne sont pas rares. Leur forme est certainement postérieure à la chute, car leur surface n'est pas vitreuse, comme celle déterminée par la rupture artificielle d'une tectite, elle est dépolie, seulement terne, alors que les surfaces primaires portent de profondes cupules de corrosion.

Il est difficile de définir avec précision toutes ces variétés morphologiques sans le secours de figures ; on les retrouvera représentées par des photographies dans les planches d'un Mémoire qui paraîtra dans les Archives du Muséum.

La cassure de ces larmes et poires met souvent en évidence dans celles-ci des bulles se distinguant bien des cupules de corrosion ; parfaitement sphériques dans la partie renflée des poires, elles sont allongées dans les parties étirées; elles peuvent atteindre plusieurs centimètres de diamètre. Il est à remarquer que dans les verres volcaniques renfermant plus de 70 pour 100 de silice et par suite se rapprochant des tectites, au point de vue chimique, les bulles gazeuzes, généralement petites, sont étirées à cause de la grande viscosité du magma. Cette différence semble indiquer que dans les tectites, le dégagement des gaz a dû se faire à haute température.

On rencontre enfin des fragments ayant l'aspect de débris de coquilles; ils proviennent du morcellement de boules creuses, beaucoup plus volumineuses que celles que j'ai observées à l'état intact; les unes étaient parfaitement sphériques, les autres ellipsoïdales. Elles étaient comparables à cette tectite que j'ai décrite antérieurement comme provenant sans doute de Malaisie et dans quoi une bulle gazeuse unique, excentrique, a 6^{cm} de diamètre, alors que la pièce en mesure 8. On sait que certains boutons d'australite, décrits par M. Dunn, possèdent la même particularité.

En résumé, l'ensemble des faits qui viennent d'être relatés ne semble pas pouvoir s'expliquer autrement que par l'hypothèse d'une chute verticale de matière fondue, possédant une haute température. Ce sont là des arguments positifs, plaidant en faveur de l'origine météoritique des tectites.

Une fois admise cette hypothèse, reste à discuter l'âge de cette chute. J'ai signalé déjà la découverte faite par M. Parmentier d'un fragment de tectite sous une idole khmer de la région d'Angkor; cet archéologue me

fait savoir que le monument d'où elle provient n'est certainement pas postérieur au VIIIe siècle de notre ère. D'autre part M. Krempf m'a envoyé une poignée de sable d'une couche des environs de Da-lat renfermant des tectites; elles y sont accompagnées de fragments de charbon de bois, restes de l'incendie de la forêt; on peut se demander si ce charbon n'est pas un indice de la présence de l'homme (1), bien qu'aucun reste d'industrie humaine n'ait été observé. Enfin M. Le Breton m'a communiqué des tectites du Nord Annam (Phuong-Ki, à environ 19km S.-S.-E. du gisement de Ben-Trai-Lat) (2), provenant de la partie supérieure d'une ancienne terrasse fluviale, contemporaine de celle où ce géologue a recueilli (3) des tessons de poterie du Néolithique supérieur. Cette observation resserre donc les limites du problème, en permettant de reculer l'âge minimum de ce gisement et par suite de la chute de toutes les tectites de l'Indochine, car il est peu vraisemblable qu'un phénomène de cet ordre se soit produit plusieurs fois dans la même région au cours de la même période géologique.

GÉOGRAPHIE. — *Les dernières feuilles de la Carte Générale Bathymétrique des Océans* (*Panneau du Pôle Nord*). Note de M. **Emm. de Margerie**.

On sait que notre illustre et si regretté Confrère, le Prince Albert de Monaco, avait pris l'initiative, il y a une trentaine d'années, de faire établir une Carte générale du globe terrestre résumant l'état des connaissances alors acquises sur la répartition des profondeurs marines. Les détails de ce projet, étudiés avec beaucoup de soin par M. J. Thoulet, furent bientôt approuvés par une Commission spéciale, dite de Nomenclature Sub-océanique, puis par le Congrès International de Géographie, siégeant à Washington. Et les 24 feuilles prévues pour l'ensemble de la Carte, exécutées, sous la direction de l'enseigne de vaisseau Ch. Sauerwein, par M. Tollemer, qu'assistaient de nombreux dessinateurs, parurent en 1903 et 1904.

Une œuvre de cette envergure ne pouvait évidemment être réalisée dans des conditions d'une pareille rapidité avec toutes les garanties d'exactitude

(1) J'ai indiqué pourquoi il n'est pas possible de considérer les tectites comme de fabrication humaine.

(2) A. Lacroix, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 893.

(3) Le Breton, *Comptes rendus*, 192, 1930, p. 806.

désirables; aussi, bien qu'en proclamant très haut ses mérites et en reconnaissant les services qu'elle semblait destinée à rendre aux géographes, la presse se montra-t-elle plutôt sévère à son endroit : on ne ménagea pas, en particulier, les critiques qui s'adressaient à la nomenclature des principaux accidents du sol sous-marin, qu'une traduction très défectueuse des termes proposés en allemand par le professeur Alex. Supan avait rendue presque inintelligible ([1]).

Avec la vigueur et l'esprit hautement libéral qui le caractérisaient, le Prince, faisant appel au concours de toutes les bonnes volontés, se mit aussitôt en devoir de reprendre ce grand travail et de procéder à l'établissement d'une nouvelle édition, confiée cette fois à M. Henri Bourée, lieutenant de vaisseau, pour le fond, et à M. J. Morelli pour le dessin, la projection, l'échelle et les coupures restant les mêmes que dans la première édition, mais les tracés étant entièrement repris, d'après un grand nombre de cartes originales, d'échelle et de provenances très diverses, et les sondes se trouvant naturellement mises à jour, en profitant des chiffres communiqués par toutes les marines du monde.

Commencée en 1912, cette deuxième Carte, après une longue interruption coïncidant avec la Guerre et les années qui l'ont suivie, vient d'être terminée ([2]), grâce à la publication de trois feuilles, en projection conique, qui s'appuient chacune au pôle Nord, comme origine. Ces trois feuilles (C I, C II, C IV), dont j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie un assemblage, complété par l'adjonction d'une quatrième feuille (C III), imprimée dès 1923, représentent toute la partie de l'hémisphère boréal située au Nord du 72e parallèle; elles diffèrent beaucoup par leur contenu, et même par leur simple apparence extérieure, de leurs homologues de la première édition. Ayant moi-même été appelé par le Prince à compléter la documentation que fournirait sa Carte, en y introduisant la figuration du relief des continents et des îles, représenté comme les fonds marins par des courbes de

---

([1]) EMM. DE MARGERIE, *Annales de Géogr.*, 14, 1905, p. 385-398.

([2]) En voici le titre complet : *Carte Générale Bathymétrique des Océans*, dressée par ordre du Prince ALBERT Ier DE MONACO, d'après le Mémoire de M. le professeur THOULET adopté par la Commission de Nomenclature Sub-océanique et par le Congrès International de Géographie de Washington (8 septembre 1904). Deuxième édition (1912-1930) sous la direction de M. HENRI BOURÉE. Lieutenant de vaisseau, de M. le professeur EMM. DE MARGERIE (Hypsométrie) et de M. le professeur G. SCHOTT (Bathymétrie), par M. J. MORELLI. Échelle à l'Équateur 1 : 10000000 (En vente au Musée Océanographique de Monaco).

niveau et des teintes graduées, je voudrais indiquer brièvement les traits essentiels qui se dégagent de l'examen de ce panneau, et en même temps mettre en évidence quelques-unes des améliorations qui font de la *Carte générale bathymétrique des Océans*, sous sa forme présente, l'image la plus complète et la plus fidèle que l'on possède actuellement de l'ensemble de la surface terrestre.

La nomenclature du sol émergé, presque totalement absente dans la première édition, est devenue fort riche dans la seconde : ainsi, sur la feuille C I (Nord du Groenland) on ne compte pas moins de 160 accidents géographiques (îles, caps, sommets, etc.), pourvus chacun d'une désignation particulière; la feuille C II (Archipel canadien) contient, de même, une centaine de noms et C IV (Spitsberg, Terre François-Joseph, etc.) en offre à peu près autant.

Le dessin des côtes a été rectifié, ou plutôt complètement remanié, afin de tenir compte des résultats des plus récentes explorations : sur C I, par exemple, au nord de 77°, la côte nord-orientale du Groenland apparaît, dans la Terre de la Reine Louise, du Duc d'Orléans, du Roi Frédéric VII, du Prince Christian, etc., sous un aspect entièrement nouveau. Il en va de même, plus au Nord, à partir du Fjord du Danemark et de l'Indépendance Sound, dans la Terre de Peary, qui devient une péninsule, au lieu d'être complètement détachée du massif principal, comme le figurait la première édition, et dans le front qui, jusqu'à l'entrée des détroits venant de la Baie de Baffin, fait face à la Mer Polaire : le périple des côtes groenlandaises — et ce n'est pas là l'un des moindres résultats obtenus dans ces dernières années par les explorateurs danois — se trouve ainsi désormais complète [1]. Sur C II, on a également fait état des découvertes de Stefansson, qui ont quelque peu étendu, au Nord-Ouest, le domaine des Terres dépendant du Canada (îles Brock, Borden, Lougheed, etc.).

Quant à la bathymétrie, qui, — il ne faut pas l'oublier, — constituait, à l'origine, l'objectif principal de la Carte, elle a bénéficié, dans le présent tirage, à la fois d'un certain nombre de sondages nouveaux et d'un mode de représentation plus synoptique. D'une manière générale, on peut dire que les vues exprimées par Nansen, il y a une trentaine d'années, à la suite du voyage du *Fram*, sur l'unité et la grande extension du bassin polaire [2], se sont trouvées pleinement confirmées.

On remarque tout d'abord que l'axe de symétrie de la cuvette terminale de l'Atlantique nord (Mer du Groenland ou *Skandik* de G. de Geer) coïncide avec le méri-

---

(1) On peut voir en ce moment même, à l'Exposition Coloniale de Vincennes, dans le pavillon du Danemark, une grande carte du Groenland, en partie manuscrite, où la part qui revient dans le levé des côtes à chacun de ces géographes est exprimée par des liserés de couleur différente.

(2) FTIDTJOF NANSEN, *The Norwegian North Polar Expedition* 1893-1896. *Scientifie Results*, 4 Christiania, 1904 (voir en particulier la planche I). Nansen, à la fin de sa vie, a lui-même repris l'exposé de ces idées dans l'Introduction au volume publié par *l'American Geographcatl Society* sous le titre de *Problems of Polar Research*. In 8°, New-York, 1928 (p. 3-14 et pl. I).

dien O° (Gr.) et sépare le Groenland, d'une part, du plateau continental couronné par le Spitsberg, qui représente le prolongement à peine submergé de l'Europe, de l'autre. Les deux bords opposés de ces saillies, placés de chaque côté à des distances à peu près égales (15° W. et 15° E.), divergent ensuite vers le Sud.

A partir de 80°-81° lat. N. à l'Est et de 83°-84° à l'Ouest, les limites respectives de ces deux blocs saillants tournent, *grosso modo*, à angle droit, de 10° à 120° long. E. d'une part, jusqu'en face du delta de la Léna, en laissant au Sud l'archipel François-Joseph et la Terre Nicolas II; de 150 à 125° long. W. de l'autre, de la Terre de Peary à la Terre de Banks et à la Mer de Beaufort, en bordure de l'Archipel canadien, dont les éléments constitutifs, séparés par de larges chenaux, font songer aux pièces disjointes d'un *puzzle*.

Dans le secteur sibérien, sur près de 85 degrés en longitude, de 120° E à 155° W., un nouvel alignement, entièrement immergé cette fois, jalonne le talus raccordant les grands fonds au socle qui sert de support au Continent asiatique.

Ainsi se trouve défini un immense bassin triangulaire, dans l'un des angles duquel est situé le pôle Nord, en prolongement du sillon de l'Atlantique, tandis qu'il s'ouvre largement à l'opposite, face à l'Alaska et au détroit de Behring, entre l'Archipel canadien et les îles de la Nouvelle-Sibérie. Par rapport à l'axe de symétrie dont il a été question plus haut, celui de cette cavité majeure s'incline sensiblement à gauche, et coïncide à peu près avec le méridien 150° W. Le plus remarquable des sondages en eau profonde utilisé pour le dessin des isobathes qui circonscrivent cette énorme dépression est dû à l'aviateur britannique Sir Hubert Wilkins, qui a noté 5440^{m} sous le 175e méridien W., vers 78° de latitude, au Nord de l'île Wrangel, à peu près à égale distance entre le détroit de Behring et le pôle.

Le coloriage de la plus grande partie du bassin arctique — on n'a, en effet, laissé en blanc qu'un triangle d'une faible étendue, dans le voisinage immédiat du pôle, — ne doit toutefois pas faire illusion sur le caractère précaire des données qui ont servi à construire ces courbes; les rédacteurs de la Carte l'ont d'ailleurs senti, car, sur la feuille C II, ils se sont abstenus, sauf en bordure des côtes, de limiter les teintes par des traits : c'est dire que, dans leur esprit, cette figuration est purement provisoire, et qu'il ne convient pas de lui attribuer une rigueur à laquelle, pour le moment, elle ne saurait prétendre [1]. Cette sage mesure n'a malheureusement pas été appliquée sur les feuilles C I et C IV, où des lignes de traits et de points noirs séparent, sans lacunes, les zones successives d'égale profondeur.

L'hypsométrie des parties continentales donnerait lieu à des réserves analogues, qui, sur ces trois feuilles, n'affecteraient d'ailleurs qu'une superficie très restreinte, à l'exception de C I, dont le champ comprend, au centre, tout le Nord du Groenland, et à l'Ouest, le complexe des Terres de Grant, de Grinnell et de Ellesmerre, avec les

(1) L'*American Geographical Society* a publié, en 1929, une Carte des régions arctiques sur laquelle une teinte bleue fait ressortir au premier coup d'œil la faible étendue des parties reconnues, soit par terre ou par eau, soit en avion ou en dirigeable. Si la simple planimétrie se montre encore à ce point déficiente, il va de soi que la bathymétrie doit l'être bien davantage.

grandes îles, de forme carrée, qui prolongent cet ensemble vers le Sud. Ici, nous avons utilisé les travaux si remarquables du Dr Lauge Koch, qui ont mis pour la première fois en évidence le rôle d'une puissante chaîne de montagnes, commençant dans la Terre de Peary et se poursuivant au moins jusqu'au Bassin de Hall, après avoir été tronçonnée en plusieurs fragments par les grands fjords Victoria, Sherard Orborne, Nordenskjöld, etc. Cette zone plissée — et c'est là encore une des découvertes capitales de L. Koch, — a une signification tectonique très nette : c'est le prolongement de la *Chaîne Calédonienne*, qui, par le Spitsberg, vient de l'Écosse et de la Norvège; le pont sous-marin, qui, de l'Ile des Danois, se dirige vers le cap Nord-Est, et où les fonds ne paraissant s'abaisser nulle part au-dessous de 1000^{m}, jalonnerait encore dans la bathymétrie actuelle cette ancienne jonction.

C'est également en prenant pour base les belles cartes du Dr Koch que nous avons figuré l'*Inlandsis* qui recouvre la plus grande partie du Groenland : des courbes de niveau en bleu, tracées à l'équidistance de 500^{m}, permettent d'ores et déjà de se faire une idée suffisamment claire des formes générales de cette énorme calotte : sur ses bords, en particulier à l'Ouest, où l'isohypse 1000 suit de très près le rivage, puis au Nord, où cette ligne est accidentée de nombreux festons, la surface de la glace s'élève rapidement; après quoi les mouvements sont plus larges et les pentes beaucoup moins accusées, pour aboutir, entre 40° et 46° long. W. et 73° et 76° lat. N. environ, à une bosse suprême, allongée en ovale, dont l'altitude est supérieure à 1000^{m} et dépasse même 3500^{m} sur quelques poiuts (1).

Quant aux glaciers proprement dits qui se détachent de l'*Inlandsis* pour aboutir, après un parcours plus au moins long, au fond des vallées ou à la côte, c'est surtout au Nord-Ouest et au Nord, face aux détroits et à la Mer Polaire, qu'ils présentent un beau développement; et c'est même là que se rencontrent les courants de glace les plus longs (glaciers de Petermann et de Ryder, l'un et l'autre dépassant 200^{km}) et le plus large (glacier de Humboldt, 100^{km} environ) que l'on connaisse, à l'heure actuelle, dans toute l'étendue du globe.

La deuxième édition de la *Carte générale bathymétrique des Océans*, je tiens à le dire en terminant cette brève notice, n'a pu être menée à bien que grâce à l'activité vigilante de notre confrère, M. J. Richard, chargé d'assurer l'achèvement des publications entreprises sur l'ordre du Prince Albert. Mais le propre des œuvres de ce genre est de vieillir vite et de se trouver bientôt dépassées. Aussi doit-on s'applaudir de l'entente survenue tout récemment entre le Directeur du Musée Océanographique et le Président du Bureau Hydrographique International, dont le siège est également à Monaco : aux termes de cet accord, le Bureau International se chargera désormais de tenir à jour la Carte bathymétrique des Océans ; on peut être

(1) C'est dans cette *Eismitte* que s'était installé, l'automne dernier, pour y passer l'hiver, le géophysicien Wegener, dont les journaux ont fait récemment connaître le sort tragique.

assuré que, sous d'aussi favorables auspices, et grâce à l'emploi de plus en plus général des méthodes de sondage par le son, la connaissance de la morphologie sous-marine, franchissant une nouvelle étape, réalisera de rapides progrès.

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie du volume sur *la Fonte* que viennent d'écrire MM. Collet et Dibos. Cet Ouvrage appartient à l'*Encyclopédie minière et métallurgique* que dirige M. Guillet; il est accompagné d'un aperçu sur la *Métallographie des fontes* par M. A. Portevin.

M. **Albert Heim** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *Géologie des Rheinfalls*.

NOMINATIONS.

M. **L. Blaringhem** est désigné pour faire une lecture dans la séance publique des cinq Académies le 24 octobre 1931.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Les Observatoires astronomiques et les astronomes, par P. Stroobant, J. Delvosal, E. Delporte, F. Moreau et H. L. Vanderlinden.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions de plusieurs variables linéairement dépendantes*. Note de M. **Paul Montel**.

1. On dit que m fonctions $f_1, f_2, \ldots, f_m$ sont linéairement dépendantes lorsqu'elles vérifient au moins une identité de la forme

$$\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \ldots + \lambda_m f_m = 0,$$

dans laquelle les λ_i désignent des constantes non toutes nulles.

Lorsque les f_i sont des fonctions d'une variable x, la condition nécessaire et suffisante pour qu'elles soient dépendantes s'exprime en égalant à zéro le déterminant de Wronski D, que nous écrirons avec la notation suivante :

$$D = \left| f \quad \frac{df}{dx} \quad \frac{d^2 f}{dx^2} \quad \cdots \quad \frac{d^{m-1} f}{dx^{m-1}} \right|_m .$$

On voit facilement que la condition demeure la même lorsque les fonctions f_i sont des solutions d'une équation aux dérivées partielles à deux variables, linéaire et du premier ordre, de la forme

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \alpha \frac{\partial f}{\partial x} + \beta f,$$

α et β désignant des fonctions de x, y. Le cas d'une seule variable correspond à l'hypothèse que α et β sont nuls.

2. Considérons m fonctions f_i des deux variables x, y, solutions d'une même équation (E) aux dérivées partielles, linéaire et du second ordre. On peut démontrer la proposition suivante :

Pour que m solutions f_i d'une équation (E) *du type elliptique soient linéairement dépendantes, il faut et il suffit que l'ordre du tableau*

$$T = \left\| f \quad \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \, \partial y} \quad \cdots \quad \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \quad \frac{\partial^n f}{\partial x^{n-1} \, \partial y} \right\|_m$$

soit inférieur à m lorsque $m = 2n$ ou $m = 2n + 1$.

Ce résultat peut s'exprimer autrement. Prenons par exemple $m = 5$; on voit que deux équations aux dérivées partielles, linéaire et du second ordre, dont l'une est du type elliptique, admettent au plus quatre solutions linéairement indépendantes lorsque leurs caractéristiques sont distinctes. Ce problème peut être traité directement, et c'est la solution que M. Goursat a bien voulu m'en donner qui m'a conduit au théorème général.

3. Voici quelques applications de ce théorème. Supposons que les fonctions f_i soient harmoniques ; on est est alors conduit à la proposition suivante :

Soient f_1, f_2, f_3, f_4, quatre fonctions harmoniques des variables u, v, ne vérifiant aucune identité, à coefficients constants, de la forme

$$\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 + \lambda_4 f_4 + \lambda = 0.$$

Remplaçons u et v par des fonctions de x, y : si les fonctions obtenues sont harmoniques en x, y, l'une des fonctions $u \pm iv$ est analytique, et réciproquement.

Si l'on prend $f_3 = u$, $f_4 = v$ on voit que : *pour que deux fonctions* u, v, *harmoniques en* x, y, *transforment en fonctions harmoniques en* x, y, *deux fonctions* f_1 *et* f_2, *harmoniques en* u, v *et ne vérifiant aucune identité à coefficients constants de la forme*

$$\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 = au + bv + c,$$

il faut et il suffit que l'une des fonctions $u \pm iv$ *soit analytique*.

4. Supposons que l'équation (E) soit du type hyperbolique. On obtient dans ce cas le résultat suivant :

Pour que m *solutions* f_i *d'une équation* (E) *du type hyperbolique soient linéairement dépendantes, il faut et il suffit que l'ordre du tableau*

$$T_1 = \left\| f \quad \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad \cdots \quad \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \quad \frac{\partial^n f}{\partial y^n} \right\|_m$$

soit inférieur à m *lorsque* $m = 2n$ *ou* $m = 2n + 1$ *sauf peut-être dans le cas où l'une des suites de Laplace relatives à l'équation* (E) *se termine au bout de* $n - 1$ *opérations au plus*.

Si l'équation (E) est du type parabolique, on obtient le même résultat, avec le tableau T écrit plus haut, sauf un cas d'exception possible, lorsque l'équation ne contient que des dérivées relatives à la même variable.

5. Darboux a introduit des déterminants doubles de Wronski, relatifs à des couples de systèmes de m fonctions f_i de la variable x et de m fonction g_i de la variable x'. On obtient pour ces déterminants des extensions semblables à celles qui ont été données pour les déterminants simples, en supposant que les fonctions f_i dépendent des variables x, y et vérifient une équation (E) et que les fonctions g_i dépendent des variables x', y' et vérifient une équation (E′) distincte ou non de la première.

On en déduit des conséquences analogues à celles du paragraphe 3 pour les fonctions associées de quatre variables, x, y, z, t, harmoniques en x, y et en z, t.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelles observations sur le système orthogonal de polynomes d'Hermite* (¹). Note (²) de M. **E. Kogbetliantz**, présentée par M. Émile Borel.

1. Le polynome d'Hermite $H_n(x)$, défini par

$$H_n(u) = e^{u^2}(e^{-u^2})^{(n)},$$

(¹) Voir la Note des *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 662.
(²) Séance du 22 juin 1931.

vérifie pour $|u|\sqrt{2}\geqq\sqrt{n}$ l'inégalité suivante :

$$(1)\qquad |H_n(u)|\leqq\sqrt{2^{3n}}\,|u|^n \qquad (|u|\sqrt{2}\geqq\sqrt{n}).$$

Cette inégalité se révèle comme très importante dans l'étude de convergence et de sommabilité du développement de $f(x)$ en série de polynomes d'Hermite

$$(2)\qquad f(x)\sim\sum_0^\infty c_n H_n(x), \qquad 2^n n!\,c_n\sqrt{\pi}=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2}f(u)\,H_n(u)\,du.$$

Grâce à (1), toutes les difficultés relatives aux régions à l'infini,

$$(-\infty, -2\sqrt{2n}) \quad \text{et} \quad (2\sqrt{2n}, \infty),$$

de l'intervalle $(-\infty, \infty)$, se trouvent écartées. Quant à l'intervalle $(-2\sqrt{2n}, 2\sqrt{2n})$, la formule approchée pour la moyenne d'ordre δ, $S_n^{(\delta)}$, de la série-noyau du développement (2) établie par nous [1] permet de démontrer le théorème suivant :

Théorème. — *Pour toute valeur finie x_0 de x, le développement* (2) *est sommable* (C, δ), $\delta>0$, *avec la somme* $\frac{1}{2}[f(x_0-0)+f(x_0+0)]$, *pourvu que $f(x)$, intégrable* (L) *dans tout intervalle fini, vérifie pour $|x|\to\infty$ la condition d'intégrabilité du produit*

$$|x|^{-(2\delta+1)}e^{-\frac{x^2}{2}}|f(x)|$$

dans les intervalles $(-\infty, -a)$ *et* (a, ∞), *a étant aussi grand qu'on veut mais fini. De même, l'intégrabilité du produit* $|x|^{-1}e^{-\frac{x^2}{2}}|f(x)|$ *assure la convergence de* (2), *les conditions usuelles* [$f(x)$ *à variation bornée autour de x_0 par exemple*] *relatives à l'allure de $f(x)$ autour de x_0 étant supposées remplies.*

La meilleure condition suffisante de convergence relative à l'allure de $f(x)$ à l'infini connue [2] était l'intégrabilité du produit $e^{-\frac{x^2}{2}}|f(x)|$. La loi de l'influence de l'allure de $f(x)$ à l'infini sur la série (2) peut être formulée ainsi : *Si* $f(x)=O\left(|x|^{2\alpha}e^{\frac{x^2}{2}}\right)$ *pour* $|x|\to\infty$, *sa série* (2) *peut ne pas être sommable* (C, δ) *pour* $\delta<\alpha$, *mais l'est partout pour* $\delta>\alpha$ $(\alpha\geqq 0)$. La non-sommabilité $(C, \delta<\alpha)$ est prouvée par l'exemple de la fonction

$$f_\alpha(x)=|x|^{2\alpha}e^{\frac{x^2}{2}}\sum_{m=1}^\infty\frac{1}{m^2}\sin\left[x\sqrt{2^{m+1}}-\alpha\pi\right],$$

(1) *Loc. cit.*

(2) Cramer, *Congrès de mathém. scandinaves à Stockholm*, 1925, p. 407.

la série (2) de $f_2(x)$ n'étant pas sommable au point $x=0$. Ainsi, même pour les fonctions $f(x)$ *continues dans tout intervalle fini*, leur développement (2) peut diverger (C, δ) aux points de continuité *quelque grand que soit* δ.

2. Le phénomène de Gibbs a lieu pour les sommes partielles ordinaires de (2) et il est identique au même phénomène dans le système trigonométrique. Pour $f(x)=\operatorname{sign} x$, par exemple, on trouve, en désignant par $S_n(x)$ les sommes partielles de sa série (2) :

$$\lim_{n=\infty} S_n\left(\frac{\pi}{\sqrt{2n}}\right)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin u}{u}\,du.$$

Mais, tandis que dans tous les systèmes orthogonaux étudiés jusqu'à présent les moyennes arithmétiques de sommes partielles n'accusent pas de phénomènes de Gibbs dès que leur ordre δ est suffisamment élevé, ce phénomène ne disparaît jamais pour les moyennes de la série (2) quelque grand que soit leur ordre δ. Pour $f(x)=\operatorname{sign} x$, par exemple, la longueur $l(\delta)$ du segment de Gibbs est donnée par

$$l(\delta)=\lim_{n=\infty} S_n^{(\delta)}\left[\frac{\pi(2+\delta)}{2\sqrt{2n}}\right]-1=\frac{2^{\delta-1}\Gamma(\delta+1)}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\sin u\,du}{\left[\pi\left(1+\frac{\delta}{2}\right)+u\right]^{\delta+1}}.$$

On voit que $l(\delta)>0$ quelque grand que soit δ, mais $l(\delta)$ tend rapidement vers zéro quand δ croît et pour $\delta=10$, par exemple, $l(10)=0,000016\ldots$

On constate que les inégalités $m\leqq f(x)\leqq M$ n'entraînent pas en général celles $m\leqq f_n^{(\delta)}(x)\leqq M$, où $f_n^{(\delta)}(x)$ désignent les moyennes d'ordre δ de la série (2), car ces dernières ne sont pas exactes, si $f(x)$ possède des points de discontinuité de première espèce, et cela quelque grand que soit δ. Cette particularité de polynomes d'Hermite est due au fait que les moyennes de la série-noyau de (2) changent leur signe un nombre infini de fois quand $n\to\infty$, quelque grand que soit leur ordre δ. En effet, leur partie principale pour $n\to\infty$ est exprimée dans l'intervalle $|x-u|\sqrt{2}\leqq\sqrt{n}$ par

$$S_n^{(\delta)}(x,u)\sim\frac{\Gamma(\delta+1)}{\pi}e^{\frac{x^2+u^2}{2}}\left(\frac{n}{2}\right)^{-\frac{\delta}{2}}\frac{\sin\left(|x-u|\sqrt{2n}-\frac{\delta\pi}{2}\right)}{|x-u|^{\delta+1}}.$$

L'inégalité

$$S_n^{(\delta)}(x,u)=O\left\{e^{\frac{u^2}{2}}|x-u|^{-(\delta+1)}\right\},$$

qu'on en déduit pour $|x-u|\sqrt{2}\leqq\sqrt{n}$, joue un rôle important dans la démonstration du théorème énoncé dans le paragraphe 1.

MÉCANIQUE. — *Les systèmes complètement stables au voisinage d'un point d'équilibre*. Note de M. **Lucien Féraud**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit

$$\text{(S)} \qquad \frac{dx_i}{dt} = X_i(x_1, \ldots, x_{2s}) \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2s)$$

admettant l'origine pour point d'équilibre : $(X_i)^0 = 0$. Dans le voisinage de ce point, où les X_i sont des fonctions réelles et analytiques, l'étude des trajectoires de (S) peut être divisée en deux parties. La première, relative aux transformations à faire subir au système et aux différentes manières de l'écrire qui en résultent, peut être considérée comme entièrement résolue en supposant (S) complètement stable et ramené à sa forme normale [1]

$$\text{(N)} \qquad \frac{d\xi_j}{dt} = -\xi_j M_j, \qquad \frac{d\eta_j}{dt} = \eta_j M_j \qquad (j = 1, 2, \ldots, s),$$

où les M_j sont des séries purement imaginaires à coefficients constants par rapport aux produits $\pi_j = \xi_j \eta_j$.

Il reste alors la deuxième partie, l'étude des conditions de convergence pour les développements obtenus. La solution totale des questions ainsi posées donnerait celle du problème final de la stabilité et l'on ne peut guère espérer l'obtenir. Toutefois il est fort intéressant d'approcher ce problème de différents côtés, et c'est ce qui a été fait dans de nombreux travaux [2]. C'est à ce genre d'études qu'appartiennent les résultats que je vais maintenant résumer.

---

(1) Cf. G. D. Birkhoff, *American Journal of Mathematics*, **49**, 1, 1927, p. 1, et *Dynamical Systems, American Mathematical Society Colloquium Publications*, **9**, New-York, 1927.

Notons pour mémoire que les systèmes ordinairement employés en dynamique : Hamiltoniens, Pfaffiens, sont complètement stables dès que la première condition, celle de la stabilité linéaire, est remplie.

(2) Parmi lesquels nous citerons les quatre Mémoires de Poincaré, du *Journal de Liouville* : 3e série, **7**, 1881, p. 375 ; 3e série, **8**, 1882, p. 251 ; 4e série, **1**, 1885, p. 167 ; 4e série, **2**, 1886, p. 151 ; Bendixon, *Acta mathematica*, **24**, 1901, p. 1 ; T. Levi-Civita, *Annali di Matematica*, série III, **5-6**, 1901, p. 221 à 305 ; A. R. Cigala, *Annali di Matematica*, série IIIe, **11**, 1905, p. 67 ; Dulac, *Bulletin de la Société mathématique*, **40**, 1912, p. 324 ; G. D. Birkhoff et Bamforth, *Transactions of the American Mathematical Society*, **32**, 1, p. 114-146.

Alors que la convergence des s intégrales π_j est une condition nécessaire et suffisante (1) de stabilité permanente, celle de k seulement ($k < s$) de ces séries permet de réduire l'ordre du système de $2k$ unités. En comparant cette conclusion avec le théorème de Liouville-Lie (2) apparaît une analogie nouvelle entre les systèmes complètement stables et les systèmes canoniques.

Dans l'hypothèse de stabilité permanente pour le cas $s = 1$, toutes les trajectoires sont périodiques — le point O est un *centre* — La méthode de M. Birkhoff par la réduction à la forme normale donne donc, par une voie différente de celle de Poincaré, les conditions pour qu'un point d'équilibre soit un centre (pour la comparaison des deux méthodes, se reporter au *Journal de Liouville*, 1885, Chap. XI, ou à l'exposé du *Traité d'Analyse* de M. Picard, 3, Chap. IX). Pour $s > 1$, en prenant comme conditions initiales (par exemple)

$$\xi_2 = \xi_3 = \ldots = \xi_s = 0; \qquad \eta_2 = \eta_3 = \ldots = \eta_s = 0,$$

on définit une « surface invariante de périodicité », sur laquelle toutes les trajectoires seront encore périodiques : le point O jouera le rôle d'un centre sur chacune de ces surfaces.

En abandonnant le cas de la stabilité permanente, on suppose maintenant que les séries f, g, du changement de variables

$$\text{(F)} \qquad p_j = \xi_j + f_j(\xi \mid \eta), \qquad q_j = \eta_j + g_j(\xi \mid \eta),$$

sont convergentes seulement en vertu de $k < s$ relations réelles entre les π que l'on pourra ramener, à l'aide d'une des transformations (T) qui conservent la forme (N), à

$$\pi_1 = \pi_2 = \ldots = \pi_k = 0.$$

On définit ainsi une variété à $2(s-k)$ dimensions qui possède la double propriété suivante : toute trajectoire qui a un point sur une telle variété y est contenue tout entière et elle ne quitte jamais ($-\infty < t < +\infty$) le voisinage considéré. Ces « variétés invariantes stables » se présentent encore si les produits $\pi(x)$ convergent lorsque k relations invariantes réelles sont satisfaites par les x. Dans les cas ainsi définis, que l'on peut regarder

---

(1) Cf. G. D. Birkhoff, *loc. cit.*, p. 38.

(2) La connaissance de m intégrales indépendantes, en involution, permet d'abaisser de $2m$ unités le rang d'un système canonique. Cf. par exemple T. Levi-Civitá et Amaldi, *Lezioni di Meccanica Razionale*, Zanichelli, Bologna, vol. 2, Parte 2, n° 44, Chap. X.

comme correspondant à une stabilité permanente *relative*, les variétés invariantes stables déterminent des régions telles que toute trajectoire qui n'est pas sur une de ces variétés reste à l'intérieur d'une seule région — au moins tant qu'elle ne quitte pas le voisinage du point O. Toute variété invariante stable contient au moins une surface invariante de périodicité; elle coïncide avec celle-ci dans le cas où elle n'a que deux dimensions.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur l'évolution du sillage derrière un obstacle pour de petites valeurs du nombre de Reynolds.* Note de M. H. GUILLEMET.

Je me propose de résumer dans cette Note quelques-uns des résultats que j'ai obtenus en étudiant le sillage derrière un obstacle en mouvement uniforme ou varié; ces résultats sont le début d'une étude qui a pour but d'examiner les circonstances cinématiques et dynamiques du mouvement non uniforme d'un solide dans un fluide.

L'obstacle est un cylindre de diamètre $d = 2^{cm}$ ou une plaque de largeur $a = 2^{cm}$. Il est porté par un chariot se déplaçant horizontalement, sur lequel est également fixé l'appareil photographique. Le modèle vertical plonge dans une couche fluide de 2 à 5^{cm} d'épaisseur (huile de coefficient de viscosité cinématique compris entre 1 et 2 C. G. S.).

I. *Mouvement uniforme.* — le nombre de Reynolds R variant de 2 à 60 on se trouve dans le régime des tourbillons attachés.

J'obtiens les trajectoires des molécules fluides par rapport à l'obstacle par le procédé connu des paillettes d'aluminium déposées en surface; sur chaque plaque photographique, j'ai mesuré les coordonnées par rapport à l'obstacle des centres des tourbillons attachés ainsi que la distance l du point de vitesse nulle où se referme le sillage. L'ensemble des résultats est très cohérent.

a. A nombre de Reynolds égal, l est toujours beaucoup plus grand pour le plan que pour le cylindre.

	Cylindre : $\frac{l}{d} =$	Plan : $\frac{l}{a} =$
R = 16	0,325	1,25
R = 28	0,75	1,65
R = 43	1,35	2,25

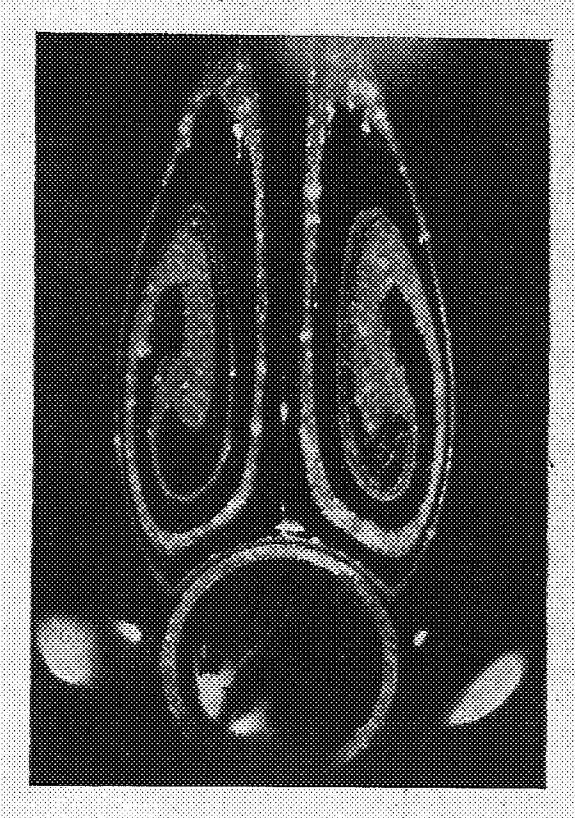
b. La courbe lieu des centres de tourbillons est analogue pour le plan ou le cylindre. Elle est constituée par deux branches symétriques par rapport à l'axe du phénomène,

partant du point arrière de l'obstacle et ayant une asymptote parallèle à l'axe de symétrie, à une distance de celui-ci d'autant plus faible que le canal est plus étroit.

L'angle α de la tangente à l'origine de la courbe avec l'axe de symétrie est inférieur à 45°.

1° *Canal de* 10cm :	plan........................	tang $\alpha = 0,75$
»	cylindre (¹).................	tang $\alpha = 0,70$
2° *Canal de* 8cm :	cylindre (¹).................	tang $\alpha = 0,85$

II. *Évolution du sillage du cylindre en mouvement varié : A. Étude des trajectoires.* — L'aspect du sillage en mouvement non uniforme ne dépend



pas seulement de la vitesse, mais encore très nettement de l'histoire antérieure du mouvement.

Un des mouvements présente par exemple, l'allure suivante : dans la période de mise en marche l'accélération est constante et égale à 4 C. G. S.;

(¹) Dans le cas des fluides parfaits, en milieu infini, M. H. Villat trouve $\alpha = 45°$. *Leçons sur la théorie des tourbillons*, Paris, 1930, p. 162.

puis, par suppression de la force motrice, on entre dans la période de freinage et le mouvement devient très voisin d'un mouvement retardé d'accélération constante égale à -7 C. G. S. Aux deux abscisses 50^{cm} et 150^{cm} (comptées à partir de l'origine du mouvement), la vitesse reprend la même valeur égale à 20 cm/sec, mais l'accélération est positive pour le premier point et négative pour le deuxième. Les sillages observés sont nettement différents et la distance du point de vitesse nulle à l'obstacle, qui est de 17^{mm} dans le premier cas, devient 28^{mm} dans le second.

B. *Étude du fluide entraîné.* — J'ai étudié ensuite le mouvement accéléré à un autre point de vue : celui de la formation du volume tourbillonnaire à l'arrière de l'obstacle. Aux faibles vitesses, il existe une eau morte ayant la forme d'un triangle curviligne. J'identifie le fluide de cette eau morte au moyen de poudre d'aluminium. La vitesse croissant, un double mouvement de rotation s'amorce bientôt dans le fluide entraîné. On constate alors que le sillage se nourrit par l'arrière et que chaque tourbillon est formé par une lame fluide qui s'enroule sur elle-même, ce qui est mis en évidence par la poudre d'aluminium comme le montre la photo ci-contre. Puis le sillage s'allonge et, au voisinage de $R = 50$, se met à osciller. On obtient alors des images analogues à celles de M. Camichel (¹).

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'extension de la méthode de Hele Shaw aux mouvements cycliques.* Note de Mme **V. Popovitch-Schneider.**

La méthode de Hele Shaw (²) des filets colorés entre deux glaces parallèles donne de belles figurations de mouvement dérivant de potentiels uniformes. Elle ne saurait être appliquée, telle quelle, aux mouvements avec circulation, par exemple à ceux qui jouent un rôle important en Aérodynamique, dans la théorie des ailes portantes.

M. D. Riabouchinsky (³) a exposé récemment une théorie permettant de combler cette lacune.

Chez Stokes, dans son interprétation des expériences de Hele Shaw, la

---

(¹) Voir *Comptes rendus*, 1927, 185, p. 1556.

(²) *Trans. Inst. Nav. Arch.*, 40, 1898, p. 21.

(³) *Comptes rendus, du Ve Congrès de la Navigation Aérienne*, Section B, p. 509, La Haye, 1930; Conférence faite à l'Institut de Mécanique des Fluides de l'Université de Paris (non encore publiée).

pression joue le rôle de potentiel de vitesse. Il en résulte que, pour obtenir un mouvement cyclique, il faudrait que la pression, mais non les vitesses, subisse un saut brusque le long d'une coupure L rendant l'espace occupé par le fluide simplement connexe. On peut en quelque sorte matérialiser une pareille barrière en diminuant le passage libre entre les deux glaces, soit directement, soit en introduisant une lamelle de forme appropriée.

Dans cette méthode le saut de pression et par conséquent la circulation, sont déterminés par un travail résistant. Dans les cas où ce saut de pression doit correspondre, tout le long ou sur une partie de la barrière, à un travail moteur, cette méthode cesse d'être applicable, du moins directement. On ne saurait donc reproduire ainsi des figurations sans points critiques de vitesse nulle à la paroi.

Pour le calcul des barrières il est préférable que la ligne médiane (la coupure), tracée sur la barrière, se confonde avec une ligne de niveau du mouvement considéré. En nommant u la vitesse le long de cette ligne, ε la largeur de la barrière, C la circulation, $2h$ la distance entre les glaces fixes et $2l$ la largeur du passage libre à travers la barrière, on a la relation

$$(1) \qquad \frac{C}{u} = \varepsilon\left[4\left(\frac{h}{l}\right)^2 - 1\right].$$

Cette formule correspond au cas où l'on utilise une lamelle équidistante des deux glaces. Si l'on ne laisse qu'un seul passage étroit, pratiqué au milieu de la barrière, le coefficient 4 dans la formule (1) doit être remplacé par l'unité. En première approximation, l'unité figurant entre les crochets peut être omise, le rapport $\frac{h}{l}$ étant toujours plus grand que l'unité.

On suppose dans la formule (1) que, en tous les points de L la longueur ε de la barrière est suffisamment petite pour que les termes du développement de u en ε, non nuls identiquement, puissent être négligés sauf le premier. Il faut tenir compte de cette restriction dans les applications de la formule (1).

J'ai calculé la forme des barrières correspondant au cas d'un cercle en choisissant la circulation de façon à obtenir un déplacement α des points de vitesse nulle égale à 20°, 30°, 45°; au cas d'un arc de cercle dont la corde est parallèle ou forme un angle de 10° avec la direction du courant; enfin au cas d'un profil d'aile sustentatrice. Les photographies correspondant à cette dernière et au cas d'un cylindre de révolution ($\alpha = 30°$) sont reproduites dans cette Note. A titre de comparaison, les

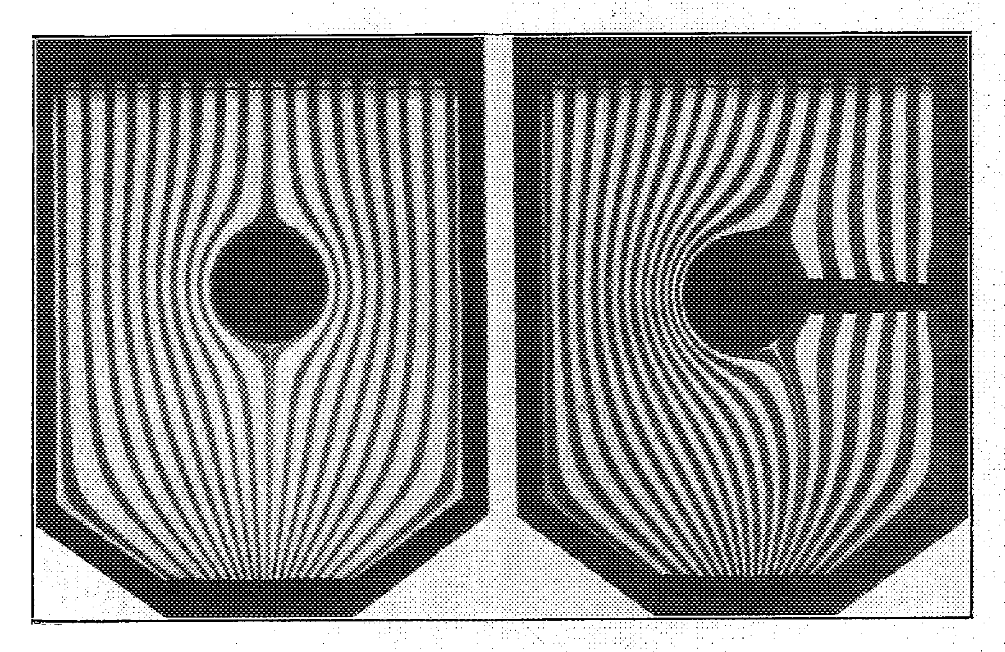


Fig. 1. — Sans circulation. Fig. 2. — Avec circulation ($\alpha = 30°$).

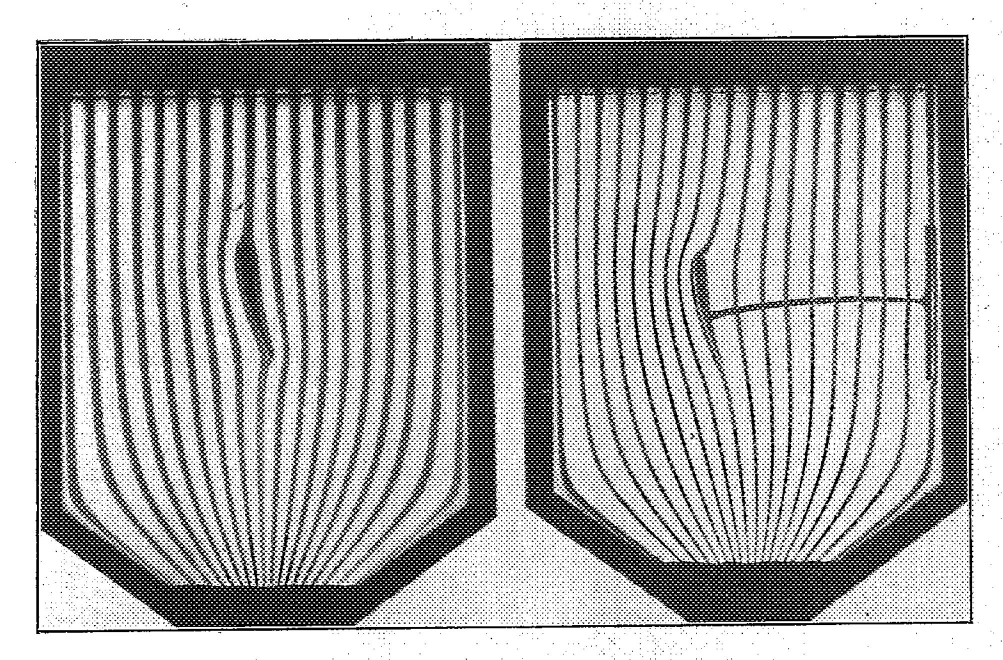


Fig. 3. — Sans circulation. Fig. 4. — Avec circulation.

photographies obtenues avec ces mêmes modèles, mais dépourvus de barrière, sont également reproduites.

J'ai obtenu ces figurations en plaçant les modèles entre les deux glaces d'un petit appareil Hele Shaw, modifié par Pohl (¹). Le rapport $\frac{2h}{2l}$ était égal à $\frac{1,2}{0,7} = 1,71$.

Bien que les faibles dimensions de l'appareil utilisé aient laissé subsister sensiblement l'interaction des parois, les résultats obtenus semblent néanmoins autoriser à dire que la théorie et l'expérience sont en bon accord.

ASTRONOMIE COSMOGONIQUE. — *La double origine des petites planètes et leur émission par les anneaux et tourbillons des grosses planètes.* Note de M. ÉMILE BELOT, présentée par M. Ernest Esclangon.

La loi exponentielle des distances planétaires ($x_n = 62,3 + 1,886^n$ en rayons solaires) (²), se heurtait à l'objection qu'il y a des petites planètes à presque toutes les distances entre 2 et 4 u. a. Je me suis donc attaché à préciser leur origine. Dans une première Note (³) j'ai montré que les 632 petites planètes alors connues figurées par leurs aphélies, sur une carte perpendiculaire à l'écliptique faisaient ressortir leurs mouvements de translation vers l'écliptique conformes aux prévisions de notre cosmogonie dualiste. Si, en effet, les petites planètes doivent leur naissance à un anneau émis par le protosoleil et montant vers l'écliptique en s'élargissant, elles doivent commencer à tourner autour du Soleil à partir de leur distance aphélie maxima, où la ligne des apsides fait avec l'écliptique un angle égal à l'inclinaison des orbites. Dans toutes ces recherches, on suppose que, dans l'ensemble, les valeurs actuelles des excentricités sont leurs valeurs moyennes, comme Stockwell l'a montré pour les excentricités des orbites de Mars et de Jupiter.

Ayant trouvé sur la carte précitée que les aphélies d'Eros, Adalberta et Hungaria étaient dans le sillage de Mars marqué par la direction de son axe, et qu'elles étaient nettement séparées de toutes les aphélies du groupe

(¹) *Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht*, 11, 1925, p. 119.

(²) *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 937.

(³) *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 1460.

central, j'ai pu prévoir l'existence de petites planètes du groupe de Saturne dans mon *Essai de Cosmogonie* de 1911 (p. 159) : la première, Hidalgo (944) a été découverte en 1920 et se trouve bien sur le prolongement de l'axe de Saturne sur la carte précitée ([1]), s'écartant de l'écliptique à une distance maxima de 6,44 u. a., alors que Patrocle du groupe jovien ne s'en écarte que de 2,227 u. a.

Dans une autre Note ([2]) je précisais l'origine du groupe central des petites planètes qui, d'après la loi des distances ($n = 10$), aurait dû donner une grosse planète à la distance 2,939 u. a. dans l'écliptique, distance peu différente de l'aphélie de Cérès (2,935). Je remarquais que les aphélies de Vesta, Cérès et Junon déterminent sur la carte précitée une ligne L légèrement convexe vers l'écliptique passant très près de l'aphélie de Patrocle (617). Quand on franchit la ligne L vers l'écliptique, la densité numérique des petites planètes double subitement. J'ai interprété cette ligne L comme la limite interne des masses légères repoussées par la pression de radiation du protosoleil qui valait 600 000 fois celle du Soleil actuel dans sa phase de Nova.

La ligne L rencontre l'écliptique à la distance de 2 u. a. sous un angle de 30°.

Seules les particules denses et noires de la nébuleuse pouvaient franchir cette ligne vers le protosoleil parce qu'elles n'avaient rien à craindre de sa pression de radiation. De même, les particules de l'anneau $x_{10} = 2,939$ désagrégées par son choc sur la ligne L devaient en montant dans la nébuleuse vers l'écliptique, s'échelonner par ordre de masse et de densité, les moins massives et les plus légères s'arrêtant à plus grande distance de l'écliptique que les masses plus fortes et plus denses d'après ce que l'on sait de la trajectoire des projectiles dans les milieux résistants.

Il faut préciser maintenant comment un anneau tel que x_{10} se désagrège dans sa translation à travers la nébuleuse. D'après son émission par l'Équateur du protosoleil, il a une grande hauteur comparée à son épaisseur, ce qui facilite sa translation dans le milieu résistant. Il s'aplatit en tête de sa trajectoire où vont se concentrer les masses les plus denses tandis que le frottement latéral de la nébuleuse traverse en pointe la section de l'anneau vers l'arrière dont se détacheront ainsi les petites masses les plus légères. Les mêmes phénomènes se produiront aux

---

([1]) *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 1069.
([2]) *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 704.

extrémités sud des tourbillons des grosses planètes qui abandonneront ainsi des petites planètes dont l'origine est, on le voit bien, différente de celle des petites planètes du groupe central x_{10}.

Ces phénomènes montrent que dans l'ensemble la densité des petites planètes diminue de Mars (3,83) à Jupiter (1,36) et augmente de la distance 2 u. a. à l'écliptique quand on approche de ce plan.

	a.	*e.*	*i.*
Groupe martien.			
Eros	1,458	0,2230	10°,828
Adalberta	2,089	0,0000	19,977
Hungaria	1,944	0,0737	22,503
1019 (1924 QN)	1,911	0,0715	26,975
1025 (1923 NX)	1,985	0,0408	27,128
Groupe n = 450″.			
499	3,945	0,2347	2,007
748	3,946	0,1739	2,250
958	3,930	0,1908	5,670
190	3,935	0,1677	6,133
153	3,959	0,1654	7,863
1038	3,970	0,2526	9,583
361	3,959	0,1983	12,612
Groupe jovien.			
1930 BH	5,216	0,1513	3,148
659 Nestor	5,203	0,1097	4,866
1930 UB	5,086	0,1204	6,975
884 Priam	5,262	0,1198	8,857
588 Achille	5,247	0,1495	10,308
1930 UA	5,217	0,1041	16,699
624 Hector	5,193	0,0279	18,212
911 Agamemnon	5,128	0,0889	21,985
617 Patrocle	5,190	0,1406	22,105

Aujourd'hui, où 1152 petites planètes sont cataloguées, il y en a 1137 qui appartiennent au groupe central et 15 qui proviennent des tourbillons des grosses planètes (5 du groupe martien, 9 du groupe jovien, 1 de Saturne). Les particularités concernant la ligne L de séparation de densité numérique des petites planètes subsistent encore dans le groupe central. Il ne paraît pas douteux que si les observations se portent à grande distance angulaire de l'écliptique d'autres astéroïdes du groupe saturnien seront découverts.

Le tableau ci-contre comprend, entre les 5 petites planètes du groupe martien et les 9 du groupe jovien, 7 petites planètes dont la distance moyenne diffère peu de 3,97 et le moyen mouvement de $n = 450''$, soit une fois et demie le mouvement moyen de Jupiter. Elles dessinent sur la carte, par leurs aphélies, une ligne presque perpendiculaire à l'écliptique comme l'axe de Jupiter qui traverse le groupe jovien. Elles doivent alors avoir un type spécial de perturbations comme Hercule ($n = 600''$), Minerve ($n = 750''$), Hestia ($n = 900''$) et Flora ($n = 1050''$).

THÉORIE DE LA RELATIVITÉ. — *Réflexion sur un miroir mobile et relativité.* Note [1] de M. **Louis Gérard**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit A un point lumineux invariablement lié à un miroir m animé d'un mouvement de translation, de vitesse constante u et de direction A_0x, faisant un angle ω avec la normale $A_0D_0D_2$ au miroir, et soit v la vitesse de la lumière. Un rayon lumineux parti de A, quand A est en A_0 et m en m_0, rencontre en P_2 le miroir quand le miroir est en m_2. Le lieu de P_2 est un hyperboloïde de foyer A_0, de plan directeur m_0 et d'excentricité $e = \frac{v}{u \cos\omega}$.

D'après le principe de Fermat, cet hyperboloïde joue le rôle de surface réfléchissante et le prolongement du rayon réfléchi P_2R_3 passe par le second foyer A'_1. Quand A'_1 est entre m_0 et m_2, pour que le rayon réfléchi puisse *passer*, il faut que $\frac{SR_3}{u} < \frac{P_2R_3}{v}$ ou $\frac{SR_3}{P_2R_3} < \frac{u}{v}$. Cette condition est vérifiée; car, si B'_1 est le point de rencontre de la seconde directrice m'_1 avec la parallèle à A_0x menée par A'_1, on a

$$\frac{SR_3}{P_2R_3} = \frac{A'_1B'_2}{P_2A'_1} < \frac{B'B'_2}{P_2A'_1} = \frac{A_0B_2}{P_2A_0} = \frac{u}{v}.$$

Quand m est en m_2, A est en A_2 $(A_2B_2 = A_0B_0)$ et R_3 *était* en R_2 $\left(\frac{R_2R_3}{P_2R_3} = \frac{u}{v}\right)$. Pour l'observateur entraîné avec le miroir, le rayon réfléchi apparent est P_2R_2, dont le prolongement rencontre $A'_1B'_2$ en un point A'_2 tel que

$$\frac{A'_1A'_2}{P_2A'_1} = \frac{R_2R_3}{P_2R_2} = \frac{u}{v} = \frac{B'_1B'_2}{P_2A'_1},$$

d'où

$$A'_1A'_2 = B'_1B'_2;$$

[1] Séance du 22 juin 1931.

donc

$$B'_2 A'_2 = B'_1 A'_1 = A_0 B_0 = A_2 B_2.$$

Donc le milieu I de $A_2 A'_2$ est sur le miroir.

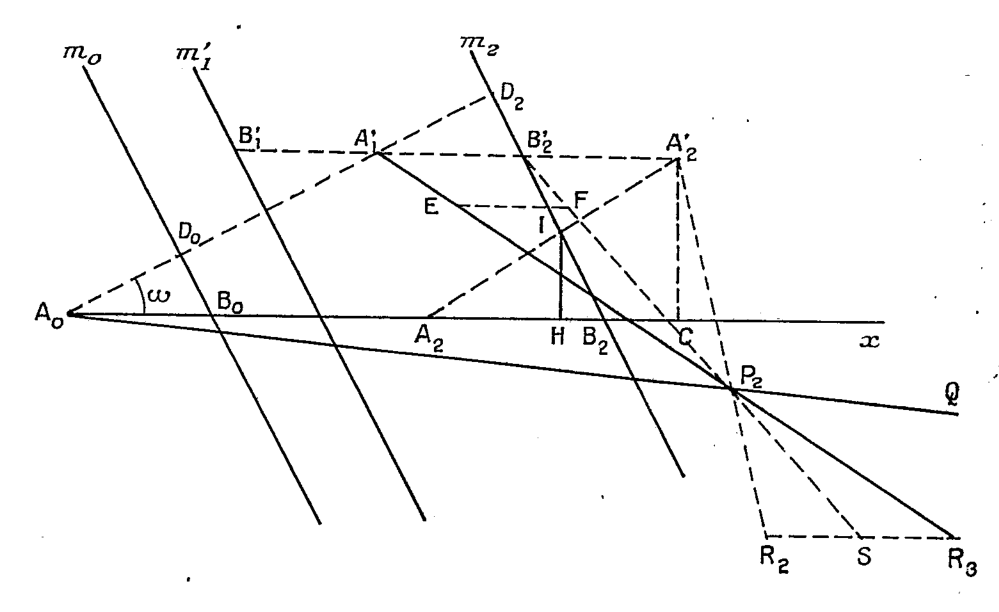
De plus, en posant $2c = A_0 A'_1$ et en désignant par C et H les projections de A'_2 et de I sur $A_0 x$, on a

$$A_2 C = 2c\cos\omega + A'_1 A'_2 - A_0 A_2 = 2c\cos\omega - (P_2 A_0 - P_2 A'_1)\frac{u}{v}$$
$$= 2c\cos\omega - \frac{2c}{e}\frac{u}{v} = 2c\cos\omega\left(1 - \frac{u^2}{v^2}\right),$$

d'où

$$\operatorname{tang}\widehat{x A_2 A'_2} = \frac{CA'_2}{A_2 C} = \frac{v^2 \operatorname{tang}\omega}{v^2 - u^2}.$$

Ces relations déterminent la position de A'_2 dans le système mobile ; donc



ce point A'_2 est l'image apparente de A_2 et, dans le système fixe,

$$\frac{A_2 H . HB_2}{\overline{HI}^2} = \operatorname{tang}\omega \cot\widehat{x A_2 A'_2} = \frac{v^2 - u^2}{v^2}.$$

Mais, si l'observateur entraîné avec le miroir applique le principe de Fermat dans le système mobile, il doit croire que l'angle $A_2 IB_2$ est droit ou que

$$A_2 H . HB_2 = \overline{HI}^2;$$

donc il doit mesurer HI avec un mètre M et A_2H et HB_2 avec un mètre M′ tel que $\frac{M'^2}{M^2} = \frac{v^2 - u^2}{v^2}$, ce qui exige $v > u$.

Considérons un autre point lumineux A′ entraîné avec un autre miroir m' soumis à la même translation que m, et supposons qu'à un certain moment m' soit en m'_1 et A′ en A'_1 : à ce moment un rayon lumineux part de A'_1 et rencontre en P_2 le miroir m' quand ce miroir est en m_2. En supposant A'_1 entre m'_1 et m_2, on a $\frac{EF}{P_2E} = \frac{A'_1B'_2}{P_2A'_1} < \frac{B'_1B'_2}{P_2A'_1} = \frac{u}{v}$, d'où $\frac{EF}{u} < \frac{P_2E}{v}$; donc le rayon lumineux arrive en P_2 *sans être arrêté*. Mais on ne peut plus dire qu'il *frappe* le miroir en P_2 ; c'est au contraire le miroir qui rattrape le photon en P_2, lui donne une poussée et l'envoie dans la direction P_2Q prolongement du rayon vecteur A_0P_2.

J'appelle l'attention des physiciens sur ce mode insolite de réflexion.

PHYSIQUE. — *Sur un four électrique en fluorine*. Note de MM. **A. Damiens** et **L. Domange**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'un de nous a montré [1] qu'il était possible d'obtenir un produit à base de fluorine pure ayant les caractères généraux de la porcelaine.

Cette substance se prête à la construction d'appareils variés et nous l'avons tout d'abord utilisée pour constituer un four électrique permettant de travailler avec le fluor ou l'acide fluorhydrique à des températures supérieures à 1000°.

Au cours des expériences de cette nature, où interviennent nécessairement des substances gazeuses, il est indispensable que l'appareil soit étanche aux gaz, ce qui présente une difficulté en raison du fait que la porcelaine de fluorine conserve toujours une certaine perméabilité et ne tient pas le vide.

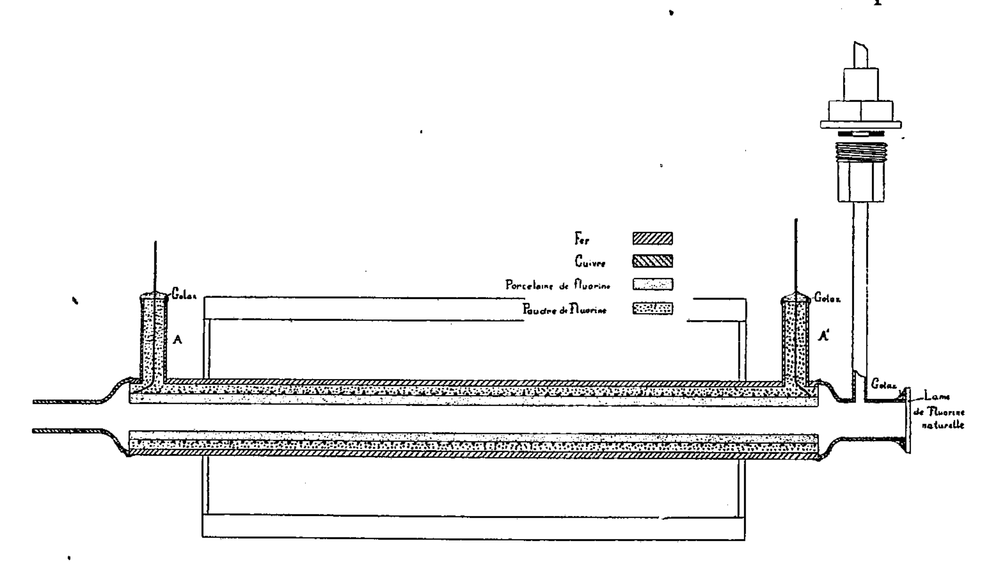
Pour résoudre ce problème, nous construisons, suivant le procédé indiqué antérieurement, un tube de fluorine pure, creux, sur la surface extérieure duquel se trouvent tracés des sillons spiralés sur lesquels doivent se fixer les fils métalliques chauffants. La cuisson en est faite à 1300° environ pendant 8 heures. Ce tube a une longueur de 30^{cm}, un diamètre extérieur de 21^{mm}, un diamètre intérieur de 11^{mm}.

Il est garni d'un fil de nichrome d'une résistance de 3 ohms,2 par mètre

(1) A. Damiens, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1235.

pour un diamètre de $0^{mm},64$ (60 spires), et ce fil est maintenu par une couche de pâte de fluorine que l'on fait sécher.

Le tube de fluorine ainsi préparé est centré dans un tube de fer (diamètre intérieur : 30^{mm}), les deux extrémités du fil de nichrome sortant par deux



tubes latéraux A et A′, disposés comme sur la figure. Les espaces vides sont garnis par de la poudre de fluorine soigneusement tassée. Les ouvertures des tubes A et A′ sont fermées par des joints de mastic golaz.

Les extrémités du tube de fer sont alors raccordées par soudure à l'étain, d'une part à un tube de cuivre dont le diamètre diminue progressivement sur une longueur de 1^{cm}, pour se terminer par une partie cylindrique. Les bords de l'ouverture sont aplatis et soigneusement polis pour permettre le collage d'une plaque de fluorine transparente. Ce tube de cuivre porte un raccord latéral fait du même métal, et porteur d'un pas de vis s'adaptant sur l'appareil producteur de fluor.

Ce dispositif a pour but de permettre d'observer l'intérieur du four et de déterminer la température par la mesure du rayonnement.

Du côté opposé, le tube de fer porte de même un tube de cuivre soudé, qui peut être relié à des dispositifs variant avec la nature des substances à recueillir.

La partie centrale du four est calorifugée par un épais revêtement d'amiante. En cours d'opération les deux extrémités de l'appareil, les soudures en particulier, sont arrosées par un courant continu d'eau froide.

Les premières mesures de températures ont été faites au contact de l'air, avec une pince thermo-électrique en platine-platine rhodié, pour permettre l'étalonnage d'un pyromètre optique. L'emploi d'une pince de platine ne peut en effet pas être envisagé à l'intérieur de l'appareil pour les expériences définitives, où l'on fait circuler un gaz fluoré susceptible d'attaquer le métal de la pince.

Dans ces conditions nous avons constaté que le four en fluorine supporte parfaitement des températures supérieures à 1000°.



ÉLECTRICITÉ. — *Un fréquencemètre à quartz piézoélectrique avec modulation synchrone.* Note de M. **B. Decaux**, présentée par M. G. Ferrié.

La précision exigée dans la détermination de la fréquence d'une émission radioélectrique s'accroît continuellement, ce qui entraîne un perfectionnement parallèle des méthodes de mesures. Alors que la précision des mesures de laboratoire ne dépassait pas, il y a peu de temps, 1/100000, cette rigueur est maintenant nécessaire dans la pratique des émissions. On est donc obligé de rechercher la précision de 1/1000000 pour les fréquencemètres étalons. D'autre part la gamme de fréquences qui exige la plus grande précision est celle des ondes courtes : 5.10^6 à 30.10^6 p : s; cela rend difficile l'emploi des oscillateurs étalons à fréquence aussi faible que celle des diapasons. On utilise donc généralement des oscillateurs à quartz piézoélectrique dont la fréquence fondamentale est de plusieurs centaines de mille périodes par seconde.

Nous avons signalé (1) la nécessité de subdiviser artificiellement les intervalles compris entre les harmoniques successives de ces oscillateurs; ces harmoniques sont en effet trop espacées pour qu'il soit possible de déterminer la fréquence d'une oscillation par interpolation directe entre elles; il en est de même de la graduation d'un circuit résonant de précision. Nous avions décrit un procédé de subdivision consistant à moduler l'oscillateur piézoélectrique par un courant de fréquence plus basse réglable f; cette combinaison produit de part et d'autre des harmoniques de fréquence nF des courants de fréquence $n\mathrm{F} \pm f$. Mais la précision de ces fréquences composées dépend de celle de f, et généralement diminue quand f

(1) B. Decaux, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 498.

augmente; de plus il serait beaucoup plus pratique de disposer de nombreuses fréquences $nF \pm pf$ simultanément sans réglage. Nous avons donc étudié au Laboratoire National de Radioélectricité la méthode suivante, qui à notre connaissance n'a jamais été décrite.

La fréquence f de modulation, au lieu d'être arbitraire, a un rapport simple avec celle F de l'oscillateur; en même temps la source de fréquence f est riche en harmoniques. Dans ces conditions les fréquences composées correspondant aux diverses harmoniques consécutives de l'oscillateur piézoélectrique et du modulateur se recouvrent les unes les autres et forment un spectre régulier. Par exemple, si la fréquence F est de 100000 p:s et si $f = \frac{F}{10}$ soit 10000 p:s, on obtiendra, entre autres, les fréquences 1000000, 1010000, 1020000, ..., 1080000, 1090000, 1100000, 1110000, ... Il est à remarquer que les harmoniques aussi élevées d'un multivibrateur de même fréquence qu'un modulateur n'auraient pas une intensité suffisante pour être utilisées directement. Nous avons réalisé le procédé par une méthode très simple. L'oscillateur de modulation est un multivibrateur du type B d'Abraham et Bloch, c'est-à-dire dans lequel les résistances habituellement insérées dans les circuits de plaque sont remplacées par des inductances; ce multivibrateur, rendu réglable par l'adjonction d'une capacité variable, est synchronisé sur une fréquence sous-multiple par l'oscillateur à quartz qu'il module à son tour. Les fonctions de synchronisation et de modulation sont remplies simultanément par un même tube à vide à double anode dit « à grille-écran », dont la grille-écran se trouve reliée à l'un des circuits anodiques du multivibrateur; le circuit de la grille de commande est couplé à l'oscillateur, le circuit de plaque attaquant les appareils d'utilisation. Dans ces conditions la grille-écran joue par rapport à la grille de commande le rôle d'une anode et synchronise le multivibrateur; en même temps elle se comporte par rapport à la plaque comme une grille et module le courant de plaque.

La fréquence de l'oscillateur à quartz est comparée par démultiplication à l'une des pendules directrices de l'Observatoire de Paris avec une précision relative de l'ordre du millionième. La modulation étant synchrone, les fréquences composées sont toutes connues avec cette même précision. Il est facile, par ailleurs, d'interpoler entre deux d'entre elles avec un fréquencemètre pour fréquences musicales, surtout si l'on modifie le rapport entre les fréquences F et f.

L'ensemble, composé de l'oscillateur piézoélectrique et de son modula-

teur synchrone, forme un appareil peu encombrant et peut être très facilement transporté; il constitue donc un fréquencemètre portatif susceptible d'une très haute précision. La méthode peut aussi s'appliquer à la réception stable d'une émission en employant l'appareil comme hétérodyne; enfin, si l'on isole et amplifie l'une des fréquences composées, on peut constituer un émetteur disposant d'un grand nombre de fréquences parfaitement stables.

PHOTOMÉTRIE. — *Luxmètre de précision à plages homochromes.*
Note de M. **P. Fleury**, présentée par M. Ch. Fabry.

Les mesures d'éclairement sont peut-être parmi les déterminations photométriques celles qui ont la plus grande importance pratique. Elles présentent souvent une grosse incertitude [1], qu'il nous a paru possible de réduire en tenant compte des observations suivantes :

1° Les éclairements à mesurer ont des couleurs très diverses; les deux plages des luxmètres actuellement utilisés présentent par suite des teintes parfois très différentes, au grand détriment de la précision des pointés photométriques [2]. Les verres colorés livrés avec certains appareils ne permettent qu'une correction partielle de ce défaut; leur facteur de transmission (qui dépend de la composition spectrale du faisceau sur lequel on les interpose) est d'ailleurs rarement indiqué par le constructeur.

Notre luxmètre comporte une lampe-tare à filament rectiligne dont une image se forme sur un coin (prisme d'angle aigu) de verre bleuté convenablement choisi : en déplaçant ce coin, on peut faire varier d'une façon continue la couleur de la lumière transmise; et, en lui associant au besoin des lames colorées supplémentaires, on peut rendre pratiquement homochromes toutes les mesures usuelles d'éclairement.

Il est à remarquer que la position du coin pour laquelle l'équilibre de couleur est obtenu dépend uniquement de la température de couleur équivalente des sources produisant l'éclairement étudié. L'appareil pourrait donc servir de *pyromètre à coloration.*

---

(1) Voir par exemple : *Rapport sur la précision des mesures photométriques*, présenté par le Comité britannique. *Recueil des travaux de la Commission internationale de l'Éclairage*, réunion de Saranac Inn., 1928, p. 1097.

(2) Dans le cas des faibles éclairements, le phénomène de Purkinje peut même fausser complètement les mesures.

Les difficultés inhérentes à la photométrie hétérochrome ne se présentent plus qu'au moment de l'étalonnage du coin et des lames colorées : leur facteur de transmission sera évalué une fois pour toutes avec la plus grande précision possible.

2° En déplaçant un coin de verre gris juxtaposé au coin précédent, on peut faire varier à volonté la brillance de l'une des plages du luxmètre. On doit tenir compte de ce que le verre constituant ce second coin n'est jamais parfaitement *neutre*; le facteur de transmission du coin gris, pour une position donnée, varie donc quelque peu suivant la position du coin bleuté.

Le luxmètre est pointé dans les conditions déterminées sur un écran diffusant blanc dont le choix constitue un problème délicat, mais indépendant de ceux relatifs à la construction de l'appareil. On peut après étalonnage évaluer l'éclairement de cet écran en fonction des indications x et y repérant sur une graduation les positions des deux coins au moment de l'équilibre photométrique (On tient compte éventuellement des lames supplémentaires grises ou colorées interposées sur le passage de l'un des deux faisceaux).

Il est commode, pour faciliter l'interprétation des mesures, d'utiliser un diagramme représentant, en fonction des coordonnées x et y, un réseau de courbes à éclairement constant. (On y pourrait tracer aussi, pour des mesures pyrométriques, un réseau de courbes à température de couleur constante).

3° L'interposition d'un verre bleu devant la lampe tare permet de la faire fonctionner à une température relativement basse, ce qui rend son usure très lente.

La lampe est d'autre part montée sur l'une des branches d'un pont de Wheatstone et alimentée à résistance constante comme dans le pyromètre Ribaud ([1]). Ce procédé, qui ne semble pas avoir été appliqué jusqu'ici aux luxmètres, permet d'assurer la constance de l'intensité de la lampe-tare avec beaucoup plus de précision que l'emploi d'un ampèremètre ou d'un voltmètre.

Cet avantage serait toutefois illusoire si l'appareil n'était pas de dimensions assez grandes et d'une solidité suffisante pour éviter tout risque de déréglage résultant d'un léger déplacement de certaines de ses pièces.

4° Tout luxmètre comporte nécessairement un écran qui reçoit l'éclairement à étudier ; pour qu'on puisse faire les mesures commodément, même

---

([1]) *Revue d'Optique*, 5, 1926, p. 223.

en des points peu accessibles, et sans porter ombre sur l'écran, il est bon que celui-ci soit placé à une distance suffisante de l'observateur (de l'ordre de $1^{m}50$ par exemple).

Pour éviter d'avoir à donner une trop grande surface à l'écran, on en forme à l'aide d'une lentille placée contre le cube photométrique, une image réelle couvrant largement le diaphragme de sortie du luxmètre. Il convient que ce diaphragme soit au moins aussi grand que la pupille de l'œil, même lorsqu'elle est largement ouverte : on se place ainsi dans les conditions les plus favorables pour la mesure des faibles éclairements (de l'ordre du dixième de lux).

Mais il faut alors que le diaphragme soit aussi couvert uniformément par le faisceau provenant de la lampe tare,— ce qu'on réalise en projetant sur lui une image d'un petit écran diffusant convenablement placé. Ce dernier écran peut n'avoir que quelques millimètres de diamètre utile, ce qui permet de lui donner une brillance uniforme et en même temps assez élevée.

Le dispositif ainsi réalisé est *intermédiaire entre celui des photomètres à plages diffusantes, et celui des appareils sans écran diffusant* (1) qui conviennent mieux pour la mesure des faibles intensités ou des faibles brillances.

Un luxmètre construit d'après les indications précédentes et qui sera décrit en détail dans une autre publication, peut mesurer sans réduction préalable des éclairements de l'ordre d'une centaine de lux malgré les écrans colorés interposés devant la lampe-tare et la température relativement basse de celle-ci. La sensibilité et la fidélité de l'appareil sont de l'ordre de quelques centièmes. Son exactitude dépend de celle de l'étalonnage des coins et lames colorés, qui est limitée par les difficultés de la photométrie hétérochrome ; elle est donc d'autant plus faible que la couleur des éclairements à mesurer diffère plus de celle de l'étalon primaire d'intensité lumineuse.

SPECTROSCOPIE. — *Observation de l'effet Zeeman en haute fréquence.* Note de MM. **Léon** et **Eugène Bloch**, **F. Esclangon** et **P. Lacroute**, présentée par M. Brillouin.

Les décharges de haute fréquence dans les gaz raréfiés, qui ont déjà rendu de grands services pour la production et la séparation des spectres

(1) Dont le type est le photomètre universel de MM. Fabry et Buisson (*Revue d'Optique*, 1, 1922, p. 1).

d'ordre supérieur, peuvent aussi être utilisées avec avantage pour l'étude du phénomène de Zeeman. On sait qu'avec les arcs et les tubes à vide ordinaires, le phénomène de Zeeman est malaisé à observer quand la source est placée transversalement au champ, d'une part à cause de la difficulté d'entretien de la décharge dans ces conditions, d'autre part à cause des modifications apportées à l'émission même sous l'action du champ. Ces deux inconvénients disparaissent presque complètement lorsqu'on fait usage de la décharge de haute fréquence sous la forme que nous allons indiquer.

Les tubes utilisés, en verre pyrex, sont des tubes symétriques comportant des boules assez volumineuses reliées par une partie capillaire de 1 à 2^{mm} de diamètre intérieur. Le capillaire est placé verticalement dans l'entrefer d'un fort électro-aimant de façon que la partie utile de la source soit dans une région où le champ magnétique est à la fois très intense et très uniforme. A quelques centimètres au-dessus et au-dessous des boules se trouvent deux boucles de fil de cuivre reliées aux extrémités de la self d'un circuit oscillant à lampes fonctionnant sur une longueur d'onde de 8^{m} environ. La puissance du poste est d'une centaine de watts. L'excitation du tube est due au champ électrique alternatif qui régne entre les électrodes extérieures.

Quand la décharge passe, on observe, par exemple avec un tube à vapeur de mercure, une lueur assez faible dans les boules et beaucoup plus brillante dans le capillaire; l'éclat est de l'ordre de celui d'un arc en quartz peu poussé. Lorsque le tube est placé entre les pôles de l'électro-aimant non excité, la décharge se maintient malgré la présence de larges pièces métalliques au contact du capillaire. Si l'on établit le champ, il peut arriver, lorsque le couplage du tube avec la source est faible, que la lueur s'éteigne dans le capillaire. Pour un couplage plus fort, la décharge passe, mais semble légèrement attirée par les pôles de l'électro-aimant, ce qui cause un dédoublement assez net du faisceau lumineux dans le sens du champ. Si l'excitation est plus intense encore, l'établissement du champ ne semble plus gêner le passage de la décharge; de toutes façons, on n'observe aucun dédoublement de celle-ci dans le sens perpendiculaire au champ. Il est possible ainsi de réaliser d'une façon stable et avec un éclat suffisant des sources lumineuses transversales dans des champs de 30000 gauss environ.

Nous avons examiné pour différents gaz, et particulièrement pour le néon et le mercure, l'effet Zeeman obtenu dans ces conditions. L'appareil dispersif est un grand réseau de Rowland de 110000 traits et de 7^{m} de rayon. Notre objet était de vérifier si les effets Zeeman en haute fréquence sont bien corrects, c'est-à-dire s'ils sont à l'abri des perturbations liées d'ordi-

naire au montage transversal : élargissement notable des raies et apparition de composantes interdites par les règles de sélection.

Un premier examen des raies du néon et du mercure nous a révélé la finesse des décompositions obtenues, atteignant dans un champ de l'ordre de 25000 gauss, la limite du pouvoir séparateur du réseau dans le premier ordre.

Un examen plus détaillé des raies du mercure dans un champ de 26250 gauss (mesuré par son action sur la raie verte du mercure) nous a donné les résultats résumés dans le tableau ci-dessous :

Longueur d'onde.	Écarts mesurés par rapport à l'écart normal. Composantes. σ.	π.	Ecarts théoriques. Composantes. σ.	π.
5460	0,00		0	
»	0,52		0,5	
»		0,995		1
»		1,50		1,5
»		1,99		2
4358	0,53		0,5	
»		1,51		1,5
»		2,05		2
4347	0,00		0	
»		1,00		1
4339	0,00		0	
»			0,17	
»				1
»		1,18		1,17
»				1,33
4078	0,00		0	
»		1,49		1,5
4046	0,00		0	
»		1,96		2

L'accord avec l'effet Zeeman théorique paraît satisfaisant. On peut ajouter que sur un cliché la raie 4358 montre une décomposition des principaux satellites qui vérifie, en les prolongeant, les résultats obtenus par Nagaoka (1). Il semble donc que la décharge de haute fréquence en ondes

(1) NAGAOKA et TAKAMINE, *Phil. Mag.*, 29, 1915, p. 241.

très courtes puisse servir efficacement à l'étude du phénomène de Zeeman et permettre d'espérer des résultats corrects dans le cas de gaz qui n'ont pas encore été étudiés à ce point de vue.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'absorption de l'oxygène aux températures élevées*. Note de M. **D. Malan**, présentée par M. Ch. Fabry.

Ce travail a été entrepris en vue de déceler la formation d'ozone dans l'oxygène porté à haute température. Un lent courant d'oxygène passait dans un tube de porcelaine, fermé par des lames de quartz, et chauffé dans sa partie centrale à 1400° C. Un tube à hydrogène de Chalonge et Lambrey donnait le rayonnement, à spectre continu riche en ultraviolet, qui traversait le tube; la lumière était analysée au moyen d'un spectrographe à prisme de quartz. On cherchait à caractériser l'ozone par l'absorption très forte que ce gaz exerce sur une partie des radiations ultraviolettes, absorption dont le maximum est vers la longueur d'onde 2500. Dans cette région, une épaisseur d'ozone pur de $0^{mm},025$, pris à la température ordinaire, réduit de moitié l'intensité du rayonnement qui la traverse. Aucune absorption continue n'a pu être observée dans la région des longueurs d'onde supérieures à 2500. Il faut en conclure que, si l'absorption par l'ozone n'est pas diminuée à haute température, la quantité d'ozone formé à 1400° C. est très faible.

Mais en même temps, l'expérience a montré qu'à haute température le spectre d'absorption de l'oxygène était considérablement renforcé.

On sait que, dès la température ordinaire, l'oxygène présente un spectre d'absorption formé de bandes qui s'étendent, à partir de la longueur d'onde 2000, vers les petites longueurs d'onde. En chauffant l'oxygène à 1050° C, Fuchtbauer et Holm [1] ont constaté que cette absorption était renforcée et que le système de bandes se développait du côté des grandes longueurs d'onde. Mes expériences, poussées jusqu'à 1400° C, montrent les bandes avec une très grande intensité; elles s'étendent, du côté des grandes longueurs d'onde, jusque vers 2500.

Dans une partie du spectre, les bandes sont très enchevêtrées; on a pu cependant mesurer les longueurs d'onde de 24 *têtes*, comprises entre les longueurs d'onde 2160 et 2360. Pour les longueurs d'onde plus grandes,

(1) Fuchtbauer et Holm, *Physikalische Zeitschrift*, 26, 1925, p. 345.

l'enchevêtrement devient tel qu'il est impossible de distinguer les têtes avec certitude. Les fréquences (nombres d'onde par centimètre, dans le vide) correspondant aux têtes mesurées sont données, avec la précision des mesures, par la formule suivante, où n' et n'' sont des nombres entiers :

$$\nu = 49349{,}1 + (707{,}9n' - 13{,}3n'^2) - (1565{,}37n'' - 11{,}37n''^2).$$

OPTIQUE. — *L'effet Raman dans quelques gaz.*
Note de MM. **P. Daure** et **A. Kastler**, présentée par M. A. Cotton.

La détermination des fréquences Raman dans les gaz a un intérêt particulier pour le problème de la structure moléculaire, car ces fréquences correspondent aux vibrations propres des molécules espacées, alors que dans les états condensés ces vibrations sont altérées par le champ intermoléculaire. Mais l'intensité des raies Raman étant à peu près proportionnelle à la densité, l'effet est très faible dans les gaz. Il nécessite des temps de pose très longs et une élimination difficile de la lumière parasite. En utilisant comme raie excitatrice la raie de résonance du mercure 2537 Å et en opérant sur des gaz comprimés à 10^{atm}. Rasetti a obtenu de très beaux résultats sur les gaz diatomiques.

En nous servant des raies excitatrices 4358,3, 4046,7 et 3650,1 de l'arc au mercure, nous avons obtenu des spectres Raman des gaz H^2, C^2H^2, $(CN)^2$ et H^2O, sous des pressions voisines de la pression atmosphérique, avec des temps de pose de 50 à 70 heures. Les fréquences de vibration ont été mesurées chaque fois sur deux raies excitatrices; le manque de finesse des raies (dû surtout aux variations de température des prismes) limite la précision de nos résultats à $\pm 5\ cm^{-1}$.

Résultats. — 1° H^2. — Nous avons mesuré quatre fréquences de raies de rotation excitées par Hg 4358.

$\Delta\nu$ en cm^{-1}..........	355.	588.	819.	1040.
Intensité........	moyenne	forte	faible	très faible

Raie de vibration

$$\Delta\nu = 4159 \pm 5\ cm^{-1}.$$

2° *Acétylène gazeux.* — Nous avons observé une raie forte

$$\Delta\nu = 1978 \pm 5\ cm^{-1},$$

et une raie faible

$$\Delta\nu = 3373 \pm 5\ cm^{-1}.$$

3° *Cyanogène gazeux.* — Nous n'avons observé qu'une seule raie

$$\Delta\nu = 2330 \pm 5 \text{ cm}^{-1}.$$

4° *Vapeur d'eau saturante à* 130°. — Nous avons observé une seule raie

$$\Delta\nu = 3655 \pm 5 \text{ cm}^{-1}.$$

Elle est fine et ne possède pas de satellite d'intensité comparable.

Discussion des résultats. — 1° H^2. — Nos résultats sont en bon accord avec ceux, plus complets, de Rasetti sur H^2 gazeux (1) et ceux de Mac Lennan (2) sur H^2 liquide.

La différence entre H^2 liquide et H^2 gazeux est très faible et ne se manifeste que pour la raie de vibration :

H^2 gazeux = 4159 cm^{-1}, H^2 liquide = 4149 cm^{-1}, différence = 10 cm^{-1}.

2° C^2H^2. — La raie forte $\Delta\nu = 1978$ cm^{-1} déjà signalée par Ségre (3) correspond à la triple liaison $C \equiv C$, la raie faible $\Delta\nu = 3373$ cm^{-1} à la liaison C — H.

Il est intéressant de comparer ces résultats à ceux obtenus par M. P. Daure (4) sur l'acétylène dissous dans l'acétone

C^2H^2 gazeux.................	1978	3373
C^2H^2 dissous.................	1961	3334
Différence....................	17 cm^{-1}	39 cm^{-1}
Différence relative............	0,86 pour 100	1,15 pour 100

3° $(CN)^2$. — A notre connaissance, le spectre Raman du cyanogène liquide n'a pas encore été déterminé. Il est à présumer qu'il donnera une fréquence plus faible.

Dadieu et Kohlrausch ont donné (5) une vue d'ensemble sur la raie des composés caractéristiques contenant le groupe $C \equiv N$. Ils ne trouvent pas de fréquence supérieure à 2260 cm^{-1}.

4° H^2O. — La différence entre le spectre Raman de l'eau à l'état gazeux (raie fine 3655) et à l'état liquide (bande diffuse autour de 3400 cm^{-1}) est frappante. Ce déplacement a également été trouvé dans le spectre d'absorp-

(1) RASETTI, *Physical Review*, 34, 1929, p. 367.
(2) MC LENNAN, *Molecular Spectra. Trans. Faraday Soc.*, 25, 1929, p. 797.
(3) SÉGRE, *Rendiconti Accademia Lincei*, 11, IX, 1930, p. 825.
(4) DAURE, *Thèse*, Paris, 1929 (*Ann. de Phys.*, 12, 1929, p. 375).
(5) DADIEU et KOHLRAUSCH, *Sitz. ber. Akad. Wiss. Wien*, 139, 1930, p. 165.

tion infrarouge (l'eau vapeur présente une bande d'absorption 2,66 μ qui se trouve dans l'eau liquide déplacée vers 2,97 μ (1).

De plus, alors que la raie de la vapeur semble unique, Gerlach a montré que la bande de l'eau liquide présente 2 maxima distants de 160 cm^{-1} (2).

Enfin remarquons que l'on a trouvé la fréquence 3650 cm^{-1} dans le spectre Raman de Na OH (3), alors que dans tous les autres cas, le radical OH ne se manifeste que par des fréquences inférieures à 3500 cm^{-1}.

En résumé, le passage de l'état gazeux à l'état condensé entraîne une diminution de la fréquence Raman, diminution qui est surtout marquée pour les molécules dipôles, et permet d'apprécier l'importance du champ intermoléculaire.

RADIOACTIVITÉ. — *Séparation du polonium et du protactinium fixés sur l'oxyde de tantale.* Note de MM. **François Reymond** et **Tcheng da Tchang**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours de nos recherches sur l'extraction et le dosage du protactinium dans les minerais radioactifs, la séparation du polonium fixé sur le gel d'acide tantalique hydrolysé qui servait d'entraîneur au protactinium, s'est toujours montrée difficile.

Le polonium est en grande partie volatilisé lors de la première calcination de l'acide tantalique, mais il est impossible, de cette manière, de l'éliminer quantitativement.

Nous avons donc cherché un entraîneur du polonium en milieu fluorhydrique, seul milieu où le tantale et le protactinium soient facilement solubles.

Nous nous sommes basés sur la propriété bien connue du polonium d'être facilement précipité par un agent réducteur, et notre choix s'est fixé sur l'acide sulfureux en présence de sélénium, dont les propriétés sont voisines de celles du polonium.

Un poids connu $p = 0^g,1545$ de tantale contenant du protactinium et du polonium est converti en un gel d'acide tantalique soluble dans l'acide fluorhydrique dilué, après fusion avec 1^g de bisulfate de potassium et reprise par

(1) Schaefer Matossi, *Das ultrarote Spektrum*, p. 237-243.

(2) Gerlach, *Physik. Zts.*, 31, 1930, p. 695.

(3) Woodward, *Physik. Zts.*, 32, 1931, p. 261.

l'eau bouillante. Le gel est dissous dans 10^{cm^3} d'acide fluorhydrique à 40 pour 100 et 50^{cm^3} d'eau. On ajoute $0^g,1$ d'acide sélénieux, quelques gouttes d'acide sulfurique et 3^{cm^3} d'une solution de bisulfite de sodium à 36° B°. Par ébullition de la solution, le sélénium précipite. On ajoute encore quelques gouttes de bisulfite dans la liqueur tiède, et on laisse le précipité se rassembler, lequel filtre facilement. La solution est additionnée de sulfate d'ammonium et d'ammoniaque en excès. On la fait bouillir et l'on recueille sur filtre le gel d'acide tantalique, qui est lavé, puis calciné.

Dans ces conditions on retrouve le poids d'oxyde de tantale mis en œuvre. L'activité, mesurée en unités arbitraires, reste constante avec le temps ($a = 0,068$), ce qui prouve que le polonium a bien été éliminé.

Une nouvelle vérification de la méthode a été effectuée en traitant, suivant le procédé décrit précédemment, $0^g,105$ de l'oxyde de tantale purifié. Nous avons reconnu qu'il n'y avait eu ni perte de poids ($p = 0,105$), ni perte d'activité ($a = 0,068$).

Le sélénium précipité dans cette deuxième opération s'est révélé inactif, ce qui prouve que tout le polonium avait été séparé dans la première opération.

Il faut noter que la précipitation du sélénium n'est totale que si un excès de bisulfite de sodium reste en solution. On évitera cependant un gros excès de sels de sodium qui pourrait provoquer l'entraînement de traces de tantale sur le sélénium précipité.

Les mesures d'activité ont été faites dans les conditions suivantes : Les oxydes de tantale dont on voulait connaître les activités relatives en rayonnement α étaient soigneusement pulvérisés. On en délayait $0^g,1$ avec du chloroforme, et la suspension était versée dans des cuvettes en laiton de formes identiques (diamètre $2^{cm},5$, profondeur 2^{mm}.). Nous obtenions ainsi des couches bien uniformes. Les activités étaient mesurées à l'électroscope.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cryoscopique du paraldéhyde dans les solutions de chlorure de lithium et de chlorure de magnésium.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons montré [1] l'intérêt que présente la détermination directe de la constante cryoscopique des solutions salines, et comment le paraldéhyde

(1) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 585; **191**, 1930, p. 1062 et **192**, 1931, p. 557.

permettait de résoudre le problème dans le cas des solutions étendues de chlorures de potassium et de sodium, et dans celui des solutions de chlorures de baryum, de strontium et de calcium à toute concentration. Nous avons fait une étude analogue pour les solutions de chlorures de lithium et de magnésium.

I. *Solutions de chlorure de lithium. — a. Cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions de* ClLi 0,5 M. On a :

Concentration.	Poids pour 100g d'eau.	Δc.	K_c.	
	g	°		
0,125	1,691	0,273	21,32	
0,250	3,434	0,574	21,56	
0,375	5,236	0,852	21,48	K_c moyen
0,500	7,092	1,142	21,25	= 21,41
0,625	9,013	1,460	21,38	
0,750	10,996	1,787	21,46	

L'abaissement cryoscopique de ClLi pur 0,5M est, 1°,834. Dans tout ce travail, K_c est calculé dans l'hypothèse de la molécule triple $(C^2H^4O)^3$; la constance présentée par ce paramètre est l'indice d'une absence de dépolymérisation de cette molécule. Une solution de ClLi 0,5 M possède donc une constante cryoscopique de 21,4. Il n'en avait pas été fait de mesure par voie indirecte.

b. Cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions de ClLi 1,225 M. On a de même :

Concentration.	Poids pour 100g d'eau.	Δc.	K_c.	
	g	°		
0,125	1,714	0,322	24,86	
0,250	3,482	0,653	24,84	
0,375	5,309	1,015	25,32	K_c moyen
0,500	7,191	1,351	24,87	= 25,00
0,550	7,962	1,513	25,15	
0,625	9,138	1,726	25,00	

L'abaissement cryoscopique de ClLi pur 1,225 M est, 4°,978. On voit que là encore le paramètre K_c est constant aux erreurs d'expériences près et l'on peut dire que la molécule de paraldéhyde est stable dans les solutions de ClLi 1,225 M. Ces solutions sont caractérisées par la constante $K_c = 25,00$. Des déterminations indirectes de cette constante n'avaient pas été faites.

II. *Solutions de chlorure de magnésium. — c. Cryoscopie du paraldéhyde daus les solutions de* Cl^2Mg 0,25 M. On a :

Concentration.	Poids pour 100g d'eau.	ΔC.	K_c.	
	g	o		
0,125	1,682	0,272	21,36	K_c moyen = 21,31
0,250	3,417	0,553	21,37	
0,375	5,209	0,849	21,51	
0,500	7,056	1,127	21,08	
0,625	8,966	1,443	21,24	
0,750	10,940	1,765	21,30	

Pour Cl^2Mg pur 0,25M, l'abaissement ΔC = 1°,290. Le paraldéhyde est donc stable dans les solutions de Cl^2Mg 0,25M, et ce dernier milieu possède une constante cryoscopique K_c = 21,3. Par des mesures indirectes, M. Tuttle (1) avait obtenu 23,6. La différence est assez notable.

d. Cryoscopie du paraldéhyde dans les solutions de Cl^2Mg 0,6125M. — On a :

Concentration.	Poids pour 100g d'eau.	ΔC.	K_c.	
	g	o		
0,125	1,696	0,333	25,88	K_c moyen = 25,92
0,250	3,442	0,674	25,85	
0,375	5,248	1,035	26,04	
0,500	7,108	1,397	25,95	
0,550	7,870	1,544	25,90	

Pour Cl^2Mg pur 0,6125M, ΔC = 3°,490. Le paraldéhyde est donc stable dans les solutions de Cl^2Mg 0,6125M et la constante cryoscopique de ce milieu est 25,9. M. Tuttle avait trouvé 28,8 par voie indirecte. Là encore, l'écart est assez notable.

Nous ajouterons enfin que, depuis que nous avons publié nos résultats relatifs aux solutions de chlorures de calcium et de strontium, nous avons reconnu que les valeurs indiquées étaient un peu trop élevées, par suite d'une légère dépolymérisation éprouvée au cours du temps par le paraldéhyde qui nous avait servi. Les nouvelles constantes cryoscopiques sont :

Pour Cl^2Ca 0,25M : K_c = 21,50 au lieu de 22,40 indiquée antérieurement
Pour Cl^2Ca 0,6125M : K_c = 26,44 au lieu de 27,67 indiquée antérieurement
Pour Cl^2Sr 0,25M : K_c = 22,11 au lieu de 22,99 indiquée antérieurement
Pour Cl^2Sr 0,6125M : K_c = 27,41 au lieu de 28,53 indiquée antérieurement

(1) Ch. Tuttle, *Journ. de Chim. Phys.*, 27, 1930, p. 307-328.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'association moléculaire et l'optimum de fluorescence des solutions. Influence des sels.* Note de M. **Francis Perrin**, présentée par M. Jean Perrin.

1. On sait que le rendement lumineux de la fluorescence d'une solution décroît constamment, et tend généralement vers zéro, à mesure que la concentration de la substance fluorescente augmente, l'intensité de fluorescence rapportée à l'unité de volume passant par un maximum pour une certaine concentration optimum. L'explication de ce fait par *la seule* considération de désactivations cinétiques induites (o chocs de seconde espèce) ([1]), intervenant en milieu fluide lorsque dans le voisinage d'une molécule activée se trouve une molécule ordinaire de même nature (Jean Perrin), ne suffit pas pour rendre compté simplement de la grandeur, ni même souvent du sens des variations considérables de la concentration optimum observées pour une même substance dissoute dans divers solvants. La valeur de la concentration optimum ne devrait alors en effet dépendre en première approximation que de la viscosité, qui fixe le coefficient de diffusion et peut-être la probabilité de désactivation induite à chaque distance.

Or, par exemple, pour les solutions de fluorescéine, la concentration optimum est beaucoup plus forte dans l'alcool que dans l'eau (viscosités comparables), elle est à peu près la même dans l'eau et dans un sirop de glucose deux mille fois plus visqueux, tandis qu'elle est beaucoup plus forte dans la glycérine (viscosité intermédiaire), etc. La viscosité n'est donc pas le facteur principal qui intervienne dans les variations de la concentration optimum.

2. Reprenant une ancienne hypothèse de B. Walter ([2]), d'après laquelle l'extinction des fluorescences dans les solutions concentrées serait due à l'association des molécules dissoutes, W. L. Lewschin ([3]), puis A. W. Bannow ([4]), ont montré qu'une telle association, décelée par les modifications du spectre d'absorption (apparition d'une bande nouvelle aux fortes con-

([1]) Jean Perrin, 2e *Conseil de Chimie Solvay*, Bruxelles 1924. — S. J. Wawilow, *Zeits. f. Phys.*, 31, 1925, p. 750.
([2]) B. Walter, *Wied. Ann.*, 36, 1889, p. 518.
([3]) W. L. Lewschin, *Zeits. f. Phys.*, 43, 1927, p. 230.
([4]) A. W. Bannow, *Zeits. f. Phys.*, 58, 1929, p. 811.

centrations) existe en effet souvent, et qu'elle est beaucoup plus importante dans les solvants où la décroissance du pouvoir fluorescent est rapide (eau) que dans ceux où elle est lente (alcool).

3. Dans le même sens, j'ai observé que l'addition, en quantité notable, à des solutions fluorescentes aqueuses, de sels n'ayant pas ou peu d'influence sur les pouvoirs fluorescents maximums des substances fluorescentes très diluées, augmente à la fois la rapidité de décroissance du pouvoir fluorescent et l'importance de l'association. Le tableau ci-dessous donne, pour diverses concentrations, les pouvoirs fluorescents relatifs Φ_I et Φ_{II} de la fluorescéine (sel de potassium) dissoute dans l'eau, ou dans une solution aqueuse 3,9 fois normale en chlorure de potassium (toutes les solutions étant rendues alcalines par une teneur décinormale de carbonate de potassium); dans la dernière colonne sont indiquées les concentrations optimum correspondantes.

c gr/cm³....	10^{-4}.	2.10^{-4}.	10^{-3}.	2.10^{-3}.	5.10^{-3}.	10^{-2}.	c_m.
Φ_I...........	1,00	1,05	0,93	0,65	0,217	0,048	$2,74.10^{-3}$
Φ_{II}...........	0,89	0,81	0,46	0,23	0,052	0,012	$1,42.10^{-3}$

Pour une concentration de 1 pour 100 en fluorescéine l'association, qui se traduit par une simple bosse sur la courbe d'absorption dans la solution exempte de K Cl, donne naissance en présence de 3,9 $\mathfrak{N}$ K Cl à une deuxième bande nettement distincte (maximum à $0^\mu,468$ tandis que la bande principale a son maximum à $0^\mu,492$).

4. L'association moléculaire semble donc bien jouer un rôle important dans la décroissance des pouvoirs fluorescents. Il ne suffit pourtant pas d'admettre, pour expliquer les décroissances observées, que simplement les molécules associées, tout en continuant d'absorber la lumière, cessent de pouvoir en réémettre (une désactivation induite se produisant toujours pour ces molécules par suite de la proximité maximum d'une molécule semblable). La proportion de molécules associées, bien que mal connue, est certainement insuffisante.

Mais si l'on se rappelle qu'il peut se produire des transferts d'activation entre molécules semblables à des distances atteignant plusieurs fois le diamètre de choc [(comme le prouve, d'accord avec la théorie, la décroissance de la polarisation de fluorescence quand la concentration croît (1)], on conçoit qu'il suffise qu'une molécule simple activée se trouve à proximité d'un groupe de deux ou plusieurs molécules semblables associées, pour que

(1) F. Perrin, *Ann. de Phys.*, 12, 1929, p. 250.

puisse se produire, vers une de ces molécules, un transfert d'activation suivi d'une désactivation induite immédiate. Les molécules associées interviendraient donc doublement dans l'extinction de la fluorescence, un peu directement et beaucoup par l'intermédiaire de transfert d'activation.

Il n'est d'ailleurs pas nécessaire qu'une association moléculaire existe dans les solutions concentrées pour que se manifeste un optimum de fluorescence. Dans le cas, en effet, où l'extinction de la fluorescence dépend de la présence de molécules associées, une élévation de température, qui produit toujours une dissociation [1], doit augmenter le pouvoir fluorescent; c'est bien ce qui s'observe dans les solutions aqueuses. Mais si au contraire l'association est négligeable et si les désactivations induites se produisent entre molécules libres, l'élévation de température qui active la diffusion et augmente le nombre des rencontres entre molécules dissoutes, doit diminuer le pouvoir fluorescent des solutions concentrées; or une telle diminution s'observe notamment pour les solutions dans l'alcool ($c_m = 14.10^{-3}$ à 20° pour la fluorescéine). Les transferts d'activation peuvent d'ailleurs jouer un rôle encore dans ce cas, si bien qu'il est possible que la désactivation induite se produise toujours entre des molécules très peu distantes (associées ou non), conformément aux indications qualitatives des théories d'interaction entre molécules normale et activée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le rayonnement accompagnant l'hydratation du sulfate de quinine*. Note de MM. **Maurice Curie** et **M. Prost**, présentée par M. J. Perrin.

L'hydratation du sulfate de quinine est accompagnée d'un rayonnement (Le Bon, Miss Gates, M. de Broglie et Brizard, G. Schmidt, Mlle Chamié).

La nature de ce rayonnement n'a pas encore été établie. La difficulté provient surtout de son extrême facilité d'absorption. Dans les mesures faites jusqu'à présent le sulfate de quinine était directement placé sur une électrode de la « chambre d'ionisation ».

Nous avons opéré dans une enceinte vide d'air qui pouvait être mise en communication avec une source de vapeur d'eau à basse pression (glace refroidie à — 15°). Une couche mince de sulfate de quinine était disposée à

(1) Une association endothermique ne saurait augmenter le nombre des couples de molécules se trouvant à faible distance l'une de l'autre, et ne pourrait par suite augmenter l'importance des désactivations induites.

1^{mm} au-dessous d'une paire d'électrodes distantes de 2^{cm}. L'une de ces électrodes était une grille permettant l'accès du rayonnement; cette grille était reliée à un dispositif de mesures (électromètre et quartz piézo-électrique). L'autre électrode était portée à un potentiel de 200 volts.

Nous avons observé les intensités de courant suivantes :

Disque de sulfate de quinine de 4^{cm} de diamètre; densité de 12^{mg} par centimètre carré. Pression de la vapeur d'eau voisine de 1^{mm}.

Les temps sont comptés à partir de la mise en communication avec la source de vapeur d'eau.

Temps en minutes.	Intensité du courant en U. E. S.
1/4	$24 . 10^{-3}$
1/2	42 »
1	74 »
2	148 »
4	198 »
6	258 »
8	254 »
10	110 »
12	23 »
14	6 »
16	1,3 »

A la pression de 1^{mm}, nous avons donc observé un parcours de rayonnement supérieur à 1^{mm}. A des pressions de quelques millimètres, on n'observe plus de courant.

Ainsi donc le parcours du rayonnement paraît être de l'ordre du millième de millimètre dans l'air, à la pression atmosphérique.

Nous espérons que ce dispositif nous permettra de poursuivre l'étude de ce rayonnement, en particulier par l'action d'un champ magnétique.

On peut en effet supposer l'existence d'un rayonnement ultraviolet ionisant très absorbable, ou, comme plus probable, l'émulsion simultanée de charges positives et négatives. Dans cette dernière hypothèse, la double émission se différencierait de celle de l'oxydation du phosphore en ce sens qu'il n'y aurait pas de projection de matière, pas d'émission de gros ions (de Broglie et Brizard) (1).

D'autre part nous pensons préciser par notre dispositif, le rapport de la quantité d'électricité dégagée pendant l'hydratation au nombre de molécules hydratés; ce rapport paraît être anormalement faible (Mlle Chamié) (2).

(1) M. DE BROGLIE et BRIZARD, *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 855.

(2) Mlle CHAMIÉ, *Journal de Physique*, 7, 1926, p. 204.

COLLOIDES. — *Sur la détermination de la charge micellaire.* Note [1] de M[lle] **Sabine Filitti**, présentée par M. Jean Perrin.

I. La surface de l'eau contenant en dissolution une base ou un acide possède un potentiel électrique notable respectivement négatif ou positif, dû à une aglomération des ions OH^- ou H^+ qui sont projetés par l'agitation thermique des molécules vers les limites de discontinuité de la phase liquide [2]. C'est par ce mécanisme que les particules solides et même les bulles gazeuses en suspension dans l'eau s'électrisent négativement ou positivement suivant la réaction du système. Ce phénomène, connu depuis les travaux de M. Jean Perrin (Jean Perrin, *Journ. Chim. phys.*, 1904-1905; *Notice scientifique*, 1923, p. 25; voir également M[lle] Choucroun, *Journ. Chim. phys.*, 20, 1923, p. 352), sous le nom d'électrisation de contact, est d'une portée très générale et présente un grand intérêt pour l'étude des systèmes dispersés, car c'est lui qui, dans la plupart des cas, détermine le signe et la grandeur de la charge micellaire. Or un nombre considérable de propriétés physico-chimiques d'un colloïde (viscosité, gonflement, facteur d'hydratation, etc.) sont étroitement liées à cette charge granulaire [3] dont la détermination expérimentale présente par conséquent un intérêt évident.

II. En mesurant la vitesse de translation que prend une particule colloïde chargée par un milieu de viscosité et pouvoir inducteur spécifique donnés, sous l'influence d'un champ électrique et en appliquant une relation d'Helmholtz, on peut déterminer le moment de l'atmosphère électrisée, c'est-à-dire le produit entre sa densité électrique et son épaisseur [2]. Des renseignements plus complets peuvent être obtenus par une méthode indiquée par N. Marinesco, qui consiste en la mesure de la variation de pH produite dans le milieu dispersant par une masse donnée de corps dissous ou dispersé [4]. Plus exactement si C_1 est la concentration ionique du liquide dispersant pur, C_2 la concentration ionique du système contenant en suspension ou en dissolution C_3 molécules-grammes de corps, le nombre n d'ions absorbés par une molécule ou par une particule est donné par la rélation :

$$\frac{C_1 - C_2}{C_3} = n \tag{1}$$

(1) Séance du 22 juin 1931.

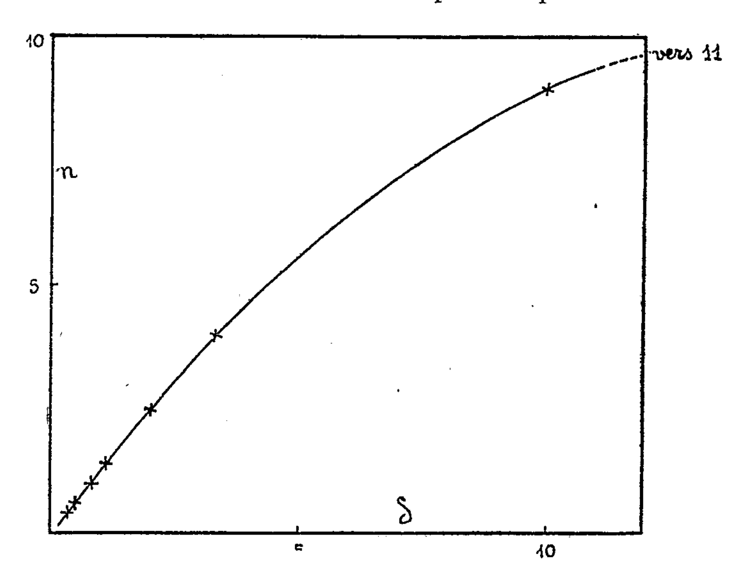
(2) Jean Perrin, *Premier Congrès de Chimie Solvay* (Bruxelles), 1922, p. 279.

(3) N. Marinesco, *Jour. Chim. phys.*, 28, II, 1931, p. 81, 82, 90.

(4) Marinesco, *Journ. Chim. phys.*, 24, IX, 1927, p. 613-614.

III. J'ai appliqué cette méthode, sur le conseil de M. Marinesco, à des solutions alcalines de rouge Congo, rose bengale, éosine, ainsi qu'à des suspensions de charbon animal. Les colorants ont été utilisés à l'état de sels de soude qui sont des corps très peu ionisés dans l'eau pure (¹); par suite en présence d'une base forte comme NaOH $n/100$ leur degré propre d'ionisation est sans doute pratiquement nul. Quant au charbon animal pour analyse de Merck, il a été encore lavé longuement à l'eau bouillante, ensuite desséché à 150° dans le vide.

On obtient en général une chute très rapide du pH du milieu dispersant



en ajoutant relativement très peu d'une de ces substances. Par exemple une solution de KOH de pH = 11,6 diminue d'alcalinité à pH = 9,6 en ajoutant $0^{gr},4$ pour 100 de rouge Congo; le pH tombe encore de 11,7 à 9,1 pour 0,3 pour 100 d'éosine et enfin de 11,7 à 8,3 pour 0,5 pour 100 de rose bengale. Mais dans tous les cas, l'abaissement relatif d'alcalinité est beaucoup plus grand pour les faibles concentrations en corps dissous. Ainsi le nombre d'ions adsorbés croît rapidement quand la dilution ($\delta = 1$/conc. en Gr. pour 100) du système en corps dissous croît, et tend vers une limite pour une dilution suffisamment grande. Le diagramme suivant se rapporte au rose bengale dont le nombre maximum d'ions adsorbés est environ 11.

Les autres colorants étudiés réclament des dilutions encore plus grandes

(¹) N. Marinesco, *Journ. Chim. Phys*, 24, IX, 1927, p. 602-612.

pour arriver à la limite supérieure du nombre *n*. Les suspensions de charbon animal diminuent beaucoup plus lentement l'alcalinité du milieu dispersant, sans doute à cause de leur degré de dispersion trop grossièr; alors que 0,5 pour 100 de rose bengale diminue le pH de plus de trois unités, 1 pour 100 de charbon animal en suspension produit à peine un abaissement de pH, 20 fois plus petit. C'est évidemment une question de surface offerte par le corps dispersé à la phase liquide. Car dans le cas des colorants la dispersion est presque moléculaire par suite la surface adsorbante est beaucoup plus grande que celle d'une masse égale de poudre de charbon.

En résumé, il est parfaitement possible de déterminer la charge granulaire d'un colloïde non ionisé et de poids micellaire connu, en mesurant la chute de pH produite dans le milieu dispersant par une masse donnée de corps dissous. Comme généralement le degré de dispersion des colloïdes varie avec la concentration il résulte que la surface susceptible de se charger par électrisation de contact varie également; par suite pour plus de précision, la charge ainsi déterminée doit être accompagnée du degré de dispersion de la substance dissoute s'il ne s'agit pas d'un système suffisament dilué pour atteindre la valeur limite maxima de cette charge.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du fluor.*

Note de M. **P. Mougnaud**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Parmi les méthodes assez nombreuses qui ont été proposées pour le dosage du fluor, celle qui repose sur la pesée du fluorure de calcium a fait l'objet des recherches les plus nombreuses, malgré les difficultés qu'elle présente.

Nous avons repris leur étude critique en portant surtout notre attention sur la méthode classique de Rose et sur celle que MM. Carrière et Rouanet ([1]) ont proposée tout récemment. Tandis que Rose précipite le fluorure en même temps que du carbonate de calcium, qu'il élimine ensuite par action de l'acide acétique, ces derniers auteurs le précipitent en milieu ammoniacal.

Pour apprécier la valeur comparative de ces techniques, nous devions tout d'abord reprendre l'étude de la solubilité du fluorure de calcium dans différents milieux et celle de sa résistance à l'action de la chaleur, dans les

([1]) Carrière et Rouanet, *Comptes rendus* 189, 1929, p. 1281.

conditions habituellement réalisées pour un dosage. Adolph (¹), en particulier, signale que ce produit est toujours alcalin lorsqu'il a été chauffé, car il augmente de poids après traitement par l'acide fluorhydrique.

Stabilité du fluorure de calcium à la chaleur. — C'est ce dernier point de vue que nous avons d'abord envisagé. Dans ce but, nous avons préparé du fluorure de calcium par la méthode qui intervient dans le procédé de dosage de Rose, en précipitant simultanément du fluorure et du carbonate, calcinant le précipité mixte après lavage et le traitant par de l'acide acétique. Dans ces conditions, le lavage pour élimination de l'acétate de calcium est très difficile. S'il est incomplet, on constate une perte de poids dans la première période du chauffage seulement.

La perte totale subie pour un précipité pesant primitivement $1^g,638$ a été de $0^g,0039$.

Cette perte de poids, de l'ordre de 0,2 pour 100 est due à la décomposition d'acétate de calcium avec production de chaux. Le résidu est en effet alcalin à la phtaléine.

Pour éliminer cette impureté, nous avons traité le produit par de l'acide fluorhydrique, nous l'avons lavé et séché à poids constant à 110°. Après chauffage pendant deux heures à 800°, la perte de poids observée a été de $0^g,002$, c'est-à-dire négligeable. En outre, le fluorure de calcium obtenu s'est montré neutre à la phtaléine du phénol.

Cette expérience démontre que le fluorure de calcium est stable à la calcination à 800°, en creuset couvert, s'il est bien pur. La même observation a pu être faite avec de la fluorine naturelle.

Précipitation en milieu ammoniacal. — Nous avons constaté qu'une solution d'ammoniaque exempte de carbonate, additionnée de chlorure de calcium, se trouble lentement par une ébullition maintenue quelques minutes. Le trouble est dû à la précipitation de carbonate de calcium produit par action du gaz carbonique de l'air. Ce point acquis, nous avons repris les expériences de Carrière et Rouanet en effectuant la précipitation du fluorure en milieu ammoniacal. Le précipité a été séparé par centrifugation, lavé avec toutes les précautions utiles, et nous avons cependant observé dans les dosages des erreurs par excès, pouvant atteindre 4,46 pour 100.

D'autre part le fluorure de calcium recueilli après calcination s'est montré

(¹) Adolph, *Journ. Am. chem. Soc.*, 37, 1915, p. 2500.

alcalin à la phtaléine de phénol, par suite de la présence de chaux libre. La méthode de précipitation en milieu ammoniacal est donc à rejeter.

Solubilité. — Nous avons trouvé pour la solubilité dans l'eau du fluorure de calcium, précipité et séché à 100° : $18^{mg},3$ à 18° (moyenne de 4 déterminations). Pour le fluorure calciné : $15^{mg},1$ (moyenne de 3 expériences).

Nous avons en outre mesuré la solubilité du fluorure non calciné dans différents milieux pouvant intervenir dans les dosages. Voici les valeurs trouvées (F^2Ca dissous par litre de solution, en milligrammes) :

Concentrations des solutions.	Acide acétique.	Chlorure d'ammonium.	Acétate d'ammonium.	Ammoniaque.
0,083 N	30,8			
0,166	38,3			
0,25		20,8		
0,333	40,7		20,3	
0,35				
0,50		25,8		
0,71			21,9	
0,833	49,8			
1		27,8		17,6
1,42			34,5	
1,66	58,6	27,8	25,5	17,5

L'acide acétique et les sels ammoniacaux augmentent donc sensiblement la solubilité déjà appréciable du fluorure dans l'eau.

Action de l'acide acétique sur le fluorure. — D'autre part, dans la deuxième partie du dosage par la méthode de Rose, on évapore une liqueur acétique au contact du fluorure de calcium. Nous avons constaté que cette technique présente un grave inconvénient, l'acide acétique se concentrant par évaporation. La concentration en acide acétique passe ainsi par exemple de 1 à 20 pour 100 après évaporation de 375^{cm^3} à $0^{cm^3},25$. Dans ces conditions il attaque alors le fluorure en dégageant de l'acide fluorhydrique. Ce fait suffit à expliquer les différences par défaut que l'on observe régulièrement par ce procédé et qui sont toujours supérieures à celle que l'on peut attendre de la solubilité du fluorure dans l'eau.

En résumé, si la méthode de précipitation en milieu ammoniacal est nettement à rejeter, la technique de Rose présente des inconvénients sérieux.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'hydrogène sur le permanganate de potassium.* Note (¹) de Mlle **M.-L. Delwaulle**, présentée par M. G. Urbain.

On sait que le gaz hydrogène réagit sur le permanganate de potassium en solution, que celle-ci soit acide, alcaline ou neutre. Wilke et Kuhn (²), qui ont étudié cette action, ont donné des résultats relatifs à la vitesse d'absorption du gaz, sans trop insister sur les produits de la réaction tels que le manganate et le bioxyde de manganèse.

Il nous a paru intéressant de reprendre l'étude au point de vue de la vitesse de la réaction et des produits formés.

Le contact de la solution et du gaz a été réalisé de deux façons :

1° *Par barbottage.* — Une vitesse sensiblement constante du passage des bulles était assurée, et l'on mesurait, après des intervalles de temps égaux, la diminution du pouvoir oxydant d'un volume déterminé du liquide. Le contenu du barboteur était versé dans un excès d'acide oxalique titré, additionné d'acide sulfurique. Une partie de l'acide oxalique était détruite; le reste était déterminé par un titrage au permanganate.

2° *Par agitation mécanique d'une burette contenant les deux corps.* — Le volume gazeux disparu à des intervalles de temps égaux était mesuré. Après chaque opération la pression du gaz était rétablie à sa valeur initiale.

Nous considérerons successivement les solutions acides, neutres et alcalines.

Milieu acide. — Il apparaît rapidement un produit noir finement pulvérulent qui se rassemble bien. La liqueur surnageante est limpide. La réaction est régulière, le liquide renferme exclusivement du permanganate, la phase solide se compose de bioxyde de manganèse. On arrive finalement à la décoloration totale.

Pour une liqueur donnée, le pouvoir oxydant diminue régulièrement avec le temps. Pour des doses croissantes d'acide, la vitesse de réduction croît d'abord assez rapidement puis atteint une limite. En opérant par agitation on met en évidence un dégagement d'oxygène qui peut

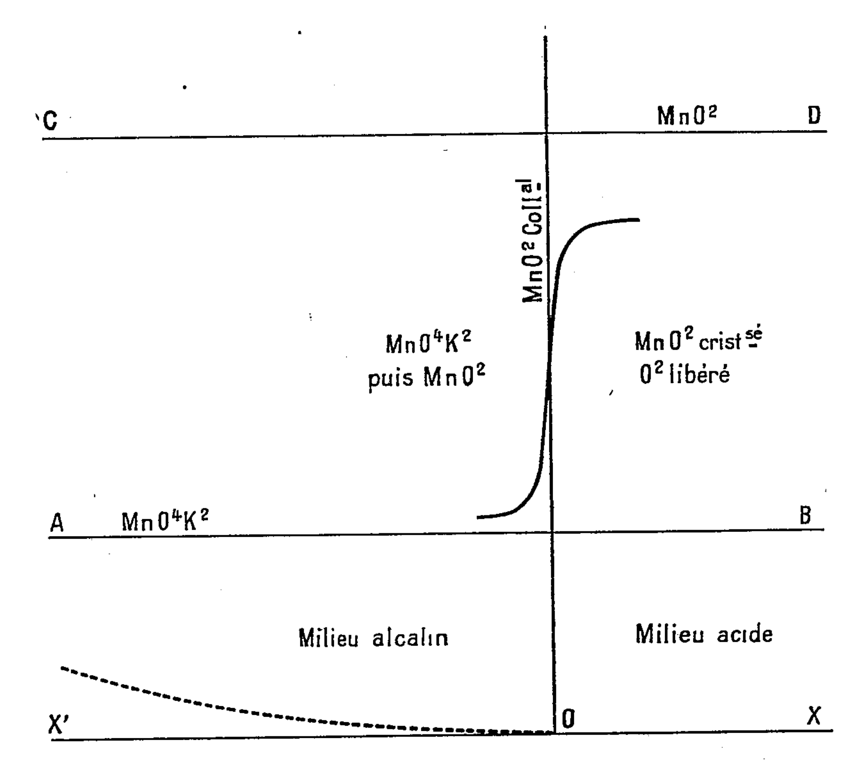
(¹) Séance du 22 juin 1931.
(²) *Zeit. Phys. Chem.*, **113**, 1924, p. 313,

s'expliquer par les deux réactions simultanées :

$$2\,MnO^4K + 3\,H^2 = 2\,MnO^2 + 2\,KOH + 2\,H^2O,$$
$$4\,MnO^4K + 2\,H^2O = 4\,MnO^2 + 4\,KOH + 3\,O^2.$$

L'acide libre sature l'alcali formé.

Milieu neutre. — En milieu neutre la solution de permanganate se trouble



rapidement par l'action de H^2 ; elle devient d'abord rouge vineux puis brunâtre, il n'y apparaît jamais de produit solide. Il y a encore transformation totale du permanganate en bioxyde, mais celui-ci est colloïdal. L'addition d'un sel comme NaCl précipite ce corps. Il n'y a jamais libération de O^2.

Milieu basique. — Si la teneur en potasse est suffisante, la solution commence par verdir sans qu'il apparaisse de produit solide. Cette transformation étant complètement achevée, le pouvoir oxydant de la solution correspond à la formation de manganate. Alors apparaissent des produits bruns, et il faut un temps très long pour arriver à la décoloration totale. Finalement on a du bioxyde de manganèse.

On peut résumer les résultats obtenus par le diagramme ci-dessus, qui se

rapporte au cas où le gaz a circulé toujours avec la même vitesse pendant 11 heures et demie. En abscisses on porte des longueurs proportionnelles aux nombres d'ions H^+ (suivant OX) et d'ions OH^- (suivant OY), en ordonnées les nombres de centimètres cubes de MnO^4K qu'il faut ajouter pour parfaire l'oxydation de l'acide oxalique comme il a été dit plus haut. La courbe en pointillé correspond à la transformation directe du permanganate en manganate sans intervention de H^2. L'ordonnée de AB correspond à la transformation totale en MnO^4K^2, celle de CD à la transformation en MnO^2.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le chlorure du sulfite acide d'éthyle et sur les sulfites neutres d'alcoyle mixtes.* Note de MM. **P. Carré** et **P. Mauclère**, présentée par M. G. Urbain.

D'après Michaelis et Wagner [1] le pentachlorure de phosphore réagit sur le sulfite neutre d'éthyle, à la température ordinaire, suivant l'équation

$$SO(OC^2H^5)^2 + PCl^5 = POCl^3 + C^2H^5Cl + SO\begin{cases}Cl\\OC^2H^5\end{cases},$$

avec production du chlorure du sulfite acide d'éthyle, isomère du chlorure de l'acide éthylsulfonique $C^2H^5SO^2Cl$, distillant à 171°, de Gerhardt et Chancel [2]. Ce chlorure du sulfite acide d'éthyle, décrit comme impur, se trouverait dans une portion distillant entre 120 et 125°, sous la pression ordinaire, ce qui paraît un peu surprenant si l'on remarque que la plupart des chlorures de sulfites acides d'alcoyle se décomposent au-dessous de 100° avec dégagement de gaz sulfureux.

Le chlorure du sulfite acide d'éthyle n'a pu être obtenu par Carius [3], en faisant réagir le chlorure de thionyle sur l'alcool. Nous avons réussi à mettre sa formation en évidence en traitant l'alcool (1^{mol}) par le chlorure de thionyle (1^{mol}) en présence de pyridine (1^{mol}) au voisinage de 0°. Il ne peut être séparé du chlorhydrate de pyridine formé en même temps; il commence à se décomposer, vers 18°, en gaz sulfureux et chlorure d'éthyle. Son existence est démontrée par sa réaction sur les alcools avec production de sulfite neutre d'éthyle et d'alcoyle mixte, ainsi qu'il est dit plus loin.

---

(1) Michaelis et Wagner, *Ber. deutsch. Chem. Ges.*, 7, 1874, p. 1074.
(2) Gerhardt et Chancel, *Comptes rendus*, 35, 1852, p. 693.
(3) Carius, *Lieb. Ann.*, 111, 1859, p. 95.

La facile décomposition du chlorure du sulfite acide d'éthyle nous a conduit à examiner de nouveau la réaction du pentachlorure de phosphore sur le sulfite neutre d'éthyle.

Lorsqu'on ajoute 1 molécule de sulfite neutre d'éthyle [1] à 2 molécules de pentachlorure de phosphore, il se produit une vive réaction avec dégagement de gaz sulfureux et de chlorure d'éthyle; par distillation on sépare du chlorure de thionyle; on isole bien aussi une portion distillant entre 120 et 125°, mais la composition de cette dernière ne correspond pas du tout à celle du chlorure du sulfite acide d'éthyle (le dosage du chlore a donné 54 pour 100 au lieu de 25,5 pour 100); cette portion contient principalement de l'oxychlorure de phosphore mélangé de produits de points d'ébullition plus élevés.

La réaction du pentachlorure de phosphore sur le sulfite neutre d'éthyle ne donne donc pas de chlorure du sulfite acide d'éthyle, elle donne du gaz sulfureux, du chlorure de thionyle et du chlorure d'éthyle, suivant les équations :

$$SO(OC^2H^5)^2 + PCl^5 = POCl^3 + SO^2 + 2C^2H^5Cl,$$
$$SO(OC^2H^5)^2 + 2PCl^5 = 2POCl^3 + SOCl^2 + 2C^2H^5Cl.$$

Le chlorure du sulfite acide d'éthyle formé dans la réaction du chlorure de thionyle sur l'alcool, en présence d'une quantité équimoléculaire de pyridine, ne paraît pas réagir sur les alcools purs, mais il réagit facilement sur une seconde molécule d'alcool, en présence d'une seconde molécule de pyridine, pour donner des sulfites neutres d'éthyle et d'alcoyle, suivant l'équation :

$$SO(OC^2H^5)Cl + R.OH + Py = SO(OC^2H^5)(OR) + Py.HCl.$$

Cette réaction fournit une préparation commode des sulfites neutres d'alcoyle mixtes, dont deux seulement étaient connus jusqu'à présent.

On mélange 1 molécule d'alcool et 1 molécule de pyridine, on ajoute peu à peu, au voisinage de 0°, 1 molécule de chlorure de thionyle; on ajoute ensuite une molécule d'un autre alcool, puis, en refroidissant, une seconde molécule de pyridine. On reprend par l'eau glacée, il se sépare une huile qui est décantée, séchée sur le sulfate de sodium anhydre, et rectifiée dans le vide. Nous avons ainsi préparé :

1° Le sulfite neutre de méthyle et d'éthyle $SO(OCH^3)(OC^2H^5)$, distillant à 52-53 sous 14^{mm}, et à 140-142° sous la pression ordinaire, en se décomposant partiellement; ce composé a déjà été obtenu d'autre façon par Carius (*loc. cit.*, p. 103);

---

(1) Le sulfite neutre d'éthyle $SO(OC^2H^5)^2$, distillant à 160°, s'obtient très facilement en ajoutant 1 molécule de chlorure de thionyle à un mélange de 2 molécules d'alcool avec 2 molécules de pyridine.

2° Le sulfite neutre de méthyle et de *n*-butyle $SO(OCH^3)(OC^4H^9)$, distillant à 86-88° sous 14mm;

3° Le sulfite neutre d'éthyle et de *n*-butyle $SO(OC^2H^5)(OC^4H^9)$, distillant à 94-96° sous 14mm;

4° Le sulfite neutre de *n*-propyle et de *n*-butyle $SO(OC^3H^7)(OC^4H^9)$, distillant à 102-104° sous 15mm.

Ces sulfites mixtes sont des liquides incolores, stables, sauf les sulfites de méthyle et d'alcoyle qui se troublent peu à peu. Leur constitution est démontrée par leur saponification facile en sulfite de sodium et alcools.

LITHOLOGIE. — *Sur la diffusion de la silice pendant la formation des jaspes de Corse.* Note de M. **Paul Jodot**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Des jaspes noirs glauconieux, sériciteux et très épais, d'âge Albien, existent au nord-ouest de la Corse; ils se présentent sous forme de bancs durs alternant régulièrement avec les schistes. Bien qu'ils soient d'aspect jaspoïde et homogène, leur partie médiane est encore calcaire.

Le calcaire microlitique contient des Radiolaires : Spumellaria (AC.) et Nasselaria : cf. *Dictyomitra* (R.) et parfois des Miliolidæ. L'épigénie du calcaire en jaspe se fait assez rapidement sous forme de calcédoine monoréfringente et de calcédonite à l'emplacement des organismes. A la base de la zone calcaire, le jaspe largement développé sur 10 à 15cm atteint 3 à 4 fois la hauteur de la roche mère, et renferme : *Cenosphaera* (C), *Thecosphaera* Haeckel, *Lithocyelia justa* Rust, du Gault de Zilli (Saxe), un genre avec piquant cf. *Monostylas* Cayeux, un autre de la famille des Porodiscida, Nasselaria : aff. *Lithocampe*, *Dictyomitra* Textularidæ (AC.), plaquettes percées d'Holoturies (localisées), Ptéropode (TR.), spicules de Spongiaires (?). Par contre, à la partie supérieure, 2 à 3mm seulement de jaspe séparent la zone calcaire des schistes lités qui surmontent les bancs durs auxquels ils passent sans interruption pétrographique. A leur base, ces schistes noirs avec phyllites et sans glauconie sont silicifiés sur 1 à 2cm et montrent des spicules de spongiaires (TC.), des Foraminifères (AR.) et *Cenosphaera* (TR.); tandis que plus haut, ces mêmes schistes, encore calcaires, contiennent moins de Spongiaires (AC.) et des Foraminifères (TR.), mais pas un seul Radiolaire.

La présence des Spongiaires étant incertaine dans les jaspes, la silice aurait son origine dans les seuls Radiolaires, et comme ces coquilles sont

réparties régulièrement dans la roche, la silice libérée de ces organismes aurait dû épigéniser la calcite du calcaire sur une épaisseur identique aussi bien au-dessus qu'en dessous de la roche mère; d'autre part, le jaspe de la partie supérieure du calcaire devrait avoir une hauteur importante, puisqu'il pouvait profiter du surplus de la silice libérée par les nombreux Spongiaires des schistes silicifiés qui leur font pétrographiquement suite : or, on constate le contraire ; il existe donc des *particularités spéciales qui influencent dans les jaspes la diffusion de la silice*.

A priori il paraît difficile de prouver que la silice issue des Radiolaires possède une composition spéciale, et des caractères physico-chimiques différents de celle libérée par les Spongiaires, qui se présente de la même façon ; donc, pour ne pas compliquer le problème, on admettra, pour le moment, l'identité de ces deux silices.

Examinons maintenant les deux couches de jaspes : 1° au-dessous de la roche mère, la transformation en jaspe se fait en profondeur et sans difficulté, de bas en haut, comme dans le phénomène de la meulièrisation des calcaires lacustres ; 2° au-dessus du calcaire, la silice ne paraît pas s'être comportée de la même manière, et sa progression a été incontestablement gênée; tout porte à croire qu'il faut en chercher la raison dans la présence de la matière argileuse et phylliteuse des schistes supérieurs.

Cette observation se trouve confirmée :

1° Par des recherches effectuées dans un tout autre domaine [PAUL JODOT, *Résultats généraux d'une étude micrographique sur les revêtements des chaussées silicatées.* (*Ann. des Ponts et Chaussées*, 1929, p. 242-258)] : une solution de silicate de soude sous l'influence de CO^2 se dédouble pendant sa cristallisation : 1° en soude, qui donne avec CO^2 du carbonate de soude hydraté; 2° en calcédonite α et en silice isotrope; puis tous ces corps se combinent à nouveau en $SiO^2 : Na^2O$. Or cette combinaison est influencée d'une façon directe et manifeste, parfois pendant assez longtemps, par la présence de « matière argileuse » et par le contact de débris organiques.

2° Par la présence de la calcédonite substituée aux organismes dans la plupart des roches siliceuses : silex, chailles, jaspes, etc. On sait qu'au début de l'épigénie d'un calcaire, la silice, libérée par les organismes siliceux, se substitue à la calcite la plus pure représentée soit par des organismes, soit par des cristaux.

D'après ces observations l'épigénie d'un calcaire traverserait les phases suivantes :

1° La silice prend possession de la calcite la plus pure (organisme ou cristaux) y cristallise en calcédonite α instable, qui, par la suite, se transforme en calcédonite β stable.

2° Si la silice n'est pas très pure, la calcédonite α donne naissance à une plage de silice isotrope.

3° Le calcaire est épigénisé progressivement, mais avec des retard de cristallisation dès que les impuretés se multiplient.

4° Au contact de la matière argilo-phylliteuse, la silice marquera un temps d'arrêt, dû vraisemblablement à des phénomènes physico-chimiques qui nous échappent actuellement. Si l'afflux de silice est important, il surmonte l'obstacle présenté par la matière argilo-phylliteuse et la diffusion de la silice continue, sinon elle se trouve définitivement arrêtée.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge des grès à Harlania et sur l'extension du silurien dans le Sahara oriental.* Note de M. **Conrad Kilian**, présentée par M. Ch. Jacob.

I. La *Harlania Halli* Goeppert a été signalée dans les grès du Sahara oriental successivement par M. Hubert dans la région de Djado ([1]), par MM. A. Lacroix et Tilho entre Faya et le pied du Koussi dans le Tibesti ([2]), par MM. Fritel et Carrier dans l'Ennedi ([3]). En outre M. Fouquet indique à In Ezzan, dans les confins Touareg-Tebou ([4]), des « cylindres plusieurs fois ramifiés avec une costulation transversale, parfois ondulés, qui seraient peut-être à rapprocher des *Harlania* ».

De la présence des *Harlania*, MM. A. Lacroix et Tilho concluaient à l'existence certaine du Silurien supérieur dans le Sahara oriental. MM. Denayer ([5]) et Fritel ([6]) se sont montrés moins affirmatifs. M. Hubert a considéré les grès comme dévoniens.

Ma dernière exploration des confins Touareg-Tebou m'a permis de constater la présence de *Harlania Halli* indiscutable à In Ezzan. Je complète ainsi les renseignements de M. Fouquet. En outre, j'ai pu établir le passage latéral de ces formations à *Harlania Halli* d'In Ezzan à des formations incontestablement siluriennes, celles d'In Djeran, localité qui se trouve à une cinquantaine de kilomètres à l'Ouest. Ici, à In Djeran, l'âge

---

([1]) *Bull. Soc. Géolog. France*, 1, 1917, p. 115. note 5.
([2]) *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 1171.
([3]) *Bull. Soc. Géolog. France*, 24, 1924, *C. R. S.* p. 33.
([4]) *Revue Géographie Physique et Géologie dynamique*, I, Fasc. 4, 1928, p. 276.
([5]) *Bull. Soc. Géolog. France*, 24, 1924, p. 553 et 554.
([6]) *Bull. Soc. Géolog. France*, 25, 1925, p. 34 et 48.

est bien marqué par la présence d'un niveau argilo-psammitique à Diplograptidés que j'ai déjà signalé dans une communication antérieure ([1]).

On peut donc ranger définitivement dans le Silurien, comme l'avaient affirmé MM. A. Lacroix et Tilho, les Grès à *Harlania* qui jouent un rôle si considérable dans le Sahara oriental.

II. Les grès inférieurs des Tassilis, d'âge ordovicien, tiennent une place non encore signalée dans l'Orient de l'Ahaggar.

a. Des témoins de cette formation couronnent les monts Oursan, au nord de la vallée du Tadent, dans le territoire du Serkout.

b. Des lambeaux plus ou moins considérables de grès, qui semblent se rattacher aux grès inférieurs, sont répandus dans la région de Serouenout.

c. A partir des Amamouken, près des monts Adaf, en allant vers l'aval du Tafassasset, des grès, qui semblent bien être les grès inférieurs, occupent la majeure partie du bas-fond et ensuite du Teneré, du Tafassasset. Puis sur toute la longueur de la transversale Tin Taourdi-Djado, se montrant dès 75^{km} à l'est de Tin Taourdi, ils ne laissent paraître les schistes cristallins que sur une quarantaine de kilomètres, à l'ouest des monts Bousselak.

Les observations qui viennent d'être mentionnées montrent que le domaine où les grès inférieurs sont conservés est plus considérable qu'on ne le supposait dans les confins Touareg Tebou. En outre, jointes à ce que l'on sait sur le Nord-Ouest (Emmidir et Ahnet-Asedjerad), sur le Sud-Ouest (Timissao) et le Sud (Tassili-N-Ahaggar), elles tendent à prouver que les grès ont recouvert tout l'actuel pays cristallin de l'Ahaggar, avant que ne s'opère le décapage par l'érosion.

PALÉONTOLOGIE. — *Comparaison des tests de Lamellibranches et de Gastropodes*. Note de M. **Couvreur**, présentée par M. L. Cayeux.

Si l'on ne considère que la morphologie des coquilles de ces deux groupes de Mollusques, il paraît difficile d'établir un lien entre elles : cependant l'analyse microscopique faite sur divers exemples actuels ou fossiles en vue de recherches pétrographiques m'a montré que les éléments anatomiques sont les mêmes pour les deux séries et que leur disposition générale en strates régulières et périodiques est comparable. Mais les Lamellibranches sont plus difficiles à comprendre que les Gastropodes, parce que, relative-

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 508.

ment, le test est beaucoup moins homogène et plus condensé. Il est différent suivant que l'on considère le bord cardinal ou le bord ventral des valves. De plus les ornementations superficielles, côtes et sillons radiaires ou concentriques si fréquents, viennent ajouter des complications au type primitif de la structure. C'est dans la région des crochets qu'il convient de chercher cette structure originelle; embryogéniquement, c'est la partie la plus ancienne et les ornements en général y sont atténués.

En outre les deux valves du Lamellibranche y sont recourbées plus ou moins fortement : la courbure de chaque crochet est double; elle tend à ramener le crochet d'abord sur le plan mitoyen dès valves et ensuite vers l'avant ou vers l'arrière de la coquille (formes prosogyres ou opisthogyres). Ce dernier mouvement rappelle comme une ébauche de l'enroulement spiral du Gastropode. Or, j'ai signalé [1] que cet enroulement avait pour résultat d'appliquer sur elle-même la surface externe qui tapisse en effet l'ombilic, et qu'en conséquence de cet accolement les couches externe, moyenne et interne du test tubulaire primitif se trouvaient doublées dans l'épaisseur du test.

Or, dans les sections de crochets de valves de Lamellibranches, on observe également que *des assises à structure fasciculée, identiques à l'assise la plus superficielle, se répètent dans l'épaisseur du test.* Si l'on suit ces assises du bord dorsal (crochet) au bord ventral, on les voit se jeter les unes sur les autres, d'où des successions variées. Mais, dans le crochet, elles sont bien distinctes. Ce fait s'accorde bien avec l'idée que l'enroulement du test est identique à celui du Gastropode, au moins en ce qui concerne le mouvement proso ou opisthogyre. Puis l'enroulement avorte et, la calcification ne s'effectuant pas dans le plan de symétrie primitif, la coquille évolue vers le type bivalve. Le corps du Gastropode reste logé à l'intérieur du tube primitif. Celui du Lamellibranche émigre en quelque sorte pour se loger dans l'ombilic, et la coquille, s'accroissant symétriquement, reste extérieure à chaque valve. Dans cette hypothèse, la couche nacrée ou porcelainée de l'intérieur des valves de Lamellibranches n'a pas d'équivalent chez les Gastropodes. Ce serait une néoformation, une couche interne supplémentaire, les deux couches normales restant incluses dans l'épaisseur du test. L'ombilic est divisé en deux moitiés : une pour chaque valve. L'axe de rotation, très court, est orienté perpendiculairement au ligament.

---

[1] M. Couvreur, *Note préliminaire sur la structure des coquilles de Gastropodes* (*Comptes rendus*, **191**, 1930, 151).

L'hypothèse proposée explique seule la microstructure des tests de Lamellibranches comparés à ceux des Gastropodes; il reste à établir qu'elle n'est contradictoire ni avec l'anatomie interne, ce qui ne paraît pas être, ni avec l'embryogénie.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence de lits à Coccolithes et Coccosphères dans la série oligocène laguno-lacustre de la Limagne.* Note de M. **Louis Dangeard**, présentée par M. L. Cayeux.

Dans la région de Corent, au sud de Clermont, on peut observer, sur les escarpements des bords de l'Allier, une série épaisse de bancs oligocènes classés par Giraud [1] dans le Stampien inférieur : ce sont principalement des marnes dont les feuillets sont couverts de valves de *Cypris*, et des calcaires jaunâtres qui alternent avec de minces lits gypseux et contiennent des Potamides, des Insectes, des Poissons, des Plantes, etc.

Cette série comprend en outre des intercalations assez fréquentes de petites couches blanches qui, à l'examen microscopique, se sont révélées comme étant d'anciennes *boues à Coccolithes* : certaines d'entres elles, formées d'une matière particulièrement friable et traçante, contiennent, à peu près uniquement, des Coccolithes souvent encore groupés en Coccosphères très bien conservées.

Les échantillons prélevés proviennent des pentes orientales du puy de Corent, des carrières de Sainte-Marguerite et des carrières situées au sud de Mirefleurs. Ils y forment des lits d'aspect crayeux dont l'épaisseur varie de 5 à 6^{cm} à quelques millimètres, des plaquettes dures faciles à isoler ou de très minces feuillets alternant avec les marnes.

Les Coccosphères observées sont arrondies : elles ont de 16 à 20^{μ} environ. Quant aux Coccolithes, ils sont de taille et de formes assez variables; leur longueur varie de 2 à 7^{μ}; les uns ressemblent à de simples anneaux ovales, d'autres offrent un dessin relativement compliqué. Ils appartiennent probablement à plusieurs genres de Coccolithophoridées.

De tels lits à Coccolithes observés dans ces conditions de gisement présentent un intérêt spécial.

On sait en effet que les Coccolithophoridées actuelles, minuscules algues

(1) Jean Giraud, *Études géologiques sur la Limagne (Auvergne)* (*Bull. Serv. carte géol.*, 13, n° 87, 1902, p. 227).

du plancton, sont considérées comme des formes essentiellement marines; elles existent à peu près dans toutes les mers, tandis qu'elles ont été rarement signalées dans l'eau saumâtre ou dans l'eau douce(¹). Leurs squelettes calcaires s'accumulent dans les boues marines actuelles, principalement dans la boue à Globigérines, et prennent une part importante à la constitution de la craie et de nombreux autres sédiments anciens d'origine marine. GÜMBEL, *Coccolithen in Eocänmergel*, *Neues Jahrb. für Mineralogie*, 1873, (p. 299-302).

Or les échantillons trouvés dans la Limagne proviennent d'une série lagunaire. Ils permettront d'étudier des Coccolithophoridées très bien conservées qui ont vécu dans des conditions de milieu spéciales et ont formé, par leur accumulation en quantité prodigieuse, une sorte de craie d'origine lagunaire, véritable *terre à Coccolithes* rappelant les *terres à Diatomées* (randannites) signalées depuis longtemps en Auvergne.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La potasse dans la souche de la Betterave à sucre.* Note de MM. **H. Colin** et **P. Billon**, présentée par M. Molliard.

Les variétés actuelles de Betteraves sucrières sont beaucoup moins minéralisées, dans leur souche, que celles de jadis; elles ne renferment plus guère, au moment de l'arrachage, que 3 pour 100 de cendres carbonatées. Depuis des années, l'industrie s'efforce de créer des lignées riches; cette sélection a joué automatiquement au détriment de la minéralisation, preuve d'un antagonisme certain entre les cendres et la richesse.

Pour ce qui est de la potasse, K_2O, elle représente à elle seule, dans les analyses anciennes, environ 50 pour 100 du poids des cendres de la souche, tandis que la chaux et la magnésie réunies atteignent péniblement 20 pour 100. Aujourd'hui, le taux de la potasse, variable d'ailleurs suivant le sol et le climat, peut s'abaisser jusqu'à 25 pour 100 et tomber au-dessous de celui du total chaux + magnésie. C'était le cas, l'an dernier, pour les Betteraves de la sucrerie de Souppes-sur-Loing, qui n'étaient certes pas moins riches que d'autres en saccharose. L'alcalinité soluble des cendres, évaluée en présence de méthyl-orange, n'était pas supérieure à 60^{cm^3} de MOH par gramme de cendres, alors que l'alcalinité insoluble, mesurée dans les mêmes conditions, s'élevait à 76^{cm^3}.

(¹) W. CONRAD, *Sur les Coccolithophoracées d'eau douce* (*Archiv. für Protistenk.*, 63. 1928, p. 58).

Dès 1875, il est bon de le rappeler, Wille faisait remarquer que les souches les plus riches en sucre étaient les moins minéralisées et contenaient plus de chaux et moins de potasse.

Dans les souches que nous avons analysées en grand nombre, la quasi-totalité de la potasse était à l'état de sels d'acides organiques; les cendres ne donnaient que faiblement la réaction des chlorures et des sulfates, les phosphates solubles faisaient défaut. Par lavage des cossettes fraîches à l'eau chaude (60°) jusqu'à complet dessucrage, plus des quatre cinquièmes du potassium sont éliminés; ce qu'il en reste ne résiste qu'en partie à l'eau bouillante (trois épuisements, d'une heure chacun, à 97°). A ce point, les cossettes ne renferment plus qu'un huitième environ de la potasse initiale, alors que l'alcalinité insoluble n'a pas baissé de moitié. Les dernières traces de potassium s'en vont, avec beaucoup de magnésie et de chaux, en milieu légèrement acide (HCl à $0^g,5$ pour 100), à douce température (55°) [1].

Après cette série d'épuisements, la pulpe est réduite à moins du douzième de son poids sec initial; elle laisse encore environ 4 pour 100 de cendres, formées de carbonate et de phosphate de chaux.

Ces résultats se trouvent condensés dans le tableau ci-dessous. On y voit les variations de la matière sèche, des cendres, de la potasse, de l'alcalinité soluble et insoluble (en centimètres cubes de MOH N/10), au cours des traitements successifs qui viennent d'être décrits :

Pulpe.	Initiale.	Dessucrée.	Ébouillantée.	Dépectinée I.	Dépectinée II.
Poids sec	100^g	22,60	16,60	9,40	8,63
Poids des cendres	3,07	1,04	0,86	0,48	0,32
Cendres °/₀ du sec	3,07	4,60	5,20	5,18	3,73
Poids de K^2O	0,76	0,14	0,09	0,00	0,00
K^2O °/₀ du sec	0,76	0,62	0,54	–	–
K^2O °/₀ de cendres	24,75	13,44	10,46	–	–
Alcalinité soluble	183^{cm^3}	31	24	1	–
Alcalinité °/₀ du sec	183	140	150	10	–
Alcalinité insoluble	236	158	121	65	35
Alcalinité °/₀ du sec	236	700	730	690	415

Rien dans tout ceci ne suggère l'idée que le potassium joue un rôle

---

(1) Ce sont les matières pectiques qui sont solubilisées à ce moment; les liqueurs décantées au bout de 2 heures, jaunâtres et opalescentes, se gélifient dès qu'on les neutralise. Si l'on soumet la pulpe à une seconde macération chlorhydrique de 2 heures, identique à la précédente, le poids sec baisse à peine et le milieu ne coagule plus.

particulier et direct dans l'élaboration de la réserve saccharine; rien par conséquent ne recommande l'emploi, dans la culture de la Betterave sucrière, des doses massives d'engrais potassiques préconisées par certains.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les betteraves à sucre et les mélasses (azote et raffinose).* Note de M. **Émile Saillard**, déposée par M. P. Viala.

Tous les ans nous suivons, pendant les deux mois (août et septembre) qui précèdent le commencement des arrachages, la végétation de la betterave à sucre par des analyses hebdomadaires qui portent sur les betteraves de 30 champs d'essais, répartis sur les divers points de la région betteravière française et qui sont tous pourvus d'un poste d'observations météorologiques.

Nos 30 correspondants nous envoient chaque semaine, à notre laboratoire à Paris, des échantillons de 25 betteraves, toujours prélevées de la même façon, ainsi que leurs observations météorologiques.

En plus du poids et de la richesse saccharine des racines et du nombre de pieds par hectare, nous déterminons, sur les échantillons de la dernière semaine : l'azote total (méthode Iodlbauer); l'azote albuminoïde précipité par l'hydrate d'oxyde de cuivre; l'azote ammoniacal et amidé en bloc par distillation, en présence de la magnésie, et après ébullition du jus de digestion aqueuse déféqué, puis acidifié avec de l'acide sulfurique (la moitié de l'azote amidé passe à l'état d'ammoniaque).

Nous faisons ce même travail depuis 30 ans. Voici quelques moyennes qui se rapportent aux 10 années 1904-13 et aux 10 années 1920-29, ainsi qu'à l'année 1930 et aux dernières années :

Années.	Pluie tombée en août et septembre.	Sucre élaboré par semaine et par hectare.
	mm	kg
1904-13...	115	493
1920-29...	113	503
1930......	145	620

Années.	Azote pour 100 de sucre. Total.	Albuminoïde.	Amidé et ammoniacal.
1930...	0,91	0,51	0,08
1929...	1,17	0,62	0,19
1928...	1,23	0,69	0,14
1927...	1,00	0,56	0,10
1926...	1,05	0,59	0,11
1911...	1,85	0,94	0,23

L'abondance de la récolte a été cause que la campagne sucrière a duré

plus longtemps que d'habitude. Commencée avant le 1er octobre 1930, dans bon nombre d'usines, elle s'est continuée, dans quelques-unes, jusqu'au mois de février 1931.

Pendant la campagne, nous avons suivi la composition des mélasses de 62 fabriques de sucre. Des échantillons ont été prélevés à différents moments, entre novembre et février.

Sur chacun des échantillons, on a déterminé la matière sèche (étuve à 105°/110°), la polarisation directe après défécation avec du sous-acétate de plomb; le saccharose suivant la méthode d'inversion Clerget; l'azote suivant la méthode Iodlbauer.

Voici les résultats moyens obtenus pour chacune des dernières années et pour l'année très sèche 1911-1912 :

Années.	Matière sèche pour 100.	Polarisation directe pour 100. (a)	Sucre Clerget. (b)	Écart. (a—b)	Azote pour 100 de mat. sèche.
1930-31 (pluvieuse).....	76,11	49,31	47,53	1,78	1,95
1929-30...............	77,54	49,31	48,13	1,18	2,31
1927-28...............	74,93	50,54	49,14	1,40	2,14
1926-27...............	79,96	50,43	49,12	1,31	2,33
1925-26...............	78,70	49,26	47,91	1,25	2,17
1911-12 (très chaude)...	76,21	47,73	47,14	0,59	2,62

De ces résultats on peut tirer les conclusions suivantes :

Betteraves. — 1° L'année 1930 a été la plus pluvieuse que nous ayons eue depuis longtemps. Comme la betterave a besoin de beaucoup d'eau, la quantité de sucre élaborée par semaine et par hectare pendant les mois d'août et de septembre a dépassé celles que nous avions enregistrées jusqu'à maintenant : 620kg en 1930 contre 493kg pour les 10 années 1904-13 et 503kg pour les 10 années 1920-29;

2° Dans les années chaudes et sèches, les betteraves sucrières contiennent plus d'azote (azote sous ses différentes formes dosées) que dans les années humides (voir surtout les années extrêmes 1930 et 1911);

3° Les teneurs moyennes en azote (azote total, azote albuminoïde, azote amidé et ammoniacal), obtenues en 1930, ont été les plus faibles que nous ayons trouvées jusqu'à maintenant (voir le tableau ci-dessus).

4° En suivant le travail industriel, par rapport aux teneurs en azote, nous avons établi que les betteraves à faible teneur en azote amidé et ammoniacal donnent des jus épurés qui conservent mieux leur alcalinité

pendant l'évaporation et qui, après concentration, laissent cristalliser plus facilement le sucre.

Mélasses. — 1° Les mélasses ont accusé, en 1930-1931, la plus faible teneur moyenne en azote pour 100 de matière sèche (1,95 en 1930-1931 contre 2,62 en 1911-1912) (dans ces moyennes, entrent des chiffres inégaux);

2° L'écart entre la polarisation directe et la saccharose (suivant l'inversion Clerget) augmente quand la teneur en azote diminue : il a été de 1,78 en 1930-1931 contre 0,59 en 1911-1912; pour certaines mélasses de 1930-1931 il a atteint 3 et même dépassé 3.

3° Pour les mélasses de 1930-1931, ce même écart a augmenté dans un bon nombre d'usines, à mesure qu'avançait la campagne. Dans certains cas, il a augmenté de 0,5 à 0,6 ou 0,7. Il est dû, pour une grande part, à la présence de raffinose, ainsi que nous avons pu l'établir par les méthodes courantes. Il faut en conclure que le raffinose se forme surtout pendant l'arrière-saison, à la faveur d'un temps plus froid.

Pour les dernières analyses, le travail a été fait avec la collaboration de M. Dartois et de Mlle Goldstein; pour les autres, avec la collaboration de M. Wehrung.

ENTOMOLOGIE. — *Anatomie comparée des ovaires de quelques Hyménoptères.* Note de M. **L. Bordas**, présentée par M. Ch. Gravier.

Nous venons de faire une *étude anatomique et histologique de l'appareil reproducteur femelle* des Hyménoptères et voici quelques-unes de nos *conclusions* concernant l'Anatomie comparée des ovaires et de leurs canaux efférents. Nos recherches ont porté sur quarante espèces appartenant à diverses familles de l'ordre des Hyménoptères.

Les *ovaires* sont pairs et formés chacun d'un nombre variable de gaines ovigères ou tubes ovariens dont la forme et la structure varient suivant les diverses espèces. Les extrémités des deux organes sont généralement soudées et fixées à la face interne des premiers segments abdominaux par une sorte de ligament de fibrilles conjonctives.

Les deux faisceaux ovariens s'écartent ensuite et entourent l'intestin moyen en formant, avec les oviductes, une sorte d'anneau ou collier comparable à l'anneau œsophagien. Les *oviductes* sont très courts et dilatés à leur sommet en forme de calice ou de cupule. Ils se continuent par une partie élargie, cavité utérine, présentant latéralement un court diverticule arrondi,

la poche copulatrice et un petit appendice glandulaire tubuleux, la glande accessoire.

Le nombre des gaines ovigères de chaque glande est en général, peu élevé. Nous en avons trouvé 6 chez les *Vespinæ*, 6 ou 7 chez l'*Epeolus*, 8 chez le *Psithyrus*, 10 à 12 chez quelques Tenthrédinides (*Emphytus tibialis*, *Emph. cinctus*), 8 chez *Pimpla*, 4 à 6 chez *Cryptus fumipennis*, 4 ou 5 chez *Ichneumon lineator*, 4 chez *Colpotrochia elegantula* et plusieurs espèces de la tribu des Tryphoninæ; 4 également chez les *Bombus*, *Melecta*, *Chrysis*, *Xylocopa*, *Anthophora*, etc.; 3 chez les *Polistes gallica*, *Eumenes pomiformis*, *Cerceris arenaria*, *Mellinus arvensis*, *Astata boops*, *Priocremis fuscus*, *Pompilus*, *Ammophila sabulosa*, *Philanthus*, *Odynerus*, *Crabro cephalotes*, etc.

Chez les *Vespinæ* (*Vespa germanica*), les ovaires, pendant la période de la ponte, présentent un grand développement; ils remplissent la plus grande partie de la cavité abdominale et s'étendent du premier segment de l'abdomen à l'extrémité postérieure du corps. Dans leur partie initiale, les deux faisceaux ovariens sont accolés et paraissent ne former qu'une masse unique de follicules génitaux. Ils décrivent ainsi plusieurs replis transversaux parallèles jusque vers le milieu de l'abdomen, puis s'écartent progressivement, entourant ainsi la partie médiane de l'intestin moyen. Le diamètre des deux faisceaux va graduellement en augmentant et atteint près de 3^{mm} à leur point de fusion avec les oviductes. L'organe est maintenu en place par de nombreux ramuscules trachéens provenant de deux longs troncs respiratoires qui parcourent longitudinalement la cavité de l'abdomen. Les deux *oviductes*, dilatés à leur origine, sont très courts et, de leur fusion, résulte la poche vaginale aplatie et présentant, vers son milieu, une faible dépression transversale la divisant en deux parties très nettes. C'est sur la partie terminale impaire que se trouvent un diverticule latéral fonctionnant comme poche copulatrice et la *glande accessoire*. Cette dernière est légèrement aplatie, lancéolée et arrondie à son extrémité distale.

Les *ovaires* sont innervés par le dernier ganglion de la chaîne ventrale, ganglion de forme quadrangulaire, qui envoie une paire de filets nerveux antérieurs aux follicules ovariens et une paire latérale aux oviductes. Du bord postérieur de ce même ganglion partent trois nerfs qui se distribuent à l'oviducte impair; à la poche vaginale et aux glandes annexes. Chaque *ovaire* comprend *six* follicules; le nombre total de ces derniers est donc de *douze*. On compte, dans chaque tube ovarien, de 250 à 300 œufs, de sorte que le total des œufs pondus par une femelle de *Vespa germanica* est compris entre 3000 et 3600, etc.

Chez les Eumènes (*Eumenes pomiformis* Lat.), la glande femelle comprend également deux faisceaux ovariens formés chacun de *trois* tubes ou follicules ovigènes, séparés les uns des autres et ne renfermant chacun qu'un très petit nombre d'œufs (de 12 à 15). Les deux faisceaux, après avoir entouré l'intestin moyen, se soudent ensuite, en avant, en un faisceau unique dont l'extrémité filiforme va se terminer au-dessus du jabot.

Les ovaires des *Sphecinæ* (*Cerceris arenaria* Latr., *Cer. variabilis*) sont beaucoup moins développés que ceux de certaines Vespides et sont surtout localisés dans les quatre derniers segments abdominaux. L'organe comprend deux faisceaux, composés chacun de 3 gaines ovariques. Comme dans le cas précédent, les deux ovaires forment un anneau entourant l'intestin moyen et s'accolent, en avant, en un massif impair appliqué à la face dorsale du jabot. On trouve, dans chaque gaine ovarique, 8 à 10 ovules et l'on voit parfois même certaines gaines avorter et demeurer stériles.

On trouve une disposition à peu près semblable chez certains Crabronides (*Mellinus arvensis* L.). Il en est de même chez le *Pompilus fumipennis* Latr., le *Philanthus triangulatus* et *Philant. coronatus*. Chez ces derniers, les deux faisceaux ovariens, à *trois* gaines ovariques, s'écartent et forment un anneau dans lequel passe l'intestin moyen et où se loge également la vésicule à venin. Chaque gaine renferme également de 12 à 15 ovules. Même disposition chez *Crabro cephalotes* Fab., *Cr. vagus* Fab. Chez les Odynères (*Odynerus spinipes*, *Ody. vagus* L., les deux *ovaires*, accolés en avant, s'écartent pour entourer l'intestin moyen et vont déboucher à l'extrémité évasée des oviductes, très courts. L'oviducte impair est également très réduit, aplati et se trouve séparé de la poche vaginale par une dépression transversale.

Chez l'*Epeolus variegatus* Latr. (*Melectidæ*), les glandes femelles sont très développées et occupent la presque totalité de la partie médio-dorsale de l'abdomen. Chacune d'elles comprend, en général, 6 gaines ovariques, rarement de 5 à 7, étroitement unies entre elles. L'oviducte impair est très court et la *glande annexe* a son extrémité distale sinueuse et digitée.

Chaque ovaire des *Cryptus fumipennis* Grav., *Cr. migrator*, *Cr. griseus* Grav. est formé de 4 à 6 gaines ovariques pluriloculaires. On en trouve tantôt 4, tantôt 5, à chaque faisceau ovarien des *Ichneumon lineator* Grav., avec 6 à 8 ovules logés dans chaque gaine. Le *Colpotrochia elegantula* Gr. (Tryphoninæ) possède à chaque ovaire, 4 tubes ovigènes, fusiformes, flexueux, à extrémité filiforme, renfermant de 10 à 15 ovules séparés par des étranglements correspondant aux chambres vitellines. L'*Emphytus tibialis* Klg.

et l'*Emp. cinctus* Kl. (Tenthrédinide) ont de 10 à 12 gaines ovariques à chaque organe femelle. Le nombre 11 est à peu près constant chez l'*Emphytus cinctus* et chaque gaine renferme de 4 à 6 ovules.

Chez les Ammophiles (*Ammophila sabulosa*, L., *Am. heydenii* L., à l'époque de la ponte, les ovaires sont très développés et chaque faisceau glandulaire comprend *trois gaines ovariques* séparées et dont les extrémités filiformes flottent librement dans le troisième segment abdominal. Les deux premiers anneaux, grêles et allongés, ne livrent passage qu'au tube digestif, au cordon nerveux et aux deux conduits trachéens latéraux.

Les *oviductes*, qui débutent par une partie dilatée, sont très courts et se fusionnent en un large oviducte impair.

La partie terminale de l'organe femelle ou poche vaginale a la forme d'un sac quadrangulaire de 1^{mm}. de côté, divisé en deux régions par un sillon transversal. L'innervation des glandes génitales est assurée par les deux derniers ganglions abdominaux dont l'antérieur est situé au confluent des deux oviductes et le dernier, de forme quadrangulaire, émet de nombreux filaments nerveux qui se distribuent aux ovaires, aux oviductes, à la poche vaginale et aux glandes venimeuses.

ZOOLOGIE. — *Remplacement successif des sacs viscéraux chez les* Chlorogaster, *Rhizocéphales parasites des Pagures.* Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. F. Mesnil.

En général, ainsi que je l'ai indiqué [1], les sacs externes du *Chlorogaster* n'incubent qu'une seule ponte, après quoi ils se flétrissent et tombent; puis, à la mue suivante du Pagure qui les portait, une nouvelle poussée de sacs viscéraux devient externe et subit une évolution semblable. La dissection attentive d'un grand nombre d'individus m'a permis d'élucider le mécanisme de ce remplacement.

A chaque fois les systèmes individuels [2] des racines des sacs externes caducs subissent une dégénérescence précoce et rapide; mais, d'avance, pendant que se fait, dans des sacs actuellement externes (I), l'incubation d'une ponte, les appareils radiculaires de la poussée suivante (II) sont déjà en place, sous forme d'un certain nombre de tubes longitudinaux, émanés

---

(1) *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 771.
(2) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 769.

du feutrage périintestinal thoracique. Chacun d'eux n'émet encore, dans sa région antérieure, que quelques courtes ramifications assez pauvres et représente, dans sa partie abdominale postérieure, insinuée entre les viscères, l'amorce d'un futur goupillon, mais provisoirement réduit à son axe seul, sans aucune digitation transversale. Tout ce nouveau système est flottant

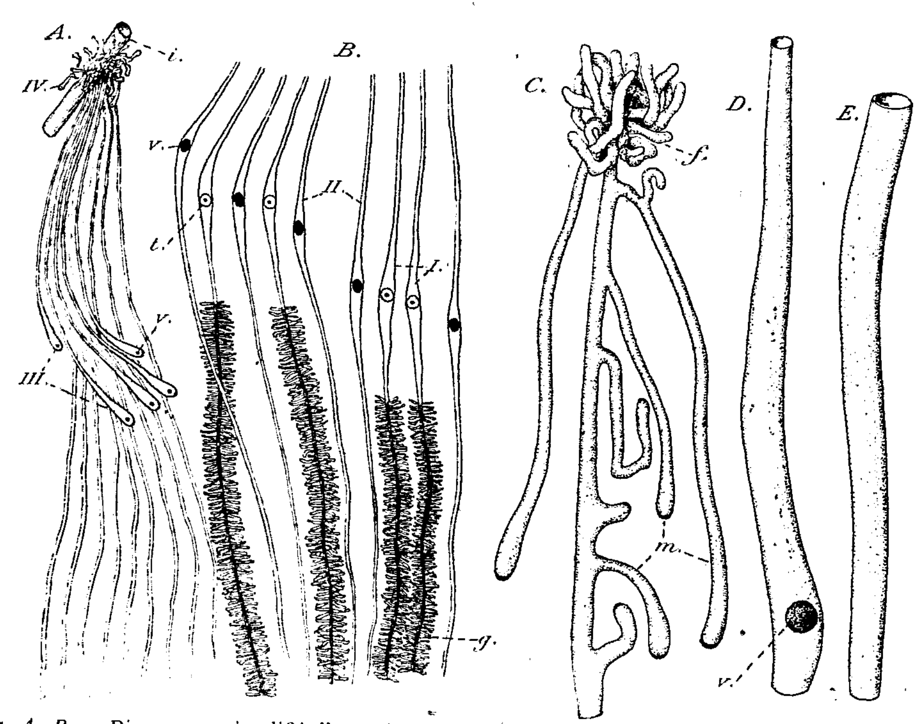


Fig. *A*, *B*. — Diagramme simplifié d'une dissection : *A*, région thoracique; *B*, région abdominale; I-IV les poussées successives présentes simultanément. Fig. *C*, *D*, *E*. — Trois tronçons successifs d'un système radiculaire II. *f*, feutrage périintestinal; *g*, goupillon; *i*, intestin du Pagure; *m*, massues de ramification; *t*, origine du pédoncule d'un sac externe; *v*, bourgeon de masse viscérale.

dans le cœlome, sauf en un point où le tube longitudinal adhère à la face interne des téguments du Pagure. En ce point, qui correspond au futur orifice de sortie du sac viscéral de remplacement, celui-ci est déjà ébauché, à l'intérieur du tube creux de l'axe radiculaire, sous forme d'un bourgeon (*fig*. B, D; *v*), dont l'organogenèse est précoce et qui affecte, suivant son étape de développement, l'aspect d'un ovoïde court ou d'un boudin plus ou moins allongé.

Dans la partie antérieure de l'abdomen et dans le pédicule qui la relie au thorax, la dissection met en outre en évidence les amorces de la poussée

suivante (III), sous forme d'un bouquet de tubes creux, en ampoules, dont les cols étirés viennent du thorax, tandis que les panses renflées se dirigent vers l'arrière, munies à leur extrémité d'un sommet végétatif épaissi et contiennent chacune dans leur cavité, attenant à la paroi, un massif compact, à peu près sphérique, (III, *v*.), bourgeon du futur sac viscéral correspondant.

Enfin, dans le thorax même, où les tiges antérieures de tous les systèmes radiculaires précédents viennent se perdre dans le feutrage périintestinal, on voit émaner aussi de ce feutrage de courtes massues plus grêles (IV), de tailles et de directions diverses, et dont les plus grandes, orientant d'une manière manifeste leur panse vers l'arrière, contiennent à leur intérieur, en situation subterminale, un massif plein, né par foisonnement profond de la paroi, première annonce d'un bourgeon de sac viscéral encore ultérieur.

Chaque individu disséqué présente une variante personnelle de ce schéma général : plus les embryons incubés dans les sacs externes I sont avancés, plus les bourgeons II sont volumineux et différenciés, plus les ampoules III s'allongent dans l'abdomen, plus les massues IV sont elles-mêmes développées.

Ainsi, dans un Pagure infesté par un *Chlorogaster*, quatre poussées successives au moins de sacs viscéraux sont présentes simultanément. Quels sont leurs rapports mutuels? Je n'ai pas encore réussi à établir d'une manière certaine la continuité effective des racines thoraciques entre les divers éléments d'une même poussée simultanée arrivée à l'état adulte ; mais je puis l'affirmer pour les poussées successives, les jeunes massues naissant manifestement comme des ramifications antérieures de l'axe d'un système radiculaire d'ordre précédent.

PHYSIOLOGIE. — *Capacité vitale et ventilation pulmonaire.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

1. On a montré [1] que la durée d'une respiration qui mesure la capacité vitale est d'environ 20 secondes, soit trois par minute; et cela fait trois fois $3^{l},15$, ou une *ventilation pulmonaire au repos de* $9^{l},50$ à peu près. Dans la réalité, on fait de plus petites respirations et plus nombreuses; mais je dis

[1] Jules Amar, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1490.

que *fréquence et amplitude se combinent pour atteindre au même taux de ventilation.* L'expérience (sujet de 70^{kg}, dans une salle à 21 degrés), a donné les résultats confirmatifs qui suivent :

I.	Fréquence par minute....	20	10,3	9	7,3	6,2	6	4,8	3,5
	Volume d'une respiration.	0^l,57	1,01	1,1	1,2	1,57	1,6	2	2,65

D'où l'on voit que le volume des respirations augmente à mesure que leur fréquence diminue, et alors elles sont de plus en plus profondes. Faisons le produit volume × fréquence ; nous aurons les taux de ventilation ci-dessous :

11,4 10,4 9,9 8,76 9,7 9,6 9,6 8,9

La moyenne n'est pas loin de 9^{l}50, limite physiologique assignée par la C. V., et les écarts positifs sont le fait d'une action musculaire plus intense aux fréquences rapides.

Une autre série d'expériences s'accorde avec la précédente :

II.

II.	Fréquence par minute ...	18	10,3	8	7,7	5,8	4,2	3
	Volume d'une respiration.	0^l,62	1	1,36	1,2	1,61	2,2	2,95
	Ventilation............	11,16	10,3	10,9	9,14	9,3	9,2	8,85

Dans toutes ces expériences on se donne artificiellement, *volontairement*, une inspiration de plus en plus lente ; l'expiration suit, réglée en durée par le chimisme sanguin, le pH résultant du mélange $CO^2 + O^2$ dans lequel ces deux gaz représentent deux forces antagonistes : CO^2 excite, O^2 inhibe le centre nerveux respiratoire ([1]). On se donne de même la durée d'une expiration, et celle-ci détermine la durée de l'inspiration par le processus du pH. L'*automatisme bulbaire* que ce pH a pour effet de déclencher et régler, de conditionner comme fréquence et amplitude, cet automatisme subit l'intervention du cerveau ([2]). Ainsi la volonté peut altérer le rythme, les périodes respiratoires d'une personne valide, ne souffrant d'aucune maladie. Mais aussitôt après, le rythme normal se rétablit et, au total, la ventilation varie peu dans un temps donné.

2. Considérons maintenant la dépense d'énergie la plus faible d'un

---

([1]) On en a donné les preuves expérimentales dans notre *Éducation respiratoire* p. 19 (chez Dunod).

([2]) Soit dit en passant, cette influence du cerveau rend illusoire le diagnostic des sentiments cachés par leurs effets sur le rythme respiratoire.

homme en *complet repos;* elle est de 1800 *calories* environ, ou

$$1800 : 4,0 = 367^{l},40 \text{ d'oxygène.}$$

Cela fait par minute : 255^{cm^3}. La ventilation étant de $9^{l},50$ ou 9500^{cm^3}, on trouve donc une quantité d'oxygène consommé égal à :

$$\frac{255}{9500} \times 100 = 2,68 \text{ pour } 100.$$

Effectivement, et aux variations près de la ventilation de repos (entre $7^{l},50$ et $9^{l},50$), l'expérience nous a donné les pourcentages d'oxygène de 2,50 à 3.

L'organisme en complet repos tend au minimum de ventilation et c'est ce que réalisent les *petites respirations*. En outre celles-ci fournissent un minimum d'hématose, en limitant l'absorption d'oxygène.

Rappelons à ce sujet la notion de *coefficient hémopnéique* que nous défendons depuis 12 ans (*loc. cit.*) parce qu'elle est la loi fondamentale de la respiration. A mesure que nous approfondissons l'inspiration, l'air pénètre sous une pression croissante qui passe de p à P. Et le rayon de la capacité pulmonaire augmente de r à R. De la relation :

$$\frac{P}{p} = \frac{R}{r},$$

on déduit facilement

$$\frac{P}{p} = \sqrt[3]{\frac{V}{v}} = K,$$

liant les volumes des respirations aux intensités (ou pressions) des échanges gazeux de la diffusion alvéolaire. C'est au coefficient d'accroissement de ces échanges que l'on a attribué le nom de « coefficient hémopnéique K ». Il est clair que K est toujours positif, V étant supérieur à v, sauf dans certains états pathologiques, ou dans l'essoufflement de surmenage.

Lorsque la respiration atteint les bornes de la capacité vitale, soit $3^{l},08$ dans une expérience, le pourcentage d'oxygène consommé s'est élevé à 4,90, au lieu d'être 2,68 comme ci-dessus. Par conséquent :

$$\frac{4,90}{2,68} = \sqrt[3]{\frac{3,08}{v}}.$$

Et l'on tire de là le volume v de la plus petite respiration de repos; c'est

$$v = 0^{l},50.$$

Une ventilation de $9^l,50$ correspondra donc à

$$9,50 : 0,50 = 19 \text{ respirations par minute.}$$

L'expérience vérifie tous ces résultats et renforce singulièrement la notion, capitale je le répète, du coefficient hémopnéique. La constance de ventilation de repos et la capacité vitale n'auraient aucun intérêt si le coefficient hémopnéique ne venait préciser le taux minimum d'hématose que, normalement, elles ne doivent pas dépasser. L'hématose de luxe que réaliserait une ventilation approfondie convient, par exemple, au traitement des cardiopathes, ou à la constitution d'une réserve d'oxygène pour les efforts puissants de l'athlétisme.

Au surplus, *en s'approfondissant*, les respirations dilatent les capillaires et stimulent la circulation sanguine, comme l'avait établi d'Arsonval dès 1876 (1).

PHYSIOLOGIE. — *Pouvoir hématopoïétique du carotène.*
Note de MM. **Léon Binet** et **M. V. Strumza**, présentée par M. Ch. Achard.

On connaît l'existence d'une anémie chez les animaux soumis à un régime alimentaire carencé en vitamine A. Cette notion nous a conduits à poser le problème d'une action possible exercée sur la régénération des hématies par le carotène, substance dont la parenté avec la vitamine A semble aujourd'hui bien établie.

Pour aborder une telle étude, nous avons opéré sur des chiens adultes soumis à un régime alimentaire fixe (soupe à la viande et au pain). Nous avons déterminé chez eux, par soustraction quotidienne et aseptique d'une certaine quantité de sang, une anémie accentuée telle que le chiffre d'hémoglobine, dans le sang circulant, soit inférieur au tiers du taux initial de l'hémoglobine. Une telle anémie étant réalisée, on laisse d'abord l'animal pendant 9 jours au même régime et sans nouvelle saignée; on suit avec soin, par des examens répétés, l'évolution de la réparation sanguine. Ce laps de temps écoulé, on pratique à nouveau de nouvelles soustractions sanguines, en réglant leur abondance de façon à ce que le taux de l'anémie retombe après 6 jours à ce qu'il était au point de départ. La quantité et la qualité du sang soustrait pendant cette période de 6 jours permet de calculer aisé-

(1) d'Arsonval, *Thèse Doct. méd.*, Paris, 1887.

ment la production d'hémoglobine réalisée par l'organisme pendant ces 15 jours d'observation.

L'expérience est reprise sur le même animal, en ne faisant varier qu'un facteur, à savoir l'addition au régime fixe d'une certaine quantité de carotène administrée par voie buccale. On établit à nouveau et la progression du taux d'hémoglobine pendant la période de 9 jours et la quantité d'hémoglobine produite pendant les 15 jours d'expérience.

Une troisième expérience est effectuée, calquée sur la première (régime fixe sans carotène).

Nous avons pu ainsi réaliser, sur le même animal, *plusieurs séries* de déterminations et comparer ainsi le comportement du sujet anémié suivant qu'il recevait ou non du carotène.

Nous rapportons dans le tableau ci-après l'observation de trois chiens.

Le chien IV, de $16^{kg},300$, est saigné du 30 septembre au 25 octobre, date à laquelle son taux d'hémoglobine est tombé de $17^{g},14$ à $5^{g},31$ par 100^{g} de sang. A partir de ce moment on lui applique les épreuves précitées en alternant les phases de régime simple et de régime enrichi par du carotène (6^{cm^3} d'une solution huileuse de carotène, à une concentration telle que $1^{cm^3} = 1500$ unités Javillier). Les analyses nous montrent que pendant les périodes où l'animal reçoit du carotène, le relèvement du taux de l'hémoglobine est plus rapide et la quantité d'hémoglobine formée par l'organisme est beaucoup plus élevée. Sous l'influence du carotène la production totale d'hémoglobine a été très supérieure à ce qu'elle est dans les expériences intermédiaires, sans carotène (plus $45^{g},80$, plus $64^{g},53$).

La chienne VII, pesant $19^{kg},200$, est saignée quotidiennement du 22 octobre au 8 novembre et présente, à cette date, un taux d'hémoglobine de $5^{g},66$ au lieu de $14^{g},62$, chiffre de départ. Sous l'influence du régime ordinaire elle fabrique $111^{g},31$ d'hémoglobine, alors que, soumise au régime additionné de carotène (8^{cm^3} de la solution huileuse précitée), elle en produit $172^{g},75$.

Un chien de $17^{kg},750$ est tombé de $17^{g},14$ à 6^{g} d'hémoglobine sous l'influence de saignées quotidiennes effectuées du 16 au 28 décembre. On effectue une série d'explorations, trois durant lesquelles il reçoit le régime simple, deux pendant lesquelles on ajoute au régime du carotène (de 9 à 10^{cm^3} de la solution huileuse signalée plus haut). La lecture du tableau montre que l'administration de carotène accélère le relèvement du taux d'hémoglobine ; quand l'animal en reçoit, on enregistre des surproductions d'hémoglobine ($35^{g},30$, $43^{g},69$).

Conclusions. — Chez des chiens anémiés, l'administration de carotène par la voie digestive a facilité d'une façon considérable le relèvement du taux de l'hémoglobine. La quantité d'hémoglobine produite par un organisme qui subit par ailleurs des déperditions sanguines à l'aide de saignées est singulièrement accrue sous l'influence du carotène.

Évolution du taux d'hémoglobine et calcul de la production d'hémoglobine par un animal saigné, soumis ou non à un régime enrichi en carotène.

	Série expérimentale.	Taux de l'hémoglobine chez le chien anémié.	Taux de l'hémoglobine chez le chien après 9 jours de repos.	Quantité d'hémoglobine produite pendant 15 jours d'observation.
		g	g	g
Chien IV	1 sans carotène	5,31	9,23	75,17
	2 avec »	5,17	10,52	116,83
	3 sans »	5,26	9,44	66,96
	4 avec »	5,56	11,65	122,35
	5 sans »	5,35	7,01	48,68
	6 sans »	5,31	7,70	50,53
Chienne VII	1 sans carotène	5,66	8,94	111,31
	2 avec »	5,35	12,90	172,75
Chien X	1 sans carotène	6	10,90	123,43
	2 avec »	5,31	12,24	149,04
	3 sans »	5,47	7,79	104,10
	4 avec »	5,53	11,11	135,10
	5 sans »	5,88	8,69	78,72

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Effets locaux dus aux champs électriques de très haute fréquence chez le rat.* Note de MM. **Jean Saidman**, **Jean Meyer** et **Roger Cahen**, présentée par M. d'Arsonval.

L'introduction des ondes hertziennes courtes en médecine pose de nombreux problèmes; deux d'entre nous ([1]) ont mentionné l'action mortelle d'un champ électrique de très haute fréquence sur le rat.

Le rat blanc est très sensible à ces champs et a été déjà utilisé au cours de recherches semblables, notamment par Schereschewsky ([2]).

Nous nous sommes proposés d'étudier l'action locale d'un champ élec-

([1]) Jean Saidman, Roger Cahen et Jacques Forestier, *Actions des champs électriques de très haute fréquence sur les tissus organiques* (*Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 452).

([2]) Schereschewsky, *Public Health Reports*, **41**, 1926, p. 37. — Schereschewsky et Andervont, *Public Health Reports*, **43**, 1928, p. 333.

trique de fréquence 20.10^6 p. s. afin de déterminer s'il se produit des différences importantes entre la température régionale et la température centrale.

Nous avons irradié la tête, le thorax ou l'abdomen. La région choisie était placée entre deux plaques métalliques de 4^{cm} de diamètre, convenablement isolées par une feuille de caoutchouc de 8^{mm} ou une égale épaisseur d'air pour éliminer tout courant de conduction.

Les plaques étaient reliées aux extrémités d'un solénoïde couplé au circuit oscillant du générateur, constitué lui-même par deux triodes E.604 fournissant 50 watts oscillants.

Les intensités ont été mesurées dans le circuit d'irradiation, au niveau du ventre d'intensité et ne peuvent être considérées que comme des valeurs relatives.

Les températures rectales ou vaginales ont été évaluées à l'aide d'un thermomètre, soit à alcool, soit à mercure. Le champ électrique échauffe directement le verre et la colonne liquide. La lecture n'a de valeur qu'à condition d'introduire le thermomètre après avoir supprimé le champ électrique. L'interruption de 15 secondes suffisait dans nos expériences à permettre l'ascension du thermomètre sans que l'organisme du rat se refroidisse sensiblement pendant ce temps.

1. *Irradiation de la tête* (deux observations). — Intensité, 2^{amp}. Mort en 5 minutes après une phase d'exophtalmie. La température endopharyngée prise après la mort atteint 42°, la température rectale étant inchangée et normale vers 36°.

A l'autopsie : congestion méningée, durcissement de la masse encéphalique.

2. *Irradiation du thorax* (une observation). — Intensité 1,5 à 2 ampères. Mort en 8 minutes. La température rectale reste normale à 36°.

Autopsie : congestion des poumons, surtout au sommet. Cœur dilaté, caillots dans les oreillettes.

3. *Irradiation de l'abdomen* (sept observations). — La région abdominale du rat a été portée aux températures suivantes, qui correspondent naturellement à des régimes d'intensités différents compris entre 2 et 3 ampères:

Nº 1...........	La température atteint	54°,5	en 15	minutes
» 2...........	»	51,5	» 19	»
» 3...........	»	47,5	» 9	»
» 4...........	»	45,5	» 15	»
» 5...........	»	43,5	» 60	»
» 6...........	»	43,5	» 26	»
» 7...........	»	40,5	» 15	»

Seul le dernier rat a survécu. A la quinzième minute, il présentait une exophtalmie très prononcée qui a cessé avec l'irradiation.

A l'autopsie des six premiers rats on a trouvé :

a. Un érythème de la peau, visible à sa face profonde et persistant après la mort.

b. Une thrombose de l'artère mésentérique. La coagulation du sang dans les grosses veines abdominales.

c. Un placard noir siégeant toujours sur l'intestin, du côté droit en rapport avec la thrombose artérielle.

d. Le cœur dilaté, rempli de caillots.

Il y a donc action élective sur le système vasculo-sanguin avec thrombose; mort probablement due à une embolie.

Nous avons, d'autre part, injecté 1^{cm^3} de sang humain frais dans le péritoine de deux rats dont un seul a été soumis au champ électrique. (La température atteint 43°,5 en 9 minutes.)

Le premier rat est mort pendant l'irradiation, le second a été sacrifié par inhalation d'éther après 20 minutes.

A l'autopsie : dans le péritoine du rat irradié, le sang injecté a été trouvé coagulé, alors que dans le péritoine de l'animal témoin, le sang était toujours liquide.

Conclusion. — Dans les conditions des expériences :

1° L'irradiation régionale augmente relativement peu la température générale.

La température s'élève rapidement dans la région irradiée.

L'irradiation abdominale entraîne la mort lorsque la température profonde atteint 43°,5 et n'est pas fatale lorsque celle-ci ne dépasse pas 41°,5. Le seuil critique semble être voisin de 42°, lorsque cette température est maintenue quelques minutes.

La lésion la plus évidente est une congestion intense avec thrombose vasculaire.

La mort paraît due à une embolie.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Sur les facteurs limitant l'accroissement des cultures des tissus* in vitro. *Signification de l'énergie résiduelle.* Note de M. **Boris Ephrussi**, présentée par M. Jean Perrin.

Les recherches précédemment publiées sur la régénération des cultures *in vitro* nous ont amené à examiner les conditions qui règlent la taille limite des colonies cellulaires ainsi que la vitesse avec laquelle cette taille limite se trouve atteinte. La première question à examiner était l'influence de la taille initialé des cultures.

Dans une série d'expériences de grandes cultures de fibroblastes proliférant dans les conditions optima, étaient coupées en deux ou plusieurs fragments de tailles inégales et ensemencées dans des flacons Carrel D-3 dans un milieu constitué par du plasma dilué par la solution de Tyrode et coagulé par des traces d'extrait embryonnaire. Aussitôt après l'ensemencement, les cultures étaient lavées pendant plusieurs heures avec 2^{cm^3} de solution de Tyrode pour éliminer les traces d'extrait embryonnaire. Par la suite, les cultures étaient entretenues sans phase liquide mais avec des lavages périodiques au Tyrode et au plasma hépariné conformément à la technique de Fischer et Parker (1). Les mesures planimétriques des cultures étaient effectuées toutes les 24 heures. Ces expériences ont montré que dans les conditions indiquées, c'est-à-dire dans un milieu dépourvu de substances stimulantes, les tailles finales des cultures présentaient le même rapport que les tailles initiales. Ce fait est en désaccord avec les résultats de Fischer (*Virch. Arch.*, 279, 1930), mais on peut se demander si les expériences ont été effectuées dans des conditions comparables; Fischer n'indique pas dans son travail si ces cultures ont été faites dans un milieu nutritif ou non. Mais les vitesses avec lesquelles les cultures atteignent cette taille finale sont très différentes : les cultures de petite taille prolifèrent plus rapidement et parviennent avant les grandes au point d'arrêt. Ce fait est à mettre en relation avec la constatation de Fischer et Parker (2) d'après laquelle la prolifération cellulaire active a lieu uniquement dans une zone périphérique limitée des colonies.

Le fait que l'arrêt de croissance de la petite culture se produit avant

(1) *Arch. f. Zellforsch.* 8, 1929, p. 325.
(2) *Brit. Journ. of exp. Path.*, 10, 1929, p. 312.

celui de la grande proliférant dans le même flacon, montre que cet arrêt n'est pas dû à l'accumulation de substances de déchet, conclusion à laquelle Fischer ([1]) est déjà arrivé par un autre raisonnement; d'autre part l'identité des rapports des tailles au début et à la fin de la prolifération indique que l'arrêt de croissance est plutôt imputable à l'épuisement de certaines substances contenues dans le fragment ensemencé.

Une série d'auteurs, Hammett ([2]), Baher ([3]), Rapkine ([4]), Voegtlin et Chalkley ([5]), etc., ont récemment attiré l'attention sur l'importance des groupements — SH pour la division cellulaire. En particulier Rapkine a montré qu'on peut suspendre réversiblement la division de l'œuf d'Oursin par suppression ou addition des groupements — SH. D'après l'hypothèse de cet auteur l'augmentation des corps solubles en — SH qu'il met en évidence quantitativement pendant la prédivision serait due à une libération de radicaux — SH protéidiques, libération produite par une dénaturation des lipoprotéiques protoplasmiques qui aurait lieu à ce moment.

On peut se demander si les substances épuisées pendant la croissance des cultures en milieu non nutritif ne sont pas de nature analogue. Pour répondre à cette question nous avons préparé une série de cultures sœurs et nous avons fait sur celles-ci, à des moments différents de leur cycle de croissance, la réaction au nitroprussiate, dite *réaction du glutathion*. Nous avons pu constater, de cette manière, que les cultures présentent une réaction positive tant que leur croissance est active; cette réaction positive devient de moins en moins intense à mesure que la croissance des cultures se ralentit et devient tout à fait négative au moment où l'énergie résiduelle des cultures est épuisée et la croissance s'arrête.

On sait que la réaction au nitroprussiate met en évidence d'une part les groupements — SH du glutathion, d'autre part ceux attachés à la molécule protéique (radicaux — SH fixes) le premier étant soluble dans l'eau. L'expérience a montré que le lavage des cultures en croissance active affaiblit légèrement la réaction positive présentée par ces cultures. Les cultures dont la croissance a été arrêtée au moment de la réaction ne présentent au contraire aucune coloration même lorsque l'action du réactif est immédiate.

([1]) *Virch. Arch.*, **279**, 1930, p. 94.
([2]) *Protoplasma*, **7**, 1929, p. 297.
([3]) *Journ. Exp. Med.*, **49**, 1929, p. 163.
([4]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 871.
([5]) *Publ. Health. Rep.*, **2**, 1930, p. 3041.

L'absence de la réaction au nitroprussiate dans les cultures arrêtées peut *a priori* être aussi bien la cause que la conséquence de l'arrêt de l'activité mitotique. Mais on peut essayer de refaire la même réaction sur des cultures dont les protéiques sont au préalable dénaturées par ébullition dans un milieu acide. Dans ce cas on constate que la réaction des cultures en croissance active est très fortement renforcée tandis que celle des cultures à croissance arrêtées demeure négative. Ce fait prouve que l'épuisement des substances protéiques capables de fournir des radicaux — SH par dénaturation est réellement la cause de l'arrêt de croissance et donne une idée plus précise sur la signification de l'énergie résiduelle.

La contre-épreuve de ces conclusions est apportée par une expérience du type suivant : on ensemence dans deux flacons deux moitiés d'une même culture qu'on entretient par la méthode de croissance ralentie. Quand l'arrêt de croissance se produit on fait la réaction au nitroprussiate sur l'une d'elles : la réaction est négative. Alors on ajoute dans le second flacon 1^{cm^3} d'extrait embryonnaire, qui d'après les recherches en cours en collaboration avec Rapkine est riche en — SH ; la croissance reprend le lendemain et la culture montre à ce moment de nouveau une réaction positive (1).

Si l'arrêt de croissance de nos cultures est due à l'épuisement d'une catégorie de protéiques (capables de fournir du — SH par dénaturation) on peut se demander comment la régénération de ces mêmes cultures, après un traumatisme, est possible. Le milieu dans lequel cette régénération se produit (plasma coagulé) (Blanchetière, Binet et Mélon, *Journ. Physiol. et Path. gén.*, 27, 1929), est dépourvu de — SH ; les cultures elles-mêmes n'en contiennent plus. Il faut faire appel ici à une hypothèse accessoire qui reste à discuter.

---

(1) Les cultures entretenues par la méthode classique, c'est-à-dire en présence d'extrait embryonnaire montre également un arrêt après trois ou quatre semaines de croissance. Mais elles montrent, même à ce moment une réaction positive au nitroprussiate. Il faut en conclure que l'arrêt de croissance a dans ces conditions pour cause d'autres facteurs, probablement l'accumulation des substances de déchet.

MÉDECINE. — *Nouvel appareil d'électrothérapie pour la production des ondes alternatives à longue période et des courants ondulés.* Note [1] de MM. **Delherm** et **Laquerrière**, présentée par M. d'Arsonval.

En 1892 M. d'Arsonval avait constaté que des courants alternatifs, à ondes si étalées qu'ils ne produisaient pas d'excitation musculaires, avaient sur la nutrition des actions beaucoup plus puissantes que celles de tout autre mode de traitement électrique alors connu.

D'autre part Bordet en 1907 avait montré que les muscles dégénérés se contractaient beaucoup mieux quand on les excitait, non par un établissement brusque de courant continu comme celui produit par le métronome, mais grâce à des courants progressivement croissants.

C'est en partant de ces deux données que l'un de nous a créé (A. Laquerrière. *Bull. Acad. Méd.*, 98, n° 29, 19 juillet, 29 novembre 1927, et 14 février 1928) ce qu'il a appelé *les ondes galvaniques alternatives à longues périodes*. L'expérimentation clinique a montré depuis que ces ondes étaient un remarquable agent trophique et formaient d'autre part, pour les muscles en état de dégénérescence accentuée, un agent de gymnastique tout particulier.

Nous décrirons aujourd'hui deux appareillages, l'un fournissant les ondes galvaniques alternatives à longues périodes, l'autre, plus simple, des ondes de même sens. Ces deux appareils pouvant d'ailleurs fonctionner soit sur le courant continu, soit sur le faradique ou le galvano-faradique.

La plupart des dispositifs utilisés pour produire des courants ondulés comportent un curseur mobile sur une résistance ou un dispositif analogue et ceci présente l'inconvénient de déterminer une usure rapide et de mauvais contacts qui altèrent la forme du courant.

Les facteurs de cette forme sont d'ailleurs alors difficilement réglables indépendamment l'un de l'autre.

En 1924 Laquerrière a fait réaliser un appareil à cuve électrolytique qui remédiait déjà en partie à ces inconvénients, mais la nécessité d'employer un liquide présentait quelques difficultés pour l'utilisation et l'entretien de l'appareil.

Nous avons donc pensé qu'il était préférable de réaliser un appareil sta-

(1) Séance du 26 juin 1931.

tique en utilisant les propriétés des lampes à trois électrodes et nous pensons y être parvenus avec le concours de MM. Gaiffe, Gallot et Pilon.

Le principe de cet appareil consiste à faire débiter une source de courant continu ou faradique dans un circuit comprenant des lampes à trois électrodes disposées, les unes en série, les autres en dérivation avec l'utilisation.

Les filaments et les grilles de certaines de ces lampes sont réunis aux bornes de condensateurs alternativement chargés et déchargés. La variation de la différence de potentiel ainsi produite entre filaments et grilles provoque des variations de la résistance apparente des différentes parties du circuit, par conséquent des variations de l'intensité du courant dans ces différentes parties et en particulier dans l'utilisation.

Afin de ne pas altérer la nature du courant, les caractéristiques des différents organes sont déterminées de telle façon que l'intensité totale débitée par la source reste constante.

Cet appareil fonctionne donc d'une façon statique, ce qui évite l'usure et les perturbations produites dans la plupart des onduleurs par les contacts frottants.

Les charges et décharges successives des condensateurs sont réalisées au moyen d'un inverseur à mercure en vase clos actionné par deux fils tendus dilatés alternativement par le passage d'un courant.

L'appareil comporte un montage fournissant des ondes alternatives et un autre fournissant des ondes toujours de même sens.

Le premier montage utilise une disposition en pont de Wheatstone dont les quatre branches contiennent quatre lampes à trois électrodes. La source de courant est dans une diagonale et l'utilisation est dans l'autre diagonale.

Le deuxième montage comporte seulement les deux premières branches du pont, la source et l'utilisation ayant alors un point commun.

Il est possible de régler la période des ondes obtenues en faisant varier l'intensité du courant parcourant les fils qui commandent l'inverseur.

Il est possible de régler le temps d'augmentation et de diminution de l'intensité du courant ondulé en modifiant la capacité des condensateurs et les résistances de charge et de décharge.

Cet appareil permet donc d'obtenir un réglage facile, précis et étendu de la forme de l'onde et nous pensons qu'il contribuera à augmenter l'efficacité des traitements par électrothérapie.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Action calcifiante du bismuth.* Note de MM. **C. Levaditi**, **A. Vaisman**, Mlles **R. Schoen** et **Y. Manin**, présentée par M. Roux.

Des recherches récentes nous autorisent à affirmer que le bismuth, administré à des doses toxiques au lapin et au chien, détermine une calcification intense du muscle (au point d'injection) et du rein. C'est ce qui résulte d'expériences faites avec *des préparations bismuthiques liposolubles* (iodobismuthate de tricétylamine, α-carboxéthyl-β-méthyl-nonoate basique de bismuth et campho-carbonate de bismuth), des composés *insolubles* (carbonate associé au bismuthotartrate sodico-potassique) et des dérivés *hydrosolubles* (bismuthotartrate sodico-potassique). Le tableau ci-contre résume une partie de nos constatations concernant un bismuth liposoluble et le tartrobismuthate sodico-potassique :

N° du lapin.	Bi injecté par kilogramme.	Survie de l'animal.	Rein. Bi en μ gr. par gramme.	Rein. Ca.	Rein. Néphrite.
		Bi-liposoluble.			
597 M.........	0,1	4 jours	290	0	+ + +
813 ».........	0,1	5 »	140	+ +	+ + +
544 ».........	0,08	7 »	56	+ + +	+ + +
598 ».........	0,08	4 »	270	+ + + +	+ +
545 ».........	0,06	7 »	150	+	+ +
546 ».........	0,04	7 »	130	traces	traces
		Bismuthotartrate sodico-potassique.			
2 P..........	0,06	3 jours	110	0	+ + +
3 »..........	0,03	6 »	35	traces	+ +
1 »..........	0,015	7 »	16	+ + + +	0

Ces données montrent : 1° que la calcification rénale apparaît vers le cinquième jour; 2° qu'il n'y a aucun rapport direct entre la teneur du rein en bismuth et sa concentration en calcium; 3° que la néphrite, sans être une condition *sine qua non* de la calcification rénale, la facilite.

Calcification du muscle, siège de l'injection. — La plupart des fibres musculaires au voisinage du dépôt bismuthique, offrent une incrustation calcique intense et se colorent d'une manière élective par les méthodes spécifiques du calcium (Kossa et Crétin). L'emploi simultané de l'hydrogène sulfuré (solution de sulfhydrate d'ammonium à 10 pour 100) et des

méthodes suscitées, permet de différencier, sur coupes, le calcium du bismuth. Ce dernier, inclus dans une réaction inflammatoire à polynucléaires caryolysés et à monocytes, est totalement séparé du calcium musculaire.

Calcification rénale. — Les mêmes méthodes histochimiques permettent de suivre l'évolution de la calcification rénale, ayant, pour siège électif, les épithéliums des anses ascendantes de Henle, et, plus rarement, ceux des tubes contournés. Le calcium apparaît dans le cytoplasme vacuolisé des cellules épithéliales et les imprègne progressivement, pour former des blocs calciques qui obstruent la lumière du canalicule. A remarquer l'intégrité des glomérules de Malpighi.

L'intensité du processus calcifiant est, pour une même dose toxique de bismuth, variable d'un animal à l'autre. La calcification s'atténue au fur et à mesure que diminue la dose bismuthique administrée et qu'augmente l'intervalle entre l'injection et le moment où l'on sacrifie l'animal.

L'analyse chimique démontre la réalité de cette calcification rénale. On a constaté, en effet, la présence de $5^g,48$ et $3^g,03$ pour 100 de calcium dans des reins ayant fourni une réaction histochimique très positive, contre $0^g,085$ pour 100 de calcium, dans un autre rein histologiquement dépourvu de calcium. Ajoutons que le calcium rénal est parfaitement soluble dans HCl à 1/1000 (coupes).

Parmi les métaux étudiés par nous, le bismuth s'est montré le plus calcifiant. En effet, excepté le mercure (1) (*Neptal*), lequel nous a semblé relativement actif, des éléments tels que le vanadium, le tellure, le ruthénium, l'or, le gallium, l'indium, le palladium, le titane et l'arsenic, n'ont exercé aucune action calcifiante.

Conclusion. — *Le bismuth, administré au lapin et au chien, par voie intramusculaire et à des doses toxiques, se montre pourvu de propriétés calcifiantes à l'égard de tissus tels que le muscle, siège de l'injection, et le rein* (2).

(1) Saikowsky, *Virch. Arch.*, 37, 1866, p. 396; Rosenbach, *Zeitschr. f. rat. Med.*, 33, 1868, p. 36; Heilbron, *Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmak.*, 8, 1878, p. 361; Almkvist (*Comm. orale*), ont constaté la calcification rénale au cours de l'intoxication mercurielle.

(2) Il va de soi que cette action calcifiante du bismuth ne s'oppose pas à l'utilisation thérapeutique de ce métal, lequel est administré à des doses non toxiques.

La séance est levée à $16^h\,15^m$.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mai 1931.

L'Opera Maggiore di Alessandro Volta Desunta Dall' Edizione Nazionale, par Luigi Dall' Oppio. Bologna, Cooperativa Tipografica Azzoguidi, 1929; 1 vol. 25cm.

Cours élémentaire de télégraphie et téléphonie sans fil, par F. Bedeau. Paris, Librairie Vuibert, 1931; 1 vol. 25cm,5.

Travaux de la Section de Géodésie de l'Union géodésique et géophysique internationale. Tome 7, fasc. 1. *Rapports nationaux sur les travaux exécutés dans les différents pays établis à l'occasion de la quatrième Assemblée générale.* Stockholm, 11-23 août 1930. Paris, Secrétariat de la Section, 1930; 1 vol. 29cm.

A.-Th. Schlœsing (1856-1930). *Sa vie et son œuvre*, par Désiré Leroux. Paris, Dunod, 1931; 1 fasc. 24cm.

Le cinéma agricole. Répertoire des films. Paris, André Lesot, 1941; 1 vol. 22cm.

Annales françaises de chronométrie. Organe trimestriel de l'Observatoire national de Besançon, de l'Institut de chronométrie de l'Université de Besançon et de la Société chronométrique de France. Besançon, Imprimerie Millot, 1931; 1 fasc. 25cm. (Présenté par M. le général Ferrié.)

Problèmes de l'instinct et de l'intelligence chez les insectes (*Insectes des tropiques*), par le major R. W. G. Hingston. Paris, Payot, 1931; 1 vol. 23cm.

Premier Congrès international de la Sécurité aérienne. Rapports. Paris, Comité français de propagande aéronautique, 1930; 2 vol. 27cm,5.

Héraclite d'Ephèse. Doctrines philosophiques, traduites intégralement et précédées d'une Introduction, par Maurice Solovine. Paris, Librairie Félix Alcan, 1931; 1 vol. 19cm. (Présenté par M. G. Urbain.)

Le Vice-Amiral E. Fournier, marin, diplomate, savant, par Paul Brière. Mayenne, Imprimerie Floch, 1931; 1 vol. 25cm,5.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1930

EUROPE.

France.

Autun. — Société d'histoire naturelle : *Bulletin*, B 1322.
Auxerre. — Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne : *Bulletin*, B 1558.
Avignon. — *Cahiers de pratique médico-chirurgicale*, C 3^{2}.
Bordeaux. — Société linnéenne : *Actes*, B 881.
Brest. — *Le nouvel art cinématographique.*
Cherbourg. — Société des sciences naturelles et mathématiques : *Mémoires*, M 521.
Le Mans. — Société d'agriculture, sciences et arts de la Sarthe : *Bulletin*, B 1735.
Lille. — *Information (L') médicale.*
Lyon. — Observatoire : *Bulletin*, B 1031.
Marseille. — Faculté des sciences : *Annales*, A 310.
— Musée colonial : *Annales*, A 865.
— *Journal des Observateurs*, J 607.
— *Marseille médical*, M 46.
Montpellier. — École nationale d'agriculture : *Annales*, A 853 *bis.*
Mulhouse. — Société industrielle : *Bulletin*, B 1634.
Nice. — Observatoire : *Bulletin*, B 1031^{1}.
Paris. — Académie d'agriculture de France : *Comptes rendus des séances*, B 1861.
— Académie de médecine : *Bulletin*, B 894.
— Académie des sciences : *Annuaire*, I 235; *Comptes rendus hebdomadaires des séances*, C 758.
— Association amicale des anciens élèves de l'École centrale des arts et manufactures : *Annuaire*, A 1280; *Bulletin*, B 914.
— Association amicale des anciens élèves de l'Institut national agronomique : *Annuaire.*
— Association amicale de secours des anciens élèves de l'École Normale supérieure : *Annuaire*, A 2386.
— Association amicale des élèves de l'École nationale supérieure des mines : *Annuaire*, A 1281; *Bulletin*, B 916.
— Association de documentation scientifique industrielle et commerciale : *Bulletin*, A 2283.
— Association des anatomistes : *Bulletin.*

---

(1) Cote de l'*Inventaire des périodiques scientifiques des bibliothèques de Paris.* Paris, Masson, 1924-1925; 4 fasc. 23cm. Les cotes du supplément de cet *Inventaire*, qui vient de paraître, portent un indice; elles n'ont pu être données que pour une partie de ce supplément.

— Automobile Club de France : *Bulletin officiel*, A 2603.
— Banque de France : *Assemblée générale des actionnaires*, B 14[1].
— Bureau des Longitudes : *Annuaire*, A 1370.
— Bureau international des poids et mesures : *Travaux et mémoires*, T 488.
— Compagnie des chemins de fer de Paris à Lyon et à la Méditerranée : *Rapport du Conseil d'administration*, R 61.
— Compagnie des chemins de fer de Paris à Orléans : *Rapport du Conseil d'administration*, R 57.
— Compagnie des chemins de fer du Midi : *Rapport du Conseil d'administration*, R 71.
— Compagnie universelle du canal maritime de Suez : *Rapport du Conseil d'administration*, C 618[1].
— Conseil d'hygiène publique et de salubrité de la Seine : *Comptes rendus des séances* C 742.
— Hôpital Saint-Michel : *Bulletin*.
— Institut des actuaires français : *Bulletin trimestriel*, B 1014.
— Institut Henri Poincaré : *Annales*.
— Institut national agronomique : *Annales*, A 872.
— Institut océanographique : *Annales*, A 873.
— Institut Pasteur : *Annales*, A 874.
— Mines de Bruay : *Rapport aux actionnaires*.
— Ministère de la marine : *Annuaire de la Marine*, A 1355.
— Ministère du commerce : *Bulletin officiel de la propriété industrielle et commerciale*, C 98; *Rapport général*.
— Office international d'hygiène publique : *Bulletin mensuel*, B 1042.
— Office national météorologique de France : *Bulletin mensuel*, B 2247; *Bulletin quotidien de l'Afrique du Nord; Bulletin quotidien de renseignements*, B 2476[1]; *Bulletin quotidien d'études*, B 2475[1]; *Mémorial*, M 677 *bis*[1].
— Services techniques d'hygiène de la ville de Paris : *Annales*, A 1062.
— Société amicale de secours des anciens élèves de l'École polytechnique : *Annuaire*, A 1291 et 1550; *Bulletin*.
— Société de médecine de Paris : *Bulletins et mémoires*, B 1462 *bis*.
— Société d'encouragement pour l'industrie nationale : *Bulletin*, B 1296.
— Société des ingénieurs civils de France : *Annuaire*, A 1403; *Mémoires et Compte rendu des travaux*, M 583; *Procès-verbal*, P 631.
— Société d'histoire de la pharmacie : *Bulletin*, B 1321.
— Société française de photographie et de cinématographie : *Bulletin*, B 1608.
— Société française des constructions Babcock et Wilcox : *Bulletin technique*.
— Société française des électriciens : *Bulletin*, B 1644.
— Société française Hispano-Suiza : *Revue et Bulletin technique*.
— Société nationale d'horticulture de France : *Bulletin mensuel*, A 952.
— Société philomathique : *Bulletin*, B 1836.
— Société de secours des amis des sciences : *Annuaire*.
— Touring-Club de France : *Revue mensuelle*, R 1484.
— Union sociale d'ingénieurs catholiques : *Écho*, E 18.
— Université : *Livret de l'étudiant*, A 92.

— *Acier (L')*, A 110.
— *Aéronautique (L')*, A 182.
— *Agronomie (L') coloniale*, M. 908.
— *Annales de chimie*, A 832.
— *Annales de cryptogamie exotique.*
— *Annales de géographie*, A 837.
— *Annales de physique*, A 832.
— *Annales de protistologie*, A 1024[1].
— *Annales des épiphyties*, A 1090.
— *Annales des ponts et chaussées, Partie administrative, Partie technique*, A 1473.
— *Anthropologie (L')*, M 129.
— *Archives de médecine et de pharmacie militaires*, J 476.
— *Archives de médecine et de pharmacie navales*, A 2134.
— *Arts et métiers*, B 2506.
— *Astronomie (L')*, A 2471.
— *Botaniste (Le)*, B 703.
— *Bulletin des sciences mathématiques*, B 1843.
— *Bulletin trimestriel de l'enseignement professionnel et technique des pêches maritimes*, B 994.
— *Chaleur et industrie*, C 202.
— *Chimie et industrie*, C 342.
— *Enseignement (L') mathématique*, E 278.
— *Fanion médical (Le)*, F 6.
— *Gazette des hôpitaux civils et militaires*, L 27.
— *Géographie (La)*, G 233.
— *Horloger (L')*, H 105.
— *Information (L') médicale*, I 174.
— *Journal d'agriculture pratique et journal de l'agriculture*, M 90.
— *Journal de chimie physique*, J 368.
— *Journal de pharmacie et de chimie*, B 1787.
— *Lumière et radio.*
— *Mémorial de l'artillerie française*, M 677 *bis*.
— *Mois colonial et maritime*, M 1085.
— *Nature (La)*, N 52.
— *Nouvelle aurore (La).*
— *Presses universitaires de France.*
— *Progrès (Le) de l'aluminium.*
— *Progrès (Le) médical*, P 684.
— *Revue des agriculteurs de France*, B 1522.
— *Revue des combustibles liquides*, R 1214.
— *Revue des mutilés de l'oreille*, R 1242[2].
— *Revue des roulements à billes*, R 1256[1].
— *Revue du Génie militaire*, R 1288.
— *Revue du Nickel.*
— *Revue générale de l'électricité*, L 183.

— *Revue générale des sciences pures et appliquées*, R 1362.
— *Revue maritime*, R 1025.
— *Revue scientifique illustrée* (revue rose), R 1216.
— *Technique (La) moderne*, T 50.
— *Tribune (La) médicale*, T 515.
— *Vers la santé.*
— *Voyages et colonies.*

ROUEN. — Société des amis des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1527.
— Société industrielle : *Bulletin*, B 1636.

SAINT-ÉTIENNE. — *Revue de l'Industrie minérale*, R 1123.

STRASBOURG. — Institut de physique du globe : *Annuaire*, U 139.
— Union géodésique et géophysique internationale, section de séismologie : *Bulletin bibliographique trimestriel.*

TALENCE. — Observatoire : *Bulletin*, B 1032.

TOULON. — *Côte d'Azur (La) médicale*, C 1049[1].

TOULOUSE. — Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres : *Mémoires*, H 74.

Allemagne.

BERLIN. — Preussische Akademie der Wissenschaften : *Abhandlungen*, M 944 ; *Sitzungsberichte*, B 192.
— *Demag.*
— *Forschungen und Fortschritte*, F 101[1].
— *Zeitschrift für Physik*, Z 151.

GÖTTINGEN. — Gesellschaft der Wissenschaften : *Abhandlungen*, C 569 ; *Nachrichten*, N 5.

HALLE. — Kaiserlich leopoldinische deutsche Akademie der Naturforscher : *Leopoldina*, L 67.

HEIDELBERG. — Bädische Landes Sternwarte : *Veröffentlichungen*, V 107.

LEIPZIG. — Sachsische Akademie der Wissenschaften : *Abhandlungen der mathematischphysischen Klasse*, A 44 ; *Berichte über die Verhandlungen*, B 185.
— *Endokrinologie*, E 245 *bis.*
— *Jahrbuch der organischen Chemie*, J 36.

MÜNCHEN. — Akademie der Wissenschaften : *Abhandlungen*, A 36.

POTSDAM. — Astrophysikalischen Observatoriums : *Publikationen*, P 815.

Autriche.

WIEN. — Akademie der Wissenschaften : *Sitzungsberichte*, S 358.

Belgique.

BRUXELLES. — Académie royale de médecine de Belgique : *Bulletin*, B 899 ; *Mémoires couronnés*, M 440

— Musée royal d'histoire naturelle de Belgique : *Bulletin*, B 2016; *Mémoires*, M 576.
— Société belge de géologie : *Bulletin*, B 1178.
— Société royale de botanique de Belgique : *Bulletin*, B 1736.
— Société royale zoologique de Belgique : *Annales*, A 988.
— Société scientifique de Bruxelles : *Annales*, A 1001; *Revue des questions scientifiques*, R 1252.
GEMBLOUX. — Station agronomique de l'État : *Annuaire*, A 1416.
LIÉGE. — Société géologique de Belgique : *Annales*, A 980.
LOUVAIN. — *La Cellule, recueil de cytologie et d'histologie générale*, C 125.
UCCLE. — Observatoire royal de Belgique; *Annales*, A 884; *Annuaire*, A 1315; *Bulletin, séismique*, B 2490.

Danemark.

COPENHAGUE. — Danske meteorologiske Institut : *Publikationer*, P 882[1].
— Institut géodésique : *Rapport sur les travaux géodésiques*.
— Seismological Station : *Bulletin*.
— *Danish Ingolf Expedition*.

Espagne.

BARCELONA. — Real Academia de ciencias y artes : *Boletin*, B 434; *Memorias*, M 693.
— *Junta de ciencias naturales*, A 318.
— *Ciencia*, C 397[1].
MADRID. — Comisiòn de investigaciones paleontològicas y prehistòricas : *Memoria* J 923.
— Instituto español de oceanografia : *Boletin de oceanografia y Pesca*; *Notas y Resumenes*, N 239[1].
— Instituto nacional de investigaciones y experiencias agronomicas y forestales : *Boletin*, B 507[1].
— Laboratorio y seminario matematico : *Publicaciones*, J 926.
— Ministerio de Fomento : *Notas y Resumenes*.
— Observatorio astronomico : *Anuario*, A 1908
— Real Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales : *Memorias*, M 692; *Revista*, R 755.
— Real Sociedad española de historia natural : *Boletin*, A 691; *Memorias*, M 696.
— Real Sociedad geografica : *Boletin*, B 460.
— *Instituto forestal de investigaciones y experiencias*.
— *Boletin de pescas*, B 491 *bis*.
SAN FERNANDO. — Instituto y Observatorio de Marina : *Carta fotografica del cielo*.
— *Almanaque nautico*, A 555.
— *Catalogo astrofotografico*.

Finlande.

HELSINGFORS. — Commission géologique de Finlande : *Bulletin*, B 1093 *bis*.
— Finnischen geodätischen Institutes : *Veröffentlichungen*, S 751.
— Societas geographica fenniae : *Acta geographica*, A 119[3]; *Fennia*, F 32.
— Societas scientiarum fennica : *Acta*, A 139; *Bidrag till natur och folk*, B 318.
— Merentutkimuslaitoksen julkaisu havsforskningsinstituts (Institut thalassologique) : *Sk ifter*, M 735[1].
— *Commentationes physico-mathematicæ*, C 573 *bis*.
— *FF (Folklore Fellows) Communications*, F 0[1].

Grande-Bretagne.

BIRMINGHAM. — Natural History and Philosophical Society : *Annual Report*, B 363 *bis*; *Proceedings*, P 525.
CAMBRIDGE. — Observatory : *Annual Report*, C 48.
— Philosophical Society : *Biological Reviews and Biological Proceedings*, P 536[1].
— Solar Physics Observatory : *Annual Report*, A 1721.
— *Discovery Reports*.
DUBLIN. — Royal Irish Academy : *Proceedings*, P 600.
EDINBURGH. — Astronomer Royal for Scotland : *Annual Report*, A 1665.
— Geological Society : *Transactions*, T 306.
— Royal Physical Society : *Proceedings*, P 601.
— Royal Society : *Proceedings*, P 602; *Transactions*, T 402.
GREENWICH. — Observatory : *Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors*, R 429.
HARPENDEN. — Rothamsted Experimental Station : *Rep:rt*.
— *Rothamsted Memoirs on Agricultural Science*, R 1713 *bis*.
LONDON. — British Astronomical Association : *Handbook*, B 742; *Journal*, J 798; *Memoirs*, M 610.
— Conference of Empire Meteorologists. Agricultural Section : *Report*; *Papers and Discussions*; *Observers' Handbook*.
— Geological Society : *Geological Literature*, G 244; *Quarterly Journal*, Q 11.
— Institution of Mechanical Engineers : *Proceedings*, P 560.
— Mathematical Society : *Proceedings*, P 569.
— Meteorological Office : *Annual Report*; *Geophysical Memoirs*, M 783; *Meteorological Observations, Reports and Statistics of the British Colonies*; *Monthly weather Report*, M 781; *Notes on the Meteorological Observations*; *Observatories' Year Book*, O 100[1]; *Professional Notes*, M 784; *Weekly Weather Report*, M 781.
— National Physical Laboratory : *Collected Researches*, N 25; *Report for the Year*, N 26.
— Royal Astronomical Society : *Geophysical Supplement*, M 1257; *Memoirs*, M 608; *Monthly Notices*, M 1256.
— Royal Institution of Great Britain : *Proceedings*, N 258; *Record*, R 196[1].
— Royal Microscopical Society : *Journal*, T 361; *List of Fellows*.

— Royal Society : *Philosophical Transactions*, P 225; *Proceedings*, A 72; *Year Book*, Y 20.
— Royal Society of Medicine : *Proceedings*, P 603.
— *Chemical News and Journal of Industrial Science*, C 311.
— *Geographical Journal*, G 231.
— *Nautical Almanach and Astronomical Ephemeris*, N 73.
— *World Power*.
MANCHESTER. — Literary and Philosophical Society : *Memoirs*, M 627; *Proceedings*, M 627.
OXFORD. — *The quarterly Journal of Mathematics*.
SIDMOUTH. — Norman Lockyer Observatory : *Directors' annual Report*, N 203².

Grèce.

ATHÈNES. — *Practica*.

Hongrie.

BUDAPEST. — *Geographica Hungarica*.

Italie.

BOLOGNA. — Osservatorio astronomico della R. Universita : *Publicazioni*, P 784 *bis*.
— *Giornale di bibliografia tecnica internazionale*, G 316¹.
— *Scientia*, R 1665.
CATANIA — Reale Osservatorio astrofisico di Catania : *Annuario*, R 175¹; *Catalogo, astrofotografico internazionale*.
FIRENZE. — Istituto agrario di scandicci : *Bollettino*.
MILANO. — Academia pro interlingua : *Schola et vita*.
— Reale Istituto lombardo di scienze e lettere : *Rendiconti*, R 175.
— *Raccolta Vinciana*.
NAPOLI. — Accademia delle scienze fisiche e matematiche : *Rendiconto*, R 332.
PADOVA. — Universita : *Rendiconti del Seminario Matematico*.
PALERMO. — Circolo matematico : *Rendiconti*, R 329.
PARMA. — Ufficio idrografico del Po : *Pubblicazioni*.
PISA. — Reale Scuola d'ingegneria : *Pubblicazioni*, R 177 *bis*¹.
REGGIO. — R. Stazione sperimentale per l'industria delle essenze e dei derivati dagli agrumi : *Bollettino ufficiale*, B 659¹.
ROMA. — Institut international d'agriculture : *Revue internationale d'agriculture*, B 1902.
— Ministero dei lavori publici : *Annali*; *Circolo superiore d'ispezione per il Po*.
— Ministero dell' aeronautica aviazione civile e traffico aero : *Annuario*, M 926¹.
— Ministero dell' agricoltura e delle foreste : *Annali della Sperimentazione agraria; Nuovi annali dell' Agricoltura*, A 1131.
— Pontificia Accademia delle scienze : *Annuario*; *Memorie*, M 708.
— Reale Accademia d'Italia : *Annuario*; *Memorie*.

— Reale Accademia nazionale dei Lincei : *Atti*, A 2546; *Memorie*, A 2546; *Rendiconti*, A 2546.
— Reale ufficio centrale di meteorologia e geofisica italiano : *Memorie*, M 702[1].
— Societa italiana delle Scienze : *Memorie*, M 717.
— Specola astronomica vaticana : *Miscellanea astronomica*, S 550; *Pubblicazioni*, P 789.
— Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano : *Annali*, A 1140.
— *Annali idrologici*, U 8[1].
— *Catalogo astrografico sezione vaticana.*
— *Il freddo artificiale industriale.*
— *Nuovi annali dell' agricoltura*, A 1131.
VENEZIA. — R. Comitato talassografico italiano : *Memorie*, S 394[1].
— Reale Istituto veneto di scienze lettere ed arti : *Atti*, A 2571; *Memorie*, M 706.

Latvie.

RIGA. — Latvijas Biologijas Biedrîbas : *Raksti.*

Luxembourg.

LUXEMBOURG. — Institut grand ducal : *Archives*, S 484.

Monaco.

MONACO. — Institut océanographique : *Bulletin*, B 2015.

Norvège.

BERGEN. — Museum : *Aarsberetning*, B 118; *Årbok*, B 118.
OSLO. — *Geofysiske Publikasjoner*, G 221 *bis*.

Pays-Bas.

AMSTERDAM. — Koninklijk nederlandsch meteorologisch Instituut : *Aerologische Brobachtungen; Annuaire; Monthly meteorological data; Seismische Registrierungen; Tabelwerk; Verbeterblad op Kaast.*
— Nederlandsche botanische Vereeniging : *Nederlandsch Kruidkundig archief*, N 92.
— Nederlandsche chemische Vereeniging : *Chemisch Weekblad*, C 318.
— *Recueil des travaux botaniques néerlandais*, N 92.
GRONINGEN. — Kapteyn astronomical Laboratory : *Publications*, P 849.
HAARLEM. — Geologisch Bureau voor het Nederlandsche Mijnegebied : *Jaarveslag*, G 260[1].

— Musée Taylor : *Archives*, A 2162.
LEIDEN. — Physical laboratory of the University : *Communications*, C 616.
— Sterrewacht te Leiden : *Annalen*, A 784.
'S GRAVENHAGE. — Institut international de Statistique : Office permanent de Statistique : *Bulletin mensuel*, I 254.
— *Archives néerlandaises de phonétique expérimentale.*
— *Archives néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux*, A 2185.
— *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles*, A 2185.
— *Flora batava ofbeelding en Beschrijving der nederlandsche Gewassen.*

Pologne.

CRACOVIE. — Akademji Gorniczej : *Rozprawa przedlozona.*
— Société géologique de Pologne : *Annales*, R 1704[2].
LWOW. — Société polonaise des naturalistes « Kopernik » : *Kosmos*, K 89[1].
— Union des sociétés savantes polonaises : *Bulletin*, B 1052.
WARSZAWA (VARSOVIE). — Astronomical Observatory of the Warsaw University : *Publications*, P 849[1].
— Faculté des sciences politiques et économiques : *Annuaire.*
— Nencki Institute of experimental Biology 1920-1927 : *Acta Biologiæ experimentalis.*
— Societas botanicorum Poloniæ : *Acta*, A 134[1].
— Société des sciences et des lettres : *Archives de biologie*, A 1287[2]; *Comptes rendus des séances*, C 671; *Contributions à la flore de la Pologne* (*Planta Polonia*).
— Société polytechnique : *Comptes rendus* (*Sprawozdania i Prace*), S 566[2].
— Wolna wszechnica polska : *Sprawosdanie z dziatalnosci w roku akademickim.*
— *Mathesis polska.*
— *Poradnik dla samoukow botanika*, P 366[1].

Portugal.

COIMBRA. — Observatorio astronomico : *Anaïs; Efemérides astronomicas*, E 303.
— Universidade : *Boletim bibliografico da biblioteca*, B 385 *bis.*
PORTO. — Faculdade de engenharia : *Anaïs.*
— Faculdade de sciencias : *Anaïs*, A 655[1].

Roumanie.

BUCAREST. — Académie roumaine : *Bulletin de la section scientifique*, B 1147.
— École polytechnique : *Bulletin de mathématiques et de physique pures et appliquées*
— Société médicale des hôpitaux : *Bulletins et mémoires*, B 2170.
CLUJ. — *Mathematica.*
JASSY. — Instituto Economico-Social : *Anais.*
TIMISOARA. — École polytechnique : *Bulletin scientifique.*

Russie.

IRKUTSK. — Geological and prospecting Survey : *Buriat mongolian branch; East-siberian branch.*

KHARKOW. — Société mathématique : *Communications*, C 615.

— *Journal chimique de l'Ukraine*, O 265².

KIEFF. — Académie des sciences de l'Ukraine : *Chronik der Archäologie und Kunst; Jahrbuch der Ukrainischen Museums; Mémoires de la classe des sciences physiques et mathématiques*, O 265¹; *Procès-verbaux.*

LENINGRAD. — Académie des sciences : *Bulletin*, B 2485: *Comptes rendus*, C 628; *Mémoires*, C 667; *Travaux de la section géographique; Travaux du laboratoire de biochimie.*

— Comité géologique : *Bulletins; Matériaux pour la géologie générale et appliquée*, C 563¹.

— Institut des mines : *Annales.*

— Pacific Committee of the Academy of Sciences of the U. S. S. R. : *Bulletins.*

— Russian amateur Society of the Universe's Knowledge for the Study of the Universe : *Astronomical Bulletin*, A 2453¹.

— Société russe de minéralogie : *Mémoires.*

— *Archives des sciences biologiques*, A 2157.

— *Obzor glavneichukh mestorojdenii onglei i gorutchukh slantsev S. S. S. R.*

MOSKVA (Moscou). — Geological and prospecting Service : *Bulletin; Transactions.*

— Institut d'État de la médecine vétérinaire expérimentale : *Œuvres.*

— Institut zoologique : *Travaux.*

— Scientific technical Department of the supreme Council of national Economy : *Transactions*, S 232¹.

— Société des amis des sciences naturelles d'anthropologie et d'ethnographie : *Mémoires de la Section chimique; Mémoires de la Section géologique*, M 470⁵; *Mémoires de la Section zoologique*, M 470⁷.

— *Archives des Sciences biologiques.*

— *Revue zoologique russe*, R 1612¹.

ODESSA. — Observatoire géophysique : *Bulletin*, O 93¹.

TIFLIS. — *Aktinonietrischer Monatsbericht.*

Suède.

STOCKHOLM. — Commission de Météorologie agricole : *Procès-verbaux.*

— K. Svenska vetenskaps Akademiens : *Arkiv för botanik*, B 331; *Arkiv för Kemi, Mineralogi och Geologi*, B 331; *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, B 331; *Arkiv för Zoologi*, B 331; *Årsbok*, K 67 *Handlingar*, S 775; *Skrifter i naturskydd sarenden.*

— Sveriges geologiska undersökning, S 776 : *Årsbok*, S 776 *bis*; *Forteckning; Oversiktskarte.*

— *Acta mathematica*, A 126.
— *Les prix Nobel*, P 483.

UPPSALA. — Statens meteorologisk hydrografiska anstalt : *Årsbok*, S 590[1]; *Meddelanden*, M 174.
— Université. Anatomichen Institut : *Lakareförenings Förhandlingar.*
— Université. Geological Institution : *Bulletin*, B 2364.
— Université. Observatoire météorologique : *Bulletin Mensuel*, B 2318; *Observations séismographiques*, O 81.
— *Observations météorologiques à Abisko*, A 67.

Suisse.

BALE. — Société de chimie helvétique : *Helvetica chimica acta*, H 52.
— Société helvétique des sciences naturelles : *Publications de la commission géologique et de la commission géotechnique.*
— *Catalogue des écrits académiques suisses*, C 97.
BERNE. — Bibliothèque nationale suisse : *Rapport*, B 309[1].
GENÈVE. — Observatoire : *Publications*, O 29.
— Société astronomique Flammarion : *Bulletin*, B 1171[1].
— Société de physique et d'histoire naturelle : *Comptes rendus des séances*, C 665; *Mémoires*, M 511.
— *Archives des sciences physiques et naturelles*, B 313.
LAUSANNE. — Institut international de mécanoculture : *Le courrier de l'I. M. C.*
— Société vaudoise des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1862; *Mémoires*, M 558[1].
— *Suisse (La) industrielle et commerciale*, S 734 *bis*[1].
ZURICH. — Eidgenössische Sternwarte : *Astronomische mitteilungen*, M 1066.
— International astronomical Union : *Bulletin for character figures of solar phenomena.*
— Schweizerischen meteorologischen zentral-Anstalt : *Annalen*, S 165.
— *Archives suisses de Neurologie et de Psychiâtrie.*

Tchécoslovaquie.

BRNO. — École des hautes études vétérinaires : *Publications biologiques*, P 821[1].
— École supérieure d'agronomie : *Bulletin*, B 990[2].
— Faculté de médecine : *Publications*, P 835[2].
— Université Masaryk : *Publications de la Faculté des sciences*, S 558.
PRAHA (PRAGUE). — Académie tchèque des sciences : *Bulletin international*, B 2197.
— Česká Akademie Věd a Umění : *Rozpravy.*
— Československé Akademie Zemědělské (Académie tchécoslovaque d'agriculture). *Sbornik; Věstnik.*
— Observatoire national : *Publications*, P 833[1].
— Université Charles : *Publications.*
— *Casopis ceskoslovenské společnosti entomologicke*, C 85[1].

— *Casopis pro pestovani matematiky a fysiky*, C 89.
— *Collection des travaux chimiques de Tchécoslovaquie*, C 511[1].
— *Hvezdárzká Rocenka*, H 142.
— *Výročni Zpráva*, V 265.

Yougoslavie.

Zagreb. — Académie des sciences et des arts : *Prirodoslovna Istraživanja*, P 479[2]
— Univerzitet Kraljevine : *Red predavanja.*

ASIE.

Chine.

Canton. — Geological Survey of Kwangtung and Kwangsi : *Annual Report; Paleontological Memoirs; Special Publications.*
— Observatoire de l'Université Sun Watsen : *Revue bimensuelle.*
Chang-Haï. — Observatoire de Zô-Sé : *Annales*, A 881.
Hong-Kong. — Royal Observatory : *Conference of Directors; Monthly Meteorological Bulletin*, M 1254[1]; *Monthly Seismological Bulletin*, M 1267[2]; *Report of the Director*, R 460.
Nanking. — Academia Sinica : National Research Institute of Meteorology : *Annual Meteorological Report; Elements of aeronautical Meteorology; Hand Book to meteorological Observers; Memoirs; Monthly meteorological Bulletin.*
— Academia Sinica : National Research Institute of Physics : *Scientific Papers.*
— Academia Sinica : National Research Institute of Social Sciences : *Memoirs; Monograph.*
— Institute of Astronomy : *Memoirs.*
— Institute of Chemistry : *Memoirs.*
— Institute of Geology : *Memoirs.*
— Metropolitan Museum of natural History : *Sinensia.*
— Science Society of China : *Contributions from the biological Laboratory.*
Peiping (Peking). — Geological Survey of China : *Geological Bulletin; Geological Map; Geological Memoirs; Memoirs*, M 617; *Monthly Seismological Bulletin*, M 1267[2]; *Paleontologia sinica*, P 16 *bis*; *Special Report.*
— Geological Society of China : *Bulletin*, B 2365[1].

Indes anglaises.

Calcutta. — Geological Survey of India : *Memoirs*, M 620; *Records*, R 193.
— Government Observatories : *Magnetic Meteorological and Seismographic Observations*, M 60.
— Indian Chemical Society : *Journal*, J 817[1]; *Report*, R 471[1].
— Indian Museum : *Memoirs*, M 625; *Records*, R 196.

Ceylon. — *Ceylon Journal of Science*, C 198[1].
Hyderabad. — Nizamiah Observatory of Osmania University : *Publications.*
Madras. — Indian Mathematical Society : *Journal*, J 818.
— Kodaikanal Observatory : *Bulletin*, K 49.

Indochine.

Hanoï. — Inspection générale de l'agriculture, de l'élevage et des forêts : *Comptes rendus des travaux.*
— *Bulletin économique de l'Indochine*, B 2153.
Phu Lien. — Observatoire central de l'Indochine : *Bulletin pluviométrique*, O 85.
— Service météorologique de l'Indochine : *Annales; Bulletin mensuel des Observations*, B 2283[1].
Saïgon. — *Bulletin administratif de la Cochinchine*, B 779 *bis*[1].

Japon.

Keijo. — *Acta medicinalia.*
Kyoto. — College of Agriculture : *Memoirs*, M 613[1].
— College of Engineering : *Memoirs*, M 615.
— College of Science : *Memoirs*, M 615.
— Université : *Acta scholæ medicinalis*, A 134.
Port-Arthur. — Ryojun College of Engineering : *Memoirs*, M 641[1]; *Publications; Reports.*
Sapporo. — Hokkaido Imperial University : *Memoirs of the Faculty of Engineering*, M 616[2].
Sendai. — General Department of Scientific Research of Saito-Ho-On-Kai : *Annual Report of the Work*, A 1814[1]; *Monographs.*
— Tôhoku Imperial University : *Science reports*, S 215 *bis; Technology reports*, T 59.
— *Mitteilungen über allgemeine Pathologie und pathologische Anatomie*, 1065[1].
— *Tôhoku Journal of Experimental Medecine*, T 179.
— *Tôhoku Mathematical Journal*, T 180.
Taihoku. — Imperial University : *Memoirs of the Faculty of Science.*
Tokyo. — Aeronautical Research Institute : *Report*, R 425[1].
— Astronomical Observatory : *Astronomical Bulletin.*
— Chemical Society of Japan : *Bulletin*, B 2355[1].
— Faculty of Science : *Journal*, M 642.
— Imperial Academy : *Proceedings*, P 554[1].
— Imperial Earthquake Investigations Committee : *Bulletin*, B 2376; *Publications* P 858.
— Imperial University : Aeronautical Research Institute : *Bulletin; Report*, R 425[1].
— Imperial University : Earthquake Research Institute : *Bulletin*, B 2360[1].
— Institute of Physical and Chemical Research : *Abstract; Bulletin Guide*, B 2377[1]; *Scientific Papers*, S 229.
— National Research Council of Japan : *Publications; Report.*

— Physico-mathematical Society of Japan : *Proceedings*, T 184.
— Society of Chemical Industry : *Journal*, J 853[1].
— Society of Mechanical Engineers : *Journal.*
— University of Literature and Science : Chemical Laboratory : *Science Reports.*
— *Acta phytochimica*, A 131.
— *Japanese Journal of Astronomy and Geophysics*, J 245.
— *Japanese Journal of Botany*, J 245 *bis.*
— *Japanese Journal of Experimental Medicine.*
— *Japanese Journal of Physics*, J 245 *quinter.*
— *Nagoya Journal of Medical Science*, N 8[1].

Syrie.

KSARA. — Observatoire : *Annales*, A 885[1].

AFRIQUE.

Algérie.

ALGER. — Institut Pasteur d'Algérie : *Archives*, A 2116[3].

British East African.

NAIROBI. — Meteorological Service : *Annual report; Memoirs; Summary of Rainfall.*

Égypte.

CAIRO. — Ministry of Agriculture. Technical and Scientific Service : *Bulletin.*

Madagascar.

TANANARIVE. — Académie Malgache : *Bulletin*, B 2510; *Mémoires*, M 450[1].
— *Bulletin économique mensuel*, B 2154.

Maurice (Ile).

PORT-LOUIS. — Royal Alfred Observatory : *Annual Report; Miscellaneous Publications*, M 951.
— *Results of Magnetical and Meteorological Observations*, M 771.

Tunisie.

TUNIS. — Institut Pasteur de Tunis : *Archives*, A 2117
— Service botanique de la direction générale de l'agriculture, du commerce et de la colonisation : *Annales*, A 1089[1].

Union of South Africa.

BLOEMFONTAIN. — Nasionale Museum : *Paleontologiese Navorsing.*
CAPETOWN. — Royal Observatory Cape of good Hope : *Cape Star Correction Tables; Report of His Majesty's Astronomer at the Cape of Good Hope to the Secretary of the Amiralty*, R 424.

AMÉRIQUE.

Argentine.

BUENOS-AIRES. — Facultad de agronomia y veterinaria : *Boletin.*
— Facultad de Ciencias exactes, fisicas y naturales : *Publicaciones; Publicaciones cientificas y technicas.*
— Ministerio de agricultura : *Memoria*, M 922; *Seccion propaganda e informes*, R 564[1]
— Ministerio de agricultura. Direccion de meteorologia : *Anales; Resumen mensua. de la Carta del Tiempo*, R 630[3].
— Sociedad entomologica argentina : *Revista.*
— *Anales de farmacia y bioquimica.*
— *Boletin matematico*, B 534[1].
— *Boletin matematico elemental.*
— *Boletin mensual de estadistica agro pecuaria*, B 536 *bis.*
— *Physis*, P 324.
LA PLATA. — Facultad de medicina veterinaria : *Revista.*
— Universidad : *Contribucion al estudio de las ciencias fisicas y matematicas*, U 108.
SANTA FE. — Sociedad cientifica : *Anales.*

Brésil.

RIO DE JANEIRO. — Academia brasileira de sciencias : *Annaes.*
— Instituto Oswaldo Cruz : *Memorias*, M 701.
— Observatorio nacional : *Boletim sismologico*, B 2489[1]; *Taboas das marés*, T 28[1].
— *Revista medico-cirurgica do Brasil*, R 883.
SAO PAULO. — Serviço sanitario : *Divulgacaos de hygiène.*
— *Annuario demographico*, A 1861[1].
— *Revista polytechnica*, R 909[2].

Canada.

MONTREAL. — Université : *Annuaire général.*
OTTAWA. — Canadian Patent Office : *Record and Register of Copyrights and Trade Marks*, C 66.
— Department of Mines : *Annual Report*, C 55; *Mines Branch; Museum Bulletin*, G 249 et M 1327; *Reports*, C 55.

— Dominion Observatory : *Publications*, D 137.
— Geodetic Survey of the Canada : *Annual Report of the Director*, A 1796.
— *Tide Tables for the Eastern Coast of Canada*, T 135 *bis*.
— *Tide Tables for the Pacific Coast of Canada.*
TORONTO. — Biological Stations of Canada : *Contributions to Canadian Biology and Fisheries*, C 1001.
— Minister of Fischeries. Biological Board of Canada : *Bulletin*, B 2346².

Chili.

SANTIAGO. — Observatorio del Salto : *Boletin*, B 522¹.

Cuba.

LA HABANA. — Facultad de Letras y Ciencias : *Revista*, U 107.
— Observatorio nacional : *Boletin*, R 565.
— *Boletin oficial de marcas y patentes*, B 558

Équateur.

QUITO. — Universidad central : *Anales*, A 700.

États-Unis.

ALBANY. — *Astronomical Journal*, A 2454.
BALTIMORE. — Johns Hopkins University : *Studies*, J 277.
BERKELEY. — Lick Observatory : *Bulletin*, L 81.
— University of California : *Bulletin*, U 148; *Memoirs*, M 644; *Publications*, U 149.
BOSTON. — American Academy of Arts and Sciences : *Proceedings*, P 500.
BROOKLYN — Institut of Arts and Sciences. Museum : *Brooklyn Museum Quarterly*, B 759²; *Science Bulletin*, M 1335 et B 759¹.
CAMBRIDGE. — Harvard College Observatory : *Annals*, A 1192; *Annual Report of the Director*, A 1714; *Bulletin*, H 30; *Circular*, A 2468.
— Massachussetts Institute of Technology : *Abstracts of Scientific and Technical Publications*, M 123³.
CHARLOTTESVILLE. — Leander Mac Cormick Observatory of Virginia : *Publications*, P 864.
CHICAGO. — Field Museum of Natural History : *Leaflet*, F 57.
EASTON. — American Chemical Society : *Journal*, J 780.
GENEVA. — New-York State Agricultural Experimental Station : *Annual Report*, N 142; *Bulletin; Technical Bulletin*, N 143.
HOUGHTON. — Michigan College of Mining and Technology : *Bulletin*.

MADISON. — Wisconsin Geological and Natural History Survey : *Bulletin*, B 2416.
MINNEAPOLIS. — *Physical Review*, P 307.
NEW-YORK. — American Mathematical Society : *Transactions*, T 252.
— *Meteorological Observatory*, N 157[1].
— New-York Academy of Sciences : *Annals*, A 1200.
— State Museum : *Bulletin*, B 2397 *bis*.
PHILADELPHIA. — Academy of Natural Sciences : *Proceedings*, P 498; *Special Publication; Year book*, A 1656[1].
— American Philosophical Society : *Proceedings*, P 506; *Transactions*, T 258.
— Franklin Institute : *Journal*, J 812.
PITTSBURGH. — Allegheny Observatory : *Publications*, P 847.
PRINCETON. — University Observatory : *Contributions*, C 997.
ROCHESTER. — Academy of Science : *Proceedings*, P 596.
ROLLA. — Bureau of Geology of Mines : *Biennal Report of the State Geologist*, B 328 *bis*.
SAN DIEGO. — Society of Natural History : *Transactions*, T 402[1].
SAN FRANCISCO. — California Academy of Sciences : *Proceedings*, P 534.
STANFORD. — University : *Contributions from the Dudley Herbarium; Publications*, L 65.
WASHINGTON. — Bureau of Standards; *Circular*, C 419; *Commercial Standard; Journal of Research*, B 2555[1]; *Miscellaneous Publications*, D 119.
— Carnegie Institution : *Publications*, C 77; *Year Book*, C 78.
— Carnegie Institution : Mount Wilson Solar Observatory : *Communications to the National Academy of Sciences*, C 617; *Contributions*, C 76.
— Department of Agriculture : *Agriculture Year Book*, Y 22; *Circular*, D 113[1]; *Farmers' Bulletin*, U 78; *Miscellaneous Publication*, D 114; *Monthly Weather Review*, M 1269; *Technical Bulletin*, U 80[1].
— Department of Commerce : *Elimination of Waste; Simplified Practice; Special Publication.*
— Department of the Interior. Bureau of Education : *Bulletin*, U 62; *Publications*.
— Departement of the Navy. Bureau of Navigation : *American Ephemeris and nautical Almanac*, A 584.
— Library of Congress : *Report of the Librarian*, L 79.
— National Academy of Sciences : *Proceedings*, P 574.
— National Museum : *Bulletin*, S 380; *Proceedings*, P 612; *Report*, R 553.
— National Research Council : *Bulletin*, B 2392; *Reprint and Circular Series*, R 563[1]; *Transactions of the American Geophysical Union.*
— Naval Observatory : *Annual Report; Publications*, A 2464.
— Smithsonian Institution : *Annual Report of the Board of Regents*, A 1674.
— Smithsonian Institution. Bureau of Ethnology : *Bulletin*, S 379.
— State College : *Research Studies.*
— United States Public Health Service : *Studies.*
— *Journal of Agricultural Research*, J 718.

Guyane anglaise.

GEORGETOWN. — *Report of the Meteorology.*

Jamaïque.

MANDEVILLE. — *Reports on Mars.*

Mexique.

MEXICO. — Instituto de Biologia : *Anales.*
— *Monthly Weather Review.*
— *Obras publicas.*
— *Revista mexicana de ingenieria y arquitectura*, R 896 *bis*[1].

Paraguay.

ASUNCIÖN. — Sociedad cientifica : *Biblioteca.*

Pérou.

LIMA. — Escuela de ingenieros : *Memoria anual presentada por la Direccion.*
— *Boletin de Minas, industrias y construcciones*, R 490.
— *Boletin oficial de minas y petroléo.*

Uruguay.

MONTEVIDEO. — Facultad de medicina : *Anales*, A 681.

Venezuela.

CARACAS. — Colegio de ingenioros de Venezuela : *Revista*, R 803[1].

OCÉANIE.

Australie.

BRISBANE. — Royal Geographical Society of Australasia, Queensland : *Geographical Journal*, P 594.
SYDNEY. — University : *Journal of the Cancer Research Committee.*
— *Australian Science Abstract*, A 2596[2].

Indes Néerlandaises.

BANDOENG. — Netherlands East Indian Volcanological Survey : *Bulletin*, B 2392[1].
— Vulkanologische en seismologische : *Mededeelingen*, V 262[2].
— *Jaarboek van het Mijnwezen Nederlandsch-Indië*, J 7.
— *Wetenschappelijke mededeelingen*, W 43[1].
BATAVIA. — Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium : *Observations*, O 48; *Verhandelingen*, K 80.
— *Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië*, N 70.
— *Seismological Bulletin*, E 326.
BUITENZORG. — Instituts scientifiques « 's Lands Plantentuin » : *Treubia, recueil de travaux zoologiques hydrobiologiques et océanographiques*, T 503 *ter*.
— Dients van den Mijnbouw in Nederlandsch Indië : *Wetenschappelijke mededeelingen*, D 204[1].

ERRATA.

(Séance du 8 juin 1931.)

Note de M. *H. Deslandres*, Relations simples du spectre moléculaire avec la structure de la molécule :

Page 1420, dernière ligne du tableau, *au lieu de* NON, *lire* NO.

(Séance du 22 juin 1931.)

Note de M. *H. Deslandres*, Relations simples du spectre moléculaire avec la structure de la molécule :

Page 1610, lignes 16 et 17 du tableau, *ajouter* id. dans la 3e colonne; dernière ligne de la première partie du tableau, *au lieu de* 7C, *lire* 7N.

Note de M. *Gabeault*, Sur la résistance de l'air aux vitesses balistiques :

Page 1631, ligne 7, *au lieu de* section V, *lire* section σ; ligne 18, *au lieu de* frontière N, *lire* frontière $\mathcal{N}$.

Page 1632, ligne 1, *au lieu de* et du front R, *lire* et du front $\mathcal{R}$.

Page 1633, ligne 16, *au lieu de* pour $V_0 = 64$, *lire* pour $V_0 = 640$.

FIN DU TOME CENT-QUATRE-VINGT-DOUZIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1931.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 192.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
92267-32 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.